

T.C.  
DİCLE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

# ALÇAK ENERJİLİ ELEKTRONLARIN HİDROJEN ATOMUNDAN ESNEK SAÇILMASI

( YÜKSEK LİSANS TEZİ )

TEZİN KAYIT NO

EMİNE MEŞE

T. C. DİCLE ÜNİVERSİTESİ KÜTÜPHANESİ	
Deney No	1990/938
Tarih No	0037321
	539.757/MEŞE

1989

DİYARBAKIR — 1989

4

## TEŐEKKÜR

Çalıőma konusunun belirlenmesi ve çalışmanın gerçekleőmesinde değerli yardım ve uyarılarını esirgemeyen Sayın Doç.Dr.Mahmut AYDINOL'a teőekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

## İ Ç İ N D E K İ L E R

	<u>Sayfa</u>
Tez'de kullanılan semboller.....	1
Bölüm-1: Giriş.....	2
Bölüm-2: Kısmi Dalga Analizi.....	6
2.1: Kısmi Tesir Kesitinin hesaplanması.....	6
2.2: Toplam Esnek Saçılma Tesir Kesitinin Hesabı.....	14
2.3: Elektron Yerdəğişimi Dikkate Alınarak Esnek Saçılma Tesir Kesitinin Hesabı.....	15
2.4: Hidrojen Atomu İle Elektronun Alçak Enerjilerde Esnek Saçılması.....	17
2.4.a: Born Yaklaşımı İle Hidrojen Atomu-Elektron Saçılmasının İncelenmesi.....	17
2.4.b: Alçak Enerjili Elektronların Hidrojen Atomundan Esnek Saçılmasının Kısmi Dalga Analizi İle İncelenmesi.....	26
Bölüm-3: Sonuç.....	43
Kaynakça.....	46

## TEZ'DE KULLANILAN SEMBOLLER

$N$	: Demette birim zamanda birim alandan geçen parçacıkların sayısı.
$N'_S$	: $\theta$ ve $\theta+d\theta$ açıları arasında saçılan parçacıkların sayısı.
$dw$	: Katı açısı.
$k$	: Dalga sayısı.
$\hbar$	: Planck sabitinin $2\pi$ 'ye bölümü.
$I(\theta)$	: Demetin şiddeti.
	: Dalga fonksiyonu.
$P_L(\cos\theta)$	: $L$ 'inci basamak Legendre polinomu.
$j_L(kr)$	: Küresel Bessel fonksiyonu.
$n_L(kr)$	: Küresel Neumann fonksiyonu.
$H$	: Hamiltonyen.
$E$	: Gelen elektron enerjisi.
$\delta_0$	: Sıfırıncı basamak evre farkı.
$\delta_1$	: Birinci basamak evre farkı.
$\delta_2$	: İkinci basamak evre farkı.
$\sigma(\theta)$	: Herhangi bir $\theta$ saçılma açısında esnek saçılma tesir kesiti.
$Q$	: Toplam saçılma tesir kesiti.



## BÖLÜM 1 : GİRİŞ

Fizikteki önemli gelişmelere yüklü parçacık davranışlarının katkısı yadsınamaz. J. J. Thomson ve diğer katot ışınları üzerine çalışan araştırmacılar, elektronu buldular. Elektron yükünün kütlesine oranını, kütlesinin görelî değerinin hız ile değiştiğini, vs. belirleyerek yüklü parçacıkların özelliklerini açıkladılar. Daha sonra, atomik yapıyı araştırmak için yüklü parçacık ve foton demetleri kullanıldı. Atomik yapının anlaşılmasında yüklü parçacık demetlerinin rolü çok büyüktür. Katı, sıvı veya gaz yapıda olmasına bakılmaksızın maddeler, yüklü parçacıklar ile bombardıman edilerek o maddenin atomik ya da moleküler yapısı hakkında en kesin bilgiler elde edilmektedir.

Bu tip deneylerin ilki, Rutherford tarafından yapıldı. Rutherford, ince metal yaprağı  $\alpha$ - parçacıkları ile bombardıman ederek saçılan parçacıkların sayısı ve metalin yapısı hakkında çeşitli bilgiler elde etti.

Enerjisi bilinen elektronlar ile atomların bombardımanı üzerine Frank-Hertz ve diğer araştırmacıların çalışmalarında ilgi, çarpışan parçacıklardan çok saçıcı atom üzerinde toplanmaktadır. Bu tip çalışmalarda, aşağıdaki fiziksel büyüklüklerden, mümkün olan bir veya birkaçı aynı anda ölçülerek çarpışma dinamiği ve saçıcı maddenin yapısı hakkında bilgi edinilmeye çalışılmaktadır:

- Rezonans genişliği veya rezonans bozunum zamanı,
- Dallanma oranı (özel bir kanalla saçılma olabilir.),
- Spinli parçacıklar için polarizasyon,
- Tesir kesitinin saçılan parçacığın enerjisine bağlılığı,
- Saçılma düzleminde, tesir kesitinin saçılma açısına bağlılığı,
- Evre farkının enerjiye bağlılığı,
- Saçılma tesir kesiti (toplam ya da diferansiyel saçılma tesir kesiti).

Saçılma çeşitlerini şu şekilde sınıflayabiliriz:

- En basit saçılma, farklı iki parçacığın yaptığı esnek saçılma. Bu tip saçılma, a ve b parçacıkları için sembolik olarak aşağıdaki gibi yazılabilir;



Esnek saçılmanın özelliği, çarpışma öncesi ve sonrası parçacıkların kinetik enerjileri eşittir. Eğer parçacıklar özdeş ise,

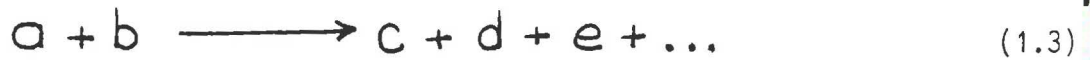


olur. Bu özel tip saçılmayı teorik ve deneysel olarak incelemek, denk-1'de verilen saçılmayı incelemekten daha zordur.

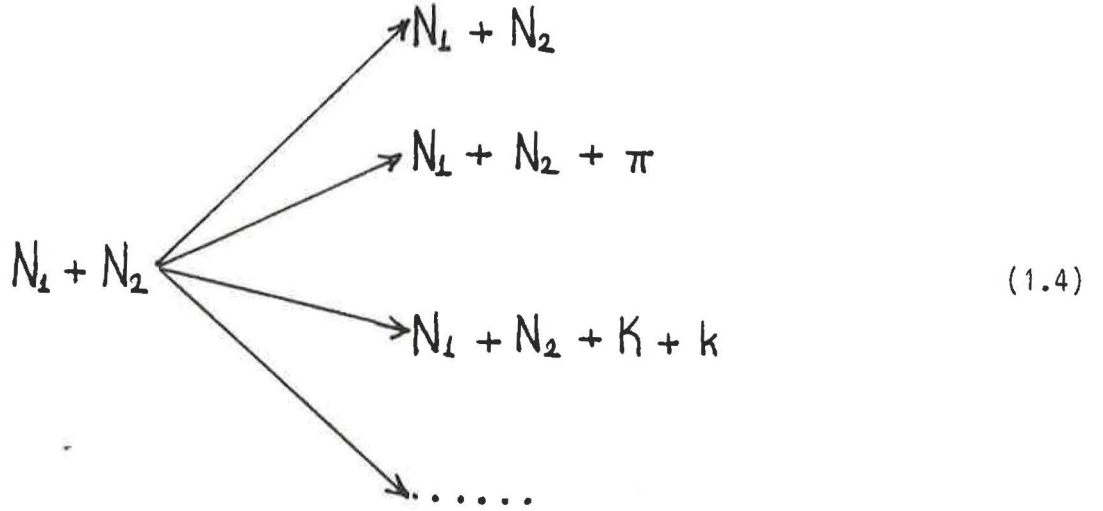
— Saçılma anında parçacıkların iç serbestlik dereceleri, durumları ya da parçacıklardan sadece birinin iç durumunda bir değişme varsa parçacıkların çarpışma öncesi ve sonrası kinetik enerjileri birbirine eşit olmaz. Bu tip saçılma esnek olmayan saçılmadır.

— Bu esnek olmayan tip saçılmalarda uyarım için enerji harcanmış ise çarpışma sonrası toplam kinetik enerji, çarpışma öncesi toplam kinetik enerjiden az olur. Böyle saçılmaya endoerjik veya hipoelastik saçılma denir. Bu olayın tersine, saçılma sonrası kinetik enerji saçılma öncesi kinetik enerjiden büyük ise bu tip saçılmaya ekzoerjik ya da hiperelastik saçılma denir.

— Eğer saçılmayı meydana getiren her iki parçacık bir takım başka parçacıkların bir araya gelmesiyle oluşmuş birer bileşik yapıda iseler, çarpışmada bu parçacıklar kopabilir, yeni bileşik yapılar meydana gelebilir. Bu tip bileşik parçacıklı yapıların saçılmasına, yeniden yapı ayarlamalı saçılma denir. Şu şekilde sembolize edilir:



— Yukarıda belirtilen saçılma çeşitlerini, aynı güvenilirlikle inceleyen ayrıntılı saçılma teorileri geliştirilmiştir. Bu tip teorilere çok kanallı saçılma teorileri denir. Nükleer fizikte yüksek enerjili parçacık çarpışmaları bu teorilerle çözümlenir.  $N_1$  ve  $N_2$  iki yüksek enerjili nükleon olsun: Bunların çarpışmaları sonucu,



dur.

— Rezonansın meydana gelişi veya bozunumuna rezonans saçılması denir. Şu şekilde sembolize edilir:



Biz, bu saçılma türlerinin en basit hali olan esnek saçılma ile ilgilendik. Hidrojen atomunun alçak enerjili elektronlar ile esnek saçılmasını, kısmi dalga analizi ile incelemeye çalıştık. Hidrojen atomunun en basit atom olması, onun elektron demeti ile saçılmasını incelemeyi, diğer daha büyük atomların elektron demeti ile saçılmasını incelemekten daha basit kılar. Ayrıca, hidrojen atomunun incelenmesi ile tek elektronlu diğer atomlar hakkında da faydalı sonuçlar elde edilmiş olur. Hidrojen molekülünün doğada bulunması ve bunun atomlarına ayrılmasının diğer maddelere göre daha kolay olması, insan ve doğa açısından çok önemlidir. Bu özellikleri yanında hidrojen atomunu, astrofiziksel çalışmalarda ve plazma fiziğindeki önemi nedeniyle araştırmamızda tercih ettik.

