T.C.

İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ

SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TOPLAM KOLESTEROL, LDL, HDL VE TRİGLİSERİT SEVİYELERİNİN YAŞA GÖRE DEĞİŞİMİNİN DEĞİŞİK REGRESYON MODELLERİYLE İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

EMRE DİRİCAN

BİYOİSTATİSTİK VE TIP BİLİŞİMİ ANABİLİM DALI

DANIŞMAN

Doç. Dr. Cemil ÇOLAK

MALATYA-2012

T.C.

İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ

SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TOPLAM KOLESTEROL, LDL, HDL VE TRİGLİSERİT SEVİYELERİNİN YAŞA GÖRE DEĞİŞİMİNİN DEĞİŞİK REGRESYON MODELLERİYLE İNCELENMESİ

EMRE DİRİCAN

Danışman Öğretim Üyesi: Doç. Dr. Cemil ÇOLAK

MALATYA-2012

Sağlık Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma jürimiz tarafından Biyoistatistik ve Tıp Bilişimi Anabilim Dalı Biyoistatistik ve Tıp Bilişimi Programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

İmza

Jüri Başkanı Prof. Dr. Saim YOLOĞLU

Danışman Doç. Dr. Cemil ÇOLAK

Üye Doç.Dr. Ali ÖZER

ONAY :

Bu tez, İnönü Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulu......../......../2012 tarih ve 2012/........sayılı kararıyla kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Sedat YILDIZ
Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu araştırmada, Turgut Özal Tıp Merkezi kardiyoloji polikliniğine müracaat eden hiperlipidemi hastalarında toplam Kolesterol, LDL, Trigliserit, HDL seviyelerinin değişik regresyon modelleriyle tahmin edilerek, yaşa göre değişiminin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla, doğrusal ve doğrusal olmayan regresyon modelleri ile analiz yapılmıştır.

Doğrusal regresyon modelleri, parametrelerin doğrusal şekilde göründüğü modellerdir. Doğrusal olmayan regresyon modelleri ise, en az bir parametrenin doğrusal olmayan şekilde göründüğü modellerdir.

Özellikle sağlık alanında tahmine yönelik kullanılacak bir model ya da yöntemdeki olası hataların yüksek risk taşıyabilecek olması nedeniyle, doğru tahmin çok daha fazla önem kazanmaktadır.

Modellerin uyum iyiliği, HKO, bilgi kriterleri ve açıklayıcılık katsayısı değerleri kullanılarak yapılmıştır. Bulunan istatistikler doğrultusunda yorumlar yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Doğrusal regresyon, doğrusal olmayan regresyon, uyum iyiliği kriterleri, en küçük kareler yöntemi.

THE INVESTIGATION OF TOTAL CHOLESTEROL, LDL, HDL AND TRIGLYCERIDES LEVELS WITH RESPECT TO AGE BY DIFFERENT REGRESSION MODELS

ABSTRACT

In this study, the patients with hiperlipidemic who apply to cardiology clinic of Turgut Özal Medical Center to total Cholesterol, LDL, Triglyceride and HDL levels according to age by estimating different regression models to determine the exchange. They were analyzed by linear and nonlinear regression models for this purpose.

Linear regression models are models where the parameters appear linearly, whereas in nonlinear models parameters appear nonlinearly.

Correctness of the predictions gains much more importance for the models to be used in medicine as an error in such models may contain high risks for individuals.

Goodness of fit of the models was determined by mean square error HKO information criterions and determination coefficient values. Interpretations were evaluated by using statistical results.

Key Words: Linear regression, nonlinear regression, goodness of fit measures, least square method

İÇİNDEKİLER

SİMGELER DİZİNİ

E(y) : Sonuç değişkeninin beklenen değeri

$\ell\left(\beta,\sigma^2\right)$: Olabilirlik fonksiyonu

D : Beklenti fonksiyonunun kısmi türevler matrisi

$\boldsymbol{I}\left(b\right)$: Bilgi matrisi

γ: Doğrusal olmayan regresyonda parametre vektörü

g : Doğrusal olmayan regresyonda EKK tahmincileri vektörü

$\eta\left(\theta\right)$: Tahmin modeli

θ : Doğrusal olmayan modellerde parametre vektörü

V : N x P boyutlu türev matrisi

X : Veri Matrisi

$\hat{\beta}$: EKK tahmini

ε : Hata terimi

σ^2 : ε nin varyansı

KISALTMALAR DİZİNİ

EKK : En Küçük Kareler Yöntemi

KKO : Artık Kareler Ortalaması

EÇO : En Çok Olabilirlik

AIC : Akaike Bilgi Kriteri

BIC : Bayes Bilgi Kriteri

SIC : Schwarz Bilgi Kriteri

HKO: Hata Kareler Ortalaması

RSS: Artık Kareler Toplamı

ŞEKİLLER

TABLOLAR

1. GİRİŞ

İstatistiğin temel konularından biri olan tahminin gerçekleştirilebilmesi için bir regresyon modelinin kurulabilmesi ve bu modelin, gerçekten tahmini gerçekleştirilecek olayı açıklayıp açıklayamadığı sorusuna, bu konu üzerine birçok araştırmanın yapılmasına neden olmuştur (1).

Regresyon, değişkenler arasındaki ilişki ve bağıntıların incelenmesini kapsayan bir kavram olarak bilinmektedir. 1897 yılında Galton'un kalıtım kuramı ile ilgili çalışmalarında adı geçen bu kavram günümüzde birbirinden farklı birçok alanda kullanılabilmektedir.

Regresyon çözümlemesi, değişkenler arasındaki bağıntının en iyi şekilde açıklandığı bir modele dayalıdır. Regresyon modelinin fonksiyonel bir yapı ile ifade edilerek, bu fonksiyonun şeklinin değerlendirilmesi ile regresyonun doğrusal olup olmamasına ilişkin varsayımlar ortaya çıkar. Regresyon modelinin doğrusal olup olmamasına göre çeşitli teknikler aracılığı ile parametre tahmini değerlendirmeleri yapılabilmektedir.(En Küçük Kareler Yöntemi, Maksimum Olabilirlilik Yöntemi vs.) Doğrusal olmayan modellerin doğrusal modellerden farkını ölçmek için ve doğrusallığa yakın hesaplamalar yapabilmek için birçok deneme yapılmıştır. Doğrusal olmamanın ölçüsünü ilk olarak 1960 yılında Beale hesaplamıştır. Sonra Guttmann ve Meter Beale'nin yöntemlerine kısıtlamalar getirmişlerdir. 1971 yılında Box EKK'lerde (En Küçük Kareler) yanlılığın tahmini için formüller geliştirmiştir. Formülleri daha sonra Gillis ve Ratkowski tarafından büyük çalışmalarda kullanılmıştır. Modern doğrusal olmama ölçüleri 1980 yılında Bates ve Watts tarafından oluşturulmuştur. "Journal of the Royal Statistical Society" adlı dergide yayınlanmıştır.

Geometrik eğriselliğe dayalı doğrusal olmama ölçüleri geliştirmişlerdir. Bunlar çok boyutlu uzayda uygulanmaktadır. Ayrıca kendi ölçüleri ve Beale tarafından oluşturulan ölçüler arasında ilişki kurmuşlardır ve Box' ın doğrusal olmama için yanlılık ölçüleri ile kendi tezlerinin nasıl bağlantılı olduğunu göstermişlerdir.Doğrusal olmayan modeller, doğrusal yaklaşıma en iyi ve en uygun olduğu durumlarda geçerli olacağından, bu durumların belirlenmesinde çeşitli yöntemler geliştirilmiştir (2).

Doğrusal olmayan modeller, bu modellerin elde edilme süreçleri ve kullanıldığı yerler ile ilgili günümüze kadar birçok araştırma yapılmıştır ve halen yapılmaktadır. 0–2 yaş sağlıklı çocukların baş çevresine ilişkin gelişimin izlenmesi için büyüme eğrilerinin belirlenmesinde, doğrusal olmayan Gompertz, Lojistik ve Monomoleküler modelleri kullanılmıştır (3). Esmer ve Siyah Alaca dişi sığırlarda ağırlık-yaş değişimini açıklamak amacıyla iki doğrusal (kuadratik ve kübik modeller) ve beş doğrusal olmayan model (Brody, Bertalanffy, Logistik, Gompertz ve Richards modelleri) kullanılmıştır (4). Bir diğer çalışmada Von V. Bertalanffy büyüme modelini kullanarak Tarsus-Karabucak-Okaliptüs ağaçlandırma sahalarından elde edile verilerle *Eucalyptusgrandis* W. Hillex Maiden ağacı için ortalama bir boylanma denklemi elde edilmiş ve çalışma alanı için boylanmanın alt ve üst sınırları saptanmıştır (5). Karacabey Merinosu x Kıvırcık melezi kuzuların doğum - 101 günlük yaşlar arası dönemde göstermiş oldukları canlı ağırlıklar kullanılarak büyümenin zamana göre değişimini ifade eden çeşitli büyüme eğrilerine ilişkin parametrelerin tahmini ve büyüme modellerinin karşılaştırılmıştır. Bu amaçla Gompertz, Logistik ve doğrusal model kullanılmıştır (6). Simental x Güney Anadolu Kırmızısı G_1 ve F_1xG_1 genotiplerine ilişkin beden ölçüleri için doğrusal ve doğrusal olmayan lojistik büyüme modelleri oluşturulmuştur. Doğrusal ve lojistik büyüme modellerine ait artıklarda ortaya çıkabilecek öz ilişki sorunu incelenmiştir (7).

2. GENEL BİLGİLER

2.1.DOĞRUSAL OLMAYAN REGRESYON MODELİNİN MATEMATİKSEL İFADESİ

Doğrusal regresyon modellerinin uygun olmadığı pek çok durum vardır. Yani bağımlı değişken ile parametreler arasındaki ilişki her zaman doğrusal olmayabilir. Sonuç ve parametreler arasındaki gerçek ilişki bir diferansiyel denklemdir veya bir diferansiyel denklemin çözümüdür. Yani model doğrusal olmayan bir formda olmalıdır. Bilinmeyen parametrelerde doğrusal olmayan her model doğrusal olmayan bir regresyon modelidir. Örneğin;

$$y = \beta_1 e^{\beta_2 x} + \varepsilon \qquad (2.1.1)$$

Modeli β_1 ve β_2 bilinmeyen parametrelerine göre doğrusal değildir. Genel olarak doğrusal olmayan bir regresyon modelini,

$$y = f(x, \beta) + \varepsilon \qquad (2.1.2)$$

şeklinde yazabiliriz, burada β bilinmeyen parametrelerin bir p x 1 vektörü, ve ε, E(ε) = 0 ve var(ε) = σ^2 olacak şekilde korelasyonlu olmayan bir hata terimidir. Genel olarak hataların, doğrusal regresyondaki gibi, normal dağılımlı olduğunu kabul edeceğiz.

$$\begin{aligned} E(y) &= E\left[f(x, \beta) + \varepsilon \right] \\ &= f(x, \beta) \end{aligned} \qquad (2.1.3)$$

olduğundan f(x, β) doğrusal olmayan regresyon modeli için beklenti fonksiyonu olarak adlandırılır. Bu, beklenti fonksiyonunun şimdi parametrelerin doğrusal olmayan bir fonksiyonu olması hariç doğrusal regresyon durumuna çok benzerdir. Doğrusal olmayan bir regresyon modelinde, beklenti fonksiyonunun parametrelere göre kısmi türevlerinden en az biri parametrelerin en az birine bağlıdır. Doğrusal regresyonda, bu türevler bilinmeyen parametrelerin fonksiyonları değildir. Açıklamak için, beklenti fonksiyonunun;

$$f\left(x,\beta\right)=\beta_0+\sum_{j=1}^{k}\beta_j x_j \qquad (2.1.4)$$

olan modeli göz önüne alalım. Beklenti fonksiyonun kısmi türevleri;

$$\frac{\partial f\left(x,\beta\right)}{\partial\beta_j}=x_j, \qquad j=0,1,...,k \qquad (2.1.5)$$

dır, burada x_0 = 1 kesmeyi gösteren yapma bir değişkendir. Kısmi türevlerin bilinmeyen parametrelerin fonksiyonları olmadığına dikkat edilmelidir. Şimdi

$$\begin{aligned} y &= f\left(x,\beta\right)+\varepsilon \\ &=\beta_1 e^{\beta_2 x}+\varepsilon \end{aligned} \qquad (2.1.6)$$

doğrusal olmayan regresyon modelini göz önüne alalım. Beklenti fonksiyonun β_1 ve β_2 parametrelerine göre kısmi türevleri;

(2.1.7)

$$\frac{\partial\left(x,\beta\right)}{\partial\beta_1}=e^{\beta_2 x}$$

$$\frac{\partial f\left(x,\beta\right)}{\partial\beta_2}=\beta_1 e^{\beta_2 x}$$

dir. Kısmi türevler bilinmeyen parametreler β_1 ve β_2 nin bir fonksiyonu olduğundan model doğrusal değildir (8).

