

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ ENERJİ ENSTİTÜSÜ

TERMOÖLÇEK ETKİLER

DOKTORA TEZİ

Gülru BABAÇ

Enerji Bilim ve Teknoloji Anabilim Dalı

Enerji Bilim ve Teknoloji Programı

MAYIS 2012

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ ENERJİ ENSTİTÜSÜ

TERMOÖLÇEK ETKİLER

DOKTORA TEZİ

**Gülru BABAÇ
(301052002)**

Enerji Bilim ve Teknoloji Anabilim Dalı

Enerji Bilim ve Teknoloji Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Altuğ ŞİŞMAN

MAYIS 2012

İTÜ, Enerji Enstitüsü'nün 301052002 numaralı Doktora Öğrencisi Gülru BABAÇ, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “TERMOÖLÇEK ETKİLER” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Altuğ ŞİŞMAN**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Ahmet Togo GİZ**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Burak BARUTÇU

İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Tayfun BÜKE

Muğla Üniversitesi

Prof. Dr. Olcay KINCA Y

Yıldız Teknik Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Burak BARUTÇU

İstanbul Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : **17 Nisan 2012**

Savunma Tarihi : **22 Mayıs 2012**

Canım Anne ve Babama,

ÖNSÖZ

Doktora eğitimine başladığım ilk günden beri hiç bir zaman bilgisini ve yardımını esirgemeyen çok değerli hocam Prof. Dr. Altuğ ŞİŞMAN'a çalışmanın her aşamasında gösterdiği ilgi ve destekten dolayı çok teşekkür ederim.

Yaşamım boyunca varlıklarını hep yanımda hissettiğim ve bu uzun süreçte beni daima destekleyen sevgili annem ve babama tükenmeyen sabır ve sevgileri için sonsuz teşekkür ederim.

Nisan 2012

Gülru Babaç

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER.....	ix
KISALTMALAR.....	xi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
ÖZET.....	xvii
SUMMARY.....	xix
1. GİRİŞ	1
1.1 Tez Çalışmasının Konusu	1
1.2 Tez Çalışmasında Ele Alınan Problem	3
1.3 Tez Çalışmasının Temel Sonuçları.....	5
1.4 Tezin Bölümlere Göre Dağılımı.....	5
2. KONUYA İLİŞKİN TEMEL KAVRAMLAR.....	7
2.1 Sıcaklık Gradyanı Altında Makro Sistem Davranışı	8
2.2 Sıcaklık Gradyanı Altında Nano Sistem Davranışı.....	10
2.3 Kuantum Ölçek Etkileri.....	13
3. KLASİK TERMOÖLÇEK ETKİLER.....	17
3.1 Maxwell Gazlarında Klasik Termoölçek Etkiler	17
3.2 Kuantum Gazlarında Klasik Termoölçek Etkiler	20
3.2.1 Asimptotik durumlar için Fermi gazları	26
3.2.2 Asimptotik durumlar için Bose gazları.....	28
3.3 Tartışma ve Sonuç	31
4. KLASİK TERMOÖLÇEK ÇEVİRİMLERİ.....	33
4.1 Maxwell Gazları için Klasik Termoölçek Çevrimleri	33
4.1.1 Geliştirilmiş termoölçek güç çevrimleri	39
4.1.2 Klasik Termoölçek Soğutma Çevrimi	45
4.2 Kuantum Gazları için Klasik Termoölçek Çevrimleri	47
4.2.1 Fermi gazları için klasik termoölçek çevrimleri	51
4.2.1.1 Fermi gazları için termoölçek güç çevrimi	53
4.2.1.2 Fermi gazları için termoölçek soğutma çevrimi	55
4.2.2 Bose gazları için klasik termoölçek çevrimleri.....	58
4.2.2.1 Bose gazları için termoölçek güç çevrimi.....	59
4.2.2.2 Bose gazları için termoölçek soğutma çevrimi	62
4.3 Kuantum Gazlarında Çevrim Analizi için Elde Edilen Sonuçların Maxwell Gazları ile Karşılaştırılması.....	63
4.4 Tartışma ve Sonuç	67
5. KLASİK TERMOÖLÇEK ETKİLERİNİN KUANTUM ÖLÇEK ETKİLERİ (QSE) ALTINDA ANALİZİ	69
5.1 Maxwell Gazları için Klasik Termoölçek Etkilerinin Kuantum Ölçek Etkileri Kapsamında Analizi.....	69

5.2 Klasik termoölçek Çevrimlerinin Kuantum Ölçek Etkileri Altında Yeniden Analizi	76
5.3 Tartışma ve Sonuç.....	90
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	91
KAYNAKLAR.....	93
EKLER	101
ÖZGEÇMİŞ.....	107

KISALTMALAR

BE	: Bose-Einstein
BEC	: Bose-Einstein Yoğuşması (Bose-Einstein Condensation)
BTE	: Boltzman Transport Denklemi
COP_{HP}	: Isı Pompası Performans Katsayısı
COP_{HP_C}	: Isı Pompası Performans Katsayısı için Carnot Değeri
COP_{HP_QSE}	: Isı Pompası Performans Katsayısı – Kuantum Ölçek Etkili
COP_{HP_NQSE}	: Isı Pompası Performans Katsayısı – Kuantum Ölçek Etkisiz
COP_R	: Soğutma Çevrimi Performans Katsayısı
COP_{RC}	: Soğutma Çevrimi Performans Katsayısı için Carnot Değeri
COP_{R_QSE}	: Soğutma Çevrimi Performans Katsayısı – Kuantum Ölçek Etkili
COP_{R_NQSE}	: Soğutma Çevrimi Performans Katsayısı – Kuantum Ölçek Etkili
CTSE	: Klasik Termoölçek Etkiler
DSMC	: Dinamik Simülasyon MonteCarlo
FD	: Fermi-Dirac
Kn	: Knudsen Sayısı
MB	: Maxwell-Boltzman
MD	: Moleküler Dinamik
QSE	: Kuantum Ölçek Etkiler

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 : Farklı Knudsen sayıları için transport süreçleri.....	7
Çizelge 2.2 : Dikdörtgen bir kutuda tutuklanmış ideal gaz için termodinamik büyüklükler ve bu büyüklükler üzerindeki kuantum düzeltmeleri.	14
Çizelge 5.1 : Makro ve Nano bölmeler için gerekli termodinamik büyüklükler.	72
Çizelge C.1 : Gamma fonksiyonuna ait bazı değerler.	106

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

- Şekil 2.1** : Sıcaklık gradyanı altındaki makro bir kanalda gaz davranışı – Hidrodinamik (Sürekli) davranış. 9
- Şekil 2.2** : Sıcaklık gradyanı altında nano bir kanalda gaz akışı – Serbest Moleküler Akış. T_H ve T_L sırasıyla yüksek ve düşük sıcaklık bölgelerini temsil etmektedir10
- Şekil 3.1** : Klasik termoölçek etkiler için oluşturulmuş sistemin şematik gösterimi. n ve m , nano ve makro bölmeleri, T_L ve T_H düşük ve yüksek sıcaklıkları temsil etmektedir.17
- Şekil 3.2** : CTSE’de Fermi gazı için farklı dejenerasyon seviyeleri.24
- Şekil 3.3** : a) 4 ve 1 noktaları arasında \mathcal{A} ’ların farkı b) 4 ve 1 noktaları arasında oluşan entropi farkı.25
- Şekil 3.4** : Fermi ve Bose gazları için sıcak bölgede Maxwell- soğuk bölgede dejenere kuantum gazı temsili altında, 4-1 noktaları arasında oluşan boyutsuz kimyasal potansiyel değerlerinin Maxwell gazı sonuçları ile karşılaştırılması.30
- Şekil 4.1** : Klasik termoölçek etkilerine dayanan bir güç çevriminin T-s diyagramı.34
- Şekil 4.2** : a) Verimin, sıcaklıkların oranı τ ile değişimi b) Boyutsuz özgül işi ifadesinin sıcaklıkların oranı, τ , ile değişimi.38
- Şekil 4.3** : Geliştirilmiş termoölçek güç çevrimi.40
- Şekil 4.4** : Geliştirilmiş güç çevriminde a) Verimin sıcaklıkların oranı, τ , ile değişimi b) Boyutsuz özgül iş ifadesinin sıcaklıkların oranı, τ , ile değişimi.42
- Şekil 4.5** : $r_p < 1$ için T-s diyagramında görülen çaprazlama.43
- Şekil 4.6** : Özgül işin farklı r_p değerleri için τ ile değişimi.44
- Şekil 4.7** : Güç çevrimin değişen r_p değerleri ile form değiştirmesi.44
- Şekil 4.8** : r_p değerinin düşmesi ile çevrimin, soğutma çevrimi formunu alması.45
- Şekil 4.9** : 8. durumda verilen çevrimin a) soğutma çevrimi olarak çalıştırılması durumunda elde edilen verimin τ ile değişimi, b) ısı pompası olarak çalıştırılması durumunda elde edilen verimin τ ile değişimi.47
- Şekil 4.10** : a) Fermi gazları için sabit basınç ve Knudsen koşulları için ısı kapasitelerinin değişimi b) Bose gazları için sabit basınç ve Knudsen koşulları için ısı kapasitelerinin değişimi.50
- Şekil 4.11** : Fermi gazları için klasik termoölçek güç ve soğutma çevrimlerinin T-s diyagramları. $r_A > 1$, $r_A = 1$ ve $r_A \ll 1$ için sırasıyla geliştirilmiş güç çevrimi, temel güç çevrimi ve soğutma çevrimini temsil etmektedir.52
- Şekil 4.12** : a) Farklı r_A değerleri için verimin τ ile değişimi, b) Farklı r_A değerleri için boyutsuz iş ifadesinin τ ile değişimi.54
- Şekil 4.13** : $r_A = 1$ durumu için oluşturulan temel termoölçek güç çevriminde farklı dejenerelik seviyesine sahip gazlar için verimin τ ile değişimi.55
- Şekil 4.14** : r_A ’nın değişmesi ile 1-2 ve 3-4 süreçlerinde elde edilen toplam ısı miktarında gözlenen değişim.56

Şekil 4.15 : Fermi gazlarında farklı r_A değerleri için a)Soğutma çevrimi ve b) Isı pompası için COP değerlerinin τ ile değişimi	57
Şekil 4.16 : a) Soğutma çevrimi ve b) Isı pompası üzerinde dejenerelik etkisi.	58
Şekil 4.17 : a) r_A 'nın değişmesi ile 1-2 ve 3-4 süreçlerinde elde edilen toplam ısı miktarında gözlenen değişim b) Bose gazı için oluşturulan güç çevriminin T-s diyagramı.....	60
Şekil 4.18 : a) Bose gazı için verimin τ ile değişimi b) Bose gazı için boyutsuz özgül işin τ ile değişimi.	61
Şekil 4.19 : Bose gazlarında farklı r_A değerleri için COP değerlerinin a)soğutma çevrimi ve b) Isı pompası için τ ile değişimi.	62
Şekil 4.20 : Maxwell, Fermi ve Bose gazları için temel termoölçek güç çevrimi veriminin τ ile değişimi.....	63
Şekil 4.21 : Maxwell, Fermi ve Bose gazları için geliştirilmiş termoölçek güç çevrimi veriminin τ ile değişimi.....	64
Şekil 4.22 : Maxwell, Fermi ve Bose gazları için a) soğutma çevrimi ve b) ısı pompası verimlerinin τ ile değişimi.	65
Şekil 4.23 : Maxwell, Fermi ve Bose gazları için ısı pompası durumunda sisteme giren a) ısı ve b) iş miktarlarının τ ile değişimi.....	66
Şekil 4.24 : Maxwell, Fermi ve Bose gazları için soğutma çevrimi durumunda sisteme giren a) ısı ve b) iş miktarlarının τ ile değişimi.	67
Şekil 5.1 : Kuantum ölçek etkilerinin hesaplamalara katıldığı ve katılmadığı (CTSE) durumda elde edilen kimyasal potansiyel farkın τ 'ya göre değişimi.	75
Şekil 5.2 : Kuantum ölçek etkileri altında analiz edilen temel termoölçek güç çevriminin T-S diyagramı. Modifiye Knudsen süreci Eşitlik (5.12) ile temsil edilmektedir.....	78
Şekil 5.3 : Farklı L_x değerleri için kuantum ölçek etkili durumlardaki verim değerlerinin, klasik durum ile karşılaştırılması.	82
Şekil 5.4 : Kuantum ölçek etkileri altında analiz edilen termoölçek soğutma çevriminin T-S diyagramı. Modifiye Knudsen süreci Eşitlik (5.12) ile temsil edilmektedir.....	83
Şekil 5.5 : Kuantum ölçek etkilerinin göz önüne alındığı ve alınmadığı durumlarda soğutma çevrimi COP değerlerinin oranlanarak karşılaştırılması.	86
Şekil 5.6 : a) $r_p=0.2$ için farklı L_x değerlerine göre COP 'nin τ 'ya göre değişimi b) $L_x=0.5$ için Farklı r_p değerlerine göre COP 'nin τ 'ya göre değişimi.	87
Şekil 5.7 : Isı pompası için a) Kuantum ölçek etkilerinin göz önüne alındığı (COPHP_QSE) ve alınmadığı (COPHP_QSE) durumların oranı b) $r_p=0.2$ için farklı L_x değerlerine göre COP_{HP} 'nin τ 'ya göre değişimi c) $L_x=0.5$ için farklı r_p değerlerine göre COP_{HP} 'nin τ 'ya göre değişimi.	89

TERMOÖLÇEK ETKİLER

ÖZET

Mikro/Nano ölçekli sistemlerin davranışı makro ölçekli sistemlerin davranışlarından önemli ölçüde farklılık göstermektedir. Bu nedenle makro ölçekte geçerli olan çoğu yasa geçerliliğini yitirmekte ya da modifikasyon gerektirmektedir.

Bu çerçevede mikro/nano ölçekli sistemlerin davranışlarına dair pek çok teorik ve deneysel çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalar özellikle mikro/nano sistemlerin fiziksel özellikleri ile transport ve termodinamik özellikleri konusunda yoğunlaşmıştır. Bu çalışmaların sonucunda bilinen ve kullanılan pek çok teorik ifade ve yasa nano sistemler için modifiye edilmiş ya da yeniden tanımlanmıştır. Buna ilave olarak makro ölçekte gözlenemeyecek, varlığı sadece küçük ölçekli sistemler için mevcut olabilecek yeni etkiler öngörülmüştür.

Teknolojinin ilerlemesi ve küçük ölçekli sistemlere olan ilginin artmasıyla bu yöndeki çalışmalar hızlanmış, öngörülen pek çok metodun ve teorik sonucun deneysel ya da simülasyon yoluyla modellenmesi ve doğrulanması yoluna gidilmiştir.

Bu çalışmanın konusu olan termoölçek etkilerde bu yeni etkilerden biridir. Termoölçek etkiler tek başına mikro/nano ölçekli sistemlerde değil, aralarında ölçek farkı bulunan iki alt sistemden oluşan ve sıcaklık gradyanı altında bulunan bir birleşik sistemde ortaya çıkmaktadır. Diğer bir deyişle termoölçek etkilerinin ortaya çıkışındaki temel koşul; aynı sıcaklık gradyanı altında farklı ölçekteki sistemlerin birbirlerine bağlanarak bir birleşik sistem oluşturulmasıdır. Bu ölçek farkı varolduğu sürece, sistemin termodinamik ve transport özellikleri de aynı sıcaklık gradyanı altında farklılaşarak birleşik sistemde sıcaklık ve ölçek farklılıklarının sonucu olarak sürücü kuvvetlerin oluşmasına yol açacaktır. Dömenler arasındaki ölçek farkı ne kadar büyükse oluşan termoölçek etkiler de o kadar güçlü olacaktır.

Bu çalışma kapsamında termoölçek etkiler; sıcaklık gradyanı altındaki makro ve nano dömenlerden oluşan bir birleşik sistem ele alınarak incelenmiştir. İlk olarak bu tür bir sistemin Maxwell Boltzman gazı ile dolu olması durumu incelenmiş sistemin termodinamik ve transport davranışı analiz edilmiş ve klasik termoölçek etkiler ortaya konulmuştur.

Daha sonra aynı sistem kuantum gazları için (Fermi gazı ve Bose gazı) analiz edilmiştir. Bu kapsamda literatürde nano domende Maxwell gazları için tanımlanmış olan Knudsen kanunu kuantum gazları için yeniden tanımlanarak ve yayınlanarak literatüre sunulmuştur. Knudsen kanunun yeniden tanımlanması sayesinde nano sistem kuantum gazları için analiz edilebilmiş ve birleşik sistemde klasik termoölçek etkiler tanımlanarak analiz edilmiştir.

Kuantum gazları ile Maxwell gazları için termoölçek etkilerin karşılaştırılması yapılmış ve termoölçek etkilerinin en etkili olduğu sistem belirlenmeye çalışılmıştır. Buradan hareketle termoölçek etkilerin bir uygulama alanı olabilecek bir

termodinamik çevrim tasarlanmıştır. Çevrimin güç ve soğutma çevrimi olarak tasarlanması durumları ayrı ayrı incelenmiş, çevrim verimleri Fermi, Bose ve Maxwell gazları için karşılaştırılmıştır.

Son olarak, nano ölçekli sistemlerde parçacıkların dalga karakteri dolayısıyla ortaya çıkan ve literatürde kuantum ölçek etkiler adı ile yer alan etkiler de birleşik sistemin nano bölmesi için hesaplamalara katılarak, klasik termoölçek etkiler kuantum ölçek etkileri de gözönünde bulundurularak yeniden analiz edilmiş, kuantum gazları için tüm hesaplamalar ve tüm çevrim tasarımları bu çerçevede yeniden incelenmiştir. Böylelikle literatürde yer alan kuantum ölçek etkilerinin, bu tez kapsamında ortaya konulan klasik termoölçek etkileri ile birlikte analizi de tamamlanmış ve ölçek etkilerine dair tam bir analiz sunulmuştur.

THERMOSIZE EFFECTS

SUMMARY

As it is well known, micro/nano systems show different behaviours than those of macro systems. Therefore, many theoretical models and results which have been developed and used for the macro systems are needed to be reconsidered and modified for micro/nano systems.

To understand the behaviour of micro/nano systems, a great deal of work has been performed both theoretically and experimentally. These works generally focused on the physical, thermodynamic and transport properties of the system and even many well known laws and equations have been modified in this context.

Additionally, some new effects that can only be seen in micro/nano scale systems are introduced. The development of technology and the great attention for the nano scale systems accelerated the researches in this area. This also enables to verify some theoretical works and predicted methods with experimental and simulation studies.

Gas transport in nano systems is one of the a new research area in literature. In micro/nano systems, the mean free path of the particles is comparable with the characteristic size of the domain and the transport characteristics of gases can considerably change from macro to nano by depending on the domain size. Because of the size dependence of transport characteristic, gas transports in macro and nano domains are not the same and change by depending on the domain sizes. Therefore, different transport characteristics appear in macro and nano systems even if they are under the same temperature gradient. This introduce some new effects and phenomena

Thermosize effect is one of the new effects for micro/nano scale systems. The classical thermosize effects arise due to changes of transport characteristics of gases from macro to nano. Therefore, they cannot arise in a purely micro/nano system, two different sized domain should be combined under the same temperature gradient. In other words, a combined system with two different size domains is needed and it must be kept under the same temperature gradient to observe the thermosize effects.

The difference in transport regimes causes a different chemical potential gradient in each part of the system. In other words, the chemical potential difference is induced by a temperature gradient because of the size difference. This effect is very similar to the Seebeck effect in thermoelectric phenomena which is the electrical potential gradient induced by temperature gradient in a conductor. If it is allowed the gas flow between the regions having the same temperature but different chemical potentials, heat exchange between gas and environment is observed during the gas flow. This is also similar to the Peltier effect of thermoelectricity. Consequently, there is a strong analogy between these effects and the effects of thermoelectricity. The thermoelectric effects arise when the materials having different electrical properties

are used together under the same temperature gradient. On the other hand, thermosize effects arise when the materials having different size are used together under the same temperature gradient. Therefore, these effects are called here classical thermosize effects to distinguish them from the thermosize effects which have been defined in the literature by considering the wave character of particles (or quantum size effects). The quantum originated thermosize effects, called here quantum thermosize effects (QTSE) and are taken into account in last section of this work.

The bigger difference between the domain size induce the larger driving force that means stronger thermosize effects. If the domains are connected to each other to allow to gas flow between them, this driving force can drive a thermodynamic power cycle which can produce work.

In this study, thermosize effects are analyzed by considering macro and nano domains which are combined under the same temperature gradient. For the first case, the system is filled with an ideal Maxwellian gas. The domains are connected at the low temperature part while they are separated at the high temperature part. Therefore it is not allowed to gas circulation between the domains. For steady state, thermodynamic and transport processes are examined in the domains and the Classical Thermosize Effects are introduced for an ideal Maxwellian gases.

The same system is also analyzed for the quantum gases (Fermi and Bose gas). Within this scope, the Knudsen Law which has been defined in literature for the Maxwellian gas transport in micro/nano scale system is reconsidered for quantum gases and a new generalized Knudsen law is derived and published in literature as one of the results of this thesis. Therefore, nano part of the combined system is analyzed by using generalized version of Knudsen law and classical thermosize effects are introduced for quantum gases as well.

The results for Maxwellian and quantum gases are compared. The influence of the quantum degeneracy on the CTSE is examined and discussed. It is shown that using a Bose gas in the system increases the magnitude of the classical thermosize effects while the effects become the weakest for a Fermi gas.

Additionally, as a possible application of the classical thermosize effects, a new thermodynamic cycle is predicted. The main cycle is based on the classical thermosize effects. The driving forces arise by depending on the size differences in the domains and it can cause a gas circulation when the macro and nano domains are connected to each other. This gas circulation creates a kind of thermodynamic power cycle and all the heat and work expression are calculated in this context. The efficiency of the cycle is also presented. The main cycle is improved by using an additional compression process to increase the efficiency. Refrigeration and heat pump cycles are also analyzed. All the calculations are reconsidered for quantum gases as well and the results are compared for each cases.

Finally, the classical thermosize effects are reanalyzed under consideration of quantum size effects which have been defined in the literature as a result of the wave character of gas particles. The Classical thermosize effects appear when the domain size is less than the mean free path of particles. On the other hand, QTSE appear when the domain size is getting closer to the mean de Broglie wave length of particles. In other words, CTSE are more dominant and arise in a system much earlier than QTSE.

For this point of view, nano part of combined system is reanalyzed by considering quantum size effects. Knudsen law also have not been derived before by taking into account the QSE in literature. Therefore, a modified version of the Knudsen law is derived by considering QSE and all the calculations are done by using the modified Knudsen law. All the expressions for classical thermosize effects and cycles are recalculated.

1. GİRİŞ

1.1 Tez Çalışmasının Konusu

Son yıllarda teknolojinin gelişmesi ile birlikte mikro/nano ölçekli sistemler günümüzde kullanılabilir hale gelerek bilim ve teknolojinin pek çok alanında uygulama alanı bulmuşlardır [1-7]. Buna paralel olarak küçük ölçekli sistem davranışlarının makroskopik eşdeğerlerine göre nasıl değiştiğini inceleme ve anlama konusu, günümüzün önemli bilimsel etkinliklerinden biri olmuştur.

Küçük ölçekli sistemlerin özelliklerinin, makro ölçekli sistemlere oranla büyük farklılıklar gösterdiği uzun süredir bilinmektedir [8-17]. Makroskopik ölçekte tanımlanan birçok teori ve modelin, küçük ölçekli sistemler için yeniden gözden geçirilmesinin gerekliliği ortaya konulmuştur [18-28] Mikro ve nano ölçekli sistemlerde, makro sistemlerde gözlenemeyecek yeni etkiler öngörölmüş [29-32], termal sürünme [26, 28, 33-40], Knudsen pompası [41-46], ölçek etkileri [47-68] gibi bazı yeni olayların varlığı ortaya çıkarılmıştır.

Küçük ölçekli sistemler için yapılan düzenlemeler sayesinde özellikle yarıiletken ve bilgisayar teknolojilerinde hızlı aşama kaydedilmiş ve mikro/nano ölçekli donanımlar kullanıma girmişlerdir [69-72]. Nano ölçekte mekanik yapıların üretilebilir hale gelmesiyle mikro/nano ölçekli türbinler, pompalar, karıştırıcılar, ısı değiştiricileri, valfler vb. donanımlar üretilmeye başlanmış ve mikro/nano akışlar önem kazanmıştır. Böylelikle küçük ölçekli sistemlerde akışkan davranışının, termodinamik ve transport özelliklerinin ne şekilde değiştiği, nasıl modellenebileceği ve makro sistemlere nasıl entegre edilebileceği gündeme gelmeye başlamıştır [8-11].

Mikro/nano sistemlerde ortaya çıkan etkilerin en önemlisi, termal sürünme ve Knudsen yasası olarak gösterilebilir. Knudsen pompasının da temelini oluşturan ve günümüzde yaygın bir çalışma konusu olan Knudsen yasası'nın temelleri ilk olarak Reynolds [13] tarafından Graham'ın [14] deneysel sonuçlarına dayanarak atılmıştır. Sonraki yıllarda Maxwell'in teorik katkılarıyla geliştirilerek [15], 1910 yılında Knudsen'nin çalışmaları sonucunda günümüzde kullanılan formunu almış ve buna

dayalı olarak ilk doğal pompalama mekanizmasının varlığı deneysel olarak gösterilmiştir [16-17]. Bu nedenle literatürde Knudsen'nin adıyla anılarak, Knudsen kanunu ve Knudsen pompası olarak yerini almıştır [16-17]. Knudsen pompası hiçbir mekanik parça içermeyen, küçük ölçekli sistemlerde gözlenebilecek termomoleküler pompalama mekanizmasıdır [46]. Ancak o dönemdeki teknoloji yetersizliği nedeniyle sıcaklık gradyanı altında elde edilen basınç farkı Knudsen'nin deneyinde çok küçük kalmıştır [16-17]. Mikro/nano teknolojinin gelişmesi ile bu doğal pompalama mekanizmasına ilgi artmış, pompa tasarımı ve verimine dair pek çok çalışma yapılmıştır [42-43, 45]. Günümüzde Knudsen pompası, termal sürünme, ve genel kapsamda mikro/nano yapılarda gaz akışına dair çalışmalar teorik [25], deneysel [73-74] ve sayısal (MD-Moleküler Dinamik, DSMC-Dynamic Simulation Monte Carlo vb.) hesaplama yöntemleriyle [75-79] artarak devam etmekte ve mikro/nano sistem tasarımları için temel oluşturmaktadır.

Sistem boyutlarının küçülmesi ile nano ölçekli sistemlerde kendini gösteren diğer bir yeni etki, yüzey kuvvetlerinin baskın hale gelmesi sonucu ortaya çıkan yüzey etkileridir [50-51]. Yüzey etkileri, makroskobik sistemlerde de var olmasına karşın, çok küçük mertebede olması dolayısıyla hesaplamalar sırasında ihmal edilmektedir. Nano sistemlerde yüzey kuvvetlerinin hacim kuvvetleri ile kıyaslanabilir mertebeye ulaşması ile birlikte yüzey etkileri ihmal edilemez hale gelmekte ve bilinen termodinamik büyüklükleri ve transport parametrelerini ölçek bağımlı hale getirmektedir. Son yıllarda nano sistemlerde termodinamik ve transport süreçlerindeki ölçek bağımlılığı literatürde yerini almış ve günümüzde bilinen ve kullanılan pek çok model ve termodinamik çevrim ölçek etkileri çerçevesinde yeniden analiz edilmiştir [50-51, 58-68].

Yüzey etkileri ve parçacıkların kuantum karakterinin mikro/nano sistemler üzerindeki etkilerinin araştırılması sonucunda ortaya çıkan bir diğer yeni etki Termoölçek etkileridir. Literatürde termoölçek etkilere benzerlik gösteren ancak farklı bir doğası bulunan Dufor ve Soret etkilerinin de temelini oluşturan termomoleküler etkiler üzerine çeşitli yayınlar bulunmaktadır [29-32], "Termoölçek etkiler" ifadesi literatürde ilk olarak Sisman ve Muller [60] tarafından ortaya konulmuş ve isimlendirilmiştir. Sisman ve Muller çalışmasında sıcaklık gradyanı altına yerleştirilmiş makro ve nano ölçekli iki bölge gözönüne alınmış ve her ikisinin içerisinde de hidrodinamik akış koşullarının gerçekleştiği kabulü yapılmıştır. Nano

bir sistem içerisinde parçacıkların dalga karakterinin öne çıkmasıyla birlikte kuantum karakterin önem kazanması ve yüzey etkilerin baskın hale gelmesi sonucunda nano bölgede bilinen termodinamik büyüklüklerde ölçek bağımlı terimlerin ortaya çıkacağı yakın zamanlı çalışmalarda gösterilmiştir [50-51, 58-68]. Bu ölçek bağımlı karakter sonucunda, Sisman&Muller'in [60] çalışmasında tanımlanan makro ve nano sistemlerde, aynı sıcaklık gradyanı ve aynı transport rejimi altında bulunmaları durumunda yoğunluk dağılımları arasında fark oluşacağı gösterilmiştir. Yoğunluk dağılımları arasında ki bu farklılığın yol açacağı kimyasal potansiyel fark hesaplanmış ve bu etki "termoölçek etkiler" başlığı altında tanımlanmıştır. Söz konusu çalışmada tanımlanan "termoölçek etkiler" tamamen parçacıkların kuantum karakterine bağlı olarak ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla, bu etkilerin gözlenebilmesi için çok küçük ölçekli sistemler gerektiği, sistem boyutu yaklaşık 5-10 nm mertebesinde olduğunda bu etkilerin ortaya çıkacağı, daha büyük ölçekli sistemlerde ise ihmal edilebilir mertebede kalacağı vurgulanmıştır [61]. Bu sonuçlar çerçevesinde, termoölçek etkilere dayalı birçok yeni termodinamik çevrim öngörülmüş ve bu çevrimler kuantum karakter göz önüne alınarak analiz edilmiştir [58-68].

1.2 Tez Çalışmasında Ele Alınan Problem

Son yıllarda mikro/nano kanallarda gaz akışları ile ilgili çalışmalar incelendiğinde sistem içerisindeki transport sürecinin hidrodinamik akış yerine serbest moleküler akış ile temsil edilmesinin daha gerçekçi bir yaklaşım olacağı ve bu tür akışlar için Knudsen kanunun hüküm sürdüğü bir sistem karakterinin ortaya çıkacağı bilinmektedir. Bu nedenle mikro/nano sistemlerde gaz akışları, hidrodinamik akış yerine Knudsen kanunu altında serbest moleküler akış koşulları ile değerlendirilerek, akışa ait transport parametreleri ve sisteme ait termodinamik büyüklükler bu koşullar altında analiz edilmelidir.

Bu tez çalışması kapsamında, Sisman ve Muller'in çalışmasına benzer biçimde [60], sıcaklık gradyanı altında makro ve nano kanallardan oluşan bir birleşik sistemde oluşacak yeni gaz davranışları incelenmiştir. Bu tür bir sistem için, makro kanalda hidrodinamik akış koşulları oluşmakta ve bilinen akışkanlar mekaniği kanunları geçerli olmaktadır. Nano kanal için ise gaz akışı serbest moleküler akış koşulları limitinde yer alarak Knudsen Kanunu sağlamaktadır. Bu iki farklı transport sürecinin

gerçekleştirdiği birleşik sistem incelendiğinde makro ve nano sistemler içerisinde, daha önce literatürde tanımlanan termoölçek etkilere benzer biçimde farklı yoğunluk dağılımlarının oluşacağı ve sistemler arasında gaz akışına izin verilmesi durumunda bu farkın sistemdeki gaz için bir sürücü kuvvet oluşturarak gaz sirkülasyonu başlatacağı gösterilmiştir. Sistem bu haliyle daha önce literatürde tanımlanan “termoölçek etkiler”e benzerlik göstermektedir. Ancak “termoölçek etkiler” kavramı burada kuantum ölçek etkileri yerine klasik etkilere dayalı yeni bir boyut kazanmaktadır.

Bu tez çalışmasında elde edilen sonuçlar çerçevesinde, parçacıkların kuantum karakterinden bağımsız olarak sadece transport süreçlerindeki farklılıktan dolayı yeni bir tür termoölçek etkisinin var olduğu, dolayısıyla çok küçük ölçekli sistemlere gereksinim duymaksızın, transport sürecini değiştirebilecek kadar bir ölçek farkı olan her sistemde gözlenebilecek yeni bir etki olduğu ortaya konulmuştur. Sistem boyutlarının çok küçültülmesi durumunda transport süreçlerinin farklılığından dolayı var olan termoölçek etkilerinin yanı sıra daha önce literatürde tanımlanan ve parçacıkların dalga karakteri sonucunda ortaya çıkan “termoölçek etkiler” de süreç içerisinde yerini alacaktır.

Bu noktada kavramlar arasındaki karmaşanın önlenmesi için, literatürde daha önce Sisman ve Muller tarafından tanımlanan termoölçek etkileri, burada Kuantum Termoölçek Etkiler (Quantum Thermosize Effects, QTSE) olarak yeniden adlandırılmıştır. Transport süreçlerindeki farklılığa bağlı ortaya çıkan termoölçek etkiler ise, Klasik Termoölçek Etkiler (Classical Thermosize Effects, CTSE) olarak tanımlanmıştır.

Daha önce belirtildiği üzere CTSE’ler, sıcaklık ve ölçek farklarının aynı anda ve birlikte yer alması sonucu ortaya çıkarlar ve ikincil bir sürücü kuvvet olarak kimyasal potansiyel farkının oluşmasına yol açarlar. Bu özelliği ile CTSE aslında termoelektrik etkilere analogik olarak oldukça benzerdirler. Bilindiği gibi termoelektrik etkilerde, sıcaklık gradyanı altına yerleştirilmiş iki farklı yarıiletkende elektrik potansiyel farkı elde edilir. CTSE ise, sıcaklık gradyanı altına yerleştirilmiş iki farklı ölçekli sistemde farklı gaz transportunun gerçekleşmesi sonucu kimyasal potansiyel farkı elde edilir. Bir başka deyişle, CTSE’ler de aslında bir çapraz etki (cross effect) olarak sınıflandırılabilirler ve termoelektrik etkilere benzerlikleri nedeni ile termoölçek etkiler olarak adlandırılmışlardır [60].

1.3 Tez Çalışmasının Temel Sonuçları

- Bu çalışmada ilk olarak, parçacıkların kuantum karakterinden bağımsız olarak sadece transport süreçlerindeki farklılıktan dolayı yeni bir tür termoölçek etkisinin var olduğu gösterilmiş ve “Klasik Termoölçek Etkiler” olarak tanımlanarak, Maxwell gazları için analiz edilmiştir [80-81].
- İkinci aşamada, CTSE kuantum gazları (ideal Fermi ve Bose gazları) için genelleştirilmiştir.
- Literatürde Knudsen Kanunu adıyla yer alan ifade Maxwell gazları için türetilmiş olup kuantum gazları için geçerli değildir. Bir başka deyişle nano kanallarda ortaya çıkan serbest moleküler akışı kuantum gazları için tanımlayacak ifade literatürde bulunmamaktadır. Bu nedenle CTSE'nin kuantum gazları için analizi sırasında, literatürde Knudsen kanunu adıyla yer alan ifade kuantum gazları için genelleştirilmiştir. Diğer bir deyişle, nano bölme için serbest moleküler akış ifadesi kuantum gazları için tanımlanmıştır. Tanımlanan ifadenin Maxwell limitinde Knudsen Kanunu'na indirgendiği gösterilerek, Knudsen Kanunu'nun genelleştirilmiş formu olarak tanımlanmıştır. [80-81]
- Klasik termoölçek etkiler için bir uygulama olarak yeni bir termodinamik çevrim tasarımı teorik olarak öngörülmüştür. Önerilen çevrim yine teorik olarak, güç ve soğutma çevrimi olarak ayrı ayrı termodinamik olarak analiz edilmiştir [82-84].
- Klasik termoölçek etkiler üzerinde kuantum ölçek etkileri de göz önüne alınarak pratik için daha gerçekçi bir model de son bölümde analiz edilmiştir. Bu çerçevede Knudsen Kanunu, kuantum ölçek etkileri (Quantum Size Effects, QSE) altında yeniden tanımlanmış ve QSE'nin ihmal edilebilir merteye de olduğu koşullarda tanımlanan ifadenin klasik Knudsen Kanunu'na indirgeneceği de gösterilmiştir.

1.4 Tezin Bölümlere Göre Dağılımı

Tez kapsamında yapılan çalışmalar bölümlere göre şu şekilde sıralanmıştır: Bölüm 2'de konuya ilişkin temel kavramlar sunularak, yeri geldikçe literatürde yapılan çalışmalara değinilmiştir. Bölüm 3'de Maxwell ve kuantum gazları için klasik termoölçek etkilerinin varlığı ortaya konulmuş ve 4. bölümde klasik termoölçek

etkilerine göre çalışan yeni bir g ve soğutma çevrimi tasarlanarak termodinamik analizleri yapılmıştır. Sonrasında klasik termoölçek etkileri, kuantum ölçek etkileri göz önüne alınarak yeniden incelenmiş ve elde edilen sonuçlar 5. Bölümde “Kuantum lek etkileri” başlığı altında sunulmuştur. Bölüm 6’da ise tezin sonuçları üzerinde genel bir tartışma yapılmıştır.

2. KONUYA İLİŞKİN TEMEL KAVRAMLAR

Mikro boyutlu aparatların içinde veya çevresinde oluşan akışlar, mikro akışlar olarak tanımlanmaktadır [85]. Mikro gaz akışlarında, akış geometrisinden hesaplanan karakteristik uzunluk ortalama serbest yol değerine yaklaşmaktadır. Bunun bir sonucu olarak parçacıkların kendi aralarındaki çarpışmalar seyrekleşmekte bunun yerine onları sınırlayan yüzeylerle olan çarpışmalarının sayısı artmaktadır. Böylece akış karakteristiği geleneksel olarak makro sistemlerde gözlenen sürekli ortam yaklaşımından uzaklaşmaktadır. Bu koşullar altında sürekli ortam denklemleri geçerliliklerini yitirirler ve küçük ölçekli sistemler için akış karakteristiğine bağlı olarak yeni hesaplama yöntemleri devreye girer.

Bir sistemdeki akış karakteristiği Knudsen Sayısı, Kn , adı verilen bir büyüklükle belirlenir. Knudsen sayısı,

$$Kn = \frac{l}{L} \quad (2.1)$$

ifadesi ile verilmekte olup, l , parçacıkların ortalama serbest yolunu, L , sistemin karakteristik uzunluğunu temsil etmektedir. Knudsen sayısının aldığı değere göre akış karakteristiği Çizelge 2.1’de verildiği gibi tanımlanır [12-13, 86].

Çizelge 2.1 : Farklı Knudsen sayıları için transport süreçleri.

$Kn < 10^{-3}$	Sürekli (Hidrodinamik) Akış
$10^{-3} < Kn < 10^{-1}$	Kayma Sınır Koşulu (Slip Flow)
$10^{-1} < Kn < 10$	Geçiş Bölgesi (Transition Region)
$Kn > 10$	Serbest Moleküler Akış (Free Molecular Flow)

Sürekli ve kayma sınır koşullu akışlar için, Navier-Stokes denklemleri kullanılmakta, kayma hızlı akışlarda buna ilave olarak sınır koşullarında hız kayması ve sıcaklık sıçraması gibi bazı düzeltmelerin yapılması gerekmektedir. Geçiş bölgesi için ise

yüksek dereceden bünye denklemleri içeren Burnett denklemlerini ya da moleküler modelleri kullanmak mümkündür. Serbest Moleküler Akış bölgesinde, hesaplamalar için Boltzman-Transport denklemi (BTE) kullanılarak işlemlerin yapılması gerekir [87]. BTE nonliner bir diferansiyel denklem olduğundan analitik çözümü bulunmamakta, BGK [88], Chapman-Enskog [8], Lattice Boltzman [89] gibi çeşitli yaklaşımlar yapılarak sayısal çözüm yöntemine gidilmektedir [90-97].