Alçak enerjilerde çarpışmalar için bir takım yaklaşım metotları geliştirilmiştir. Bunlardan en önemlileri aşağıdakilerdir:

- Kısmi dalga analizi (partial waves method),
- Bozulmuş dalga metodu ( the method of distorted waves),



- Çok kuvvetli eşlenmiş eşitlikler metodu (the case of strong coupling),
- Tedirgin edilmiş kararlı durum dalga fonksiyonları metodu (the method of perturbed stationary state wave functions),
- Kompleks çarpışma metodu (the method of the collision complex),
- Yarı parçacık integral denklemleri metodu (quasi particle integral equation method).

Son yapılan çalışmalardan en ilgi çekici olanı, Alt ve arkadaşlarının yarıparçacık integral denklemlerini kullanarak yaptıkları çalışmalarıdır(1,2). Alt ve arkadaşları, bu yöntemde üç parçacık problemini iki parçacık problemine indirgeyerek iki parçacık problemini çözdüler. Oldukça karışık ve zör olan bu çözümler sonucu, faz (evre)farkının enerjiye bağlılığını ve belirli enerjilerde saçılma tesir kesitinin saçılma açısıyla değişimini incelediler. Bulguları, deneysel sonuçlar ile uyum içinde olan bu tip çalışmalarla kendi çalışmamızda elde ettiğimiz sonuçları karşılaştırdık.

Bu çalışmamızda, ayrıntılara girmeksizin saçılma teorisine giriş yapmak üzere önce kısmi dalga metodu hakkında teorik bilgiler verdik. Sonra Born yaklaşımı ile problemin çözümünü yapmağa çalıştık. Çok alçak enerjilerde Born yaklaşımının iyi sonuç vermediğini gözledik. Bu nedenle kısmi dalga metodunu kullanarak ve saçılma sırasında büyük bir yaklaşıklık ile hidrojen atomunun potansiyelini, küresel simetrik katı bir kürenin potansiyeli gibi düşünerek saçılmayı inceledik. Evre farkının enerji ile değişimini ve enerjiyi sabit değerlerde tutarak (2.2 eV, 4.9 eV, 8.7 eV) tesir kesitinin saçılma açısı ile değişimini inceledik. Son olarak da çizdiğimiz grafikleri, önceki çalışmalar ile sonuç kısmında karşılaştırdık.

Bu çalışmamızda atomik birimleri kullandık. Bu birimlerde;  $\hbar = m = e = 1$  (Burada;  $\hbar$  Planck sabitinin  $2\pi$ 'ye bölümü,  $m$  elektronun kütlesi,  $e$  elektronun yükü'dür.). Ayrıca, enerjinin atomik birimi: 27.2 eV, uzunluk birimi:  $a_0 = 0.5292 \times 10^{-8}$  cm (hidrojen atomunun Bohr yarıçapı) ve birim tesir kesiti de  $\pi a_0^2$ 'dir.

## BÖLÜM 2 : KISMİ DALGA ANALİZİ

### 2.1. Kısmi Tesir Kesitinin (Saçılma Yoğunluğunun) Hesaplanması

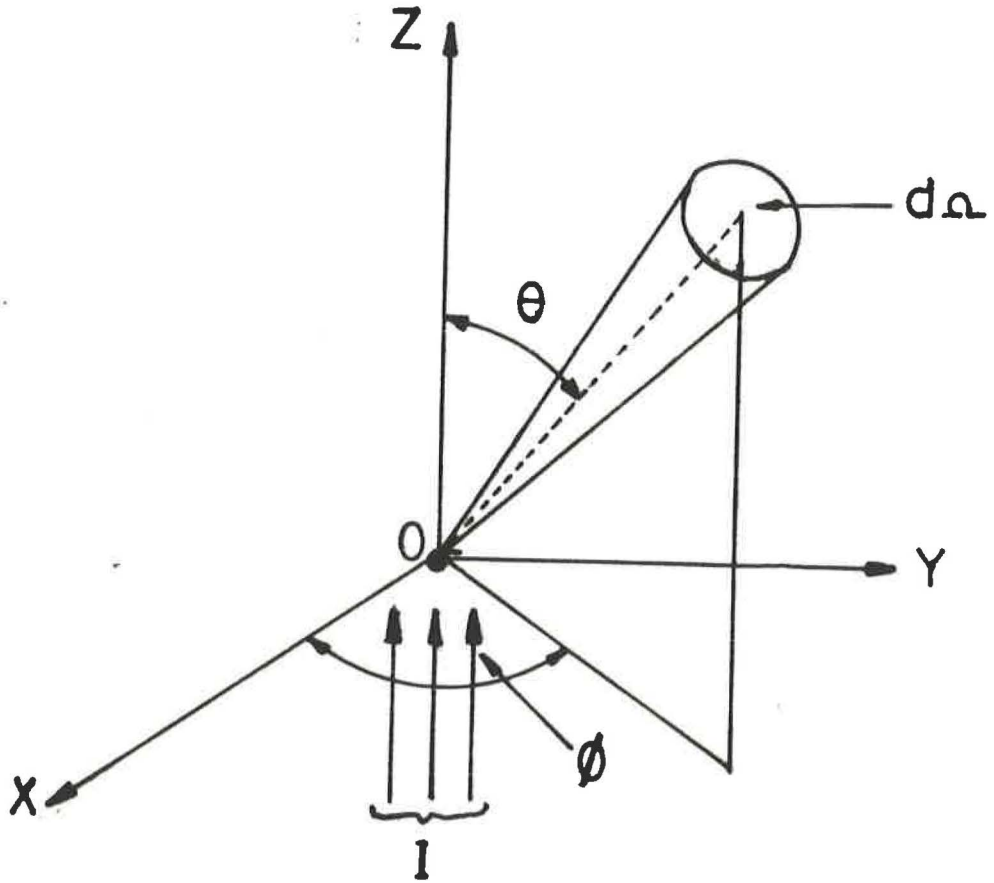
Bir atom ve bir elektron arasındaki çarpışma problemi, bir çok cisim problemidir. Bu kesimde sıfırdan farklı küresel simetrik bir potansiyel enerjisine sahip olan küçük bir bölge tarafından yüklü parçacıkların saçılmasını inceleyeceğiz. Bu bölgeyi atom diye adlandıracağız. Atomdan  $r$  uzaklıkta bir parçacığın potansiyel enerjisi  $V(r)$  olsun. Şekil-1'de atomun "0" başlangıç noktasında olduğu varsayılmıştır. Parçacık demetinin saçılması deneylerinde, saçıcı atomdan  $r$  uzaklığında konumlanan, OP doğrultusuna dik  $dS$  alanına birim zamanda düşen parçacıkların sayısı ölçülür. "0" noktasında yalnız bir saçıcı atomun varlığını kabul edeceğiz.  $dS$  üzerine düşen parçacıkların sayısı,  $dS$  alanı ve  $dS$  alanının gördüğü  $d\omega$  katı açısı ile orantılı,  $r$  uzaklığının karesi ile ters orantılı olur.  $d\omega$  katı açısı içinde bir  $\theta$  açısından saçılıp  $dS$  alanına çarpan parçacıklar ile ilgileneceğiz.

$d\omega$  katı açısı içinde saçılan parçacıkların sayısı, gelen elektron demetindeki birim alan başına düşen elektron sayısı ile orantılıdır. Demette birim zamanda birim alandan geçen parçacıkların sayısı  $N$  olsun.  $d\omega$  katı açısı içinde bir  $\theta$  açısı boyunca birim zamanda saçılan parçacıkların sayısı,

$$N_s = N I(\theta) d\omega \quad (2.1)$$

olur.  $I(\theta)$ , hesaplanabilen bir niceliktir. Bu  $I(\theta)d\omega$ , alan boyutuna sahiptir ve  $d\omega$  katı açısı içerisinde saçılma için etkin tesir kesiti veya diferansiyel tesir kesitidir.

Şimdi bu etkin ya da diferansiyel saçılma tesir kesitini inceleyelim: Bir anda elektronun kartezyen koordinatlarını  $(X,Y,Z)$  ve küresel koordinatlarını  $(r,\theta,\phi)$  ile göstereyim. Elektronların  $v$  hızı ile OZ-ekseni boyunca Şekil-1'deki gibi hareket ettiğini kabul edeceğiz. Elektronları  $\exp(ikz)$  düzlem dalgası ile göstereyim. Burada  $k$ ,  $2mvp/h'$ 'ya eşittir. Bu dalgaların



Şekil-1 : Saçılmanın klasik gösterimi.

birim hacim başına düşen sayısı, elektron yoğunluğunu gösterir. Bu düzlem dalga, atom tarafından saçıldıktan sonra  $P(r, \theta, \phi)$  noktasında, saçılan dalga fonksiyonu,

$$r^{-1} f(\theta) e^{ikr}$$

(2.2)

şeklinde olacaktır.

Eğer, biz bu  $f(\theta)$ 'yı bilirsek, bir katı açı içinde birim zaman başına saçılan parçacık sayısını bulabiliriz.  $P(r, \theta, \phi)$  noktasında  $dS$  birim alanından geçen saçılmış dalgada elektronların sayısı, birim zaman başına  $vr^{-2}dS|f(\theta)|^2$  dir. Böylece, eğer demet birim zaman başına birim alana düşen bir elektron ise birim zamanda verilen  $dw$  katı açısı içinde  $I(\theta)dw$  sayısı,  $|f(\theta)|^2$ 'ye eşittir. Böylece,

$$I(\theta) d\omega = |f(\theta)|^2 \quad (2.3)$$

olur.

$\theta$  ve  $\theta + d\theta$  açıları arasında saçılan parçacıkların sayısı,  $N'_S = |f(\theta)|^2 2\pi \sin\theta d\theta$  dır.

Problemimiz, atomdan büyük bir uzaklıktaki dalga denkleminin  $\Psi$  gibi bir çözümünü bulmaktır. Bu  $\Psi$ , bir gelen dalga kısmını, bir de saçılan dalga kısmını içerir. Büyük  $r$  değerleri için yaklaşık olarak  $\Psi$ 'nin ifadesi şöyle olsun:

$$\Psi \sim e^{ikz} + r^{-1} e^{ikr} f(\theta) \quad (2.4)$$

ile düzenlenen dalga denklemi,

$$\nabla^2 \Psi + (k^2 - U(r)) \Psi = 0 \quad (2.5)$$

burada ;  $k^2 = \frac{2\pi m v}{h}$  ,  $U(r) = \frac{8\pi^2 m}{h^2} V(r)$  'dir.

