

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ ENERJİ ENSTİTÜSÜ

**REZONANS İNTEGRALLERİNİN HESAPLANMASINDA
SAYISAL BİR YÖNTEM**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tayfun TANBAY

Anabilim Dalı : Enerji Bilim ve Teknoloji

Programı : Enerji Bilim ve Teknoloji

OCAK 2010

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ ENERJİ ENSTİTÜSÜ

**REZONANS İNTEGRALLERİNİN HESAPLANMASINDA
SAYISAL BİR YÖNTEM**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Tayfun TANBAY
(301071026)**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 24 Aralık 2009

Tezin Savunulduğu Tarih: 29 Ocak 2010

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Bilge ÖZGENER (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri: Prof. Dr. Melih GEÇKİNLİ (İTÜ)
Prof. Dr. Serhat ŞEKER (İTÜ)**

OCAK 2010

ÖNSÖZ

Bu çalışmada büyük emeği olan, bana yol gösteren, destek olan, zamanını ayıran hocam sayın Prof. Dr. Bilge Özgener'e teşekkür ederim. Ayrıca çalışmanın her evresinde değerli görüşlerini paylaşan hocam sayın Prof. Dr. Atilla Özgener'e teşekkür ederim.

Tüm eğitim hayatım boyunca beni destekleyen, bugünlere gelmemi sağlayan annem Serpil Tanbay'a ve çalışmam sırasında benden desteğini esirgemeyen eşim Derya Dođu'ya sevgi ve teşekkürlerimi sunarım.

Aralık 2009

Tayfun Tanbay
Makine-Kimya Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

KISALTMALAR	vii
ÇİZELGE LİSTESİ	ix
ŞEKİL LİSTESİ	xi
SEMBOL LİSTESİ	xiii
ÖZET	xv
SUMMARY	xvii
1. GİRİŞ	1
2. NÖTRONLARIN YAVAŞLAMASI VE REZONANS YUTULMASI	3
2.1 Sonsuz Ortamda Nötronların Yavaşlaması	3
2.1.1 Hidrojen ortamda yavaşlama	4
2.1.2 Yavaşlama yoğunluğu ve letarji	5
2.1.3 Hidrojen olmayan ortamda yavaşlama	5
2.2 Rezonans Yutulması	6
2.2.1 Rezonans kavramı	6
2.2.2 Rezonans tesir kesitleri	8
2.2.3 Çekirdek hareketlerinin etkileri	9
2.2.4 Bethe-Placzek fonksiyonunun özellikleri	12
2.2.5 Homojen ortam mikrogrup yutulma tesir kesiti, rezonans integrali ve rezonanstan kaçma olasılığı	13
2.2.6 Sonsuz seyreltik rezonans integrali	16
2.2.7 Rezonans civarında akının enerji bağımlılığı	16
2.2.8 Rezonans integrali hesabında yaklaşımlar	17
2.2.8.1 Dar rezonans yaklaşımı	18
2.2.8.2 Geniş rezonans yaklaşımı	18
2.2.9 J Fonksiyonu	19
2.2.10 Heterojen yakıt-yavaşlatıcı hücresi	20
2.2.10.1 Wigner rasyonel yaklaşımıyla kaçma tesir kesitinin belirlenmesi	25
2.2.10.2 Homojen ve heterojen rezonans integrallerinin denkliği	27
2.2.10.3 Sıkı yapıli hücreler	28
3. REZONANS İNTEGRALLERİNİN HESAPLANMASINA YÖNELİK SAYISAL BİR YÖNTEM	31
3.1 Çözüm Yöntemi	31
3.2 Hesapların Basitleştirilmesine Yönelik Kabuller	35
3.2.1 Girişim saçılması teriminin analitik ifadesi	35
4. SONUÇLAR VE YORUMLAR	37
4.1 Homojen Ortam Problemi	37
4.2 Heterojen Ortam Problemi	44
KAYNAKLAR	51
EK A RESCAL PROGRAMI	53
EK B URANYUM VE TORYUMUN REZONANS PARAMETRELERİ	57
EK C J FONKSİYONUNUN HESAPLANMASI	67

EK D MADDELERİN ÖZELLİKLERİ.....	69
EK E BİLGİSAYAR PROGRAMI.....	71

KISALTMALAR

DR	: Dar rezonans
GR	: Geniş rezonans
ENDF	: Evaluated Nuclear Data File
BH	: Bağıl hata

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 4.1 : $^{238}\text{U} - \text{H}$ homojen karışım toplam rezonans integrali.....	38
Çizelge 4.2 : $^{238}\text{U} - \text{H}$ homojen karışımı rezonans integrali değerleri (6,674 – 1023,08 eV arasındaki çözülmüş rezonanslar).....	39
Çizelge 4.3 : $^{238}\text{U} - \text{H}$ homojen karışımı rezonans integrali değerleri (6,674 – 10465 eV arasındaki çözülmüş rezonanslar).....	40
Çizelge 4.4 : $^{238}\text{U} - \text{H}$ homojen karışımı rezonans integrali ve rezonanstan kaçma olasılığı değerleri ($\sigma_p'' = 31,25 \text{ b}$, alt sınır 0,13eV).....	40
Çizelge 4.5 : ^{238}U rezonans parametreleri [15].....	45
Çizelge 4.6 : UO_2 heterojen ortam rezonans integrali ($T = 293 \text{ K}$).....	46
Çizelge 4.7 : UO_2 heterojen ortam rezonans integrali ($T = 900 \text{ K}$).....	46
Çizelge 4.8 : İyileştirilmiş heterojen rezonans integrali değerleri.....	48
Çizelge 4.9 : Çözümün kararlılığı.....	48
Çizelge 4.10 : UO_2 heterojen ortam toplam rezonans integrali($T = 900 \text{ K}$).....	50
Çizelge 4.11 : ThO_2 heterojen ortam toplam rezonans integrali($T = 900 \text{ K}$).....	50
Çizelge B.1 : ^{238}U rezonans parametreleri (6,67 eV - 2 keV).....	57
Çizelge B.2 : ^{232}Th rezonans parametreleri (21,8 eV - 2 keV).....	62
Çizelge C.1 : a_i sabitleri.....	68
Çizelge D.1 : Hesaplamalarda kullanılan maddelerin özellikleri.....	69

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : ^{23}Na elastik saçılma ve yutulma tesir kesitleri.....	7
Şekil 2.2 : ^{238}U elastik saçılma ve yutulma tesir kesitleri.....	7
Şekil 2.3 : Karbon, alüminyum ve uranyum enerji seviyeleri	8
Şekil 2.4 : Yutulma tesir kesitinin sıcaklık artışıyla genişlemesi	11
Şekil 3.1 : Enerji ayrıklaştırılması	31
Şekil 3.2 : E_i/α_Y 'nin başlangıç enerjisinden daha büyük olması durumu	32
Şekil 3.3 : E_i/α_Y 'nin i. grup içerisinde kalması durumu.....	32
Şekil 3.4 : E_i/α_Y 'nin başlangıç enerjisini aşmadan i. grubun dışında herhangi bir j. grup içerisine girmesi durumu	33
Şekil 4.1 : Homojen ortam için $6,674\text{ eV}$ rezonansına ait yutulma tesir kesiti	42
Şekil 4.2 : Homojen ortam için $6,674\text{ eV}$ rezonansına ait akı çöküntüsü.....	43
Şekil 4.3 : Hesaplanan akılarla asimptotik akının karşılaştırılması.....	44

SEMBOL LİSTESİ

Σ_t	: Makroskobik toplam tesir kesiti
Σ_s	: Makroskobik saçılma tesir kesiti
σ_a	: Mikroskobik yutulma tesir kesiti
σ_s	: Mikroskobik saçılma tesir kesiti
ϕ	: Akı
q	: Yavaşlama yoğunluğu
u	: Letarji
Γ	: Toplam çizgi genişliği
$\hat{\lambda}_0$: İndirgenmiş nötron dalgaboyu
R	: Nükleer yarıçap
Γ_D	: Doppler genişliği
ψ	: Bethe-Placzek fonksiyonu
I	: Rezonans integrali
Γ_p	: Pratik genişlik
p	: Rezonanstan kaçma olasılığı
λ	: Ortalama serbest yol
\bar{l}_s	: Ortalama giriş uzunluğu
Σ_e	: Makroskobik kaçma tesir kesiti
C	: Dancoff düzeltmesi

REZONANS İNTEGRALLERİNİN HESAPLANMASINDA SAYISAL BİR YÖNTEM

ÖZET

Bu çalışmada rezonans integrallerinin hesaplanması için enerji bağımlı nötron yavaşlama denkleminin ayrıklaştırılmasını esas alan sayısal bir yöntem önerilmektedir.

İlk bölümde rezonans integrali kavramının nükleer reaktör fiziğinde ortaya çıktığı durumlardan bahsedilmektedir. İkinci bölümde teorik bilgilere yer verilmiştir. Bu kapsamda ilk olarak nötronların yavaşlaması üzerinde durulmuştur. Hidrojen ortam ve hidrojen olmayan ortamlar için yavaşlama denkleminde faydalanılarak nötron akısının enerji bağımlılığı ifade edilmiştir. Daha sonra rezonans yutulması ile ilgili temel kavramlar tanımlanıp sıcaklığın rezonans yutulması üzerindeki etkileri Doppler genişleme fonksiyonu kavramından yararlanılarak açıklanmıştır. Dar ve geniş rezonans yaklaşımları kullanılarak yapılan rezonans integrali hesaplamaları öncelikle homojen ortam durumu için ele alınmıştır. Bu bölümde son olarak heterojen ortam durumu için kaçma tesir kesiti tanımı kullanılarak izole yakıt çubuğu ve sıkı yapı hücreler için rezonans integrali hesaplamaları anlatılmıştır.

Üçüncü bölümde önerilen sayısal yöntem tanıtılmaktadır. Nötron yavaşlama denkleminin ayrıklaştırılmasına dayanan bu yöntemde yavaşlama denkleminin sağ tarafında bulunan yutucu saçılma integralinin sınırları dikkate alınarak bir lineer sistem oluşturulmuştur. Bu bölümde ayrıca girişim saçılmasına ait Doppler genişleme fonksiyonunun analitik bir ifadesi verilmektedir. Son bölümde ise öncelikle uranyum-hidrojen homojen karışımı için iki integral alt sınır değeri kullanılarak rezonans integrali hesabı gerçekleştirilmiştir. Farklı alt sınır sonuçlarının kullanımının yanısıra rezonans integrali hesaplamasında yapılabilecek bazı kabullerle ortaya çıkan sonuçlar da incelenmiştir. Daha sonra uranyum dioksit-su heterojen sistemi için hesaplama yapıp RICM isimli program sonuçlarıyla karşılaştırma yapılmış, son olarak da toryum dioksit-su heterojen sisteminin rezonans integrali hesaplanmıştır.

A NUMERICAL METHOD FOR THE CALCULATION OF RESONANCE INTEGRALS

SUMMARY

In this study, a numerical method is proposed to calculate the resonance integrals being predicated on discretization of energy dependent neutron slowing down equation.

In the first section, the circumstances that resonance integral notion arise in nuclear reactor physics are mentioned. In the second section, theoretical information takes place. In this context firstly neutron slowing down is accentuated. The energy dependence of neutron flux for hydrogenous and non-hydrogenous medium is expressed by using slowing down equation. Subsequently fundamental concepts concerning resonance absorption are introduced and the effects of temperature on resonance absorption are explained using the Doppler broadening function concept. The calculations of resonance integral using narrow and wide resonance approximations are firstly handled for homogeneous medium. In this part finally the calculation of resonance integrals for isolated fuel rods and tightly packed lattices in heterogeneous medium using the escape cross section concept is explained.

In the third section, proposed numerical method is presented. In this method being predicated on discretization of neutron slowing down equation, a linear system is formed considering the limits of absorber scattering integral at the right hand side of the slowing down equation. Furthermore, an analytical expression of Doppler broadening function of interference scattering is given. In the last section, first the calculation of resonance integral is performed for uranium-hydrogen homogeneous mixture by using two different lower integration limits. Besides using different bottom limit results, the results arising by some assumptions in the calculation of resonance integral are also studied. After that a calculation is made for uranium dioxide-water heterogeneous system and the results are compared with the results of RICM program and finally the resonance integral of thorium dioxide-water heterogeneous system is calculated.

1. GİRİŞ

Nükleer reaktör fiziğinin temel problemi bir reaktör kalbindeki nötron akısı dağılımının belirlenmesidir. Genel olarak yedi değişkenli bir fonksiyon olan nötron akısının en önemli değişkeni enerjidir ve akının enerji bağımlılığının incelenmesinde en sık kullanılan araç çok gruplu difüzyon teorisi yaklaşımıdır.

Nötronların yavaşlaması sırasında ortaya çıkan rezonans yutulması olayı reaktör fiziğinin karmaşık konuları arasında yer almaktadır. Reaktör kalbi içerisinde bulunan ağır fisil ve fertil çekirdeklerin bir karakteristiği olan rezonans yapısı, çoğaltma katsayısını, yanma oranını, üreme performansını ve reaktör kontrolünü etkilemesi açısından son derece önemli bir olaydır.

Rezonans yutulması termal ve hızlı reaktörlerde en önemli nötron kayıp mekanizmasıdır. Bu olay çok gruplu difüzyon denklemi hesabına hızlı grup yutulma makroskobik tesir kesitleri üzerinden girer. Genel olarak rezonans civarında nötron akısında çökmeler olacaktır ve bu çökmelerin hesabı grup sabitlerinin belirlenmesinde önemli bir rol oynar.

Rezonans yutulması sonucu meydana gelen ışınımlı yakalama reaksiyonuyla reaktör kalbi içerisindeki fertil maddelerden fisil madde üretimi söz konusudur. Bu yüzden yutulma reaksiyonlarının hesabı yakıt tüketimi ve dönüşüm oranı gibi konularda da etkin bir rol oynar.

Rezonans yutulmasının etkin olduğu başka bir konu reaktörün kinetik davranışıdır. Yutulma miktarı Doppler genişleme mekanizması üzerinden hassas bir şekilde yakıt sıcaklığına bağlıdır. Doppler etkisi bir reaktörde yaşanan ani güç değişimlerinde baskın olan negatif reaktivite geri beslemesidir.

Rezonans yutulması analizi transport denkleminin çözülmesiyle detaylı bir şekilde gerçekleştirilebilir; ancak genellikle hesap yükünü azaltmak için akının uzaysal ve açısal

bağımlılıkları kaldırılarak enerji-bağımlı bir denklem elde edilir. Bu noktada genellikle tercih edilen yol elde edilen denklemi sayısal olarak çözmektir.

Son olarak rezonans yutulması ile ilgili literatürdeki bazı kaynaklara değinmek yol gösterici olması açısından faydalı olacaktır. Nükleer mühendislik ile ilgili konularla ilgilenen pek çok kişinin başvurduğu Nuclear Reactor Analysis (J. Duderstadt, L. Hamilton) isimli kitapta konu ana hatlarıyla anlatılmaktadır. Detaylı bir rezonans analizi ise Resonance Absorption In Nuclear Reactors (L. Dresner) isimli monografide bulunabilir.

2. NÖTRONLARIN YAVAŞLAMASI VE REZONANS YUTULMASI

2.1 Sonsuz Ortamda Nötronların Yavaşlaması

Nükleer reaktörlerde nötronlar, enerjiye olan bağımlılıkları açısından genel olarak üç grup altında incelenebilirler. Bunlar hızlı bölge nötronları, ara (rezonans) bölge nötronları ve termal nötronlardır. Her bir alt bölge için nötron akısı dağılımının belirlenmesi nükleer reaktör fiziğinin temel konularından birisidir. Rezonans yutulmasına geçmeden önce bu olayın meydana geldiği bölgede akı dağılımının belirlenmesi yararlı olacaktır.

Uzaysal, açısal ve zaman bağımlılıklarının ihmal edildiği durum için nötron süreklilik denklemi aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$\Sigma_t(E)\phi(E) = \int_0^{\infty} \Sigma_s(E' \rightarrow E)\phi(E')dE' + S(E) \quad (2.1)$$

Burada $\Sigma_t(E)$ sistemdeki tüm çekirdekleri kapsayan toplam makroskobik tesir kesiti, $\phi(E)$ akı, $\Sigma_s(E' \rightarrow E)$ diferansiyel makroskobik saçılma tesir kesiti ve $S(E)$ de kaynak terimidir. İncelemeye devam edebilmek için enerji bağımlılığı üzerinde bazı kabuller yapmak gerekir. Öncelikle çekirdeğin termal enerjisinden çok daha büyük olan nötron enerjileri dikkate alınacaktır; yani yukarı saçılma olayı ihmal edilecektir. İkinci önemli kabul ise saçılma reaksiyonlarının yalnızca, kütle merkezi sisteminde izotropik olan elastik saçılma ile kısıtlı tutulacak olmasıdır. Bu kabuller altında diferansiyel elastik saçılma tesir kesiti;

$$\Sigma_s(E' \rightarrow E) = \begin{cases} \frac{\Sigma_s(E')}{(1-\alpha)E'} & E < E' < E/\alpha \\ 0 & E' < E, E' > E/\alpha \end{cases} \quad (2.2)$$

şeklinde ifade edebilir. Burada, α çekirdek kütle numarası A tarafından belirlenen bir parametredir:

$$\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2 \quad (2.3)$$

Bu formla birlikte (2.1) denklemi;

$$\Sigma_t(E)\phi(E) = \int_0^{\infty} \frac{\Sigma_s(E')}{(1-\alpha)E'} \phi(E') dE' + S(E) \quad (2.4)$$

haline gelir.

2.1.1 Hidrojen ortamda yavaşlama

Hidrojen, kütle numarasının bire eşit olması ve dolayısıyla $\alpha_H = 0$ olmasından dolayı analizi daha basit bir durum ortaya çıkarır. Hidrojen içersinde meydana gelen yutulma reaksiyonunu ihmal etmek çözümü daha da basitleştirecektir. Aslında mikroskobik tesir kesitlerinin oranının $\sigma_a^H / \sigma_s^H = 0,14$ olduğu göz önüne alınırsa bu kabulü yapmak çok da zorlayıcı olmayacaktır.

Yutulma yokluğunda hidrojen ortam için (2.4) denklemi;

$$\Sigma_s(E)\phi(E) = \int_0^{\infty} \frac{\Sigma_s(E')\phi(E')}{E'} dE' + S(E) \quad (2.5)$$

haline gelir. Kaynak S_0 şiddetinde sabit E_0 enerjisinde nötronlar yayıyorsa Dirac delta fonksiyonu kavramı kullanılarak (2.5) denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir [1]:

$$\Sigma_s(E)\phi(E) = \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_s(E')\phi(E')}{E'} dE' + S_0 \delta(E - E_0) \quad (2.6)$$

Bu ifadede integrasyon üst sınırının E_0 olarak belirlenmesi yukarı saçılma olmaması kabulünün bir sonucudur. (2.6) ifadesinden akı dağılımı ara işlemler atlanarak;

$$\phi(E) = \frac{S_0}{\Sigma_s(E)E} + \frac{S_0}{\Sigma_s(E)} \delta(E - E_0) \quad (2.7)$$

olarak bulunur. Görüldüğü gibi saçılma tesir kesiti enerjiye zayıf bir biçimde bağlılık gösteriyorsa akı $1/E$ formunda olur. Bu fonksiyonel form nötron yavaşlamasını karakterize eden grup sabitlerinin bulunmasında kaba bir tahmin olarak kullanılabilir.