Serbest Moleküler akışlar için günümüzde sıklıkla kullanılan diğer metotlar ise bilgisayar ortamında gerçekleştirilen ve sistemin gerçeğe en yakın biçimde modellenmesi için ideal olarak gösterilen moleküler dinamik (MD) [98-99] ve Dinamik Simulasyon Monte Carlo (DSMC) [100] yöntemleridir. Bu metotlar yardımıyla mikro/nano akışlar ve seyreltik gaz dinamiği konularında modelleme çalışmaları hız kazanmıştır [101-109].

Günlük hayatta kullandığımız sistemler, makro sistemlerdir ve süreklilik limiti dahilinde analiz edilirler. Mikro/nano ölçekli sistemlerde ise yukarıda belirtilen çözüm yolları çerçevesinde pek çok araştırma yapılmış, bunların sonucunda makro ölçekli sistemlerde gözlenemeyecek bazı yeni etkiler öngörülmüş [29-32], termal sürünme [34-40], Knudsen pompası [41-44], ölçek etkileri [47-68] gibi bazı yeni olayların da varlığı ortaya konulmuştur.

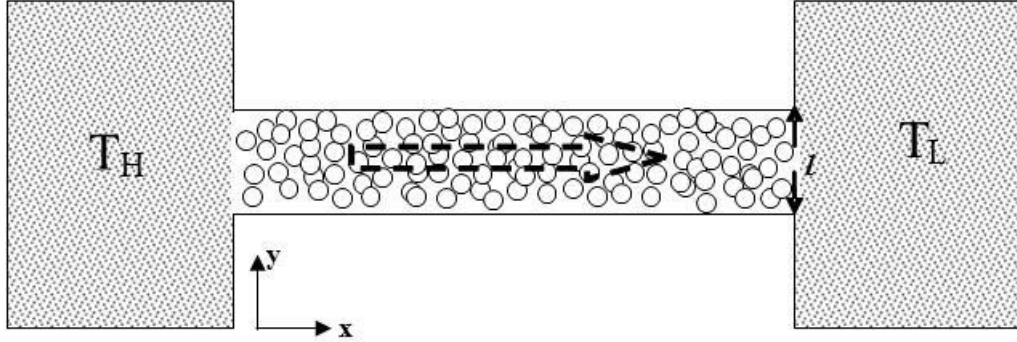
Bu tezin konusu olan termoölçek etkiler de bu yeni etkilerden biridir. Bu bölümde, ilk olarak termoölçek etkilerinin anlatımına bir temel oluşturması açısından sürekli ve serbest moleküler akış koşulları, sıcaklık gradyanı altında makro ve nano sistemlerdeki gaz davranışı başlıkları çerçevesinde incelenmiştir.

Buna ilave olarak, tezin son bölümünde klasik termoölçek etkilerinin kuantum ölçek etkileri altında analiz edilmesi nedeniyle, kuantum ölçek etkileri hakkında da genel bir anlatım yapılmış ve literatürde bu konuda yapılan çalışmalar özetlenmeye çalışılmıştır.

2.1 Sıcaklık Gradyanı Altında Makro Sistem Davranışı

Makro sistemlerde sıcaklık gradyanı altında gaz akışı, akışkanlar mekaniğinin temel konularından biridir. Bu konularda farklı sistem koşullarına göre yapılmış detaylı ve kapsamlı analizler temel kitaplarda bulunabilir. Burada hatırlatma amacıyla, sıcaklık gradyanı altında makro bir kanalda gerçekleşen gaz akışına kısaca değinilecektir.

Şekil 2.1 :’de içi gaz ile doldurularak sıcaklık gradyanı altına yerleştirilmiş makro bir sistem göz önüne alınmıştır.



Şekil 2.1 : Sıcaklık gradyanı altındaki makro bir kanalda gaz davranışı – Hidrodinamik (Sürekli) davranış. T_H ve T_L sırasıyla yüksek ve düşük sıcaklık bölgelerini temsil etmektedir.

Makro ölçekli bir sistemde sistemin karakteristik uzunluğu, L , parçacıklar arası ortalama serbest yol, l , ile kıyaslandığında çok büyük kalmakta, dolayısıyla Eşitlik (2.1)’deki ifadeden kolayca görüleceği gibi Kn sayısı sifıra yakın değerler almaktadır. Bu durumda sistemde parçacık- parçacık etkileşmelerinin hakim olduğu, sürekli (hidrodinamik) davranış koşulları oluşmaktadır.

Süreklilik yaklaşımı altında sistemi tanımlayan Navier-Stokes denklemi, sıkıştırılmaz ve Newtonian akışkan için aşağıdaki formda yazılabilir.

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = \vec{f} - \nabla p + \mu_d \nabla^2 \vec{v} \quad (2.2)$$

Burada, ρ , yoğunluk, v hız, t zaman, f gövde kuvvetleri (body forces, yerçekimi kuvveti gibi), p basınç ve μ_d dinamik viskoziteyi temsil etmektedir. Yer çekimi kuvvetlerinin olmaması durumunda, kararlı durum için için parçacık akısının ($J_N = \rho v/m$, m parçacık kütlesi) ya da diğer bir deyişle akış hızının sıfır olma koşulu Navier-Stokes denkleminde uygulanırsa makro kanal için,

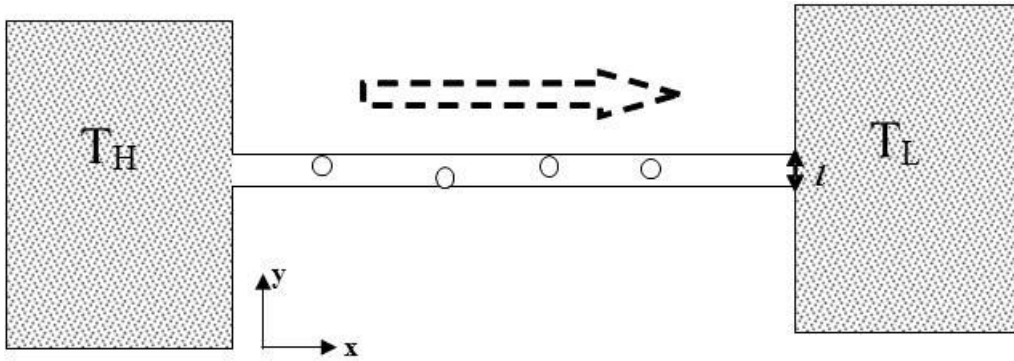
$$\vec{\nabla} p = 0 \quad (2.3)$$

eşitliği elde edilir. Bu durumda sistem boyunca sabit kalan parametrenin basınç değeri olacağı ve sürecin sabit basınç süreci olarak tanımlanacağı söylenebilir. Akış olması durumunda dahi birçok termodinamik çevrim analizinde olduğu gibi sanki dengeli hal değişimi (quasi static change of state) kabulü altında akışın çok yavaş

olduğu böylece akış olmaması durumundan sonsuz küçük bir ayrılma gösterdiği varsayımı ile basıncın sabit kalabildiği bir akış olduğu düşünülebilir. Nitekim çoğu termodinamik analizde bu yaklaşım kullanılmaktadır.

2.2 Sıcaklık Gradyanı Altında Nano Sistem Davranışı

Şekil 2.2’de, Şekil 2.1’de verilene benzer bir sistem tanımlanmış, ancak burada sıcaklık gradyanı altına yerleştirilen kanalın y doğrultusundaki uzunluğunun ortalama serbest yol değerinden küçük olduğu varsayılmıştır.



Şekil 2.2 : Sıcaklık gradyanı altında nano bir kanalda gaz akışı – Serbest Moleküler Akış.

Bu durum özellikle standart koşullarda gaz içeren nano sistemlerde sıklıkla karşılaşılan bir durumdur. Bu tür sistemlerde akış genel olarak kayma sınır koşullu akış bölgesinde ya da geçiş bölgesindedir. Kanalın daha da küçültülmesi ya da gazın daha seyreltilmesiyle Kn sayısı daha yüksek değerler alır ve akış, “Serbest moleküler akış” koşullarına yaklaşır. Serbest moleküler akışta, parçacık-parçacık etkileşmeleri yerine parçacık-duvar etkileşmeleri hakimdir ve süreklilik yaklaşımı geçerliliğini yitirir. Bu durumda Navier-Stokes denklemi kullanılamaz, gerekli yaklaşımlar Boltzman transport denklemi kullanılarak yapılmalıdır. Literatürde burada göz önüne alınan sisteme benzer bir durum için yapılan çalışmada, nano kanalda Maxwell ve kuantum gaz akışları incelenmiş ve transport özellikleri belirlenmiştir [67]. Belirtilen çalışmada, Boltzman transport denkleminin relaksasyon zamanı yaklaşımı altında çözülmesiyle net parçacık akışı,

$$J_N = \frac{1}{kT\sigma_0} \left(\frac{2kT}{m} \right)^{(1-s)/2} \frac{1}{\eta} \left[g_{00} \left(F_r^\mu + F_r^\phi - \frac{\mu}{kT} F_r^T \right) + g_{02} F_r^T \right] \quad (2.4)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada; k , Boltzman sabiti, m kütle, T , sıcaklık, μ kimyasal potansiyel, ϕ dış potansiyel ve r akış yönü olmak üzere, F_r^X , bir X gradyanı altında r yönünde ortaya çıkan sürücü kuvveti temsil etmektedir. σ_0 tesir kesiti sabitidir. η , V hacmine sahip olan tüm sistemin yerel n yoğunluğuna sahip olması durumunda sistemdeki toplam parçacık sayısını temsil etmektedir [67]. $g_{a,b}$ fonksiyonu ise sözü edilen çalışmada [67]

$$g_{0,b} = \mp \frac{\pi^{3/2}}{2\alpha_1\alpha_2\alpha_3} \frac{\Gamma\left(\frac{4+b}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)} \text{Exp}[\Lambda] \quad (2.5)$$

olarak tanımlanmıştır. Eşitlik (2.5)'de Γ , Gamma fonksiyonlarını temsil etmektedir. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ölçeğe bağlı katsayılar olup $\tilde{\lambda}$ en olası De Broglie dalgaboyu ve L_k , sistemin k doğrultusundaki uzunluğu olmak üzere $\alpha_k = \tilde{\lambda}/2L_k$ şeklinde tanımlanırlar. Λ ise boyutsuz kimyasal potansiyel olarak tanımlanmıştır, $\Lambda = \mu/kT$.

Eşitlik (2.4)'de verilen ifade de, F_r^μ, F_r^ϕ, F_r^T sırasıyla kimyasal potansiyel, dış potansiyel enerji ve sıcaklık gradyanları sebebiyle oluşan sürücü kuvvetleri temsil etmekte ve

$$F_r^\mu = -\frac{\partial\mu}{\partial x_r} \quad (2.6)$$

$$F_r^\phi = -\frac{\partial\phi}{\partial x_r} \quad (2.7)$$

$$F_r^T = -k \frac{\partial T}{\partial x_r} \quad (2.8)$$

biçiminde ifade edilmektedirler [67]. Tanımlanan sistem için bir dış potansiyel söz konusu olmadığından bu denklemlerde, $F_r^\phi = 0$ olarak alınabilir ve sıfır net parçacık akısı koşulu altında eşitlik (2.4)'den;

$$F_r^\mu = \left(\frac{\mu}{kT} - \frac{g_{02}}{g_{00}} \right) F_r^T \quad (2.9)$$

ifadesi elde edilir.

Eşitlik (2.6), (2.8) ve (2.9) yardımıyla nano bölme için kimyasal potansiyelin sıcaklıkla değişimi için,

$$\frac{d\mu}{dT} = k \left(\frac{\mu}{kT} - 2 \right) \quad (2.10)$$

denklemini elde edilir.

İdeal Maxwellian gaz için kimyasal potansiyel ifadesi aşağıdaki şekilde tanımlanabilir [61].

$$\mu = -kT \ln \left(\frac{CT^{3/2}}{n} \right) \quad (2.11)$$

Eşitlik (2.11)'de verilen ifadede, $C = (2\pi mk)^{3/2} / h^3$ olarak tanımlanmış bir sabittir. Burada h , Planck sabitidir.

Kimyasal potansiyelin sıcaklıkla değişimi;

$$\frac{d\mu}{dT} = \frac{\partial \mu}{\partial T} + \frac{\partial \mu}{\partial n} \frac{\partial n}{\partial T} \quad (2.12)$$

olmak üzere, Eşitlik (2.11)'i Eşitlik (2.12)'de kullanarak ve sonucu Eşitlik (2.10)'a eşitleyerek aşağıdaki ifade elde edilir,

$$-k \left[\ln \left(\frac{CT^{3/2}}{n} \right) + 2 \right] = -k \left[\ln \left(\frac{CT^{3/2}}{n} \right) + \frac{3}{2} \right] + \frac{kT}{n} \frac{\partial n}{\partial T} \quad (2.13)$$

ve buradan gerekli sadeleştirmeler yapılarak,

$$\frac{\partial n}{\partial T} = -\frac{n}{2T} \quad (2.14)$$

denkleminde ulaşılır. Eşitlik (2.14)'de sıcak bölgeden soğuk bölgeye integraller alındığında, bölgeler arasındaki yoğunluk ilişkisi aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$n_H = n_L \left(\frac{T_L}{T_H} \right)^{1/2} \quad (2.15)$$

Buradan ideal gaz kanunu yardımıyla, $p = nkT$, nano bölme için,

$$\frac{p_H}{p_L} = \frac{\sqrt{T_H}}{\sqrt{T_L}} \quad (2.16)$$

olarak yazılabilir. Bir başka deyişle nano bölmede sabit kalan büyüklük p/\sqrt{T} dir Dolayısıyla nano kanalda akış olmaması ya da sonsuz yavaş akışlar için $\vec{\nabla}(p/\sqrt{T})=0$ koşulu tanımlanabilir.

Bu ifade literatürde Knudsen kanunu olarak yer almakta ve makroskobik sistemlerdekinden farklı olarak kğk lėekli sistemlerde, sıcaklık gradyanı altında bulunan gaz fazındaki bir akışkanda akış olmaması durumunda soğuktan sicağa doğru bir basınė gradyanı oluşacağına işaret etmektedir. Sistemde gaz akışına izin verilmesi durumunda bu basınė gradyanı doğal bir pompalama mekanizması olarak davranarak, soğuk kaynaktan sıcak kaynağa doğru bir gaz akışı oluşturur [8-12]. Bu akış literatürde ‘‘thermal creeping, thermal transpiration’’ olarak yer almakta, Trkėe kaynaklarda ise genellikle ‘‘thermal sürünme’’ ismiyle çevrilmektedir [109]. Bu tür bir gaz akışının hızı [26-27, 110-111] ve diğer bazı özelliklerinin araştırılmasına dair pek çok çalışma yapılmıştır [28-33, 112-113].

2.3 Kuantum lėek Etkileri

Makro ve nano sistemler arasındaki farklılığın nedenlerinden bir diğeri de, nano lėekte kuantum lėek etkilerinin baskın hale gelmesidir. Bu durumda sistemin karakteristik boyutu ($l_c=2V/A$, V hacim, A yüzey alanı), parçacıkların termal de Broglie dalga boyu (λ_{th}) ile kıyaslanabilir durumdadır ve sistemin kuantum karakteri ihmal edilemez. Bu tür bir sistemde, parçacıkların momentum ve enerji değerlerinin srekliyiğini yitirerek kesikli bir yapı kazanması, kuantum olasılık yoğunluğunun

klasik olasılık yoğunluğundan farklılaşması gibi kuantum mekaniksel özellikler göz önüne alınmalıdır.

Kuantum ölçek etkileri, parçacıkların kuantum karakterinin bir sonucu olarak ortaya çıkar. Transport özellikleri ve termodinamik hal fonksiyonlarını sistemin geometri ve ölçeğine bağımlı hale getirerek makro ölçekte gözlenemeyecek yeni davranışlara yol açar [50-51, 58-68].

Gazların termodinamik özellikleri üzerinde kuantum ölçek etkileri özellikle son yıllarda üzerinde çalışılmaya başlanan bir konudur [50-51, 58-68].

Kuantum ölçek etkilerinin gazlarının termodinamik özellikleri üzerine etkisini araştıran çalışmalar sonucunda [60, 66, 68], termodinamik büyüklüklerin ölçek bağımlı bir hal aldığı gösterilmiş, serbest enerji, entropi, kimyasal potansiyel gibi pek çok büyüklük Çizelge 2.2’de verildiği üzere ölçeğe bağımlı olarak modifiye edilmiştir.

Çizelge 2.2 : Dikdörtgen bir kutuda tutuklanmış ideal gaz için termodinamik büyüklükler ve bu büyüklükler üzerindeki kuantum düzeltmeleri.

Klasik Terim	Kuantum ölçek etkileri nedeni ile gelen düzeltme
$F = -Nk_b T \left[\ln \left(\frac{CT^{3/2}}{n} \right) + 1 \right]$	$+ Nk_b T \frac{L_c(T)}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{L_x} + \frac{1}{L_y} + \frac{1}{L_z} \right)$
$S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right) = Nk_b \left[\frac{5}{2} + \ln \left(\frac{CT^{3/2}}{n} \right) \right]$	$- \frac{Nk_b}{2} \frac{L_c(T)}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{L_x} + \frac{1}{L_y} + \frac{1}{L_z} \right)$
$E = F + TS = \frac{3}{2} Nk_b T$	$+ \frac{Nk_b T}{2} \frac{L_c(T)}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{L_x} + \frac{1}{L_y} + \frac{1}{L_z} \right)$
$\mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N} \right) = -k_b T \ln \left(\frac{CT^{3/2}}{n} \right)$	$+ k_b T \frac{L_c(T)}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{L_x} + \frac{1}{L_y} + \frac{1}{L_z} \right)$
$p_{xx} = - \frac{1}{L_y L_z} \left(\frac{\partial F}{\partial L_x} \right) = nk_b T$	$+ nk_b T \frac{L_c}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{L_x}$

Çizelge 2.2’de sunulan ifadelerde, n gazın yoğunluğu, ($n = N/V$), L_x , L_y ve L_z sistemin x , y ve z yönündeki ölçüleri olup, $C = (2\pi mk/h^2)^{3/2}$ olarak tanımlanmıştır. L_c , ise en olası de Broglie dalga boyunun yarısı olarak tanımlanmıştır, $L_c = \tilde{\lambda}/2$.

Yukarıdaki tablodan da anlaşılacağı gibi, gazların termodinamik özellikleri kuantum ölçek etkileri göz önünde bulundurularak incelendiğinde, termodinamik büyüklüklerin makro ölçekteki oranla farklılaştığı ve ölçek bağımlı bir hal aldığı görülmektedir. Nano boyutlarda bu değişimin sonucu olarak, basınç anizotropisi [61], kütleye bağımlı büyüklüklerin (extensive quantities) toplanabilirlik özelliklerinin ortadan kalkması [61], denge durumunda homojen olmayan yoğunluk dağılımı [63], kuantum potansiyel [63] gibi yeni olay ve kavramların varlığı ortaya çıkarılmıştır. Kimyasal potansiyelin ölçek bağımlılığından yola çıkılarak nano boyutta ölçeğe bağlı difüzyonun gerçekleşebileceği öngörüsü yine kuantum ölçek etkileri üzerine yapılan çalışmalar sonucu ortaya çıkmıştır [60].

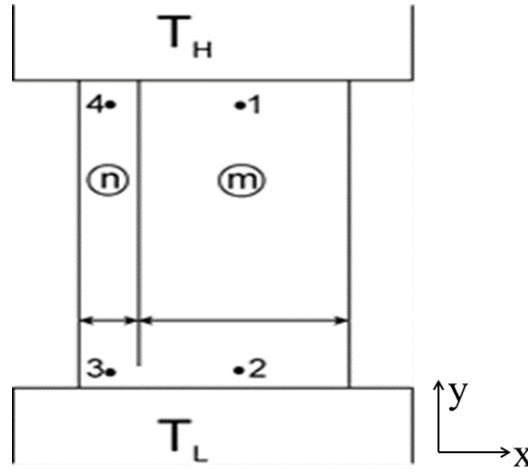
Kuantum ölçek etkilerinin gazların transport özellikleri üzerine etkisini araştıran bir çalışmada ise, transport mekanizmalarının da sistemin ölçeğinden ve şeklinden etkilenecek, transport katsayılarının ölçek ve şekil bağımlı bir hal aldığı gösterilmiştir [67]. Aynı çalışmada, kuantum ölçek etkilerinin transport süreçleri üzerindeki bir diğer sonucu olarak, ikincil sürücü kuvvetler üzerindeki etkisine değinilmiştir. Bilindiği gibi makro ölçekte akılar çoğu durumda birincil olarak nitelenen tek bir sürücü kuvvete bağlıdır. Isı iletimine ilişkin Fourier yasası ve difüzyona ilişkin Fick yasası bu tür bağıntılar olup bu transport süreçleri direkt etkiler olarak isimlendirilir. Mikro ve nano ölçekte ise akılar birden fazla sürücü kuvvete bağımlı hale gelir ve makro ölçekte önemini yitiren ancak küçük ölçekte etkili olan bu sürücü kuvvetler ise ikincil kuvvetler olarak adlandırılır [67].

Kuantum ölçek etkileri nano ölçekte önem kazandığı için hem direkt hem de çapraz etkiler üzerinde değişime yol açarlar. Özellikle iletken ve yarı iletkenlerde elektron transportu ile ilişkili olan termoelektrik katsayılar üzerinde kuantum ölçek etkileri, son yıllarda çalışılan problemlerden biri olup gerek hesaplamalı gerekse deneysel olarak termoelektrik özelliklerde kuantum ölçek etkilerine bağlı değişimler öngörülmüş ve gözlenmiştir [56-57, 114]. Bu değişimler termoelektrik sistemler için istenen yönde gelişmeler sağlamış [52, 115-118] ve diğer çapraz etkiler üzerinde kuantum ölçek etkilerinin incelenmesi konusunda yol gösterici olmuştur. Bu nedenle tezin son bölümünde CTSE üzerinde kuantum ölçek etkileri analiz edilecektir.

3. KLASİK TERMOÖLÇEK ETKİLER

3.1 Maxwell Gazlarında Klasik Termoölçek Etkiler

Klasik termoölçek etkiler (CTSE), farklı transport süreçlerinin ortaya çıktığı farklı ölçekli sistemlerin birlikte kullanılması sonucu oluşmaktadır. Bu nedenle CTSE'nin analizi için sıcaklık gradyanı altında bulunan, makro ve nano bölmeleri birlikte içeren dikdörtgen bir sistem seçilmiştir. Bu bölümde Maxwell-Boltzmann (MB) istatistiğine uyan gazla doldurmuş bir sistem ele alınmıştır. Sistemin şematik gösterimi Şekil 3.1'de verilmiştir.



Şekil 3.1 : Klasik termoölçek etkiler için oluşturulmuş sistemin şematik gösterimi. n ve m, nano ve makro bölmeleri, T_L ve T_H sırasıyla düşük ve yüksek sıcaklıkları temsil etmektedir.

Sistemi oluşturan dikdörtgen kutu, Şekil 3.1'deki gibi dar ve geniş iki bölmeye ayrılmış, dar bölmenin bir doğrultudaki ölçütü (x doğrultusu) ortalama serbest yoldan daha küçük tutulmuş ve böylece makro ve nano ölçekli bölmelerden oluşan bir kombine sistem meydana getirilmiştir.

Makro bölmede parçacıkların ortalama serbest yolu karakteristik uzunluk ile kıyaslandığında çok küçüktür. Bu nedenle sıcaklık gradyanı altındaki bu bölmede parçacık-parçacık çarpışmaları baskın olup hidrodinamik transport süreci geçerlidir. Hidrodinamik rejimde, Bölüm 2.1'de belirtildiği üzere durağan ve akışın olmadığı

durumda bu bölme için sabit basınç koşulu elde edilir, $\vec{\nabla}p = 0$. Bir başka deyişle makro domende, sisteme uygulanan sıcaklık gradyanı ters yönlü bir yoğunluk gradyanı ile dengelenir ve bu sırada sistemde basınç sabit kalır.

Diğer taraftan nano bölmede parçacıkların ortalama serbest yolu sistemin karakteristik uzunluğu ile kıyaslanabilir mertebedir. Bu nedenle sıcaklık gradyanı altında parçacıklar kendi aralarında çarpışacak kadar mesafe kat edmeden sistem duvarlarına ulaşırlar ve parçacık-duvar etkileşmelerinin hakim olduğu bir süreç ortaya çıkar. Bu süreç literatürde “serbest moleküler transport rejimi” olarak adlandırılır. Bölüm 2.2’de belirtildiği üzere nano bölmedeki süreç Knudsen kanunu $\vec{\nabla}(p/\sqrt{T})=0$ ile temsil edilir. Knudsen kanunun kullanıldığı pek çok sistem literatürde Knudsen’in adı ile adlandırılmaktadır (Knudsen pompası gibi). Bu nedenle burada da nano bölmedeki süreç, Knudsen süreci olarak tanımlanmıştır. Knudsen sürecinde, nano bölmede sisteme uygulanan sıcaklık gradyanı ters yönlü bir yoğunluk gradyanının yanı sıra yine sıcaklık gradyanına ters yönde bir basınç gradyanı ile beraber dengelenir ve sonuçta $\vec{\nabla}(p/\sqrt{T})=0$ sabit kalır. Görüldüğü gibi nano bölmede, makro bölmeden farklı olarak sıcaklık gradyanına ters yönlü bir basınç gradyanı ortaya çıkmıştır. Nano bölmede transport sürecinin doğası gereği sıcak ve soğuk kaynaklar arasında oluşan bu basınç gradyanı literatürde “termomoleküler basınç farkı (thermomolecular pressure difference)” olarak adlandırılmaktadır.

Makro ve nano bölmelerde oluşan transport süreçlerinde gözlenen bu farklılık, her bir bölmede farklı kimyasal potansiyel gradyanlarının oluşmasına neden olur.

Her bir bölme için kimyasal potansiyel ifadesi, ikinci bölümde verilen Eşitlik (2.10) ve (2.11) yardımıyla makro ve nano bölmeler için sırasıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\left(\frac{d\mu}{dT}\right)_m = \left(\frac{d\mu}{dT}\right)_p = \frac{\mu(T, n_m)}{T} - \frac{5}{2}k \quad (3.1)$$

$$\left(\frac{d\mu}{dT}\right)_n = \left(\frac{d\mu}{dT}\right)_{p/\sqrt{T}} = \frac{\mu(T, n_n)}{T} - 2k \quad (3.2)$$

Eşitlik (3.1) ve (3.2)'de m ve n indisleri sırasıyla makro ve nano bölmeleri temsil etmektedirler. Görüldüğü gibi her iki bölme aynı sıcaklık gradyanı altında bulunmasına rağmen, ölçek farkı nedeni ile her birinde farklı kimyasal potansiyel gradyanları ve dolayısıyla aynı sıcaklık gradyanı için farklı yoğunluk dağılımları oluşmaktadır. Eğer sistemde, örneğin düşük sıcaklık bölgesinde (2-3 noktaları arasında), gaz akışına izin verecek bir kanal açılır ve termodinamik denge koşulunun oluşması için beklenirse, $\mu_2 = \mu_3$, oluşan net kimyasal potansiyel fark yüksek sıcaklık bölgesinde 4-1 noktaları arasından, aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\Delta\mu = \mu_4 - \mu_1 = (\mu_4 - \mu_3) - (\mu_1 - \mu_2) \quad (3.3a)$$

$$= \int_{T_L}^{T_H} \left[\left(\frac{d\mu}{dT} \right)_n - \left(\frac{d\mu}{dT} \right)_m \right] dT \quad (3.3b)$$

$$= \int_{T_L}^{T_H} \left(\frac{\mu_n - \mu_m}{T} \right) dT + \frac{k}{2} (T_H - T_L) \quad (3.3c)$$

Düşük sıcaklık bölgesinde makro ve nano bölmeler arasında termodinamik denge koşulu oluşturulduğunda ($\mu_2 = \mu_3$), $n_2 = n_3$ ve $T_2 = T_3 = T_L$ eşitliklerinin sağlanacağı açıktır. Burada, ideal gaz denklemi yardımıyla, $p = nkT$, $\vec{\nabla} p = 0$ sabit basınç ve $\vec{\nabla}(p/\sqrt{T}) = 0$ koşulları için makro ve nano bölmelerdeki yoğunluk dağılımı n_2 ve T_L 'ye bağlı olarak yazılabilir.

$$n_m(T) = n_2 T_L / T \quad (3.4)$$

$$n_n(T) = n_2 (T_L / T)^{1/2} \quad (3.5)$$

Böylece bölmeler arasındaki net kimyasal potansiyel fark, $\Delta\mu = \mu_4 - \mu_1$, Eşitlik (3.1)-(3.2), (3.3c)-(3.5) yardımıyla aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$\Delta\mu = \mu_4 - \mu_1 = \int_{T_L}^{T_H} \left(\frac{\mu_n - \mu_m}{T} \right) dT + \frac{k}{2} (T_H - T_L) = -\frac{k}{2} T_H \ln(\tau) \quad (3.6)$$

Burada τ , düşük sıcaklığın yüksek sıcaklığa oranı olarak $\tau = T_L / T_H$ biçiminde tanımlanmıştır.

Oluşan kimyasal potansiyel fark, termoelektrik etkilerde oluşan elektrik potansiyel farka benzerlik göstermektedir. Bilindiği gibi termoelektrik etkilerde, sıcaklık gradyanı altına yerleştirilmiş iki farklı iletken ya da yarıiletken arasında elektriksel potansiyel fark oluşmaktadır. Oluşan elektriksel potansiyel farkın nedeni, malzemelerin farklı elektrik iletkenlik özelliğinden kaynaklanmaktadır. Her bir yarıiletkenin farklı elektrik iletim özelliğine sahip olması, aynı sıcaklık gradyanı altında her biri için farklı elektrokimyasal potansiyel oluşumuna neden olmaktadır. Yarı iletkenlerin sıcak yada soğuk uçları arasında bağlantı sağlandığında, ikisi arasında oluşan elektrik potansiyel fark açık uçlar arasından okunabilir ve aynı yarı iletkenler kullanılması durumunda ise bu fark tamamen ortadan kalkar. Burada da benzer biçimde, aynı sıcaklık gradyanı altına yerleştirilmiş makro ve nano bölmeler arasında bir kimyasal potansiyel fark oluşmaktadır. Oluşan kimyasal potansiyel farkın nedeni, bölmelerdeki gaz davranışının farklı transport süreçleri altında gerçekleşmesidir. Böylece her bir bölmede elde edilen yoğunluk dağılımları da birbirinden farklıdır ve sıcak ya da soğuk uçtan bölmeler arasında parçacık transferine izin verilmesi durumunda oluşan kimyasal potansiyel fark diğer uçlar arasından okunabilir. Aynı ölçekli sistemler kullanıldığında ise bu kimyasal potansiyel fark ortadan kalkmaktadır. Termoelektrik etkiler; hem sıcaklık gradyanının hem de malzemelerin elektriksel özelliklerinin farklılığından kaynaklanırken termoölçek etkiler; sıcaklık gradyanı ile birlikte ölçek farkının varlığından ortaya çıkmaktadır. Termoölçek etkilerinin ismi de bu benzerliğe dayanmaktadır [60].

3.2 Kuantum Gazlarında Klasik Termoölçek Etkiler

Klasik termoölçek etkilerinin kuantum gazları için analizi, yine Şekil 3.1'de verilen sistem üzerinde kurgulanmıştır. Kutu yine sıcaklık gradyanı altında bulunmaktadır, ancak bu defa içi kuantum gazı ile doldurulmuş durumdadır.

Makro bölmede kuantum gazları için de sabit basınç koşulu geçerli olduğundan sabit büyüklük yine $\vec{\nabla} p = 0$ şeklinde ifade edilir. Ancak nano bölmede $J_N = 0$ artık klasik Knudsen sürecine karşılık gelmemekte, bir başka deyişle süreç artık $\vec{\nabla}(p/\sqrt{T}) = 0$

şeklinde temsil edilememektedir. Bu nedenle öncelikle (2.4)'de verilen parçacık akısı ifadesine tekrar dönülerek nano bölmede kuantum gazları için sıcaklık gradyanı altında hangi büyüklüğün sabit kaldığı belirlenmelidir. Bir diğer deyişle Knudsen kanunu kuantum gazları için genelleştirilmelidir. Daha sonra bu genelleştirilmiş kanun yardımıyla mikro/nano ve makro domenler arasında oluşacak kimyasal potansiyel fark yeniden hesaplanmalıdır.

(2.4)'de verilen akı ifadesindeki $g_{a,b}$ fonksiyonu kuantum gazları için aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır [67].

$$\begin{pmatrix} FD \\ BE \end{pmatrix} g_{0,b} = \mp \frac{\pi^{3/2}}{2\alpha_1\alpha_2\alpha_3} \frac{\Gamma\left(\frac{4+b}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)} Li_{\frac{2+b}{2}}[\mp \exp(\Lambda)] \quad (3.7)$$

Yukarıdaki eşitlikte (-) işaretli ifadeler Fermi gazı (FD), (+) işaretli ifadeler Bose gazı (BE) için kullanılacaktır. Bundan sonra kuantum gazları için verilen genelleştirilmiş ifadelerde de benzer terminoloji kullanılacaktır.

(3.7)'den hareketle, (2.4)'de yer alan g_{00} ve g_{02} fonksiyonları

$$\begin{pmatrix} FD \\ BE \end{pmatrix} g_{02} = \mp \frac{\pi^{3/2}}{2\alpha_1\alpha_2\alpha_3} \frac{\Gamma(3)}{\Gamma(5/2)} Li_2[\mp e^\Lambda] \quad (3.8)$$

$$\begin{pmatrix} FD \\ BE \end{pmatrix} g_{00} = \mp \frac{\pi^{3/2}}{2\alpha_1\alpha_2\alpha_3} \frac{\Gamma(2)}{\Gamma(5/2)} Li_1[\mp e^\Lambda] \quad (3.9)$$

olarak elde edilirler ve eşitlik (2.9)'da kullanılmak üzere g_{02}/g_{00} oranı

$$\begin{pmatrix} FD \\ BE \end{pmatrix} \frac{g_{02}}{g_{00}} = 2 \frac{Li_2[\mp e^\Lambda]}{Li_1[\mp e^\Lambda]} \quad (3.10)$$

şeklinde hesaplanmış olur. (3.10)'da elde edilen ifade (2.9)'da yerine yazılarak ve (2.6)-(2.8) eşitlikleri kullanılarak kuantum gazları için kimyasal potansiyelin değişimi aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$-\frac{\partial\mu}{\partial x} + \frac{\mu}{T} \frac{\partial T}{\partial x} = 2 \frac{Li_2[\mp e^\Lambda]}{Li_1[\mp e^\Lambda]} k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.11)$$

ifadesi elde edilir. Burada Λ , $\Lambda = \mu/kT$ olarak tanımlanmıştır.

İfade bütünlüğünün sağlanması açısından (3.11) tamamen Λ ve T 'ye bağlı olarak yazılarak,

$$\left(\begin{array}{c} FD \\ BE \end{array} \right) \frac{Li_1 \left[\overline{\mp} e^\Lambda \right]}{Li_2 \left[\overline{\mp} e^\Lambda \right]} d\Lambda = -\frac{2}{T} dT \quad (3.12)$$

şeklinde ifade edilebilir.

(3.12)'de, düşük sıcaklık bölgesinden (T_L), yüksek sıcaklık bölgesine (T_H) integraller alındığında,

$$\left(\begin{array}{c} FD \\ BE \end{array} \right) \frac{Li_2 \left[\overline{\mp} e^{\Lambda_H} \right]}{Li_2 \left[\overline{\mp} e^{\Lambda_L} \right]} = \left(\frac{T_L}{T_H} \right)^2 \quad (3.13)$$

ifadesine ulaşılır ve buradan kuantum gazları için nano bölme için sabit büyüklük,

$$T^2 Li_2 \left[\overline{\mp} \exp(\Lambda) \right] = \text{sabit} \quad (3.14)$$

olarak elde edilir. (3.14), Maxwell gazları için tanımlanan Knudsen kanunun genelleştirilmiş biçimidir ve hem kuantum hem de Maxwell gazları için geçerli bir ifadedir.

Bir başka deyişle, serbest moleküler rejimde sabit büyüklük Eşitlik (3.14)'de verilen ifade ile temsil edilir. Bu ifade Maxwell limitinde ($\Lambda \rightarrow -\infty$), $\vec{\nabla}(p/\sqrt{T})=0$ ifadesine indirgenir ve literatürde “Knudsen kanunu” olarak bilinen halini alır (EK A). Bu bölümde kuantum gazları için sistem incelendiğinden nano bölmeyi temsil eden süreç için Eşitlik (3.14) kullanılmalıdır.

Geniş bölmede daha önce belirtildiği gibi değişiklik yoktur, $J_N=0$ koşulu halen $\vec{\nabla}p=0$ durumuna karşılık gelmektedir. Ancak makro ve nano bölmeler için bulunan ifadeler arasında benzerliği sağlamak ve her ikisini de aynı parametreler cinsinden tanımlamış olmak amacı ile kuantum gazları için basınç ifadesini [63],

$$\left(\begin{array}{c} FD \\ BE \end{array} \right) p = nkT \frac{Li_{5/2} \left[\overline{\mp} e^\Lambda \right]}{Li_{3/2} \left[\overline{\mp} e^\Lambda \right]} \quad (3.15)$$

yazarak ve T ve Λ değişkenlerine göre tam diferansiyelini alarak,

$$\left(\begin{array}{c} FD \\ BE \end{array} \right) \frac{Li_{3/2}[\mp e^\Lambda]}{Li_{5/2}[\mp e^\Lambda]} d\Lambda = -\frac{5}{2T} dT \quad (3.16)$$

eşitliği elde edilebilir. Yine buradan integraller alınarak;

$$\left(\begin{array}{c} FD \\ BE \end{array} \right) \frac{Li_{5/2}[\mp e^{\Lambda_H}]}{Li_{5/2}[\mp e^{\Lambda_L}]} = \left(\frac{T_L}{T_H} \right)^{5/2} \quad (3.17)$$

yazılabilir ve sabit basınç süreci T ve A 'ya bağlı olarak

$$T^{5/2} Li_{5/2}[\mp \exp(A)] = \text{sabit} \quad (3.18)$$

biçiminde yeniden yazılır. Bu noktadan itibaren makro bölme için süreci tanımlayan sabit büyüklük (3.18)'de verilen biçimi ile kullanılacaktır.

(3.14) ve (3.18)'de verilen ifadeler $J_N=0$ koşulunun sırasıyla nano ve makro bölmelerde karşılık geldiği süreçlerin T ve Λ değişkenleri cinsinden ifadesini göstermektedir.