Denk-2.5'in çözümü küresel harmonikler ile verilebilir. Şimdi bunu araştıralım:  $\exp(ikz)$  düzlem dalgası,

$$\nabla^2 \Psi + k^2 \Psi = 0 \quad (2.6)$$

denkleminin bir çözümüdür. Denk-2.6'nın küresel koordinatlardaki çözümü,  $P_l(\cos\theta)$  Legendre polinomları cinsinden

$$\Psi = P_l(\cos\theta) f_l(r) \quad (2.7)$$

şeklindedir. Buradaki  $l$  indisi polinomun mertebesini belirtmektedir.  $f_l(r)$  ise aşağıdaki denklemin çözümüdür;

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{df_l}{dr} \right) + \left( k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) f_l = 0 \quad (2.8)$$



$P_l(\cos\theta)$ ,  $l$ 'inci Legendre bağıntısıdır.

Denk-2.8 serisel olarak çözülebilir. Bunun biri  $r^{-l}$  ile diğeri  $r^{-l-1}$  ile başlayan iki çözümü vardır. Bu çözümler daha sonra Bessel fonksiyonları cinsinden ifade edilecek.

Eğer  $A_l$  keyfi sabit ise,

$$\sum_{l=0}^{\infty} A_l P_l(\cos\theta) f_l(r) \quad (2.9)$$

ifadesi, denk-2.6'nın en genel çözümüdür.  $\exp(ikz)$  bu biçimde açılabilir:

$$e^{ikz} = e^{ikr\cos\theta} = \sum_{l=0}^{\infty} A_l P_l(\cos\theta) f_l(r) \quad (2.10)$$

$A_l$ 'yi bulmak için, her iki tarafı  $P_l(\cos\theta)\sin\theta$  ile çarptıktan sonra 0'dan  $\pi$ 'ye kadar integre edelim:

$$\int_0^{\pi} e^{ikr\cos\theta} P_l(\cos\theta) \sin\theta d\theta = \sum_{l=0}^{\infty} \int_0^{\pi} A_l P_l(\cos\theta) \sin\theta f_l(r) d\theta \quad (2.11)$$

Bu denklemde  $\cos\theta = t$  dönüşümünü yapalım,

$$\int_{-1}^{+1} e^{ikrt} P_l(t) dt = \sum_{l=0}^{\infty} A_l \int_{-1}^{+1} |P_l(t)|^2 dt f_l(r)$$

$$\int_{-1}^{+1} e^{ikrt} P_l(t) dt = \sum_{l=0}^{\infty} A_l f_l(r) \int_{-1}^{+1} |P_l(t)|^2 dt$$

$$\int_{-1}^{+1} e^{ikrt} P_l(t) dt = \sum_{l=0}^{\infty} A_l f_l(r) \frac{2}{2l+1}$$



$$\frac{2}{2\ell+1} A_\ell f_\ell(r) = \int_{-1}^{+1} e^{ikrt} P_\ell(t) dt \quad (2.12)$$

buluruz.

$A_\ell$  keyfi çarpım sabiti olmasaydı  $f_\ell(r)$  belirlenebilirdi. Keyfi çarpım sabiti  $A_\ell$  verilene kadar bu belirlenemez. Fakat büyük  $r$ 'ler ( $r \rightarrow \infty$ ) için dalga fonksiyonunun asimtotik dağılımı aracılığıyla  $f_\ell(r)$ 'i tamamen belirleyebiliriz. Denk-2.12'nin sağ yanını parçalayıp integral alırsak,

$$\frac{1}{ikr} \left[ e^{ikrt} P_\ell(t) \Big|_{t=-1}^1 - \frac{1}{ikr} \int_{-1}^{+1} e^{ikrt} P_\ell'(t) dt \right] \quad (2.13)$$

buluruz. Denk-2.13'de ikinci terim  $1/r^2$  basamağında olduğundan büyük  $r$ 'ler için ihmal edilir. Böylece,

$$\frac{2}{2\ell+1} A_\ell f_\ell(r) \sim \frac{1}{ikr} \left[ e^{ikrt} P_\ell(t) \Big|_{t=-1}^{t=+1} \right] \quad (2.14)$$

$P_\ell(1) = 1$  ve  $P_\ell(-1) = -1$  olduğundan denklemin sağ yanı,

$$2(i)^\ell (kr)^{-1} \sin\left(kr - \frac{1}{2} \ell \pi\right)$$

'e eşittir. Denk-2.8'in asimtotik biçime sahip çözümünü alarak  $f_\ell(r)$ 'yi belirleyebiliriz.

$$f_\ell(r) \cong (kr)^{-1} \sin\left(kr - \frac{1}{2} \ell \pi\right) \quad (2.15)$$

Buradan  $A_\ell$ 'in  $(2\ell+1)$  'e eşit olduğu görülür. Böylece,

$$e^{ikz} = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) (i)^\ell P_\ell(\cos\theta) f_\ell(r) \quad (2.16)$$

açılımına gereksinilir. Buna örnek olarak  $f_l(r)$ 'nin Bessel fonksiyonları cinsinden açılımını veririz.

$$f_0(r) = \sin kr / kr$$

$$f_l(r) = (\pi/2kr)^{1/2} J_{l+1/2}(kr) \quad (2.17)$$

Şimdi denk-2.5'i bir atomun alanında bir elektron için düşünelim: Denk-2.5'in çözümü için

$$\Psi = \sum_{l=0}^{\infty} A_l P_l(\cos\theta) L_l(r) \quad (2.18)$$

yazabiliriz. Burada  $A_l$  keyfi sabitlerdir.  $L_l(r)$ 'de aşağıdaki denklemin çözümüdür.

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dL_l(r)}{dr} \right) + \left( k^2 - U(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) L_l(r) = 0 \quad (2.19)$$

Denk-2.19, orijinde biri belirli ve diğeri belirsiz iki çözüme sahiptir.  $A_l$  sabitlerini seçersek denk-2.18 ile verilen  $\Psi$ , bir gelen dalgayı bir de saçılan dalgayı gösterir. Öyleki denk-2.18'deki  $\Psi$ , denk-2.4'ün asimtotik biçimidir. Şimdi denk-2.19'un çözümü olan  $L_l(r)$ 'yi belirleyelim:

$$L_l(r) = r^{-1} G(r)$$

seçerek denk-2.19'da bırakırsak,

$$\frac{d^2 G}{dr^2} + \left( k^2 - U(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) G = 0 \quad (2.20)$$

denklemine indirgenir. Büyük  $r$  için parantez içindeki son iki terim sıfıra

yaklaşır. A ve  $\epsilon$  sabit olmak üzere G için şu çözümü yazabiliriz.

$$G \sim A \sin(kr + \epsilon) \quad (2.21)$$

$L_\ell(r)$ 'nin en genel biçimi,

$$L_\ell(r) = \left[ \cos \delta_\ell j_\ell(kr) - \sin \delta_\ell n_\ell(kr) \right] \quad (2.22)$$

şeklinde olur. Burada  $j_\ell(kr)$  küresel Bessel fonksiyonu,  $n_\ell(kr)$  küresel Neuman fonksiyonlarıdır.  $r \rightarrow \infty$  limitinde denk-2.19'un orijinde belirli olan çözümü şu biçimde olacaktır:

$$C r^{-1} \sin\left(kr - \frac{1}{2} \ell \pi + \delta_\ell\right) \quad (2.23)$$

Burada C bir sabittir.  $\delta_\ell$  nümerik integrasyon ile belirlenebilen k'ya ve  $U(r)$ 'ye bağlı bir sabittir.

$$k r^{-1} \sin\left(kr - \frac{1}{2} \ell \pi + \delta_\ell\right) \quad (2.24)$$

Denk-2.24,  $r \rightarrow \infty$  için  $L_\ell(r)$ 'nin asimtotik biçimidir. Bunu, denk-2.18'de yazarsak  $\Psi$  için,

$$\Psi = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell (kr)^{-1} \sin\left(kr - \frac{1}{2} \ell \pi + \delta_\ell\right) P_\ell(\cos \theta) \quad (2.25)$$

Bu  $\Psi$  fonksiyonu hem gelen hem de saçılan dalga kısımlarını birlikte içerir. Denk-2.15'i, denk-2.4 ile eşitlersek

$$\begin{aligned} e^{ikz} + r^{-1} f(\theta) e^{ikr} \\ = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell (kr)^{-1} \sin\left(kr - \frac{1}{2} \ell \pi + \delta_\ell\right) P_\ell(\cos \theta) \end{aligned}$$

elde ederiz. Burada denk-2.15 ve denk-2.16'yı kullanarak,

$$\begin{aligned} & \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(i)^l P_l(\cos\theta) (kr)^{-l} \sin\left(kr - \frac{1}{2} l\pi\right) + r^{-1} f(\theta) e^{ikr} \\ &= \sum_{l=0}^{\infty} A_l (kr)^{-l} \sin\left(kr - \frac{1}{2} l\pi + \delta_l\right) P_l(\cos\theta) \end{aligned}$$

sinüs fonksiyonlarının karmaşık üstel biçimini yazdıktan sonra denklemin iki tarafını  $\exp(ikr)$  ve  $\exp(-ikr)$  çarpımlarına ayırırsak şu iki denklemi elde ederiz:

$$2ik f(\theta) + \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(i)^l e^{-\frac{1}{2}i l\pi} P_l(\cos\theta) \quad (2.26a)$$

$$= \sum_{l=0}^{\infty} A_l e^{i(\delta_l - \frac{1}{2} l\pi)} P_l(\cos\theta)$$

$$\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(i)^l e^{\frac{1}{2}i l\pi} P_l(\cos\theta) \quad (2.26b)$$

$$= \sum_{l=0}^{\infty} A_l e^{-i(\delta_l - \frac{1}{2} l\pi)} P_l(\cos\theta)$$

Denk-2.26b'den  $A_l$  için,

$$A_l = (2l+1)(i)^l e^{i\delta_l} \quad (2.27)$$

buluruz. Bunu denk-2.26a'da yerleştirirsek  $f(\theta)$  saçılma genliği için,

$$f(\theta) = (2ik)^{-1} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (e^{2i\delta_l} - 1) P_l(\cos\theta) \quad (2.28a)$$

buluruz. Kısmi tesir kesiti (ya da saçılma yoğunluğu) de,

$$\sigma(\theta) = I(\theta) d\omega = |f(\theta)|^2$$

$$\sigma(\theta) = \left| (2ik)^{-1} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) (e^{2i\delta_{\ell}} - 1) P_{\ell}(\cos\theta) \right|^2 \quad (2.28b)$$

olur. Burada şunu belirtelim: Denk-2.4, denk-2.27, denk-2.28 ifadeleri,  $r \rightarrow \infty$  limitindeki asimtotik davranışı verir. Bu bağıntılar, özel görelilik hesaba katıldığında da geçerlidir. Bölüm-2.4b'de alçak enerjili elektron-hidrojen atomu çarpışmasında bu bağıntıları kullanacağız.