2.1.2 Yavaşlama yoğunluğu ve letarji

Nötron yavaşlama yoğunluğu belirli bir enerji için nötronların yavaşlama hızının bir ölçüsüdür ve $q(\vec{r}, E)$ ile ifade edilir. Fiziksel olarak $q(\vec{r}, E) \cdot dV$, \vec{r} civarındaki dV 'lik hacim içersinde yavaşlayıp E enerjisinden geçen nötronların sayısını ifade eder. Matematiksel olarak yavaşlama yoğunluğu;

$$q(\vec{r}, E) = \int_E^\infty dE' \int_0^E \Sigma_s(E' \rightarrow E'') \phi(\vec{r}, E') dE'' \quad (2.8)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Nötron yavaşlaması olayı çok geniş bir enerji aralığını kapsar ve nötronlar bu aralıkta enerjilerini belirli bir oranla kaybederler. İncelemeleri kolaylaştırmak için E yerine başka bir değişken kullanmak geleneksel bir yaklaşımdır. Bu amaçla kullanılan nötron letarjisi değişkeni aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$u = \ln \frac{E_0}{E} \quad (2.9)$$

E_0 , nötronun sahip olabileceği maksimum enerjidir. Nükleer reaktörler göz önüne alındığında bu değer 10^7 eV olarak alınabilir. (2.9) ifadesinden görüldüğü gibi enerji kaybı ile birlikte letarji artar. Letarji aslında bir nötronun kazanmış olduğu yorgunluk olarak da değerlendirilebilir. Gerekli dönüşümler yapılarak hidrojen için yavaşlama denklemi;

$$\Sigma_s(u) \phi(u) = \int_0^u e^{u'-u} \Sigma_s(u') \phi(u') du' + S(u) \quad (2.10)$$

olarak yazılabilir [1].

Letarji değişkeni kullanılarak bulunabilecek önemli bir parametre çarpışma başına ortalama logaritmik enerji kaybıdır:

$$\xi = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln \alpha \quad (2.11)$$

2.1.3 Hidrojen olmayan ortamda yavaşlama

Her ne kadar hidrojen, $\alpha_H = 0$ ile mükemmel bir yavaşlatıcı gibi görünse de termal reaktörlerde yavaşlatma işlemini gerçekleştirmek amacıyla su, grafit gibi farklı

maddeler kullanılır. $A > 1$ olan ortamda yavaşlama olayı hidrojen ortamda yavaşlama olayına benzer olmakla birlikte bu altbölümde tamamlayıcı olması açısından denklemin çözümü verilmektedir.

Yavaşlama denklemi (2.5) ile aynıdır. Tek fark saçılma integralinin sınırlarının 0 ve ∞ olmamasıdır. Hidrojen ortam çözümü göz önüne alınarak aranacak çözümün;

$$\phi(E) = \frac{B}{\Sigma_s(E)E} \quad (2.12)$$

formunda olması beklenir. Burada B bilinmeyeninin bulunması için yavaşlama yoğunluğunun tanımından faydalanılır [2]:

$$\begin{aligned} q(E) &= \sum_j \int_E^{E/\alpha_j} dE' \int_{\alpha_j E'}^E \frac{B \Sigma_s^j(E')}{\Sigma_s(E') (1 - \alpha_j) (E')^2} = B \sum_j \left(1 + \frac{\alpha_j \ln \alpha_j}{1 - \alpha_j} \right) \frac{\Sigma_s^j}{\Sigma_s} \\ &= B \sum_j \xi_j \frac{\Sigma_s^j(E)}{\Sigma_s(E)} = B \bar{\xi}(E) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Burada toplama işlemiyle kastedilen farklı çekirdeklerin yavaşlamaya olan katkısıdır. (2.12) ve (2.13) denkleminde sonuç olarak akının enerji bağımlılığı;

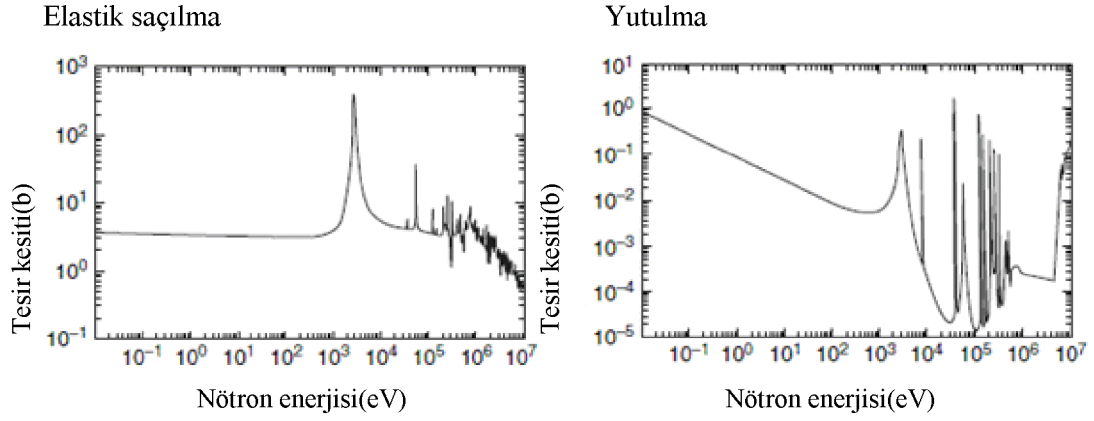
$$\phi(E) = \frac{q(E)}{\bar{\xi} \Sigma_s(E)E} \quad (2.14)$$

olarak bulunur.

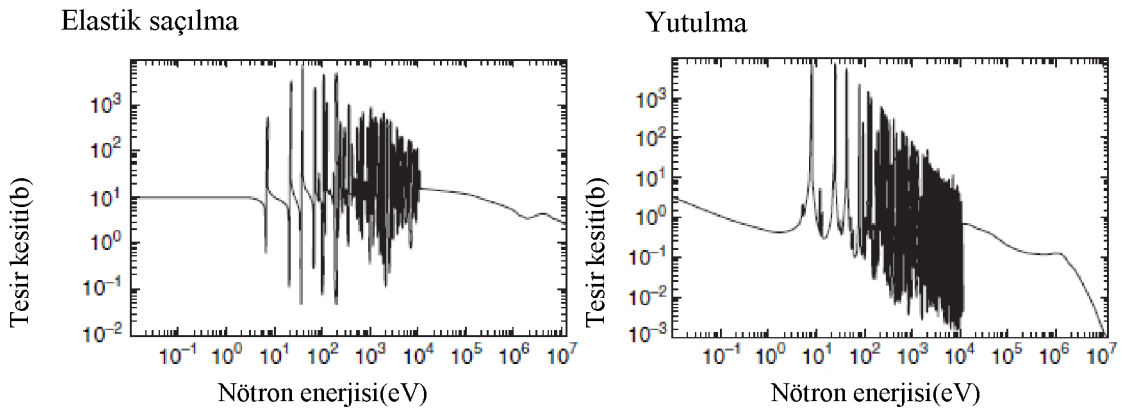
2.2 Rezonans Yutulması

2.2.1 Rezonans kavramı

Nötron-çekirdek etkileşiminde meydana gelebilecek reaksiyonlar temelde yutulma reaksiyonları ve saçılma reaksiyonları olmak üzere iki sınıf altında incelenebilirler. Potansiyel saçılma dışında saçılma reaksiyonları ve yutulma reaksiyonları bileşik çekirdek oluşumu üzerinden gerçekleşir. Bir nötronun kütle merkezi sistemindeki enerjisi ile nötron bağ enerjisinin toplamı bileşik çekirdeğin bir enerji seviyesine denk gelirse bileşik çekirdek oluşum ihtimali artar; yani bu enerji seviyelerinde reaksiyonun gerçekleşme ihtimalini karakterize eden tesir kesitleri çok yüksek değerler alırlar. 2.1 ve 2.2 şekillerinde sırasıyla ^{23}Na ve ^{238}U 'in elastik saçılma ve yutulma tesir kesitleri görülmektedir.



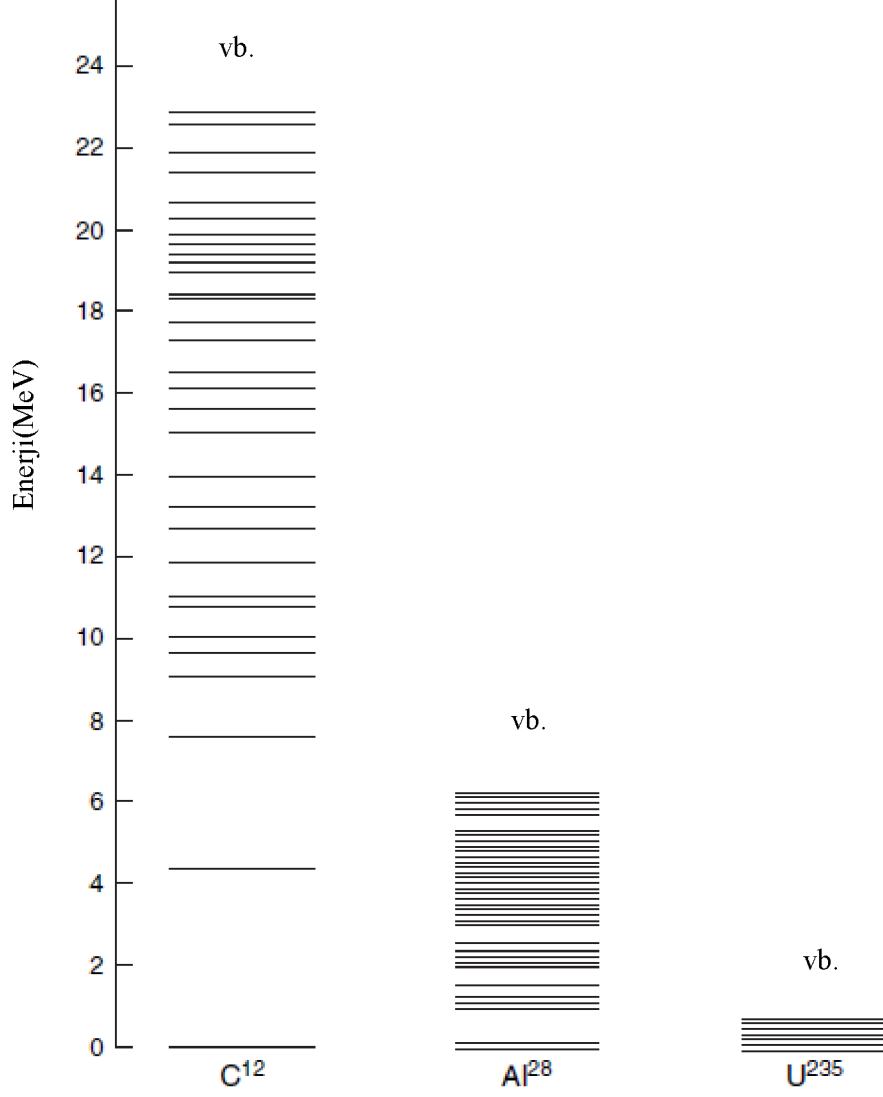
Şekil 2.1 : ^{23}Na elastik saçılma ve yutulma tesir kesitleri [3]



Şekil 2.2 : ^{238}U elastik saçılma ve yutulma tesir kesitleri [3]

Görüldüğü gibi ^{238}U tesir kesiti yapısı ^{23}Na tesir kesiti yapısına göre çok daha karmaşıktır. Genel olarak bir çekirdeğin kütle numarası ne kadar büyükse enerji seviye sayısı da o kadar fazladır ve bu seviyeler daha sıktır. Şekil 2.3'te karbon, alüminyum ve uranyum kullanılarak bu kavram tasvir edilmiştir.

Nükleer maddeler açısından değerlendirme yapılacak olursa fisil maddelerin rezonansları 1 eV civarından başlayıp birkaç keV 'e kadar görünürken fertil maddelerin rezonansları birkaç eV 'den başlayıp 10 keV 'e kadar görünür. Düşük enerjilerde rezonanslar birbirinden ayrıktır ve çözülmüş rezonanslar olarak isimlendirilirler. Daha yüksek enerjilerde ise çakışmalar görülür ve bu seviyelerdeki rezonanslar çözülmemiş rezonanslar ismini alırlar.



Şekil 2.3 : Karbon, alüminyum ve uranyum enerji seviyeleri [3]

2.2.2 Rezonans tesir kesitleri

Birbirinden ayırık rezonanslar için enerji bağımlı tesir kesitleri Breit-Wigner tek seviye rezonans formülleriyle ifade edilebilirler. Yutulma reaksiyonu için Breit-Wigner formülü;

$$\sigma_{\gamma}(E) = \sigma_0 \frac{\Gamma_{\gamma}}{\Gamma} \sqrt{\frac{E_R}{E}} \frac{1}{1+x^2} \quad (2.15)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada E_R rezonans enerjisi, E kütle merkezi sisteminde nötronun kinetik enerjisi, Γ toplam çizgi genişliği, Γ_{γ} bileşke çekirdeğin ışınlımlı yakalama reaksiyonu vermesi ihtimalini ifade eden yutulma çizgi genişliğidir. x

rezonans enerjisinden uzaklığı ifade eden bir parametredir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$x = \frac{2}{\Gamma}(E - E_R) \quad (2.16)$$

Son olarak σ_0 rezonans enerjisinde toplam tesir kesitidir ve

$$\sigma_0 = 4\pi\lambda_0^2 \frac{\Gamma_n}{\Gamma} g \quad (2.17)$$

olarak ifade edilir. Burada λ_0 indirgenmiş nötron dalgaboyu, g ise istatistiksel bir faktördür.

Elastik saçılma reaksiyonları da yine Breit-Wigner formülüyle ifade edilebilirler. Bununla beraber tesir kesiti enerji bağımlılığı yutulma tesir kesitinde görüldenden biraz farklıdır. Bunun sebebi rezonans elastik saçılmasının potansiyel saçılmayla girişim yapıyor olmasıdır. Sonuç olarak elastik saçılma tesir kesiti;

$$\sigma_s(E) = \sigma_0 \frac{\Gamma_n}{\Gamma} \sqrt{\frac{E_R}{E}} \frac{1}{1+x^2} + \sigma_0 \frac{2R}{\lambda_0} \frac{x}{1+x^2} + 4\pi R^2 \quad (2.18)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada Γ_n bileşke çekirdeğin elastik saçılma reaksiyonu vermesi ihtimalini ifade eden nötron çizgi genişliği ve $R \cong 1,25 \cdot 10^{-13} \cdot A^{1/3}$ nükleer yarıçaptır. (2.18) denklemindeki ilk terim rezonans saçılmasını, ikinci terim girişim saçılmasını, son terim ise potansiyel saçılmayı ifade eder.

2.2.3 Çekirdek hareketlerinin etkileri

Yukarıda tanıtılan Breit-Wigner rezonans tesir kesiti formülleri nötronlarla etkileşime giren çekirdeklerin hareketsiz olduklarını kabul eder; ancak gerçekte böyle bir durumun gerçekleşmesi mümkün değildir. Her ne kadar çekirdek hareketleri nükleer reaktör analizinde bir çok durumda ihmal edilebilse de rezonans yutulması incelemelerinde dikkate alınmalıdır.

Çekirdek hız dağılımının Maxwell-Boltzmann dağılımı ile ifade edilebileceği kabulüyle mikroskobik rezonans yutulma tesir kesiti;

$$\sigma_\gamma(E, T) = \sigma_0 \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma} \sqrt{\frac{E_R}{E}} \Psi(\zeta, x) \quad (2.19)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada ζ ;

$$\zeta = \frac{\Gamma}{\Gamma_D} \quad (2.20)$$

şeklinde bir parametredir. (2.20)'de görülen Γ_D rezonansın Doppler genişliği olarak isimlendirilir:

$$\Gamma_D = \sqrt{\frac{4E_R kT}{A}} \quad (2.21)$$

Burada $k = 0,861735 \cdot 10^{-4} \text{ eV/K}$ Boltzmann sabiti, T ise mutlak sıcaklıktır. (2.20) ve (2.21)'ten görüldüğü üzere ζ sıcaklığın kareköküyle ters orantılıdır ve dolayısıyla ortam soğukluğunun bir ölçüsü olarak kabul edilir. Ortam sıcaklığına ve rezonans enerjisinden olan uzaklığa bağlı olan $\Psi(\zeta, x)$, Doppler genişleme fonksiyonu olarak isimlendirilir. Bu fonksiyon şu şekilde ifade edilebilir [1]:

$$\Psi(\zeta, x) \equiv \frac{\zeta}{2} \int_{-2E/\Gamma}^{\infty} \left\{ \exp\left[-\frac{(v-v_r)^2}{2v_{th}^2}\right] - \exp\left[-\frac{(v+v_r)^2}{2v_{th}^2}\right] \right\} \frac{dy}{1+y^2} \quad (2.22)$$

Burada $v_{th} = (kT/m)^{1/2}$ ve $v_r = |\vec{v} - \vec{V}|$ 'dir. \vec{v} nötron hızı, \vec{V} ise çekirdek hızıdır.

Doppler genişleme fonksiyonunun daha basit bir formu Bethe ve Placzek tarafından bulunmuştur. Bu formu elde edebilmek için $\Psi(\zeta, x)$ 'e aşağıda sıralanan yaklaşımlardan faydalanmak gerekir:

- $\Psi(\zeta, x)$ 'in integrandındaki ikinci terim ihmal edilir.
- $(v - v_r)$ terimi $(v^2 - v_r^2)/2v$ terimi ile değiştirilir.
- İntegrasyonun alt limiti $y = -\infty$ 'a uzatılır.

Sonuç olarak transandantal Bethe-Placzek fonksiyonu elde edilir:

$$\psi(\zeta, x) = \frac{\zeta}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(1/4)(x-y)^2 \zeta^2} \frac{dy}{1+y^2} \quad (2.23)$$

Benzer şekilde mikroskobik elastik saçılma tesir kesiti Maxwell-Boltzmann dağılımı üzerinden ortalansa aşağıdaki ifade elde edilir:

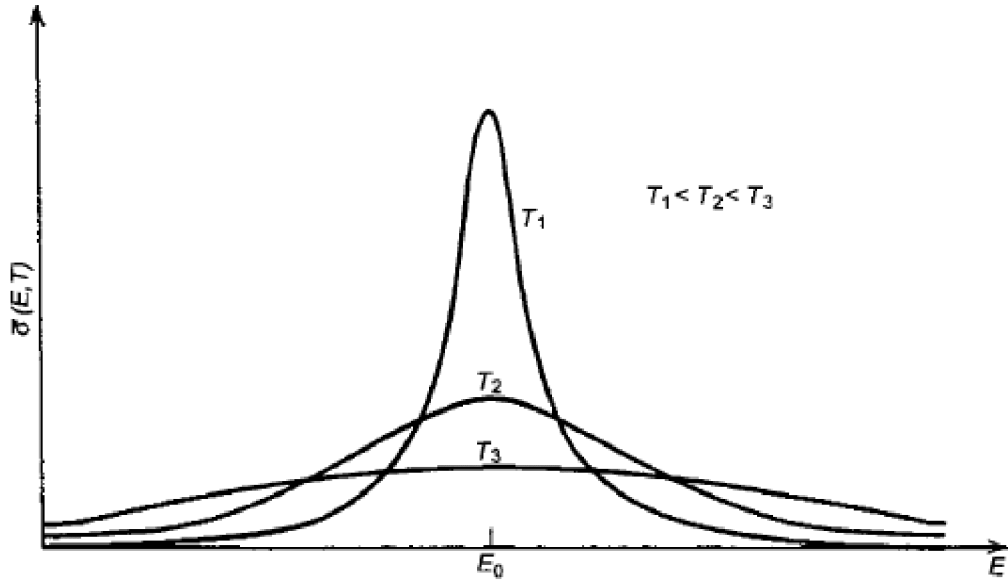
$$\sigma_s(E, T) = \sigma_0 \frac{\Gamma_n}{\Gamma} \sqrt{\frac{E_R}{E}} \psi(\zeta, x) + \frac{\sigma_0 R}{\lambda_0} \chi(\zeta, x) + 4\pi R^2 \quad (2.24)$$

Burada girişim saçılması terimindeki $\chi(\zeta, x)$;

$$\chi(\zeta, x) = \frac{\zeta}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(1/4(x-y)^2 \zeta^2)} \frac{y dy}{1+y^2} \quad (2.25)$$

olarak ifade edilir.