Düşük sıcaklık bölgesinde 2 ve 3 noktası aynı termodinamik özelliklere sahip olduğundan $A_2 = A_3 = A_L$ olarak ifade edilebilir. Eşitlik (3.14) ve (3.18)'i kullanarak,

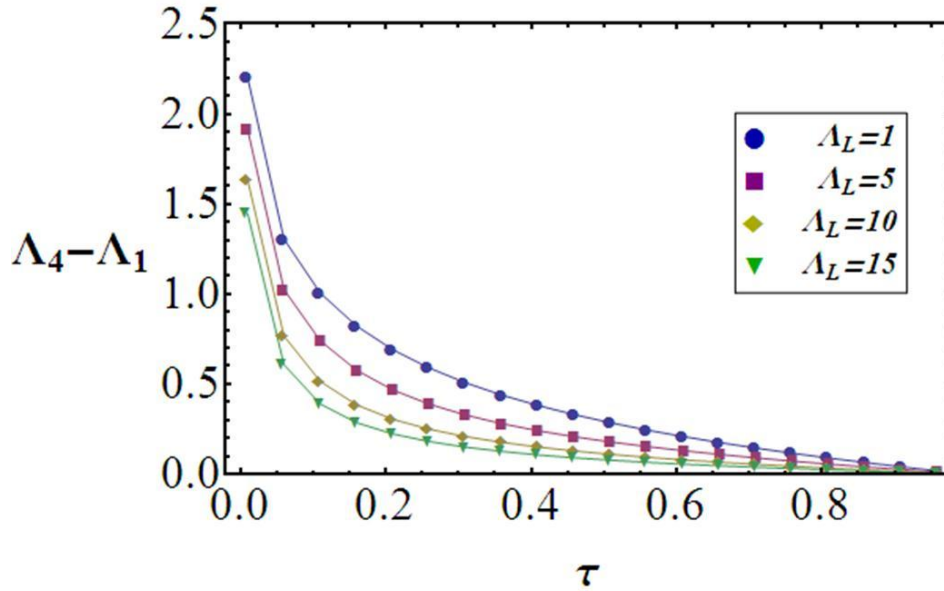
$$T_H^2 Li_2[\mp \exp(A_4)] = T_L^2 Li_2[\mp \exp(A_L)] \quad (3.19)$$

$$T_H^{5/2} Li_{5/2}[\mp \exp(A_1)] = T_L^{5/2} Li_{5/2}[\mp \exp(A_L)] \quad (3.20)$$

ifadeleri yazılabilir. Sistemde 2 ve 3 noktaları en düşük sıcaklığın bulunduğu noktalar olduğundan kuantum dejenerasyonun en yüksek olduğu noktalar olup boyutsuz kimyasal potansiyel olan Λ_L en yüksek değerini bu noktalarda alır. Bu nedenle bu çalışmada türetimler Λ_L değerine göre yapılmıştır. Fermi ve Bose gazlarının uygun dejenere değerleri kullanılarak, her biri için $A_4 - A_1$ farkı hesaplanabilir. Ancak burada Polilogaritmik fonksiyonların ters fonksiyonu olmadığından 4 ve 1 noktaları arasında oluşan kimyasal potansiyel fark Fermi ve Bose gazları için en genel formda analitik olarak elde edilememektedir. İlerleyen bölümlerde Polilogaritma fonksiyonlarının dejenere limitteki asimptotik formları kullanılarak analitik türetimler elde edilecektir. Fakat bu noktada ilk olarak, dejenere kuantum gazlarında genel çözüm elde etmek amacıyla (3.19) ve (3.20)'de verilen

ifadeler Mathematica® ortamında sayısal olarak çözdürülerek elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

Bilindiği gibi dejenere Fermi gazları için kimyasal potansiyel, pozitif değerler almakta olup teorik üst limiti ise sınırlı olmayıp sonsuza gitmektedir, $\mu \gg 0$. Λ 'nın tanımının $\Lambda = \mu/kT$ olduğu ve dejenere Fermi limitinde $\mu \gg 0$ olduğu hatırlanarak, hesaplamalar sırasında dejenere Fermi gazı için Λ_L 'nin pozitif değerleri kullanılmalıdır. Bu çerçevede $\Lambda_4 - \Lambda_1$ ifadesi, farklı dejenere seviyelerindeki Fermi gazını temsilen sırasıyla $\Lambda_L=1, 5, 10$ ve 15 değerleri için hesaplanarak Şekil 3.2'de sunulmuştur. Görüldüğü gibi artan dejenere sonucunda Fermi gazında oluşan termoölçek etkiler zayıflamaktadır.

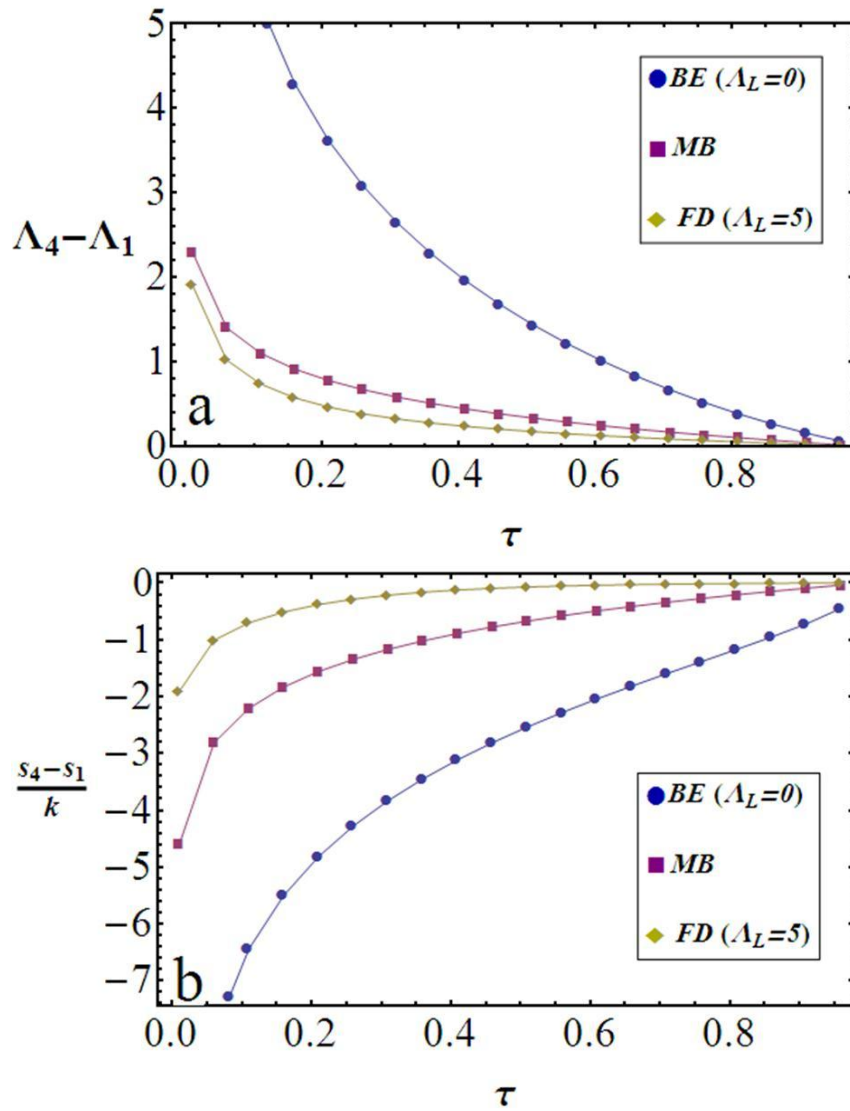


Şekil 3.2 : CTSE'de Fermi gazı için farklı dejenere seviyeleri.

Dejenere Bose gazları için ise kimyasal potansiyel negatif ve sıfıra soldan yaklaşan değerler almaktadır $\mu \rightarrow -0$. Bose gazının dejenere kuantum gazı karakterini koruyabildiği değerleri çok sınırlı olup düşük sıcaklık bölgesinde dejenere karakter gözlenirken sistemin sıcak bölümüne gidildikçe gaz hızla Bose karakterini kaybederek Maxwell davranışı göstermeye başlamaktadır. Bu nedenle dejenere Bose gazı koşulu için olabilecek en uç örnek olarak sistemin en dejenere noktası olan 2-3 noktasında Bose-Einstein yoğunlaşmasının başlamış olduğu kabulü yapılmıştır, $\Lambda_L = 0$. Böylelikle dejenere seviyesinin daha düşük olduğu sıcak bölgede de Bose karakteri elde edilebilmektedir. Ancak halen Λ_L için 0'a soldan yaklaşan değerler kullanıldığında sistem sıcak bölgede Maxwellian davranışa yaklaştığı için sistemde Bose gazı çok

sınırlı bir değer aralığı için temsil edilebilmektedir. Bu sınırlı değer aralığında, Λ değerlerini farklılaştırmaya çalışarak Bose gazında dejenerelik etkisinin araştırılması da anlamlı değildir. Bu nedenle Bose gazı sadece $\Lambda_L = 0$ için analiz edilmiş, dejenerelik etkisi hesaplamalara katılamamıştır

Bose gazında $\Lambda_L = 0$ durumu için hesaplanan $\Lambda_4 - \Lambda_1$ ve $s_4 - s_1$ değerleri Şekil 3.3a ve 3.3b'de Fermi ve Maxwell gazları ile karşılaştırılarak sunulmuştur. Maxwell gazı için Bölüm 3.1'de elde edilen sonuçlar kullanılmış, Fermi gazı için ise ortalama bir değer olarak $\Lambda_L = 5$ için karşılaştırmalar yapılmıştır.



Şekil 3.3 : a) 4 ve 1 noktaları arasında Λ 'ların farkı b) 4 ve 1 noktaları arasında oluşan entropi farkı.

Şekil 3.3a'da 4 ve 1 noktaları arasında oluşan $\Lambda_4 - \Lambda_1$ farkının τ 'ya göre değişimi Fermi, Bose ve Maxwell gazları için karşılaştırılmaktadır. Fermi ve Bose gazları için

(3.19) ve (3.20)'nin uygun formları kullanılırken, Maxwell gazları için $A = \mu/kT$ eşitliği gözönünde bulundurularak (3.6)'da sunulan kimyasal potansiyel farkın kT_H 'a bölümü kullanılmıştır. Şekil 3.3'den yola çıkılarak CTSE'lerin büyüklüğü hakkında yorum yapılabilir.

Şekil 3.3a'da verilen A_4-A_1 farkından yola çıkılarak CTSE'nin en kuvvetli olarak Bose gazları için elde edileceği görülebilir. Fermi gazları için ise CTSE'lerin çok zayıfladığı görülmektedir. Benzer sıralama Şekil 3.3b'de verilen entropi sıçralamaları için de geçerlidir. Bose ve Fermi gazları için elde edilen bu sonuçlar literatürle uyumludur. Literatürde nano ölçekli sistemlerde Fermi ve Bose gazları ile yapılan çalışmalarda, tez kapsamında bulunan sonuçlara benzer biçimde Bose gazının Fermi gazına göre daha iyi sonuçlar verdiği belirtilmiştir [63, 66, 119-123].

Kuantum gazlarında analitik çözüm elde etmek için Polilogaritma fonksiyonlarının Fermi ve Bose gazları için dejenere limitteki asimptotik ifadeleri kullanılabilir. Burada her bir gaz için limit değerleri farklı olduğundan türetimler ayrı ayrı yapılmalıdır.

3.2.1 Asimptotik durumlar için Fermi gazları

Fermi gazının sistemin her noktasında dejenere gaz olması durumunda, Polilogaritmik fonksiyonların dejenere Fermi ($A \rightarrow \infty$) limitindeki asimptotik ifadeleri kullanılabilir (EK B).

$$A \gg 1 \Rightarrow Li_{3/2}[-\exp(A)] = -\frac{4\Lambda^{3/2}}{3\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{\pi^2}{8} \frac{1}{A^2} \right) \quad (3.21)$$

$$A \gg 1 \Rightarrow Li_2[-\exp(A)] = -\frac{A^2}{2} \left(1 + \frac{\pi^2}{3} \frac{1}{A^2} \right) \quad (3.22)$$

$$A \gg 1 \Rightarrow Li_{5/2}[-\exp(A)] = -\frac{8\Lambda^{5/2}}{15\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{5\pi^2}{8} \frac{1}{A^2} \right) \quad (3.23)$$

(3.19), (3.22) ve (3.20), (3.23) yardımıyla A_4 ve A_1 değerleri A_L ve τ 'ya bağlı olarak analitik olarak aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$A_4 = \tau A_L \left[1 + \frac{\pi^2}{6\Lambda_L^2} \left(1 - \frac{1}{\tau^2} \right) \right] \quad (3.24)$$

$$A_1 = \tau A_L \left[1 + \frac{\pi^2}{4\Lambda_L^2} \left(1 - \frac{1}{\tau^2} \right) \right] \quad (3.25)$$

Buradan yine $A = \mu/kT$ tanımı yardımıyla, kimyasal potansiyel fark, $\mu_4 - \mu_1$, aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$(\mu_4 - \mu_1)_{FD/FD} = \frac{\pi^2}{12} \frac{kT_H}{\tau A_L} (1 - \tau^2) \quad (3.26)$$

(3.26)'da FD/FD indisi sistemin yüksek ve düşük sıcaklık bölgesindeki tüm noktalarında dejenere Fermi gazı kabulünü temsil etmektedir. Bu durumda eşitlik (3.26)'nın sistemi tanımlayabilir durumda olması için $\tau \gg 1/\Lambda_L$ koşulunun oluşması gerektiği unutulmamalıdır. Bir başka deyişle sistemin tamamen dejenere gazla dolu olduğu durumda (3.26) çok sınırlı bir sıcaklık aralığında anlamlı sonuçlar verebilmektedir. Bu sıcaklık aralığı Fermi gazları için $\tau \approx 1$ dir. Oysa ki, CTSE'leri daha kuvvetli hale getirmek için yüksek sıcaklık gradyanına ihtiyaç duyulmaktadır. Ancak bu durumda sıcaklık farkının artmasıyla soğuk bölgede dejenere gaz koşulu sağlansa bile sıcak bölgede gaz, klasik (dejenere olmayan) davranışa sahip olmaya başlayacaktır. Eğer her bir noktada dejenere korunmaya çalışılırsa bu koşulu sağlayan çok sınırlı bir sıcaklık aralığı ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle CTSE'ler için daha gerçekçi bir yaklaşım olarak, soğuk bölgede dejenere Fermi gazı, sıcak bölge için klasik gaz koşulu kullanılarak, $\{A_4, A_1\} \ll -1$ analitik türetimler yapılabilir.

Bu durumda soğuk bölge için Polilogaritmik fonksiyonların yine (3.21)-(3.25) bağıntıları kullanılırken, sıcak bölge için Polilogaritma fonksiyonlarının Maxwell limitindeki ifadesi $A \ll -1 \Rightarrow Li_n[\mp \exp(A)] = \mp \exp(A)$ kullanılmalıdır.

Böylece (3.19) ve (3.20) aşağıdaki şekilde yeniden yazılarak,

$$T_H^2 \exp(A_4) = T_L^2 \frac{A_L^2}{2} \left(1 + \frac{\pi^2}{3} \frac{1}{A_L^2} \right) \quad (3.27)$$

$$T_H^2 \exp(A_1) = T_L^2 \frac{8\Lambda_L^{5/2}}{15\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{5\pi^2}{8} \frac{1}{\Lambda_L^2} \right) \quad (3.28)$$

net kimyasal potansiyel fark,

$$(\mu_4 - \mu_1)_{MB/FD} = kT_H \ln \left(\frac{15\sqrt{\pi}}{16\sqrt{\tau}\sqrt{\Lambda_L}} \right) \quad (3.29)$$

olarak hesaplanır. (3.29)'da MB/FD indisi soğuk bölgede dejenere Fermi gazı, sıcak bölgede klasik gaz (Maxwell gazı) yaklaşımının yapıldığını göstermek üzere kullanılmıştır. (3.29)'daki $1/\sqrt{\Lambda_L}$ terimi, Fermi gazlarında dejenereliğin artmasıyla CTSE'nin şiddetinde düşüşe neden olur ve CTSE'nin dejenere Fermi gazları için düşük değerlerde kalacağını işaret eder. Bu sonuçlar, tez kapsamında kuantum gazları için şu ana kadar yapılan hesaplamalarla uyum içerisindedir. Eşitlik (3.29), $\tau < 1/\Lambda_L$ koşulu sağlandığı sürece geçerliliğini sürdürmektedir. Sayısal çözümler ile yapılan karşılaştırmalar sonucunda, $\Lambda_L = 10$ için $\tau = 0.5/\Lambda_L$ değerinde sistemi %0.6 hata ile temsil edebilirken $\tau = 1/\Lambda_L$ değeri için hata artarak %5'e ulaşmaktadır.

Özet olarak, yüksek sıcaklık gradyanının uygulanabileceği durumlarda (3.29) geçerliliğini sürdürmektedir. Çok düşük sıcaklık gradyanı uygulanan ve analitik ifadeye ihtiyaç duyulan durumlarda (3.26) tercih edilebilir. Ancak düşük ve orta seviyeli gradyanlar için analitik sonuçlar başarısız olmaktadır. Bu nedenle (3.19)-(3.20) ifadelerine geri dönülerek sayısal çözüm yoluna gidilmelidir.

3.2.2 Asimptotik durumlar için Bose gazları

Bose gazının sistemin her noktasında dejenere Bose gazı olması durumunda, ($A \rightarrow^- 0$), Polilogaritmik fonksiyonların EK B'de verilen asimptotik temsilleri kullanılabilir. Bu durumda $Li_2[\exp(A)]$ için elde edilen ifade $A \rightarrow^- 0 \Rightarrow Li_2[\exp(A)] = \zeta(2) - A \ln(-A) + A$ biçimindedir. Burada $\zeta(2)$ Riemann-Zeta fonksiyonunu temsil etmektedir.

Asimptotik yaklaşım altında $A_4 \ln(-A_4) - A_4 = A_1 \ln(-A_1) - A_1$ ifadesi elde edilmekte ancak $A \ln(-A)$ terimi dolayısıyla $\Lambda_4 - \Lambda_1$ farkını analitik olarak elde etmek mümkün olmamaktadır. Bir başka deyişle dejenere Bose gazı için her

durumda sayısal çözüm gerekmektedir. Bu durumda dejenere Bose gazları için (3.19) ve (3.20)'de verilen ifadeler kullanılarak sayısal hesaplamaların yapılması daha gerçekçi olacaktır.

Diğer taraftan, Fermi gazları için de belirtildiği gibi sistemin tamamında dejenere Bose gazı kabulü yapılmak istenirse uygulanabilecek sıcaklık gradyanı çok sınırlı bir bölgede kalacaktır. Bilindiği gibi Bose gazları için dejenerelik koşulunu sağlamak için, T_{BEC} Bose-Einstein Yoğuşması'nın (Bose-Einstein Condensation, BEC) başladığı sıcaklığı temsil etmek üzere, $T_H \leq T_{BEC}$ koşulu sağlanmalıdır. Atomik gazlar için bu değer çok düşük olduğu düşünülürse (Helyum gazı için $T_{BEC} = 2.17 K$) sıcaklık gradyanı için çok sınırlı bir aralıkta çalışılmak zorunda kalınacağı açıktır. Sıcaklık gradyanındaki küçük bir artış, sıcak bölgede gazın dejenere karakterini kaybederek Maxwell gazı davranışı göstermesine sebep olacaktır. Bu nedenle Bose gazları için de sıcak bölgede Maxwell gazı $\{A_4, A_1\} \ll -1$, soğuk bölgede dejenere Bose gazı ($A \rightarrow 0$) yaklaşımı sistemin pratik uygulamalarda karşılaşılabilecek durumlara daha yakın tanımlanmasını sağlayacaktır. Bu koşullar için Polilogaritmik fonksiyonların Ek B'de verilen asimptotik değerlerine bakıldığında, (3.19) ve (3.20)'nin aşağıdaki formu alacağı kolaylıkla görülebilir.

$$T_H^2 \exp(A_4) = T_L^2 \zeta(2) \quad (3.30)$$

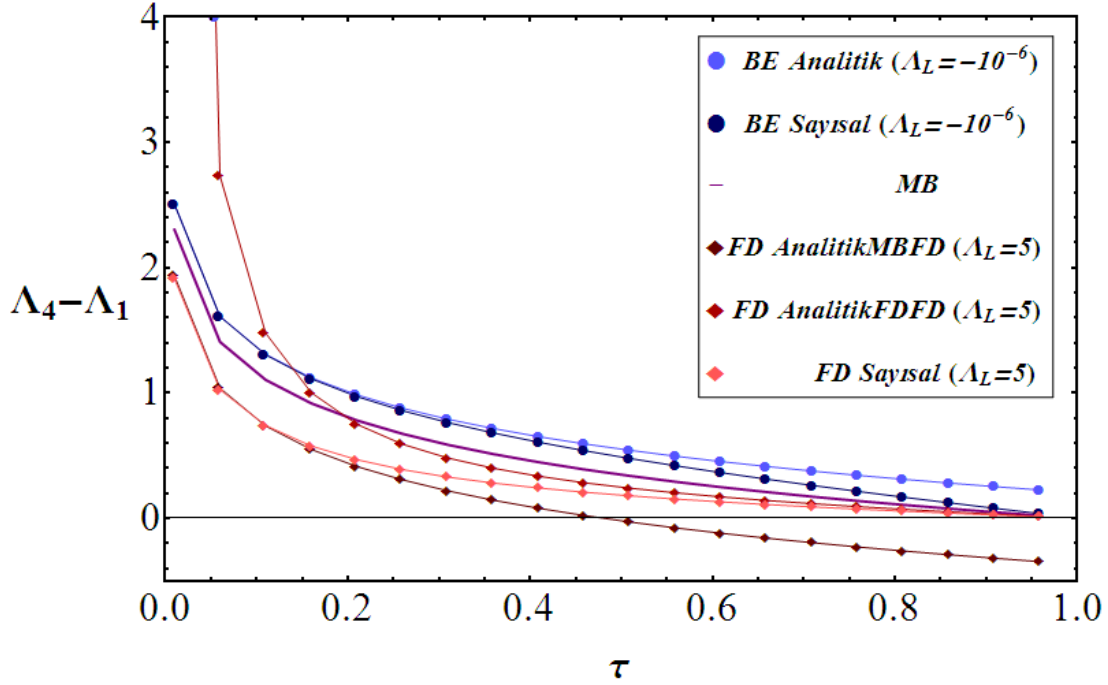
$$T_H^2 \exp(A_1) = T_L^2 \zeta(5/2) \quad (3.31)$$

Bu durumda kimyasal potansiyel fark,

$$(\mu_4 - \mu_1)_{MB/BE} = kT_H \ln \left(\frac{\zeta(2)}{\zeta(5/2)} \frac{1}{\sqrt{\tau}} \right) \quad (3.32)$$

olarak elde edilir. (3.32)'de MB/BE ifadesi sıcak bölgede Maxwell, soğuk bölgede dejenere Bose gazını temsil etmektedir. Eşitlik (3.32), $T_L \cong T_{BEC}$ koşulu korunduğu sürece ($\Lambda_L = 0$) $\tau \ll 1$ limitinde sistemi temsil edebilmektedir. İfadenin hata payı $\tau = 0.1$ için %0.25 iken $\tau = 0.4$ değeri için %6.5'a ulaşmaktadır.

Eşitlik (3.29) ve (3.32)'de verilen ve sıcak bölgede Maxwell, soğuk bölgede dejenere kuantum gazı temsili altında elde edilen kimyasal potansiyellerin kT_H 'a bölünmüş değerleri Şekil 3.4'de sunulmaktadır.



Şekil 3.4 : Fermi ve Bose gazları için sıcak bölgede Maxwell, soğuk bölgede dejenere kuantum gazı temsili altında, 4-1 noktaları arasında oluşan boyutsuz kimyasal potansiyel değerlerinin Maxwell gazı sonuçları ile karşılaştırılması.

Şekil 3.4'de verilen sonuçlar, Şekil 3.3a'da sayısal olarak elde edilen sonuçlar ile yüksek sıcaklık gradyanları için uyumludur. Daha önce belirtildiği gibi bu uyum Fermi gazları için çok sınırlı bir alanda kalmakta, sonrasında analitik ifade, sistemi temsil etmekten tamamen uzaklaşmaktadır. Şekilden görüleceği üzere Fermi gazına ait (3.29) ifadesinin hatası τ 'nun küçük değerleri için azalırken benzer şekilde (3.26) ifadesinin de hatası τ 'nun büyük değerleri için azalmaktadır. Bose gazı için de τ 'nun küçük değerleri için (3.32) ifadesinin hatası azalırken büyük değerleri için artmaktadır. Belirtmekte yarar olan bir diğer nokta ise dejenereasyonun termoölçek etkilerini Fermi gazında zayıflattığı, Bose gazında ise artırdığı sonucudur.

Tamamen dejenere Bose gazları (sistemin her noktasında) için ise analitik ifade elde edilememektedir. Bu nedenle Bose gazlarında kesin ve detaylı çözümler için (3.21) ve (3.22)'de verilen ifadelerin kullanılarak sayısal çözüm yoluna gidilmesi daha uygun olabilir.

3.3 Tartışma ve Sonuç

Bu b3l3mde elde edilen sonuçların en 3nemlisi Knudsen kanunun kuantum gazları için yeniden t3retilmesidir. Literat3rde Knudsen kanunu sadece Maxwell gazları için tanımlanarak 2. B3l3mde Eşitlik (2.16)'da verildiği biçimde ifade edilmiştir. Bu tez çalışması kapsamında ise, Knudsen kanunu modifiye edilerek kuantum gazları için de genelleştirilmiştir. Genelleştirilmiş ifade Eşitlik (3.18)'de sunulmuştur. Daha 3nce de belirtildiği gibi (3.18)'de verilen ifadenin Maxwell limitinde tamamıyla Knudsen kanununa indirgeneceği g3sterilmiştir (EK A).

Buna ilave olarak, CTSE'lerin Bose gazlarında en y3ksek değerlerine ulaştığı, Fermi gazı için ise CTSE'lerin Maxwell gazlarında elde edilen sonuçların da altına d3şerek en d3ř3k değerine ulaştığı g3sterilmiştir. Bu sonuç çerçevesinde, CTSE'lere dayanan bir sistem dizaynı s3z konusu olduğunda Bose gazlarının 3ncelikli olarak tercih edilmesi gerektiği ortaya konulmuştur.

Bu b3l3m kapsamında CTSE'nin kuantum gazlarında analizi için analitik ifadeler de ortaya konulmaya çalışılmış ve bu analitik ifadelerin geçerlilikleri sayısal sonuçlarla karşılaştırılarak irdelenmiştir.

4. KLASİK TERMOÖLÇEK ÇEVİRİMLERİ

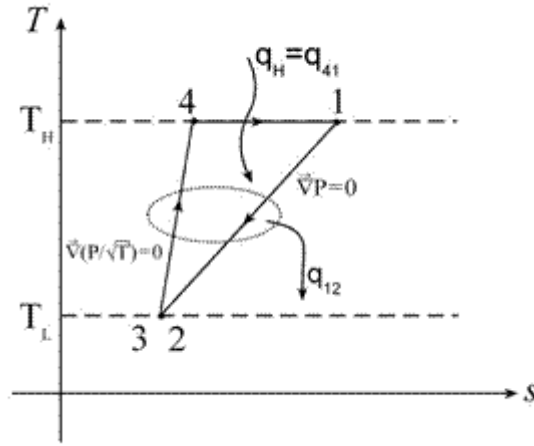
Bölüm 3’de makro/nano kombine bir sistem için bölmeler arasındaki ölçek farkı nedeni ile sistemde bir kimyasal potansiyel farkın indükleneyeceği gösterilmiştir. Bölmeler arasında gaz akışına izin verildiğinde bu kimyasal potansiyel fark sistem içerisinde gaz sirkülasyonu başlatabilecek bir sürücü kuvvet olarak davranır. Bu bölümde, CTSE’ye dayanan ve CTSE’nin olası bir uygulaması olarak termodinamik bir gaz çevrimi incelenecektir. Çevrim verimi ve karakteri Maxwell ve kuantum gazları için irdelenecek, güç ve soğutma çevrimleri olarak çalıştırılması durumu için çeşitli analizler sunulacaktır.

4.1 Maxwell Gazları için Klasik Termoölçek Çevrimleri

Şekil 3.1’de verilen sistemde, yüksek sıcaklık bölgesinde 4-1 noktaları arasına açılacak bir kanal yardımıyla bölmeler arasında gaz akışına izin verildiği takdirde, oluşan kimyasal potansiyel fark bir sürücü kuvvet gibi davranarak 4 noktasından 1 noktasına gaz akışını başlatır. Başlayan akış 1-2 noktaları arasında sıcaklık gradyanı yardımıyla sürdürülerek düşük sıcaklık bölgesine ulaşır ve bu durum 2-3 noktaları arasında var olan denge durumunu bozarak 2 noktasından 3 noktasına parçacık transferine neden olur. Nano bölmeye ulaştığında ise önceki bölümlerde tartışıldığı üzere, serbest moleküler akışta parçacık–duvar etkileşmelerinin bir sonucu olarak sistemde var olan basınç farkı, gazı 3 noktasından 4 noktasına pompalar. Soğuk kaynaktan sıcak kaynağa doğru nano ölçekli sistemlere özgü olarak oluşan bu pompalama mekanizması literatürde Knudsen pompası (Knudsen pump) adı ile yer almaktadır [16-17, 41-46]. Böylelikle gazın sistem içerisinde tam çevrimi tamamlanır. Bu çalışmada termodinamik çevrimlerin analizlerinde sıklıkla yapılan ve en ideal koşullardaki değerlerin dolayısıyla üst sınırların belirlenmesini sağlayan bir yaklaşım olan sanki dengeli hal değişimi (quasi-static change of state) varsayımı

yapılmıştır. Diğer bir deyişle tüm termodinamik temel çevrim analizlerinde olduğu gibi gaz akışının sonsuz yavaş bir şekilde gerçekleştiği varsayılmaktadır.

Bir başka deyişle, (4-1) ve (2-3) süreçlerinde oluşan kimyasal potansiyel fark, (1-2) ve (3-4) süreçlerinde ise sıcaklık gradyanı nedeniyle oluşacak gaz akışları, tüm domen içerisinde iş üretebilecek bir gaz sirkülasyonu başlatır. Klasik termoölçek etkilerine dayalı olarak oluşturulabilecek bu tür bir termodinamik çevrimin T-s diyagramı Şekil 4.1’de verilmiştir.



Şekil 4.1 : Klasik termoölçek etkilerine dayanan bir güç çevriminin T-s diyagramı.

Klasik termoölçek güç çevrimi, izotermal, izobarik ve $\vec{\nabla}(p/\sqrt{T})=0$ süreçlerin meydana getirdiği üç koldan oluşmaktadır. Çevrimin termodinamik analizini yapabilmek için her bir süreçteki ısı ve iş transferi hesaplanmalıdır.

İzotermal bir süreçte, parçacık başına transfer edilebilecek ısı miktarı,

$$q_{41} = \int_4^1 T ds = T_H (s_1 - s_4) \quad (4.1)$$

eşitliği yardımıyla hesaplanır.

İdeal Maxwellian gaz için entropi ifadesi,

$$s = \frac{5}{2} k - \frac{\mu}{T} \quad (4.2)$$

olarak verilmektedir [61]. Eşitlik (2.11) ve (3.2) kullanılarak 4-1 sürecinde transfer edilen ısı,

$$q_{41} = (\mu_4 - \mu_1) = -\frac{k}{2} T_H \ln(\tau) \quad (4.3)$$

olarak hesaplanır. Eşitlik (4.3)'de $\tau = T_L/T_H$ olarak tanımlanmıştır.

2 ve 3 noktaları, Bölüm 3'de kimyasal potansiyel fark hesapları sırasında da belirtildiği üzere, termodinamik dengede olduklarından, T-s diyagramında aynı nokta ile temsil edilmektedirler, dolayısıyla bu noktalar arasındaki gaz akışı sırasında ısı alışverişi oluşamaz.

$$q_{23} = 0 \quad (4.4)$$

(1-2) ve (3-4) süreçlerindeki ısı alışverişi ise sırasıyla aşağıda verilen integraller yardımıyla hesaplanır.

$$q_{12} = \int_1^2 T ds = - \int_{T_H}^{T_L} T d\left(\frac{\mu}{T}\right)_p = -\frac{5}{2} k T_H (1 - \tau) \quad (4.5)$$

$$q_{34} = \int_3^4 T ds = - \int_{T_L}^{T_H} T d\left(\frac{\mu}{T}\right)_{p/\sqrt{T}} = 2k T_H (1 - \tau) \quad (4.6)$$

Şekil 4.1'de verilen T-s diyagramı ve (4.3)-(4.6)'da verilen ifadelerden takip edilebileceği gibi, gaz 4-1 sürecinde sıcak kaynaktan ısı alır. Aldığı ısıyı 1-2 noktaları arasında sabit basınç, $\vec{\nabla} p = 0$, koşulu altında soğuk kaynağa aktarır. Bu süreçte soğuk kaynağa aktarılan ısı Eşitlik (4.5)'de verilmektedir. Gaz (3-4) süreci boyunca T_H sıcaklığına ulaşabilmek için tekrar ısı alır. Ancak bu noktalar arasındaki ısı alım süreci $\vec{\nabla}(p/\sqrt{T}) = 0$ koşulu altında gerçekleşir. Alınan ısı miktarı Eşitlik (4.6)'da verilmiştir. Eşitlik (4.5) ve (4.6)'dan görülebileceği gibi, aynı sıcaklık gradyanı altında gerçekleşen süreçlerde transfer edilen ısı miktarı aynı değildir. $\vec{\nabla}(p/\sqrt{T}) = 0$ süreci için ısı kapasitesi, $C_{p/\sqrt{T}} = 2k$ iken, $\vec{\nabla} p = 0$ süreci için $C_p = 5k/2$ dir. Bu durumda $\vec{\nabla}(p/\sqrt{T}) = 0$ sürecinde aynı sıcaklık gradyanı

altında bir noktadan diğerine ulaşmak için gerekli ısı miktarı, $\vec{\nabla}p = 0$ sürecine oranla daha azdır. Bir başka deyişle, gaz belirli bir T_H sıcaklığına nano sistemlerde, makro sistemlere oranla daha az miktarda ısı alarak ulaşabilir.

Bu nedenle Şekil 4.1’de verilen çevrim enerji korunumu açısından incelendiğinde, sıcaklık gradyanı altındaki iki süreç arasında $kT_H(1-\tau)/2$ kadarlık enerji farkı görülmektedir. Aslında bu fark, nano sistemin karakteristiği olan parçacık-duvar etkileşimleri tarafından termomoleküler iş olarak duvarlar tarafından ödenmektedir. Sıcak taraftan gelen parçacıkların çarpışma esnasında duvara aktardıkları momentum, soğuk taraftan gelenlere kıyasla daha fazla olmaktadır ve bu momentum farkı duvar üzerinde depolanmaktadır. Şayet duvar sabit tutulmayıp hareket etmesine izin verilseydi, bu momentum farkı duvara soğuk kaynak yönünde hareket kazandırır. Fakat duvar sabit olduğu için momentum duvar üzerinde depolanmakta ve gaz akışı sırasında parçacıklara aktararak gaz üzerine dışarıdan yapılan iş olarak sistemde yerine almaktadır. Bu durum, açık sistem analizi için iş ifadesi kullanılarak da aşağıdaki biçimde kolayca hesaplanabilir.

Açık sistem analizinde iş ifadesi,

$$W_{AS} = \int V dp \quad (4.7)$$

olmak üzere $p = C_1 \sqrt{T}$ olduğu göz önüne alındığında aşağıdaki formda yazılabilir.

$$W_{AS} = \int V dp = \int V \frac{C_1}{2\sqrt{T}} dT \quad (4.8)$$

Burada C_1 katsayısı ideal gaz denklemi de kullanılarak,

$$C_1 = nk\sqrt{T} \quad (4.9)$$

Şeklinde elde edilebilir. Böylece $\vec{\nabla}(p/\sqrt{T}) = 0$ koşulu altında,

$$V dp = \frac{Nk}{2} dT \quad (4.10)$$

olarak elde edilir. Eşitlik (4.10), (4.8)’de yerine yazılıp, T_L ’den T_H ’a integral alınır

$$W_{AS} = \int_{T_L}^{T_H} \frac{Nk}{2} dT = \frac{1}{2} NkT_H (1 - \tau) \quad (4.11)$$

olarak elde edilir.

Duvar yüzeyleri tarafından gaz üzerine yapılan bu iş, doğal bir pompalama sistemi oluşturmaktadır. Daha önce de belirtildiği gibi bu mekanizma literatürde ilk olarak Knudsen tarafından gösterilmiş olup Knudsen pompası olarak anılır [16-17, 41-46].

Çevrimdeki ısı transfer süreçlerine bakıldığında, sisteme sadece (4-1) sürecinde ısı girişi olmaktadır. (1-2) süreci için hesaplanan $(-5/2)kT_H(1 - \tau)$ 'lık ısı çıkışının, $2kT_H(1 - \tau)$ kadarı (3-4) sürecindeki ısı alımı için kullanılmakta ve geri kalan $-kT_H(1 - \tau)/2$ ısı fazlalığı ise soğuk kaynağa atılmaktadır.

Bu noktada çevrim analizini yüksek ve düşük kaynakların sıcaklığından bağımsız tutmak amacıyla, (4.3)-(4.6)'da verilen ısı ifadeleri kT_H 'a bölünerek aşağıda verilen boyutsuzlaştırılmış formda kullanılabilirler.

$$\tilde{q}_{41} = (\mu_4 - \mu_1) = -\frac{1}{2} \ln(\tau) \quad (4.12)$$

$$\tilde{q}_{23} = 0 \quad (4.13)$$

$$\tilde{q}_{12} = -\frac{5}{2}(1 - \tau) \quad (4.14)$$

$$\tilde{q}_{34} = 2(1 - \tau) \quad (4.15)$$

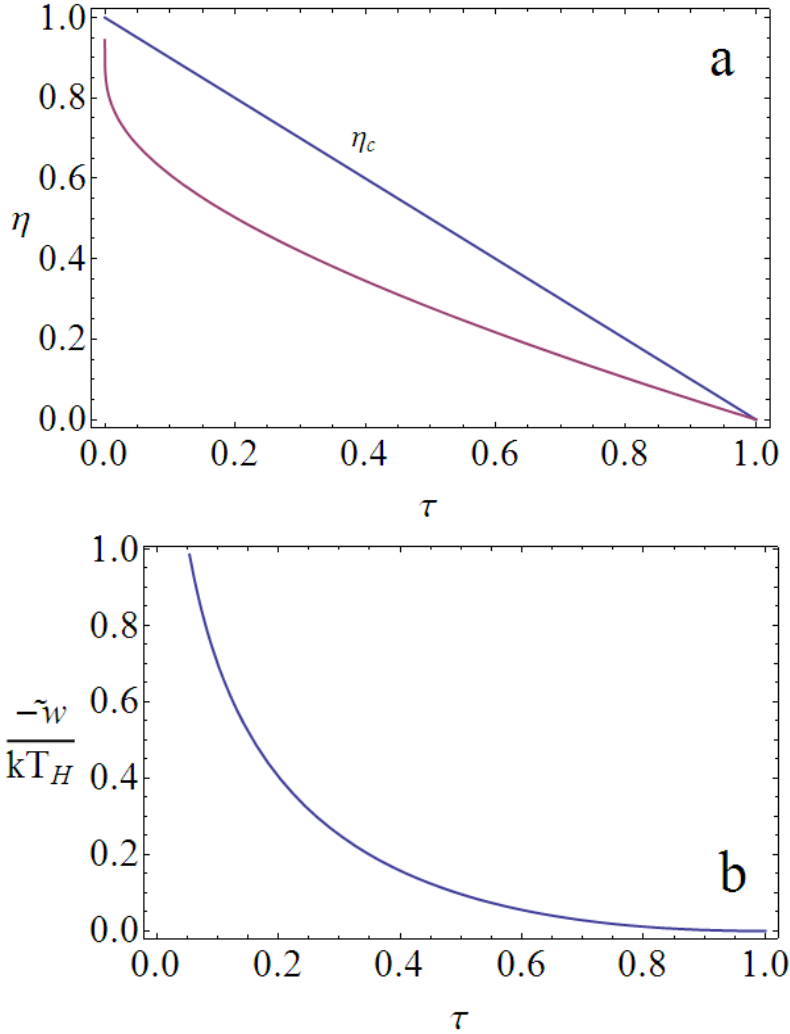
Çevrimden elde edilen net özgül iş,

$$\tilde{w} = -(\tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{23} + \tilde{q}_{34} + \tilde{q}_{41}) = \frac{\ln(\tau)}{2} + \frac{(1 - \tau)}{2} \quad (4.16)$$

olarak hesaplanır. Buradan hareketle çevrimin verimi,

$$\eta = \frac{|w|}{\tilde{q}_{in}} = \frac{-\tilde{w}}{\tilde{q}_{41}} = 1 + \frac{1 - \tau}{\ln \tau} \quad (4.17)$$

olarak elde edilir. Boyutsuz özgül iş ve verim ifadelerinin τ ile değişimi Şekil 4.2a ve 3.2b'de gösterilmiştir.



Şekil 4.2 : a) Verimin, sıcaklıkların oranı τ ile değişimi b) Boyutsuz özgül iş ifadesinin sıcaklıkların oranı, τ , ile değişimi.

Şekil 4.2a'da sunulan verim ifadesi için yapılan hesaplamalarda tüm iç tersinmezlikler ihmal edilmiş ve sistem tamamen ideal olarak kabul edilmiştir. Bu nedenle grafikte sunulan değerler, bu tür bir çevrim dizaynı için maksimum değerleri temsil etmektedir. Bir başka deyişle ulaşılabilecek en yüksek değerlerdir ve bu nedenle Carnot verimi ile karşılaştırılarak sunulmuştur. Çevrim veriminin, Carnot veriminden maksimum farkı $\tau = 0.166$ için 0.298 olarak elde edilmiştir. Burada (4.17) ifadesinin sıcaklıklar oranı 0'a giderken 1'e gittiğini vurgulamakta yarar vardır. Şekil 4.2b'de özgül işin τ 'ya göre değişimine bakıldığında ise, genel olarak kT_H 'ın altında kaldığı görülebilir.