## 2.2. Toplam Esnek Saçılma Tesir Kesitinin Hesabı

Toplam esnek saçılma tesir kesiti denk-2.28b'nin bütün küre üzerinden integralidir.

$$Q = 2\pi \int_0^{\pi} I(\theta) \sin\theta d\theta \quad (2.29)$$

$$Q = 2\pi \int_0^{\pi} \left[ \frac{1}{4k^2} \left| \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) (e^{2i\delta_{\ell}} - 1) P_{\ell}(\cos\theta) \right|^2 \right] \sin\theta d\theta \quad (2.30)$$

$$Q = \frac{\pi}{2k^2} \int_0^{\pi} \left[ \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) (e^{2i\delta_{\ell}} - 1) P_{\ell}(\cos\theta) \times \right. \\ \left. \times \sum_{\ell'=0}^{\infty} (2\ell'+1) (e^{-2i\delta_{\ell'}} - 1) P_{\ell'}(\cos\theta) \sin\theta \right] d\theta$$



$$Q = \frac{\pi}{2k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{\ell'=0}^{\infty} (2\ell+1)(2\ell'+1)(e^{2i\delta_{\ell}} - 1)(e^{-2i\delta_{\ell'}} - 1) \\ \times \int_0^{\pi} P_{\ell}(\cos\theta) P_{\ell'}(\cos\theta) \sin\theta d\theta$$

$\ell \neq \ell'$  ise integral sıfır olacağından  $Q = 0$  dir.  $\ell = \ell'$  ise integral,  $2/(2\ell+1)$ 'e eşittir. Böylece  $Q$  için

$$Q = -\frac{\pi}{2k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1)^2 (1 + 1 - e^{2i\delta_{\ell}}) \frac{2}{2\ell+1}$$

elde ederiz. Biraz düzenledikten sonra kompleks üstel terimlerin yerine trigonometrik eşdeğerlerini yazarsak,

$$Q = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \sin^2 \delta_{\ell} \quad (2.31)$$

olur. Denk-2.31, denk-2.28a, denk-2.28b bağıntılarında:

$\ell$  = yörüngesel açısal momentum,

$k$  = dalga sayısı (enerjiye bağlı),

$P_{\ell}(\cos\theta)$  = Legendre polinomu,

$\delta_{\ell}$  = evre farkı

dir.

$\delta_{\ell}$  açısı,  $\ell$ 'inci kısmi dalganın evre farkı olarak tanımlanır. Çünkü denk-2.24'e göre bu açı, denk-2.19'un gerçek radyal fonksiyonu  $L_{\ell}(r)$  ile saçılma potansiyelinin yokluğunda denklemin çözümü olan  $L_{\ell}(r)$ 'nin asimptotik biçimi arasındaki evre farkıdır. Bu evre farkı, saçılmayı tamamen belirler.  $\delta_{\ell} = 0$  ya da  $180$  olduğu zaman saçılma tesir kesiti yok olur. evre farkı, enerjinin fonksiyonudur.

### 2.3. Elektron Yerdeğişimi Dikkate Alınarak Esnek Saçılma Tesir Kesitinin Hesabı

Bir hidrojen atomu ile bir elektron çarpışmasında saçılan elektron

— gelen elektrondur. Bu durumda saçılma genliği, kısmi saçılma tesir kesiti ve toplam saçılma tesir kesiti, denk-2.28a, denk-2.28b, denk-2.31 ile verilir.

— atomik elektrondur. Bu durumda gelen elektron, atomik elektron ile yer değiştirmiştir. Gelen elektron, atomik elektronun bulunduğu durumda tutulup, atomik elektron bulunduğu durumdan ayrılarak saçılmıştır. Bu olaya elektron yerdeğişimi denir. Bu durumla ilgili  $\Psi$  dalga fonksiyonu, iki ayrı fonksiyonun çarpımı ile verilir:

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \Psi(\vec{r}_2) \cdot \Psi(\vec{r}_1) \quad (2.32)$$

Burada  $\Psi(r_1)$ , atomik elektrona ait,  $\Psi(r_2)$ , gelen elektrona ait dalga fonksiyonlarıdır. Çarpışmanın asimtotik biçimi,

$$\Psi \sim \left[ e^{ikz} + r_1^{-1} f(\theta_1) e^{ikr_1} \right] \Psi(r_2) \quad (2.33a)$$

$$\sim \left[ r_2^{-1} f(\theta_2) e^{ikr_2} \right] \Psi(r_1) \quad (2.33b)$$

dir. Saçılan elektronların sayısı  $|f(\theta)|^2$  ile ayrılan elektronların sayısı  $|g(\theta)|^2$  ile orantılıdır. Uzay koordinatlarında simetrik ya da antisimetrik dalga fonksiyonu,

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \pm \Psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) \quad (2.34)$$

dir. Bunun asimtotik biçimi,

$$\sim \left[ e^{ikz_1} + (f(\theta) \pm g(\theta)) r_1^{-1} e^{ikr_1} \right] \Psi(r_2) \quad (2.35)$$

ve  $dw$  katı açısı içinde saçılan elektronların sayısı,

$$|f(\theta) \pm g(\theta)|^2$$

dir. Polarize olmamış elektronlar için formül 3'e 1 oranında birleşir.  $d\omega$  katı açısı içinde saçılma tesir kesiti,

$$\sigma(\theta) = \left\{ \frac{3}{4} |f - g|^2 + \frac{1}{4} |f + g|^2 \right\} d\omega \quad (2.36)$$

olur(3). Biz problemi incelerken elektron yerdeğişimini gözönüne almaya-  
cağız. Yalnız gelen elektronun saçıldığını düşüneceğiz.

#### 2.4. Hidrojen Atomu ile Elektronun Alçak Enerjilerde Esnek Saçılması

Hidrojen atomu-elektron saçılmasını iki yol ile inceleyeceğiz. Bi-  
rincisi Born yaklaşımı, diğeri kısmi dalga analizi. Elektron yerdeğişimi,  
polarizasyon, vs. ayrıntılara girmeden problemi inceleyeceğiz.

##### 2.4a. Born Yaklaşımı ile Hidrojen Atomu-Elektron Saçılmasının İncelenmesi

Hidrojen atomu tarafından bir elektronun saçılması olayında Hamil-  
tonyen,

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2 - \frac{e^2}{r_1} - \frac{e^2}{r_2} + \frac{e^2}{r_{12}} \quad (2.37)$$

ile verilir. Burada,

$\mu$ : elektron atom sisteminin indirgenmiş kütlesi,

$m$ : elektronun kütlesi,

$\vec{r}_1$ : atomik elektronun orijine uzaklığı,

$\vec{r}_2$ : gelen elektronun orijine uzaklığı,

$\vec{r}_{12}$ :  $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$

dir. Hamiltonyen'i  $H = H_0 + H'$  şeklinde yazalım.

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2 - \frac{e^2}{r_2} \quad (2.38a)$$

$$H' = \frac{e^2}{r_{12}} - \frac{e^2}{r_1} \quad (2.38b)$$



H'in öz fonksiyonları iki parametre ile özelleştirilir.

$$H_0 U_{\alpha a} = E_{\alpha a} U_{\alpha a} \quad (2.39)$$

$$U_{\alpha a}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = C \exp(i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_1), E_{\alpha a} \equiv \hbar \omega_{\alpha a} = \frac{\hbar^2 k_\alpha^2}{2\mu} + E_a \quad (2.40)$$

Burada  $U_{\alpha a}$  ve  $E_{\alpha a}$ , saçıcının Hamiltonyeninin tipik öz fonksiyonları ve öz değerleridir. H'in öz fonksiyonunun asimtotik biçimi,

$$\Psi_{\alpha a}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \xrightarrow{\vec{r}_1 \rightarrow \infty} C \left[ \exp(i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_1) w_a(\vec{r}_2) + \sum_b \vec{r}_1^{-1} e^{i\vec{k}_r \cdot \vec{r}_1} f(\vec{k}_r, b; \vec{k}_\alpha, a) w_b(\vec{r}_2) \right] \quad (2.41)$$

dir. Burada  $k_r$ ,  $r_1$  doğrultusunda bir vektördür. Değeri,  $\hbar^2 k_r^2 / 2\mu + E_b = E_{\alpha a}$  ile verilir.  $b = a$  ile  $f$ , esnek saçılmayı,  $b \neq a$  ile esnek olmayan saçılmayı belirler. Denk-2.41'deki  $\Psi_{\alpha a}^+$  Lipmann-Schwinger denkleminin uyar(4,5),

$$\Psi_\alpha^+(\vec{r}') = U_\alpha(\vec{r}') + \hbar^{-1} \int G_{\alpha a}^+(\vec{r}', \vec{r}) V(\vec{r}) \Psi_0^+(\vec{r}) d^3 r \quad (2.42)$$