2.2. DOĞRUSAL BİR MODELE DÖNÜŞÜM

Bazen doğrusal olmayan bir regresyon modelini doğrusal regresyon modeline çevirmemiz gerekebilir. Bu durumda yukarıda bahsettiğimiz beklenti fonksiyonu göz önüne alalım.

$$\begin{aligned} y &= f\left(x,\beta\right)+\varepsilon \\ &=\beta_1 e^{\beta_2 x}+\varepsilon \end{aligned} \tag{2.2.1}$$

Şimdi beklenti fonksiyonu $E\left(y\right)= f\left(x,\beta\right)=\beta_1 e^{\beta_2 x}$ olduğundan, bu fonksiyonun sadece logaritmaları alınarak kolayca doğrusallaştırabilir.

$$\ln E\left(y\right)=\ln\beta_1+\beta_2 x \tag{2.2.2}$$

Dolayısıyla elde edilen regresyon modelini

$$\begin{aligned} \ln\left(y\right) &=\ln\beta_1+\beta_2 x+\varepsilon \\ &= \alpha_0+\alpha_1 x+\varepsilon \end{aligned} \tag{2.2.3}$$

şeklinde ifade edebilir ve bu yeni eşitlikte α_0 ve α_1 parametreleri tahmin edilerek doğrusal regresyon modelini oluşturabiliriz.

Bu yaklaşımda oldukça dikkatli olunmalıdır. Genel olarak, (2.2.3) eşitliğindeki parametrelerin doğrusal EKK tahminleri (2.2.1) eşitliğinin orijinal modelindeki parametre tahminlerine denk olmayacaktır. Bunun sebebi orijinal doğrusal olmayan modelde EKK y deki artık kareler toplamı belirtilirken, dönüştürülmüş modelde y nin logaritmasındaki artık kareler toplamının minimize edilmesidir.

Ayrıca (2.2.1) eşitliğinin orijinal doğrusal olmayan modelinde hata yapısının toplamsal olduğuna dikkat edilmelidir, yani logaritmaları almak (2.2.3) eşitliğindeki modeli üretemez. Bununla beraber, eğer hata yapısı çarpımsalsa, bu durumda

$$\begin{aligned} y &= f(x,\beta)(1+\varepsilon) \\ &= \beta_1 e^{\beta_2 x} \varepsilon^{*} \end{aligned} \tag{2.2.4}$$

Demek ve logaritmaları almak uygundur. Çünkü

$$\begin{aligned} \ln(y) &= \ln \beta_1 + \ln \beta_2 x + \ln \varepsilon^{*} \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 x + \varepsilon^{**} \end{aligned} \tag{2.2.5}$$

Şimdi eğer yeni hata terimi ε^{**} normal bir dağılıma sabit bir varyansla uyarsa standart doğrusal regresyon model özelliklerinin hepsi ve sonuç prosedürü uygulanacaktır. Denk bir doğrusal regresyon modeline dönüştürülebilen bir doğrusal olmayan regresyon modeli gerçek doğrusal olarak adlandırılır. Bununla beraber, konu genellikle hata yapısının etrafında döner. Bu, dönüştürülmüş veya doğrusallaştırılmış modeldeki hatalara uygulanan standart kabulleri yapmaktır (8).

2.3. DOĞRUSAL OLMAYAN MODELLERDE PARAMETRE TAHMİNİ

2.3.1. EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ

Bu yöntemde amaç, bağımlı ve bağımsız değişkenler için regresyon doğrusunun grafiğinde yer alan noktalardan geçen doğrusal denklemi tahmin etmektir. Yani noktaları en iyi açıklayan doğrunun denklemini tahmin etmektir (28).

Günümüzde β_0 ve β_1 parametrelerinin tahmini için kullanılan en yaygın yöntemlerden birisi EKK yöntemidir. Kitle regresyon denkleminde yer alan β_0 ve

β_1 parametrelerinin örneklemden elde edilen kestirimleri $\hat{\beta}_0$ ve $\hat{\beta}_1$ olarak ele alındığında, tek değişkenli regresyon doğrusunun denklemi;

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i}, \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

biçimindedir. Denklemde yer alan $\hat{\beta}_0$ ve $\hat{\beta}_1$ terimlerinin değerlerini bulmak için kullanılan EKK yönteminin temelini, toplam sapmaların karelerinin toplamını en küçük yapacak değerlerin bulunması oluşturmaktadır. Hata terimlerini, gözlemlenen Y_i değerleri ile beklenen $\hat{Y}_i$ değerleri arasındaki farklar oluşturmaktadır (9).

$$\hat{\varepsilon}_i = Y_i - \hat{Y}_i \tag{2.3.1.1}$$

(2.3.1.1) eşitliğinde verilen ifade ile hesaplanan hata terimleri pozitif, negatif veya sıfır değerine sahip olurken bu farkların toplamı

$$\sum_{i=1}^{n} \hat{\varepsilon}_i = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{Y}_i \right) = 0 \tag{2.3.1.2}$$

olur. EKK yöntemi β_0 ve β_1 parametrelerinin kestirimleri olan $\hat{\beta}_0$ ve $\hat{\beta}_1$ 'nın farkını en küçük yapacak biçimde aşağıdaki gibi belirler.

$$en\ küçük \sum_{i=1}^{n} \hat{\varepsilon}_i^{\,2} = en\ küçük \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{Y}_i \right)^2 \tag{2.3.1.3}$$

Burada regresyon katsayılarının EKK tahminlerini elde edebilmek için (2.3.1.4) eşitliğinde $\hat{\beta}_0$ ve $\hat{\beta}_1$' ya göre kısmi türevler alınıp sıfıra eşitlendiğinde (2.3.1.5) ve (2.3.1.6). eşitliklerindeki gibi doğrusal modeller elde edilir. β_0 ve β_1 parametrelerinin kestirimleri olan $\hat{\beta}_0$ ve $\hat{\beta}_1$ değerlerinin bulunabileceği eşitlikler (2.3.1.7) ve (2.3.1.8)'da ki gibi elde edilir.

$$\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i-\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1X_{1i}\right)\right)^2=L \qquad (2.3.1.4)$$

$$\sum_{i=1}^{n}Y_i=\hat{\beta}_0 n+\hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}X_i \qquad (2.3.1.5)$$

$$\sum_{i=1}^{n}X_{1i}Y_i=\hat{\beta}_0\sum_{i=1}^{n}X_{1i}+\hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}{X_{1i}}^2 \qquad (2.3.1.6)$$

$\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$ ve regresyon belirtme katsayısının hesaplanması ise aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\beta}_1=\frac{n\left[\sum_{i=1}^{n}X_{1i}Y_i\right]-\left(\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)\left(\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^{n}{X_{1i}}^2\right)-\left(\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_{1i}-\overline{X}\right)\left(Y_i-\overline{Y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(X_{1i}-\overline{X}\right)^2}$$

(2.3.1.7)

$$\hat{\beta}_0=\frac{\sum_{i=1}^{n}Y_i+\hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}X_{1i}}{n}=\overline{Y}-\hat{\beta}_1\overline{X} \qquad (2.3.1.8)$$

$$R^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{y}_i-\overline{y}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2} \qquad (2.3.1.9)$$

‘dir (11).

2.3.2. EN ÇOK OLABİLİRLİK (MAKSİMUM LİKELİHOOD) YÖNTEMİ

En çok Olabilirlik Yönteminin ardında yatan temel düşünce; örneklem verisinin olabilirlik olasılığını maksimize eden parametreleri belirlemektir. Diğer bir anlatımla; en çok olabilirlik tahmini, bağımsız değişkenin gözlenen değerlerinden bağımlı değişkenin gözlenen değerlerinin tahmin edilmesinin ne kadar olası olduğunu yansıtan logaritmik olabilirlik değerini maksimize etmeyi amaçlar. Veriler sürekli bağımsız değişkenler içerdiği zaman mutlaka en çok olabilirlik yöntemi kullanılmalıdır.

EKK Yöntemi, veri noktalarının regresyon doğrusuna karesel uzaklıklarını minimize etmeyi amaçlarken en çok olabilirlik yöntemi, bağımsız değişkenlerin gözlenen değerlerinden bağımlı değişkenin ne kadar iyi tahmin edileceğini gösteren log olabilirlik değerini tahmin etmeyi amaçlar (13).

Eğer hatalar sabit varyansla normal ve bağımsız dağılımlı ise, EÇO yönteminin tahmin problemine uygulanması EKK' ı verecektir. Örneğin,

$$y_i = f\left(x_i, \beta\right) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

Modelini göz önüne alalım. Eğer hatalar sıfır ortalamalı ve σ^2 varyansla normal dağılımlı ve bağımsız ise bu durumda olabilirlik fonksiyonu

$$\ell\left(\beta, \sigma^2\right) = \frac{1}{\left(2\pi\sigma^2\right)^{\frac{\pi}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - f\left(x_i, \beta\right)\right]^2\right]$$

. (2.3.2.1)

dir. Olabilirlik fonksiyonunu minimize etmek log-olabilirlik fonksiyonu, yani

$$\ln \ell\left(\beta, \sigma^2\right) = -\frac{n}{2}\ln\left(2\pi\sigma^2\right) - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - f\left(x_i, \beta\right)\right]^2$$

. (2.3.2.2)

yi maksimize etmek demektir. Eşitliklerden anlaşılacağı üzere, log-olabilirliği maksimize eden b parametreler vektörünü seçmek, Artık kareler toplamını minimize etmeye denktir. Bu yüzden, normal-teori durumunda, doğrusal olmayan regresyondaki EKK tahminleri EÇO tahminleriyle aynıdır.

(2.3.1.3) eşitliğinden EÇO tahminleri $j = 1, 2, ..., p$ için

$$\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - f\left(x_i,\beta\right)\right]\left[\frac{\partial f\left(x_i,\beta\right)}{\partial\beta_j}\right]_{\beta=b} = 0 \qquad (2.3.2.3)$$

sonuç denklemlerini sağlamalıdır.

$i = 1, 2, ..., n$ için $\mu_i = f\left(x_i,\beta\right)$ ve $j = 1, 2, ..., p$ için $D_{ij} = \partial f\left(x_i,\beta\right)/\partial\beta_j$ olsun. Bu durumda bir doğrusal olmayan regresyon modeli için sonuç denklemleri matris formunda

$$\frac{1}{\sigma^2}D'\left(y - \hat{\mu}\right) = 0 \qquad (2.3.2.4)$$

biçiminde oluşturulabilir. Burada $\mu' = \left[\mu_1, \mu_2, ..., \mu_n\right]$, $D = \left[D_{ij}\right]$ ve $\hat{\mu}$ ve β parametreleri b tahminleriyle yer değiştirmiş olarak beklenti fonksiyonunu belirtmektedir. Skor denklemleri doğrusal olmayan denklemlerdir. Ayrıca doğrusal regresyonda D = X ve $\mu = x\beta$' dir. Böylece doğrusal olmayan regresyon için skor denklemleri doğrusal regresyon için skor denklemlerine doğrudan doğruya benzerdir (8).