Bu altbölümde son olarak yutulma tesir kesitinin sıcaklık ile ilişkisini değerlendirmek faydalı olacaktır. Bu fonksiyonun sıcaklığa bağımlılığı şekil 2.4'te görülmektedir.



Şekil 2.4 : Yutulma tesir kesitinin sıcaklık artışıyla genişlemesi [2]

Görüldüğü gibi sıcaklığın artmasıyla E_R enerjisindeki maksimum tesir kesiti değeri düşmekte rezonans uçlarındaki tesir kesiti değerleri ise artmaktadır. Tesir kesitinin bu genişlemesi Doppler genişlemesi olarak isimlendirilir. Burada bir gözlem önemlidir. ψ fonksiyonu eğrisi altındaki alan sıcaklıktan bağımsızdır. Bu durum rezonans üzerinden integrasyonla aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$\int_{\text{rezonans}} \sigma_x(E) dE \cong \sigma_0 \frac{\Gamma_x}{2} \int_{\text{rezonans}} \psi(\zeta, x) dx \quad (2.26)$$

İntegrale rezonans uçlarından gelen katkı çok az olduğu için integrasyon sınırları sonsuza götürülebilir:

$$\begin{aligned}
\int_{\text{rezonans}} \sigma_x(E) dE &= \frac{\sigma_0 \Gamma_x}{2} \frac{\zeta}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+y^2} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-y)^2 \zeta^2}{4}\right] dx}_{\frac{2\sqrt{\pi}}{\zeta}} dy \\
&= \frac{\sigma_0 \Gamma_x}{2} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+y^2} dy}_{\pi} = \frac{\pi \sigma_0 \Gamma_x}{2}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

2.2.4 Bethe-Placzek fonksiyonunun özellikleri [4]

1) Sıcaklık sıfıra giderken yani $\zeta \rightarrow \infty$ iken $\frac{\zeta}{2\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{\zeta^2}{4}(x-y)^2\right] \rightarrow \delta(x-y)$ olduğundan;

$$\psi(\infty, x) = \frac{1}{1+x^2} \tag{2.28}$$

şeklinde ifade edilebilir.

2) $x^2 \gg 6/\zeta^2$ ise:

$$\psi(\zeta, x) \approx \frac{1}{1+x^2} \left[1 + \frac{2}{\zeta^2} \frac{3x^2-1}{(1+x^2)^2} + \dots \right] \tag{2.29}$$

Bu asimptotik seri $1/(1+y^2)$ terimi $y=x$ civarında Taylor serisine açılıp terim terim integrasyon yapılarak elde edilebilir.

3) $x^2 \ll 6/\zeta^2$ ve $\zeta \ll 1$ ise:

$$\psi(\zeta, x) \approx \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \zeta \exp\left(-\frac{1}{4} \zeta^2 x^2\right) \tag{2.30}$$

$\zeta \ll 1$ ise eksponansiyel terim içerisinde $y=0$ alınarak $\psi(\zeta, x)$ 'e yaklaşımda bulunulabilir. Böylece doğal çizgi genişliğini ifade eden $1/(1+y^2)$ eksponansiyel terime göre dar olacaktır.

4) Sıcaklık sonsuza giderken yani $\zeta \rightarrow 0$ iken;

$$\psi(\zeta, x) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \zeta \exp\left(\frac{1}{4} \zeta^2\right) \operatorname{erfc} \zeta/2 \tag{2.31}$$

olur.

5) $\psi(\zeta, x)$ ile $\chi(\zeta, x)$ arasında aşağıdaki bağıntı yazılabilir:

$$\chi(\zeta, x) = 2x\psi(\zeta, x) + \frac{4}{\zeta^2} \frac{d\psi(\zeta, x)}{dx} \quad (2.32)$$

2.2.5 Homojen ortam mikrogrup yutulma tesir kesiti, rezonans integrali ve rezonanstan kaçma olasılığı

Nükleer reaktör analizinin temel amacı reaktör kalbi içersindeki nötron akı dağılımını belirlemektir. Akı dağılımını etkileyen en önemli parametre olan enerji, nötron spektrumu alt gruplara ayrılarak incelenir. Bu alt gruplar reaktör fiziği terminolojisinde mikrogrup olarak isimlendirilir. Analiz, hızlı spektrum hesabı ve termal spektrum hesabı olarak iki ana başlık altında gerçekleştirilecek olursa, rezonans yutulması etkisi hızlı spektrum hesabına mikrogrup rezonans yutulma tesir kesiti üzerinden girer. Rezonans özelliğine sahip tek bir çekirdek varsa ve atomik yoğunluğu n ise bu tesir kesiti aşağıdaki gibi ifade edilir [5]:

$$\Sigma_{a,n}^R = \frac{n \int_{E_n}^{E_{n-1}} \sigma_a^Y(E) \phi(E) dE}{\int_{E_n}^{E_{n-1}} \phi(E) dE} \quad (2.33)$$

Burada Y indisi yakıt anlamına gelmektedir. Rezonans genişliği mikrogrup genişliğine göre çok dar olduğu için (2.33)'ün paydasında görülen akıya $\phi(E) = 1/E$ şeklinde asimptotik yaklaşım yapılabilir:

$$\int_{E_n}^{E_{n-1}} \phi(E) dE = \int_{E_n}^{E_{n-1}} \frac{dE}{E} = \ln\left(\frac{E_{n-1}}{E_n}\right) = \Delta u_n \quad (2.34)$$

(2.34) ifadesindeki u terimi hatırlanacağı gibi letarjidir. (2.33)'ün payında görülen akıya asimptotik yaklaşım yapmak mümkün değildir; çünkü σ_a^Y rezonans enerjilerinde çok büyük değerler alabilir. Atomik yoğunlukla çarpım halinde bulunan integral, mikrogrup rezonans integrali olarak isimlendirilir:

$$I_n = \int_{E_n}^{E_{n-1}} \sigma_a^Y(E) \phi(E) dE \quad (2.35)$$

Böylece;

$$\Sigma_{a,n}^R = \frac{n I_n}{\Delta u_n} \quad (2.36)$$

olarak yazılabilir. Bir mikrogrup birden çok rezonansa sahip olabilir. Mikrogrupun sahip olduğu rezonans sayısı N_R ile gösterilirse;

$$I_n = \sum_{i=1}^{N_R} \int_{E_{R,i}-\Gamma_{p,i}/2}^{E_{R,i}+\Gamma_{p,i}/2} \sigma_a^Y(E) \phi(E) dE \quad (2.37)$$

şeklinde ifade edilir. Mikrogrupun herhangi bir i . rezonansı;

$$I_{n,i} = \int_{E_{R,i}-\Gamma_{p,i}/2}^{E_{R,i}+\Gamma_{p,i}/2} \sigma_a^Y(E) \phi(E) dE \quad (2.38)$$

olarak ifade edilirse;

$$I_n = \sum_{i=1}^{N_R} I_{n,i} \quad (2.39)$$

ifadesi bulunur ve buradan da mikrogrup rezonans tesir kesiti;

$$\Sigma_{a,n}^R = \frac{n \sum_{i=1}^{N_R} I_{n,i}}{\Delta u_n} \quad (2.40)$$

olarak elde edilir. Yani hızlı spektrum hesabında mikrogrup rezonans tesir kesitinin elde edilebilmesi için tek yapılması gereken rezonans integrallerinin hesaplanmasıdır.

Rezonans integrallerinin sınırlarında görülen Γ_p rezonansın pratik genişliğidir. Bu değer, rezonans tesir kesitinin ortamın potansiyel saçılma tesir kesitinden büyük olduğu enerji aralığını ifade eder. Başka bir deyişle rezonansın etkin olduğu enerji aralığıdır. Pratik genişlik matematiksel olarak şu şekilde ifade edilir:

$$\Gamma_p = \sqrt{\frac{\sigma_\gamma(E_R)}{\sigma_p''}} \Gamma \quad (2.41)$$

Burada $\sigma_p'' = \Sigma_p / n$ yutucu atom başına ortamın potansiyel saçılma tesir kesitidir.

Rezonans ile ilgili bir başka kavram rezonanstan kaçma olasılığıdır. Nötronlar yüksek enerjilerden yavaşladıkları için rezonans bölgesinde yutulma olasılığı;

$$\frac{n \int_{E_{R,i}-\Gamma_{p,i}/2}^{E_{R,i}+\Gamma_{p,i}/2} \sigma_a^Y(E) \phi(E) dE}{q(E_{R,i} + \Gamma_{p,i}/2)} = \frac{n I_{n,i}}{\bar{\xi} \Sigma_s} \quad (2.42)$$

şeklinde ifade edilebilir. Paydada görülen $\bar{\xi}$ ortalama logaritmik enerji kaybıdır. Burada akının rezonans bölgesi dışında asimptotik değer aldığı kabul edilerek yavaşlama yoğunluğu terimi $\bar{\xi} \Sigma_s$ olarak bulunmuştur. Σ_s terimi içerisinde yalnızca potansiyel saçılma tesir kesitleri bulunmaktadır. Rezonans özelliğine sahip yakıt çekirdeği dışında yalnızca tek bir yavaşlatıcı çekirdeği varsa ortalama logaritmik enerji kaybı;

$$\bar{\xi} = \frac{\xi^M \Sigma_s^M + \xi^Y \Sigma_p^Y}{\Sigma_s} \quad (2.43)$$

olarak bulunur. Burada $\Sigma_s = \Sigma_s^M + \Sigma_p^Y$ 'dir. Sonsuz homojen ortamda nötron kaçağı olamayacağına göre rezonanstan kaçma olasılığı herhangi bir i. rezonans için;

$$p_{n,i} = 1 - \frac{n I_{n,i}}{\bar{\xi} \Sigma_s} \quad (2.44)$$

şeklinde ifade edilebilir. Belirli bir grup için ise genel olarak;

$$p_n = p_{n,1} p_{n,2} \dots p_{n,N} = \left(1 - \frac{n I_{n,1}}{\bar{\xi} \Sigma_s}\right) \left(1 - \frac{n I_{n,2}}{\bar{\xi} \Sigma_s}\right) \dots \left(1 - \frac{n I_{n,N}}{\bar{\xi} \Sigma_s}\right) \quad (2.45)$$

yazılabilir. Görüldüğü gibi bu denklem kullanışsızdır. Bu yüzden yutulma olasılığının genelde düşük olduğu göz önüne alınarak;

$$e^{-(1-p_{n,i})} \cong 1 - (1 - p_{n,i}) = p_{n,i} \quad (2.46)$$

yaklaşımı yapılabilir. Böylece rezonanstan kaçma olasılığı;

$$p_{n,i} \cong \exp\left(-\frac{n I_{n,i}}{\bar{\xi} \Sigma_s}\right) \quad (2.47)$$

olur.

2.2.6 Sonsuz seyreltik rezonans integrali

Rezonans hesaplarında amaç rezonans yutulması olayının akı üzerindeki etkisini doğru olarak belirlemektir. Rezonans integrali de yutulma miktarını ölçer ve aslında bir yutulma tesir kesiti olarak değerlendirilebilir. Bu altbölümde rezonans integrali için bir üst limit olan sonsuz seyreltik rezonans integrali tanıtılmaktadır.

Rezonans özelliğine sahip olan çekirdeğin sistem içerisindeki yoğunluğu çok az ise akının asimptotik şeklinde bir bozulma meydana gelmez. Böylece;

$$I_{n,i}^{\infty} = \int_{E_{R,i}-\Gamma_{p,i}/2}^{E_{R,i}+\Gamma_{p,i}/2} \frac{\sigma_a^Y(E)}{E} dE \quad (2.48)$$

olur. Bu integral sonsuz seyreltik rezonans integrali olarak isimlendirilir. Doppler genişletilmiş Breit-Wigner formülü (2.48)'de kullanılırsa ve $x > \Gamma_{p,i}/\Gamma_p$ ile $x < -\Gamma_{p,i}/\Gamma_p$ durumları için Bethe-Placzek fonksiyonunun değerinin neredeyse sıfır olduğu göz önüne alınarak integrasyon sınırları sonsuza götürülürse bu integral;

$$I_{n,i}^{\infty} \cong \frac{\pi \sigma_t^Y(E_R) \Gamma_{\gamma,i}}{2E_R} \quad (2.49)$$

olarak bulunur. Rezonanstan kaçma olasılığı tanımı kullanılarak sonsuz seyreltik rezonanstan kaçma olasılığı aşağıdaki gibi bulunur:

$$P_{n,i}^{\infty} = \exp\left(-\frac{\pi \Sigma_t^Y(E_R) \Gamma_{\gamma,i}}{2 \xi \Sigma_s E_R}\right) \quad (2.50)$$

Bu sonuçtan görüldüğü gibi yavaşlatıcı yoğunluğunun artmasıyla rezonanstan kaçma olasılığı artar. Bu özellik yavaşlatıcı olarak suyun kullanıldığı reaktörler için önemlidir. Güç artışı ve dolayısıyla sıcaklık artışı durumunda yavaşlatıcı yoğunluğu ve buna bağlı olarak rezonanstan kaçma olasılığı da düşer ki bu önemli bir negatif geri besleme mekanizmasıdır. Sonuçla ilgili yapılabilecek bir başka önemli yorum kaçma olasılığının düşük rezonans enerjilerinde azalmasıdır [1].

2.2.7 Rezonans civarında akının enerji bağımlılığı

Rezonans integralinin tanımından hatırlanacağı gibi rezonans bölgesinde akının enerji bağımlılığının doğru bir şekilde belirlenmesi doğru sonuç alınması açısından önemlidir. İncelenen sistem tek bir rezonans özelliğine sahip yutucu atom ve bir

yavaşlatıcı atomdan oluşuyorsa nötron yavaşlama denkleminin uygun şekli aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Sigma_t(E)\phi(E) = \int_E^{E/\alpha_M} \frac{\Sigma_s^M(E')\phi(E')}{(1-\alpha_M)E'} dE' + \int_E^{E/\alpha_Y} \frac{\Sigma_s^Y(E')\phi(E')}{(1-\alpha_Y)E'} dE' \quad (2.51)$$

Burada yavaşlatıcının sabit bir saçılma tesir kesitine sahip olduğu ve yutma tesir kesitinin ihmal edilebileceği kabulleri yapılacaktır. Bu kabuller altında yavaşlatıcı ve yutucunun toplam tesir kesitleri sırasıyla;

$$\Sigma_t^M(E) \approx \Sigma_s^M(E) = \Sigma_p^M \quad (2.52)$$

$$\Sigma_t^Y(E) = \Sigma_{a,res}^Y(E) + \Sigma_{s,res}^Y(E) + \Sigma_p^Y \quad (2.53)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Bu aşamadan itibaren yapılması gereken (2.51) denkleminin sağ tarafındaki iki integral terime yaklaşım yapmaktır. Yavaşlatıcı olarak kullanılan çekirdekler düşük kütle numaraları sebebiyle küçük α değerlerine sahiptirler. Böylece bir çarpışmada meydana gelen enerji kaybı rezonans genişliğine göre çok daha büyük olur:

$$\overline{\Delta E_M} = \frac{1}{2}(1-\alpha_M)E_{R,i} \gg \Gamma_{p,i} \quad (2.54)$$

O halde yavaşlatıcı integralindeki akıya asimptotik formla yaklaşımda bulunulabilir:

$$\int_E^{E/\alpha_M} \frac{\Sigma_s^M(E')\phi(E')}{(1-\alpha_M)E'} dE' \cong \frac{\Sigma_s^M}{1-\alpha_M} \int_E^{E/\alpha_M} \frac{dE'}{(E')^2} = \frac{\Sigma_s^M}{1-\alpha_M} \frac{1-\alpha_M}{E} = \frac{\Sigma_s^M}{E} \quad (2.55)$$

Bu sonuç (2.51) denklemde yerine konursa;

$$\Sigma_t(E)\phi(E) = \int_E^{E/\alpha_Y} \frac{\Sigma_s^Y(E')\phi(E')}{(1-\alpha_Y)E'} dE' + \frac{\Sigma_s^M}{E} \quad (2.56)$$

ifadesi elde edilir.

2.2.8 Rezonans integrali hesabında yaklaşımlar

Bir önceki bölümde yavaşlama denklemindeki yavaşlatıcı integraline, çarpışma sonucu meydana gelen enerji kaybı ile rezonans pratik genişliği karşılaştırılarak yaklaşımda bulunulmuştur. Bu bölümde ise yutucu integraline aynı kıyaslama yapılarak yaklaşımda bulunulacaktır.

2.2.8.1 Dar rezonans yaklaşımı

Dar rezonans yaklaşımında yutucu atomla yapılan çarpışma sonucu meydana gelen enerji kaybının rezonans pratik genişliğine göre çok büyük olduğu kabul edilir:

$$\overline{\Delta E_Y} = \frac{1}{2}(1 - \alpha_Y)E_{R,i} \gg \Gamma_{p,i} \quad (2.57)$$

Böylece yutucu integraline asimptotik akı ile yaklaşımda bulunulabilir:

$$\int_E^{E/\alpha_Y} \frac{\Sigma_s^Y(E')\phi(E')}{(1 - \alpha_Y)E'} dE' \cong \frac{\Sigma_p^Y}{1 - \alpha_Y} \int_E^{E/\alpha_Y} \frac{dE'}{(E')^2} = \frac{\Sigma_p^Y}{1 - \alpha_Y} \frac{1 - \alpha_Y}{E} = \frac{\Sigma_p^Y}{E} \quad (2.58)$$

Burada integraldeki yutucu saçılma tesir kesitinin incelenen aralıkta yaklaşık olarak potansiyel saçılma tesir kesitine eşit olduğu kabul edilmiştir. Bu sonuç (2.56) denkleminde kullanılarak dar rezonans akısı;

$$\phi_{DR}(E) = \frac{\Sigma_s^M + \Sigma_p^Y}{E \Sigma_t(E)} = \frac{\Sigma_s^M + \Sigma_p^Y}{E [\Sigma_s^M + \Sigma_s^Y(E) + \Sigma_a^Y(E)]} \quad (2.59)$$

olarak bulunur. Bu akı rezonans integralinde yerine konularak dar rezonans yaklaşımı rezonans integrali elde edilir:

$$I_{n,i}^{DR} = \left(\Sigma_s^M + \Sigma_p^Y \right) \int_{E_{R,i} - \Gamma_{p,i}/2}^{E_{R,i} + \Gamma_{p,i}/2} \sigma_a^Y(E) \frac{dE}{E [\Sigma_t^Y(E) + \Sigma_s^M]} \quad (2.60)$$

Bu integral artık Doppler genişletilmiş rezonans tesir kesitleri kullanılarak hesaplanabilir. Ortalama enerji kaybı yüksek enerji seviyelerinde daha büyük olduğu için dar rezonans yaklaşımı yüksek rezonans enerjilerinde daha iyi sonuçlar verir.