Buna göre,

$$\Psi_{\alpha a}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = U_{\alpha a}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + \hbar^{-1} \iint G_{\alpha a}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$$

$$G^+(\vec{r}, t; \vec{r}', t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_\omega^+(\vec{r}, \vec{r}') e^{-i\omega(t-t')} d\omega$$

$$G_\omega^+(\vec{r}; \vec{r}') \equiv S_\alpha(\omega - \omega_\alpha + i\epsilon)^{-1} \Psi_\alpha(\vec{r}') \Psi_\alpha^*(\vec{r})$$

$$G_{0\omega}^+(\vec{r}', r) = -\frac{\mathcal{A}}{2\pi\hbar} |\vec{r}' - \vec{r}|^{-1} \exp(i\vec{k} |\vec{r}' - \vec{r}|)$$

$$k = + \left( \frac{2\mathcal{A}\omega}{\hbar} \right)^{1/2}$$

dir. Buradan da,

$$G_{0\omega\alpha 0}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}_1, \vec{r}_2) = S_b S_\alpha (\omega_{\alpha 0} - \omega_{\beta 0} + i\epsilon)^{-1} U_{\beta b}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2) U_{\alpha 0}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$$

$$\text{"} = S_b \omega_b(\vec{r}_1) \omega_b^*(\vec{r}_2) \frac{\mathcal{A}}{4\pi^2 \hbar} \int (k_b^2 - k_\beta^2 + i\epsilon)^{-1} \exp[i\vec{k}_\beta (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)] d^3 k_\beta$$

$$\text{"} = -\frac{\mathcal{A}}{2\pi\hbar} S_b \omega_b(\vec{r}_1) \omega_b^*(\vec{r}_2) |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^{-1} \exp[ik_\beta |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|]$$

$$k = + \left[ k_\alpha^2 + \frac{2\mathcal{A}}{\hbar^2} (\epsilon_\alpha - \epsilon_b) \right]^{1/2}$$

$$\Psi_{\alpha 0}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = U_{\alpha 0}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2) +$$

$$+ \hbar^{-1} \iint G_{0\omega\alpha 0}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}_1, \vec{r}_2) H'(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \Psi_{\alpha 0}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d^3 r_1 \cdot d^3 r_2$$

$$\Psi_{\alpha 0}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = U_{\alpha 0}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2) +$$

$$+ \hbar^{-1} \iint \left( -\frac{\mathcal{A}}{2\pi\hbar} \right) S_b \omega_b(\vec{r}_2) \omega_b^*(\vec{r}_1) |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^{-1} \exp(i\vec{k}_\beta |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) H'(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \Psi_{\alpha 0}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d^3 r_1 d^3 r_2$$

$$\Psi_{\alpha 0}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = U_{\alpha 0}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + \hbar^{-1} \left( -\frac{\mathcal{N}}{2\pi\hbar} \right) \left\{ \iint S_b \omega_b(\vec{r}_2) \omega_b^*(\vec{r}_1) |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| \times \right. \\ \left. \times \exp(ik_b |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|) \left( \frac{e^2}{r_{12}} - \frac{e^2}{r_1} \right) \Psi_{\alpha 0}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d^3r_1 \cdot d^3r_2 \right\}$$

bulunur. Denk-2.41 ile denk-2.44'ü karşılaştırdığımızda f için,

$$f(\vec{k}_r, b; k_\alpha, 0) = -\frac{\mathcal{N}}{2\pi\hbar^2 |c|^2} \iint e^{-ik_b r \cos\theta'} \omega_b^*(\vec{r}_2) H'(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \Psi_{\alpha 0}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d^3r_1 d^3r_2 \\ = -\frac{\mathcal{N}}{2\pi\hbar^2 |c|^2} \langle \beta b | T | \alpha 0 \rangle$$

yazabiliriz.

$$\langle \beta b | T | \alpha 0 \rangle = \iint U_{\beta b}^*(\vec{r}_1, \vec{r}_2) H'(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \Psi_{\alpha 0}^+(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d^3r_1 d^3r_2 \\ = \iint |c|^2 e^2 \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}_1) \left( \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_1} \right) \omega_b^*(\vec{r}_2) \omega_b(\vec{r}_2) d^3r_1 d^3r_2$$

$$\langle \beta b | T | \alpha 0 \rangle = |c|^2 e^2 \left\{ \int d^3r_2 \omega_b^*(\vec{r}_2) \omega_b(\vec{r}_2) \int \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}_1) \frac{1}{r_{12}} d^3r_1 \right. \\ \left. - \int d^3r_2 \omega_b^*(\vec{r}_2) \omega_b(\vec{r}_2) \int \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}_1) \frac{1}{r_1} d^3r_1 \right\}$$

Burada  $\vec{q} = \vec{k}_\alpha - \vec{k}_\beta$  dir.

$\vec{q}$  ile  $\vec{r}_1$  arasındaki açığa  $\theta$  diyelim. Buna göre önce,

$$\int \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}_1) \frac{1}{r_1} d^3 r_1 \quad \text{integraline bakalım:}$$

$$(i) = \int \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}_1) \frac{1}{r_1} d^3 r_1 = \iiint e^{iqr_1 \cos\theta} \frac{1}{r_1} r_1^2 dr_1 \sin\theta d\theta d\phi$$

$\cos\theta = u$  dönüşümünü yaparsak (i) için,

$$(i_1) = 2\pi \iint r_1 e^{iqr_1 u} du dr_1$$

$$= 2\pi \int r_1 dr_1 \left[ \frac{1}{iqr_1} e^{iqr_1 u} \right]$$

$$= \frac{2\pi}{iq} \int dr_1 \left[ e^{iqr_1 \cos\theta} \right]_0^\pi$$

$$= \frac{2\pi}{iq} \int dr_1 \cdot (e^{iqr_1 \cos\pi} - e^{iqr_1 \cos 0})$$

$$= -\frac{2\pi}{iq} \int dr_1 \cdot (e^{iqr_1} - e^{-iqr_1})$$

$$(i_1) = -\frac{4\pi}{q} \int_0^\infty dr_1 \sin qr_1$$

$$(i_1) = -\frac{4\pi}{q^2} \quad \text{çünkü} \quad \int_0^\infty \sin bx e^{-ax} = \frac{b}{a^2 + b^2} \text{ dir.}$$

$$(i_1) = -\frac{4\pi}{q} \lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \sin q r_1 \cdot e^{-\alpha r_1} dr_1 = -\frac{4\pi}{q^2} \text{ olur.}$$

$$\int e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_1} \frac{1}{r_1} d^3 r_1 = \frac{4\pi}{q^2} \text{ olduğunu bulduk. Buna göre}$$

Buna göre  $\int \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}_1) \frac{1}{r_{12}} d^3 r_1$  integralini hesaplayalım:

$$|\vec{r}_{12}| = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = \rho \text{ ve } \vec{\rho} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \text{ tanımlarsak,}$$

$$\int e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_1} \frac{1}{r_{12}} d^3 r_1 = \int e^{i\vec{q} \cdot (\vec{\rho} + \vec{r}_2)} \frac{1}{\rho} d^3 \rho$$

$$\int e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_1} \frac{1}{r_{12}} d^3 r_1 = e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_2} \int d^3 \rho e^{i\vec{q} \cdot \vec{\rho}} \frac{1}{\rho}$$

$$\int e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_1} \frac{1}{r_{12}} d^3 r_1 = e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_2} \frac{4\pi}{q^2} \text{ buluruz. Bu sonuçları,}$$

$$\langle \beta b | T | \alpha a \rangle \text{ ifadesinde yerine yazarsak,}$$

$$\langle \beta b | T | \alpha a \rangle = |c|^2 e^2 \left\{ \int d^3 r^2 u_b^*(\vec{r}_2) u_a(\vec{r}_2) \cdot \frac{4\pi}{q^2} (e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_2} - 1) \right\}$$

buluruz.  $b = a$  için,

$$\langle \beta b | T | \alpha a \rangle = \frac{4\pi}{q^2} e^2 |c|^2 \int |\omega(r_2)|^2 (e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_2} - 1) d^3 r_2$$

buluruz. Bunu  $f(k_r, b; k, a)$ 'da yazarsak,

$$f(k_r, b; k, a) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2 |c|^2} \frac{4\pi e^2 |c|^2}{q^2} \int |\omega(r_2)|^2 (e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_2} - 1) d^3 r_2$$

buluruz. Burada  $\omega(r_2)$  hidrojen atomu dalga fonksiyonudur(4).

$$\omega(r_2) = \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} 2 e^{-zr_2/a_0} = \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} 2 e^{-r_2/a_0}$$

Bu  $\omega(r_2)$  hidrojen atomu dalga fonksiyonunu,  $f(k_r, b; k, a)$ 'da yazarsak,

$$f(k_r, b; k, a) = -\frac{2\mu e^2}{\hbar^2 q^2} \int \left(\frac{1}{a_0}\right)^3 4 e^{-2r_2/a_0} (e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_2} - 1) d^3 r_2$$

$$f(k_r, b; k, a) = -\frac{2\mu e^2}{\hbar^2 q^2 a_0^3} 4 \left\{ \int e^{i q r_2 \cos \theta} e^{-2r_2/a_0} dr_2 \sin \theta d\theta d\phi \right. \\ \left. - \int dr_2 \sin \theta d\theta d\phi e^{-2r_2/a_0} \right\}$$

buluruz. Bu integraller sonucu  $f(\theta)$  için,

$$f_B(\theta) = -\frac{2\mu e^2}{\hbar^2 q^2} \left[ \left(1 + \frac{1}{4} q^2 a_0^2\right)^{-2} - 1 \right]$$



$$q = 2k \sin \frac{1}{2} \theta$$

$$f_B(\theta) = - \frac{2Ne^2}{k^2 4k^2 \sin^2 \frac{1}{2} \theta} \left[ \left( 1 + \frac{1}{4} k^2 \sin^2 \frac{1}{2} \theta a_0^2 \right)^{-2} - 1 \right] \quad (2.46)$$