2.3.3. DOĞRUSALLAŞTIRMA VE GAUSS-NEWTON YÖNTEMİ

Doğrusal olmayan regresyonda parametrelerin EKK tahmini için çok yaygın bir yöntem, beklenti fonksiyonunun doğrusallaştırılmasını izleyen Gauss- Newton yöntemidir. Doğrusallaştırma $f\left(x_i,\beta\right)$ nin bir $b_0=\left[b_{10},b_{20},...,b_{p0}\right]$ civarında sadece doğrusal terimlerin korunduğu bir Taylor serisi açılımıyla gerçekleştirilir. b_0 noktası genellikle bir başlangıç tahmini veya β model parametreleri için başlangıç değerlerinin bir kümesidir. Taylor serisi açılımı

$$
\begin{aligned}
y_i &= f\left(x_i,\beta\right)+\varepsilon_i \\
&= f\left(x_i,b_0'\right)+\sum_{j=1}^{p}\left[\frac{\partial f\left(x_i,\beta\right)}{\partial\beta_j}\right]_{\beta=b_0}\left(\beta_j-b_{j0}\right)+\varepsilon_i,\quad i=1,2,...,n
\end{aligned}
$$

. (2.3.3.1)

denklemini verir. Eğer

$$
\begin{aligned}
f_i^0 &= f\left(x_i,b_0\right) \\
y_i^0 &= y_i - f_i^0 \\
D_{ij}^0 &= \sum_{j=1}^{p}\left[\frac{\partial f\left(x_i,\beta\right)}{\partial\beta_j}\right]_{\beta=b_0} \\
\theta_j^0 &= \left(\beta_j-b_{j0}\right)
\end{aligned}
$$

dersek bu durumda (2.3.3.1) eşitliğini

$$y_i^0=\sum_{j=1}^{p}\theta_j^0 D_{ij}^0+\varepsilon_i,\quad i=1,2,...,n \qquad (2.3.3.2)$$

Burada bilinmeyen parametreler $j = 1, 2, ..., p$ için θ_j^0 olmak üzere bir doğrusal regresyon modelidir. Matris notasyonunda (2.3.3.2) eşitliği

$$y_0 = D_0 \theta_0 + \varepsilon \qquad (2.3.3.3)$$

ve θ_0 ın EKK tahmini

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \left(D_0' D_0\right)^{-1} D_0{}' y_0 \\ &= \left(D_0' D_0\right)^{-1} D_0' \left(y - f_0\right) \end{aligned} \qquad (2.3.3.4)$$

dir. Şimdi $\theta_0 = \beta - b_0$ olduğundan β bilinmeyen parametrelerinin bir düzeltilmiş tahmini olarak

$$b_1 = b_0 + \hat{\theta}_0 \qquad (2.3.3.5)$$

yi kullanabiliriz. $\hat{\theta}_0^1$ genellikle artımlar vektörü olarak adlandırırız. Şimdi (2.3.3.1) eşitliğindeki b_1 düzeltilmiş parametre tahminlerini aslen b_0 başlangıç değerleriyle aynı ifadelerde kullanarak bir başka düzeltilmiş tahminler kümesini, diyelim ki b_2 yi, elde edebiliriz. Genel olarak, bu iterasyonların k. sında D'

$$\begin{aligned} b_{k+1} &= b_k + \hat{\theta}_k \\ &= b_k + \left(D_k' D_k\right)^{-1} D_k' \left(y - f_k\right) \end{aligned} \qquad (2.3.3.6)$$

elde ederiz.

Burada
$$D_k = \left[D_{ij}^{k} \right]$$
$$f_k = \left[f_1^{\,k}, f_2^{\,k}, \ldots, f_n^{\,k} \right]$$
$$b_k = \left[b_{1k}, b_{2k}, \ldots, b_{nk} \right]$$
dir.

Bu işlem süreci yakınsamaya kadar, yani parametre tahminlerinde anlamlı az değişiklik olana kadar devam eder. Genellikle yakınsaklık kriteri

$$\left| \frac{b_{j,k+1} - b_{jk}}{b_{jk}} \right| \prec \delta, \qquad j = 1, 2, \ldots, p$$

dir. Burada δ küçük bir sayıdır, örneğin 10^{-6} her iterasyonda artık kareler toplamının değerinde bir azalma olduğundan emin olunmak için hesap yapılmalıdır (8).

2.4. DOĞRUSAL OLMAYAN REGRESYON PARAMETRELERİNİN SONUÇLARI

Normal hata terimli doğrusal regresyon modellerinde, örnek boyutu ne olursa olsun, regresyon parametrelerinin kesin sonuçları vardır. Fakat normal hata terimli doğrusal olmayan regresyon modellerinde bu geçerli değildir. Çünkü herhangi bir örnek boyutu için, EKK ya da en çok benzerlik yöntemi kullanılarak elde edilen tahminciler, normal dağılmayan, minimum varyansa sahip olmayan ve yansız olmayan tahminciler olur. Bu nedenle, doğrusal olmayan regresyonda, regresyon parametrelerinin sonuçları "büyük örnek teorisine" dayanır. Bu teori, örnek boyutu büyük olduğunda, normal hata terimli doğrusal olmayan regresyon modelinde, EKK ya da en çok benzerlik kullanılarak elde edilen tahmincilerin, yaklaşık olarak normal dağıldığını, neredeyse yansız olduklarını ve yaklaşık en az varyansa sahip olduklarını belirtir. Hata terimlerinin normal dağılmadığı durumlarda da bu teori geçerlidir (2).

2.4.1. VARYANS $\left(\sigma^2\right)$ HESABI

İstatistik sonuçları bir *b* parametre tahminin son vektörüne yakınsadığında σ^2 hata varyansının bir tahmini *p* doğrusal olmayan regresyon modelindeki parametrelerin sayısı olmak üzere

$$\hat{\sigma}^2 = KKO_E = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{y}_i\right)^2}{n-p} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - f\left(x_i, b\right)\right]^2}{n-p} = \frac{S\left(b\right)}{n-p}$$

. (2.4.1.1)

Artık kareler ortalamasından elde ederiz. Bickel ve Doksum (14), sonuç fonksiyonunun istatistiksel özelliklerini ana hatlarıyla gösterir. Bu özelliklerden *b* vektörünün asimptotik (büyük numune) kovaryans matrisi

$$\operatorname{var}(b) = \hat{\sigma}^2 \left(D'D\right)^{-1} \qquad (2.4.1.2)$$

ile hesaplanabilir. Burada D daha önce tanımlanan kısmi türevler matrisinin, son iterasyondaki *b* EKK parametre tahminlerindeki değeridir. Bu asimptotik kovaryans, (2.3.2.4) deki skor denkleminden bulunabilen bilgi matrisinin, yani

$$I(b) = \operatorname{var}\left[\frac{1}{\sigma^2} D'(y-\mu)\right] = \frac{1}{\sigma^2} D'D \qquad (2.4.1.3)$$

nin tersidir. Asimptotik kovaryans matrisinin ana köşegen elemanları regresyon katsayılarının tahminlerinin yaklaşık varyanslarıdır (8).

2.4.2. BÜYÜK ÖRNEK TEORİSİ

Doğrusal olmayan regresyon modelleri için, hata terimleri bağımsız olduğunda, normal dağıldıklarında ve örnek boyutu yeterince büyük olduğunda aşağıdaki teorem geçerlidir;

Örnek boyutu “ n ” yeterince büyük olduğunda ve hata terimleri ε_i ’ler bağımsız olup $N\left(0,\sigma^2\right)$ ile dağıldıklarında, g ’nin örnekleme dağılımı yaklaşık olarak normaldir (15).

Ortalama vektörün beklenen değeri yaklaşık olarak:

$$E\{g\} \approx \gamma \qquad (2.4.2.1)$$

Regresyon katsayılarının, varyans – kovaryans matrisi aşağıdaki şekilde tahmin edilir:

$$s^2\{g\} = HKO\left(D'D\right)^{-1} \tag{2.4.2.2}$$

Burada *D*, elde edilen son “ g ” EKK tahmincisinin kullanıldığı kısmi türevler matrisidir. Örnek boyutu büyük olduğunda, bağımsız, sabit varyanslı ve normal dağıldıklarında, doğrusal olmayan regresyon için EKK tahmincisi “ g ” yaklaşık olarak normal dağılır ve yansızdır. Ayrıca yaklaşık olarak minimum varyansa sahip olduklarından dolayı, hata terimleri normal dağılmadığında da yukarıdaki teorem geçerlidir.

Yukarıdaki teoreme göre, örnek boyutu yeterince büyük olduğunda aynı doğrusal regresyondaki gibi, doğrusal olmayan regresyonda da tahminler yapılarak elde edilen sonuçlar aynı şekilde yorumlanır. Bazı doğrusal olmayan regresyon modellerinde örnek boyutu küçük olduğundan büyük örnek yaklaşımı doğru sonuçlar vermeyebilir (2).

2.4.2.1. BÜYÜK ÖRNEK ÖZELLİĞİ

Örnek birim sayısı artarak sonsuza yaklaştığında tahmincilerde farklı özellikler aranır. Bu özelliklere büyük örneklem özellikleri denir. Örnek birim sayısının artması, örnekleme dağılımı ne olursa olsun, örnekleme dağılımını normal dağılıma yaklaştıracaktır. Bir tahmincinin dağılımı, örnek birim sayısının artması ile belirli bir dağılıma yaklaşıyorsa, bu dağılım tahmincinin asimptotik dağılımı olarak adlandırılır (16).

2.5. İSTATİSTİKSEL SONUÇLAR

2.5.1. BAŞLANGIÇ DEĞERLERİ

Bir doğrusal olmayan regresyon modelini düzenleyebilmek model parametrelerinin b_o başlangıç değerlerini gerektirir. Başlangıç değerleri, yani, b_o ın gerçek parametre değerlerine yakın olan değerleri, yakınsama zorluklarını en aza indirecektir.

Doğrusallaştırma sürecinin Marquardt' ın uzlaşısı gibi modifikasyonları prosedürü başlangıç değerlerinin seçimine göre daha hassas yapmıştır, fakat b_o ı dikkatli seçmek her zaman iyi sonuçlar verir. Kötü bir seçim fonksiyon üzerindeki yerel bir minimuma yakınsamaya sebep olabilir ve optimalin altında olan bir çözüm elde ettiğimizden tamamen habersiz olabiliriz.

Doğrusal olmayan regresyon modellerinde parametreler genellikle biraz fiziksel anlama sahiptir ve bu başlangıç değerlerini elde etmede yararlı olabilir. Bu, modelin davranışına ve parametre değerlerindeki değişikliklerin bu davranışı nasıl etkilediğine aşina olmak için, beklenti fonksiyonunun çeşitli değerler için grafiğini çizmekte de yararlı olabilir. Bazı durumlarda beklenti fonksiyonu başlangıç değerlerini elde etmek için dönüştürülebilir. Dönüştürülmüş veride doğrusal EKK kullanılması doğrusal parametrelerin tahminleriyle sonuçlanabilir. Bu tahminler daha sonra gerekli b_o başlangıç değerlerini elde etmek için kullanılabilir. Grafiksel dönüşüm de çok etkili olabilir (8).

2.5.2. İSTATİSTİKSEL SONUÇ ÇIKARMA

Regresyon analizi sonuçlarının yorumlanmasında birçok araştırmacı tarafından ciddi hatalar yapılmaktadır. En yaygın hata, regresyon analizi sonuçlarının yorumlanmasında, x bağımsız değişkeninin y bağımlı değişkenine sebep olduğu seklindeki yorumdur. Bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkendeki değişimi açıklıyor olması sebepselliği gerekli kılmaz. Başka bir ifade ile, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasında (pozitif ve negatif) bir ilişkinin olması her zaman bağımsız değişken(lerin) bağımlı değişkenin sebebi olduğu sonucunu doğurmayacaktır.

İki değişken arasında bir ilişkinin olabilmesi için sebepsellik şart değildir. İlişkinin sebebi belki de iki değişkenin üçüncü bir değişkenle olan ilişkilerinden kaynaklanıyor olabileceği gibi, söz konusu ilişki tamamen tesadüfî olarak da ortaya çıkmış olabilir. Sebepsellik ile ilişkiselliğin aynı şeyler olmadığı unutulmamalıdır. Regresyon analizi değişkenler arasındaki ilişkinin yapısı ve derecesi ile ilgilenmektedir.

Gauss – Newton algoritmasıyla $\hat{\theta}$ yı hesaplamak için V türev matrisini her iterasyon için oluşturarak, artışları ve yakınsama değerleri hesaplanabilir.

$$\eta(\theta) = \eta\left(\hat{\theta}\right) + V\left(\theta - \hat{\theta}\right) \qquad (2.5.2.1)$$

Dolayısıyla, EKK parametre tahmincileri kullanılarak elde edilen türev matrisli doğrusal olmayan modeller için, doğrusal yaklaşımlar kullanılarak sonuçlar bulunabilir(2).