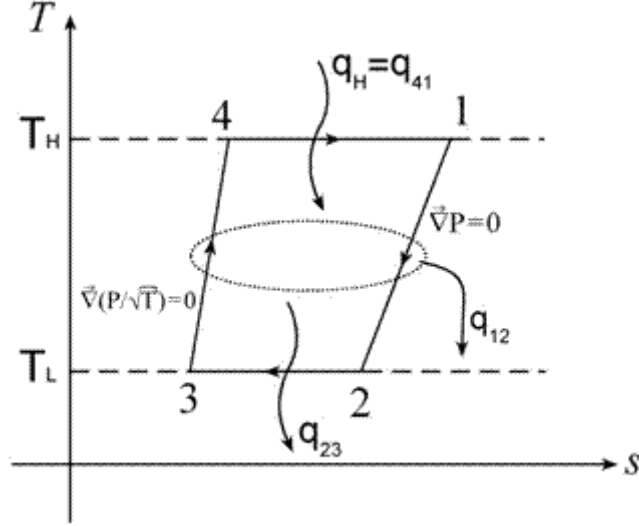
Bu bölümde klasik termoölçek etkilerine dayanan temel bir çevrim tasarlanmıştır. Tasarım sırasında hiç bir ilave süreç kullanılmamış, sistem tamamen kendi doğal davranışına bırakılmıştır. Bu nedenle bu çevrim temel klasik termoölçek güç çevrimi olarak adlandırılmıştır.

Bu tür bir çevrimin verimi 2 ve 3 noktaları arasında yerleştirilebilecek ilave bir sıkıştırma süreci ile arttırılabilir. Bundan sonraki bölümlerde sistem üzerinde yapılacak küçük değişimler ile sistem veriminin arttırılması ve soğutma çevrimi olarak tasarlanması gibi konular irdelenecektir.

4.1.1 Geliştirilmiş termoölçek güç çevrimleri

Bu bölümde, tasarlanan temel çevrim üzerinde düşük sıcaklık tarafındaki bölmeler arasına bir sıkıştırma süreci eklenerek verimin arttırılması hedeflenmiştir. Temel klasik termoölçek güç çevriminde 2 ve 3 noktaları arasında termodinamik denge koşulu sağlanmış $\mu_2 = \mu_3$ ve bunun sonucu olarak yoğunluklar eşitlenmiştir ($n_2 = n_3$). Aynı sıcaklıkta yoğunlukların eşitliği, ideal gaz denkleminden görülebileceği gibi $p = nkT$, basınçların eşitliği sonucunu getirmiştir. Dolayısıyla, 2 ve 3 noktalarının basıncı sırasıyla p_2 ve p_3 ve iki nokta arasındaki basınç oranı, r_p , ($r_p = p_3 / p_2$) olmak üzere, temel güç çevriminin r_p 'nin özel bir değerine karşılık geldiği ($r_p = 1$) görülebilir.

Bu iki nokta arasına, örneğin bir mikro kompresör yardımıyla ilave bir sıkıştırma süreci eklendiğinde r_p , 1'den büyük değerler almaya başlar ve çevrim verimi artar. Böyle bir durum için çevrimin T-s diyagramı Şekil 4.3'de verilen formu alır.



Şekil 4.3 : Geliştirilmiş termoölçek güç çevrimi.

Geliştirilmiş güç çevrimi, iki izotermal, bir izobarik ve bir $\vec{\nabla}(p/\sqrt{T})=0$ sürecinden oluşmaktadır. Çevrimin analiz edilebilmesi için her bir süreçteki ısı ve iş alışverişleri hesaplanmalıdır. Bunun için daha önce verilen eşitlikler üzerinde bazı düzenlemelerin yapılması gerekmektedir. Düşük sıcaklık bölgesinde, artık basınçların eşit olma koşulu bozulduğundan $n_2 = n_3$ ifadesi geçerliliğini yitirir. Bu durum için n_3 , n_2 ve r_p 'ye bağlı olarak aşağıdaki biçimde yeniden tanımlanmalıdır.

$$n_3 = r_p n_2 \quad (4.18)$$

Bu ifadenin temel çevrim için ($r_p = 1$), $n_3 = n_2$ koşuluna indirgeneceği açıktır. Eşitlik (4.14)'den yola çıkılarak, (3.4) ve (3.5), r_p 'ye bağlı biçimde düzenlenebilir.

$$n_m(T) = n_2 T_L / T \quad (4.19)$$

$$n_n(T) = n_2 r_p (T_L / T)^{1/2} \quad (4.20)$$

Eşitlik (4.19) ve (4.20) yardımıyla tüm noktaların yoğunlukları n_2 ve r_p 'ye bağlı olarak hesaplanabilir ve (2.11) göz önünde bulundurularak kimyasal potansiyel değerleri tüm noktalar için elde edilebilir. Yüksek ve düşük sıcaklık bölgelerinde oluşan kimyasal potansiyel farklar sırasıyla,

$$\mu_4 - \mu_1 = \frac{k}{2} T_H \ln \left(\frac{1}{r_p} \frac{1}{\tau} \right) = k T_H \ln \left(\frac{r_p}{\sqrt{\tau}} \right) \quad (4.21)$$

$$\mu_3 - \mu_2 = k T_H \tau \ln(r_p) \quad (4.22)$$

olarak elde edilir. Eşitlik (4.2), (4.21) ve (4.22) kullanılarak Şekil 4.3'de verilen tüm süreçler için ısı alışverişleri,

$$q_{41} = k T_H \ln \left(\frac{r_p}{\sqrt{\tau}} \right) \quad (4.23)$$

$$q_{12} = -\frac{5}{2} k T_H (1 - \tau) \quad (4.24)$$

$$q_{23} = -k T_H \tau \ln r_p \quad (4.25)$$

$$q_{34} = 2 k T_H (1 - \tau) \quad (4.26)$$

olarak hesaplanır ve boyutsuzlaştırılmış ısı ifadeleri,

$$\tilde{q}_{41} = \ln \left(\frac{r_p}{\sqrt{\tau}} \right) \quad (4.27)$$

$$\tilde{q}_{12} = -\frac{5}{2} (1 - \tau) \quad (4.28)$$

$$\tilde{q}_{23} = -\tau \ln r_p \quad (4.29)$$

$$\tilde{q}_{34} = 2(1 - \tau) \quad (4.30)$$

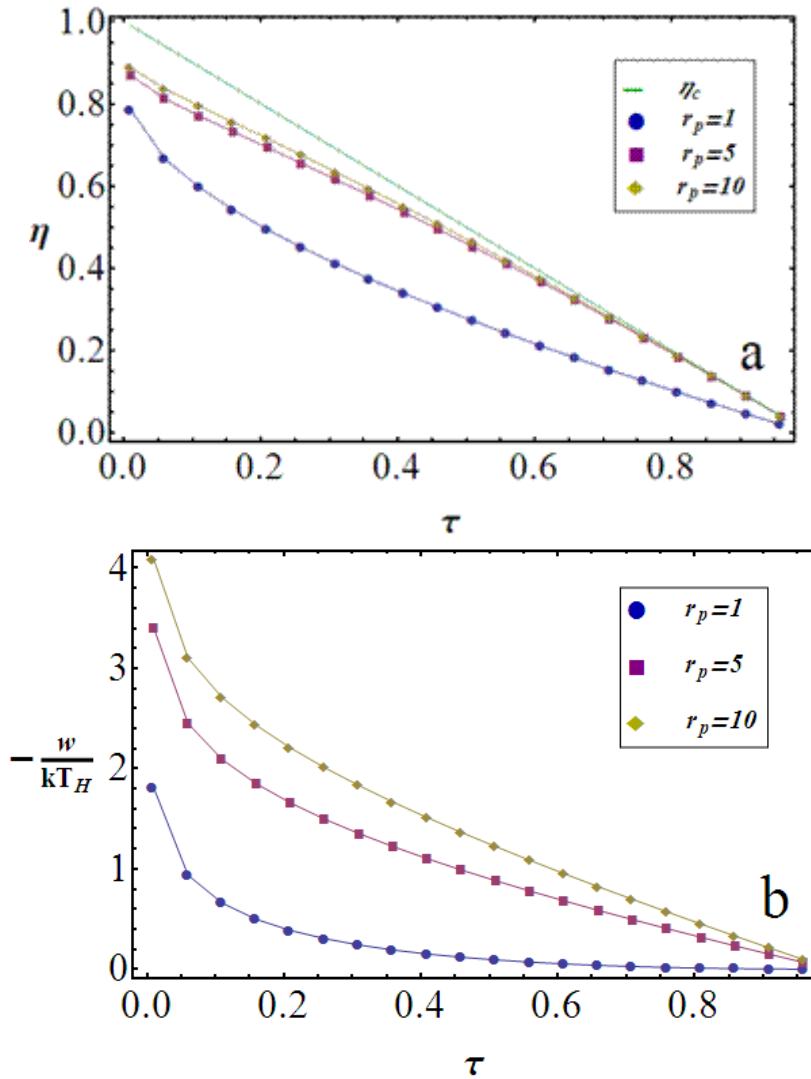
biçiminde elde edilir.

Geliştirilmiş güç çevrimi için net özgül iş ve verim sırasıyla,

$$w = -(\tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{23} + \tilde{q}_{34} + \tilde{q}_{41}) = -\left(\ln \left(\frac{r_p}{\sqrt{\tau}} \right) - \tau \ln r_p - \frac{1}{2} (1 - \tau) \right) \quad (4.31)$$

$$\eta = \frac{|w|}{\tilde{q}_{in}} = \frac{-w}{\tilde{q}_{in}} = 1 - \frac{\left(\frac{1-\tau}{2} + \tau \ln r_p\right)}{\ln\left(\frac{r_p}{\sqrt{\tau}}\right)} \quad (4.32)$$

olarak hesaplanır. $r_p=1$ değeri için, tüm ifadelerin Bölüm 4.1’de verilen temel güç çevrimindeki ifadelerle dönüştüğü görülebilir. Yeni çevrim için boyutsuz özgül işin ve verimin τ ile değişimi Şekil 4.4’de verilmiştir.

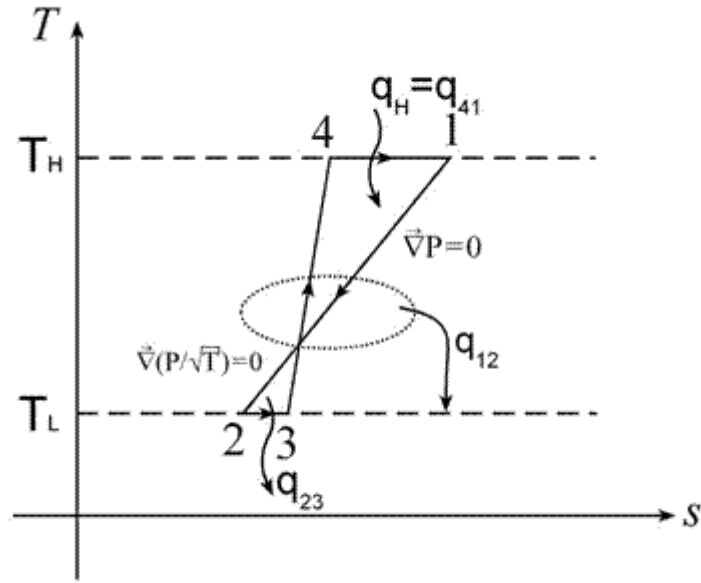


Şekil 4.4 : Geliştirilmiş güç çevriminde a) Verimin sıcaklıkların oranı, τ , ile değişimi
b) Boyutsuz özgül iş ifadesinin, sıcaklıkların oranı (τ) ile değişimi.

Şekil 4.4a’da görüldüğü gibi r_p ’nin artışı ile verimdeki artış $\tau \approx 0.3$ için en yüksek değerini almaktadır. $\tau=0.3$ için $r_p=1$ ’e kıyasla artış miktarı, $r_p=5$ için %49, $r_p=10$ için %53’dür. r_p ’nin artan değerleri için verimdeki artış miktarı da azalmaktadır. İstenilen

diğer τ değerlerine karşılık verim hesaplamaları da, (4.31) ve (4.32) kullanılarak yapılabilir.

Diğer taraftan r_p 'nin 1'den küçük değerler almaya başlamasıyla, çevrimden üretilen iş ve dolayısıyla çevrim verimi düşmeye başlar. Bu durum T-s diyagramındaki çaprazlamayla kendini gösterir, Şekil 4.5. Eşitlik (2.11), (4.2) ve (4.18)'de verilen ifadelerin yardımıyla, r_p 'nin 1'den küçük değerler almasının $\mu_3 < \mu_2$ ve dolayısıyla $s_3 > s_2$ durumuna karşılık geleceği görülebilir.



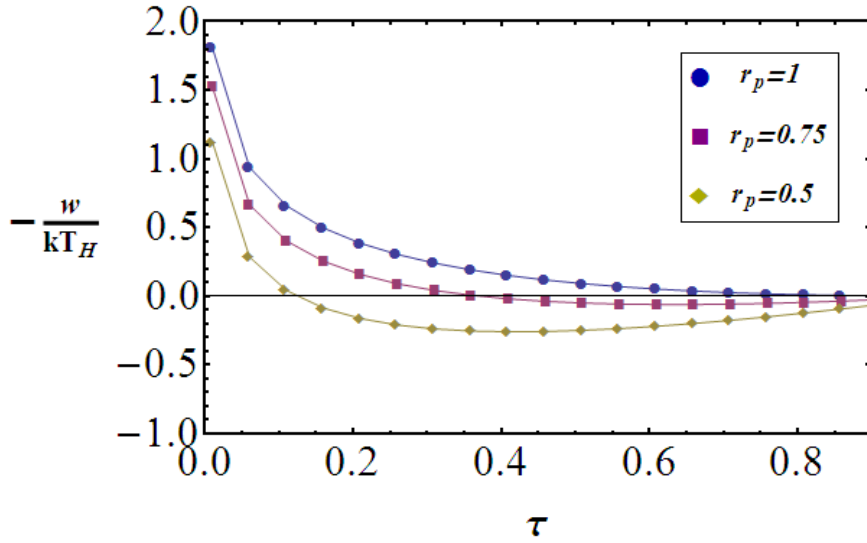
Şekil 4.5 : $r_p < 1$ için T-s diyagramında görülen çaprazlama.

Çaprazlamanın başladığı durumda, çevrim hala iş üretmeye devam etmektedir. Bu durum kritik bir r_p değerine kadar, r_p^* , sürer. r_p^* , (4.31) yardımıyla $w < 0$ koşulunun sağlandığı en küçük değer olarak aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$r_p > \text{Exp} \left[\frac{1}{2} + \frac{\ln \sqrt{\tau}}{1 - \tau} \right] = r_p^* \quad (4.33)$$

r_p^* , çevrimin iş üretebildiği en küçük değerdir ve sadece τ 'nin fonksiyonudur. $r_p < r_p^*$ olduğunda iş tüketimi, üretimden fazla olduğundan çevrim artık güç çevrimi olarak tanımlanamaz. $r_p < 1$ olduğunda çevrimden elde edilen boyutsuz net özgül işin τ ile değişimi Şekil 4.6'da verilmiştir. Verilen bir τ değerine karşılık elde edilen r_p 'nin

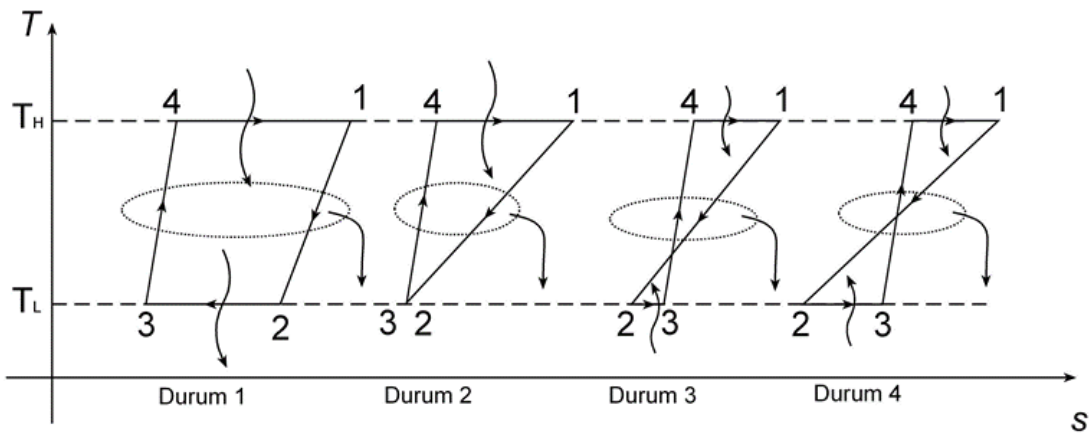
altındaki değerler için, iş ifadesinin işaret değiştirdiği, bir başka deyişle iş üretiminden iş tüketimine geçildiği görülmektedir



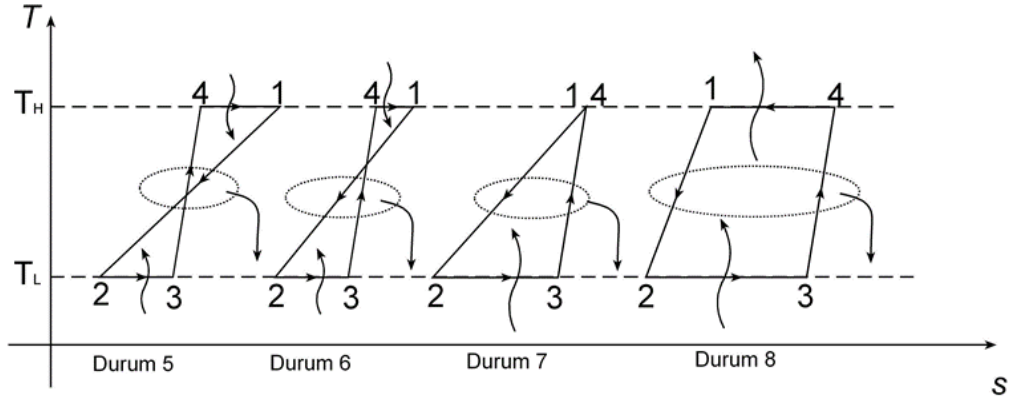
Şekil 4.6 : Özgül işin farklı r_p değerleri için τ ile değişimi.

r_p değerinin daha da küçülmesiyle sistem, iş olarak soğuk kaynaktan aldığı ısıyı sıcak kaynağa aktaran bir ısı pompası olarak davranmaya başlar. Bu durum gelecek bölümde ayrıca incelenecektir.

Bu bölümde elde edilen sonuçlar çerçevesinde, klasik termoölçek güç ve soğutma çevrimlerinin evrimi Şekil 4.7 ve 4.8'de verilen T-s diyagramları üzerinde özetlenmiştir.



Şekil 4.7 : Güç çevrimin değişen r_p değerleri ile form değiştirmesi.



Şekil 4.8 : r_p değerinin düşmesi ile çevrimin, soğutma çevrimi formunu alması.

4.1.2 Klasik Termoölçek Soğutma Çevrimi

Yukarıda belirtildiği gibi, r_p değerinin küçülmesi ile çevrim soğuk kaynaktan ısı almaya başlar. Ancak Şekil 4.8'de verilen tüm durumlar anlamlı bir soğutma çevrimi olarak düşünülmemelidir. 5. ve 6. durumlarda çevrim soğuk kaynağın yanı sıra sıcak kaynaktan da ısı almaktadır ve sisteme iş girişi ile birlikte elde edilen toplam ısı tekrar soğuk kaynağa aktarılmaktadır. Bu nedenle 5. ve 6. durumlar, soğuk kaynaktan ısı alan çevrimler olmakla birlikte, ısıyı tekrar aynı yere attıkları için anlamlı bir soğutma çevrimi oluşturamamaktadırlar. Hatta bu iki durumda netice olarak sıcak kaynaktan alınan ısının, soğuk kaynağa aktarılması durumu söz konusudur ki, bunun için sisteme iş girişi yapılmasına da gerek yoktur. Sıcaktan soğuğa ısı akışı doğal bir süreçtir.

7. durumda ise soğuk kaynaktan alınan ısı tekrar soğuk kaynağa verilmektedir, dolayısıyla bu da anlamlı bir çevrim olarak görülmemektedir. r_p değerinin daha da küçülmesi ile çevrim anlamlı bir hal alır. 8. durumda elde edilen çevrim tam bir soğutma (ya da ısı pompası) çevrimidir. Soğutma çevriminin oluşturulabilmesi için gereken r_p değeri, r_p^{**} , Eşitlik (4.28)-(4.30) ifadeleri kullanılarak $\tilde{q}_L = (\tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{23} + \tilde{q}_{34}) > 0$ eşitliğini sağlayan en büyük değer olarak belirlenir.

$$r_p^{**} \leq \text{Exp} \left[-\frac{1}{2\tau} (1 - \tau) \right] \quad (4.34)$$

r_p^{**} değerine karşılık gelen τ değeri (4.34) ifadesinden aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\tau \leq \frac{1}{(1 - 2 \ln r_p)} \quad (4.35)$$

Dolayısıyla τ 'nun verilen bir değeri için r_p 'nin maksimum değeri (4.34) ile hesaplanabileceği gibi r_p 'nin verilen bir değeri için τ 'nun değeri de (4.35) ifadesi ile hesaplanabilir.

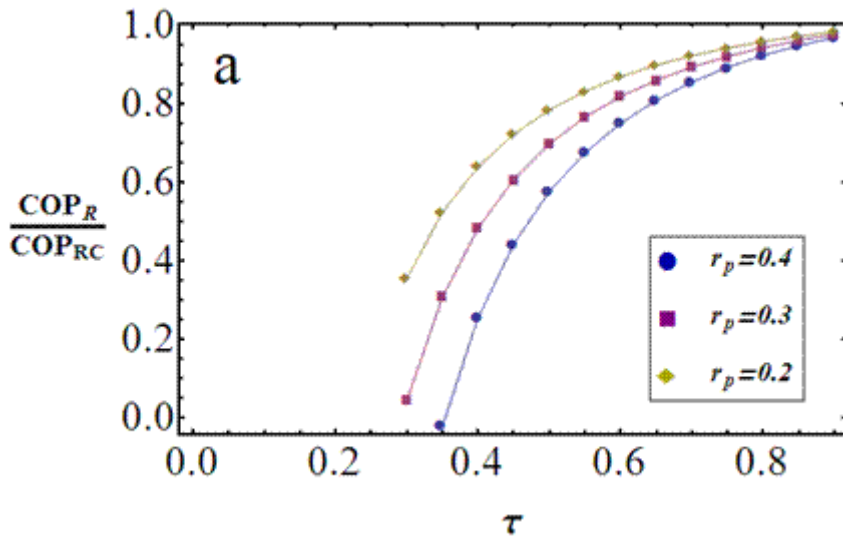
Oluşturulan bu tür bir soğutma çevriminin verimi, COP_R (soğutma çevrimi için performans katsayısı), aşağıdaki gibi tanımlanabilir;

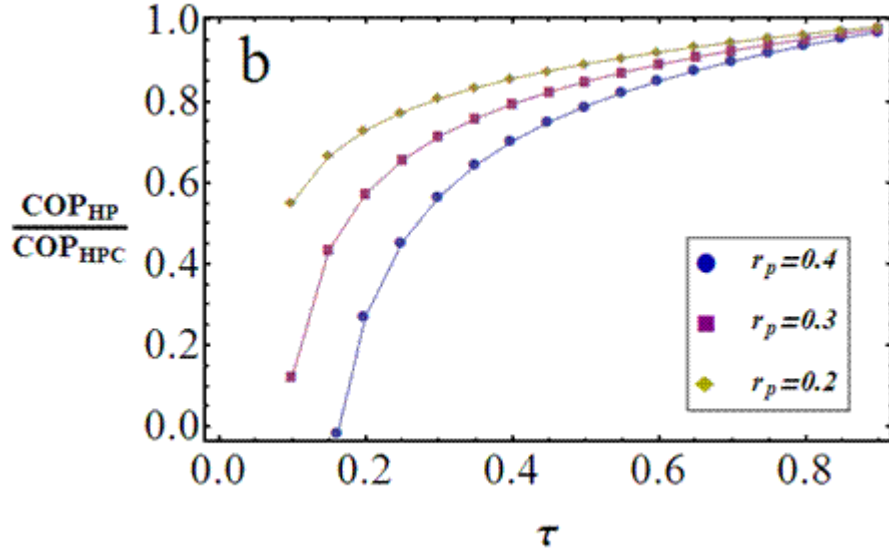
$$COP_R = \frac{|\tilde{q}_L|}{w} = \frac{\tilde{q}_L}{w} = \frac{\frac{(1-\tau)}{2} + \tau \ln r_p}{\ln\left(\frac{r_p}{\sqrt{\tau}}\right) - \frac{(1-\tau)}{2} - \tau \ln r_p} \quad (4.36)$$

Çevrimin ısı pompası olarak çalıştırılması durumunda ise verim;

$$COP_{HP} = \frac{|\tilde{q}_H|}{w} = \frac{-\tilde{q}_H}{w} = \frac{\ln\left(\frac{r_p}{\sqrt{\tau}}\right)}{\ln\left(\frac{r_p}{\sqrt{\tau}}\right) - \frac{(1-\tau)}{2} - \tau \ln r_p} \quad (4.37)$$

olarak elde edilir. Şekil 4.9'da COP_R ve COP_{HP} ifadelerinin τ ile değişimi, soğutma çevrimi ve ısı pompası için COP_{Carnot} (COP_{RC} ve COP_{HPC}) değerlerine göre boyutsuzlaştırılarak sunulmuştur.





Şekil 4.9 : 8. durumda verilen çevrimin a) soğutma çevrimi olarak çalıştırılması durumunda elde edilen verimin τ ile değişimi, b) ısı pompası olarak çalıştırılması durumunda elde edilen verimin τ ile değişimi.

Şekil 4.9'dan görüleceği gibi, ısı pompası verimi, soğutma çevrimi verimine oranla daha iyi değerlere ulaşmaktadır.

Böylelikle, r_p değerinin geçiş durumundaki aldığı bazı değerlerde anlamlı bir çevrim oluşmamakla birlikte, düşük değerlere ulaşması ile birlikte CTSE'lere dayanan anlamlı bir soğutma çevrimi ve ısı pompası dizaynının sağlanabileceği görülmektedir.

4.2 Kuantum Gazları için Klasik Termoölçek Çevrimleri

Klasik termoölçek etkilerinin kuantum gazları için analizi bir önceki bölümde yapılmış ve makro ve nano bölmeler için Eşitlik (3.16) ve (3.20)'de verilen ifadeler elde edilmiş ve bu ifadelerin Maxwell limitinde sırasıyla $\vec{\nabla} p = 0$ ve $\vec{\nabla}(p/\sqrt{T}) = 0$ koşullarına denk olduğu gösterilmiştir.

Maxwell gazında düşük sıcaklık bölgesindeki basınçların oranı olarak tanımlanan r_p yerine bu bölümde yine düşük sıcaklık bölgesinde \mathcal{A} 'ların oranı olan r_A , $r_A = e^{A_3} / e^{A_2}$ olarak tanımlanarak çevrim analizi bu oran üzerinden yapılacaktır. MB limitinde r_A 'nın, r_p değerine eşit olacağı Eşitlik (2.11) ve $\Lambda = \mu/kT$ tanımı yardımıyla görülebilir.

Kuantum gazları için entalpi ve entropi ifadesi [61]'de

$$\left(\begin{array}{c} FD \\ BE \end{array} \right) h = \frac{5}{2} k_b T \frac{Li_{5/2} \left[\mp e^\Lambda \right]}{Li_{3/2} \left[\mp e^\Lambda \right]} \quad (4.38)$$

$$\left(\begin{array}{c} FD \\ BE \end{array} \right) s = \frac{5}{2} k_b \frac{Li_{5/2} \left[\mp e^\Lambda \right]}{Li_{3/2} \left[\mp e^\Lambda \right]} - \Lambda \quad (4.39)$$

olarak tanımlanmak üzere, a noktasından b noktasına gerçekleşen izotermal bir süreç için ısı ifadesi

$$q_{ab} = T(s_b - s_a) = Nk T \left[\frac{5}{2} \frac{Li_{5/2} \left[-e^{A_b} \right]}{Li_{3/2} \left[-e^{A_b} \right]} - A_b - \frac{5}{2} \frac{Li_{5/2} \left[-e^{A_a} \right]}{Li_{3/2} \left[-e^{A_a} \right]} + A_a \right] \quad (4.40)$$

olarak yazılabilir. Buradan hareketle 4-1 ve 2-3 süreçleri için NkT_H değerine bölünerek boyutsuzlaştırılmış izotermal ısı alışverişi

$$\tilde{q}_{23} = \tau(s_3 - s_2) = \tau \left(\frac{5}{2} \frac{Li_{5/2} \left[\mp e^{A_3} \right]}{Li_{3/2} \left[\mp e^{A_3} \right]} - A_3 - \frac{5}{2} \frac{Li_{5/2} \left[\mp e^{A_2} \right]}{Li_{3/2} \left[\mp e^{A_2} \right]} + A_2 \right) \quad (4.41)$$

$$\tilde{q}_{41} = s_4 - s_1 = \frac{5}{2} k \frac{Li_{5/2} \left[\mp e^{A_4} \right]}{Li_{3/2} \left[\mp e^{A_4} \right]} - A_4 - \frac{5}{2} k \frac{Li_{5/2} \left[\mp e^{A_1} \right]}{Li_{3/2} \left[\mp e^{A_1} \right]} + A_1 \quad (4.42)$$

biçiminde elde edilir.

İzentropik süreç için ısı ifadesi ise Eşitlik (4.38) yardımıyla, (1-2) süreci için boyutsuzlaştırılmış biçimde,

$$\tilde{q}_{12} = h_2 - h_1 = \frac{5}{2} \tau \left(\frac{Li_{5/2} \left[\mp e^{A_2} \right]}{Li_{3/2} \left[\mp e^{A_2} \right]} - \frac{Li_{5/2} \left[\mp e^{A_1} \right]}{Li_{3/2} \left[\mp e^{A_1} \right]} \right) \quad (4.43)$$

olarak hesaplanır.

(3-4) sürecinde ise ısı ifadesinin hesaplanabilmesi için $q = \int T ds$ integrali

alınmalıdır. Ancak burada ilk olarak s 'in Λ 'ya ve Λ 'nın T 'ye bağımlılığı göz önünde bulundurularak (4.44)'de verilen değişken dönüşümü yapılmalıdır.

$$q = \int T ds = \int T \frac{\partial s}{\partial \Lambda} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial T} \right)_{J_N=0} dT \quad (4.44)$$

(3.12) ve (4.39) yardımıyla, (3-4) sürecinde parçacık başına transfer edilen ısı ifadesi,

$$q_{34} = \int_3^4 T k_b \left[\frac{3}{2} - \frac{5}{2} \frac{Li_{1/2}[\mp e^{\Lambda}]}{(Li_{3/2}[\mp e^{\Lambda}])^2} Li_{5/2}[\mp e^{\Lambda}] \right] \left(-\frac{2}{T} \right) \frac{Li_2[\mp e^{\Lambda}]}{Li_1[\mp e^{\Lambda}]} dT \quad (4.45)$$

olarak elde edilir. Burada, q_{34} ifadesi diğerlerinden farklı olarak integral formda bırakılmıştır. Daha önce belirtildiği gibi Λ , T 'nin fonksiyonu olduğundan ve Polilogaritmik fonksiyonların tersi bulunmadığından, bu integral Mathematica® ortamında boyutsuzlaştırılarak sayısal olarak hesaplanmaktadır.

Isı hesaplarının yapılabilmesi için her noktadaki Λ değerlerinin biliniyor olması gerekmektedir. Bir noktaya ait Λ değerinin bilinmesi durumunda r_A 'nın tanımı ve Eşitlik (3.13)-(3.15) kullanılarak tüm noktadaki Λ değerleri elde edilebilir. Güç çevrimleri için 3 noktası dejenereliğin en yüksek olduğu noktadır. Bu nedenle, Λ_3 değeri için Fermi ve Bose gazlarının uygun dejenere değerleri kullanılarak, Λ_1 , Λ_2 ve Λ_4 değerleri her bir gaz için ayrı ayrı hesaplanmalıdır. Eşitlik (4.41)-(4.43), (4.45)'de verilen ifadelerin Fermi ve Bose gazları için uygun formları seçilerek (- işaretleri Fermi, + işaretleri Bose) çevrim analizleri Bölüm 4.2.1 de Fermi gazları için, Bölüm 4.2.2 ise Bose gazları için iki ayrı bölüm olarak yapılacaktır.

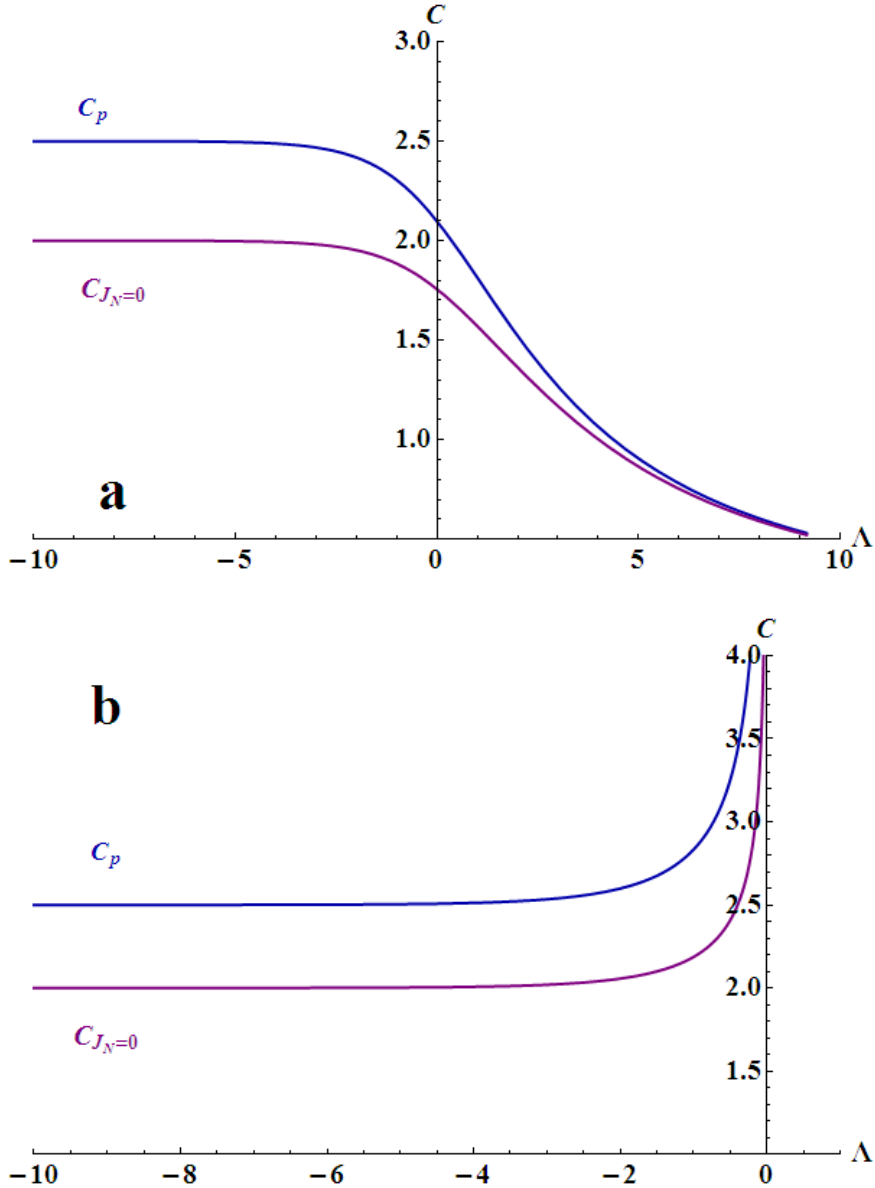
Her bir gaz için çevrim analizlerine geçmeden önce, kuantum gazlarında tartışılması gereken bir diğer konu ısı kapasiteleridir. Bilindiği gibi Maxwell gazları için sabit basınçlı süreçte C_p sabit ve $5k/2$ ye eşittir. Benzer biçimde Knudsen sürecinde de sabit ve $C_{p/\sqrt{T}} = 2k$ olduğu (4.6) ifadesinden görülebilir. Bir önceki bölümde Maxwell gazı için yapılan çevrim analizleri sırasında 1-2 ve 3-4 süreçleri boyunca gerçekleşen net ısı transferinin değeri $-kT_H(1-\tau)/2$ olarak elde edilmiştir. Buradaki $k/2$ sabiti ısı kapasitelerinin farkından gelmektedir. Dolayısıyla her iki süreç için net ısı miktarı $-kT_H(1-\tau)/2$ olarak hesaplanmış ve çevrim analizleri sırasında sistem, bu fazla ısıyı soğuk kaynağa atacak şekilde tasarlanmıştır.

Fermi ve Bose gazları için ise ısı kapasiteleri sabit değildir. 1-2 ve 3-4 süreçleri için sırasıyla (4.43) ve (4.45) yardımıyla aşağıdaki biçimde hesaplanabilirler.

$$C_p = \frac{5 Li_{5/2}[\mp e^\Lambda]}{2 Li_{3/2}[\mp e^\Lambda]} \left(1 - \frac{25}{4} \left(1 - \frac{Li_{5/2}[\mp e^\Lambda] Li_{1/2}[\mp e^\Lambda]}{(Li_{3/2}[\mp e^\Lambda])^2} \right) \right) \quad (4.46)$$

$$C_{J_N=0} = \frac{Li_2[\mp e^\Lambda]}{Li_1[\mp e^\Lambda]} \left(5 \frac{Li_{5/2}[\mp e^\Lambda] Li_{1/2}[\mp e^\Lambda]}{(Li_{3/2}[\mp e^\Lambda])^2} - 3 \right) \quad (4.47)$$

(4.46) ve (4.47)'den görülebileceği gibi ısı kapasiteleri Λ 'ya bağlı olarak değişirler. Bu değişim Fermi ve Bose gazları için sırasıyla Şekil 10a ve 10b'de verilmiştir.



Şekil 4.10 : a) Fermi gazları için sabit basınç ve Knudsen koşulları için ısı kapasitelerinin değişimi b) Bose gazları için sabit basınç ve Knudsen koşulları için ısı kapasitelerinin değişimi.

Burada nano bölme için sürecin artık Knudsen süreci olarak tanımlanamayacağı daha önce belirtildiğinden bu bölmedeki ısı kapasitesinin $C_{p/\sqrt{T}}$ yerine $C_{J_N=0}$ ile gösterilmesi uygun bulunmuştur. Eşitlik (4.46) ve (4.47)'de verilen ifadelerin, Maxwell limitinde, $C_p = 5k/2$ ve $C_{p/\sqrt{T}} = 2k$ değerlerini sağlayacağı EK B'de tanımlanan Polilogaritmik fonksiyonların Maxwell limitinde alacağı değerler göz önünde bulundurularak kolayca görülebilir.