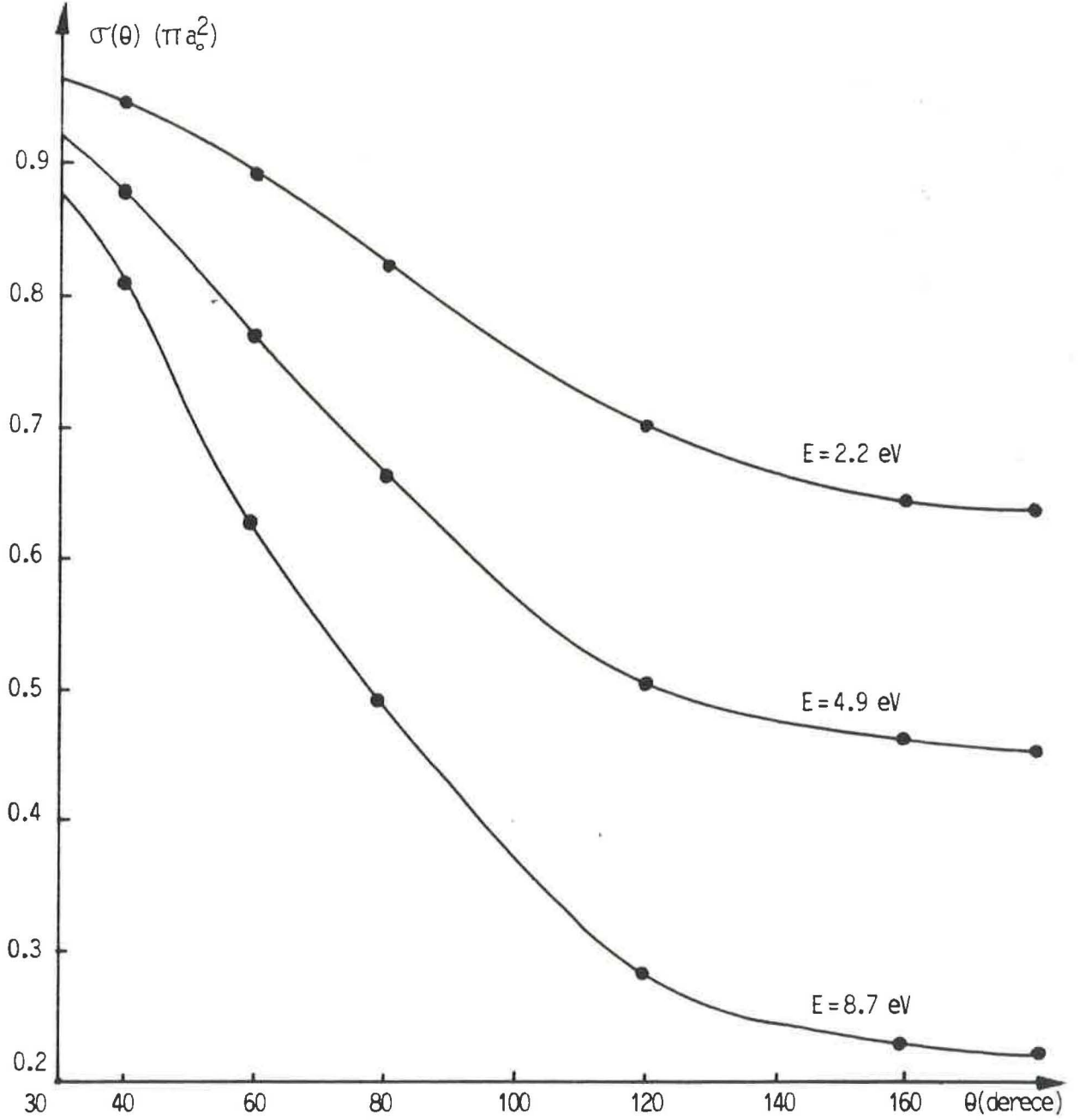
bulunur.  $f_B(\theta)$ 'nin bu ifadesinden yararlanarak saçılma tesir kesiti  $\sigma(\theta)$  için atomik birimde aşağıdaki bağıntıyı yazabiliriz:

$$\sigma(\theta) = \frac{1}{4k^2 \sin^4 \frac{1}{2} \theta} \left[ \left( 1 + k^2 \sin^2 \frac{1}{2} \theta - 1 \right)^{-2} - 1 \right]^2 \quad (2.47)$$

Denk-2.47, esnek saçılma tesir kesitinin saçılma açısına göre değişimini verir. Buna göre, gelen elektronun enerjisini;  $E = 2.2$  eV,  $E = 4.9$  eV ve  $E = 8.7$  eV değerlerinde sabit tutarak, değişen saçılma açısı  $\theta$ 'ya karşılık saçılma tesir kesitini hesapladık ve Tablo-1'i oluşturduk. Bu tablodan yararlanarak, Şekil-2'de verilen grafiği çizdik.

Tablo-1 ve Şekil-2'de çizilen grafiği, daha önce yapılan çalışmalarından aldığımız; Şekil-14, Şekil-15, Şekil-16'da verilen grafiklerle karşılaştırırsak, alçak enerji bölgesinde Born yaklaşımının iyi sonuç vermediğini görürüz. Görüldüğü gibi yalnız 8.7 eV için çizilen grafik, daha önce yapılan deneysel ve teorik çalışmalarla uyum içindedir.

Born yaklaşımı alçak enerjilerde iyi sonuç vermediğinden Bölüm-2.4b' de kısmi dalga analizi metodu ile alçak enerjili elektron-hidrojen atomu saçılma problemini inceleyeceğiz.



Şekil-2: Born yaklaşımına göre gelen elektron  $E = 2.2$  eV,  $E = 4.9$  eV,  $E = 8.7$  eV enerji değerlerine sahip olduğu zaman saçılma tesir kesiti  $\sigma(\theta)$ 'nin saçılma açısı  $\theta$ 'ya göre değişimi.



Tablo-1

$\theta$ (derece)	$E = 2.2 \text{ eV}$	$E = 4.9 \text{ eV}$	$E = 8.7 \text{ eV}$
	$\sigma(\theta) \pi a_0^2$	$\sigma(\theta) \pi a_0^2$	$\sigma(\theta) \pi a_0^2$
30	0.97	0.93	0.88
40	0.95	0.88	0.81
60	0.89	0.77	0.64
80	0.83	0.66	0.50
120	0.71	0.50	0.27
160	0.65	0.42	0.25
180	0.64	0.41	0.24

#### 2.4b. Alçak Enerjili Elektronların Hidrojen Atomundan Esnek Saçılmasının Kısmi Dalga Analizi ile İncelenmesi

Bu inzelemeyi yaparken gelen elektronun enerjisinin çok küçük olması nedeniyle hidrojen atomunun potansiyelini,  $a_0$  (Bohr yarıçapı) yarıçaplı katı bir kürenin potansiyeli gibi gördüğünü düşüneceğiz. Bu kabullenimden sonra, elektron demetinin katı bir küreden saçılması problemine bakalım:

Kısmi dalga analizine göre saçılma genliği, esnek saçılma tesir kesiti ve toplam tesir kesiti; denk-2.28a, denk-2.28b ve denk-2.31 ile verildi.

$$f(\theta) = (2ik)^{-1} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) (e^{2i\delta_{\ell}} - 1) P_{\ell}(\cos\theta)$$

$$\sigma(\theta) = |f(\theta)|^2 = \left| (2ik)^{-1} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) (e^{2i\delta_{\ell}} - 1) P_{\ell}(\cos\theta) \right|^2$$

$$Q = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \sin^2 \delta_{\ell}$$

Burada,

$l$  : yörüngesel açısal momentum,

$k$  : dalga sayısı,

$P_l(\cos\theta)$ : Legendre polinomu,

$\delta_l$ : evre farkı

dır.  $\delta_l$  evre farkını, hidrojen atomunu katı bir küre gibi düşünerek sınır koşulundan belirleyebiliriz. Bu durumda sınır koşulu,  $r = a_0$ 'da dalga fonksiyonunun yok olması gerekliliğidir. Bu koşulu, kısmi dalga analizine göre elde ettiğimiz dalga fonksiyonu ifadesinde (denk-2.22) kullanırsak,

$$L_l(r) = \cos \delta_l j_l(kr) - \sin \delta_l n_l(kr)$$

idi.  $r = a_0$ 'da  $L_l(r)$  yok olur. Bu,

$$j_l(ka_0) \cos \delta_l(ka_0) = n_l(ka_0) \sin \delta_l(ka_0) \quad (2.48)$$

olmasını gerektirir. Burada  $a_0$ , Bohr yarıçapıdır. Denk-2.48'den  $\tan \delta_l(ka_0)$  için,

$$\tan \delta_l(ka_0) = \frac{j_l(ka_0)}{n_l(ka_0)} \quad (2.49)$$

elde ederiz. Alçak enerjilerde evre farkının basit ifadesini bulmak için, Bessel fonksiyonlarının aşağıdaki özelliklerini kullanabiliriz:

$$j_l(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} \frac{x^l}{1.3.5 \dots (2l+1)} \text{ ve } n_l(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} \frac{1.3.5 \dots (2l-1)}{x^{l+1}}$$

Öyleyse,  $ka_0 \ll 1$  için evre farkı,

$$\tan \delta_l(ka_0) = - \frac{(ka_0)^{2l+1}}{(2l+1)!! (2l-1)!!} \quad (2.50)$$

dir.  $m!! = 1.3.5.7\dots m$  , matematiksel gösterimini kullandık. Denk-2.50'de de görüldüğü gibi  $\ell$  artarken  $\delta_\ell$  hızla azalır.  $\ell = 0$  için evre farkı,