2.5.3. PARAMETRELER İÇİN YAKLAŞIK GÜVEN BÖLGELERİ

Doğrusal durumda $1-\alpha$ 'lık parametre güven bölgesi aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\left(\beta - \hat{\beta}\right)^T X^T X \left(\beta - \hat{\beta}\right) \le Ps^2 F\left(P, N-P; \alpha\right) \qquad (2.5.3.1)$$

Geometrik olarak yukarıdaki bölge meydana gelir çünkü beklenti yüzeyi bir düzlemdir ve Artık vektörü bu düzleme diktir. Dolayısıyla bu beklenti düzleminde noktaların oluşturduğu bölge disk şeklindedir. Bu disk, beklenti yüzeyinden parametre düzlemine taşındığında elips olur.

Doğrusal olmayan modeller için güven bölgesi (2.5.3.1)'e yakın bir eşitliktir.

$$\left(\theta-\hat{\theta}\right)^{T}\hat{V}^{T}\hat{V}\left(\theta-\hat{\theta}\right)\leq Ps^{2}F\left(P,N-P;\alpha\right)$$

. (2.5.3.2)

Ya da $\hat{\theta}$ ile hesaplandığında türev matrisi $\hat{V}=\hat{Q}_{1}\hat{R}_{1}$ olmak üzere

$$\left(\theta-\hat{\theta}\right)^{T}\hat{R}_{1}^{T}\hat{R}_{1}\left(\theta-\hat{\theta}\right)\leq Ps^{2}F\left(P,N-P;\alpha\right) \quad (2.5.3.3)$$

ile hesaplanır. (2.5.3.1)' daki bölgenin sınırı

$$\left\{\theta=\hat{\theta}+\sqrt{Ps^{2}F\left(P,N-P;\alpha\right)}\hat{R}_{1}d\ \middle\|\ \|d\|=1\right\} \quad (2.5.3.4)$$

dir.

2.6. BAZI BÜYÜME MODELLERİ

2.6.1. DOĞRUSAL MODELLER

Regresyon en az iki değişken arasındaki ilişkinin denklem ile ifadesiydi. Eğer, değişkenler arasındaki ilişki denklem ile ifade edilebilirse, böylece bilinen değişken değerleri yardımıyla bilinmeyen değişken değerleri tahmin edilir. Amaç bir serpme diyagramındaki noktalara en yakın yerden geçen çizgiyi cebirsel bir fonksiyon ile sağlayan denklemi bulmaktır. Bu çizgiye regresyon çizgisi denkleme ise regresyon denklemi denir. Regresyon denklemi bağımsız değişken x_i'deki bir birimlik değişmeye karşı bağımlı değişken y_i'de meydana gelecek ortalama değişikliği açıklar (17).

Bir regresyon denklemi için grafik çizilmek istenirse birçok farklı durum ile karşılaşılır. Regresyon modeline ilişkin grafik düz bir çizgi veriyorsa bir doğrusal regresyon, böyle bir durum söz konusu değilse doğrusal olmayan regresyon oluşacaktır (18).

$$Y = \alpha + \beta X \tag{2.6.1.1}$$

modeli bir *X* ve *Y* arasındaki gerçek ilişkiyi verir. *X* değişkeninin belli bir değeri için Y değişkeninin alacağı değer tam olarak elde edilebilir. Bu denklem bir tam ilişki modelidir. Ancak birçok durumda bu ilişkiyi tam olarak bulmak mümkün değildir (18).

Y bağımlı değişkeni sadece *X* bağımsız değişkeninden etkilenmemektedir. Başka faktörlerinde varlığı söz konusu olabileceğinden modelin sağına bu faktörleri karşılamak üzere ε hata terimi eklenir ve

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon \tag{2.6.1.2}$$

modeli oluşur. Bu şekilde elde edilen model bir olasılık modeldir (28). Modelde Y: x zamanında gözlenen özelliği, x: ilgili özelliğe ait zamanı, α ve β model parametreleri ve ε rastgele hata terimidir.

Diğer bir doğrusal regresyon modeli Treynor ve Mazuy tarafından geliştirilen kuadratik regresyon modelidir ve 1983 yılında S Bhattacharya ve P. Pfleidere tarafından Stanford Üniversitesinde yürütülen ve yayımlanamayan çalışma ile birçok alanda kullanılabilir hale getirilmiştir (20).

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon \qquad (2.6.1.3)$$

Y: x zamanında gözlenen özelliği, x: ilgili özelliğe ait zamanı, β_0: incelenen özellik bakımından doğrunun y eksenini kestiği başlangıç değeri β_1 ve β_2 modele ait parametreler ve ε ise; rasgele hata terimidir (21).

2.6.2. DOĞRUSAL OLMAYAN MODELLER

Doğrusal olmayan modellerde bağımlı değişken bağımsız değişkenlerin doğrusal bir fonksiyonu değildir. Regresyon analizindeki standart varsayımlardan biri tanımlanan verilere ait modelin doğrusal olmasıdır. Ancak bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasındaki ilişki her zaman doğrusal olamadığı için, doğrusal olmayan modeller uygun dönüşümler ile doğrusal yapılabilirler (22).

2.6.2.1. LOJİSTİK MODEL

Model fonksiyonu;

$$Y = \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-\kappa x}} \qquad (2.6.2.1.1)$$

verilen eşitlikte; Y: x zamanındaki gözlenen özelliği, α: asimptotik büyüklük, β: büyüme eğrisini tanımlayan bir sabit, κ: büyüme hızını ve e: tabii logaritmayı ifade etmektedir (3).

Bu lojistik model, tutarlı olarak düşük parametre-etkisi doğrusal olmamaya sahiptir. Yine de, uygulama kullanımında (2.6.2.1.1) den de daha uygun olabilecek herhangi başka parametrelendirme olup olmadığını görmek kayda değerdir. Lojistik modelin aşağıdaki model fonksiyonları göz önüne alınmıştır:

$$Y = \frac{1}{\alpha + \exp(\beta - \gamma X)} \qquad (2.6.2.1.1.1)$$

$$Y = \frac{1}{\alpha + \beta\gamma^{X}} \qquad (2.6.2.1.1.2)$$

$$Y = \frac{\alpha}{1 + \exp(\beta)\gamma^{X}} \qquad (2.6.2.1.1.3)$$

$$Y = \frac{1}{\alpha + \exp(\beta)\gamma^{X}} \qquad (2.6.2.1.1.4)$$

$$Y = \frac{\alpha}{1 + \beta\exp(-\gamma X)} \qquad (2.6.2.1.1.5)$$

Lojistik model, burada incelenen parametrelendirmelerinin birçoğunda, tahminde doğrusala yakın davranış sergilemektedir. Böylece lojistik modelin parametrelerinin EKK tahminleri herhangi uygun bir başlangıç parametre tahminleri kümesinden elde edilmeye çalışılırken yakınsaklığı elde etmede genellikle çok az sorun olacaktır (8).

2.6.2.2. GOMPERTZ MODELİ

Gompertz modelinin model fonksiyonu;

$$Y = \alpha e\left\{-\beta e^{-\kappa x}\right\} \tag{2.6.2.2.1}$$

verilen eşitlikte; Y: x zamanındaki gözlenen özelliği, α: asimptotik büyüklük, β: büyüme eğrisini tanımlayan bir sabit, κ: büyüme hızını ve e: tabii logaritmayı ifade etmektedir (3).

Başlangıç tahminleri elde etmekte ilk adım, ki bu, bu bölümde incelenecek öteki modeller için de aynen geçerlidir, verinin X e karşı Y seklinde verilen bir grafiğini çizmektir. α_0 ile belirtilen, uygun bir başlangıç tahmini (2.6.2.2.1)'deki deki asimptot için sanal olarak, Y sonucu tarafından $X \to \infty$ iken yaklaştırılan yaklaşık maksimum değer olarak elde edilebilir. Bu durumda, (2.6.2.2.1) yeniden düzenlenerek

$$Z_0 = \log\left[-\log\left[\frac{y}{\alpha_0}\right]\right] = \beta - \gamma X \tag{2.6.2.2.2}$$

elde edilebilir. (2.6.2.2.2) ifadesi doğrusal bir modeldir ve β ve γ 'nın sırasıyla β_0 ve γ_0 ile belirtilen tahminleri Z_0 ın X üzerinde basit doğrusal regresyonuyla elde edilir.

α_0, β_0 ve γ_0 tahminler kümesi parametrelerin EKK tahminlerinin Gauss-Newton algoritmasını kullanarak ya toplamsal ya da çarpımsal hata varsayımları için elde etmekte kullanılabilir. Bununla beraber, eğer Gauss-Newton kullanılarak yakınsaklığa ulaşılamazsa, kullanıcı α nın bir α_0 tahmininin yukarıda önerilen tam yetkili süreçten daha yakın biçimde elde etmeyi denemek zorunda kalacaktır. α_0 nın deneme değerlerinin bir dizisi kullanılabilir ve her deneme değeri için (5.2.2.2) ifadesi uygulanacaktır; yani α_0ın bir fonksiyonu olan Z_0 a X üzerinden α_0 deneme değerine karşılık gelen β_0 ve γ_0 tahminlerini elde etmek için regresyon yapılacaktır. α_0, β_0 ve γ_0 ın tahminler dizisi ki bu RSS' nin

$$RSS = \sum_{t=1}^{n}\left[Y_t - E\left(Y_t\right)\right]^2 = \sum_{t=1}^{n}\left\{Y_t - \alpha_0 \exp\left[-\exp\left(\beta_0 - \gamma_0 X_t\right)\right]\right\}^2$$

(2.6.2.2.3)

ile verilen en küçük değerleriyle sonuçlanır, $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ ve $\hat{\gamma}$ EKK tahminlerine yeteri kadar yakın olabilir. Böylece Gauss-Newton algoritmasıyla yakınsama birkaç iterasyonda olacaktır (8).

2.6.2.3 ÜSTEL MODEL

Model fonksiyonu;

$$Y = \beta_0 e^{-\beta_1 x} + \varepsilon \qquad (2.6.2.3.1)$$

Burada Y: x zamanında gözlenen özelliği, x: ilgili özelliğe ait zamanı β_0 ve β_1 β_1 model parametreleri ve ε ; $\mathrm{E}\left(\varepsilon\right) = 0$ ve $\mathrm{var}(\varepsilon) = \sigma^2$ olacak şekilde korelasyonlu olmayan bir hata terimidir (8).

2.7. DOĞRU MODELİN SEÇİMİ

İstatistiksel analizin temel zorluklarından biri, uygun olan modeli seçmek, kestirmek ve boyutunu belirlemektir. Bu zorluk istatistiksel modelin çok parametre içermesi durumunda daha ağırlık kazanmaktadır. Model değerlendirmenin temel amacı gözlenen verileri iyi anlamaktır. Araştırmacı istatistiksel model tanımlanabilirliği veya değerlendirilmesi olarak adlandırılan yöntem yoluyla modelin kalitesini inceler ve doğru modele ulaşmak için araştırma yapar. Özellikle son yıllarda literatürde model seçimi veya model değerlendirme konularının ne denli önemli olduklarının farkına varılmıştır. Problem, mevcut veri kümesine uygun bir model seçim kriteri yoluyla farklı modeller arasından en uygun olanının nasıl seçileceğini ortaya çıkarmaktır. Verilen veri kümesini tanımlamak için karşılaştırılan modellerden birinin seçiminde parametre yalınlığını gösteren basit kriterler vardır. Yalınlık için genel kural daha basit (yalın) modelin, daima daha karmaşık bir modele tercih edilmesidir. En iyi modelin, en az karmaşık veya en yüksek bilgiye sahip model olduğu unutulmamalıdır (23).