2.2.8.2 Geniş rezonans yaklaşımı

Çarpışma başına ortalama enerji kaybı düşük seviyedeki rezonanslar için küçük değerler alır. Bu durumda dar rezonans yaklaşımının tam tersi bir yaklaşımla enerji kaybının pratik genişliğe göre çok küçük olduğu kabulüyle bir yaklaşımda bulunulur:

$$\overline{\Delta E_Y} = \left(\frac{1 - \alpha_Y}{2} \right) E_{R,i} \ll \Gamma_{p,i} \quad (2.61)$$

Bu durumda yutucu integraline, yutucu çekirdek kütlelerinin sonsuz olduğu kabulüyle yaklaşımda bulunulur. Yani $A \rightarrow \infty \Rightarrow \alpha_Y \rightarrow 1$ iken limit alınarak;

$$\lim_{\alpha_Y \rightarrow 1} \int_E^{E/\alpha_Y} \frac{\Sigma_s^Y(E') \phi(E')}{(1-\alpha_Y)E'} dE' \rightarrow \Sigma_s^Y(E) \phi(E) \lim_{\alpha_Y \rightarrow 1} \frac{1}{E} \int_E^{E/\alpha_Y} \frac{dE'}{(1-\alpha_Y)} = \Sigma_s^Y(E) \phi(E) \quad (2.62)$$

bulunur. Bu sonuçla birlikte yavaşlama denklemi;

$$\Sigma_t(E) \phi(E) = \Sigma_s^Y(E) \phi(E) + \frac{\Sigma_s^M}{E} \quad (2.63)$$

haline gelir. Tesir kesitleri arasındaki;

$$\Sigma_t(E) - \Sigma_s^Y(E) = \Sigma_a^Y(E) + \Sigma_s^M \quad (2.64)$$

bağıntısı dikkate alınarak geniş rezonans akısı;

$$\phi_{GR}(E) = \frac{\Sigma_s^M}{[\Sigma_a^Y(E) + \Sigma_s^M] E} \quad (2.65)$$

olarak bulunur. Bu akı rezonans integrali tanımında kullanılarak geniş rezonans yaklaşımı rezonans integrali;

$$I_{n,i}^{GR} = \Sigma_s^M \int_{E_{R,i} - \Gamma_{p,i}/2}^{E_{R,i} + \Gamma_{p,i}/2} \sigma_a^Y(E) \frac{dE}{E [\Sigma_a^Y(E) + \Sigma_s^M]} \quad (2.66)$$

şeklinde ifade edilir.

2.2.9 J fonksiyonu

Bir önceki alt bölümde nötron yavaşlama denkleminde yaklaşımlarda bulunularak dar ve geniş rezonans yaklaşımları için rezonans integralleri bulunmuştur. (2.60) ve (2.66) denklemlerinden görüldüğü gibi bu integraller Doppler genişletilmiş tesir kesitlerine bağlıdır. Bu tesir kesitlerinin açık ifadeleri kullanılarak rezonans integralleri rezonans parametreleri cinsinden hesaplanabilir.

Her iki yaklaşım için de tesir kesitleri yerine konur, integral içerisindeki E sabit olarak dışarı alınır ve $x = 0$ civarında Doppler genişleme fonksiyonunun simetrik olduğu dikkate alınarak integrasyon limitleri $\pm \infty$ 'a götürülürse dar rezonans ve geniş rezonans yaklaşımları rezonans integralleri sırasıyla aşağıdaki gibi bulunur:

$$I_{n,i}^{DR} = \frac{(\Sigma_s^M + \Sigma_p^Y) \Gamma_{\gamma,i}}{n E_{R,i}} \int_0^\infty \frac{\psi(\zeta, x)}{\psi(\zeta, x) + \beta} dx \quad (2.67)$$

$$I_{n,i}^{GR} = \frac{\sum_p^Y \Gamma_i}{n E_{R,i}} \int_0^\infty \frac{\psi(\zeta, x)}{\psi(\zeta, x) + \beta'} dx \quad (2.68)$$

(2.67) ve (2.68) denklemlerinde görülen integraller J fonksiyonu olarak isimlendirilirler ve bu iki denklem;

$$I_{n,i}^{DR} = \frac{(\sum_s^M + \sum_p^Y) \Gamma_{\gamma,i}}{n E_{R,i}} J(\zeta, \beta) \quad (2.69)$$

$$I_{n,i}^{GR} = \frac{\sum_p^Y \Gamma_i}{n E_{R,i}} J(\zeta, \beta') \quad (2.70)$$

şeklinde yazılabilir. J fonksiyonunda görülen β ve β' parametreleri ise;

$$\beta = \frac{\sum_s^M + \sum_p^Y}{n \sigma_t^Y(E_{R,i})} \quad (2.71)$$

$$\beta' = \frac{\sum_s^M \Gamma_i}{n \sigma_t^Y(E_{R,i}) \Gamma_{\gamma,i}} \quad (2.72)$$

şeklindedir.

2.2.10 Heterojen yakıt-yavaşlatıcı hücresi

Şu ana kadar yapılan incelemelerde reaktör sisteminin homojen olduğu kabul edilmiştir; ancak gerçek bir reaktör kalbi söz konusu olduğunda yüksek seviyede bir heterojenite ile karşılaşılır. Rezonans yutulması hesaplarını bu heterojen yapıyı dikkate alarak yapmak reaktör tasarımı açısından bir gerekliliktir.

Bir termal reaktör birim hücresinde yakıt ortada yer alırken etrafı da yavaşlatıcı ve yakıt zarfı ile çevrelenmiştir. Yakıt ile diğer bileşenlerin ayrıklaştırılması, rezonans yutulmasında, uzaysal öz zırlama etkilerine bağlı olarak önemli değişikliklere sebep olur. Rezonans integralleri homojen eşdeğerlerine göre daha düşük değerlere sahip olurlar. İleride de görüleceği gibi bu uzaysal etkiler ilk uçuş kaçma olasılıkları kullanılarak hesaba dahil edilirler.

Yalnızca yakıt ve yavaşlatıcıdan oluşan bir reaktör hücresi ele almak heterojen ortam incelemesinin yapılması açısından yeterlidir. Nükleer reaktörlerde kullanılan temel yakıt UO_2 'dir. Bu yüzden bu altbölümde türetilen formüllerde yakıt içerisinde yutucu olmayan bir yavaşlatıcı çekirdeğinin bulunduğu göz önüne alınacaktır. Bu çekirdeğin

enerjiden bağımsız saçılma tesir kesiti Σ_m^Y ile ifade edilecektir. Böyle bir sistem için homojenleştirilmiş mikrogrup rezonans tesir kesiti;

$$\Sigma_{a,n}^R = \frac{\int_{E_n}^{E_{n-1}} \Sigma_a^Y(E) dE \int_{V_Y} \phi(\vec{r}, E) dV}{\int_{E_n}^{E_{n-1}} \left[\int_{V_Y} \phi(\vec{r}, E) dV + \int_{V_M} \phi(\vec{r}, E) dV \right] dE} \quad (2.73)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada V_Y ve V_M sırasıyla yakıt ve yavaşlatıcı hacimleridir. Uzaysal olarak ortalanmış enerji bağımlı yakıt ve yavaşlatıcı akıları;

$$\phi^Y(E) = \frac{\int_{V_Y} \phi(\vec{r}, E) dV}{V_Y} \quad (2.74)$$

$$\phi^M(E) = \frac{\int_{V_M} \phi(\vec{r}, E) dV}{V_M} \quad (2.75)$$

şeklinde tanımlanırsa (2.73) denklemi;

$$\Sigma_{a,n}^R = \frac{V_Y \int_{E_n}^{E_{n-1}} \Sigma_a^Y(E) \phi^Y(E) dE}{V_Y \int_{E_n}^{E_{n-1}} \phi^Y(E) dE + V_M \int_{E_n}^{E_{n-1}} \phi^M(E) dE} \quad (2.76)$$

haline gelir. Rezonans pratik genişlikleri mikrogrup enerji genişliğinin küçük bir kısmını kapsadığı için (2.76) denkleminin paydasında görülen akılara asimptotik yaklaşım yapılabilir. Yakıt hacminin toplam hacme olan oranı;

$$x_Y = \frac{V_Y}{V_Y + V_M} \quad (2.77)$$

şeklinde tanımlanırsa mikrogrup rezonans tesir kesiti;

$$\Sigma_{a,n}^R = \frac{x_Y n I_n^{het}}{\Delta u_n} \quad (2.78)$$

olarak yazılabilir. Burada heterojen rezonans integrali şu şekilde tanımlanır:

$$I_n^{het} = \int_{E_n}^{E_{n-1}} \sigma_a^Y(E) \phi^Y(E) dE \quad (2.79)$$

Homojen duruma benzer olarak bir gruba birden çok rezonans integrali dahil olabilir.

Mikrogrubun i. rezonansı;

$$I_{n,i}^{het} = \int_{E_{R,i}-\Gamma_{p,i}/2}^{E_{R,i}+\Gamma_{p,i}/2} \sigma_a^Y(E) \phi^Y(E) dE \quad (2.80)$$

ise (2.78) denklemini;

$$\Sigma_{a,n}^R = \frac{n \sum_{i=1}^N I_{n,i}^{het}}{\Delta u_n} \quad (2.81)$$

haline gelir.

Mikrogrup içerisindeki belirli bir rezonans için rezonanstan kaçma olasılığı aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$P_{n,i}^{het} = 1 - \frac{V_Y n I_{n,i}^{het}}{\int_{V_Y} q(\vec{r}, E_{R,i} + \Gamma_{p,i}/2) dV + \int_{V_M} q(\vec{r}, E_{R,i} + \Gamma_{p,i}/2) dV} \quad (2.82)$$

Yakıt ve yavaşlatıcı için hacim üzerinden ortalanan yavaşlama yoğunlukları;

$$\bar{q}^Y(E_{R,i} + \Gamma_{p,i}/2) = \frac{\int_{V_Y} q(\vec{r}, E_{R,i} + \Gamma_{p,i}/2) dV}{V_Y} \quad (2.83)$$

$$\bar{q}^M(E_{R,i} + \Gamma_{p,i}/2) = \frac{\int_{V_M} q(\vec{r}, E_{R,i} + \Gamma_{p,i}/2) dV}{V_M} \quad (2.84)$$

şeklinde tanımlanırsa (2.82) denkleminde;

$$P_{n,i}^{het} = 1 - \frac{V_Y n I_{n,i}^{het}}{V_Y \bar{q}^Y(E_{R,i} + \Gamma_{p,i}/2) + V_M \bar{q}^M(E_{R,i} + \Gamma_{p,i}/2)} \quad (2.85)$$

bulunur. Akının, pratik genişliğin üst sınırında asimptotik formunu aldığı kabul edilerek;

$$\bar{q}^Y(E_{R,i} + \Gamma_{p,i}/2) = \xi^Y \Sigma_p^Y + \xi^m \Sigma_m^Y \quad (2.86)$$

ve

$$\bar{q}^M(E_{R,i} + \Gamma_{p,i} / 2) = \xi^M \Sigma_s^M \quad (2.87)$$

olarak bulunur. (2.86) ve (2.87), (2.85)'de kullanılarak;

$$P_{n,i}^{het} = 1 - \frac{V_Y n I_{n,i}^{het}}{(\xi^Y \Sigma_p^Y + \xi^m \Sigma_m^Y) V_Y + \xi^M \Sigma_s^M V_M} \quad (2.88)$$

ifadesi elde edilir. Ortalama yavaşlatma gücü;

$$\bar{\xi} \Sigma_p = \frac{(\xi^Y \Sigma_p^Y + \xi^m \Sigma_m^Y) V_Y + \xi^M \Sigma_s^M V_M}{V_Y + V_M} \quad (2.89)$$

şeklinde tanımlanarak rezonanstan kaçma olasılığı;

$$P_{n,i}^{het} = 1 - \frac{x_Y n I_{n,i}^{het}}{\bar{\xi} \Sigma_p} \quad (2.90)$$

olarak bulunur. Yutulma ihtimalinin homojen durumdaki gibi yine düşük olduğu göz önüne alınarak rezonanstan kaçma olasılığı;

$$P_n^{het} \cong \exp\left(-\frac{x_Y n I_n^{het}}{\bar{\xi} \Sigma_p}\right) \quad (2.91)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Heterojen ortamda akının enerji bağımlılığının bulunabilmesi için ilk uçuş çarpışma olasılığı kavramından yararlanır:

- $P_{Y0}(E) \rightarrow$ Yakıtta E enerjisine yavaşlayan bir nötronun bir sonraki çarpışmasını yavaşlatıcıda yapma ihtimali
- $P_{M0}(E) \rightarrow$ Yavaşlatıcıda E enerjisine yavaşlayan bir nötronun bir sonraki çarpışmasını yakıtta yapma ihtimali

$\phi_Y(E)$ ve $\phi_M(E)$ sırasıyla enerji bağımlı yakıt ve yavaşlatıcı akılarıysa mesela

$$V_M \int_E^{E/\alpha_M} \frac{\Sigma_s^M \phi_M(E')}{(1 - \alpha_M) E'} dE', \text{ yavaşlatıcıda } E \text{ enerjisine, saçılma reaksiyonuyla}$$

gerçekleşen yavaşlama hızını temsil eder. Bu terim $P_{M0}(E)$ ile çarpılarak E enerjisindeki nötronların yavaşlatıcıdan yakıtta transfer hızları belirlenebilir. Benzer

şekilde yakıtta E enerjisine yavaşlayan nötronların bir sonraki çarpışmalarını yakıtta

$$\text{yapma ihtimalleri de } V_Y [1 - P_{Y0}(E)] \left[\int_E^{E/\alpha_Y} \frac{\sum_s^Y(E') \phi_Y(E')}{(1 - \alpha_Y)E'} dE' + \int_E^{E/\alpha_m} \frac{\sum_m^Y \phi_Y(E')}{(1 - \alpha_Y)E'} dE' \right]$$

terimi ile ifade edilebilir. Bu iki terimin toplamı yakıtta meydana gelen toplam çarpışmalara tekabül etmelidir ve böylece bir denge denkleminde ulaşılır:

$$V_Y [\sum_t^Y(E) + \sum_m^Y] \phi_Y(E) = V_M P_{M0}(E) \int_E^{E/\alpha_M} \frac{\sum_s^M \phi_M(E')}{(1 - \alpha_M)E'} dE' + V_Y [1 - P_{Y0}(E)] \left\{ \int_E^{E/\alpha_Y} \frac{\sum_s^Y(E') \phi_Y(E')}{(1 - \alpha_Y)E'} dE' + \int_E^{E/\alpha_m} \frac{\sum_m^Y \phi_Y(E')}{(1 - \alpha_m)E'} dE' \right\} \quad (2.92)$$

Yavaşlatıcı bölgesi için de benzer bir denklem yazılabilir:

$$V_M \sum_s^M(E) \phi_M(E) = V_Y P_{Y0}(E) \left\{ \int_E^{E/\alpha_Y} \frac{\sum_s^Y \phi_Y(E')}{(1 - \alpha_Y)E'} dE' + \int_E^{E/\alpha_m} \frac{\sum_m^Y \phi_Y(E')}{(1 - \alpha_m)E'} dE' \right\} + V_M [1 - P_{M0}(E)] \int_E^{E/\alpha_M} \frac{\sum_s^M \phi_M(E')}{(1 - \alpha_M)E'} dE' \quad (2.93)$$

(2.92) ve (2.93) denklemleri iki bölgeli heterojen bir yakıt hücresi için genel denge denklemleridir. Bu birleşik integral denklemlerden bir sonuca ulaşabilmek için ilk uçuş kaçma olasılıklarının belirlenmesi gerekir.

Düzgün akı dağılımı kabulü altında ilk uçuş kaçma olasılıkları arasında bir karşılıklılık bağıntısı vardır:

$$P_{Y0}(E) [\sum_t^Y(E) + \sum_m^Y] V_Y = P_{M0}(E) \sum_s^M V_M \quad (2.94)$$

(2.94) ifadesi (2.92) bağıntısının sağ tarafındaki ikinci terimde kullanılırsa;

$$[\sum_t^Y(E) + \sum_m^Y] \phi_Y(E) = \frac{P_{Y0}(E) [\sum_t^Y(E) + \sum_m^Y]}{1 - \alpha_M} \int_E^{E/\alpha_M} \frac{\phi^M(E')}{E'} dE' + [1 - P_{Y0}(E)] \left\{ \int_E^{E/\alpha_Y} \frac{\sum_s^Y(E') \phi_Y(E')}{(1 - \alpha_Y)E'} dE' + \frac{\sum_m^Y}{1 - \alpha_m} \int_E^{E/\alpha_m} \frac{\phi_Y(E')}{E'} dE' \right\} \quad (2.95)$$

bulunur. Burada homojen duruma benzer olarak yavaşlatıcı saçılma integrali aralığının pratik genişliğe göre çok büyük olduğu kabulü yapılarak (2.95)'teki birinci ve üçüncü integrale asimptotik akı yaklaşımı yapılabilir:

$$\begin{aligned} [\Sigma_t^Y(E) + \Sigma_m^Y] \phi^Y(E) &= [1 - P_{Y0}(E)] \int_E^{E/\alpha_Y} \frac{\Sigma_s^Y(E') \phi^Y(E')}{(1 - \alpha_Y) E'} dE' \\ &+ \frac{[1 - P_{Y0}(E)] \Sigma_m^Y + P_{Y0}(E) [\Sigma_t^Y(E) + \Sigma_m^Y]}{E} \end{aligned} \quad (2.96)$$

(2.96) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terim sadeleştirilerek;

$$\begin{aligned} [\Sigma_t^Y(E) + \Sigma_m^Y] \phi^Y(E) &= [1 - P_{Y0}(E)] \int_E^{E/\alpha_Y} \frac{\Sigma_s^Y(E') \phi^Y(E')}{(1 - \alpha_Y) E'} dE' \\ &+ \frac{\Sigma_m^Y + P_{Y0}(E) \Sigma_t^Y(E)}{E} \end{aligned} \quad (2.97)$$

bulunur. (2.97) denklemini $1 - P_{Y0}(E)$ ile bölünürse;

$$\frac{[\Sigma_t^Y(E) + \Sigma_m^Y] \phi^Y(E)}{1 - P_{Y0}(E)} = \int_E^{E/\alpha_Y} \frac{\Sigma_s^Y(E') \phi^Y(E')}{(1 - \alpha_Y) E'} dE' + \frac{\Sigma_m^Y + P_{Y0}(E) \Sigma_t^Y(E)}{[1 - P_{Y0}(E)] E} \quad (2.98)$$

denklemini elde edilir. Bu aşamadan sonra artık yapılması gereken $P_{Y0}(E)$ 'nin belirlenmesidir. Yavaşlatıcı yeterince kalın ise ilk uçuş kaçma olasılığı ile yakıtta E enerjisine yavaşlamış olan bir nötronun çarpışma yapmadan yakıtı terk etmesi ihtimalini karakterize eden ilk uçuş kaçma olasılığı $P_0(E)$ birbirine eşit olacaktır. İlk uçuş kaçma olasılığını yalancı bir makroskobik kaçma tesir kesiti ile ifade etmek gelenekseldir:

$$P_{Y0}(E) \cong P_0(E) = \frac{\Sigma_e(E)}{\Sigma_e(E) + [\Sigma_t^Y(E) + \Sigma_m^Y]} \quad (2.99)$$

Bu tanım kullanılarak (2.98) denklemini aşağıdaki forma sokulabilir:

$$[\Sigma_t^Y(E) + \Sigma_m^Y + \Sigma_e(E)] \phi^Y(E) = \int_E^{E/\alpha_Y} \frac{\Sigma_s^Y(E') \phi^Y(E')}{(1 - \alpha_Y) E'} dE' + \frac{\Sigma_e(E) + \Sigma_m^Y}{E} \quad (2.100)$$

2.2.10.1 Wigner rasyonel yaklaşımıyla kaçma tesir kesitinin belirlenmesi

(2.100) denkleminde görüldüğü gibi artık tek eksik kaçma tesir kesitinin belirlenmesidir. Bu da ilk uçuş kaçma olasılığının bulunmasını gerektirir. Wigner bu amaçla basit bir yaklaşım önermiştir. Yakıtın yüzey alanı S_Y , hacmi ise V_Y ile ifade edilirse çok küçük bir yakıt bölgesi için ($V_Y/S_Y \rightarrow 0$);

$$\lim_{\frac{V_Y}{S_Y} \rightarrow 0} P_0(E) = 1 \quad (2.101)$$

olur. Büyük bir yakıt bölgesi için ise ($V_Y/S_Y \rightarrow \infty$);

$$\lim_{\frac{V_Y}{S_Y} \rightarrow \infty} P_0(E) = \frac{\lambda(E)}{\bar{l}_s} \quad (2.102)$$

olur [6]. (2.102) denkleminde $\lambda(E)$ ortama serbest yol, \bar{l}_s ise ortalama giriş uzunluğudur ve sırasıyla;

$$\lambda(E) = \frac{1}{\Sigma_t^Y(E) + \Sigma_m^Y} \quad (2.103)$$

$$\bar{l}_s = \frac{4V_Y}{S_Y} \quad (2.104)$$

şeklinde ifade edilirler. Ara büyüklükteki boyutlar söz konusu olduğu zaman ilk uçuş kaçma olasılığı daha karmaşık bir hal alır. Wigner bu durum için (2.101) ve (2.102) ile ifade edilen limit değerlerin geometrik ortalamasını bir yaklaşım olarak önermiştir:

$$\frac{1}{P_0(E)} \cong \frac{1}{\lim_{\frac{V_Y}{S_Y} \rightarrow 0} P_0(E)} + \frac{1}{\lim_{\frac{V_Y}{S_Y} \rightarrow \infty} P_0(E)} = \frac{1}{1} + \frac{1}{\left(\frac{\lambda(E)}{\bar{l}_s}\right)} = 1 + \frac{\bar{l}_s}{\lambda(E)} \quad (2.105)$$

(2.105)'ten ilk uçuş kaçma olasılığı;

$$P_0(E) \cong \frac{\lambda(E)}{\lambda(E) + \bar{l}_s} \quad (2.106)$$

olarak bulunur. (2.103) ve (2.104), (2.106)'da yerine konularak;

$$P_0(E) \cong \frac{\frac{S_Y}{4V_Y [\Sigma_t^Y(E) + \Sigma_m^Y]}}{1 + \frac{S_Y}{4V_Y [\Sigma_t^Y(E) + \Sigma_m^Y]}} \quad (2.107)$$

ifadesi elde edilir. (2.107) denkleminde verilen yaklaşım Wigner rasyonel yaklaşımı olarak bilinir.