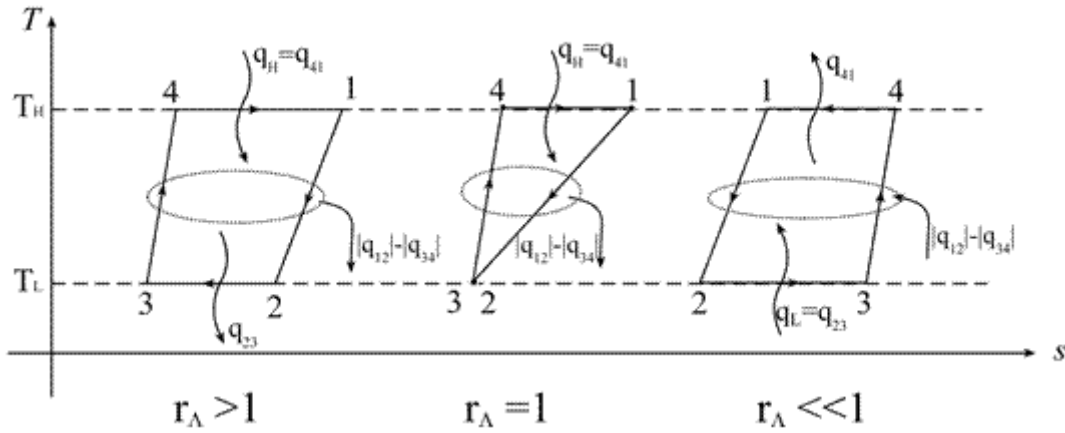
Eşitlik (4.46) ve (4.47)'de ve Şekil 4.10'da verilen grafiklerden de görüleceği gibi ısı kapasiteleri kuantum ideal gazları için sabit olmamaktadır. Dolayısıyla 1-2 ve 3-4 süreçleri boyunca gerçekleşen net ısı transferinin de Λ 'ya bağlı olarak değiştiği çevrim analizleri sırasında göz önünde bulundurulmak zorundadır. Aslında Maxwell gazları için her zaman sağlanan $C_p > C_{p/\sqrt{T}}$ bağıntısı, Şekil 4.10'da görüldüğü gibi belirli bir Λ değeri için kuantum gazlarında da ($C_p > C_{J_N=0}$) sağlanmaktadır. Ancak söz konusu sistemde, Λ değerleri r_A ve τ 'ya bağlı olarak sistem içinde değişim göstermektedir. Dolayısıyla domenin her noktasında belirli sabit bir Λ değerinden bahsetmek mümkün değildir. Isı kapasitelerinin Λ bağımlılığı dikkate alındığında, ısı kapasiteleri de bölmeler boyunca değişmekte ve her iki tarafta Λ değerleri birbirinden farklı olduğundan $C_p < C_{J_N=0}$ koşulunun gerçekleşmesi de mümkün hale gelmektedir. Bir başka deyişle kuantum gazı için tasarlanan çevrimlerde, Maxwell gazlarında her durumda var olan soğuk kaynağa ısı atımı kuantum gazları durumunda ne bir kural olmaktadır ne de miktarı sabit kalmaktadır. Süreçler arasındaki ısı farkının yönü (ısı atılması ya da sisteme ısı ilavesi) değişim gösterebilir ve bu duruma göre güç, soğutma ya da ısı pompası çevrimleri elde edilir. Bu nedenle çevrim analizleri sırasında ısı kapasitelerinin değişimi de göz önünde bulundurulmalı ve her durum için yeniden analiz edilmelidir. Dolayısıyla çevrim analizleri sırasında yeri geldikçe bu noktaya dikkat çekilecektir.

4.2.1 Fermi gazları için klasik termoölçek çevrimleri

Bu bölümde klasik termoölçek çevrim analizi Fermi gazları için yapılacaktır. Bu nedenle eşitliklerde yer alan Polilogaritma fonksiyonları için negatif durumlar seçilerek hesaplamalar yapılmalıdır. Buna ilave olarak bilindiği gibi dejenere Fermi gazı için pozitif Λ değerleri kullanılmalıdır. Bölüm 3.2'de CTSE'in Fermi gazının farklı dejenere seviyeleri için değişimi Şekil 3.2'de sunulmuştur. Burada çevrim

analizleri için ortalama bir değer olarak $\Lambda_3=5$ seçilmiştir ve çevrim hesaplamaları bu değer üzerinden sunulacaktır. Ancak gaz dejenereliğinin değişmesi durumunda, çevrimler üzerinde ortaya çıkabilecek değişimlerin tespit edilmesi amacı ile yeri geldikçe $\Lambda_3=1, 5, 10$ ve 15 değerleri için de hesaplamalar yapılarak sonuçlar karşılaştırılacaktır.

Termoölçek çevriminin Fermi gazları için gelişimi Şekil 4.11'de verilen T-s diyagramı üzerinde gösterilmiştir. r_A 'nın aldığı değerlere bağlı olarak çevrim, Maxwell gazındakine benzer bir karakter göstererek, güç ve soğutma çevrimi olarak davranmaktadır.



Şekil 4.11 : Fermi gazları için klasik termoölçek güç ve soğutma çevrimlerinin T-s diyagramları. $r_A > 1$, $r_A = 1$ ve $r_A << 1$ için sırasıyla geliştirilmiş güç çevrimi, temel güç çevrimi ve soğutma çevrimini temsil etmektedir.

Bölüm 4.2'nin sonunda ısı kapasiteleri konusunda vurgulanan nedenlerden dolayı Şekil 4.11'de verilen çevrimler için $\tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{34}$ ifadesinin değişimine dikkat edilmelidir. $\tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{34}$, güç çevrimleri için negatif değerler olarak sistemden ısı atıldığını göstermektedir. $\tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{34}$ ifadesi Maxwell gazındakine göre daha küçük olmakla birlikte Fermi gazları için de negatif değerler almaktadır ve bu durum sistemden ısı çıkışı olarak tanımlanmıştır. Bir başka deyişle atılan ısı miktarı azalmakla birlikte, çevrim karakterinde Maxwell gazına oranla önemli bir değişim olmamıştır. Aynı ifadenin soğutma çevrimi için ise pozitif değerler olarak sisteme ısı girişini temsil ettiğine dikkat edilmelidir. Bu durum, Fermi gazları için elde edilen çevrim ile Maxwell gazı için elde edilen çevrim arasındaki en büyük fark olarak gösterilebilir. Bu durum kuantum gazları için ısı kapasitesinin Λ bağımlılığından doğmaktadır. Soğutma çevriminde gözlenen bu değişime gelmeden önce, davranışı

Maxwell gazına tamamen benzeyen güç çevrimi için analizler tamamlanarak, çevrim verimleri sunulacaktır.

4.2.1.1 Fermi gazları için termoölçek güç çevrimi

Yukarıda belirtildiği gibi Fermi gazı için Maxwell gazına oranla güç çevrimi karakterinde önemli bir değişiklik olmamıştır. (1-2) ve (3-4) süreçleri sonucunda ortaya çıkan ısı fazlalığı yine soğuk kaynağa atılmaktadır. Dolayısıyla çevrimden elde edilen net özgül iş,

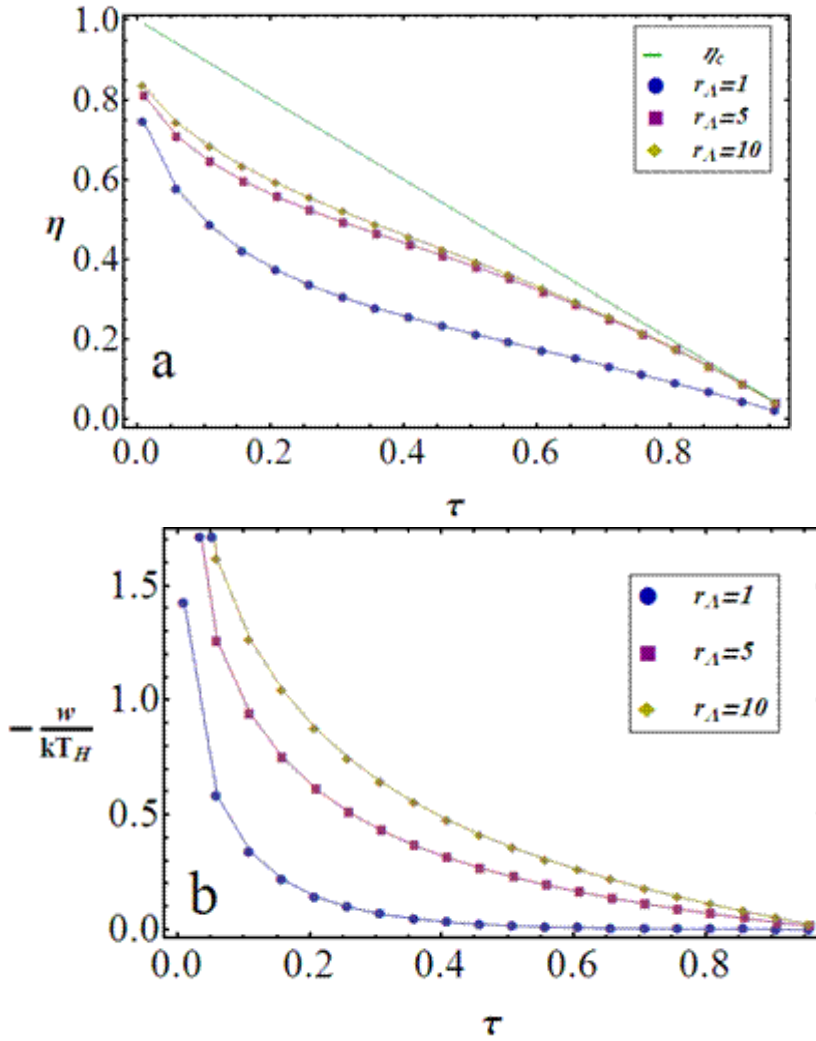
$$\tilde{w} = -(\tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{23} + \tilde{q}_{34} + \tilde{q}_{41}) \quad (4.48)$$

olarak hesaplanır. Sisteme sadece (4-1) sürecinde ısı girişi olmaktadır. Buradan hareketle çevrimin verimi,

$$\eta = \frac{|w|}{\tilde{q}_{in}} = \frac{-\tilde{w}}{\tilde{q}_{41}} \quad (4.49)$$

ifadesinden hesaplanabilir.

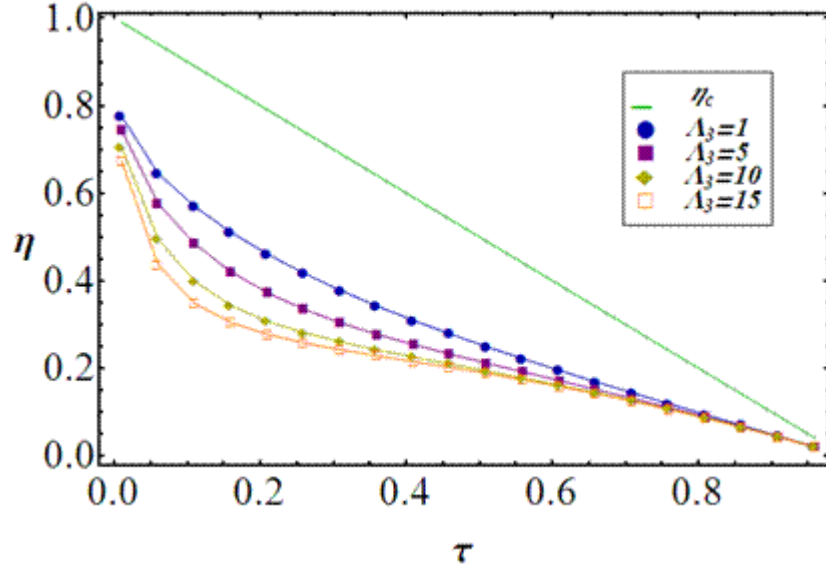
Verim ve boyutsuz iş ifadelerinin τ 'ya göre değişimi Şekil 4.12a ve b'de verilmektedir.



Şekil 4.12 : a) Farklı r_A değerleri için verimin τ ile değişimi, b) Farklı r_A değerleri için boyutsuz iş ifadesinin τ ile değişimi.

Hesaplamalar sırasında τ , 0 ile 1 arasında değişmekte ve $r_A=1, 5$ ve 10 değerlerini almaktadır. $r_A =1$, temel termoölçek güç çevrimini temsil etmektedir ve en düşük verim, beklendiği gibi bu çevrim için elde edilmiştir. Geliştirilmiş çevrimler için verimler birbirine yakın olmakla beraber, r_A arttıkça artmaktadır. Geliştirilmiş çevrim verimleri ($r_A=5$ ve $r_A=10$ durumları) ile temel çevrim ($r_A=1$) verimi arasındaki fark en büyük değerine $r_A=5$ ve $r_A=10$ durumları için sırasıyla $\tau=0.33$ ve $\tau=0.25$ değerlerinde ulaşmakta ve bu fark yaklaşık yine sırasıyla 0.19 ve 0.22 olmaktadır.

Fermi gazı için çevrimler üstünde dejenerelik etkisinin de incelenmesi amacıyla $r_A=1$ için $\Lambda_3=1, 5, 10$ ve 15 değerlerinde hesaplamalar yapılmıştır. Temel güç çevriminin farklı dejenerelikteki gazlar için değişimi Şekil 4.13’de verilmiştir.



Şekil 4.13 : $r_A=1$ durumu için oluşturulan temel termoölçek güç çevriminde farklı dejenerelik seviyesine sahip gazlar için verimin τ ile değişimi.

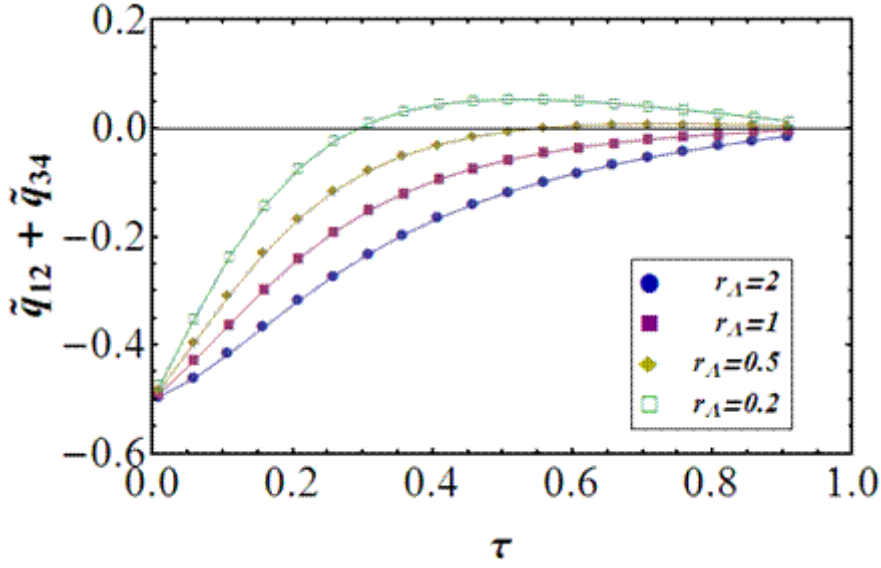
Şekil 4.13’de görüldüğü gibi Fermi gazlarında dejenereliğin artması güç çevriminin verimini düşürmektedir. Bu klasik termoölçek etkilerinin analizi sırasında bulunan sonuçlarla uyumludur. $A_3=1$ ve $A_3=15$ durumları arasındaki fark maksimum değerine $\tau=0.1$ için ulaşmakta olup 0.22 değerini almaktadır.

4.2.1.2 Fermi gazları için termoölçek soğutma çevrimi

Maxwell gazında da olduğu gibi r_A , 1’den küçük değerler almaya başladığında güç çevriminin ürettiği iş azalmaya başlar ve r_A ’nın daha da küçülmesi ile birlikte sistem bir soğutma çevrimi gibi davranır. Soğutma çevriminde, 1-2 ve 3-4 süreçlerinden elde edilen toplam ısı, $\tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{34}$ pozitif değer almakta ve sisteme ısı girişini temsil etmektedir. Bir başka deyişle, soğutma çevriminin karakteri gereği soğuk kaynaktan çekilen ısının yanı sıra, 1-2 ve 3-4 süreçleri sonucunda da çevrime sıcak kaynaktan ilave bir ısı girişi oluşmaktadır. Bu Maxwell ve Fermi gazları arasındaki en önemli fark olarak gösterilebilir. Bu değişim, daha önce de belirtildiği gibi makro ve nano kutulardaki ısı kapasitelerinin farkından yola çıkılarak açıklanabilir.

Belirli bir dejenerelik seviyesi için $C_p > C_{J_N=0}$ koşulu altında halen korunmaktadır. Fakat kutunun ölçeğine ve sıcaklığına bağlı olarak gazın dejenereliği değişmekte $C_p < C_{J_N=0}$ koşulunun gerçekleşmesi mümkün olmaktadır.

Isı kapasiteleri arasındaki bağıntının değişmesi ile $\tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{34}$ toplamında meydana gelen değişim Şekil 4.14’de açıkça görülebilir.



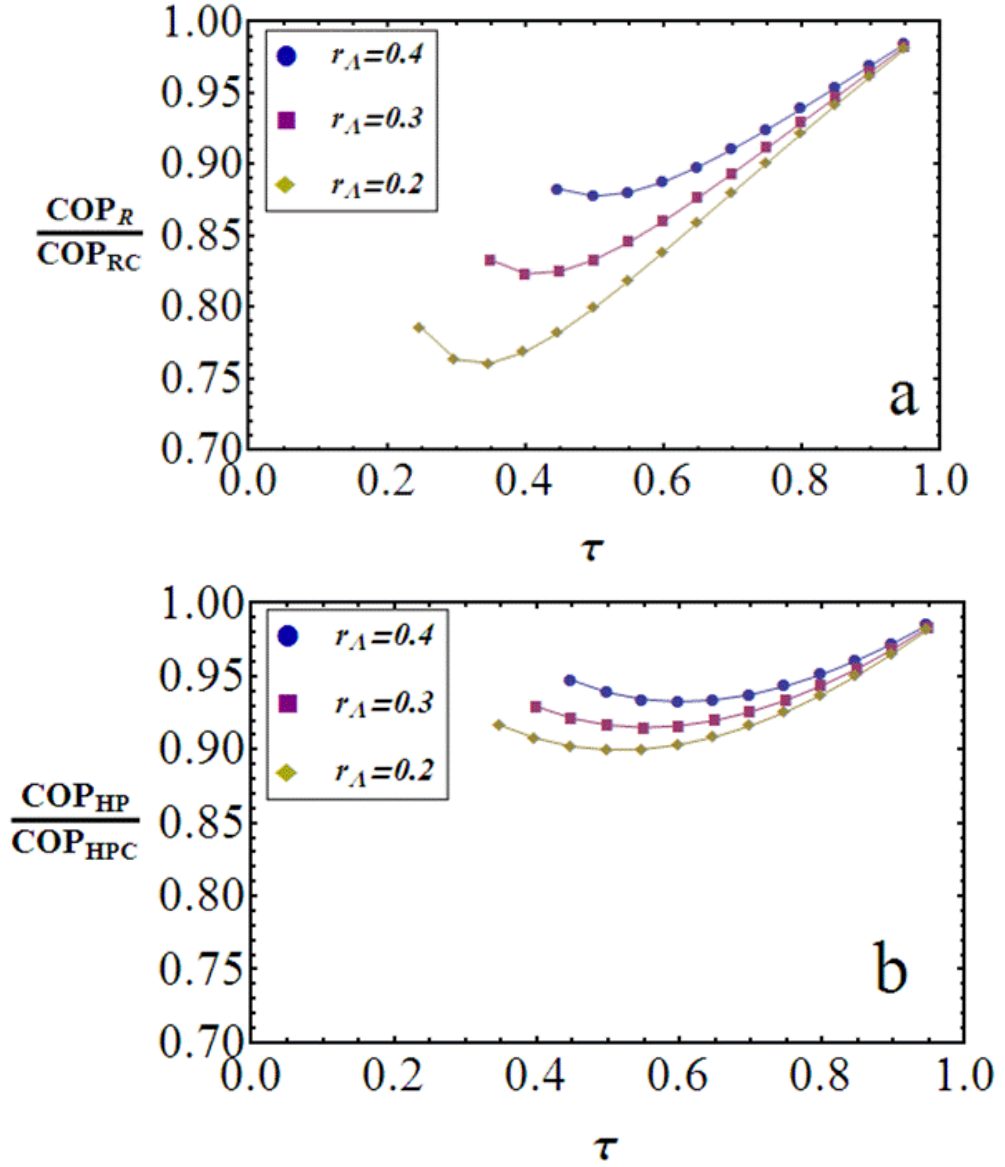
Şekil 4.14 : r_A 'nın değişmesi ile 1-2 ve 3-4 süreçlerinde elde edilen toplam ısı miktarında gözlenen değişim.

τ ile r_A arasındaki ilişki anlamlı bir soğutma çevrimi tanımlanması için de önemlidir. τ , r_A 'dan yeterince küçük olduğunda, $\tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{34}$ ile soğuk kaynağa atılan ısı, 2-3 sürecinde soğuk kaynaktan çekilen ısıdan fazla olmakta ve sistem anlamlı bir soğutma çevrimi gibi davranmamaktadır. Bu durum τ değeri r_A 'ya yaklaştıkça değişmekte, r_A değerinden yeterince büyük τ değerleri için soğuk kaynaktan çekilen net ısı miktarı pozitif olmakta bir başka deyişle soğutma çevrimi davranışı başlamaktadır. τ ile r_A arasında soğutma çevrimi davranışını temsil edecek bu ilişki kuantum gazları için analitik olarak tanımlanamamakta, elde edilen sayısal sonuçlar üzerinden belirlenmektedir. Bu sayısal sonuçlardan hareketle, τ ve r_A için kullanılan değerlerden bağımsız olarak, sistemin soğutma çevrimine uygun davranışını sabitleyen tek koşul τ 'nın r_A değerinden yeterince büyük olduğu koşul olarak gösterilebilir. Soğutma çevrimi ve ısı pompası durumlarında COP değerleri sırasıyla

$$COP_R = \frac{\tilde{q}_L}{w} = \frac{\tilde{q}_{23}}{w} \quad (4.50)$$

$$COP_{HP} = \frac{|\tilde{q}_H|}{w} = \frac{|\tilde{q}_{41} + \tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{34}|}{w} \quad (4.51)$$

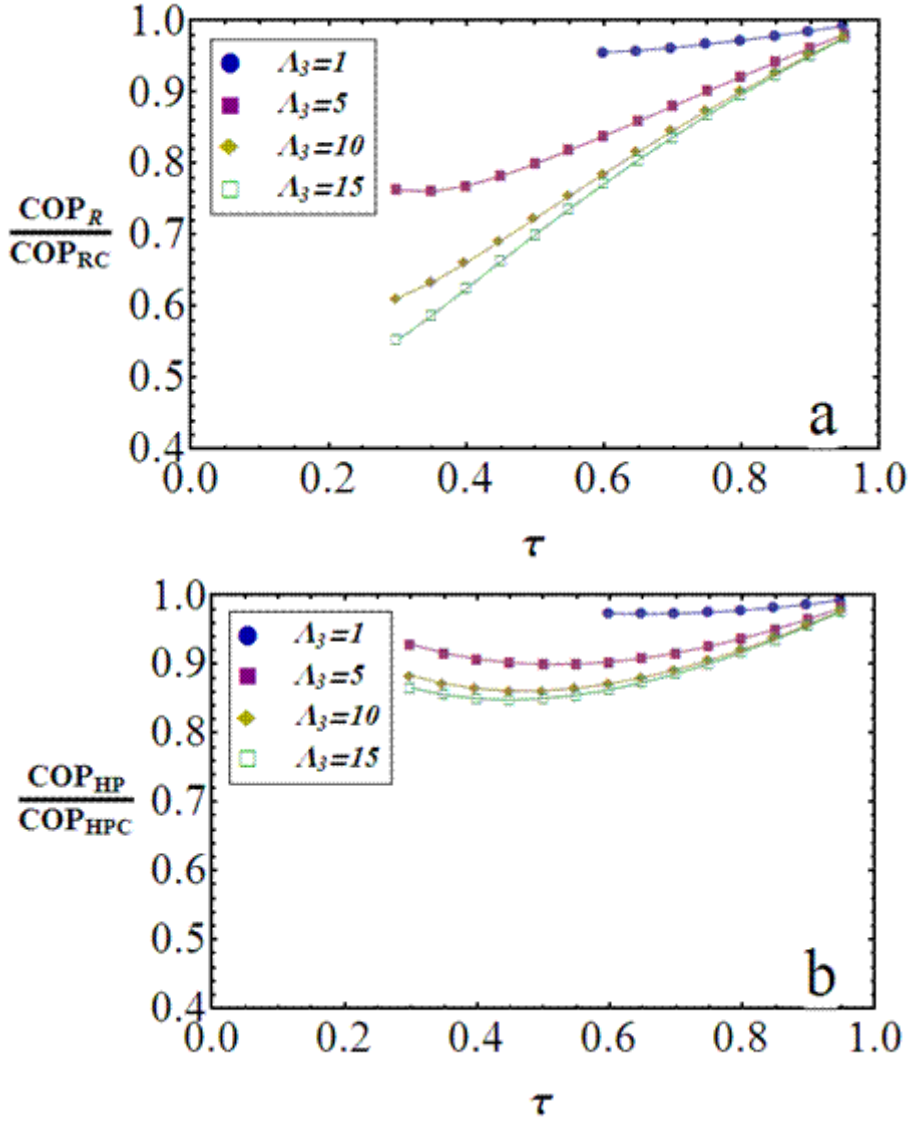
ifadelerinden hesaplanabilir. Boyutsuz COP_R/COP_{RC} ve COP_{HP}/COP_{HPC} değerlerinin farklı r_A 'lar için τ ile değişimi Şekil 4.15'de verilmektedir.



Şekil 4.15 : Fermi gazlarında farklı r_A değerleri için a) Soğutma çevrimi ve b) Isı pompası için COP değerlerinin τ ile değişimi.

Şekil 4.15a ve b'de soğutma ve ısı pompası durumlarında COP değerlerinin r_A 'nın farklı değerleri için τ ile değişimleri görülmektedir. Her iki durumda da COP 'ler, Carnot COP değerlerine göre boyutsuzlaştırılarak sunulmuşlardır. Sonuçların Carnot değerlerinden çok uzak olmadıkları görülebilir.

Dejenerelik etkisi, ısı pompası ve soğutma çevrimleri için de güç çevrimi için elde edilen sonuçlara benzerdir. Dejenerelik arttıkça COP değerlerinde düşme görülür. $A_3=1, 5, 10$ ve 15 için boyutsuz COP değerlerindeki değişim $r_A = 0.2$ için Şekil 4.16'da verilmektedir.



Şekil 4.16 : a) Soğutma çevrimi ve b) Isı pompası üzerinde dejenerelik etkisi.

Fermi gazlarında soğutma çevrimi için ısı kapasitelerine bağlı olarak Maxwell'dekine göre farklı bir çevrim elde etmekle birlikte, r_A ve τ arasındaki koşullar sağlandığında hala anlamlı ve hatta dejenereliğin çok yüksek olmadığı durumlar için verimli bir sistem elde edilebileceği görülmektedir.

4.2.2 Bose gazları için klasik termoölçek çevrimleri

Bu bölümde Bose gazı için termoölçek çevrimleri analiz edilecektir. Bunun için, eşitliklerde Polilogaritmaların içindeki exponansiyel fonksiyonun pozitif işaretli formu seçilerek iş ve verim hesaplamaları için kullanılacaktır.

Bose gazları için Λ_3 değerinin belirlenmesi kritiktir. Buradaki hesaplamalarda Λ_3 değeri, Bose-Einstein yoğuşmasının başladığı nokta olarak seçilerek, $\Lambda_3=0$

alınmıştır. Sistemin tümü düşünüldüğünde pratik uygulamaya en uygun seçim bu olarak görünmektedir.

Λ_3 'ün negatif, sıfıra soldan yaklaşan değerler alması durumunda, sistemin sıcak bölümlerinde gaz Bose karakterini kaybederek Maxwell davranışı göstermeye başlamaktadır. Kutunun her noktasında BEC (Bose-Einstein Condensation) koşulları sağlanmaya çalışılması daha önce de ifade edildiği gibi aşırı düşük sıcaklık değerleri ve çok küçük sıcaklık gradyanlarını gerektirdiğinden pratik uygulamalar açısından bir değer ifade etmemektedir.

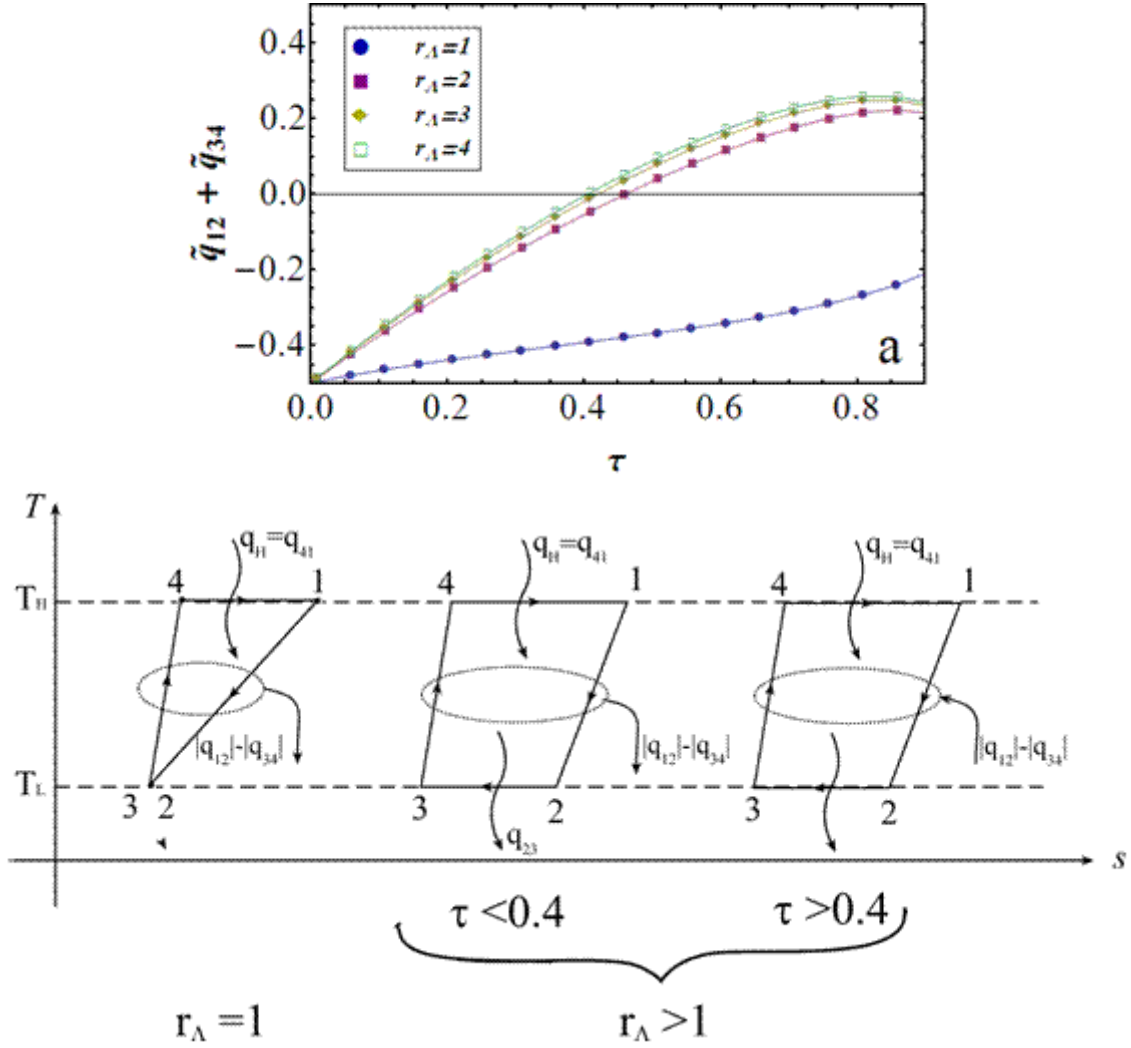
Soğutma çevrimlerinde ise sistemin en dejenere noktası Λ_2 olmaktadır. Fermi gazı için bu durum hesaplamalarda değişiklik yaratmamış, Λ_3 için ilk değer verilerek hesaplamalara devam edilmiştir. Fakat Bose gazında soğutma çevrimi hesaplamaları için $\Lambda_3 = 0$ olduğundan $r_\Lambda < 1$ durumu için Λ_2 pozitif değerler almaya başlayacak, bir başka deyişle fiziksel olarak Bose gazını tanımlamayan bir durum elde edilecektir. Bu nedenle soğutma çevrimleri için denklemler Λ_2 'yi ilk değer noktası olarak kabul edecek biçimde modifiye edilmiştir ve $\Lambda_2 = 0$ alınarak hesaplamalar yapılmıştır.

Her iki durumda da ilk değer olarak verilecek değer, yoğunlaşma koşullarını temsil eden 0 değeri olacaktır. Λ için 0'a soldan yaklaşan değerlerin kullanılması sistemi Maxwellian davranışa yaklaştırdığı ve çok sınırlı bir değer aralığı için Bose gazı temsiline izin verdiği için tercih edilmemektedir. Bu sınırlı değer aralığında, Λ değerlerini farklılaştırmaya çalışarak Bose gazında dejenerelik etkisinin araştırılması da anlamlı değildir. Bu nedenle Bose gazı sadece $\Lambda = 0$ için analiz edilmiş, dejenerelik etkisi hesaplamalara katılamamıştır.

4.2.2.1 Bose gazları için termoölçek güç çevrimi

Fermi gazında ısı kapasitelerinin değişimiyle soğutma çevriminde ortaya çıkan farklılık Bose gazı için güç çevriminde görülür. $r_\Lambda > 1$ için, τ 'nin artmasıyla $C_p < C_{J_N=0}$ durumu ortaya çıkararak, pozitif olan $\tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{34}$ toplamının işaret değiştirmesine, bir başka deyişle 1-2 ve 3-4 süreçlerinden elde edilen ısının sisteme ısı girişi şekline dönmesine neden olur.

$\tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{34}$ 'de meydana gelen işaret değişimi ve Bose gazı için elde edilen termoölçek güç çevriminin T-s diyagramı Şekil 4.17'de verilmiştir.



Şekil 4.17 : a) r_Λ 'nın değışmesi ile 1-2 ve 3-4 süreçlerinde elde edilen toplam ısı miktarında gözlenen değışim b) Bose gazı için oluşturulan güç çevriminin T-s diyagramı.

Şekil 4.17'den de görüldüğü gibi r_Λ 'nın verilen değer aralıklarında τ 'nun yaklaşık 0.4 değeri civarında çevrime giren ısı miktarının işareti değışmektedir. τ 'nun yaklaşık 0.4'den küçük değeri için,

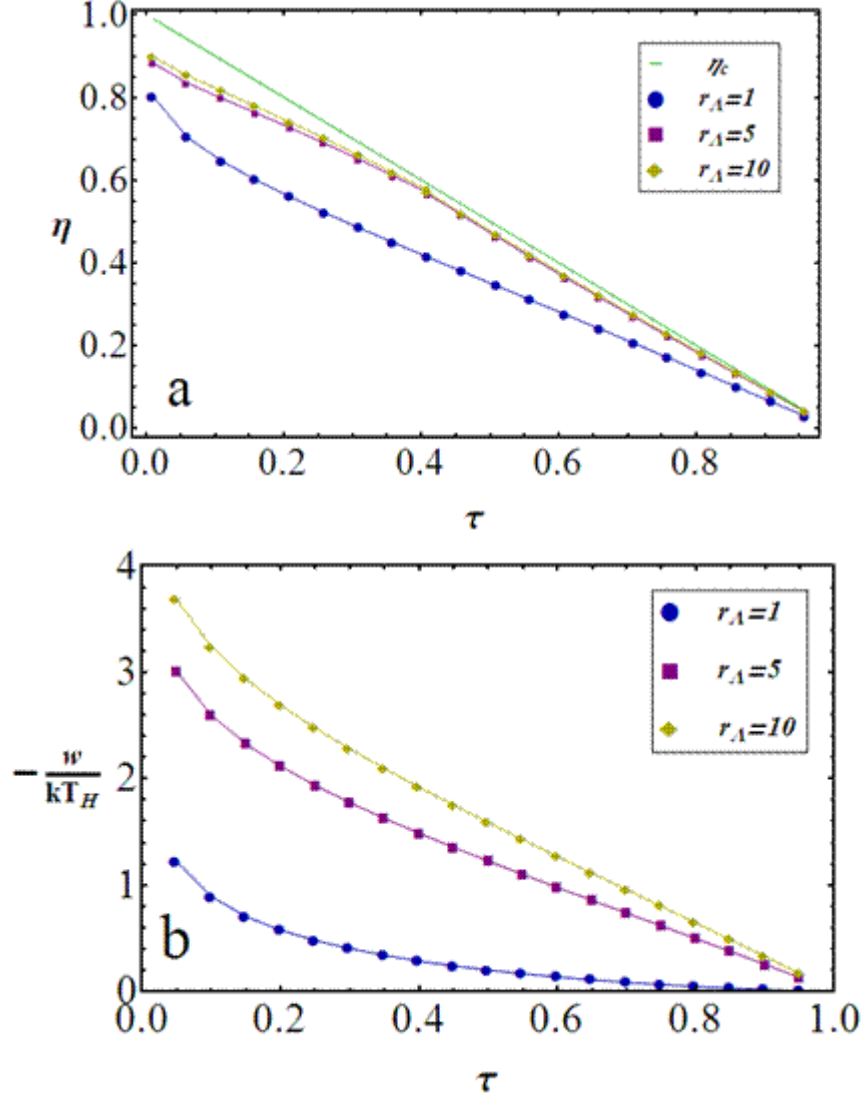
$$\tilde{q}_{in} = \tilde{q}_{41} \quad (4.52)$$

olarak tanımlanırken, 0.4'den büyük değeri için,

$$\tilde{q}_{in} = \tilde{q}_{41} + \tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{34} \quad (4.53)$$

biçiminde ifade edilmelidir.

Buradan, yine $\tilde{w} = -(\tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{23} + \tilde{q}_{34} + \tilde{q}_{41})$ olmak üzere, verim $\eta = |\tilde{w}|/\tilde{q}_{in}$ ifadesinden hesaplanabilir. Bose gazın için çevrimden elde edilebilecek net iş ve verim Şekil 4.18'de gösterilmiştir.

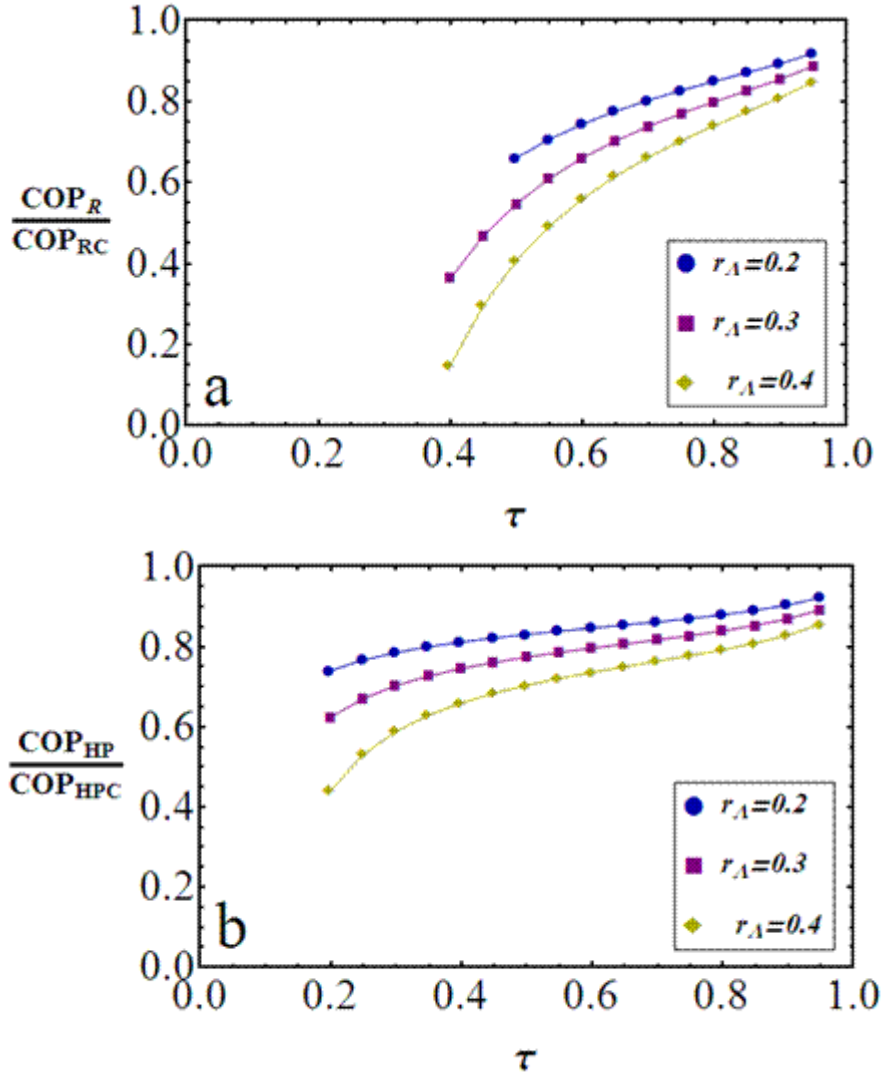


Şekil 4.18 : a) Bose gazı için verimin τ ile değişimi b) Bose gazı için boyutsuz özgül işin τ ile değişimi.