2.7.1. AKAİKE BİLGİ KRİTERİ

Akaike; 1973, 1974, 1977, ve 1981'de ardı ardına yayınladığı çalışmalar ile istatistiksel veri modelleme, istatistiksel model tanımlanabilirliği veya değerlendirmesi ile ilgili alanların temelini atan ilk araştırmacılardan biri olarak kabul edilmektedir. Akaike, model karmaşıklığını dikkate alan karşılaştırılacak modeller sınıfından, veri analizinde yalın bir model ve en uygun tanımlanabilirlik için bilgi kriterleri olarak da adlandırılan Akaike tipi bilgi kriterlerini geliştirmiştir. "Bilgi kriterleri" terimi, AIC'in çıkarımına temel olan Kullback-Leiber Bilgisinden ortaya çıkmıştır. AIC, Neyman ve Pearson; Wald; Kullback gibi birçok araştırmacının çalışmalarında oldukça mantıksal anlatımla incelenmiş olan çok yönlü ve basit bir yöntemdir (24).

θ, k boyutlu bilinmeyen parametreler vektörü; $\hat{\theta}$, θ nın EÇO kestiricisi ve $L\left(\hat{\theta}\right)$, k bilinmeyen parametreli olabilirlik fonksiyonu olmak üzere AIC maksimum likelihood için aşağıdaki gibi tanımlanmıştır;

$$AIC = -2\log L\left(\hat{\theta}\right) + 2k \qquad (2.7.1.1)$$

k bilinmeyen parametreli olabilirlik fonksiyonu, n örneklem büyüklüğü olmak üzere AIC, EKK için aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (10);

$$AIC = n\log\left(\frac{RSS}{n}\right) + 2k \qquad (2.7.1.2)$$

En küçük AIC değerine sahip model en iyi modeldir. AIC, ortalama beklenen olabilirliğin logaritmasının -2 katının yansız kestiricisidir. Eşitlik (2.7.1.1)'de ilk terim, parametre kestiriminde EÇO yöntemi kullanıldığında uyum kötülüğünün veya yanlılığın bir ölçümü olduğu için uyum eksikliği terimidir. İkinci terim ise karmaşıklık güvenilirliğini azalttığı için cezanın (penalty) bir ölçümü veya birinci terimdeki yanlılığı telafi etmenin bir ölçümü olduğu için ceza terimi olarak adlandırılır (23).

Daha sonraki dönemlerde Hurvich ve Tsai' (25) nin küçük örnek zaman serisi regresyon modeleri için kullanılan eğilimsiz AIC' den türetmiş oldukları AIC_c aşağıdaki gibidir (26).

$$AIC_c = AIC + 2k\left(k+1\right)/\left(n-k-1\right) \qquad (2.7.1.3)$$

AIC' nin bazı özelliklerini şöyle sıralayabiliriz.

- Model karşılaştırmalarında her zaman en düşük AIC değerini veren model tercih edilir.
- AIC sadece seçili örnek büyüklüğü içinde değil aynı zamanda seçili örnek

büyüklüğü dışındaki gelecek tahmini içinde geçerlidir.

- Yuvalanmış, yuvalanmamış ve gecikmeli modellerde rahatlıkla kullanılabilir (27).

2.7.2 SCHWARZ BİLGİ KRİTERİ

SIC kriteri de AIC' ye benzemektedir. Formülü aşağıdaki gibidir:

$$SIC = n^{k/n} \frac{\sum \hat{u}^2}{n} = n^{k/n} RSS/n \qquad (2.7.2.1)$$

Logaritmik form ise; .

$$\ln SIC = \frac{k}{n} \ln n + \ln\left(RSS/n \right) \qquad (2.7.2.2)$$

$k/n \ln n$ sınırlama faktördür.

SIC' nin bazı özelliklerini belirtmek istersek;

- SIC, AIC' ye göre yeni değişkenlerin modele eklendiğinde ortaya çıkacak durumu değerlendirme hususunda daha dikkatli düzenlenmiştir.
- SIC her zaman AIC' den daha düşük çıkar.
- AIC' de olduğu gibi sadece seçili örnek büyüklüğü içinde değil aynı zamanda seçili örnek büyüklüğü dışındaki gelecek tahmini içinde geçerlidir (27).

3. GEREÇ VE YÖNTEM

Araştırma, İnönü Üniversitesi Turgut Özal Tıp Merkezi Kardiyoloji bölümüne müracaat eden hiperlipidemi hastalarının bir grubu üzerinde gerçekleştirilmiştir. Veriler, Kardiyoloji polikliniğinde tedavi gören hastaların 01.09.2010 - 31.07.2011 tarihleri arasındaki kayıtlarından retrospektif olarak elde edilmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak hasta dosyaları ve vaka kayıtları kullanılmıştır. Eksik ve hatalı veriler ile aşırı değişkenlik sorunlarının önlenebilmesine yönelik denetimler ve gerekli ise işlemler yapılmıştır. Veri toplama sürecinde ilgili kayıtlar bilgisayara girilerek, gerekli analiz ve modellemelerin yapılabilmesi amacıyla saklanmıştır.

Araştırmada elde edilen verilerin çözümlenmesi için SPSS ve NCSS paket programları kullanılmıştır. Bu çalışmada aşağıda açıklanan değişik regresyon modellerinden veriye iyi uyum gösterenler incelenmiştir.

4.BULGULAR

Araştırma 671 (%52,4) erkek ve 607 (%47,6) kadın, toplam 1278 hiperlipidemi hasta üzerinde yapılmıştır. Büyüme eğrilerinin uyumunun incelenmesinde açıklayıcılık katsayısı R^2, HKO, AIC ve SIC bilgi kriteri değerleri dikkate alındığında, Doğrusal, Üstel, Kuadratik, Lojistik ve Gompertz modelleri, hastaların Kolesterol, Trigliserit, HDL ve LDL değerlerinin bulunmasında başarılı sonuçlar vermiştir.

Söz konusu modeller kullanılarak kadın hastalar için incelenen modellere ait parametre (katsayı) tahminleri, standart hataları, açıklayıcılık katsayısı, HKO ve bilgi kriteri değerleri Tablo 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8 de verilmiştir. Hemen her yaş grubu için tablo değerleri incelendiğinde, kadın ve erkek hastalar için uyum iyiliği ölçütleri olan HKO' nun küçüklüğü, R^2 değerlerinin büyüklüğü ve bilgi kriterlerinin küçüklüğü bakımından değerlendirildiğinde, kadın hastalarda; Kolesterol değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Kuadratik model, LDL değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Gompertz büyüme modeli, Trigliserit değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Lojistik büyüme modeli, HDL değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Üstel modeldir.

Erkek hastalarda ise; Kolesterol değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Gompertz büyüme modeli, LDL değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Doğrusal model, Trigliserit değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Üstel model, HDL değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Doğrusal modeldir.

Bu sonuçlardan kadın hastalarda, Kolesterol değerleri için Kuadratik model, LDL değerleri için Gompertz büyüme modeli, Trigliserit değerleri için Lojistik büyüme modeli, HDL değerleri için Üstel modeldir. Aynı şekilde erkek hastalarda Kolesterol değerleri için Gompertz büyüme modeli, LDL değerleri için Doğrusal model, Trigliserit değerleri için Üstel model, HDL değerleri için Doğrusal model yaşa göre kolesterolü tanımlama da diğer modellerden daha başarılıdır.

Tablo 4.1: Kadın hiperlipidemi hastalarına ilişkin modellere ait değerler (Kolesterol)

Model	Parametre	Tahmin	Standart Hata	Açıklayıcılık Katsayısı R^2	Hata Kareler Ortalaması HKO	Bilgi Kriterleri	
						AIC	SIC
Doğrusal	α	208.140	4.658	0.390	106.384	110.539	118.915
	β	0.464	0.081				
Kuadratik	β_0	160.634	12.283	0.543	81.217	105.870	95.927
	β_1	2.424	0.483				
	β_2	-0.018	0.004				
Üstel	β_0	209.779	4.306	0.382	107.738	110.830	120.429
	β_1	-0.001	0.000				
Gompertz	α	242.399	3.114	0.525	84.435	106.764	99.728
	β	0.067	0.023				
	κ	-3.159	10.220				
Lojistik	α	242.253	2.989	0.527	84.136	106.683	99.375
	β	0.951	0.608				
	κ	0.070	0.023				

Tablo 4.2: Kadın Hiperlipidemi hastalarına ilişkin modellere ait değerler (LDL).

Model	Parametre	Tahmin	Standart Hata	Açıklayıcılık Katsayısı R^2	Hata Kareler Ortalaması HKO	Bilgi Kriterleri	
						AIC	SIC
Doğrusal	α	135.508	2.814	0.506	32.417	75.630	36.504
	β	0.332	0.048				
Kuadratik	β_0	120.383	8.833	0.539	30.889	76.165	36.885
	β_1	0.929	0.333				
	β_2	-0.005	0.002				
Üstel	β_0	136.716	2.558	0.501	32.714	75.820	36.838
	β_1	-0.002	0.000				
Gompertz	α	161.328	2.624	0.563	29.299	75.063	34.986
	β	0.052	0.018				
	κ	-9.386	12.283				
Lojistik	α	161.125	2.493	0.562	29.350	75.100	35.048
	β	0.710	0.360				
	κ	0.056	0.018				

Tablo 4.3: Kadın Hiperlipidemi hastalarına ilişkin modellere ait değerler (rigliserid).

Model	Parametre	Tahmin	Standart Hata	Açıklayıcılık Katsayısı R^2	Hata Kareler Ortalaması HKO	Bilgi Kriterleri	
						AIC	SIC
Doğrusal	α	78.902	10.194	0.505	521.906	147.147	583.383
	β	1.305	0.180				
Kuadratik	β_0	-5.297	25.935	0.601	428.808	144.168	506.475
	β_1	4.814	1.023				
	β_2	-0.032	0.009				
Üstel	β_0	95.235	7.359	0.471	557.639	148.671	623.325
	β_1	-0.008	0.001				
Gompertz	α	177.128	9.014	0.598	432.237	144.352	510.525
	β	0.060	0.018				
	κ	17.674	3.298				
Lojistik	α	174.616	7.424	0.602	428.225	144.137	505.785
	β	5.859	3.481				
	κ	0.075	0.020				

Tablo 4.4: Kadın Hiperlipidemi hastalarına ilişkin modellere ait değerler (HDL).

Model	Parametre	Tahmin	Standart Hata	Açıklayıcılık Katsayısı R^2	Hata Kareler Ortalaması HKO	Bilgi Kriterleri	
						AIC	SIC
Doğrusal	α	57.595	1.710	0.451	13.676	50.820	15.562
	β	-0.178	0.031				
Kuadratik	β_0	59.836	5.033	0.454	13.945	52.713	17.010
	β_1	-2.272	0.198				
	β_2	0.000	0.001				
Üstel	β_0	58.564	2.024	0.453	13.630	50.759	15.509
	β_1	0.003	0.000				
Gompertz	α	2970.007	210544.75	0.452	13.989	52.768	16.962
	β	-0.0009	0.013				
	κ	-1505.84	43406.27				
Lojistik	α	18299.52	36666726.5	0.452	13.980	52.759	16.953
	β	311.483	628245.88				
	κ	-0.003	0.019				

Tablo 4.5: Erkek Hiperlipidemi hastalarına ilişkin modellere ait değerler (Kolesterol).

Model	Parametre	Tahmin	Standart Hata	Açıklayıcılık Katsayısı R^2	Hata Kareler Ortalaması HKO	Bilgi Kriterleri	
						AIC	SIC
Doğrusal	α	206.881	4.950	0.443	98.272	74.833	113.258
	β	0.490	0.094				
Kuadratik	β_0	192.142	12.890	0.468	96.765	76.125	119.570
	β_1	1.152	0.543				
	β_2	-0.006	0.005				
Üstel	β_0	208.219	4.564	0.439	98.971	74.125	108.241
	β_1	-0.002	0.000				
Gompertz	α	243.727	6.940	0.483	94.058	76.125	119.570
	β	0.044	0.024				
	κ	-21.962	21.900				
Lojistik	α	243.369	6.567	0.482	94.160	76.125	119.570
	β	0.421	0.206				
	κ	0.047	0.025				

Tablo 4.6: Erkek Hiperlipidemi hastalarına ilişkin modellere ait değerler (LDL).