Kaçma tesir kesiti ortalama serbest yol cinsinden şu şekilde ifade edilebilir:

$$\Sigma_e(E) = \frac{P_{Y_0}(E)}{\lambda(E)[1 - P_{Y_0}(E)]} \quad (2.108)$$

$P_0(E) \cong P_{Y_0}(E)$ kabulü ile birlikte Wigner rasyonel yaklaşımının kullanılmasıyla;

$$\Sigma_e(E) = \frac{1}{l_s} \quad (2.109)$$

olarak bulunur. Son olarak (2.104) denkleminin kullanılmasıyla;

$$\Sigma_e = \frac{S_Y}{4V_Y} \quad (2.110)$$

ifadesi elde edilir.

2.2.10.2 Homojen ve heterojen rezonans integrallerinin denkliği

Wigner rasyonel yaklaşımının kullanımıyla kaçma tesir kesiti enerjiden bağımsız hale gelir ve (2.100) denklemi;

$$\left[\Sigma_t^Y(E) + \Sigma_m^Y + \Sigma_e \right] \phi^Y(E) = \int_E^{E/\alpha_Y} \frac{\Sigma_s^Y(E') \phi^Y(E')}{(1 - \alpha_Y)E'} dE' + \frac{\Sigma_m^Y + \Sigma_e}{E} \quad (2.111)$$

haline gelir. Homojen ortam denklemi (2.56) ile (2.111) arasında karşılaştırma yapıldığı zaman bu iki denklemin benzer olduğu görülür. Bu benzerlikten faydalanılarak herhangi bir türetime ihtiyaç duyulmadan dar rezonans ve geniş rezonans yaklaşımları için rezonans integralleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$I_{n,i}^{DR,het} = \frac{(\Sigma_m^Y + \Sigma_e + \Sigma_p^Y) \Gamma_{\gamma,i}}{n E_{R,i}} J(\zeta, \beta_{het}) \quad (2.112)$$

$$I_{n,i}^{GR,het} = \frac{(\Sigma_m^Y + \Sigma_e) \Gamma_i}{n E_{R,i}} J(\zeta, \beta'_{het}) \quad (2.113)$$

J fonksiyonu içerisinde görülen β ve β' parametreleri ise sırasıyla;

$$\beta_{het} = \frac{\Sigma_m^Y + \Sigma_e + \Sigma_p^Y}{n \sigma_t^Y(E_{R,i})} \quad (2.114)$$

$$\beta'_{het} = \frac{(\Sigma_m^Y + \Sigma_e) \Gamma_i}{n \sigma_t^Y(E_{R,i}) \Gamma_{\gamma,i}} \quad (2.115)$$

şeklinde ifade edilebilir.

2.2.10.3 Sıkı yapılı hücreler

Heterojen etkilerin ele alındığı bu alt bölümde şu ana kadar yapılan incelemede yakıt hücrelerinin diğer yakıt hücrelerinden izole olduğu kabulü yapılmıştır. Bununla beraber hücreleri birbirinden ayıran yavaşlatıcı bölgesi yeterince kalın değilse nötronlar bir yakıt hücresinden diğerine geçebilirler. Bu durumda ilk uçuş kaçma olasılığı ile ilk uçuş çarpışma olasılığı birbirine eşit olmaz ve $P_0(E)$ ile $P_{Y_0}(E)$ arasında yeni bir bağıntı geliştirilmelidir.

$G_M^{(1)}(E)$ yakıtta E enerjisine yavaşlayan bir nötronun yavaşlatıcı bölgesini çarpışma yapmadan geçme ihtimali, $G_Y^{(2)}(E)$ aynı nötronun, yavaşlatıcı bölgesinden sonra ikinci yakıtta da çarpışma yapmama ihtimali olsun ve tanım benzer şekilde devam etsin. Bu durumda;

$$P_{Y_0}(E) = P_0(E) \left\{ [1 - G_M^{(1)}(E)] + G_M^{(1)}(E)G_Y^{(2)}(E)[1 - G_M^{(2)}(E)] \right. \\ \left. + G_M^{(1)}(E)G_M^{(2)}(E)G_Y^{(3)}(E)[1 - G_M^{(3)}(E)] + \dots \right\} \quad (2.116)$$

olur. (2.116)'da görülen $G_x^{(n)}(E)$ olasılıkları geometriye bağımlıdır ve birbirini takip eden uçuşlar için eşit değildirlir. Ancak bu olasılıkların;

$$G_Y^{(n)}(E) \cong G_Y(E), \quad n = 2, 3, \dots \quad (2.117)$$

$$G_M^{(n)}(E) \cong G_M(E), \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.118)$$

şeklinde ortalama değerler alabileceği kabul edilirse (2.116) denklemini;

$$P_{Y_0}(E) \cong P_0(E) \left\{ [1 - G_M(E)] \left[1 + [G_Y(E)G_M(E)] + [G_Y(E)G_M(E)]^2 + \dots \right] \right. \\ \left. + [G_Y(E)G_M(E)]^n + \dots \right\} \quad (2.119)$$

haline gelir. Bu ifadeden de;

$$P_{Y_0}(E) \cong \frac{P_0(E)[1 - G_M(E)]}{1 - G_M(E)G_Y(E)} \quad (2.120)$$

eşitliği bulunur. Geleneksel şekilde $G_M(E) = C$ alınarak (2.120) ifadesi aşağıdaki formda yazılabilir:

$$P_{Y_0}(E) \cong \frac{P_0(1-C)}{1-C G_Y(E)} \quad (2.121)$$

Burada C Dancoff düzeltmesi olarak isimlendirilir. Son olarak $G_Y(E)$ terimi belirlenmelidir. Bu amaçla;

$$P_0(E) + [1 - G_Y(E)] \cong 1 \quad (2.122)$$

olduğu dikkate alınarak;

$$1 - G_Y(E) = \left[\frac{1}{P_0(E)} - 1 \right] P_0(E) \quad (2.123)$$

ifadesi elde edilir. Diğer taraftan (2.106) denkleminde;

$$P_0(E) \cong \frac{1}{1 + \frac{\bar{I}_s}{\lambda}} \quad (2.124)$$

ifadesi yazılabilir ve sonuç olarak;

$$P_{Y_0}(E) \cong \frac{(1-C)/\bar{I}_s}{1/\lambda + (1-C)/\bar{I}_s} \quad (2.125)$$

eşitliği bulunur. (2.109) denklemini hatırlanarak ve ortalama serbest yol tanımı kullanılarak (2.125) denkleminde;

$$P_{Y_0}(E) \cong \frac{(1-C)\Sigma_e}{\Sigma_t^Y(E) + \Sigma_m^Y + (1-C)\Sigma_e} \quad (2.126)$$

elde edilir. (2.99) ile (2.126) karşılaştırıldığı zaman;

$$\tilde{\Sigma}_e = (1-C)\Sigma_e \quad (2.127)$$

tanımlaması yapılıncaya ve

$$P_{Y_0}(E) \cong \frac{\tilde{\Sigma}_e}{\Sigma_t^Y(E) + \Sigma_m^Y + \tilde{\Sigma}_e} \quad (2.128)$$

ifadesi yazılınca bu iki denklemin eşdeğer hale geldiği görülür. Dancoff düzeltmesi C siyah bir yutucu için enerjiden bağımsızdır. Bu kabul hesaplamalarda kullanılırsa (2.127) ile hesaplanan kaçma tesir kesiti enerjiden bağımsız olur ve homojen ile heterojen ortamların denkliği ile ilgili verilen ifadeler denkliklerini korurlar.

Dancoff düzeltmesi ile ilgili en genel ve basit yaklaşımlardan biri Bell tarafından verilmiştir [7]:

$$1 - C \cong \frac{1}{1 + \frac{S_Y}{4V_M \Sigma_s^M}} \quad (2.129)$$

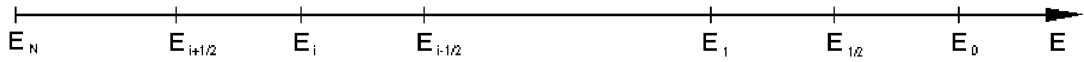
Sonuç olarak sıkı yapılı hücreler için yapılması gereken tek değişiklik Σ_e 'nin $\tilde{\Sigma}_e$ ile değiştirilmesidir. Bu düzeltmeyle birlikte daha önce türetilmiş olan sonuçlar geçerliliklerini korurlar.

3. REZONANS İNTEGRALLERİNİN HESAPLANMASINA YÖNELİK SAYISAL BİR YÖNTEM

Bu bölümde rezonans integrallerinin hesaplanmasına yönelik bir yöntem önerilmektedir. Yöntemin tanıtımının ardından hesaplamalarda yapılabilecek çeşitli kabuller ele alınacaktır. Son olarak mikroskobik rezonans saçılma tesir kesiti hesabında karşılaşılan girişim saçılması terimi için analitik bir ifade türetilecektir.

3.1 Çözüm Yöntemi

Rezonans integrali hesabı için bu çalışmada kullanılan yöntem temelde nötron yavaşlama denkleminin ayrıklaştırılmasına dayanmaktadır (şekil 3.1). Ayrıklaştırma işleminden sonra enerji gruplarının orta noktalarında akı hesabı yapılmakta ve bu akı hesabı yapılırken saçılma integrali sınırları göz önüne alınmaktadır. Saçılma integralinin üst sınırı olan E/α 'nın diğer enerji grupları içerisine girip girmemesine göre hesap gerçekleştirilmektedir.



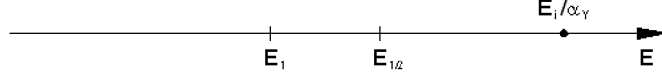
Şekil 3.1 : Enerji ayrıklaştırılması

Çözüm yöntemi, daha genel olması sebebiyle heterojen durum için verilmektedir. Çıkarımdan sonra homojen durum için gerekli değişiklikler belirtilecektir. Heterojen ortam nötron yavaşlama denklemini ikinci bölümde verilmişti:

$$\left[\Sigma_t^Y(E_i) + \Sigma_m^Y + \Sigma_e \right] \phi^Y(E_i) = \int_{E_i}^{E_i/\alpha_Y} \frac{\Sigma_s^Y(E') \phi^Y(E')}{(1 - \alpha_Y) E'} dE' + \frac{\Sigma_m^Y + \Sigma_e}{E_i} \quad (3.1)$$

Burada i alt indisleri ayrıklaştırma sonucu elde edilen enerji gruplarını ifade eder. Çözüm (3.1) denkleminin sağ tarafında görülen saçılma integralinin üst sınırının alacağı

konuma göre belirlenir. E_i/α_Y 'nin alacağı değere göre üç farklı durum gözlenebilir. İlk olarak E_i/α_Y 'nin başlangıç enerjisinden daha büyük olduğu durum ele alınsın. Şekil 3.2'de bu durum tasvir edilmiştir.



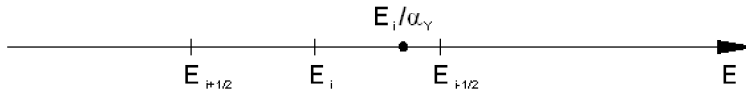
Şekil 3.2 : E_i/α_Y 'nin başlangıç enerjisinden daha büyük olması durumu

Başlangıç enerjisinin dışına taşmış olmak rezonans bölgesinden tamamen ayrılmış olmak anlamına gelir ki bu da akının asimptotik form aldığını gösterir. Buna göre saçılma integrali;

$$a_i = \int_{E_i}^{E_i/\alpha_Y} \frac{\sum_s^Y(E') \phi^Y(E')}{(1-\alpha_Y)E'} dE' = \frac{\sum_p^Y}{(1-\alpha_Y)} \int_{E_i}^{E_i/\alpha_Y} \frac{dE'}{(E')^2} = \frac{\sum_p^Y}{(1-\alpha_Y)} \left(\frac{1}{E_{1/2}} - \frac{\alpha_Y}{E_i} \right) \quad (3.2)$$

haline gelir. Burada integral içerisindeki enerji bağımlı saçılma tesir kesiti rezonans bölgesi dışına çıkıldığı için sabit potansiyel saçılma tesir kesiti olarak alınmıştır. $E_{1/2}$ ise ilk enerji grubunun orta noktasıdır.

İkinci muhtemel durum E_i/α_Y 'nin i. grup içerisinde kalmasıdır. Bu durum şekil 3.3'te görülmektedir.



Şekil 3.3 : E_i/α_Y 'nin i. grup içerisinde kalması durumu

Saçılma integrali;

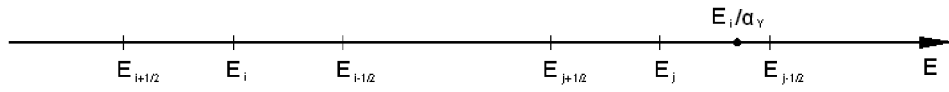
$$S_{ii} \phi_i = \int_{E_{i+1/2}}^{E_{i-1/2}} \frac{\sum_s^Y(E') \phi^Y(E')}{(1-\alpha_Y)E'} dE' \quad (3.3)$$

şeklinde ifade edilirse E_i/α_Y 'nin grup içerisinde alabileceği konuma göre S_{ii} aşağıdaki değerleri alabilir:

$$S_{ii} = \begin{cases} \frac{\Sigma_s^Y(E_i)}{(1-\alpha_Y)E_i} \frac{\Delta E}{2} & \frac{E_i}{\alpha_Y} \geq E_{i-1/2} \\ \frac{\Sigma_s^Y(E_i)}{(1-\alpha_Y)E_i} \left(\frac{E_i}{\alpha_Y} - E_{i+1/2} \right) & \frac{E_i}{\alpha_Y} < E_{i-1/2} \end{cases} \quad (3.4)$$

Burada ΔE bir enerji grubunun genişliğidir.

Mümkün olan son durum E_i/α_Y 'nin başlangıç enerjisini aşmadan i. grubun dışında herhangi bir j. grup içerisine dahil olmasıdır. Bu durum ise şekil 3.4'te görülmektedir.



Şekil 3.4 : E_i/α_Y 'nin başlangıç enerjisini aşmadan i. grubun dışında herhangi bir j. grup içerisine girmesi durumu

S_{ij} bu durumda yine E_j/α_Y 'nin konumuna bağlı olarak aşağıdaki değerleri alabilir:

$$S_{ij} = \begin{cases} \frac{\Sigma_s^Y(E_j)}{(1-\alpha_Y)E_j} \Delta E_j & \frac{E_j}{\alpha_Y} \geq E_{j-1/2} \\ \frac{\Sigma_s^Y(E_j)}{(1-\alpha_Y)E_j} \left(\frac{E_j}{\alpha_Y} - E_{j+1/2} \right) & E_{j+1/2} < \frac{E_j}{\alpha_Y} < E_{j-1/2} \end{cases} \quad (3.5)$$

Burada ΔE_j i. grubun orta noktası ile j. grubun orta noktası arasındaki enerji farkıdır.

Saçılma integraline yapılan bu yaklaşımlarla birlikte bir integral denklem olan nötron yavaşlama denklemi aşağıdaki ayrıklaştırılmış denkleme dönüşür:

$$\left(\Sigma_{t,i}^Y + \Sigma_m^Y + \Sigma_e \right) \phi_i^Y = \sum_{j=1}^i S_{ij} \phi_j^Y + \frac{\Sigma_m^Y + \Sigma_e}{E_i} \quad (3.6)$$

Daha açık bir ifadeyle;

$$\left(\Sigma_{t,i}^Y + \Sigma_m^Y + \Sigma_e - S_{ii} \right) \phi_i^Y = \sum_{j=1}^{i-1} S_{ij} \phi_j^Y + \frac{\Sigma_m^Y + \Sigma_e}{E_i} \quad (3.7)$$

yazılabilir. (3.7) denkleminin matris formu şu şekildedir:

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{t,1}^Y + \Sigma_m^Y + \Sigma_e - S_{11} & & & & & & \\ & -S_{21} & & & & & \\ & \vdots & & & & & \\ & & \ddots & & & & \\ & & & & & & \\ & -S_{G1} & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_1^Y \\ \phi_2^Y \\ \vdots \\ \phi_G^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + \frac{\Sigma_m^Y + \Sigma_e}{E_1} \\ a_2 + \frac{\Sigma_m^Y + \Sigma_e}{E_2} \\ \vdots \\ a_G + \frac{\Sigma_m^Y + \Sigma_e}{E_G} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Sonuç olarak grup akıları;

$$\begin{aligned} \phi_1^Y &= \frac{a_1 + \frac{\Sigma_m^Y + \Sigma_e}{E_1}}{\Sigma_{t,1}^Y + \Sigma_m^Y + \Sigma_e - S_{11}} \\ &\vdots \\ \phi_i^Y &= \frac{a_i + \frac{\Sigma_m^Y + \Sigma_e}{E_i} + \sum_{j=1}^{i-1} S_{ij} \phi_j}{\Sigma_{t,i}^Y + \Sigma_m^Y + \Sigma_e - S_{ii}} \quad i = 2, \dots, G \end{aligned} \quad (3.9)$$

şeklinde bulunur. Elde edilen bu akılar kullanılarak rezonans integrali kolayca hesaplanabilir:

$$I = \sum_{i=1}^G \sigma_a^i \cdot \phi_i^Y \cdot \Delta E \quad (3.10)$$

Burada G grup sayısıdır. Homojen ve heterojen ortamlar için yavaşlama denklemlerinin eşdeğerliliğinden yola çıkılarak homojen ortam grup akıları;

$$\begin{aligned} \phi_1^Y &= \frac{a_1 + \frac{\Sigma_s^M}{E_1}}{\Sigma_{t,1} - S_{11}} \\ &\vdots \\ \phi_i^Y &= \frac{a_i + \frac{\Sigma_s^M}{E_i} + \sum_{j=1}^{i-1} S_{ij} \phi_j}{\Sigma_{t,i} - S_{ii}} \quad i = 2, \dots, G \end{aligned} \quad (3.11)$$

şeklinde bulunabilir. (3.8) ifadesinden görüldüğü gibi elde edilen matris alt üçgen formundadır. Bu yapıyla grup akıları kolayca elde edilmişlerdir.