$$\tan \delta_0(k a_0) = \frac{j_0(k a_0)}{n_0(k a_0)} = \tan(k a_0)$$

olur.  $\delta_0(k a_0)$ ,

$$\delta_0 = k a_0 \quad (2.51)$$

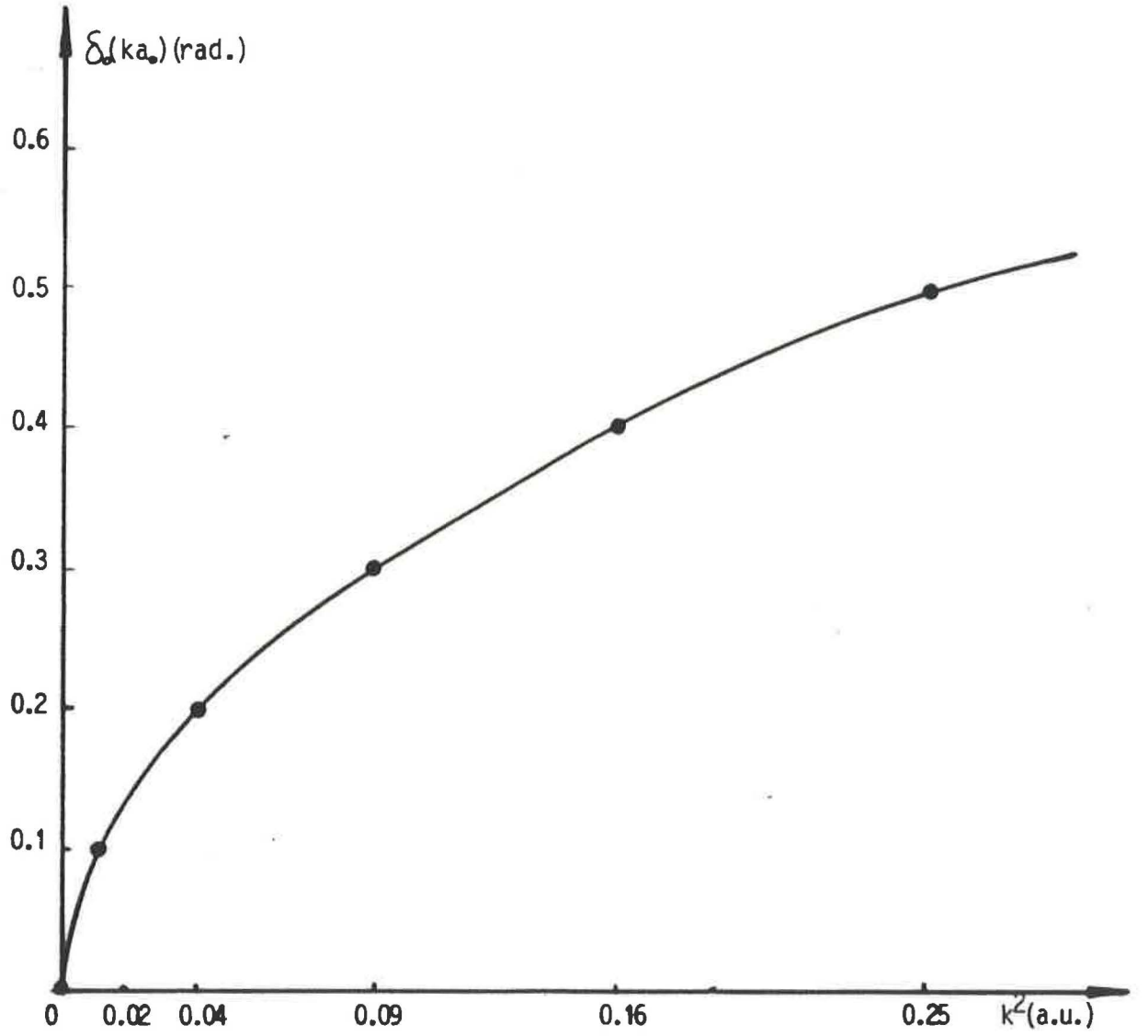
ve esnek saçılma tesir kesiti için de,

$$\sigma(\theta) = \frac{4\pi}{k^2} (k a_0)^2 = 4\pi a_0^2 \quad (2.52)$$

buluruz. Böylece, alçak enerjili elektronların hidrojen atomundan esnek saçılması için saçılmanın küresel simetrik ve her doğrultuda izotropik olduğunu söyleyebiliriz. Tesir kesiti, katı kürenin geometrik tesir kesitinin dört katıdır.  $\delta_0(k a_0)$  evre farkının enerjiye bağlılığını, denk-2.51 ve gelen elektronun atomik birimdeki kinetik enerji ifadesi olan  $E = k^2/2\mu$  eşitliklerinden yararlanarak inceleyebiliriz. Bu denklemlerden yararlanarak enerjinin değişik değerlerine karşılık gelen  $\delta_\ell$ 'in değerlerini hesapladık. Bu değerler, Tablo-2'de verilmiştir.

Tablo-2

E (eV)	k (a.u.)	$k^2$ (a.u.)	$\delta_0(k a_0)$ rad.
0.14	0.1	0.01	0.1
0.54	0.2	0.04	0.2
1.22	0.3	0.09	0.3
2.18	0.4	0.16	0.4
3.40	0.5	0.25	0.5
4.90	0.6	0.36	0.6
8.70	0.8	0.64	0.8
13.60	1.0	1.00	1.0



Şekil-3: Kısmi dalga analizi ile hesaplanan Tablo-2'deki verilere dayanarak çizilen sıfırıncı basamak evre farkı  $\Delta\delta(ka_0)$ 'ın enerjiye (ya da  $k^2$ ) göre değişimi.

Tablo-2' verilen değerlerden yararlanarak Şekil-3'ü çizdik. Bu şekilde de görüldüğü gibi sıfırinci basamak evre farkı denilen  $\delta_0(k a_0)$ , gelen elektronun enerjisinin (ya da  $k^2$ 'nin) 1/2'inci kuvveti ile doğru orantılıdır.

Yine alçak enerji bölgesinde  $l \neq 0$  için  $\delta_l$ 'yi inceleyelim: Denk-2.50 de  $l = 1$  yazarsak  $\delta_1(k a_0)$  için,

$$\tan \delta_1(k a_0) = - \frac{k^3 a_0^3}{3}$$

$$\delta_1(k a_0) = \arctan \left( - \frac{1}{3} k^3 a_0^3 \right) \quad (2.53)$$

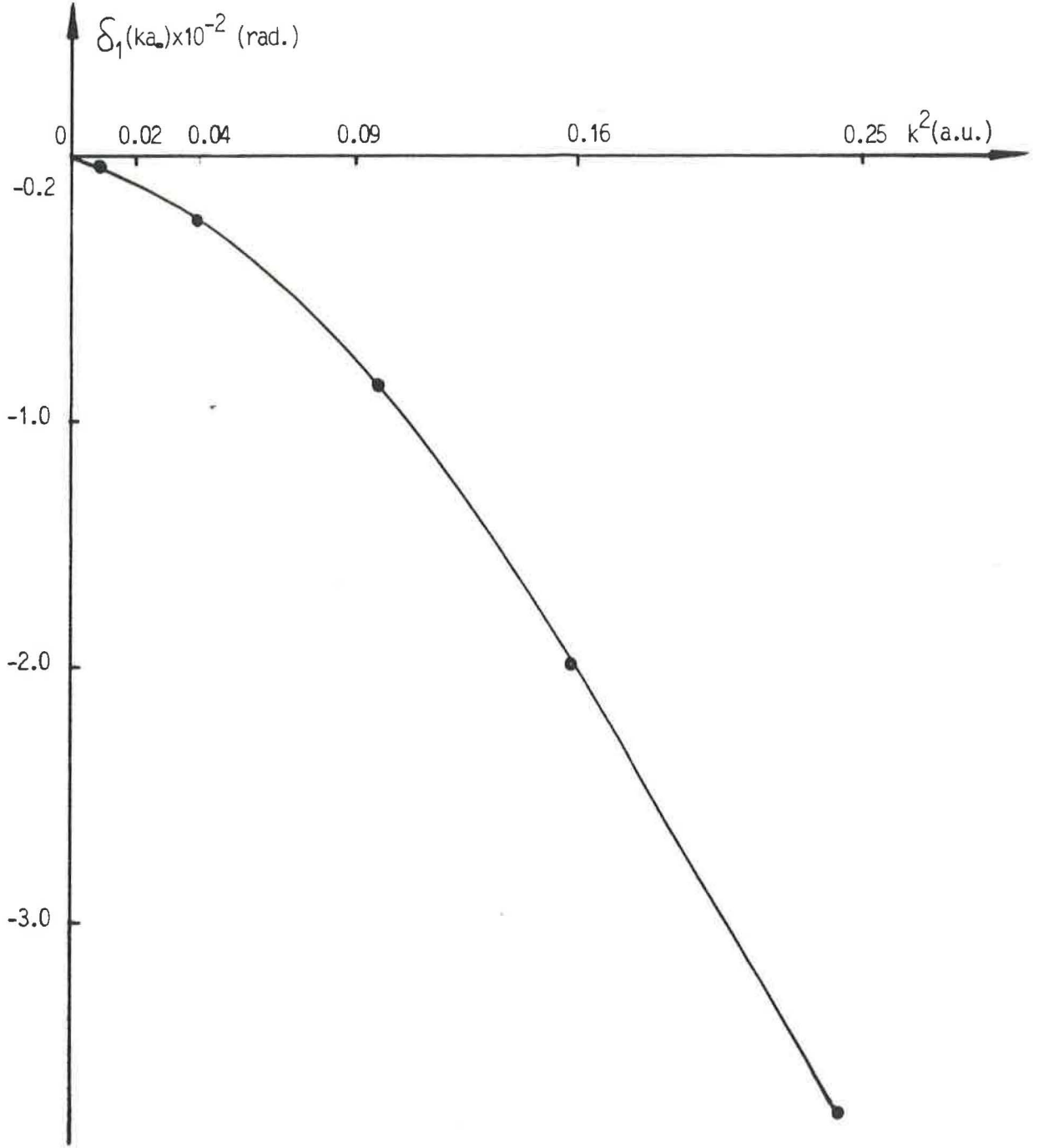
buluruz. Aynı şekilde denk-2.50'de  $l = 2$  yazarsak  $\delta_2(k a_0)$  evre farkı için de,

$$\delta_2(k a_0) = \arctan \left( - \frac{1}{45} k^5 a_0^5 \right) \quad (2.54)$$

buluruz. Denk-2.53 ve denk-2.54, sırasıyla birinci ve ikinci basamak evre farklarının enerji ile değişimini göstermektedir. Bu denklemlerde  $k$ 'nin değişik değerlerine karşılık gelen  $\delta_1$  ve  $\delta_2$  evre farklarını hesaplayarak Tablo-3'ü oluşturduk.

Tablo-3

E (eV)	k (a.u.)	$-\delta_1(k a_0)$ rad.	$-\delta_2(k a_0)$ rad.
0.14	0.1	$0.33 \times 10^{-3}$	$2.22 \times 10^{-7}$
0.54	0.2	$0.27 \times 10^{-2}$	$7.10 \times 10^{-6}$
1.22	0.3	$0.91 \times 10^{-2}$	$5.00 \times 10^{-5}$
2.18	0.4	$0.21 \times 10^{-1}$	$2.27 \times 10^{-4}$
3.40	0.5	$0.42 \times 10^{-1}$	$6.94 \times 10^{-4}$
4.90	0.6	$0.72 \times 10^{-1}$	$1.73 \times 10^{-3}$
6.40	0.7	0.11	$3.70 \times 10^{-3}$
8.70	0.8	0.17	$7.28 \times 10^{-3}$
10.20	0.9	0.24	$1.30 \times 10^{-2}$
13.60	1.0	0.32	$2.20 \times 10^{-2}$



Şekil-4: Kısmi dalga analizi ile oluşturulan  $\Delta_1(ka_0)$  evre farkının enerjiye (ya da  $k^2$ 'ye) göre değişimi.



$l = 0, 1, 2$  için esnek saçılma tesir kesitini; denk-2.28b, denk-2.51, denk-2.53 ve denk-2.54 ifadelerini kullanarak denk-2.55'deki gibi olduğunu buluruz.

$$\begin{aligned} \sigma(\theta) = |f(\theta)|^2 = & \frac{1}{k^2} \sin^2 \delta_0 + \frac{9}{k^2} \sin^2 \delta_1 \cos^2 \theta \\ & + \frac{25}{4k^2} \sin^2 \delta_2 (3 \cos^2 \theta - 1)^2 \\ & + \frac{3}{k^2} \sin \delta_0 \cdot \sin \delta_1 \cos(\delta_0 - \delta_1) \cos \theta \\ & + \frac{5}{k^2} \sin \delta_0 \sin \delta_2 \cos(\delta_0 - \delta_2) (3 \cos^2 \theta - 1) \\ & + \frac{15}{k^2} \sin \delta_1 \sin \delta_2 \cos(\delta_1 - \delta_2) \cos \theta (3 \cos^2 \theta - 1) \end{aligned} \quad (2.55)$$

Denk-2.55'de  $E = 2.2$  eV,  $E = 4.9$  eV ve  $E = 8.7$  eV yazarak bu enerjilerde saçılma tesir kesitinin  $\theta$  saçılma açısına göre değişimini veren denk-2.56, denk-2.57 ve denk-2.58 ifadelerini bulduk.