Model	Parametre	Tahmin	Standart Hata	Açıklayıcılık Katsayısı R^2	Hata Kareler Ortalaması HKO	Bilgi Kriterleri	
						AIC	SIC
Doğrusal	α	129.678	2.611	0.733	19.878	47.250	23.022
	β	0.425	0.045				
Kuadratik	β_0	130.062	6.164	0.733	20.516	49.247	25.534
	β_1	0.408	0.253				
	β_2	0.000	0.002				
Üstel	β_0	131.003	2.347	0.733	19.892	47.259	23.037
	β_1	-0.002	0.000				
Gompertz	α	714.753	7159.97	0.733	20.518	49.249	25.536
	β	0.001	0.011				
	κ	293.449	5127.53				
Lojistik	α	405.109	1729.813	0.733	20.521	49.250	25.539
	β	2.109	13.188				
	κ	0.004	0.011				

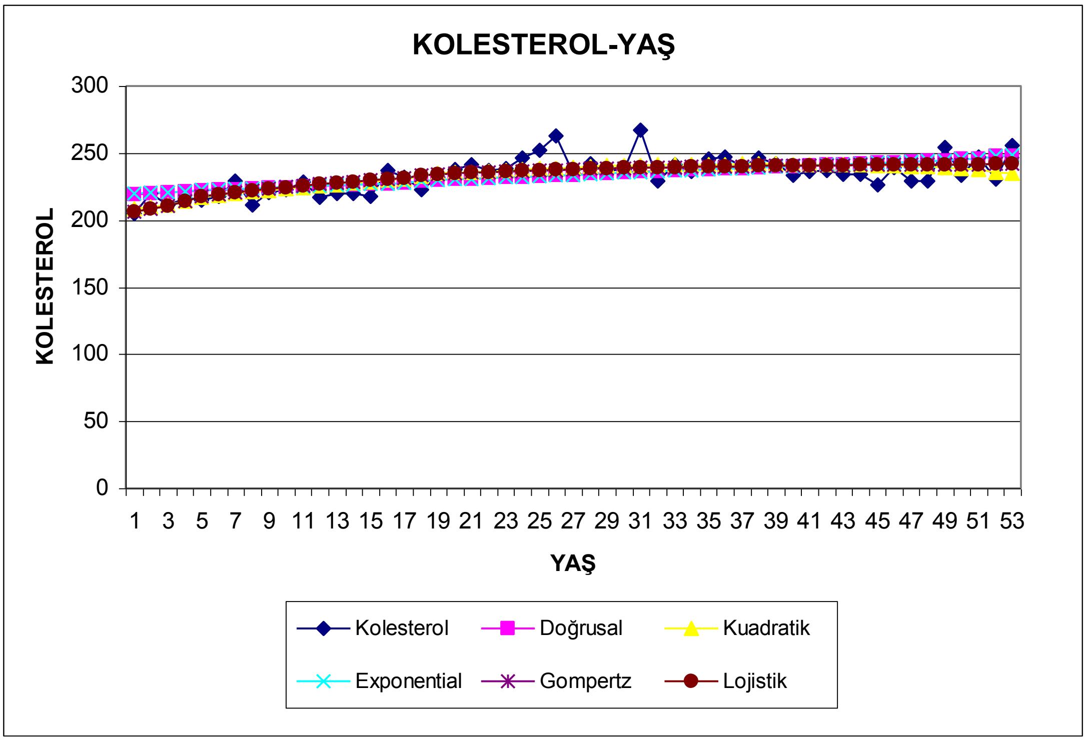
Tablo 4.7: Erkek Hiperlipidemi hastalarına ilişkin modellere ait değerler (Trigliserit).

Model	Parametre	Tahmin	Standart Hata	Açıklayıcılık Katsayısı R^2	Hata Kareler Ortalaması HKO	Bilgi Kriterleri	
						AIC	SIC
Doğrusal	α	78.668	14.812	0.470	839.746	114.225	995.283
	β	1.450	0.256				
Kuadratik	β_0	81.594	37.173	0.470	863.556	76.125	1096.397
	β_1	1.320	1.534				
	β_2	0.001	0.014				
Üstel	β_0	92.801	10.195	0.471	839.025	114.211	962.588
	β_1	-0.009	0.001				
Gompertz	α	87217.57	1277284	0.470	863.823	116.223	1060.063
	β	0.001	0.041				
	κ	1291.11	4943.59				
Lojistik	α	1708706	396009	0.471	863.003	116.211	1059.288
	β	18411.91	428206				
	κ	0.009	0.020				

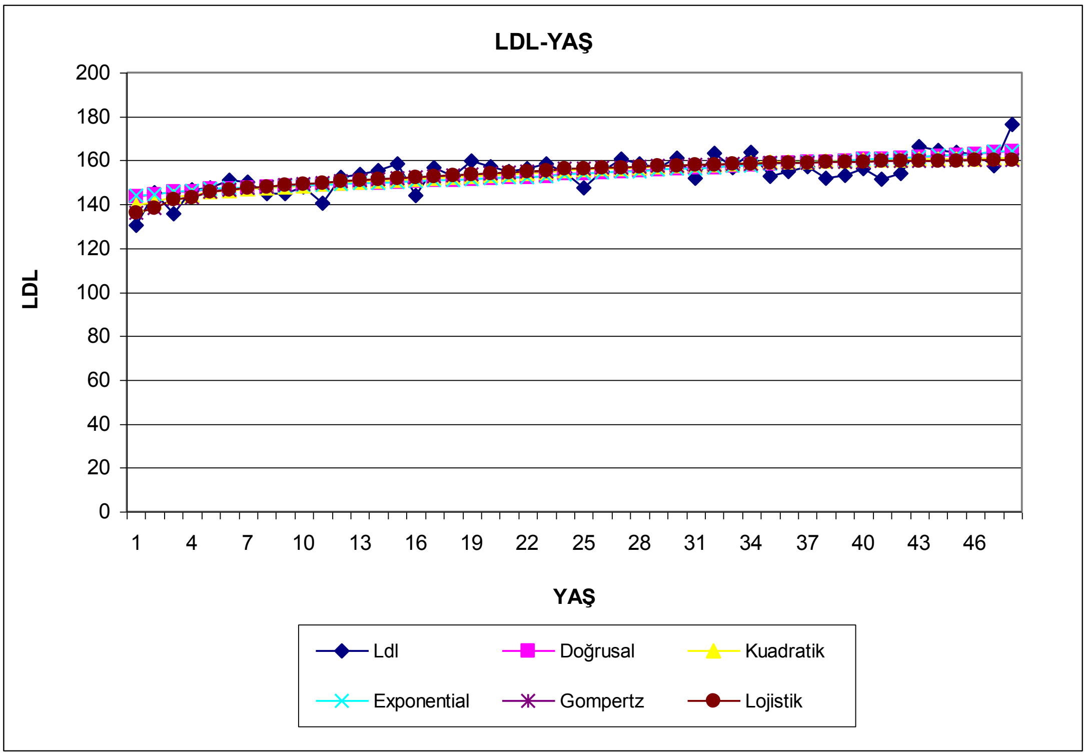
Tablo 4.8: Erkek Hiperlipidemi hastalarına ilişkin modellere ait değerler (HDL).

Model	Parametre	Tahmin	Standart Hata	Açıklayıcılık Katsayısı R^2	Hata Kareler Ortalaması HKO	Bilgi Kriterleri	
						AIC	SIC
Doğrusal	α	50.672	1.752	0.489	9.975	37.068	11.552
	β	-0.169	0.030				
Kuadratik	β_0	50.831	4.610	0.489	10.296	39.067	12.814
	β_1	-0.176	0.184				
	β_2	0.000	0.001				
Üstel	β_0	51.560	2.067	0.488	9.979	37.074	11.557
	β_1	0.004	0.000				
Gompertz	α	362.319	8156.964	0.489	10.299	39.071	12.817
	β	-0.001	0.019				
	κ	-356.655	9755.595				
Lojistik	α	212.755	3530.432	0.488	10.300	39.073	12.819
	β	3.146	68.573				
	κ	-0.005	0.020				

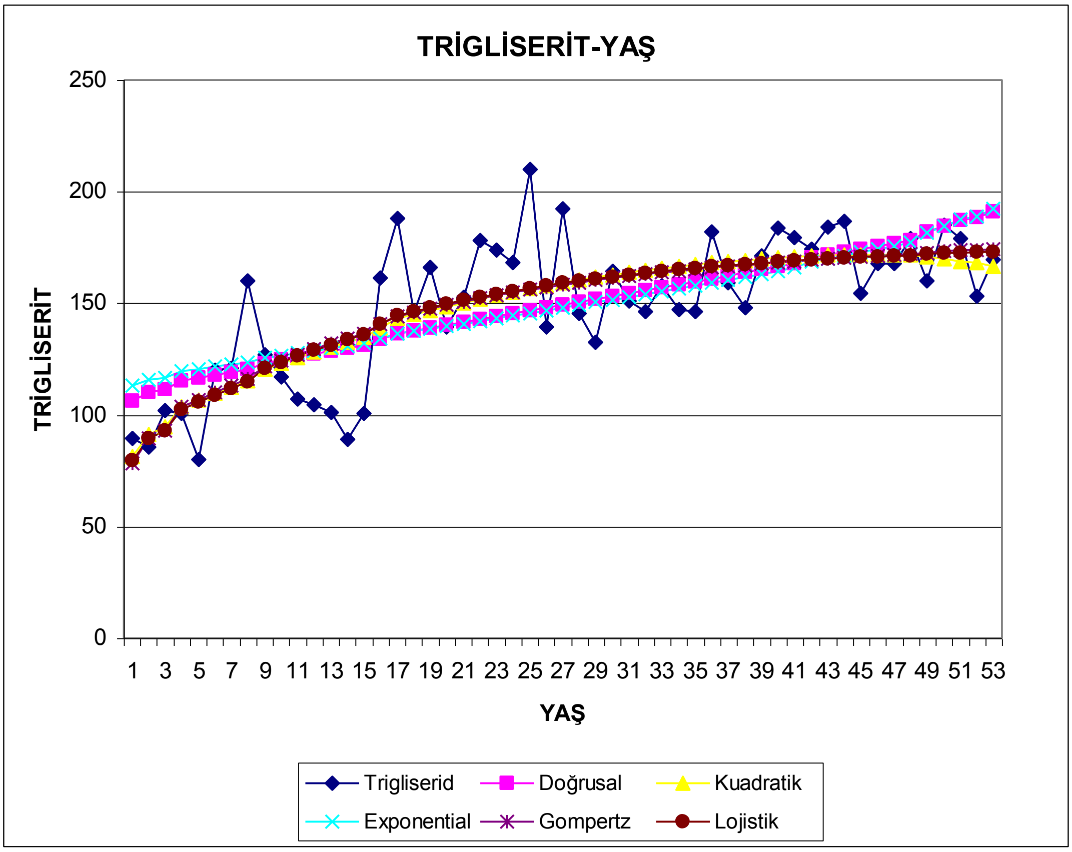
Kadın hastalarda Kolesterol, LDL, Trigliserit ve HDL değerlerine ilişkin tahmin modellerine ait grafik Şekil 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 ‘de verilmiştir.