(3.9) ve (3.10) denklemlerinden görüldüğü gibi rezonans integrali hesabındaki en önemli parametrelerden biri enerji bağımlı mikroskobik yutulma tesir kesitidir. Bu tesir kesitinin doğru hesaplanması Bethe-Placzek fonksiyonunun etkin bir şekilde hesaplanmasına bağlıdır. Bu çalışmada Bethe-Placzek fonksiyonunun hesabında aşağıdaki analitik çözüm kullanılmıştır [8]:

$$\begin{aligned} \psi(\zeta, x) = & \frac{\zeta \sqrt{\pi}}{4} \exp\left[\frac{\zeta^2 (xi-1)^2}{4}\right] \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{i\zeta x - \zeta}{2}\right)\right] \\ & + \frac{\zeta \sqrt{\pi}}{4} \exp\left[\frac{\zeta^2 (xi+1)^2}{4}\right] \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{i\zeta x + \zeta}{2}\right)\right] \end{aligned} \quad (3.12)$$

3.2 Hesaplamaların Basitleştirilmesine Yönelik Kabuller

Rezonans integrali hesaplarında işlem sayısını azaltmak amacıyla mikroskobik rezonans tesir kesitleri ile ilgili bazı kabuller yapmak geleneksel bir yaklaşımdır. Bugüne kadar yapılmış birçok incelemede rezonans saçılma tesir kesitinde karşılaşılan girişim saçılması terimi ihmal edilmiştir. Böylece enerji bağımlı saçılma tesir kesiti;

$$\sigma_s(E) = \sigma_0 \frac{\Gamma_n}{\Gamma} \sqrt{\frac{E_R}{E}} \psi(\zeta, x) + 4\pi R^2 \quad (3.13)$$

haline gelir. Yapılan bir başka kabul ise hem yutulma hem de saçılma tesir kesitlerinde $\sqrt{E_R/E} \approx 1$ almaktır. Bu kabuller altında bu iki tesir kesiti aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\sigma_a(E) = \sigma_0 \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma} \psi(\zeta, x) \quad (3.14)$$

$$\sigma_s(E) = \sigma_0 \frac{\Gamma_n}{\Gamma} \psi(\zeta, x) + 4\pi R^2 \quad (3.15)$$

3.2.1 Girişim saçılması teriminin analitik ifadesi

Rezonans integrali hesabında akı terimi sebebiyle karşılaşılan rezonans saçılma tesir kesiti bilindiği gibi en genel halde üç terim içermektedir. Bu terimlerden bir tanesi olan girişim saçılması terimi transandantal $\chi(\zeta, x)$ fonksiyonuna bağımlıdır. Bu altbölümde bu fonksiyon için türetilmiş olan analitik bir ifade verilmektedir.

$\psi(\zeta, x)$ ile $\chi(\zeta, x)$ arasındaki ilişki (2.32) denklemi ile verilmişti. $\psi(\zeta, x)$ 'in analitik ifadesi ise (3.12) ile verilmişti. Bu iki ifade kullanılarak analitik bir çözüm kolayca elde edilebilir. İlk olarak (3.12)'nin x 'e göre türevi alınır:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi(\zeta, x)}{\partial x} = & \frac{\zeta \sqrt{\pi}}{4} \left\{ \frac{i\zeta^2(xi-1)}{2} \exp\left[\frac{\zeta^2(xi-1)^2}{4}\right] \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{i\zeta x - \zeta}{2}\right)\right] \right. \\ & + \exp\left[\frac{\zeta^2(xi-1)^2}{4}\right] \left[\frac{i\zeta}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\zeta^2(xi-1)^2}{4}\right) \right] \\ & + \frac{i\zeta^2(xi+1)}{2} \exp\left[\frac{\zeta^2(xi+1)^2}{4}\right] \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{i\zeta x + \zeta}{2}\right)\right] \\ & \left. + \exp\left[\frac{\zeta^2(xi+1)^2}{4}\right] \left[-\frac{i\zeta}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\zeta^2(xi+1)^2}{4}\right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Bu ifadenin düzenlenmesiyle;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi(\zeta, x)}{\partial x} = & \frac{\zeta \sqrt{\pi}}{4} \frac{i\zeta^2}{2} \left\{ (xi-1) \exp\left[\frac{\zeta^2(xi-1)^2}{4}\right] \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{i\zeta x - \zeta}{2}\right)\right] \right. \\ & \left. + (xi+1) \exp\left[\frac{\zeta^2(xi+1)^2}{4}\right] \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{i\zeta x + \zeta}{2}\right)\right] \right\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

eşitliği elde edilir. (3.17) ifadesi (2.32) denkleminde kullanılarak girişim saçılması Doppler genişleme fonksiyonu için aşağıdaki analitik ifade elde edilir:

$$\begin{aligned} \chi(\zeta, x) = & \frac{i\zeta \sqrt{\pi}}{2} \left\{ \exp\left[\frac{\zeta^2(xi+1)^2}{4}\right] \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{i\zeta x + \zeta}{2}\right)\right] \right. \\ & \left. - \exp\left[\frac{\zeta^2(xi-1)^2}{4}\right] \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{i\zeta x - \zeta}{2}\right)\right] \right\} \end{aligned} \quad (3.18)$$

4. SONUÇLAR VE YORUMLAR

Bu bölümde, 3. bölümde önerilmiş olan nötron yavaşlama denkleminin ayrıklaştırılması esasına dayanan çözüm yöntemi kullanılarak homojen ve heterojen ortamlarda uranyum ve toryumun rezonans integralleri hesaplanmıştır. İşlemler bilgisayar ortamında FORTRAN 90 ile gerçekleştirilmiştir. Yazılmış olan RESCAL programı ile ilgili bilgiler Ek A'da verilmektedir. Seçilen problemlerde, literatürdeki sonuçlarla karşılaştırma yapabilme imkanı ön planda tutulmuştur.

4.1 Homojen Ortam Problemi

Homojen ortamda rezonans yutulması fiziksel açıdan gerçekçi bir problem olmamakla beraber hesabının basit olması ve temel kavramları yeterince açıklayabilmesi sebebiyle bir çok araştırmacı tarafından incelenmiştir. Bu bölümde ^{238}U ile hidrojenden oluşan homojen karışımın rezonans integrali değerleri verilmektedir. Ortam sıcaklığı 300 K olarak alınmış ve farklı uranyum-hidrojen atomik yoğunluk oranları incelenmiştir. Rezonans parametreleri ENDF'den alınmıştır [9].

Sonuçlara geçmeden önce rezonans integrali sınır seçimi üzerinde durmak bir gerekliliktir. Elde edilen sonuçlardan rezonans integrali değerinin alt integrasyon sınırına önemli bir şekilde bağlı olduğu görülmektedir. Bu yüzden alt sınırın seçimi doğru sonuç elde edilebilmesi açısından oldukça önemlidir. Alt sınır seçiminde dikkate alınması gereken konu nötron yukarı saçılmalarıdır. Yukarı saçılma olayı nötronun etkileşimde bulunduğu çekirdeğin enerjisi ile ilgilidir. Hesaplamalarda iki farklı alt sınır alınarak inceleme yapılmıştır. İlk olarak $5kT$ 'ye karşılık gelen $0,13\text{ eV}$ değeri için hesaplama yapılmıştır [10]. İkinci alt sınır, ileride heterojen hesap kısmında, önerilen yöntemin etkinliğini ispatlamak amacıyla karşılaştırma yapılan RICM [11] programında alt sınır olarak seçilen $0,625\text{ eV}$ değeridir. Üst sınır seçiminde ise önemli olan son

çözölmüş rezonanstan yeterince uzakta olabilmektir. Bu amaçla üst sınır 20 keV olarak alınmıştır.

Çizelge 4.1'de $^{238}\text{U} - \text{H}$ homojen karışımının toplam rezonans integrali değerleri verilmektedir. I_1 hiçbir ihmal yapılmadan elde edilen sonuçları, I_2 girişim saçılması teriminin ihmal edildiği durumu, I_3 ise hem girişim saçılması teriminin ihmal edildiği hem de $\sqrt{E_R/E} \approx 1$ kabulünün yapıldığı durumdur. $\sigma_p'' = \sigma_s^U + \sigma_s^H / N^{238}$ ile $^{238}\text{U} - \text{H}$ karışımındaki hidrojen ile uranyum arasındaki oran ifade edilmektedir. Mesela $31,25\text{ b}$ değeri uranyum ile hidrojenin 1:1'lik bir karışım oluşturmuş olduğunu belirtmektedir. İntegrasyon alt sınırı olarak $0,13\text{ eV}$ alınmıştır. $\%BH_1$ I_1 ile I_2 arasındaki bağıl hatayı, $\%BH_2$ ise I_1 ile I_3 arasındaki bağıl hatayı ifade etmektedir.

Çizelge 4.1 : $^{238}\text{U} - \text{H}$ homojen karışım toplam rezonans integrali

$\sigma_p'' (b)$	$I_1 (b)$	$I_2 (b)$	$\%BH_1$	$I_3 (b)$	$\%BH_2$
20	9,827	9,511	-3,2	8,014	-18,4
31,25	13,103	12,831	-2,1	11,317	-13,6
80	21,659	21,503	-0,7	19,975	-7,8
200	34,257	34,174	-0,2	32,644	-4,7
2000	109,801	109,786	-0,01	108,239	-1,4

Çizelge 4.1'den göröldüğü gibi girişim saçılması teriminin ihmal edilmesi hesaplarda düşük derecede bir hataya sebep olmaktadır. Ayrıca hidrojen oranının artırılması toplam rezonans integrali değerini büyötmektedir. Her iki sonuç da literatürde verilen sonuçlarla uyumludur [12,13]. $\%BH_1$ değerlerinden göröldüğü gibi girişim saçılması teriminin ihmal edilmesi kabul edilebilir bir yaklaşımdır. Bu kabul aynı zamanda hesaplama zamanı açısından da avantaj sağlamaktadır. $\%BH_2$ ile ifade edilen hatalar incelendiğinde hataların daha yüksek derecede olduğu görölmektedir. Bu, beklenen bir

sonuçtur; çünkü önerilen yöntem geniş bir aralıkta integrasyon yapılmasını gerektirmektedir. Sonuçta girişim saçılma teriminin ihmal edilmesi mantıklıyken enerji teriminin ihmal edilmesi özellikle düşük hidrojen oranlarında kabul edilemez hatalara yol açmaktadır. Ayrıca hidrojen miktarının artırılması ortamda gerçekleşen toplam saçılma reaksiyonu sayısını arttırdığı için rezonans integrali değerinin büyümesi yine beklenen bir sonuçtur.

Çizelge 4.1'deki değerler $6,674 - 10465 eV$ arasındaki 500 rezonansın toplamını ifade etmektedirler. Bununla birlikte toplam rezonans integraline asıl katkı düşük enerji seviyesindeki rezonanslardan gelmektedir; çünkü bilindiği gibi genel olarak tesir kesitleri enerjiyle ters orantılı olarak değişirler. Çizelge 4.2'de bu durum gösterilmektedir.

Çizelge 4.2 : $^{238}U - H$ homojen karışımı rezonans integrali değerleri ($6,674 - 1023,08 eV$ arasındaki çözülmüş rezonanslar)

$\sigma_p''(b)$	$I(b)$
20	8,810
31,25	11,970
80	20,276
200	32,603
2000	107,713

Daha önce belirtildiği gibi integrasyon alt sınırının seçimi önemlidir. Çizelge 4.3'te verilen toplam rezonans integrali değerleri bu durumu ispatlamaktadır. Alt sınırın yaklaşık olarak $0,5 eV$ artırılması sonuçlar üzerinde $1b$ 'dan büyük bir etkiye sebep olmuştur.

Çizelge 4.3 : $^{238}\text{U} - \text{H}$ homojen karışımı rezonans integrali değerleri (6,674 – 10465 eV arasındaki çözülmüş rezonanslar)

$\sigma_p'' (b)$	$I (b)$
20	8,457
31,25	11,797
80	20,578
200	33,410
2000	107,493

RESCAL programı önerilen yöntemin yanında J fonksiyou hesabına dayanan bir yöntem kullanarak da rezonans integrali hesabı yapmaktadır [14]. Çizelge 4.4'te ilk 20 rezonans için hem önerilen yöntemden elde edilen hem de J fonksiyonu hesabıyla elde edilen rezonans integralleri ve rezonanstan kaçma olasılıkları verilmektedir.

Çizelge 4.4 : $^{238}\text{U} - \text{H}$ homojen karışımı rezonans integrali ve rezonanstan kaçma olasılığı değerleri ($\sigma_p'' = 31,25 b$, alt sınır 0,13eV)

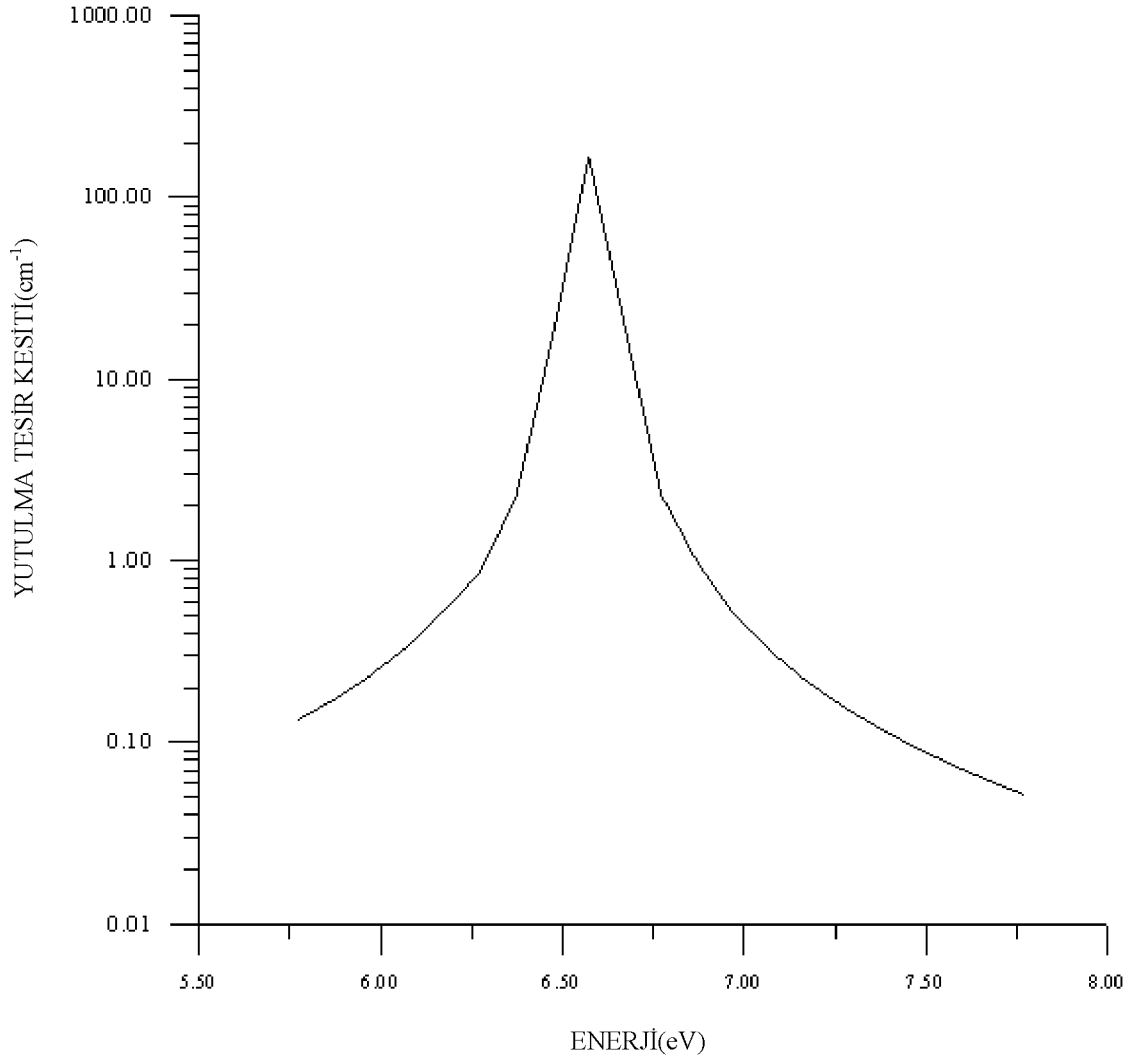
$E_R (eV)$	$I (b)$	P	$I_{Steen} (b)$	P_{Steen}
6,674	4,913	0,788	3,961	0,825
20,871	2,324	0,893	1,887	0,912
36,682	1,806	0,916	1,473	0,931
66,032	0,602	0,971	0,554	0,973
80,749	0,159	0,992	0,156	0,992
102,560	0,455	0,978	0,479	0,977

Çizelge 4.4 : (devam) $^{238}\text{U} - \text{H}$ homojen karışımı rezonans integrali ve rezonanstan kaçma olasılığı değerleri ($\sigma_p'' = 31,25 \text{ b}$, alt sınır $0,13 \text{ eV}$)