Şekil 4.12 ve 4.18 karşılaştırıldığında Bose gazı ile oluşturulan güç çevriminin Fermi gazına oranla daha yüksek verime sahip olduğu görülür. Bu durum Bölüm 3.2'de elde edilen sonuçlarla tutarlıdır ve Bölüm 4.3'de Maxwell, Fermi ve Bose gazlarının karşılaştırılması yapılırken bu duruma yeniden değinilecektir.

4.2.2.2 Bose gazları için termoölçek soğutma çevrimi

Soğutma çevrimi için $\lambda_2=0$ olarak tanımlanır ve denklemler buna göre yeniden düzenlenerek hesaplamalar yapılır. Bose gazları için, boyutsuzlaştırılmış COP değerlerinin farklı r_A değerleri için τ ile değişimi Şekil 4.19'da verilmektedir.



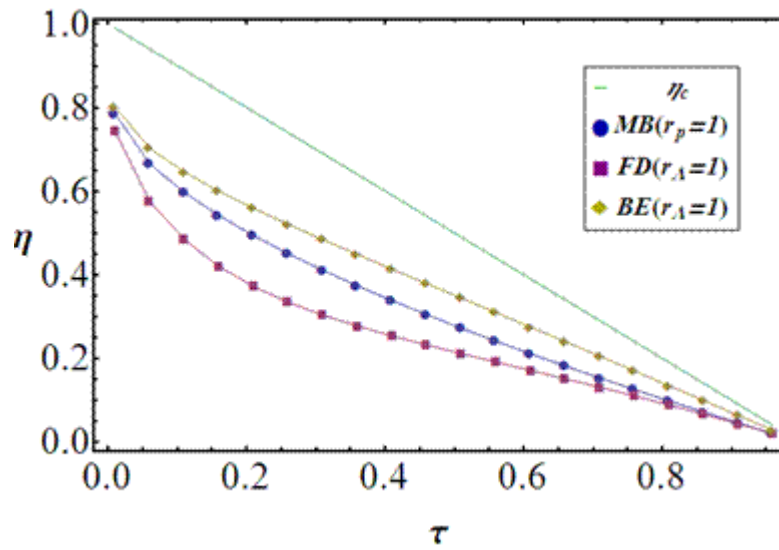
Şekil 4.19 : Bose gazlarında farklı r_A değerleri için COP değerlerinin a)soğutma çevrimi ve b) Isı pompası için τ ile değişimi.

Bose gazları için r_A 'ya göre Fermi gazlarına oranla daha belirgin ve ters bir değişim gözlenmektedir. Fermi gazlarında r_A 'nın azalması ile COP değerlerinde de az da olsa azalma gözlenirken, Bose gazlarında değerler artarak COP_{Carnot} 'ya yaklaşmaktadır. COP_{Carnot} 'ya en yakın değer Fermi gazları için $r_A=0.4$ 'de elde edilirken Bose gazlarında r_A 'ya ters bağımlılıktan dolayı $r_A=0.2$ 'de için COP_{Carnot} 'ya en yakın değer elde edilmiştir. Bunun nedeni, dejenereliğin artması ile ısı kapasitelerinin Bose gazı

için artarken, Fermi gazı için azalmasıdır. Bu durum Şekil 4.10'da verilen ısı kapasitelerine ait grafiklerden görülebilir.

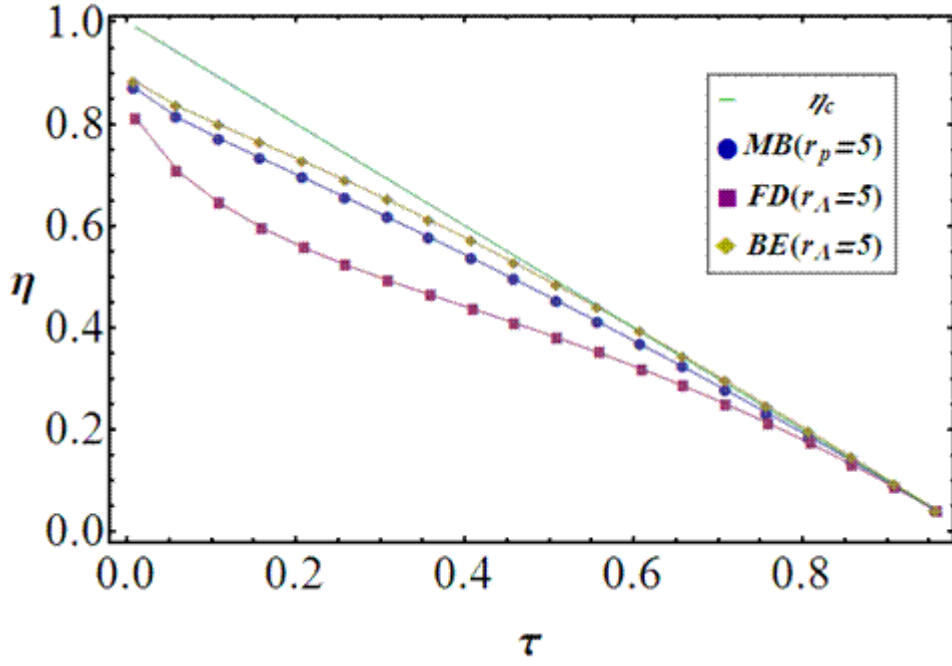
4.3 Kuantum Gazlarında Çevrim Analizi için Elde Edilen Sonuçların Maxwell Gazları ile Karşılaştırılması

Bu bölümde Maxwell, Fermi ve Bose gazları için elde edilen temel klasik termoölçek çevrimlerinin genel bir karşılaştırılmasının yapılabilmesi amacı ile her bir gaz için $r_p = 1$ (Maxwell gazı) ve $r_A = 1$ (Fermi ve Bose gazları) koşullarında elde edilen verim ifadeleri Şekil 4.20'de bir arada sunulmuştur.



Şekil 4.20 : Maxwell, Fermi ve Bose gazları için temel termoölçek güç çevrimi veriminin τ ile değişimi.

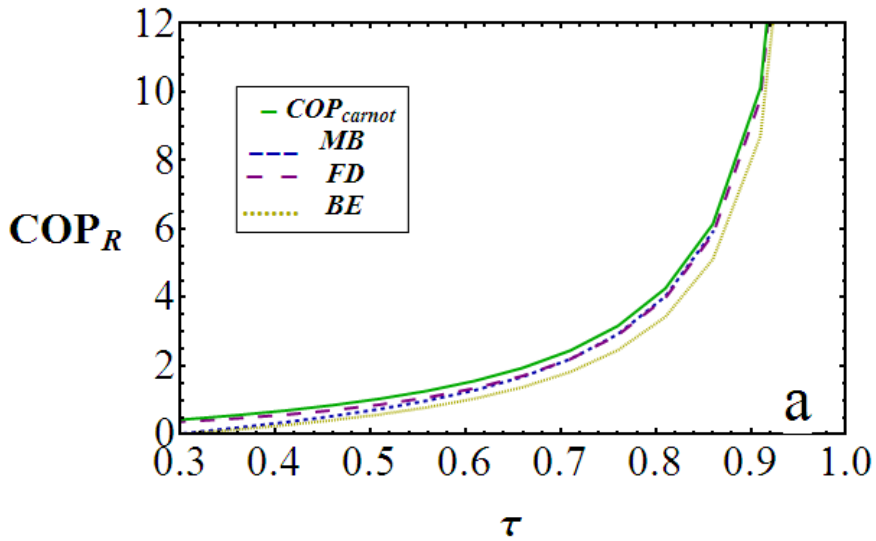
Şekil 4.20'de görüldüğü gibi, temel termoölçek çevrimi için en yüksek verim değerlerine Bose gazları için ulaşılmıştır. Daha önce belirtildiği gibi temel termoölçek çevrimi dışarıdan sıkıştırma ya da genleşme gibi hiçbir ilave süreç içermeksizin sadece termoölçek etkilerinin doğası sonucu ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle Şekil 4.20'den yararlanarak, termoölçek etkilerinin Bose gazlarında daha kuvvetli gözleneceği söylenebilir ki bu durum Bölüm 3'de elde edilen sonuçlarla uyum içerisindedir.

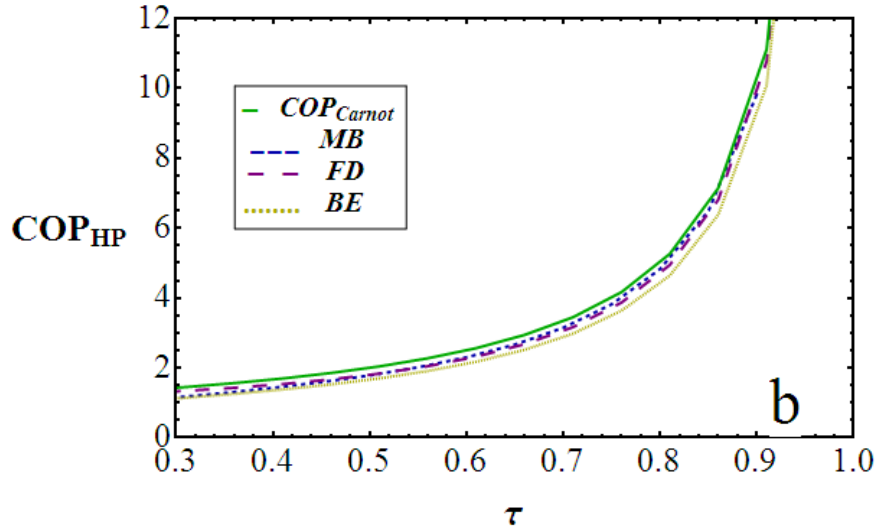


Şekil 4.21 : Maxwell, Fermi ve Bose gazları için geliştirilmiş termoölçek güç çevrimi veriminin τ ile değişimi.

Geliştirilmiş termoölçek güç çevrimi için yine en yüksek değerler Bose gazı için, en düşük değerler ise Fermi gazı için elde edilmiştir. Bu durum dejenerasyon etkisi nedeniyle ortaya çıkmaktadır ve tezin ilk bölümlerinde elde edilen sonuçlarla uyumludur.

Soğutma çevrimlerinde ise durum farklıdır. Soğutma çevrimleri ve ısı pompası için Maxwell, Fermi ve Bose gazlarında $r_A, r_p = 2$ için elde edilen sonuçlar Şekil 4.22'de sunulmaktadır.

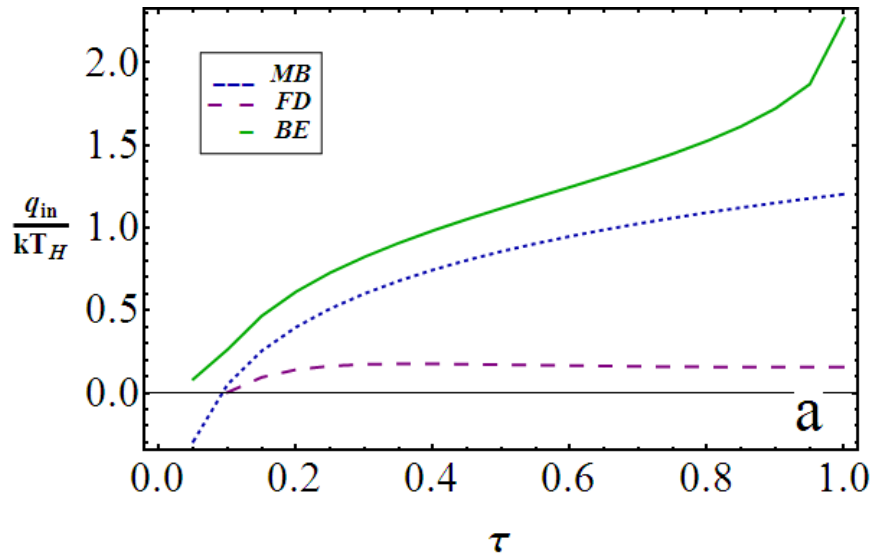


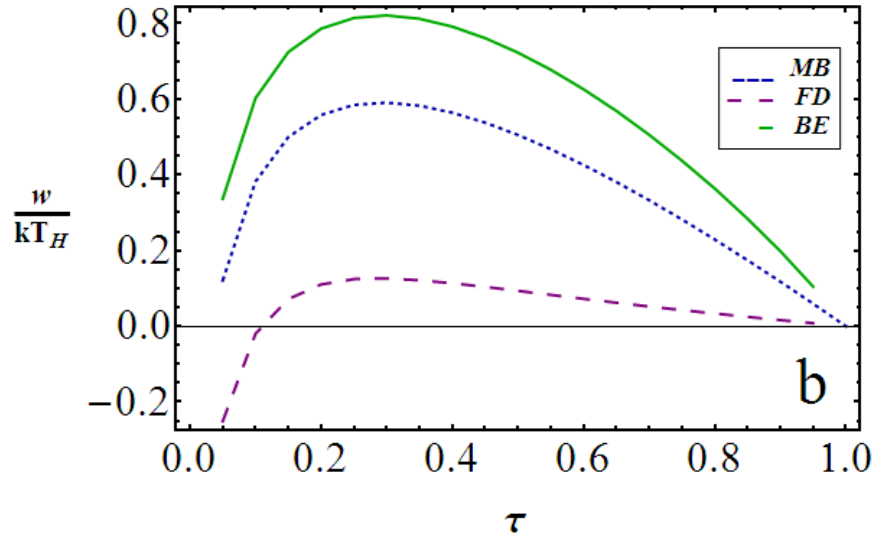


Şekil 4.22 : Maxwell, Fermi ve Bose gazları için a) soğutma çevrimi ve b) ısı pompası verimlerinin τ ile değişimi.

Şekil 4.22’de görüldüğü gibi üç gaz için de elde edilen sonuçlar birbirine yakındır. Soğutma çevrimlerinde dejenerelik etkisi güç çevriminde olduğu kadar ortaya çıkmamaktadır.

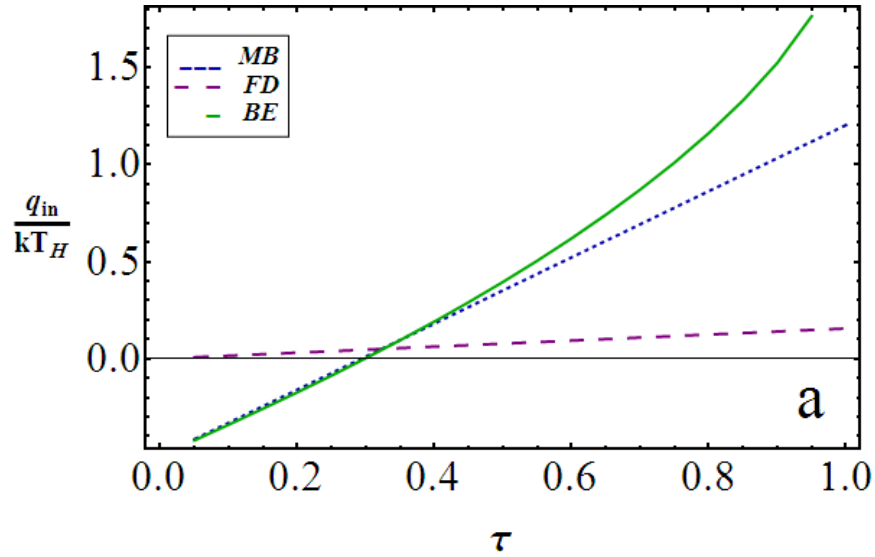
Isı pompası durumunda sıcak kaynağa aktarılan ısı en yüksek Bose gazında en düşük Fermi gazında olmaktadır, ($\tilde{q}_{41}^{BE} > \tilde{q}_{41}^{MB} > \tilde{q}_{41}^{FD}$). Ancak sisteme girilen ısı miktarları için de aynı durum söz konusu olduğundan, ($\tilde{w}^{BE} > \tilde{w}^{MB} > \tilde{w}^{FD}$), COP değerleri birbirine yakın değerler almıştır. Isı pompası için ısı ve iş miktarlarının τ ’ya göre değişimi Şekil 4.23’de verilmektedir.

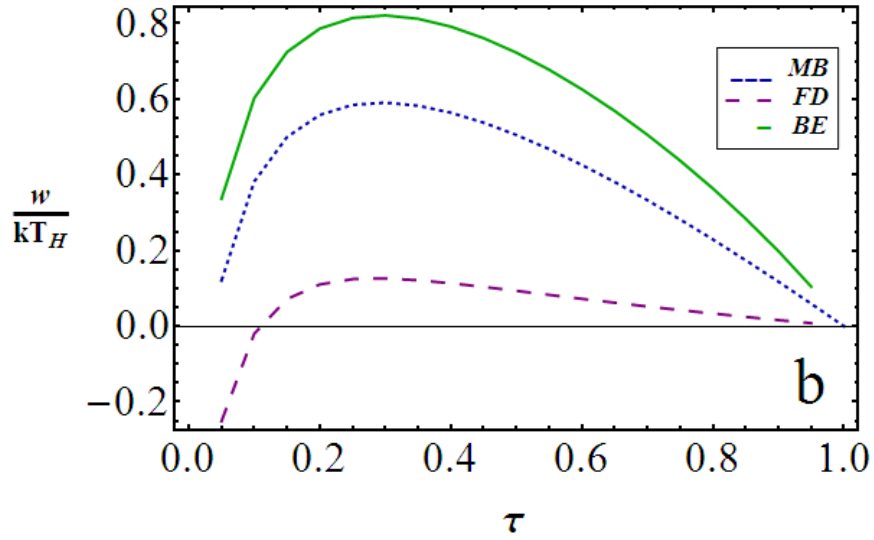




Şekil 4.23 : Maxwell, Fermi ve Bose gazları için ısı pompası durumunda sisteme giren a) ısı ve b) iş miktarlarının τ ile değişimi.

Aynı durum soğutma çevrimi için de geçerlidir. Soğuk kaynaktan çekilen ısı miktarına bakıldığında, en yüksek değer Bose gazı için elde edilirken sisteme girilmesi gereken iş miktarı da Bose gazı için en yüksek olmalıdır. Her üç gaz için oluşturulan çevrimde soğuk kaynaktan çekilen ısı ve sistem üzerine yapılması gereken iş miktarları arasındaki ilişki sırasıyla $\tilde{q}_{41}^{BE} > \tilde{q}_{41}^{MB} > \tilde{q}_{41}^{FD}$ ve $\tilde{w}^{BE} > \tilde{w}^{MB} > \tilde{w}^{FD}$ olup, Şekil 4.24'de τ 'ya bağlı olarak gösterilmiştir.





Şekil 4.24 : Maxwell, Fermi ve Bose gazları için soğutma çevrimi durumunda sisteme giren a) ısı ve b) iş miktarlarının τ ile değişimi.

4.4 Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde yapılanların bir özeti olarak, öncelikle Knudsen süreci için ısı kapasitesinin kuantum gazları için türetildiği belirtilmelidir. Bu sonuç çerçevesinde, CTSE'de meydana gelen değişiklikler tartışılmıştır. Klasik termoölçek etkilerinin Bose gazında daha kuvvetli olarak gözlemlenebileceği ve bu nedenden ötürü termoölçek etkisine dayanan temel ve geliştirilmiş çevrimlerde de Bose gazının kullanılmasının verimi arttıracacağı sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan analizlerde termoölçek etkisi ve güç çevrimleri için Fermi gazlarında düşük değerler alarak, Maxwell gazı için elde edilen değerlerin de altında yer almıştır.

Termoölçek etkilerine dayalı oluşturulan soğutma çevrimlerinde ise, dejenerasyonun sistem üzerinde önemli bir etki yaratmadığı görülmekle birlikte, Maxwell ve Fermi gazlarının az da olsa Bose gazlarına oranla daha iyi COP değerlerine sahip olduğu tespit edilmiştir. Böylelikle klasik termoölçek etkilerinin ve bu etkiye dayalı olarak oluşturulan güç ve soğutma çevrimlerinin analizleri Maxwell, Fermi ve Bose gazları için tamamlanmıştır. Bir sonraki bölümden itibaren klasik termoölçek etkileri (CTSE), kuantum ölçek etkileri (QSE) altında incelenecek ve bu hali ile kuantum termoölçek etkileri (QTSE) olarak yeniden adlandırılarak, QSE'lerin CTSE'ler üzerinde ortaya çıkardığı değişiklikler ve bu değişikliklerin mertebesi tartışılacaktır.

5. KLASİK TERMOÖLÇEK ETKİLERİNİN KUANTUM ÖLÇEK ETKİLERİ (QSE) ALTINDA ANALİZİ

5.1 Maxwell Gazları için Klasik Termoölçek Etkilerinin Kuantum Ölçek Etkileri Kapsamında Analizi

Kuantum ölçek etkilerinin klasik termoölçek etkileri üzerinde analizi yine Şekil 3.1'de verilen sistem üzerinden yapılacaktır. Bu bölümde kutunun Maxwell gazı ile dolu olduğu kabulü yapılmıştır.

Birinci bölümde de değinildiği gibi Şekil 3.1'deki sistem için, makro bölmede sabit basınç, nano bölmede Knudsen süreci oluşmaktadır. Makro bölmede sistemin ölçüleri, parçacıkların de Broglie dalga boyuna oranla çok büyük olduğundan kuantum ölçek etkileri çok zayıf kalacak ve ihmal edilebilir mertebede olacaktır. Bu durum Çizelge 2.1'de verilen ölçek etkili ifadelerden de rahatça görülebilir. L_x , L_y ve L_z makro boyutlarda olduğundan ölçek etkili terimler sıfıra gidecek ve ihmal edilebilir mertebede olacaktır. Bu durumda makro bölme için süreç ikinci bölümde olduğu gibi $(\vec{\nabla}p = 0)$ ifadesi ile tanımlanarak basınç ifadesi kuantum ölçek etkileri hesaba katılmadan kullanılmaya devam edilecektir.

Nano bölmede ise kuantum ölçek etkileri etkin haldedir ve hesaplamalara katılmalıdır. Bu bölme için eşitlikler kuantum ölçek etkileri altında yeniden yazılarak, hesaplamalar tekrarlanmalıdır. Gazların termodinamik ve transport özelliklerinin kuantum ölçek etkileri altında tanımlanmasına ilişkin literatürde çeşitli çalışmalar yapılmıştır. [60-61, 63-64, 66-67, 110]. Ancak Knudsen Kanunu'nun ölçek etkili ifadesi tanımlanmamıştır. Burada CTSE'lerin analizi için Knudsen Kanunu'nun ölçek etkileri göz önünde bulundurularak türetilmesi gerekmektedir. Bunun için yine Eşitlik (2.4)'de tanımlanan akı ifadesine dönülmeli ve g_{02}/g_{00} fonksiyonunun aşağıda verilen ölçek etkili formu kullanılmalıdır [110].

$$\frac{g_{02}}{g_{00}} = \frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)} \frac{\left[1 - \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(5/2)\Gamma(5/2)}{\Gamma(2)\Gamma(3)} \right]}{\left[1 - \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(5/2)\Gamma(5/2)}{\Gamma(2)\Gamma(2)} \right]} \quad (5.1)$$

Burada, $L_c(T) = h / (2\sqrt{2mkT})$ ve L_x sistemin x yönündeki uzunluğu olmak üzere, $\alpha_x(T) = L_c(T) / L_x$ olarak tanımlanmış olup ölçeğe bağlı terimleri temsil eden boyutsuz bir büyüklüktür.

Sistem uzunluğu yalnızca x yönünde nano ölçekli olduğundan α_x dışındaki diğer yönlere bağlı olabilecek ölçek etkili terimler ihmal edilerek sadece α_x 'e bağlı olarak devam edilecektir. (5.1)'de elde edilen ifade (2.4)'de yerine yazılarak ve (2.6)-(2.9) eşitlikleri yardımıyla ölçek etkili durumda nano bölme için kimyasal potansiyelin sıcaklıkla değişimi,

$$\frac{d\mu}{dT} = k_b \left(\frac{\mu}{k_b T} - \frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)} \frac{\left[1 - \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(5/2)\Gamma(5/2)}{\Gamma(2)\Gamma(3)} \right]}{\left[1 - \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(5/2)\Gamma(5/2)}{\Gamma(2)\Gamma(2)} \right]} \right) \quad (5.2)$$

olarak elde edilir. Gamma fonksiyonlarının değerleri EK C'de verilmektedir. Bu değerleri kullanarak,

$$\frac{d\mu}{dT} = \frac{\mu}{T} - 2k_b \frac{\left[1 - \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} \frac{9\pi}{32} \right]}{\left[1 - \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} \frac{3\pi}{8} \right]} \quad (5.3)$$

yazılabilir.

Eşitlik (2.12)'de, (5.3)'de tanımlanan ifade yerine yazılırsa ölçek etkili durum için,

$$\frac{\mu}{T} - 2k_b \frac{\left[1 - \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} \frac{9\pi}{32} \right]}{\left[1 - \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} \frac{3\pi}{8} \right]} = \frac{\partial \mu}{\partial T} - \frac{kT}{n} \frac{\partial n}{\partial T} \quad (5.4)$$

ifadesi elde edilir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta kimyasal potansiyelin Çizelge 2.2’de verilen ölçek etkili formunun kullanılmasıdır [61]. Ölçek etkili kimyasal potansiyel ifadesi ve türevleri, $\alpha_x = L_c(T)/L_x$ tanımı kullanılarak Eşitlik (5.4)’de yerine yazıldığında,

$$-2 \frac{\left[1 - \frac{\alpha_x(T) 9\pi}{\sqrt{\pi} 32} \right]}{\left[1 - \frac{\alpha_x(T) 3\pi}{\sqrt{\pi} 8} \right]} = -\frac{3}{2} + \frac{T}{n} \frac{\partial n}{\partial T} \quad (5.5)$$

ve n_3 ’den n_4 ’e ve T_L ’den T_H ’a integraller alındığında nano bölmede yoğunluğun sıcaklıkla değişimi

$$\frac{n_H}{n_L} = \sqrt{\frac{T_L}{T_H}} \left(\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_L) 3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_H) 3\sqrt{\pi}}{8}} \right) \quad (5.6)$$

biçiminde elde edilir. Yine ideal gaz denklemi yardımıyla, $p = nkT$, ölçek etkili durumda nano bölme için sabit büyüklük

$$\frac{p_H}{\sqrt{T_H}} \left(1 - \frac{\alpha_x(T_H) 3\sqrt{\pi}}{8} \right) = \frac{p_L}{\sqrt{T_L}} \left(1 - \frac{\alpha_x(T_L) 3\sqrt{\pi}}{8} \right) \quad (5.7)$$

olarak tanımlanır. Burada basınç ifadesinin Çizelge 2.2’de verilen ölçek etkili formu kullanılmalıdır [61] ve bu durumda her bir noktadaki basınç ifadesi;

$$p_{SH} = n_H k T_H \left(1 + \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} \right) = p_H \left(1 + \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} \right) \quad (5.8)$$

$$p_{SL} = n_L k T_L \left(1 + \frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \right) = p_L \left(1 + \frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \right) \quad (5.9)$$

şeklinde hesaplanır. (5.8) ve (5.9) yardımıyla (5.7) eşitliği

$$\frac{P_{SH}}{\sqrt{T_H}} \left(\frac{1}{1 + \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}}} \right) \left(1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8} \right) = \frac{P_{SL}}{\sqrt{T_L}} \left(\frac{1}{1 + \frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}}} \right) \left(1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8} \right) \quad (5.10)$$

formunu alır ve bu ifade $x \ll 1$ için $1/(1+x) \cong 1-x$ yaklaşımı altında,

$$\frac{P_{SH}}{\sqrt{T_H}} \left(1 - \alpha_x(T_H) \left(\frac{3\pi+8}{8\sqrt{\pi}} \right) \right) = \frac{P_{SL}}{\sqrt{T_L}} \left(1 - \alpha_x(T_L) \left(\frac{3\pi+8}{8\sqrt{\pi}} \right) \right) \quad (5.11)$$

eşitliğine indirgenerek nano bölme için sabit parametre

$$\frac{P}{\sqrt{T}} \left(1 - \alpha_x(T) \left(\frac{3\pi+8}{8\sqrt{\pi}} \right) \right) = \text{sabit} \quad (5.12)$$

olarak tanımlanır. Bu ifade Knudsen Kanunu'nun kuantum ölçek etkilerinin göz önüne alınması durumunda elde edilen formudur. (5.12)'de ölçek etkilerini temsil eden parantez içerisindeki ikinci terim ihmal edildiğinde Knudsen kanununun orijinal formuna dönüşür. Makro bölme için ölçek etkileri ihmal edilebilecek mertebede olduğundan bu bölme için ikinci bölümde kullanılan ifadeler tamamıyla geçerlidir. Makro ve nano bölmeler için kullanılacak eşitlikler Çizelge 5.1'de özetlenmiştir.

Çizelge 5.1 : Makro ve Nano bölmeler için gerekli termodinamik büyüklükler.

Makro Bölme
$p = \text{sabit}$
$n_H = \tau n_L$
$\mu = -kT \ln \left(\frac{CT^{3/2}}{n} \right)$
Nano Bölme
$\frac{P}{\sqrt{T}} \left(1 - \alpha_x(T) \left(\frac{3\pi+8}{8\sqrt{\pi}} \right) \right) = \text{sabit}$
$\frac{n_H}{n_L} = \sqrt{\frac{T_L}{T_H}} \left(\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}} \right)$
$\mu_{QSE} = \mu + kT \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} = -kT \ln \left(\frac{CT^{3/2}}{n} \right) + kT \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}}$

Şekil 3.1’de 2-3 noktaları arasında termodinamik denge koşulu ölçek etkili durumda da varlığını sürdürmekte ve dolayısıyla $\mu_2 = \mu_3$ ifadesi halen yazılabilmektedir. Ancak Çizelge 5.1’de özetlendiği gibi her iki bölmedeki kimyasal potansiyel ifadeleri farklı olduğundan kimyasal potansiyellerin eşitliği artık yoğunlukların eşitliğine karşılık gelmemektedir. Bir başka deyişle $\mu_2 = \mu_3$ olmasına karşın birinci bölümde var olan $n_2 = n_3$ eşitliği geçerliliğini yitirmiştir. Bu durum literatürde tanımlanan ölçege bağlı difüzyon kavramının da temelini oluşturmaktadır [61]. Ancak kimyasal potansiyellerin eşitliğinden yola çıkılarak 2 ve 3 noktaları arasındaki yoğunluk ilişkisi elde edilebilir.

$$\mu_2 = \mu_3 \Rightarrow kT \ln\left(\frac{CT_L^{3/2}}{n_2}\right) = -kT \ln\left(\frac{CT_L^{3/2}}{n_3}\right) + kT \frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \quad (5.13)$$

ve buradan

$$n_3 = n_2 \exp\left(\frac{-\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}}\right) \quad (5.14)$$

2-3 noktaları arasındaki yoğunluk ilişkisi elde edilerek, her bir noktadaki yoğunluk ifadesi seçilen bir noktanın yoğunluğu cinsinden ifade edilebilir. Burada Çizelge 5.1’de sunulan yoğunluk ifadeleri yardımıyla her bir noktanın yoğunluğu n_2 cinsinden aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$n_1 = \tau n_2 \quad (5.15)$$

$$n_4 = n_2 \exp\left(\frac{-\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}}\right) \sqrt{\tau} \left[\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}} \right] \quad (5.16)$$

Buradan hareketle 1 ve 4 noktaları için kimyasal potansiyeller sırasıyla,

$$\mu_1 = -kT_H \ln\left(\frac{CT_H^{3/2}}{n_2 \tau}\right) \quad (5.17)$$

$$\mu_4 = -kT_H \ln \left(CT_H^{3/2} / n_2 \exp \left(\frac{-\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \right) \sqrt{\tau} \left[\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}} \right] \right) + kT_H \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} \quad (5.18)$$

olarak hesaplanır. Daha önce belirtildiği gibi 4 noktası için kuantum ölçek etkileri ihmal edilemez durumdadır ve bu nokta için Çizelge 5.1’de verilen ölçek etkili kimyasal potansiyel ifadesi kullanılmıştır. 1 noktası için kuantum ölçek etkileri çok küçük kalacağından ihmal edilerek Eşitlik (2.11)’de tanımlanan kimyasal potansiyel ifadesi yardımıyla kimyasal potansiyel hesaplaması yapılmıştır. Böylece 4 ve 1 noktaları arasındaki ölçek etkili kimyasal potansiyel fark,

$$\mu_4 - \mu_1 = -kT_H \ln \left(\tau^{1/2} \exp \left(\frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \right) \left[\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}} \right] \right) + kT_H \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} \quad (5.19)$$

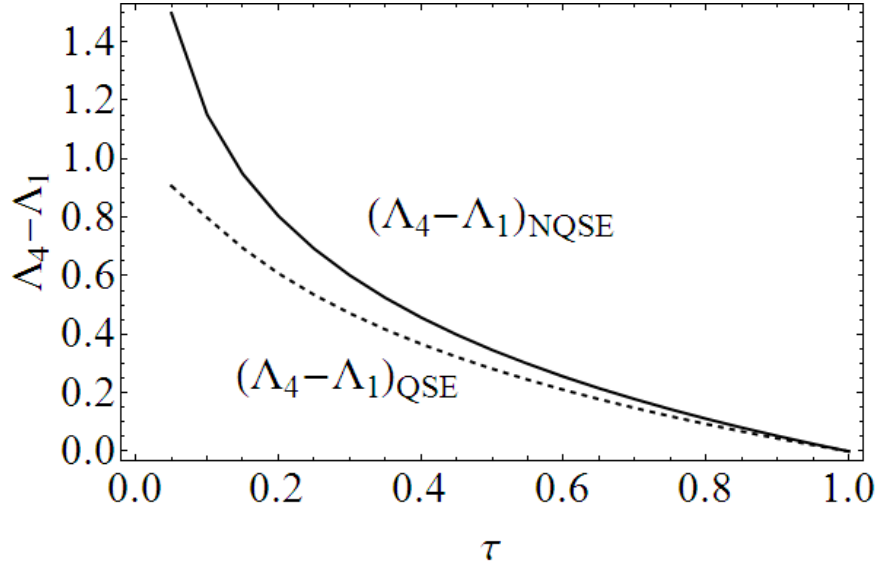
biçiminde elde edilir. Elde edilen ifadenin sağlaması ölçek etkili terimler sıfıra götürülerek yapılabilir. Bu durumda Eşitlik (5.19)’da verilen kimyasal potansiyel fark ifadesi Eşitlik (3.8)’de verilen ifadeye indirgenir.

Ölçeğe bağlı terimlerin etkisini görebilmek için Eşitlik (5.19), Eşitlik (3.8) ifadesine benzer biçimde yazılarak (5.20)’de sunulmuştur.

$$\mu_4 - \mu_1 = -\frac{1}{2} kT_H \ln(\tau) - kT_H \frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} (1 - \sqrt{\tau}) - kT_H \ln \left(\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}} \right) \quad (5.20)$$

(5.20)’de eşitliğin sağ tarafında yer alan ilk terim kuantum ölçek etkilerinin ihmal edildiği durum için Eşitlik (3.8)’de elde edilen kimyasal potansiyel fark ifadesidir. 2. ve 3. terimler ise ölçeğe bağlı olup, kuantum ölçek etkilerini temsil etmektedirler.

Şekil 5.1’de kuantum ölçek etkilerinin, CTSE’leri üzerinde oluşturduğu farkı görebilmek için, kimyasal potansiyelin kuantum ölçek etkilerinin hesaplamalara katıldığı ve katılmadığı durumlar için elde edilen formu τ ’ya bağlı olarak sunulmuştur.



Şekil 5.1 : Kuantum ölçek etkilerinin hesaplamalara katıldığı ve katılmadığı (CTSE) durumda elde edilen kimyasal potansiyel farkın τ 'ya göre değişimi.

Şekil 5.1'den görülebileceği gibi kimyasal potansiyeller arasındaki fark $\tau = 0.1$ için maksimum değerini alarak %35'e ulaşmaktadır. Bir başka deyişle kuantum ölçek etkileri yüksek sıcaklık gradyanları altında baskın hale gelmekte ve ihmal edilemez mertebelere ulaşmaktadır. Ancak şekilden de görüldüğü gibi CTSE'ler için oluşan kimyasal potansiyel farkı azaltıcı yönde rol almaktadırlar.

Benzer biçimde ölçek etkili entropi ifadelerinin de elde edilmesi sistemin fiziksel yapısının kavranması açısından kolaylık sağlayacaktır. Entropi ifadesi Eşitlik (4.2)'de kimyasal potansiyel cinsinden tanımlanmıştır. Bu ifade burada makro bölme için geçerliliğini sürdürmektedir. Ancak nano bölmede ölçek etkilerinin göz önüne alınması gerektiğinden nano bölme için ölçek etkili entropi ifadesi yazılmalıdır.

[60]'da tanımlandığı biçimiyle ölçek etkili entropi,

$$s = -\frac{\mu}{T} + \frac{5k}{2} - \frac{k}{2} \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} = k \ln \left(\frac{CT^{3/2}}{n} \right) + \frac{5k}{2} - \frac{k}{2} \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} \quad (5.21)$$

biçiminde verilebilir.

(5.15) ifadesinin Eşitlik (4.2)'de yerine yazılması ile 1 noktası için entropi,

$$s_1 = k \ln \left(\frac{CT_H^{3/2}}{n_1} \right) + \frac{5k}{2} = k \ln \left(\frac{CT_H^{3/2}}{\tau n_2} \right) + \frac{5k}{2} \quad (5.22)$$

ve (5.16) ifadesinin (5.21)'de kullanılması ile 4 noktasında entropi;

$$s_4 = k \ln \left(\frac{CT_H^{3/2}}{n_4} \right) + \frac{5k}{2} - \frac{k}{2} \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}}$$

$$= k \ln \left(CT_H^{3/2} / n_2 \exp \left(\frac{-\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \right) \sqrt{\tau} \left[\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}} \right] \right) + \frac{5k}{2} - \frac{k}{2} \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} \quad (5.23)$$

biçiminde n_2 'ye bağlı olarak hesaplanır. İki nokta arasında oluşacak entropi farkı ise,

$$s_4 - s_1 = k \ln \left(\sqrt{\tau} \exp \left(\frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \right) \left[\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}} \right] \right) - \frac{k}{2} \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} \quad (5.24)$$

biçiminde elde edilir. Ölçeğe bağlı terimlerin etkisini görebilmek için

$$s_4 - s_1 = \frac{1}{2} k \ln(\tau) + k \frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} (1 - \sqrt{\tau}) + k \ln \left(\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}} \right) \quad (5.25)$$

biçiminde yazıldığında sağ taraftaki ilk terim ölçek etkisiz entropi farkını, 2. ve 3. terimler ise kuantum ölçek etkilerini temsil etmektedirler. Kuantum ölçek etkilerinin ihmal edilebilmesi durumunda son 2 terimin ortadan kalkarak entropi ifadesinin birinci bölümde verilen formuna indirgeneceği kolaylıkla görülebilir.

5.2 Klasik termoölçek Çevrimlerinin Kuantum Ölçek Etkileri Altında Yeniden Analizi

Bu kısımda Bölüm 3.2'de tanımlanan temel klasik termoölçek çevriminin kuantum ölçek etkileri altında yeniden analizi yapılacak, Bölüm 5.1'de elde edilen ölçek etkili sonuçlar doğrultusunda sistem ve dolayısıyla çevrim karakteri üzerinde meydana gelen değişimler irdelenecektir.

Ölçek etkilerinin 4-1 noktaları arasında oluşan kimyasal potansiyel fark ve entropi üzerindeki etkileri Bölüm 5.1'de incelenmiştir. Buna ilave olarak ölçek etkilerinin

sistem üzerinde oluşturduğu bir diğer fark soğuk bölmede gözlenmektedir. Birinci bölümde soğuk bölgede oluşan termodinamik denge durumu burada ölçek etkilerinin devreye girmesi ile ortadan kalkmaktadır. Bir diğer deyişle 2-3 noktaları arasında kimyasal potansiyeller ve sıcaklık değerleri birbirine eşit olmalarına rağmen yoğunlukların farklı olması nedeniyle bir entropi sıçraması ortaya çıkmaktadır. Bu durum her bir nokta için entropi ifadesinin yazılması ile kolayca görülebilir.