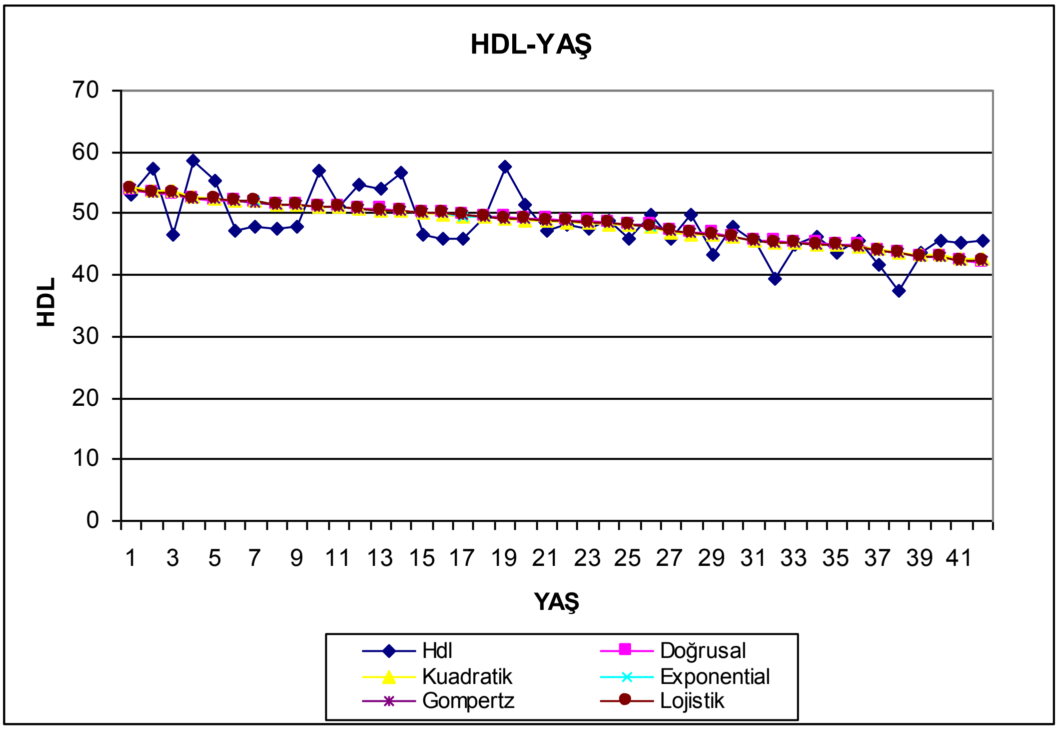
Şekil 4.1: Kadın hastalarda Kolesterol değerlerine ilişkin tahmin modellerine ait grafik



Şekil 4.2: Kadın hastalarda LDL değerlerine ilişkin tahmin modellerine ait grafik

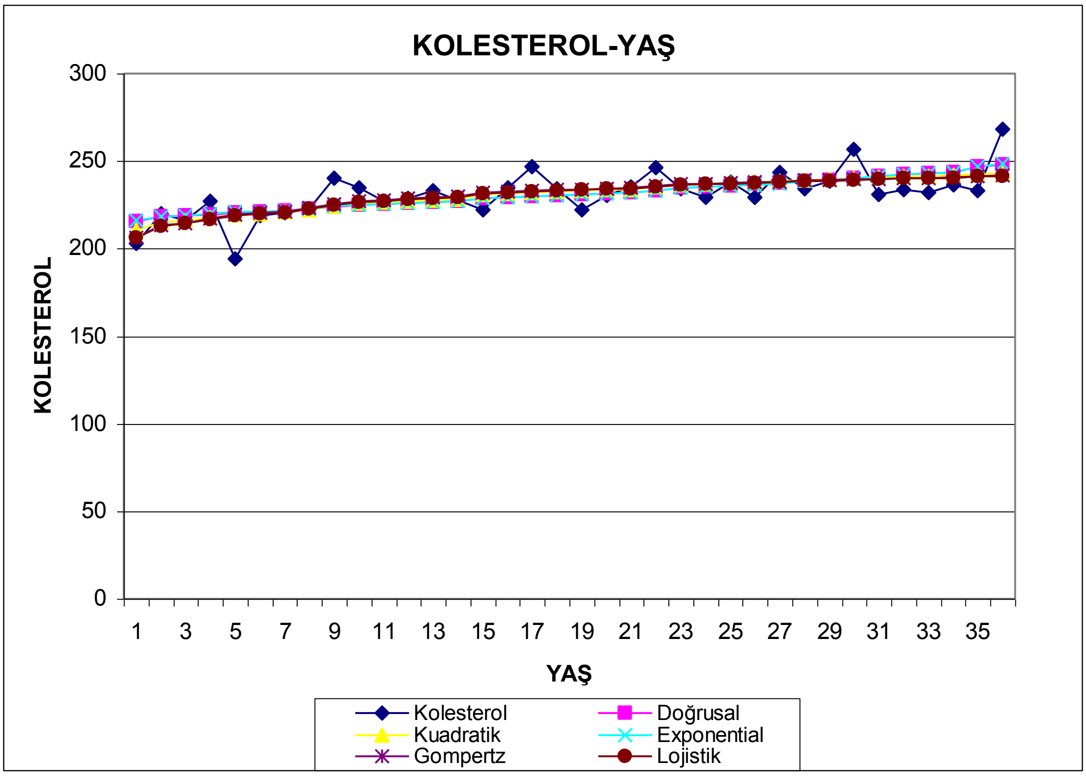


Şekil 4.3: Kadın hastalarda Trigliserit değerlerine ilişkin tahmin modellerine ait grafik

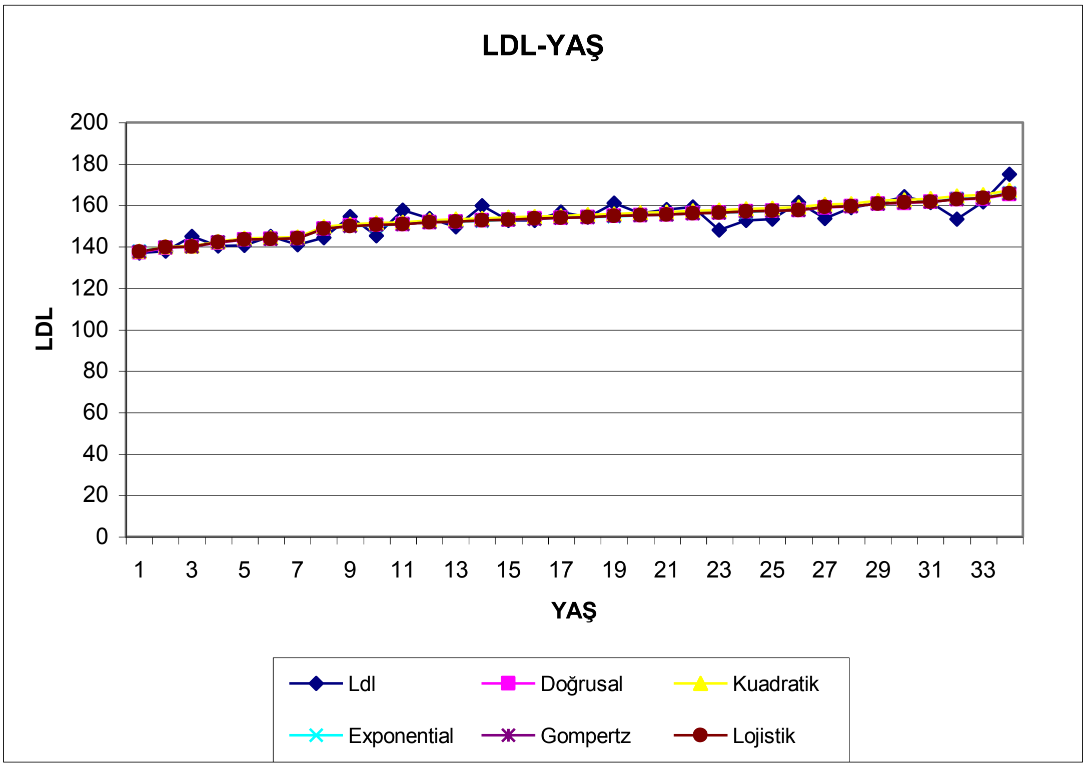


Şekil 4.4: Kadın hastalarda HDL değerlerine ilişkin tahmin modellerine ait grafik

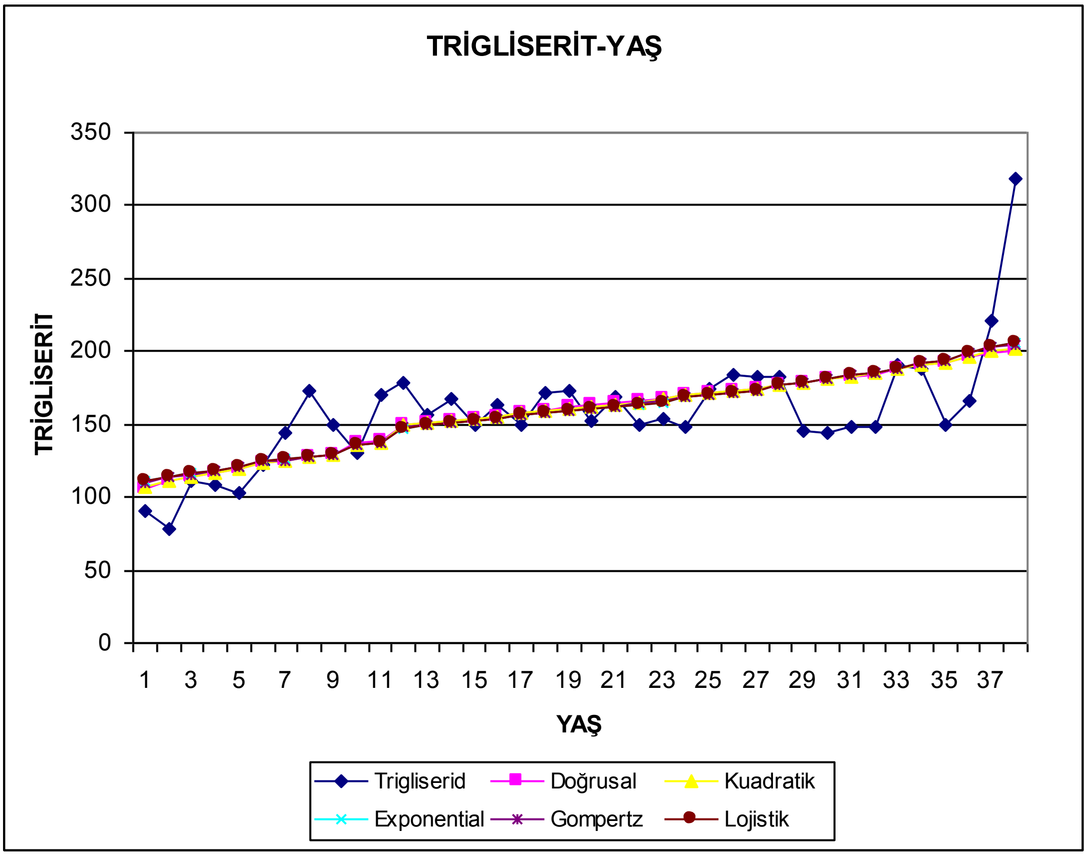
Erkek hastalarda Kolesterol, LDL, Trigliserit ve HDL değerlerine ilişkin tahmin modellerine ait grafik Şekil 4.5, 4.6, 4.7, 4.8 ‘de verilmiştir.



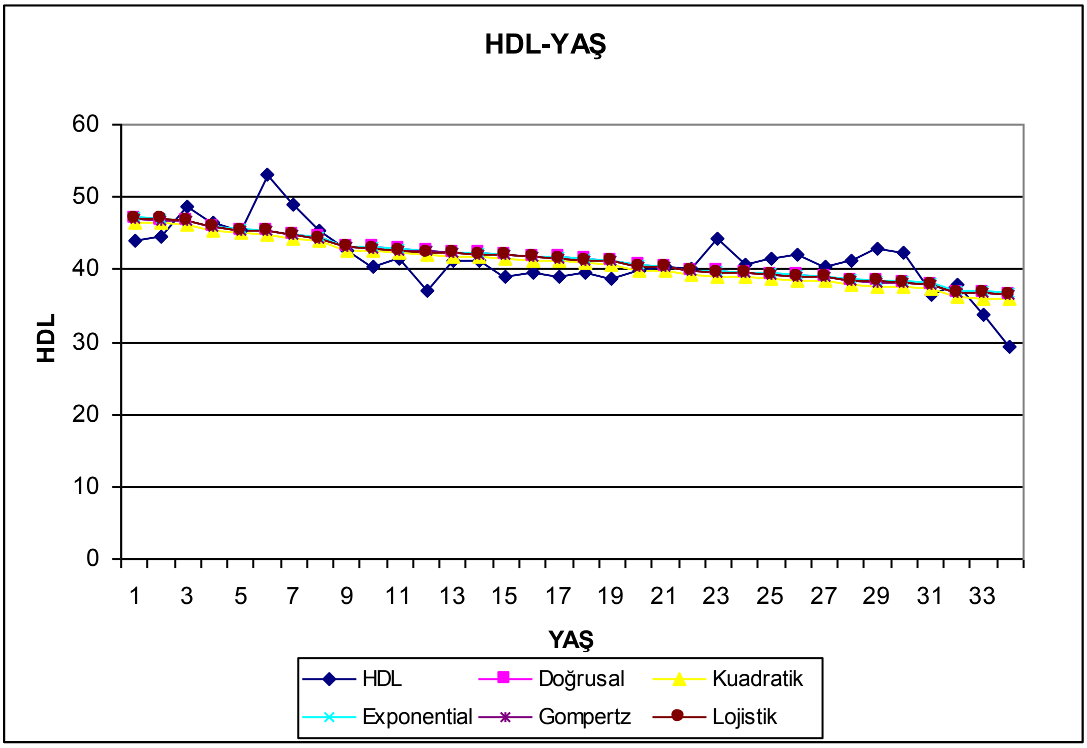
Şekil 4.5: Erkek hastalarda Kolesterol değerlerine ilişkin tahmin modellerine ait grafik