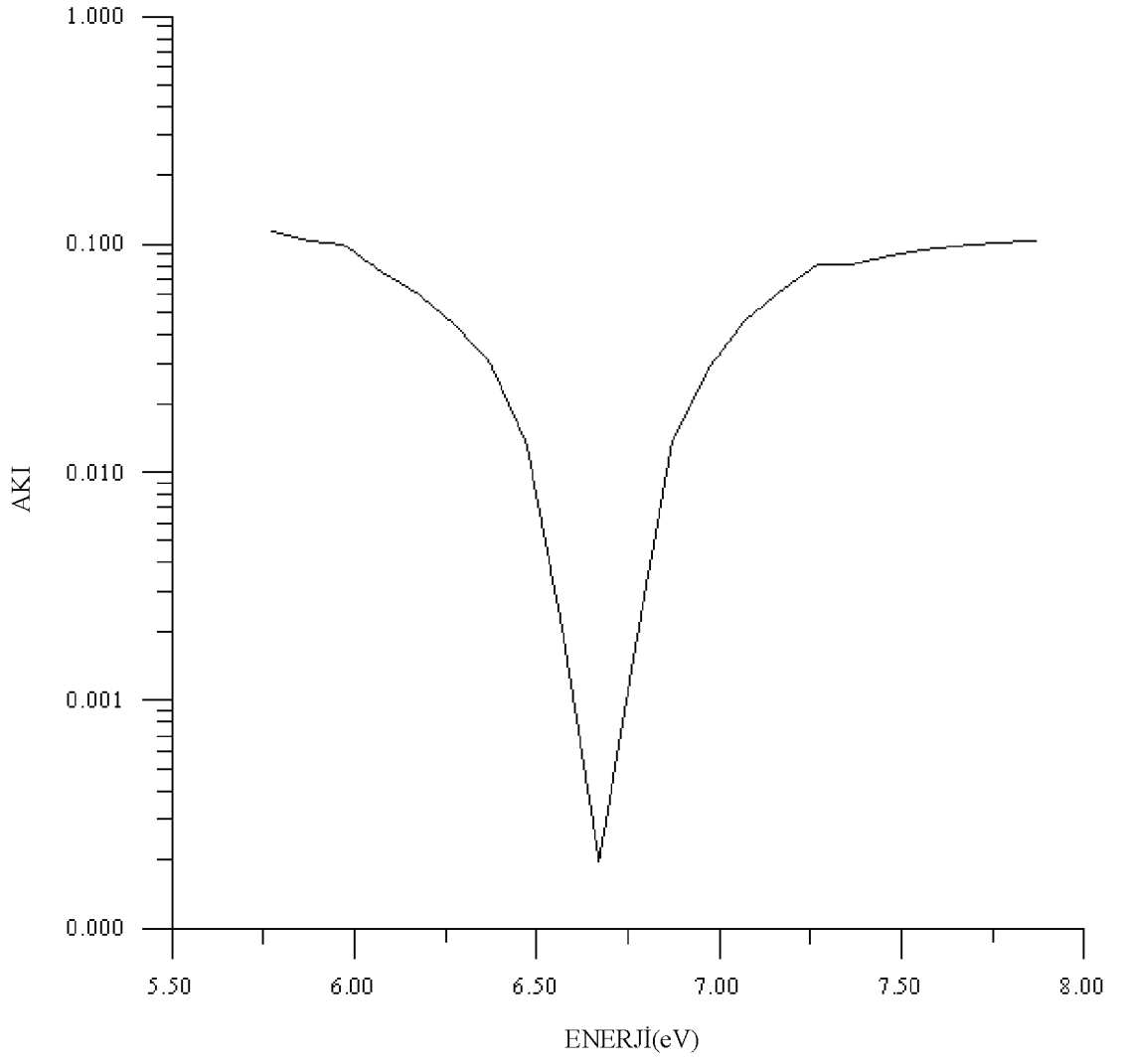
$E_R (eV)$	$I (b)$	P	$I_{Steen} (b)$	P_{Steen}
116,902	0,236	0,989	0,194	0,991
145,660	0,0450	0,998	0,0428	0,998
165,920	0,0662	0,997	0,0622	0,997
189,670	0,203	0,990	0,290	0,986
208,510	0,120	0,994	0,0951	0,995
237,38	0,0799	0,996	0,0710	0,996
257,216	0,00394	0,999	0,00187	0,999
273,660	0,0580	0,997	0,0524	0,997
291,000	0,0456	0,998	0,0432	0,998
311,320	0,00875	0,999	0,0141	0,999
347,790	0,0556	0,997	0,0449	0,998
353,450	0,00133	0,999	0,000738	0,999
376,930	0,00622	0,999	0,0108	0,999
397,620	0,0209	0,999	0,0204	0,999

Çizelge 4.4'ten görüldüğü gibi önerilen sayısal yöntemle J fonksiyonu kullanılarak yapılan hesap arasında farklılık vardır. Bunun temel sebebi J fonksiyonu hesabının dar ve geniş rezonans yaklaşımlarını temel almasıdır.

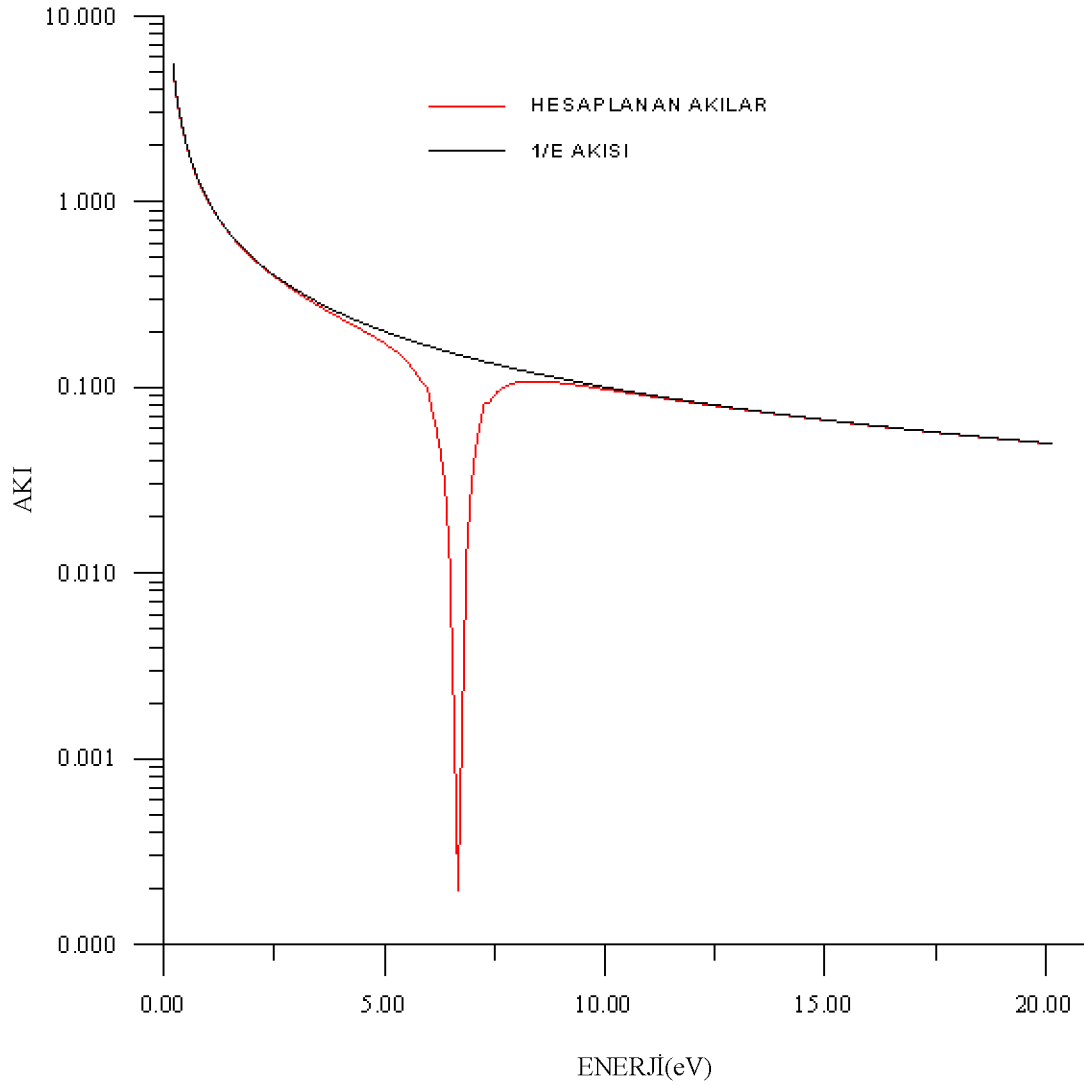
Rezonans integrali hesabı için önerilen yöntem (3.10) denklemini hatırlanırsa ayrıklaştırılmış akı ve yutulma tesir kesiti değerlerini kullanmaktadır. Şekil 4.1 ve 4.2’de sırasıyla hiçbir ihmalin yapılmadığı homojen ortam durumu için $6,674 eV$ rezonansına ait yutulma tesir kesiti ve akı çöküntüsü grafikleri verilmektedir. Şekil 4.3 ‘te ise hesaplanan akılarla asimptotik akı karşılaştırması yapılmaktadır.



Şekil 4.1 : Homojen ortam için $6,674 eV$ rezonansına ait yutulma tesir kesiti



Şekil 4.2 : Homojen ortam için $6,674 eV$ rezonansına ait akı çöküntüsü



Şekil 4.3 : Hesaplanan akılarla asimptotik akının karşılaştırılması

4.2 Heterojen Ortam Problemi

Heterojen ortam hesabında $UO_2 - H_2O$ ve $ThO_2 - H_2O$ sistemleri incelenmiştir. İşlemler yine bilgisayar ortamında FORTRAN 90 ile yazılan RESCAL programı ile yapılmıştır. Programda heterojen ortam hesabı için yapılan değişiklikler Ek A'da anlatılmaktadır. İlk olarak bu çalışmada önerilen yöntemin etkinliğinin ispatı için RICM kodu sonuçlarıyla kıyaslama yapılmıştır. Bu amaçla ilk yedi rezonansın rezonans integrali değerleri 293 K ve 900 K'de hesaplanmıştır. Karşılaştırmayı doğru yapabilmek adına referans alınan makaledeki rezonans parametreleri kullanılmıştır [15]. Bu

parametreler çizelge 4.5'te verilmiştir. Yine referans dikkate alınarak integrasyon alt sınırı $0,625 eV$ olarak alınmış, girişim saçılması terimi ve rezonans yutma tesir kesitindeki $\sqrt{E_R/E}$ terimi ihmal edilmiştir. Homojen ortamla heterojen ortam arasındaki en temel fark 2. bölümde anlatıldığı gibi kaçma tesir kesitidir. Yakıt geometrisine bağlı olan bu tesir kesitinin etkisi yakıt yarıçapı 2, 0,5 ve 0,2 *cm* alınarak incelenmiştir.

Çizelge 4.5 : ^{238}U rezonans parametreleri [15]

$E_R (eV)$	$\Gamma_n (meV)$	$\Gamma_\gamma (meV)$	$\sigma_0 (b)$
6,67	1,52	26,0	21530
21,0	8,5	26,0	30500
36,7	31,0	26,0	38530
66,2	25,0	24,0	20040
81,1	2,0	21,0	2790
102,7	68,0	24,0	18710
116,9	26,0	22,0	12050

İncelenen yedi rezonans için rezonans integrali değerleri ve referans değerlerle olan karşılaştırmalar çizelge 4.6 ve çizelge 4.7'de verilmiştir.

Çizelge 4.6 : UO_2 heterojen ortam rezonans integrali ($T = 293 K$)

$E_R (eV)$	$I (b)$					
	$r_Y = 2 \text{ cm}$	% fark	$r_Y = 0,5 \text{ cm}$	% fark	$r_Y = 0,2 \text{ cm}$	% fark
6,67	4,162	15,3	6,968	-1,8	10,718	-5,4
21,0	1,808	2,3	2,996	-6,9	4,607	-8,6
36,7	1,475	-2,1	2,344	-9,5	3,464	-10,0
66,2	0,541	-2,3	0,849	-11,0	1,279	-10,0
81,1	0,196	-3,4	0,332	-9,5	0,502	-12,7
102,7	0,393	-13,4	0,576	-13,4	0,819	-11,6
116,9	0,235	-8,2	0,372	-8,8	0,330	-12,9

Çizelge 4.7 : UO_2 heterojen ortam rezonans integrali ($T = 900 K$)

$E_R (eV)$	$I (b)$					
	$r_Y = 2 \text{ cm}$	% fark	$r_Y = 0,5 \text{ cm}$	% fark	$r_Y = 0,2 \text{ cm}$	% fark
6,67	4,240	15,8	7,300	-1,1	11,691	-4,8
21,0	1,871	3,1	3,249	-5,4	5,281	-7,4
36,7	1,504	-2,1	2,475	-9,0	3,834	-9,5
66,2	0,596	-6,5	1,006	-9,6	1,612	-10,4
81,1	0,242	-11,0	0,413	-16,1	0,603	-15,9

Çizelge 4.7 : (devam) UO_2 heterojen ortam rezonans integrali ($T = 900 K$)

102,7	0,417	-11,6	0,643	-12,4	0,966	-11,4
116,9	0,284	-5,8	0,484	-8,4	0,775	-10,8

Çizelge 4.6 ve 4.7'den görüldüğü gibi rezonans integrali değerleri sıcaklığın artmasıyla artmaktadır. Bu durum nükleer reaktörler için önemli bir negatif geri besleme mekanizması olan Doppler genişlemesi göz önüne alındığında beklenen bir sonuçtur. Sıcaklık ortamın özelliğinden (homojen veya heterojen) bağımsız olarak rezonans yutulması hesaplarında baskın bir parametredir ve tesir kesitleri üzerindeki etkisi 2. bölümde anlatıldığı gibi Maxwell-Boltzmann dağılımı kullanılarak incelenir. Bu yaklaşım yutucu maddenin gaz halinde olduğunu kabul eder; ancak pratikte nükleer yakıtlar katı veya sıvı hallerinde bulunurlar. Yani sıcaklığı aslında farklı bir katı modeli kullanarak incelemek daha isabetli sonuçlar verir. Katı modelini göz önüne almak için Debye sıcaklığını içeren bir efektif sıcaklık tanımı yapılabilir [16]. Bununla beraber genel olarak efektif sıcaklık ile Maxwell-Boltzmann dağılımında kullanılan sıcaklık arasındaki fark ihmal edilebileceği için rezonans integrali değerlerinde önemli bir farklılık olmayacaktır.

Çizelge 4.6 ve 4.7'den çıkarılabilecek bir başka sonuç yakıt yarıçapının büyümesiyle rezonans integrali değerinin küçülmesidir ve bu, kaçma tesir kesiti tanımı hatırlanırsa yine beklenen bir durumdur.

Rezonans integralinin hesabına yönelik bu çalışmada önerilmiş olan yavaşlama denkleminin ayrıklaştırılmasına dayanan yöntemde elde edilen sonuçlar beklendiği gibi enerji grubu sayısının ve integrasyon üst sınırının arttırılmasıyla iyileşmektedir. Ancak bu şekilde işlem yükü önemli bir oranda artmakta ve hesap zamanı uzamaktadır. Bununla beraber yüksek kapasiteli bilgisayarlar kullanılarak sonuçları verimli bir şekilde iyileştirmek mümkündür. Bir örnek olarak integrasyon üst sınırı $30 keV$ alınıp grup sayısı 500000'e çıkarılırsa $r_Y = 2 cm$ için çizelge 4.8'deki rezonans integrali değerleri elde edilir.

Çizelge 4.8 : İyileştirilmiş heterojen rezonans integrali değerleri

$E_R (eV)$	$I (b)$	% fark
6,67	7,318	-0,8
21,0	3,241	-5,7
36,7	2,507	-7,9
66,2	1,007	-9,5
81,1	0,425	-13,7

Çözümün kararlılığı yine grup sayısının artırılmasıyla gösterilebilir. Çizelge 4.9’da farklı grup sayıları ile $r_Y = 0,5 \text{ cm}$ için ilk iki rezonansın rezonans integrali değerleri verilmektedir. Görüldüğü gibi düşük bir oranda salınım olsa da grup sayısı arttıkça belirli değerler üzerinde bir yoğunlaşma olmaktadır.

Çizelge 4.9 : Çözümün kararlılığı

Grup sayısı	$I (b)$	
	6,674 eV	20,871 eV
50000	7,310	3,441
100000	7,171	3,496
150000	7,148	3,492
200000	7,170	3,490
250000	7,164	3,494
300000	7,163	3,491
350000	7,269	3,490

Çizelge 4.9 : (devam) Çözümün kararlılığı

400000	7,182	3,489
450000	7,168	3,491
500000	7,148	3,490
550000	6,844	3,490
600000	7,053	3,492
650000	7,166	3,491
700000	7,188	3,490
750000	7,165	3,491
800000	7,187	3,491
850000	7,139	3,490
900000	7,141	3,491
950000	7,169	3,491
1000000	7,183	3,490

Uranyum dioksit için yapılan son hesap ENDF parametreleri kullanılarak yapılan toplam heterojen ortam rezonans integrali hesabıdır. Sonuçlar çizelge 4.10'da verilmektedir. I_{den} ile verilen değerler deneysel denklem sonuçlarıdır [3]. Bağıl hata değerlerinden görüldüğü gibi önerilen yöntem rezonans integrali hesabını etkili bir şekilde gerçekleştirmektedir.

Çizelge 4.10 : UO_2 heterojen ortam toplam rezonans integrali($T = 900 K$)

$r_Y (cm)$	$I (b)$	$I_{den} (b)$	%BH
0,2	30,145	31,050	- 2,9
0,5	19,816	21,273	- 6,8
2	12,310	12,862	- 4,3

Toryum dioksitin rezonans integrali hesabı yine RESCAL programı ile gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla programda yapılan değişiklikler Ek A'da anlatılmaktadır. Rezonans parametreleri ENDF'den alınmıştır [17]. İntegrasyon aralığı olarak $0,625 eV - 20 keV$ alınmış ve hesaplama 100000 enerji grubuyla yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar çizelge 4.11'de görülmektedir.

Çizelge 4.11 : ThO_2 heterojen ortam toplam rezonans integrali($T = 900 K$)

$r_Y (cm)$	$I (b)$
0,2	24,377
0,5	16,478
2	10,537

KAYNAKLAR

- [1] **Duderstadt, J.J. and Hamilton L.J.**, 1976. *Nuclear Reactor Analysis*, John Wiley and Sons Inc., New York.
- [2] **Stacey, W.M.**, 2001. *Nuclear Reactor Physics*, John Wiley and Sons Inc., New York.
- [3] **Lewis, E.E.**, 2008. *Fundamentals of Nuclear Reactor Physics*, Academic Press., USA.
- [4] **Dresner, L.**, 1960. *Resonance Absorption In Nuclear Reactors*, Pergamon Press Inc., Belfast.
- [5] **Özgener, H.A. and Özgener, B.**, 2007. Advanced Reactor Analysis II, Study Guide For NUCI 875 ET., North-West University.
- [6] **Case, K.M., de Hoffmann, F. and Placzek G.**, 1953. Introduction to the Theory of Neutron Diffusion, Los Alamos Scientific Laboratory Report, New Mexico
- [7] **Bell, G.I.**, 1959. A Simple Treatment For Effective Resonance Absorption Cross Sections In Dense Lattices, *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 5, p.138
- [8] **Gonçalves, A.C., Martinez, A.S. and Silva, F.C.**, 2008. Solution of the Doppler Broadening Function Based on the Fourier Cosine Transform, *Annals of Nuclear Energy*, Vol. 35, p. 1878-1881
- [9] **Url-1** <<http://www.nndc.bnl.gov/exfor/servlet/E4sGetEvaluation?EvalID=6427>>, alındığı tarih 15.10.2009
- [10] **Vertes, A., Nagy, S. and Klencsar, Z. ed.**, 2003. *Handbook of Nuclear Chemistry*, Vol. 4, Kluwer Academic Publishers, Netherlands
- [11] **Mizuta, H., Aoyama, K. and Fukai, Y.**, 1967. RICM – An IBM-7090 Code of Resonance Integral Calculation for Multi-region Lattice, JAERI 1134, JAERI, Japan
- [12] **Mizuta, H.**, 1970. Accuracy of Approximations Used in Resonance Integral Calculation, *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. 7 no. 5, p.264-268
- [13] **Templin, L.J. ed.**, *Reactor Physics Constants*, 1963. ANL-5800, Argonne National Laboratory, United States Atomic Energy Commission
- [14] **Steen, N.M.**, 1969. Approximate J Function, *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 39, p.209

- [15] **Mizuta, H. and Yamamoto, M.**, 1984. Improved Intermediate Resonance Approximation in Heterogeneous System, *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. 21 no. 3, p.161-171
- [16] **Mikkelsen, J.**, 1970. The Neutron Resonance Reactions in Thermal Nuclear Reactors Determined by Semi-Analytic as well as Numerical Methods, RISO 234, Denmark
- [17] **Url-2** <<http://www.nndc.bnl.gov/exfor/servlet/E4sGetEvaluation?EvalID=6349>>, alındığı tarih 20.10.2009
- [18] **Altay, G.**, 2001. Çok Gruplu Çarpışma Olasılıklı İntegral Transport Yöntemi ile Hızlı Spektrum Hesabı, Y. Lisans Tezi
- [19] **Url-3** <<http://jin.ece.uiuc.edu/routines/routines.html>>, alındığı tarih 15.06.2009

EK A RESCAL PROGRAMI

Bu çalışmada önerilen sayısal yöntem ile homojen ve heterojen ortam hesapları FORTRAN 90'da yazılan RESCAL programı ile gerçekleştirilmiştir. Önce programdaki terimler tanıtılacak daha sonra da hesaplamamanın nasıl yapıldığından bahsedilecektir.