2 noktası için yine (4.2) eşitliği kullanılarak,

$$s_2 = k \ln \left(\frac{CT_L^{3/2}}{n_2} \right) + \frac{5k}{2} \quad (5.26)$$

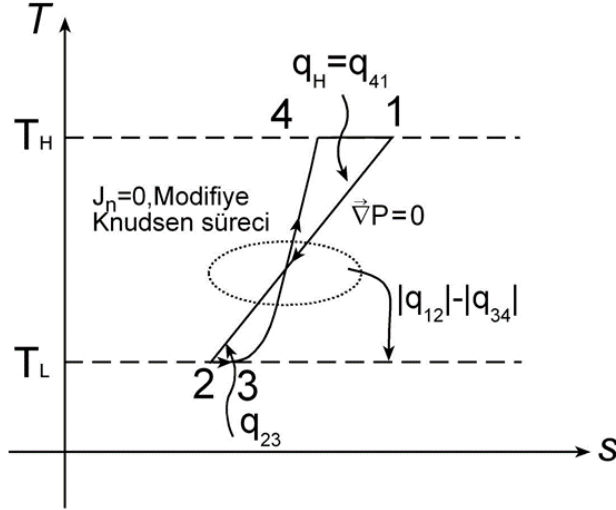
biçiminde elde edilir. 3 noktası için ise Eşitlik (5.21) ve (5.14) yardımıyla,

$$s_3 = k \ln \left(\frac{CT_L^{3/2}}{n_3} \right) + \frac{5k}{2} - \frac{k}{2} \frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} = k \ln \left(\frac{CT_L^{3/2}}{n_2 \exp \left(\frac{-\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \right)} \right) + \frac{5k}{2} - \frac{k}{2} \frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \quad (5.27)$$

olarak hesaplanır. Bu durumda her iki nokta arasında oluşan entropi farkı aşağıda verildiği biçimde elde edilir.

$$s_3 - s_2 = \frac{k}{2} \frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \quad (5.28)$$

Eşitlik (5.28)'den görüldüğü gibi kuantum ölçek etkilerinin olmadığı durum için elde edilen $s_3 = s_2$ koşulu bozulmuş, 2-3 noktaları arasında bir entropi sıçraması meydana gelmiştir. Oluşan çevrimin T-s diyagramı Şekil 5.2'de sunulmaktadır.



Şekil 5.2 : Kuantum ölçek etkileri altında analiz edilen temel termoölçek güç çevriminin T-S diyagramı. Modifiye Knudsen süreci Eşitlik (5.12) ile temsil edilmektedir.

Oluşan entropi sıçramasına bağlı olarak, 2-3 noktaları arasında Şekil 4.1’de elde edilen çevrimdekenden farklı biçimde ilave bir izotermal süreç olarak T-s diyagramında yerini almış ve çaprazlamaya neden olmuştur. Bu durumda çevrim iki izotermal, bir izobarik ve bir Knudsen sürecinden oluşmaktadır ve hem soğuk hem de sıcak kaynaktan ısı alır durumdadır. Sisteme soğuk kaynaktan ısı girişi efektif bir çevrim için ideal bir durum olmamakla birlikte, hala bir güç çevrimi oluşturmaktadır. Ancak Bölüm 4’de tartışılan temel güç çevrimine göre verimde düşüğe neden olacaktır.

Buna ilave olarak, her bir süreç ayrı ayrı incelendiğinde 1-2 ve 4-1 süreçlerinde çevrim karakteri açısından bir değişim gözlenmemekle birlikte, 3-4 sürecinde modifiye Knudsen süreci olarak tanımlanan ve Eşitlik (5.12)’de verilen ifadedeki ölçek etkili terimlere bağlı olarak T-s diyagramında bir bükülme gözlenmiştir.

Çevrimin detaylı analizi için gerekli ısı hesaplamaları aşağıda verilmiştir.

(1-2) süreci, makro bölmede kuantum ölçek etkileri ihmal edildiğinden herhangi bir değişime uğramadan varlığını sürdürmüştür ve q_{12} birinci bölümde hesaplanan haliyle kullanılabilir durumdadır.

4-1 izotermal süreci için ise, (4.1)’de verilen q_{41} tanımından hareketle, (s_1-s_4) farkı daha önce Eşitlik (5.25)’de elde edilmiş olduğundan ısı ifadesi aşağıdaki biçimde kolayca hesaplanabilir.

$$q_{41} = -kT_H \left[\ln \left(\sqrt{\tau} \exp \left(\frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \right) \left[\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}} \right] \right) - \frac{1}{2} \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} \right] \quad (5.29)$$

Yukarıda belirtildiği gibi, kuantum ölçek etkili durumda 2 ve 3 noktaları arasında termodinamik denge koşulu ortadan kalkmış, birinci bölümde var olan $q_{23} = 0$ durumu bozulmuştur. 2-3 noktaları arasında parçacık başına ısı transferi q_{41} 'e benzer biçimde

$$q_{23} = \int_2^3 T ds = T_L (s_3 - s_2) = \frac{kT_L}{2} \frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \quad (5.30)$$

olarak elde edilir. Eşitlik (5.30)'da ölçeğe bağlı terimler ihmal edildiğinde eşitliğin $q_{23} = 0$ ifadesine indirgeneceği görülebilir.

(3-4) sürecinde ise ısı alışverişi, yine $q_{34} = \int_3^4 T ds$ ifadesi ile hesaplanır. Ancak burada ds kuantum ölçek etkileri göz önünde bulundurularak hesaplanmalıdır. Bir başka deyişle, ds/dT türevi Eşitlik (5.12)'de verilen modifiye Knudsen koşulu altında alınmalı ve böylece ds 'in ölçek etkili durumda dT 'ye bağlı ifadesi elde edilmelidir.

Bunun için (5.21) ile verilen entropi ifadesi (5.5) eşitliğine benzetilmeye çalışılarak,

$$s = k \ln \left(\frac{CT^{3/2}}{n} \frac{kT}{kT} \right) + \frac{5k}{2} - \frac{k}{2} \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} + k \ln \left[1 - \frac{\alpha_x(T)3\sqrt{\pi}}{8} \right] - k \ln \left[1 - \frac{\alpha_x(T)3\sqrt{\pi}}{8} \right] \quad (5.31)$$

$C = (2\pi m k_b / h^2)^{3/2}$ ve $D = C k$ olmak üzere,

$$s = k \ln \left(\frac{D T T^{1/2}}{P} \right) + \frac{5k}{2} - \frac{k}{2} \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} + k \ln \left[1 - \frac{\alpha_x(T)3\sqrt{\pi}}{8} \right] - k \ln \left[1 - \frac{\alpha_x(T)3\sqrt{\pi}}{8} \right] \quad (5.32)$$

elde edilir ve buradan,

$$s = -k \ln \left[\frac{1}{DT} \right] - k \ln \left[\frac{P}{T^{1/2}} \left(1 - \frac{\alpha_x(T) 3\sqrt{\pi}}{8} \right) \right] + \frac{5k}{2} - \frac{k}{2} \frac{\alpha_x(T)}{\sqrt{\pi}} - k \ln \left[1 - \frac{\alpha_x(T) 3\sqrt{\pi}}{8} \right] \quad (5.33)$$

şeklinde yazılabilir. (5.33)'de eşitliğin sağ tarafındaki ikinci terimin sabit tutulma koşulu altında türev alınırsa,

$$ds = \left[\frac{2k}{T} + \frac{k}{2} \frac{\alpha_x(T)}{2T} + k \frac{\alpha_x(T) 3\sqrt{\pi}}{16T} \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha_x(T) 3\sqrt{\pi}}{8} \right)} \right] dT \quad (5.34)$$

ifadesi elde edilir. Bu durumda q_{34} ,

$$q_{34} = \int_3^4 T ds = \int_3^4 \left(2k + \frac{k}{4} \frac{\alpha_x(T)}{T} + k \frac{\alpha_x(T) 3\sqrt{\pi}}{16T} \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha_x(T) 3\sqrt{\pi}}{8} \right)} \right) dT \quad (5.35)$$

biçiminde yazılarak, T_L 'den T_H 'a integral alındığında,

$$q_{34} = 2kT_H (1 - \tau) + kT_H \left(\frac{3\sqrt{\pi} + 4}{8} \right) \alpha_x(T_H) (1 - \sqrt{\tau}) \quad (5.36)$$

olarak elde edilir.

Eşitlik (5.35)'de parantez içerisindeki ifade, ölçek etkili Knudsen sürecinde (modifiye Knudsen) ısı kapasitesi $C_{J_N=0}$ ifadesini tanımlamaktadır.

$$C_{J_N=0} = 2k + \frac{k}{4} \frac{\alpha_x(T)}{T} + k \frac{\alpha_x(T) 3\sqrt{\pi}}{16T} \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha_x(T) 3\sqrt{\pi}}{8} \right)} \quad (5.37)$$

Burada, kuantum ölçek etkilerinin ihmal edilmesi durumunda Bölüm 3’de tanımlanan klasik durumdaki Knudsen sürecinin ısı kapasitesine, ($C_{P/\sqrt{T}} = 2k$), indirgenir.

Her bir süreç için ısı ifadesi kT_H 'a bölünerek boyutsuzlaştırılabilir ve $\alpha_x(T_L) = \alpha_x(T_H)/\tau$ dönüşümü ile T_H ve τ cinsinden ifade edilebilir. Boyutsuz ısı ifadeleri aşağıda özetlenmiştir

$$\tilde{q}_{41} = -\ln \left[\sqrt{\tau} \exp \left(\frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi} \sqrt{\tau}} \right) \left(\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H) 3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_H) 3\sqrt{\pi}}{8\sqrt{\tau}}} \right) \right] + \frac{1}{2} \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} \quad (5.38)$$

$$\tilde{q}_{12} = -\frac{5}{2}(1-\tau) \quad (5.39)$$

$$\tilde{q}_{23} = \frac{\sqrt{\tau} \alpha_x(T_H)}{2 \sqrt{\pi}} \quad (5.40)$$

$$\tilde{q}_{34} = 2(1-\tau) + \alpha_x(T_H) \left(\frac{3\sqrt{\pi} + 4}{8} \right) (1 - \sqrt{\tau}) \quad (5.41)$$

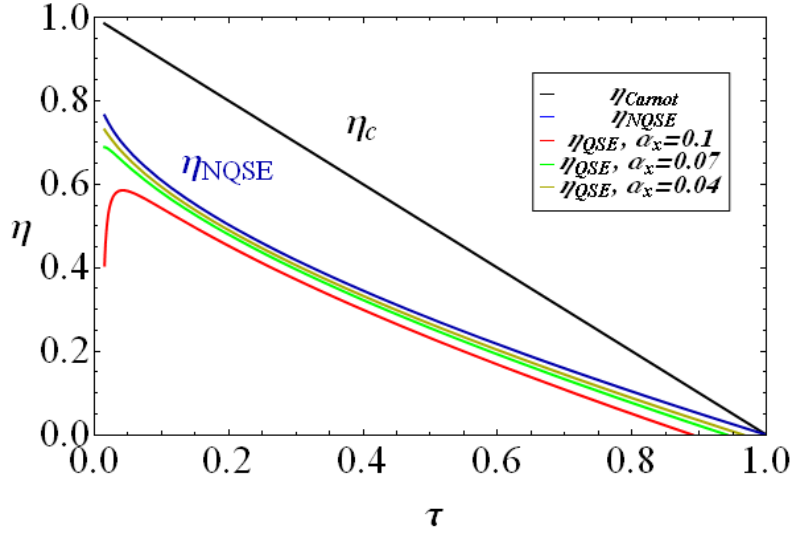
Boyutsuz ısı ifadeleri kullanılarak boyutsuz iş, $\tilde{w} = -(\tilde{q}_{41} + \tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{23} + \tilde{q}_{34})$ ve sisteme giren ısı, $\tilde{q}_{in} = \tilde{q}_{41} + \tilde{q}_{23}$ olmak üzere verim

$$\eta = \frac{\tilde{w}}{\tilde{q}_{in}} = 1 + \frac{\frac{1}{2}(1-\tau) + \alpha_x(T_H) \left(\frac{3\sqrt{\pi} + 4}{8} \right) (1 - \sqrt{\tau})}{\ln \left[\sqrt{\tau} \exp \left(\frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi} \sqrt{\tau}} \right) \left(\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H) 3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_H) 3\sqrt{\pi}}{8\sqrt{\tau}}} \right) \right] - \frac{1}{2} \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} - \frac{\tau \alpha_x(T_H)}{2 \sqrt{\pi} \sqrt{\tau}}} \quad (5.42)$$

olarak elde edilir.

(5.42)'de ölçek etkileri ihmal edildiğinde, verim ifadesi Eşitlik (4.13)'de elde edilen forma indirgenir.

Kuantum ölçek etkilerinin göz önüne alındığı (5.42) ve alınmadığı durum için, Eşitlik (4.13), elde edilen verim ifadelerinin karşılaştırılması farklı α_x değerlerine göre Şekil 5.3'de sunulmaktadır.



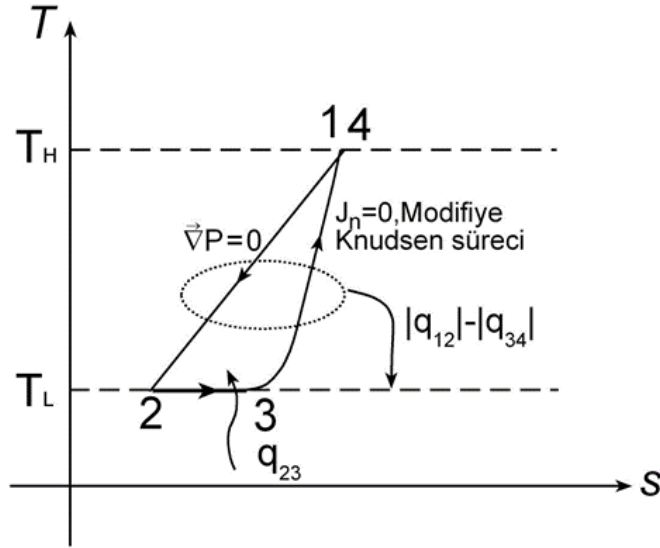
Şekil 5.3 : Farklı α_x değerleri için kuantum ölçek etkili durumlardaki verim değerlerinin, klasik durum ile karşılaştırılması.

Şekil 5.3'den de görüldüğü gibi kuantum ölçek etkileri altında verim düşmektedir. α_x 'in yüksek değerlerinde bir başka deyişle kuantum ölçek etkilerinin kuvvetli olduğu durumda çevrim sınırlı bir sıcaklık aralığı için anlamlı olmakta ve verim $\tau = 0.1$ için maksimum $\eta_{QSE} = 0.6$ değerini almaktadır. α_x 'in düşmesi ile ki bu durum kuantum ölçek etkilerinin etkisini kaybetmeye başlaması anlamına gelmektedir, verim değerleri iyileşerek beklenildiği gibi QSE'lerin göz önüne alınmadığı durumdaki değere yakınsamaktadır.

Kuantum ölçek etkileri ile gözlenen verim düşmesinin nedeni, başta 2-3 sürecindeki entropi sıçraması olmak üzere ölçeğe bağlı olarak gözlenen değişimlerdir. Özellikle 2-3 sürecinde gerçekleşen soğuk kaynaktan ısı alımı, verim düşüşüne ilave olarak anlamlı bir güç çevriminin tasarlanmasını da zorlaştırmaktadır. Bu nedenle, kuantum ölçek etkileri göz önüne alındığında termoölçek etkilerine dayanan çevrimin soğutma çevrimi biçiminde tasarlanması daha uygun olabilir.

Bunun için Bölüm 4.1.2'dekine benzer biçimde soğuk bölgede var olan sıkıştırma sürecini yine basınçların oranı ile oynayarak etkin bir soğutma çevrimi tasarlanabilir.

Kuantum ölçek etkili ve ölçek etkisiz durumlar arasında karşılaştırmanın rahat yapılabilmesi için burada basınçların oranını temsilen yine r_p parametresi kullanılacaktır. Kuantum ölçek etkilerinin de hesaplamalara katıldığı klasik ölçek etkilerine dayanan olası bir soğutma çevriminin T-s grafiği Şekil 5.4'de sunulmaktadır.



Şekil 5.4 : Kuantum ölçek etkileri altında analiz edilen termoölçek soğutma çevriminin T-s diyagramı. Modifiye Knudsen süreci Eşitlik (5.12) ile temsil edilmektedir.

Soğuk bölgede yoğunluklar arası ilişki r_p 'ye bağlı olarak;

$$n_3 = r_p n_2 \exp\left(\frac{-\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}}\right) \quad (5.43)$$

biçiminde yazılabilir. Burada $r_p = 1$ durumu yukarıda tartışılan temel çevrimin denge durumuna karşılık gelmektedir.

1 noktasının yoğunluk ve kimyasal potansiyel ifadeleri r_p 'den bağımsız biçimde kalmakta ve Eşitlik (5.15) ve (5.17)'de verildiği biçimiyle korunmaktadır. 4 noktasına ait büyüklükler ise r_p 'ye bağlı olarak aşağıdaki gibi yeniden yazılmalıdır.

$$n_4 = r_p n_2 \exp\left(\frac{-\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}}\right) \sqrt{\tau} \left[\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}} \right] \quad (5.44)$$

$$\mu_4 = -kT_H \ln \left(CT_H^{3/2} / r_p n_2 \exp \left(\frac{-\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \right) \sqrt{\tau} \left[\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}} \right] \right) + kT_H \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} \quad (5.45)$$

Bu durumda 4 ve 1 noktaları arasındaki ölçek etkili kimyasal potansiyel fark r_p 'ye bağlı olarak,

$$\mu_4 - \mu_1 = -kT_H \ln \left(\frac{\tau^{1/2}}{r_p} \exp \left(\frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} \right) \left[\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}} \right] \right) + kT_H \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} \quad (5.46)$$

biçiminde elde edilir ve Eşitlik (4.21)'de r_p 'ye bağlı olarak tanımlanan kimyasal potansiyel fark ifadesine benzer biçimde,

$$\mu_4 - \mu_1 = -\frac{1}{2} kT_H \ln \left(\frac{\tau}{r_p} \right) - kT_H \frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} (1 - \sqrt{\tau}) - kT_H \ln \left(\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}} \right) \quad (5.47)$$

olarak yazılabilir. Burada ölçeğe bağlı terimlerin ihmal edilmesi durumunda (5.47)'nin Eşitlik (4.21) ile tamamen aynı olduğu kolayca görülebilir.

r_p 'ye bağlı entropi farkları ise,

$$s_4 - s_1 = \frac{1}{2} k \ln \left(\frac{\tau}{r_p} \right) + k \frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} (1 - \sqrt{\tau}) + k \ln \left(\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_L)3\sqrt{\pi}}{8}} \right) \quad (5.48)$$

$$s_3 - s_2 = \frac{k}{2} \frac{\alpha_x(T_L)}{\sqrt{\pi}} - k \ln(r_p) \quad (5.49)$$

olarak ifade edilir. Eşitlik (5.47)-(5.51)'de verilen ifadelerin sağlanması da $r_p = 1$ için (5.20), (5.25) ve (5.28) ifadeleri ile karşılaştırılarak yapılabilir. \tilde{q}_{41} ve \tilde{q}_{23} ifadeleri (5.43) ve (5.44) kullanılarak aşağıdaki biçimde elde edilirler.

$$\tilde{q}_{41} = -\ln \left[\frac{\sqrt{\tau}}{r_p} \exp \left(\frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi} \sqrt{\tau}} \right) \left(\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H) 3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_H) 3\sqrt{\pi}}{8\sqrt{\tau}}} \right) \right] + \frac{1}{2} \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} \quad (5.50)$$

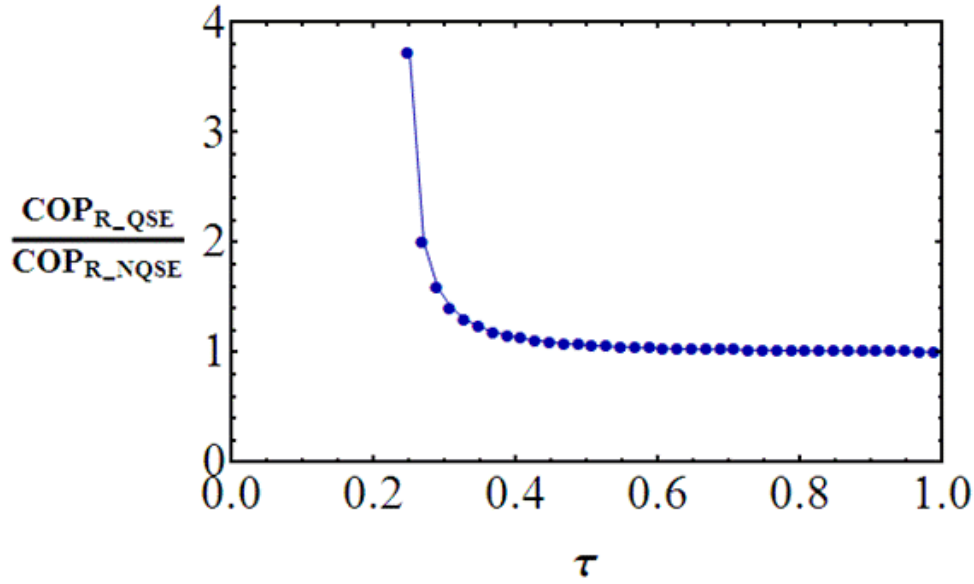
$$\tilde{q}_{23} = \frac{\sqrt{\tau}}{2} \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} - \tau \ln(r_p) \quad (5.51)$$

\tilde{q}_{12} ve \tilde{q}_{34} eşitlikleri ise r_p 'ye bağlı olmamakta ve Eşitlik (5.37)'de verildikleri biçimde kullanılmaktadırlar.

Boyutsuz iş, $\tilde{w} = -(\tilde{q}_{41} + \tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{23} + \tilde{q}_{34})$ ve sistemden çekilen ısı, $\tilde{q}_L = \tilde{q}_{12} + \tilde{q}_{23} + \tilde{q}_{34}$ olmak üzere COP_R ,

$$COP_R = \frac{|\tilde{q}_L|}{\tilde{w}} = \left(\frac{(1-\tau)}{2} - \alpha_x(T_H) \left(\frac{3\sqrt{\pi}+4}{8} \right) (1-\sqrt{\tau}) - \frac{\sqrt{\tau}}{2} \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} + \tau \ln(r_p) \right) \times \left(-\ln \left[\frac{\sqrt{\tau}}{r_p} \exp \left(\frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi} \sqrt{\tau}} \right) \left(\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H) 3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_H) 3\sqrt{\pi}}{8\sqrt{\tau}}} \right) \right] - \frac{(1-\tau)}{2} + \alpha_x(T_H) \left(\left(\frac{3\sqrt{\pi}+4}{8} \right) (1-\sqrt{\tau}) + \frac{(1+\sqrt{\tau})}{2\sqrt{\pi}} \right) - \tau \ln(r_p) \right)^{-1} \quad (5.52)$$

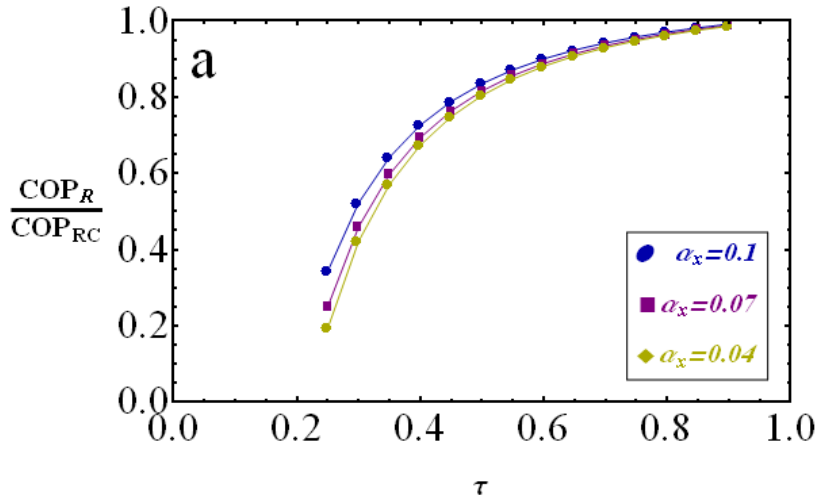
elde edilir. Eşitlik (5.52)'de elde edilen ifadenin (4.27)'de verilen ifadeye oranı Şekil 5.4'de sunulmaktadır. Şekilde COP_{R_QSE} ve COP_{R_NQSE} ifadeleri sırasıyla (5.52) ve (4.27)'de verilen kuantum ölçek etkilerinin (QSE) gözönüne alındığı ve alınmadığı durumları temsil etmektedirler.

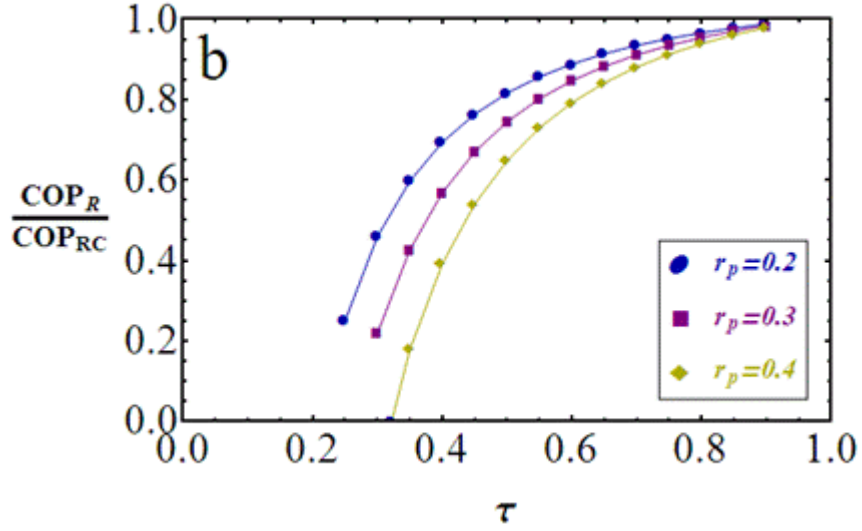


Şekil 5.5 : Kuantum ölçek etkilerinin göz önüne alındığı ve alınmadığı durumlarda soğutma çevrimi COP değerlerinin oranlanarak karşılaştırılması.

Şekil 5.5'den görülebileceği gibi kuantum ölçek etkili durumda elde edilen COP_R değerleri daha yüksektir. Eşitlik (4.36)'da $\tau = 0.4$ ve $r_p = 0.4$ değerlerine göre $\alpha_x = 0.1$ için iki durum arasındaki fark %5 olarak elde edilmiştir. α_x 'in azalmasıyla bu fark azalarak $\alpha_x = 0.04$ için %2 değerine inmektedir.

COP'nin α_x ve r_p 'ye bağlı olarak değişimi ise sırasıyla Şekil 5.6a ve b'de verilmektedir.





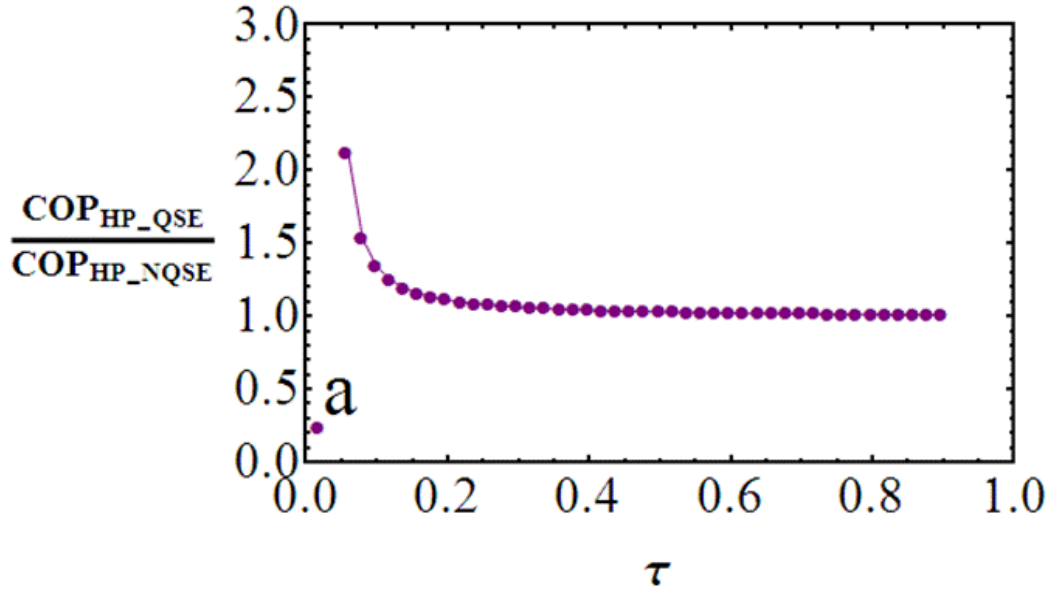
Şekil 5.6 : a) $r_p=0.2$ için farklı α_x değerlerine göre COP 'nin τ 'ya göre değişimi b) $\alpha_x=0.07$ için Farklı r_p değerlerine göre COP 'nin τ 'ya göre değişimi.

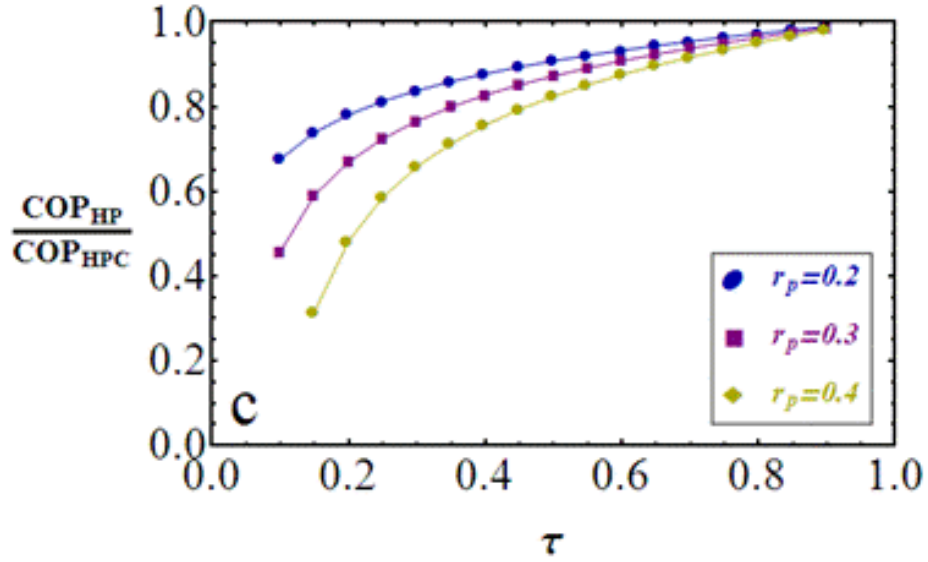
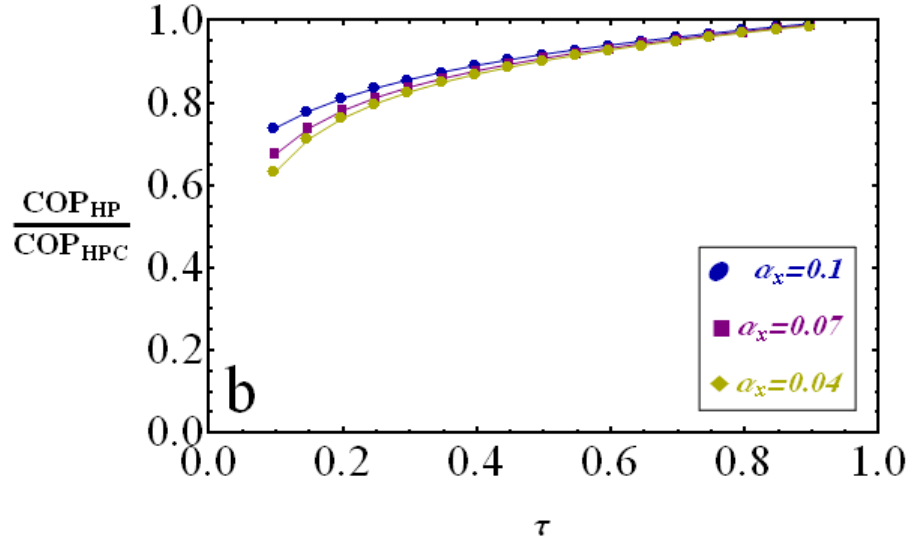
Şekil 5.6a'da α_x 'in farklı değerleri için boyutsuz COP değerleri incelenmiştir. Daha önce de belirtildiği gibi α_x 'in küçülmesi kuantum ölçek etkilerinin kuvvetlenmesi anlamına gelmektedir. Bu durum göz önüne alınarak Şekil 5.6a incelendiğinde α_x 'in küçülmesi ile birlikte COP_R değerlerinin arttığı yani kuantum ölçek etkilerinin artmasıyla soğutma çevrimi veriminin iyileştiği görülebilir. $r_p = 0.2$ için $\alpha_x = 0.1$ ve $\alpha_x = 0.04$ arasındaki fark %4 olmakta, aynı r_p değeri için $\alpha_x = 0.3$ ve $\alpha_x = 0.03$ arasındaki fark ise %13'ya ulaşmaktadır. Benzer biçimde $r_p = 0.4$ için ise $\alpha_x = 0.1$ ve $\alpha_x = 0.04$ arasındaki fark %12 olmakta, $\alpha_x = 0.3$ ve $\alpha_x = 0.03$ arasındaki fark ise %36'ya kadar çıkmaktadır. Şekil 5.6b'de ise $\alpha_x = 0.07$ için COP 'nin farklı r_p değerlerine göre değişimi incelenmiştir. r_p değeri düştükçe COP_R değerleri artmaktadır. Bu durum, beklenen ve diğer bölümlerle uyumlu bir sonuçtur.

Benzer biçimde ısı pompası durumu için COP_{HP} ifadesi,

$$\begin{aligned}
COP_{HP} = \frac{|\tilde{q}_H|}{\tilde{w}} = & \left(\ln \left(\frac{\sqrt{\tau}}{r_p} * \text{Exp} \left[\frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi\tau}} \right] * \frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{3}}{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{3\sqrt{\tau}}} + \frac{1}{2} \frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi}} \right) \right) \times \\
& \left(-\ln \left(\frac{\sqrt{\tau}}{r_p} \exp \left(\frac{\alpha_x(T_H)}{\sqrt{\pi} \sqrt{\tau}} \right) \left[\frac{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8}}{1 - \frac{\alpha_x(T_H)3\sqrt{\pi}}{8\sqrt{\tau}}} \right] - \frac{(1-\tau)}{2} \right) \right)^{-1} \\
& + \alpha_x(T_H) \left(\frac{3\sqrt{\pi} + 4}{8} \right) (1 - \sqrt{\tau}) + \frac{(1 + \sqrt{\tau}) \alpha_x(T_H)}{2 \sqrt{\pi}} - \tau \ln(r_p)
\end{aligned} \tag{5.53}$$

olarak elde edilir. Ölçek etkili (COP_{HP_QSE}) ve ölçek etkisiz (COP_{HP_NQSE}) COP_{HP} değerlerinin karşılaştırılması ve boyutsuzlaştırılmış ısı pompası Carnot değerine göre (COP_{HPC}) boyutsuzlaştırılmış COP_{HP} değerlerinin r_p ve α_x 'e bağlı değişimleri sırasıyla Şekil 5.7a-c'de sunulmaktadır.





Şekil 5.7 : Isı pompası için a) Kuantum ölçek etkilerinin göz önüne alındığı (COP_{HP_QSE}) ve alınmadığı (COP_{HP_QSE}) durumların oranı b) $r_p=0.2$ için farklı α_x değerlerine göre COP_{HP} 'nin τ 'ya göre değişimi c) $\alpha_x=0.07$ için farklı r_p değerlerine göre COP_{HP} 'nin τ 'ya göre değişimi.

Şekil 5.7'den görülebileceği gibi ısı pompası durumunda sistem daha düşük τ değerlerine inebilmekte başka bir deyişle daha yüksek sıcaklık gradyanları altında çalışabilmektedir. Şekil 5.7a'da ölçek etkili ve ölçek etkisiz durumlar arasındaki fark $\tau=0.4$, $r_p=0.4$ ve $\alpha_x=0.1$ soğutma çevrimine benzer biçimde %14 mertebesinde kalmakla birlikte ısı pompası durumunda sistem verimi Carnot değerlerine soğutma çevrimine oranla daha çok yaklaşmaktadır. Buna ilave olarak Şekil 5.7b'de, Şekil 5.6a'ya benzer biçimde α_x 'in küçülmesi COP_{HP} değerlerini arttırmış, kuantum ölçek etkilerinin sistemde ısı pompası durumunda da olumlu etkisini göstermiştir. Şekil 5.7c'de de yine soğutma çevrimi ile uyumlu biçimde r_p

değerindeki düşüşle birlikte COP_{HP} değerleri artmıştır. Bu durum kuantum ölçek etkilerinin kuvvetli olduğu sistemler için klasik termoölçek çevriminin soğutma çevrimi ya da ısı pompası olarak tasarlanmasının daha iyi sonuçlar vereceğini göstermektedir.

5.3 Tartışma ve Sonuç

Bölüm 4'de gösterildiği gibi kuantum ölçek etkilerinin olmadığı durumda oluşan temel klasik termoölçek çevrimi bir güç çevrimi karakterine sahiptir. Bu güç çevriminin r_p 'ye bağlı olarak verimi artırılabilir ya da yine r_p 'ye bağlı olarak soğutma çevrimi olarak kullanılabilir. Kuantum ölçek etkilerinin ihmal edilemeyeceği durumlarda ise temel klasik termoölçek çevrimi yine bir güç çevrimi olarak tanımlanmasına karşın, bu etkinin beraberinde getirdiği sistem karakterinde gözlenen değişimler sonucunda anlamlı ve verimli bir güç çevrimi olarak tanımlanamamaktadır.

Bu durumda klasik termoölçek çevriminin soğutma çevrimi ya da ısı pompası olarak tasarlanmasının daha uygun olacağı, hatta kuantum ölçek etkilerinin baskın hale gelmesiyle COP 'nin ölçek etkisiz duruma oranla daha iyi değerlere ulaşacağı gösterilmiştir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bilindiği gibi nano teknolojinin gelişmesi ile son yıllarda makro ölçekte gözlenemeyecek, sadece nano sistemlere özgü olan pek çok yeni etki ortaya çıkmıştır. Bu tezin konusu olan termoölçek etkileri de bu yeni etkilere örnek olarak gösterilebilir. Çalışma kapsamında birinci bölümde yapılan literatür özetinin ardından, ikinci bölümde CTSE'lerinin ortaya çıkışı Maxwell gazları için incelenmiş ve termoelektrik etkilere benzerliğine değinilmiştir. Maxwell gazları için yapılan inceleme CTSE'lerinin temelini anlaşılmaması ve diğer etkilerle benzerliklerinin kavranabilmesi için temel oluşturmaktadır. İkinci olarak CTSE'ler kuantum gazları için analiz edilmiştir. Bose gazları için CTSE'lerin daha kuvvetlendiği gösterilmiştir. Fermi gazları için ise CTSE'lerin şiddeti daha düşüktür. Buna dayanarak CTSE'lere dayanan bir sistem dizaynı söz konusu olduğunda, Bose gazlarının kullanılması daha efektif sistemler elde edilmesini sağlayacaktır.

Bölüm 3 için vurgulanması gereken bir diğer önemli sonuç, Knudsen kanununun kuantum gazları için genelleştirilmesidir. Literatürde Knudsen kanunu sadece Maxwell gazları için tanımlanarak Bölüm 2'de Eşitlik (2.16)'da verildiği biçimde ifade edilmiştir. Bu tez çalışması kapsamında ise, Knudsen kanunu kuantum gazlarını da kapsayacak şekilde genelleştirilmiştir. Genelleştirilmiş ifade Eşitlik (3.18)'de sunulmuştur. Daha önce de belirtildiği gibi Eşitlik (3.18)'de verilen ifadenin Maxwell limitinde tamamıyla klasik Knudsen kanununa indirgeneceği gösterilmiştir (EK A).