Şekil 4.6: Erkek hastalarda LDL değerlerine ilişkin tahmin modelleri



Şekil 4.7: Erkek hastalarda Trigliserit değerlerine ilişkin tahmin modellerine ait grafik



Şekil 4.8: Erkek hastalarda HDL değerlerine ilişkin tahmin modellerine ait grafik

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Kolesterol yaşam için gerekli olan mum kıvamında yağımsı bir maddedir. Beyin, sinirler, kalp, bağırsaklar, kaslar ve karaciğer başta olmak üzere tüm vücutta yaygın olarak bulunur. Kanda çok az miktarda kolesterol bulunması yeterliyken, her zaman istenilen değerde olmayıp, yüksek değerde seyredebilir. Kanda kolesterol düzeyinin yüksek olması da, kalp ve beden sağlığı için çok önemli bir risk faktörünü oluşturur. Kanda kolesterol yüksek bulununca, bu yağ kıvamındaki madde yıllar içinde yavaş yavaş damar duvarında birikir. Bunun sonucunda kan damarları sertleşir, daralır, hatta tıkanır. Kolesterolün yüksek olması sadece kalp sağlığını etkilemez. Yüksek kolesterol aynı zamanda beyni besleyen damarlarda tıkanma veya daralma, felç, konuşma bozukluğu, dengesiz yürüme ve bilinç kaybına da yol açar. Bununla birlikte, sanılanın aksine kolesterol ile yüksek tansiyon arasında doğrudan bir ilişki yoktur. Ama her ikisi de birbirlerinin kan damarlarına verdiği zararı artırır, ortaya çıkmasını kolaylaştırır. Kolesterolün beden sağlığı üzerindeki etkileri oldukça fazladır ve yüksek tansiyon gibi genellikle belirti vermeden sinsi bir şekilde ilerler. Bazı kişilerin ise ciltlerinde ve göz bebeklerinde hafif sarı bir renk değişimi görülür. Kolesterol testi ana damarların sağlığı hakkında bilgi edinilmesini ve dünyadaki ölüm nedenleri arasında birinci sırada yer alan kalp krizinin ilk sinyallerinin alınmasını sağlar (30).

Bu çalışmada yaşa göre kolesterol ölçümlerinin tahmininde değişik modeller kullanılarak büyüme eğrileri çizilmiştir. Tahmin edilen bu modeller kullanılarak kolesterol değerleri tahmin edilebilir. Böylece normalden sapmaların değerlendirilmesinde bu modellerden yararlanılabilir. Tahmin modellerin veri yapısına uyumunun bir göstergesi açıklayıcılık katsayısı R^2 değeridir. Açıklayıcılık katsayısının büyüklüğü modelde kullanılan bağımsız değişkenin ve modelin bağımlı değişkeni açıklama düzeyini gösteren bir ölçüttür.

Kadın ve erkek hastalar için oluşturulan Doğrusal, Kuadratik, Üstel, Gompertz, Lojistik tahmin modellerine ait açıklayıcılık katsayısı değerleri, kadın hastalarda % 45 ile % 60 arasında gerçekleşmiştir. Tahmin modelleri arasında uyumun bir göstergesi olan R^2 açısından kadın hastalarda; Kolesterol değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Kuadratik model ve R^2 değeri % 54, LDL değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Gompertz büyüme modeli ve R^2 değeri % 56, Trigliserit değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Lojistik büyüme modeli ve R^2 değeri % 60, HDL değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Üstel model ve R^2 değeri % 45' dir.

Erkek hastalar için oluşturulan Doğrusal, Kuadratik, Üstel, Gompertz, Lojistik tahmin modellerine ait açıklayıcılık katsayısı değerleri ise % 45 ile % 73 arasında gerçekleşmiştir. Tahmin modelleri arasında uyumun bir göstergesi olan R^2 açısından erkek hastalarda; Kolesterol değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Gompertz büyüme modeli ve R^2 değeri % 48, LDL değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Doğrusal model ve R^2 değeri % 73, Trigliserit değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Üstel model ve R^2 değeri % 47, HDL değerleri için uyum iyiliği ölçütleri en iyi büyüme modeli Doğrusal model ve R^2 değeri % 48' dir.

R^2 değerlerinin yüksek olması modelin açıklayıcılık oranının yüksek olduğu anlamına gelmektedir. Çalışmada açıklayıcılık katsayısı; hastaların yaşına göre incelenen değişkenlerin değerlerini tahmin etme düzeyini ifade etmektedir. Kalan kısmı açıklamada ise başka etmenlerin olabileceği düşünülebilir. Yapılan regresyon çalışmalarında kullanılan veriler ile oluşturulan modeller arasında fark çıkması beklenebilir. Bu farkın mümkün olduğunca küçük olması, model tahminlerinde arzu edilen bir durumdur. Bu amaçla hesaplanan HKO ve bilgi kriteri değerleri bu kapsamda modelin uyumu açısından dikkate alınmıştır.

Doğrusal, Kuadratik, Üstel, Gompertz ve Lojistik büyüme modellerine ilişkin, belirli aralıktaki yaş grupları için oluşturulan Kolesterol, LDL, Trigliserit ve HDL değerleri için çizilen grafiklerde, eğrilerin benzer oldukları görülmektedir.

Sonuç olarak, doğrusal olmayan hiperlipidemik değerlerin tahmininde değişik modellerin farklı performans gösterdiği belirlenmiştir. Hiperlipidemi değerleri izleminde, bu modellerden elde edilen büyüme eğrilerinin kullanılmasının yararlı olacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

1- Çevik, M. (2009). Doğrusal Olmayan Bayesçi Regresyon ve Yüksek Frekanslı Ses Sistemlerinde Bir Uygulama. Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul.

2- Şahinbaşoğlu, Z,Z. (2005). Doğrusal Olmayan Regresyonda Bazı Eğrisellik Ölçüleri. Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul.

3- Alasulu, N., Çolak. C., Orman, M.N., Şahin, F., Duyan, A.Ç. (2006). 0–2 Yaş sağlıklı çocukların baş çevresine ilişkin gelişimin izlenmesi için büyüme eğrileri, *Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi Mecmuası,* 59, 89–92.

4- Bayram, B., Akbulut, Ö. (2009). Esmer ve Siyah Alaca Sığırlarda Büyüme Eğrilerinin Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Modellerle Analizi. *Hayvansal Üretim,* 50(2), 33–40.

5- Yıldızbakan, A., Yılmaz, E., Akgün, C. (2005). Von Bertalanffy Boyca Büyüme Modelinin Okaliptüste (Eucalyptus grandis W. Hill ex Maiden) Uygulanması. *Doğu Akdeniz Ormancılık Araştırma Müdürlüğü Doa Dergisi,* 11, 35 – 52.

6- Yıldız, G., Soysal, M.İ., Gürcan, E.K. (2009). Tekirdağ İlinde Yetiştirilen Karacabey Merinosu x Kıvırcık Melezi Kuzularda Büyüme Eğrisinin Farklı Modellerle Belirlenmesi. *Tekirdağ Ziraat Fakültesi Dergisi*, 6(1), 11–19.

7- Çolak, C., Orman, M.N., Ertuğrul, O. (2006). Simental x Güney Anadolu Kırmızısı sığırlarına ait beden ölçüleri için basit doğrusal ve lojistik büyüme modeli. *Ankara Üniv Vet Fak Derg,* 53, 195-199.

8- Ünlü, A.R. (2006). Doğrusal Olmayan Regresyon Modelleri ve Bilgisayarlı Çözümleme. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

9- Ryan, T.P. (1997). Modern Regression Methods. John WileySons, New York.

10- Hu, S. (2007). Center for Research in Scientific Computation North Carolina State University, Raleigh.

11-Alma, Ö.G. (2008). Regresyon Analizinde Kullanılan EN KÜÇÜK KARELER ve En Küçük Medyan Kareler Yöntemlerinin Karşılaştırılması. *Fen Edebiyat Fakültesi Fen Dergisi* 3(2), 219-229.

12- Tüzüntürk, S. (2007). *Ekonometri Bölümü Mezunlarının Çalışma Hayatına Girişi: Deneysel Bir Alan Araştırması*. 8. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu: 24 - 25 Mayıs 2007 - Malatya.

13- Börüban, C. (2009). Firmaların Mali Başarısızlıklarının Ön Görülmesinde Diskirminant Analizi ve Lojistik Regresyon Analizi Yöntemlerinin Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi. İstanbul.

14- Bickel, P., Doksum, K. (2005). Mathematical Statistics Basic Ideasand Selected Topics vol.1, Prentice Hall, Upper Saddle River.

15- Güriş, S.,Çağlayan, E., (2000), "Ekonometri Temel Kavramlar", İstanbul: DER Yayınları.

16- Gujarati, D.N. Temel Ekonometri. (2001) (Ü.Senesen ve G.G.Senesen çev.). İstanbul: Literatür Yayıncılık.

17- Çil, B. (2005). *İstatistik*. Ankara: Detay Yayıncılık.

18- Erbaş, S.O. (2007). *Olasılık ve İstatistik*. Ankara: Gazi Kitabevi.

19- Coggin, T.D., Fabozzi, F.J., Rahman, S. (1993). The Investment Performance of US Equity Pensionfund Managers: An Emprical Investigation. *Journal of Finance*, 48, 3.

20- Arslan, M. (2005). A Tipi Yatırım Fonlarında Yöneticilerin Zamanla Kabiliyeti ve Performans İlişkisi Analizi. *Ticaret ve Turizm Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2, 5.

21- Bayram, B., Akbulut, Ö. (2009). Esmer ve Siyah Alaca Sığırlarda Büyüme Eğrilerinin Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Modellerle Analizi. *Hayvansal Üretim,* 50(2), 33–40.

22- Alpar, R. Çoklu doğrusal regresyon. (1997). *Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Yöntemlere Giriş-I*. Ankara: Bağırgan Yayınevi.

23- Bozdoğan, H. (1987). Model selection and Akaike's information criterion (AIC): the general theoryandits analytic alextensions. *Psychometrika,* 3, 345-370.

24- Haughton, D.M.A. Oud, H.L.J., Jansen, R.A.R.G. (1997). Information and other criteria in structural equation model selection ,*Communuciation in Statistics*, 26(4), 1477-1516.

25- Hurvich, C.M., Tsai, C. (1989). Regression and Time Series Model Selection in Small Samples. *Biometrika,* 76, 297-307.

26- Zucchini, W. (2000). An Introductionto Model Selection. *Journal of Mathematical Psychology,* 44, 41-61.

27- Ucal, M.Ş. (2006). Ekonometrik Model Seçim Kriterleri Üzerine Kısa Bir İnceleme. *İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi,* 7 (2), 6.

28- Gök, İ.Y. (2009). Vadeli Piyasalarda Samuelson Hipotezinin Geçerliliğinin Garch Ve Lineer Regresyon Modelleriyle Test Edilmesi: Vadeli İşlem Ve Opsiyon Borsası'nda Bir Uygulama. Yüksek Lisans Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi, Isparta.

29- Çelik, Y. (2011). *Nasıl? Biyoistatistik Bilimsel Araştırma SPSS.* ISBN 978-605-62409-0-4

30- Türk Kardiyoloji Derneği. Erişim: 06 Mayıs 2011, http://www.tkd.org.tr/menu/288

ÖZGEÇMİŞ

Emre Dirican 1985'te Malatya'da doğdu. Harran Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik bölümünden 2009 yılında mezun oldu. 2009 yılından beri, İnönü Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Biyoistatistik ve Tıp Bilişimi Anabilim dalında yüksek lisans yapmaktadır.