Terimler

E	: Enerji
SIGS	: Makroskobik saçılma tesir kesiti
SIGA	: Makroskobik yutulma tesir kesiti
FLUX	: Akı
GAM	: Rezonans toplam genişliği
GAMN	: Nötron genişliği
GAMC	: Yutulma genişliği
PW	: Pratik genişlik
EO	: Rezonans enerjisi
SIGO	: Rezonans tesir kesiti
SINT	: Makroskobik girişim saçılma tesir kesiti
SIGPH	: Hidrojen mikroskobik potansiyel saçılma tesir kesiti
SIGPU	: Uranyum mikroskobik potansiyel saçılma tesir kesiti
SIGPO	: Oksijen mikroskobik potansiyel saçılma tesir kesiti
ALPU	: α parametresi
RNH	: Hidrojenin atomik yoğunluğu

RNU	: Uranyumun atomik yoğunluğu
RNO	: Oksijenin atomik yoğunluğu
RNUO2	: Uranyum dioksidin moleküler yoğunluğu
RNH2O	: Suyun moleküler yoğunluğu
T	: Sıcaklık
ZETAU	: Uranyum letarjisi
ZETAH	: Hidrojen letarjisi
RK	: Boltzmann sabiti
RF	: Yakıt yarıçapı
NG	: Enerji grubu sayısı
SIGESC	: Makroskobik kaçma tesir kesiti
DOPW	: Doppler genişliği
AS	: Bethe-Placzek fonksiyonu ζ parametresi
BETAP	: J fonksiyonu β parametresi
RJ	: J fonksiyonu
RESJ	: Steen yöntemiyle hesaplanan rezonans integrali
EEND	: Son enerji
EBEG	: İlk enerji
X	: Bethe-Placzek fonksiyonu x parametresi
XPSI	: Bethe-Placzek fonksiyonu
YPSI	: Girişim terimine ait Bethe-Placzek fonksiyonu
SIGT	: Yutucu madde toplam rezonans tesir kesiti
SIGMF	: Yutucu madde içerisinde bulunan yavaşlatıcı atomun makroskobik potansiyel saçılma tesir kesiti

RESI : Önerilen yöntemle hesaplanan rezonans integrali

Hesaplama

RESCAL programı üç fonksiyon ve bir alt program kullanarak homojen ve heterojen ortam rezonans integralini J fonksiyonu ile ve çalışmada önerilen sayısal yöntemle hesaplayabilen bir programdır. Daha genel olması sebebiyle öncelikle heterojen ortam hesabı tanıtılacak daha sonra homojen ortam hesabı için yapılan değişikliklerden bahsedilecektir.

Bu programda rezonans parametreleri (Γ_n , Γ_γ , E_R ve σ_0), potansiyel saçılma tesir kesitleri, atomik yoğunluklar, sıcaklık, letarjiler, α parametresi, yakıt yarıçapı ve Boltzmann sabiti veri olarak girilmektedir. Rezonans parametreleri dosyadan okutulmakta diğer verilerin girilmesi için DATA komutu kullanılmaktadır. Daha sonra ilk belirlenmesi gereken kaç grupla hesap yapılacağıdır. NG komutuna istenen değer girilerek bu işlem yapılabilir.

Program ilk olarak kaçma tesir kesitini ve potansiyel saçılma tesir kesitlerini hesaplamaktadır. Bethe-Placzek fonksiyonu parametrelerinin hesaplanmasını takiben J fonksiyonu kullanılarak rezonans integrali hesabı gerçekleştirilmektedir. Bu hesap DEG isimli fonksiyon tarafından gerçekleştirilmektedir [18]. DEG fonksiyonu, hesabı EK C'de anlatılan yöntemle göre gerçekleştirilmektedir.

Önerilen sayısal yöntemle rezonans integrali hesabı EEND ve EBEG komutları kullanılıp integrasyon sınırlarının belirlenmesiyle başlar. Daha sonra Bethe-Placzek fonksiyonları $\psi(\zeta, x)$ ve $\chi(\zeta, x)$ sırasıyla XPSI ve YPSI fonksiyonlarıyla hesaplanmaktadır. Bu fonksiyonlar hesaplama için MCERROR [19] isimli bir alt program kullanılmaktadır. Bu işlemleri takiben rezonans saçılma ve yutulma tesir kesitleri hesaplanmaktadır. Son olarak bölüm 3'te anlatıldığı gibi E/α_γ 'nin alacağı konuma göre rezonans integrali hesabı yapılmaktadır.

Homojen ortam hesabında heterojen ortam hesabından farklı olarak makroskobik tesir kesiti hesabı için UO_2 moleküler yoğunluğu yerine ^{238}U ve hidrojenin atomik yoğunlukları kullanılır. Ayrıca bu hesapta yakıt içerisindeki yavaşlatıcı madde olan

oksijenin potansiyel saçılma tesir kesitinin kullanılmasına gerek yoktur. Bunun yerine hidrojenin potansiyel saçılma tesir kesiti kullanılır. Bu değişiklikler dışında hesaplamaların kalan kısmı tamamen aynıdır.

ThO_2 için yapılan heterojen ortam hesabında ise tek değişiklik ^{238}U yerine ^{232}Th verilerinin kullanılmasıdır.

EK B URANYUMUN VE TORYUMUN REZONANS PARAMETRELERİ

Çizelge B.1 : ^{238}U rezonans parametreleri (6,67 eV - 2 keV)

E_R (eV)	Γ_n (meV)	Γ_γ (meV)	σ_0 (b)
6,67	1,49	23,00	23792
20,87	10,26	22,91	38606
36,68	34,13	22,89	42506
66,03	24,60	23,36	20235
80,75	1,86	23,00	2419
102,56	71,70	23,42	19145
116,9	25,49	22,99	11716
145,66	0,85	23,00	635
165,29	3,37	23,00	2012
189,67	173,20	22,38	12162
208,51	51,11	23,94	8508
237,38	27,16	24,54	5764
257,22	0,034	23,00	15
273,66	25,78	22,10	5125
291,00	16,87	22,12	3873
311,32	1,09	23,00	378
347,79	82,00	22,51	5877
353,45	0,024	23,00	8

Çizelge B.1 : (devam) ^{238}U rezonans parametreleri (6.67 eV - 2 keV)

376,93	1,13	23,00	323
376,93	1,13	23,00	1392
397,62	6,21	23,00	2890
410,24	20,09	23,90	1798
434,07	9,79	22,88	1111
463,17	5,61	22,80	828
478,43	4,13	23,00	197
488,91	0,88	23,00	3446
518,36	50,47	23,12	3199
535,30	45,05	23,49	17
550,83	0,082	23,00	2801
580,10	40,87	24,65	3485
595,03	89,77	23,01	2387
619,96	30,28	23,02	893
628,54	6,32	23,00	3320
661,30	129,60	24,15	2416
693,21	41,75	23,19	1770
708,38	21,18	22,82	997
721,69	1,79	4,70	77
730,23	0,51	23,00	891
765,10	8,16	23,00	740
790,86	6,66	23,00	2408
821,53	70,34	22,28	2247

Çizelge B.1 : (devam) ^{238}U rezonans parametreleri (6.67 eV - 2 keV)

851,17	65,64	23,76	2415
856,26	89,81	23,31	588
866,53	5,59	23,00	2043
905,11	56,25	23,00	1116
925,23	15,10	23,00	2416
937,28	155,70	23,38	2446
958,79	211,00	23,40	2478
991,81	383,70	23,00	18
1005,24	0,16	23,00	682
1023,08	8,42	23,00	1995
1054,65	96,70	23,00	15
1057,08	0,14	23,00	1073
1098,71	19,00	23,00	1392
1109,24	33,50	23,00	2083
1140,47	238,20	23,00	1791
1167,81	93,80	23,00	1655
1177,34	68,30	23,00	1766
1194,94	98,00	23,00	920
1211,36	10,57	14,13	1919
1245,26	254,60	23,00	1158
1267,24	29,70	23,00	1121
1273,17	27,90	23,00	291
1298,89	3,90	23,00	11
1325,63	0,13	23,00	9

Çizelge B.1 : (devam) ^{238}U rezonans parametreleri (6.67 eV - 2 keV)

1337,00	0,11	23,00	45
1361,02	0,56	23,00	1688
1393,97	215,00	23,00	1421
1405,55	75,50	23,00	544
1419,92	9,69	23,00	1031
1428,23	29,90	23,00	784
1444,20	17,70	23,00	1492
1474,08	124,90	23,00	11
1493,85	0,14	23,00	1569
1522,84	254,40	23,00	7
1558,49	0,10	23,00	357
1565,33	6,29	23,00	96
1591,59	1,43	23,00	1539
1598,00	387,50	23,00	1309
1622,86	101,80	23,00	1095
1638,05	50,86	23,00	1424
1662,81	229,50	23,00	1273
1688,92	108,80	23,00	1217
1709,93	91,40	23,00	668
1723,04	18,20	23,00	1273
1756,06	139,20	23,00	1396
1782,56	492,50	23,00	1280
1783,07	163,20	23,00	661
1808,52	19,50	23,00	43

Çizelge B.1 : (devam) ^{238}U rezonans parametreleri (6.67 eV - 2 keV)

1823,90	0,72	23,00	492
1846,13	12,30	23,00	67
1866,70	1,16	23,00	927
1902,88	48,30	23,00	906
1917,21	46,10	23,00	218
1953,82	4,50	23,00	1287
1969,04	825,30	23,00	1255
1974,97	448,20	23,00	27
2000,75	0,49	23,00	1170

Çizelge B.2 : ^{232}Th rezonans parametreleri (21,8 eV - 2 keV)

E_R (eV)	Γ_n (meV)	Γ_γ (meV)	σ_0 (b)
21,80	2,06	27,16	8422
23,46	3,85	30,45	12461
59,52	3,80	27,80	5263
69,23	43,20	66,20	14858
113,03	13,13	36,63	6081
120,87	22,51	46,51	7029
129,19	3,38	22,58	2626
154,36	0,20	24,60	135
170,39	61,25	86,55	6336
192,72	16,90	38,40	4131
199,40	10,24	29,64	3354
219,52	0,044	24,44	21
221,29	30,25	54,75	4189
251,65	31,78	57,88	3669
263,23	22,22	43,82	3330
285,91	31,03	53,53	3343
305,62	28,88	50,88	3086
309,47	0,056	24,46	19
329,11	74,48	101,38	3352
342,00	38,89	60,39	2984
365,36	26,06	50,46	2428
369,49	25,71	50,11	2391

Çizelge B.2 : (devam) ^{232}Th rezonans parametreleri (21,8 eV - 2 keV)

401,10	11,12	35,52	1548
402,92	0,11	24,51	28
421,03	0,50	24,90	122
454,47	1,23	25,63	262
462,77	64,07	88,47	2364
489,05	58,57	82,97	2204
500,27	0,050	24,45	11
510,64	4,31	28,71	665
528,80	14,11	38,51	1321
540,56	1,03	25,43	188
570,13	28,06	52,46	1592
578,43	2,20	26,60	344
594,43	0,12	24,52	21
598,57	10,68	35,08	1016
618,20	4,83	29,23	597
656,98	48,94	73,34	1587
665,63	26,80	51,20	1345
675,55	209,70	23,41	1822
687,85	51,46	75,86	1531
701,47	15,02	39,42	1025
713,26	29,29	53,69	1289
724,53	0,13	24,53	18
741,50	190,30	214,70	1651

Çizelge B.2 : (devam) ^{232}Th rezonans parametreleri (21,8 eV - 2 keV)

772,05	0,13	24,53	17
779,09	12,76	37,16	855
804,64	177,50	201,90	1515
829,33	0,25	24,65	31
837,33	1,54	25,94	174
842,76	29,28	53,68	1091
866,76	14,30	38,70	811
890,58	39,10	63,50	1115
907,02	1,90	26,30	193
927,58	0,36	24,76	40
943,72	45,33	69,73	1087
963,20	6,76	31,16	482
983,47	36,80	61,20	995
991,09	86,40	110,80	1152
1011,10	121,80	146,20	1171
1030,00	0,22	24,62	22
1039,70	10,85	35,25	590
1065,00	5,37	29,77	374
1077,80	10,62	35,02	562
1093,60	1,96	26,36	165
1110,50	25,25	49,65	791
1121,10	3,58	27,98	264
1139,50	17,05	41,45	666
1151,00	20,08	44,48	704

Çizelge B.2 : (devam) ^{232}Th rezonans parametreleri (21,8 eV - 2 keV)

1167,90	0,10	24,50	9
1195,20	8,81	33,21	457
1218,30	0,56	24,96	47
1228,70	34,39	58,79	782
1243,80	21,89	46,29	672
1249,60	125,50	149,90	950
1270,20	22,12	46,52	661
1292,90	104,50	128,90	902
1302,40	52,31	76,71	811
1335,70	2,28	26,68	154
1355,70	85,06	109,46	840
1360,70	8,09	32,49	382
1378,80	54,86	79,26	773
1398,70	141,10	165,50	857
1427,60	109,30	133,70	821
1434,50	39,60	64,00	694
1442,70	1,14	25,54	77
1461,50	1,34	25,74	88
1479,20	2,23	26,63	136
1509,50	0,82	25,22	55
1519,70	196,90	221,30	807
1525,30	200,40	224,80	805
1556,50	7,70	32,10	324
1582,20	23,42	47,82	541

Çizelge B.2 : (devam) ^{232}Th rezonans parametreleri (21,8 eV - 2 keV)

1590,60	357,80	382,20	792
1603,60	57,22	81,62	669
1641,60	44,82	69,22	624
1662,50	127,20	151,60	715
1678,90	28,27	52,67	542
1698,20	1,90	26,30	103
1706,60	2,92	27,32	147
1720,90	38,77	63,17	576
1741,10	7,35	31,75	281
1747,90	36,07	60,47	557
1754,60	0,72	25,12	41
1763,80	120,50	144,90	671
1804,50	98,42	122,82	642
1813,10	43,25	67,65	560
1825,20	94,70	119,10	632
1855,60	42,00	66,40	544
1862,90	39,29	63,69	533
1890,30	0,90	25,30	47
1901,50	122,40	146,80	623
1929,50	6,98	31,38	246
1932,40	11,89	36,29	333
1951,80	114,30	138,70	603
1972,60	228,60	253,00	627
1989,10	47,50	71,90	521

EK C J FONKSİYONU HESABI

Yaklaşık J fonksiyonu [14]

Bethe-Placzek fonksiyonuna aşağıdaki şekilde bir yaklaşımda bulunulursa;

$$\psi_A(\zeta, x) = \frac{C}{1 + C^2 x^2} \quad (\text{C.1})$$

J fonksiyonu;

$$J_A(\zeta, \beta) = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{1}{\beta \cdot (C + \beta)}} \quad (\text{C.2})$$

haline gelir. C değişkeni;

$$C = \begin{cases} 1 & , \quad \beta \ll \psi(\zeta, 0) \\ \psi(\sqrt{2\zeta}, 0) & , \quad \beta \gg 1 \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

şeklinde sınırlara sahiptir. Burada geliştirilen yöntem C 'yi bir fonksiyon olarak ele alır ve öncelikli öneme sahip ara β değerleri için bir interpolasyon mekanizması kurar. Bu interpolasyonun temel formu;

$$C = \psi_1 + \frac{(1 - \psi_1)}{1 + g \cdot f(v)} \quad (\text{C.4})$$

şeklindedir. Burada $\psi_1 = \psi(\sqrt{2\zeta}, 0)$, $u = \beta/\psi_1$ ve $v = \ln u$ olarak alınırsa (C.4)'teki terimler aşağıdaki gibi ifade edilebilirler:

$$g = \frac{u}{(1 + \zeta/2) \cdot \psi_1} \quad (\text{C.5})$$

$$f(v) = a_0 + a_1 v + \dots + a_8 v^8 \quad (\text{C.6})$$

Burada a_i 'ler sabitlerdir ve ağırlaştırılmış kareler yöntemi ile hesaplanırlar.

Fonksiyonun açık ifadesi [5]

$$\psi_1(\zeta, \beta) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \zeta e^{-\zeta^2/2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\zeta}{\sqrt{2}}\right) \quad (\text{C.7})$$

$$v(\zeta, \beta) = \ln\left(\frac{\beta}{\psi_1(\zeta)}\right) \quad (\text{C.8})$$

$$f(\zeta, \beta) = \sum_{n=0}^8 a_n [v(\zeta, \beta)]^n \quad (\text{C.9})$$

$$g(\zeta, \beta) = \frac{\beta}{(1 + \zeta/2)[\psi_1(\zeta, \beta)]^2} \quad (\text{C.10})$$

$$C(\zeta, \beta) = \psi_1(\zeta, \beta) + \frac{1 - \psi_1(\zeta, \beta)}{1 + g(\zeta, \beta)f(\zeta, \beta)} \quad (\text{C.11})$$

$$J(\zeta, \beta) \cong \frac{\pi}{2\sqrt{\beta[C(\zeta, \beta) + \beta]}} \quad (\text{C.12})$$

Çizelge C.1 : a_i sabitleri

a_0	6,129346528
a_1	-0,3239944768
a_2	0,09146563368
a_3	-0,0475784826
a_4	-0,01319468271
a_5	-0,001681526756
a_6	0,0002192124240
a_7	0,0000938874764
a_8	0,000006454032211

EK D NÜKLEER ÖZELLİKLER

Çizelge D.1 : Hesaplamalarda kullanılan maddelerin nükleer özellikleri

Z	Element	Atomik ağırlık	Yoğunluk(g/cm^3)	Birim hacimde çekirdek sayısı $\times 10^{-24}$	$\sigma_p(b)$
1	H	1,008	$8,9 \times 10^{-5}$	$5,3 \times 10^{-5}$	20,50
8	O	16,000	0,0014	$5,3 \times 10^{-5}$	3,80
90	Th	232,05	11,3	0,0293	12,00
92	U	238,07	18,9	0,04783	10,75

EK E BİLGİSAYAR PROGRAMI

Hesaplamalarda kullanılan bilgisayar programı ve girdi dosyaları tezin arkasında zarf içindeki DVD’de verilmiştir.

ÖZGEÇMİŞ



1984 yılında İstanbul'da dünyaya geldi. 2002 yılında Beşiktaş Atatürk Anadolu Lisesi'ni bitirdi. 2007 yılında İstanbul Üniversitesi Makine ve Kimya Mühendisliği bölümlerinden mezun oldu. Aynı yıl İstanbul Teknik Üniversitesi Enerji Enstitüsü'nde yüksek lisans eğitimine başladı.