Bölüm 4'de ise CTSE'lerin bir uygulaması olarak temel bir termodinamik güç çevrimi analiz edilmiştir. Oluşturulan çevrimin veriminin artırılmasına yönelik tasarımlar teorik olarak öngörülmüş, ayrıca çevrimin soğutma ve ısı pompası olarak da dizayn edilebileceği gösterilmiştir.

Bölüm 4'de sunulan bir diğer sonuç Knudsen süreci için ısı kapasitesinin kuantum gazları için türetilmesidir. Literatürde bu konuda herhangi bir çalışma bulunmadığından çevrim analizlerinin tamamlanabilmesi için bu konu da çalışmaya dahil edilmiş ve gerekli hesaplamalar yapılmıştır. Elde edilen sonuç çerçevesinde,

CTSC’de meydana gelen değişiklikler tartişılmıştır. Klasik termoölçek etkilerinin Bose gazında daha kuvvetli olarak gözlenebileceği ve bu nedenden ötürü termoölçek etkisine dayanan temel ve geliştirilmiş çevrimlerde de Bose gazının kullanılmasının verimi arttıracakı sonucu çevrim analizleri sırasında da kendini göstererek Bölüm 3’de elde edilen sonuçları pekiştirici yönde rol oynamıştır. Yine benzer biçimde termoölçek etkisi ve güç çevrimleri için Fermi gazları için düşük değerler olarak, Maxwell gazı için elde edilen değerlerin de altında yer almıştır.

Bu sonuç çerçevesinde Fermi gazlarının, termoölçek etkilerine dayalı oluşturulan soğutma çevrimleri için daha uygun olabileceği öngörölmüş, soğutma çevrimleri ve ısı pompası analizleri için elde edilen COP değerleri de Fermi gazları için Bose gazlarına oranla daha iyi sonuçlar vererek yapılan öngörüyü doğrulamıştır.

Böylelikle klasik termoölçek etkilerinin ve bu etkiye dayalı olarak oluşturulan güç ve soğutma çevrimlerinin analizleri Maxwell, Fermi ve Bose gazları için tamamlanmış durumdadır.

Bölüm 5’de ise nano ölçekli sistemlere özgü olarak ortaya çıkan ve Kuantum ölçek etkileri olarak tanımlanan bir diğer etkiye yer verilmiştir. QSE’ler CTSE için nano bölme hesaplamaları sırasında göz önünde bulundurularak QSE çerçevesinde CTSE’lerin incelemesi yapılmıştır.

Elde edilen teorik sonuçlar, QSE’ler altında CTSE’lerin şiddetinde düşme olacağı yönündedir. Buna bağlı olarak bu koşullarda elde edilen güç çevrimi için verim değerleri daha düşük çıkmıştır. Kuantum ölçek etkilerinin ihmal edilemeyeceği sistemler için termoölçek çevriminin soğutma çevrimi ya da ısı pompası olarak tasarlanmasının daha uygun olacağı, hatta kuantum ölçek etkilerinin baskın hale gelmesiyle COP’nin ölçek etkisiz duruma oranla daha iyi değerlere ulaşacağı gösterilmiştir.

Bu çalışmanın sonuçlarının daha ileriye taşınması için termoölçek etkilerinin deneysel doğrulaması önem arz etmektedir. Bu amaçla doktora sonrasında nano ölçekte deneysel çalışan yurtdışı ekiplerle iletişime geçilerek olası bir deneysel doğrulama çalışmasının başlatılması planlanmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] **Bhashan, B.** (2010). Handbook of Nanotechnology, Newyork: Springer.
- [2] **Tabeling, P.** (2005). Introduction to Microfluids, Newyork: Oxford University Press.
- [3] **He, J. ve Tritt, T. M.** (2010). Thermal-Electrical Energy Conversion from the Nanotechnology, *Nanotechnology for the Energy Challenge*, Weinheim-Germany, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 47-77.
- [4] **Corry, B.** (2011). Water an d ion transport through functionalised carbon nanotubes:implication for desalination tehcnology, *Energy and Environmental Science*, **4**, 751-759.
- [5] **Holt, J. K.** (2006). Fast Mass transport through sub-2-naometer carbon nanotubes, *Science*, **312**, 1034-1037.
- [6] **Kim, B. H., Beskok, A. ve Cagin, T.** (2008). Molecular Dynamic Simulations of thermal resistance at the liquid-solid interface, *The Journal of Chemical Physics*, **129**, 174701-9.
- [7] **Ho, C. M. ve Y. C. Tai, Y. C.** (1998). Micro-Electro-Mechanical-Systems (MEMS) and fluid flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **30**, 579-612.
- [8] **Chapman, S. ve Cowling, T. G.** (1970). The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases, Newyork: Cambrigde University Press.
- [9] **Cercignani, C.** (2000). Rarefied Gas Dynamics: From Basic Concepts to Actual Calculations, Cambrigde University Press.
- [10] **Cercignani, C.** (1998). The Boltzman Equation adn Its Applications, Springer.
- [11] **Karniadikis, G. E., Aluru, N. ve Beskok, A.** (2005). Micro and Nano Flows: Fundamentals and Simulation, Newyork: Springer.
- [12] **Shen, G.** (2005). Rarefied Gas Dynamics: Fundamentals Simulations and MicroFlows, Springer.
- [13] **Reynolds, O.** (1880). On certain Dimensional Properties of Matter in the Gaseous State, *Philosophical Royal Society of London*, **170**, 727-845.
- [14] **Graham, T.** (1863). On the Molecular Mobility of Gases, *Philosophical Royal Society of London*, **153**, 385.
- [15] **Maxwell, J. C.** (1953). NewYork: Dover Edition.
- [16] **Knudsen, M.** (1909). Eine Revision der Gleichgewichtsbedingung der Gase. Thermische Molekularstromung, *Annalen der Physik*, **336**, 205-229.
- [17] **Knudsen, M.** (1910). Thermischer Molekulardruck der Gase in Rohren, *Annalen der Physik*, **338**, 1435-1448.
- [18] **Sharipov, F.** (2004). Heat transfer in the Knudsen Layer, *Physical Review E*, **69**, 061201-(1-4).
- [19] **Sharipov, F.** (1996). Rarefied gas flow through a long tube at any temperature ratio, *Journal of Vacuum Science and Technology*, **14**, 2627-2635.

- [20] **Sharipov, F.** (1997). Rarefied gas flow through a long tube at arbitrary pressure and temperature drops, *Journal of Vacuum Science and Technology A*, **15**, 2434-2436.
- [21] **Sharipov, F.** (1999). Non-isothermal gas flow through rectangular microchannels, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, **9**, 394-401.
- [22] **Sharipov, F.** (1999). Rarefied gas flow through a long rectangular channel, *Journal of Vacuum Science and Technology*, **17**, 3062-3066.
- [23] **Wong, C. C., Hudson, M. L., Potter, D. L. ve Bartel, T. J.** (1998). Gas Transport by thermal transpiration in Micro Channels - A Numerical Study, *International Mechanical engineering Congress and Exposition*, Anaheim - CA (United States).
- [24] **Roldughin, V. I. ve Zhadanov, V. M.** (2003). Effect of Surface Forces on the Gas Flow in Nanosized Capillaries, *Colloid Journal*, **65**, 598-601.
- [25] **Stops, D. W.** (1970). The mean free path of gas molecules in the transition regime, *Journal of Physics D: Applied Physics*, **3**, 685-696.
- [26] **Loyalka, S. K.** (1969). Thermal Transpiration in a Cylindrical Tube, *The Physics of Fluids*, **12**, 2301-2305.
- [27] **Loyalka, S. K.** (1971). Approximate Method in Kinetic Theory, *The Physics of Fluids*, **14**, 2291-2294.
- [28] **Loyalka, S. K.** (1971). Thermal Creep Slip with Arbitrary Accomodation at the Surface, *The Physics of Fluids*, **14**, 1656-1661.
- [29] **Kennard, E. H.** (1923). On the Thermodynamics of Thermal Transpiration and of the Thomson Effect, *Physical Review*, **22**, 617-621.
- [30] **Kennard, E. H.** (1932). Entropy, reversible Processes and Thermo-Couples, *Proceeding of National Academy of Science*, **18**, 237-241.
- [31] **Bridgman, P. W.** (1932). Comments on the Note by Kennard on "Entropy, reversible Processes and Thermo-Couples", *Proceeding of National Academy of Sciences*, **18**, 242-245.
- [32] **Bridgman, P. W.** (1932). A New Kind of e.m.f. and Other Effects Thermodynamically Connected with the For Transverse Effects, *Physical Review*, **39**, 702-715.
- [33] **Loyalka, S. K.** (1975). Kinetic Theory of thermal transpiration and mechanocaloric effect II, *The Journal of Chemical Physics*, **63**, 4054-4060.
- [34] **Annis, B. K.** (1972). Thermal Creep in Gases, *The Journal of Chemical Physics*, **57**, 2898.
- [35] **Davis, A. M. J.** (2007). The evolution of piston-driven pipe flo:thermal transpiration, *Proceeding of Royal Society A*, **463**, 675-696.
- [36] **West, G. D.** (1918). On Theories of Thermal Transpiration, *Proceeding of Royal Society London*, **31**, 278-289.
- [37] **West, G. D.** (1920). Experiments on Thermal Transpiration Currents, *Proceeding of Royal Society London*, **33**, 266-274.
- [38] **Miller, G. A. ve Buice, R. L.** (1966). On the Knudsen Limiting Law of Thermal Transpiration, *Journal of Physical Chemistry*, **70**, 3874-3880.

- [39] **Weng, H. C. ve Chen, C.** (2008). On the Importance of thermal creep in natural convective gas microflow with wall heat fluxes, *Journal of Physics D:Applied Physics*, **41**, 115501.
- [40] **Young, M., Han, Y. L., Muntz, E. P., Shiflett, G., Ketsdever, A., Green, A.** (2005). Thermal Transpiration in Microsphere Membranes, in *AIP Conference Proceedings of 23rd International Symposium*, whistler British Columbia - Canada.
- [41] **Alexeenko, A. A., Gimelshein, S. F., Muntz, E. P. ve Ketsdever, A. D.** (2006). Kinetic Modelling of temperature driven gas flows in short channels, *International Journal of Thermal Sciences*, **45**, 1045-1051.
- [42] **Copic, D. ve McNamara, S.** (2009). Efficiency derivation for Knudsen pump with and without thermal losses, *Journal of Vacuum Science and Technology*, **27**, 496-502.
- [43] **Han, Y. L., Young, M., Muntz, E. P. ve Shiflett, G.** (2004). Knudsen Compressor Performance at Low Pressures, *AIP Conference Proceedings of International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, Italy.
- [44] **McNamara, S. ve Ganhandani, Y. B.** (2005). On-Chip Vacuum Generated by a Knudsen Pump, *Journal of Microelectromechanical Systems*, **14**, 741-746.
- [45] **Takata, S., Sugimoto, H. ve Kosuge, S.** (2007). Gas separation by means of the Knudsen compressor, *European Journal Mechanics -B/Fluids*, **26**, 155-181.
- [46] **Vargo, S. E., Muntz, E. P., Shiflett, G. R. ve Tang, W. C.** (1999). The Knudsen Compressor as a Micro and MacroScale Vacuum Pump Without Moving Parts or Fluids, *Journal of Vacuum Science and Technology*, **17**, 2308-2313.
- [47] **Trivedi, N. ve Ashcroft, N. W.** (1988). Quantum size effects in transport properties of metallic films, *Physical Review B*, **38**, 12298-12309.
- [48] **Jalochowski, M. ve Bauer, E.** (1988). Quantum size and surface effects in the electrical resistivity and high-energy electron reflectivity of ultrathin lead films, *Physical review B*, **38**, 5373-5280 .
- [49] **Jalochowski, M., Bauer, E., Knoppe, H. ve Lilienkamp, G.** (1992). Experimental evidence for quantum-size effects fine structures in the resistivity of ultrathin Pb and Pn-In films, *Physical Review B*, **45**, 13607-13613.
- [50] **Molina, M. L.** (1996). Ideal Gas in a finite container, *American Journal of Physics*, **64**, 503-516.
- [51] **Pathria, R. K.** (1998). An ideal quantum gas in a finite-sized container, *American Journal of Physics*, **66**, 1080-1085.
- [52] **Liu, W. L., Chen, G., Liu, J. L., Wang, K. L.** (2002). Quantum and classical size effects on thermoelectric transport in Si/Ge superlattices, in *Proceedings of the 21st International Conference on Thermoelectrics*, Long Beach CA.

- [53] **Rogacheva, E. I., Tavrina, T. V., Nashchekina, O. N., Grigorov, S. N., Nasedkin, K. A., Dresselhaus, M. S.** (2002). S. B. Cronin, Quantum-size effects in PbSe quantum wells, *Applied Physics Letters*, **80**, 2690-2692.
- [54] **Rogacheva, E. I., Grigorov, S. N., Nashchekina, O. N., Lyubchenko, S., Dresselhaus, M. S.** (2003). Quantum-size effects in n-type bismuth thin films, *Applied Physics Letters*, **82**, 2628-2630.
- [55] **Rogacheva, E. I., Nashedkina, O. N., Vekhov, Ye. O., Dresselhaus, M. S., Dresselhaus, G.** (2005). Oscillations in the thickness dependences of the room-temperature Seebeck coefficient in SnTe thin films, *Thin Solid Films*, **484**, 433-437.
- [56] **Cattani, M., Salvadori, M. C., Vaz, A. R., Teixeira, F. S., Brown, B. G.** (2006). Thermoelectric power in very thin thermocouples: Quantum size effects, *Journal of Applied Physics*, **100**, 114905-114908.
- [57] **Jakobtorweihen, S., Keil, F. J. ve Smit, B.** (2006). Temperature and Size Effects on Diffusion in Carbon Nanotubes, *Journal of Physical Chemistry B*, **110**, 16332-16336.
- [58] **Dai, W. S. ve M. Xie, M.** (2003). Quantum statistics of ideal gases in confined space, *Physics Letters A*, **311**, 340-346.
- [59] **Dai, W. S. ve Xie, M.** (2004). Geometry effects in confined space, *Physical Review E*, **70**, 1-12.
- [60] **Sisman, A. ve Muller, I.** (2004). The Casimir-like size effects in ideal gases, *Physics Letters A*, **320**, 360-366.
- [61] **Sisman, A.** (2004). Surface dependency in thermodynamics of ideal gases, *Journal of Physics A: Mathematical and General*, **37**, 11353-11361.
- [62] **Pang, H., Dai, W. S. ve Xie, M.** (2006). The difference on boundary effects between Bose and Fermi Systems, *Journl Physics A: Mathematical and General*, **39**, 2563-2571.
- [63] **Sisman, A., Ozturk, Z. F. ve Firat, C.** (2007). Quantum boundary layer: a non uniform density distribution of an ideal gas in thermodynamics equilibrium, *Physics Letters A*, **362**, 16-20.
- [64] **Nie, W. ve He, J.** (2008). Performance analysis of a thermosize micro/nano heat engine, *Physics Lettes A*, **372**, 1168-1173.
- [65] **Ozturk, Z. F. ve Sisman, A.** (2009). Quantum size effects on the thermal and potential conductivities of ideal gases, *Physica Scripta*, **80**, 065402(1-6).
- [66] **Firat, C. ve Sisman, A.** (2009). A Universality of the quantum boundary layer for a Maxwellian gas, *Physica Scripta*, **79**, 065002(1-5).
- [67] **Ozturk, Z. F.** (2008). Nano gaz transportunda kuantum ölçek ekileri, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Enerji Enstitüsü.
- [68] **Firat, C.** (2008). Gazların Termodinamik davranışlarında kuantum ölçek etkileri, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Enerji Enstitüsü.
- [69] **Gad-el-Hak, M.** (1999). The Fluid Mechanics of Microdevices_The Freeman Scholar Lecture, *Journal of Fluids Engineering*, **121**, 7-33.

- [70] **Ferry, D. K., Akis, R., Cummings, A., Gilbert, M. J., Ramey, S. M.** (2006). Semiconductor Device Scaling: Physics, Transport and the Role of Nanowires, *Proceedings of 2006 International Conference on Nanoscience and Nanotechnology*, Brisbane-Australia.
- [71] **Vasileska, D., Khan, H. R., Ahmed, S. S., Ringhofer, C., Heitzinger, C.** (2005). Quantum and Coulomb Effects in Nano Devices, *International Journal of NanoScience*, **4(3)**, 305-361.
- [72] **Yan, R., Chen, G., Kumar, A. R., Snyder, G. J., Fleurial, J.** (2005). Transient cooling of thermoelectric coolers and its applications for microdevices, *Energy Conversion and Management*, **46**, 1402-1421.
- [73] **Han, Y. L., Muntz, E. P., Alexeenko, A., Young, M.** (2007). Experimental and Computational Studies of Temperature Gradient-Driven Molecular Transport in Gas Flows Through Nano/Microscale Channels, *Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering*, **11**, 151-175.
- [74] **Ewart, T., Perrier, P., Graur, I. A. ve Meolans, G.** (2007). Mass flow rate measurements in a microchannel, from hydrodynamic to near free molecular regimes, *Journal of Fluid Mechanics*, **584**, 337-356.
- [75] **Dongari, N., Zhang, Y. ve Reese, J. M.** (2011). Modelling of Knudsen Layer Effects in Micro/Nanoscale Gas Flows, *Journal of Fluids Engineering*, **133**, 071101 (1-10).
- [76] **Dongari, N., Zhang, Y. ve Reese, J. M.** (2011). Molecular Free Path distribution in rarefied gases, *Journal of Physics D: Applied Physics*, **44**, 125502.
- [77] **Mizzi, S., Gu, X. J., Emerson, D. R., Barber, R. W. ve Reese, J. M.** (2008). Computational framework for the regularized 20-moment equations for non-equilibrium gas flows, *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, **56**, 1433-1439.
- [78] **Lockberry, D. A. ve Reese, J. M.** (2008). On the modelling of isothermal gas flows at the microscale, *Journal of Fluid Mechanics*, **604**, 235-261.
- [79] **Scanlon, T. J., Roohi, E., White, C., Darbandi, M., Reese, J. M.** (2010). An open source, parallel DSMC code for rarefied gas flows in arbitrary geometries, *Computers and Fluids*, **39**, 2078-2089.
- [80] **Babac, G. ve Sisman, A.** (2011). Classical Thermosize effects in degenerate quantum gases, *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, **8**, 1-4.
- [81] **Babac, G. ve Sisman, A.** (2011). Classical thermosize effects for bose gases, in *Proceedings of 24th International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy ECOS2011*, Novi Sad.
- [82] **Babac, G. ve Sisman, A.** (2011). Thermodynamic cycles based on classical thermosize effects, *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, **8**, 1-7.
- [83] **Babac, G. ve Sisman, A.** (2009). Thermosize effects and thermodynamic analysis of a thermosize power cycle, *Proceeding of Joint European Thermodynamics Conference*, Copenhagen.

- [84] **Babac, G. ve Sisman, A.** (2010). A Mesoscale power cycle based on classical thermosize effcets, *Proceedings od 23rd International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Enviromental Impact of Energy ECOS2010*, Lausanne.
- [85] **Liou, W. W. ve Fang, Y.** (2006). *Microfluid Mechanics*, Newyork: Mc Graw-Hill.
- [86] **Bravo, M. C.** (2007). Effect of transition from slip to free molecular flow on gas transport in porous media, *Journal of Applied Physics* **102**, 074905-074914.
- [87] **Sherman, F. S.** (1969). The Transition From Continium to Molecular Flow, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **1**, 317-340.
- [88] **Bhatnar, P. L., Gross, E. P. ve Krook, M.** (1954). A Model for Collision Process in Gases. I. Small Amplitude Process in Charged and Neutral One Component Systems, *Physical Review*, **94**, 511-525.
- [89] **Mc Namara, G. R. ve Zanetti, G.** (1988). Use of Boltzman Equation to Simulate Lattice-Gas Automata, *Physical Review Letters*, **61**, 2332-2335.
- [90] **Naris, S. ve Valougeorgis, D.** (2007). Boundary-driven nonequilibrium gas flow in a grooved channel via kinetic theory, *Physics of Fluids*, **19**, 067103
- [91] **Galkin, V. S. ve Shavaliev, M. Sh.** (1998). Gas Dynamics Equations of Higher Approximations of the Chapman-Enskog Method Review, *Fluid Dynamics*, **33**, 469-487.
- [92] **Shi, Y., Zhao, T. S. ve Guo, Z.** (2006). Finite difference-based lattice Boltzman simulation of natural convection heat transfer in a horizontal concentric annulus, *Computer and Fluids*, **35**, 1-15.
- [93] **Kuo, L. ve Chen, P.** (2009). A unified approach for nonslip and slip boundary conditions in the Lattice Boltzman method, *Computer and Fluids*, **38**, 883-887.
- [94] **Naris, S. ve Valougeorgis, D.** (2005). The driven cavity flow over the whole range of Knudsen number, *Physics of Fluids*, **17**, 097106.
- [95] **Meng, J. ve Zhang, Y.** (2011). Accuracy analysis of higher-order lattice Boltzman models for rarefied gas flows, *Journal of Computational Physics*, **230**, 835-849.
- [96] **Meng, J., Zhang, Y. ve Shan, X.** (2011). Multiscale lattice Boltzman approach to modelling gas flows, *Physical Review E*, **83**, 1-10.
- [97] **Barichello, L. B., Rodrigues, P. ve Siewer, C. E.** (2004). On Computing the Chapman-Enskog and Burnett functions, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, **86**, 109-114.
- [98] **Alder, B. J. ve Wainwright, T. E.** (1959). Studies in Molecular Dynamics. I. General Method, *Journal of Chemical Physics*, **31**, 459-466.
- [99] **Rahman, A.** (1964). Correlations in the Motion of Atoms in Liquid Argon, *Physical Review*, **136**, A405-A411.
- [100] **Bird, G. A.** (1994). *Molecular Gas Dynamics and Direct Simulation of Gas Flows*, Oxford: Clarendon Press.

- [101] **Pareschi, L. ve Cflish, R. E.** (1999). An Implicit Monte Carlo Method for Rarefied Gas Dynamics, I. The Space Homogenous Case, *Journal of Computational Physics*, **154**, 90-116.
- [102] **Han, M.** (2008). Thermally-driven nanoscale pump by molecular dynamic simulation, *Journal of Mechanical Science and Technology*, **22**, 157-165.
- [103] **Arya, G., Chang, H. ve Maginn, E. J.** (2003). Molecular Simulations of Knudsen Wall-slip: Effect of Wall Morphology, *Molecular Simulations*, **29**, 697-709.
- [104] **Lague, P., Pastor, R. W. ve Brooks, B. R.** (2004). Pressure-Based Long-Range Correction for Lennard-Jones Interactions in Molecular Dynamic Simulations: Application to Alkanes and Interfaces, *Journal of Physical Chemistry*, **108**, 363-368.
- [105] **Sun, Q. ve Boyd, I. D.** (2002). A Direct Simulations Method for Subsonic Microscale Gas Flows, *Journal of Computational Physics*, **179**, 400-425.
- [106] **Ivanov, M. S., Kashkovsky, A. V., Gimelshein, S. F., Markelov, G. N., Alexeenko, A. A., Bondar, Ye. A., Zhukova, G. A., Nikiforov, S. B. ve Vachenkov, P. V.** (2006). SMILE System for 2D/3D DSMC Computations, in *Proceedings of 25th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, St-Petersburg - Russia.
- [107] **Garcia, A. L. ve Wagner, W.** (2006). Generation of Maxwellian inflow distribution, *Journal of Computational Physics*, **217**, 693-708.
- [108] **Garcia, A. L.** (1986). Nonequilibrium fluctuations studied by a rarefied gas simulations, *Physical review A*, **34**, 1454-1457.
- [109] **Sengil, N.** (2008). Mikro Gaz Akışlarının DSMC (Doğruan Benzetim Monte Carlo) Yöntemi ile Çözülmesi, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak-Uzay Fakültesi.
- [110] **Papadopoulos, D. H. ve Rosner, D. E.** (1995). Enclosure gas flows driven by non-isothermal walls, *Physics of Fluids*, **7**, 2535-2537.
- [111] **Lilley, C. R. ve Sader, J. E.** (2007). Velocity gradient singularity and structure of the velocity profile in the Knudsenlyer according to the Boltzmann equation, *Physical Review e*, **76**, 026315 (1-4).
- [112] **Beenaker, J. J. M., Borman, V. D. ve Krylov, S. Y.** (1994). Molecular Transport in the Nanometer Regime, *Physical Review Letters*, **72**, 514-517.
- [113] **Aoki, K., Degond, P. ve Mieussens, L.** (2009). Numerical Simulations of Rarefied Gases in Curved Channels: Thermal Creep, Circulation Flow and Pumping Effect, *Communications in Computational Physics*, **6**, 919-954.
- [114] **Rogacheva, E. I. ve Dresselhaus, M. S.** (2007). Quantum Size Effects and Thermoelectric Transport in IV-VI-Based "D-Structures, *Proceeding Book of 5th European Conference on Thermoelectrics*, Odessa-Ukraine.

- [115] **Zhu, P. W., Jia, X., Chen, H. Y., Chen, L. X., Guo, W. L., Mei, D. L., Liu, B. B., Ma, H. A., Ren, G. Z., Zou, G. T.** (2002). Giant Improvement thermoelectric properties in PbTe by HPHT at room temperature, *Chemical Physics Letters*, **359**, 89-94.
- [116] **Bulusu, A. ve Walker, D. G.** (2007). Modelling of Thermoelectric Properties of Semi-Conductor Thin Films With Quantum Scattering Effects, *Journal of Heat Transfer*, **129**, 499-492.
- [117] **Molenkamp, L. W., Van Houten, H., Staring, A. A. M., Beenaker, C. W. J.** (1993). Quantum Effects in Thermal and Thermo-Electric Transport in Semiconductor nanostructures, *Physica Scripta*, **T49**, 441-445.
- [118] **Rogacheva, E. I., Nashchekina, O. N., Vekhov, Ye. O., Dresselhaus, M. S., Dresselhaus, G.** (2005). Oscillations in the thickness dependences of the room-temperature Seebeck coefficient in SnTe thin films, *Thin Solid Films*, **484**, 433-437.
- [119] **Sisman, A. ve Saygin, H.** (2001). Re-optimisation of Otto power cycles working with ideal quantum gases, *Physica Scripta*, **64**, 108-112.
- [120] **Saygin, H. ve Sisman, A.** (2001). Quantum degeneracy effect on the work output from a Stirling cycle, *Journal of Applied Physics*, **90**, 3086-3089.
- [121] **Sisman, A. ve Saygin, H.** (2001). The efficiency analyses of a Stirling power cycle at the quantum degeneracy conditions, *Physica Scripta*, **63**, 263-267.
- [122] **Sisman, A. ve Saygin, H.** (2001). The improvement effect of quantum degeneracy on the work of Carnot cycle, *Applied Energy*, **68**, 367-376.
- [123] **Saygin, H. ve Sisman, A.** (2001). Brayton refrigeration cycle working at quantum degeneracy conditions, *Applied Energy*, **69**, 77-85.

EKLER

EK A: Genelleştirilmiş Knudsen Kanunundan Klasik Knudsen Kanunu'nun Eldesi

EK B: Polilogaritmik Fonksiyonlar

EK C: Gamma Fonksiyonları

EK A

Bölüm 3.2’de kuantum gazları için Knudsen kanunu genelleştirilmiş ve aşağıdaki biçimde sunulmuştur.

$$T^{5/2} Li_{5/2} [\mp \exp(\Lambda)] = const \quad (\text{A.1})$$

Bu ifade de Polilogaritma fonksiyonları EK B’de verilen (B.3) ifadesinden görüleceği gibi Maxwell limitinde $\exp(\Lambda)$ değerine indirgenir ve ifade Maxwell gazları için

$$T^{5/2} [\mp \exp(\Lambda)] = const \quad (\text{A.2})$$

olarak yazılabilir. $\Lambda = \mu/kT$ olduğu hatırlanarak ve kimyasal potansiyel için Eşitlik (2.11)’de tanımlanan ifade kullanılarak

$$\Lambda = \frac{\mu}{kT} = \frac{-kT \ln\left(\frac{CT^{3/2}}{n}\right)}{kT} = \ln\left(\frac{n}{CT^{3/2}}\right) \quad (\text{A.3})$$

olarak elde edilir.

İdeal gaz kanunu, $p = nkT$, yardımıyla ve $D = Ck$ biçiminde tanımlanmış bir sabit olmak üzere,

$$\Lambda = -\ln\left(\frac{DT^{5/2}}{p}\right) \quad (\text{A.4})$$

olacağı kolayca görülebilir. (A.4) eşitliği (A.2)’de yerine yazılarak,

$$T^2 \exp\left[\ln\left(\frac{p}{DT^{5/2}}\right)\right] = T^2 \left(\frac{p}{DT^{5/2}}\right) = const \quad (\text{A.5})$$

ve buradan sadeleştirme yapılarak

$$\frac{p}{T^{1/2}} = const \quad (\text{A.6})$$

Maxwell gazları için tanımlanmış Knudsen kanunu ifadesi elde edilir.

EK B

De Jonquiére fonksiyonu da denilen polilogaritmalar aşağıdaki şekilde tanımlanan özel fonksiyonlardır,

$$Li_D(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k^D} \quad (\text{B.1})$$

Yukarıdaki ifade bütün D ve z karmaşık sayıları için geçerlidir.

Fermi-Dirac ve Bose-Einstein integrallerinin çözümü polilogaritma fonksiyonlarını içerir.

$$\int_0^{\infty} \frac{x^D}{\exp(-\Lambda + x) \mp 1} dx = \pm \Gamma(D+1) Li_{D+1}[\pm \exp(\Lambda)] \quad (\text{B.2})$$

$\Lambda \ll -1$ olduğu Maxwell-Boltzman limiti için polilogaritma fonksiyonunun seri açılımı

$$Li_D[\mp \exp(\Lambda)] \approx \mp \exp(\Lambda) \pm \frac{\exp(2\Lambda)}{2^{D+1}} \mp \frac{\exp(3\Lambda)}{3^{D+1}} \pm o(4) \quad (\text{B.3})$$

biçimindedir ve $Li_D[\mp \exp(\Lambda)] \approx \mp \exp(\Lambda)$ olarak alınabilir.

$\Lambda \gg 1$ olduğu Fermi-Dirac limiti için polilogaritma fonksiyonunun seri açılımı

$$Li_{D+1}[-\exp(\Lambda)] \approx -\frac{1}{D\Gamma(D)} \left[\frac{\Lambda^{D+1}}{D+1} + \frac{\pi^2}{6} D\Lambda^{D-1} + o(4) \right] \quad (\text{B.4})$$

olarak elde edilir. Burada $\Gamma(D)$ Gamma fonksiyonudur.

Fermi-Dirac ($\Lambda \gg 1$) istatistiği için bu çalışmada kullanılan bazı polilogaritma fonksiyonlarının asimptotik ifadeleri aşağıda verilmektedir.

$$Li_{5/2}(-e^\Lambda) \cong -\frac{8\Lambda^{5/2}}{15\sqrt{\pi}} \left[1 + \frac{5\pi^2}{8} \frac{1}{\Lambda^2} \right] \quad (\text{B.5})$$

$$Li_2(-e^\Lambda) \cong -\frac{\Lambda^2}{2} \left[1 + \frac{\pi^2}{3} \frac{1}{\Lambda^2} \right] \quad (\text{B.6})$$

$$Li_{3/2}(-e^\Lambda) \cong -\frac{4\Lambda^{3/2}}{3\sqrt{\pi}} \left[1 + \frac{\pi^2}{8} \frac{1}{\Lambda^2} \right] \quad (\text{B.7})$$

$$Li_1(-e^\Lambda) \cong -\Lambda - \exp(-\Lambda) \approx -\Lambda \quad (\text{B.8})$$

$$Li_{1/2}(-e^\Lambda) \cong -\frac{2\Lambda^{1/2}}{\sqrt{\pi}} \left[1 - \frac{\pi^2}{24} \frac{1}{\Lambda^2} \right] \quad (\text{B.9})$$

$$Li_0(-e^\Lambda) \cong -1 - \exp(-\Lambda) \approx -1 \quad (\text{B.10})$$

$\Lambda \rightarrow 0^-$ limitinde Bose-Einstein dağılımı için ise asimptotik açılımlar

$$Li_{D+1}[\exp(\Lambda)] \approx (-\Lambda)^D \Gamma(-D) + \zeta(D+1) + \zeta(D)\Lambda + \frac{1}{2}\zeta(D-1)\Lambda^2 + o(\Lambda^{D+1}) \quad (\text{B.11})$$

şeklinde ifade edilir. Aşağıda verilen limitler yardımıyla,

$$\lim_{D \rightarrow 1} [(-\Lambda)^D \Gamma(-D) + \Lambda \zeta(D)] \rightarrow \Lambda - \Lambda \ln(-\Lambda) \quad (\text{B.12})$$

$$\lim_{D \rightarrow 0} [(-\Lambda)^D \Gamma(-D) + \zeta(D+1)] \rightarrow -\Lambda \ln(-\Lambda) \quad (\text{B.13})$$

bu çalışmada kullanılan bazı polilogaritma fonksiyonlarının asimptotik ifadeleri

$$Li_{5/2}(e^\Lambda) \cong \zeta\left(\frac{5}{2}\right) + \zeta\left(\frac{3}{2}\right)\Lambda \quad (\text{B.14})$$

$$Li_2(e^\Lambda) \cong \frac{\pi^2}{6} - \Lambda \ln(-\Lambda) \quad (\text{B.15})$$

$$Li_{3/2}(e^\Lambda) \cong \zeta\left(\frac{3}{2}\right) - 2\sqrt{\pi}\sqrt{-\Lambda} \quad (\text{B.16})$$

$$Li_1(e^\Lambda) \cong -\ln(1 - \exp(\Lambda)) \approx -\ln(-\Lambda) - \frac{\Lambda}{2} \quad (\text{B.17})$$

$$Li_{1/2}(e^\Lambda) \cong -\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\Lambda}} + \zeta\left(\frac{1}{2}\right) \quad (\text{B.18})$$

$$Li_0(e^\Lambda) \cong -\frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{2} \quad (\mathbf{B.19})$$

biçiminde hesaplanır.

EK C

Tez kapsamında integral hesapları sırasında karşılaşılan bir diğer fonksiyon Gamma fonksiyonudur.

Gamma fonksiyonları tam sayılar için

$$\Gamma(n) = (n-1)! \quad (\text{C.1})$$

Reel sayılar için ise

$$n\Gamma(n) = \Gamma(n+1) \quad (\text{C.2})$$

şeklinde yazılabilir.

Gamma fonksiyonunun tez içerisinde kullanılan bazı değerleri aşağıda özetlenmiştir.

Çizelge C.1: Gamma fonksiyonuna ait bazı değerler.

$\Gamma(7/2) = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$
$\Gamma(3) = 2$
$\Gamma(5/2) = \frac{3\sqrt{\pi}}{4}$
$\Gamma(2) = 1$
$\Gamma(3/2) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$
$\Gamma(1) = 1$
$\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$
$\Gamma(0) = \infty$
$\Gamma(-1/2) = -2\sqrt{\pi}$
$\Gamma(-3/2) = \frac{4\sqrt{\pi}}{3}$
$\lim_{n \rightarrow \infty} \Gamma(n) \rightarrow \frac{1}{x-1} + EulerGamma - 1$

ÖZGEÇMİŞ



- Ad Soyad** : Gülru Babaç
- Doğum Yeri ve Tarihi** : İstanbul, 1982
- Adres** : İstanbul Teknik Üniversitesi Enerji Enstitüsü,
Ayazağa Kampüsü, 34469, Maslak-İstanbul.
- E-Posta** : babac@itu.edu.tr
- Lisans** : İstanbul Üniversitesi, Fen Fakültesi Fizik Bölümü
- Yüksek Lisans** : İstanbul Teknik Üniversitesi, Avrasya Yer Bilimleri
Enstitüsü, İklim ve Deniz Bilimleri

Mesleki Deneyim ve Ödüller:

Araştırma Görevlisi: İstanbul Teknik Üniversitesi, Enerji Enstitüsü. 2005-halen

Ziyaretçi Araştırmacı: University of Strathclyde, Mechanical Engineering
Department, İngiltere, Şubat 2011- Şubat 2012

Yayın ve Patent Listesi:

Uluslararası SCI Makaleleri

- **Babac G.** and Sisman A., 2011: Thermodynamic cycles based on classical thermosize effects. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*. Vol: 8(9), p: 1-7.
- **Babac G.** and Sisman A., 2011: ClassicalThermosize effects in degenerate quantum gases. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*. Vol: 8(11), p: 1-4.
- Sisman A. and **Babac G.**,2011: Quantum size effects on classical thermosize effects. *Journal of Continuum Mechanics and Thermodynamics*. DOI: 10.1007/s00161-011-0214-9.
- **Babac, G.**, Sisman, A., Cimen, T., 2009. Two-dimensional thermal analysis of liquid hydrogen tank insulation, *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 34, p. 6357-6363.

Uluslararası Konferans Bildirileri

- **Babac G.** and Sisman A., Classical thermosize effects for bose gases. *24rd International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy ECOS 2011*, July 4-7, 2011 Novi Sad, Serbia.
- **Babac G.** and Sisman A., A Mesoscale power cycle based on classical thermosize effects. *23rd International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy ECOS 2010*, June 14-17, 2010 Lausanne, Sweden.
- **Babac G.** and Sisman A., Thermosize effects and thermodynamic analysis of thermosize power cycle, *Joint European Thermodynamics Conference*, June 22-24, 2009 Copenhagen, Denmark.
- **Babac, G.**, Ozgun, H., Sisman, A., Theoretical and Experimental Characterizations of Thermoelectric Modules at Cryogenic Temperatures, *The 28th International Conference on Thermoelectrics and The 7th European Conference on Thermoelectrics*, ICT2009&ECT2009, July 26 - 30, Freiburg-Germany, 2009.
- **Babac G.** and Sisman A., Thermodynamic cycles based on Knudsen process, *5th International Ege Energy Symposium and Exhibition (IEESE-5)*, June 27-30, 2010 Denizli, Turkey. **Babac G.**, Sisman, A., 2D Thermal Model of a Liquid Hydrogen Tank with Double Vapor Cooled Shields, *The 17th World Hydrogen Energy Conference*, June 15-19, 2008 Brisbane- Queensland, Australia.
- Çimen, T., **Babac, G.**, Sisman, A., Thermal Analysis and Optimum Design of a Liquid Hydrogen Tank. *IHEC2007 International Hydrogen Energy Congress and Exhibition* July 13-15, 2007 Istanbul, Turkey.
- Kabdaşlı, S., Önöz, B., Yeğen, B., Yılmaz, A., **Babac, G.**, Varol, Ö.E., Albostan, A., “Türkiye’nin Kıyılarındaki dalga Enerjisi Potansiyelinin Belirlenmesi – Kumköy Örneği-”, 6.Ulusal Kıyı Mühendisliği Sempozyumu, 25-28 Ekim 2007, İZMİR

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR/SUNUMLAR

Uluslararası SCI Makaleleri

- **Babac G.** and Sisman A., 2011: Thermodynamic cycles based on classical thermosize effects. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*. Vol: 8(9), p: 1-7.
- **Babac G.** and Sisman A., 2011: Classical Thermosize effects in degenerate quantum gases. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*. Vol: 8(11), p: 1-4.
- Sisman A. and **Babac G.**, 2011: Quantum size effects on classical thermosize effects. *Journal of Continuum Mechanics and Thermodynamics*. DOI: 10.1007/s00161-011-0214-9.

Uluslararası Konferans Bildirileri

- **Babac G.** and Sisman A., Thermosize effects and thermodynamic analysis of

thermosize power cycle, Joint European Thermodynamics Conference, June 22-24, 2009 Copenhagen, Denmark.

- **Babac G.** and Sisman A., A Mesoscale power cycle based on classical thermosize effects. *23rd International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy ECOS 2010*, June 14-17, 2010 Lausanne, Sweden.
- **Babac G.** and Sisman A., Classical thermosize effects for bose gases. *24rd International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy ECOS 2011*, July 4-7, 2011 Novi Sad, Serbia.
- **Babac G.** and Sisman A., Thermodynamic cycles based on Knudsen process 5th *International Ege Energy Symposium and Exhibition (IEESE-5)*, June 27-30, 2010 Denizli, Turkey.