$E = 2.2$  eV ise;

$$\begin{aligned} \sigma(\theta) = & 18.10^{-6} \cos^4 \theta + 0,0136 \cos^3 \theta - 0,0254 \cos^2 \theta \\ & - 0,148 \cos \theta + 0,98 \end{aligned} \quad (2.56)$$

$E = 4.9$  eV ise;

$$\begin{aligned} \sigma(\theta) = & 46,89.10^{-5} \cos^4 \theta + 0,223 \cos^3 \theta + 0,13 \cos^2 \theta \\ & - 0,181 \cos \theta + 0,89 \end{aligned} \quad (2.57)$$

$E = 8.7$  eV ise;

$$\begin{aligned} \sigma(\theta) = & 1,89.10^{-2} \cos^4 \theta + 0,0849 \cos^3 \theta + 0,9268 \cos^2 \theta \\ & - 0,4203 \cos \theta + 0,84 \end{aligned} \quad (2.58)$$

Denk-2.56, denk-2.57 ve denk-2.58'de  $\theta$ 'nın değişik değerlerine karşılık gelen  $\sigma(\theta)$ 'ları hesapladık. Böylece Tablo-4'ü oluşturduk. Bu tablodaki verilerden yararlanarak Şekil-5, Şekil-6 ve Şekil-7'yi çizdik. Bu şekiller, sırasıyla  $E= 2.2$  eV,  $E=4.9$  eV ve  $E=8.7$  eV enerjilerinde saçılma tesir kesitinin saçılma açısı  $\theta$ 'ya göre değişimini göstermektedir.

Tablo-4

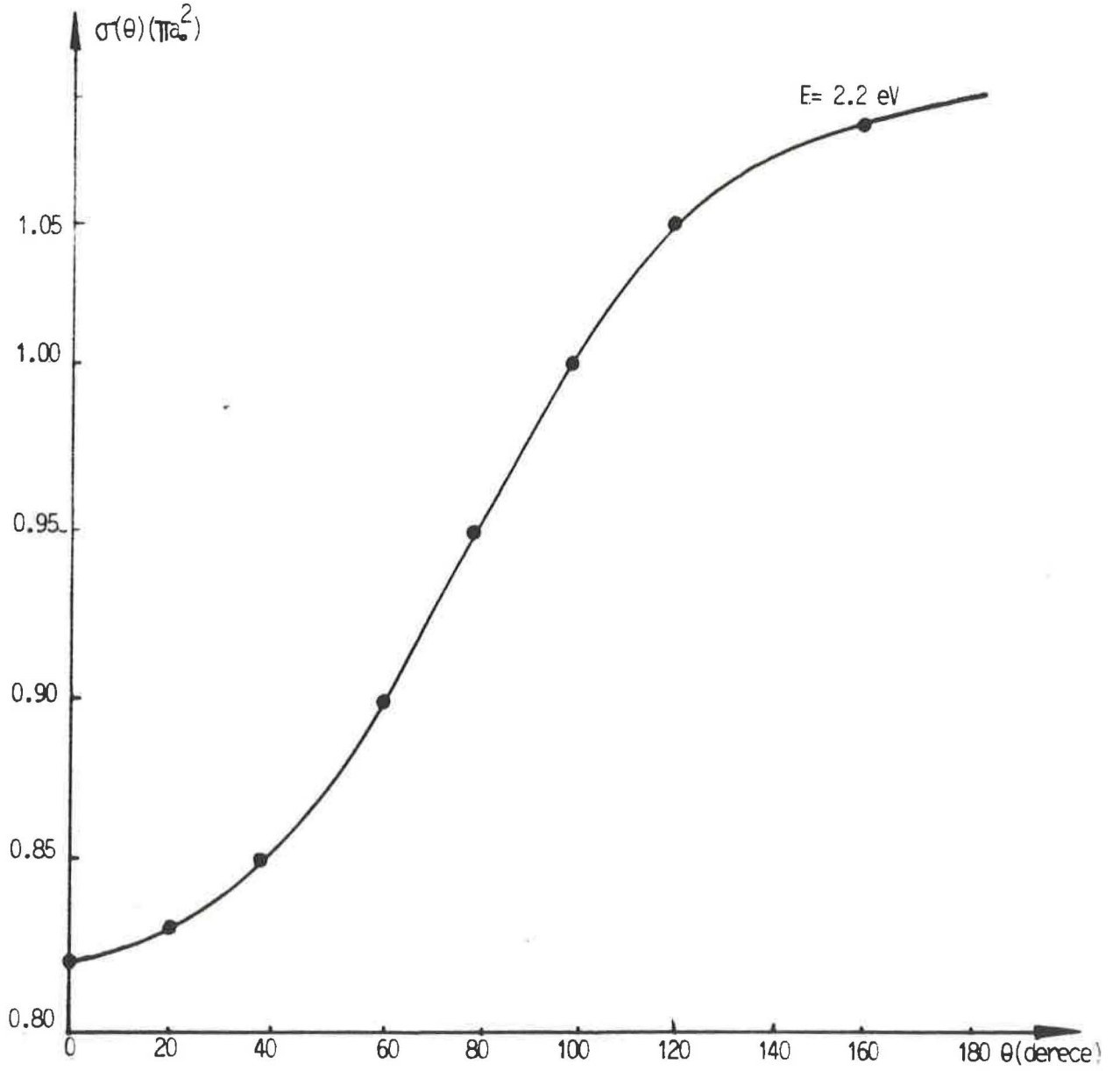
	E=2.2 eV	E=4.9 eV	E=8.7 eV
$\theta$ (derece)	$\sigma(\theta) \pi a_0^2$	$\sigma(\theta) \pi a_0^2$	$\sigma(\theta) \pi a_0^2$
0	0.820	1.063	1.450
20	0.835	1.020	1.350
40	0.856	0.930	1.110
60	0.901	0.860	0.874
80	0.950	0.900	0.795
100	1.004	0.960	0.940
120	1.045	0.960	1.270
160	1.070	0.990	1.995
180	1.089	0.990	2.121

Son olarak da  $\ell = 0, 1, 2$  için denk-2.31'den yararlanarak toplam saçılma tesir kesiti  $Q$ 'nun enerji ile değişimini inceleyeceğiz. Bunun için denk-2.31'de  $\ell = 0, \ell = 1, \ell = 2$  yazarak toplam saçılma tesir kesiti  $Q$  için;

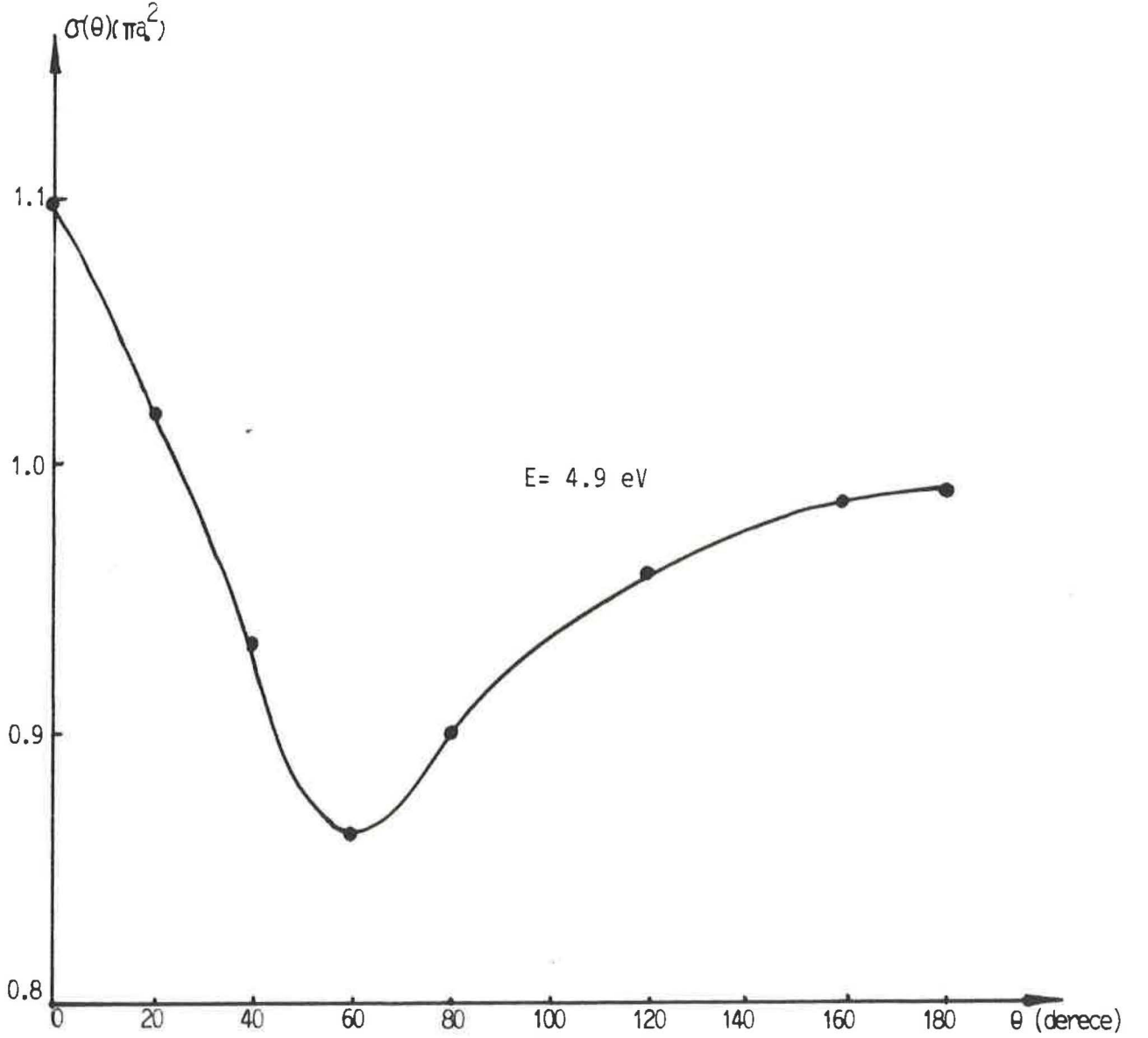
$$Q = \frac{4\pi}{k^2} \left\{ \sin^2 \delta_0 + 3\sin^2 \delta_1 + 5\sin^2 \delta_2 \right\} \quad (2.59)$$

buluruz. Denk-2.59, denk-2.51, denk-2.53 ve denk-2.54'den yararlanarak Tablo-5'i ve Şekil-8'i oluştururuz.

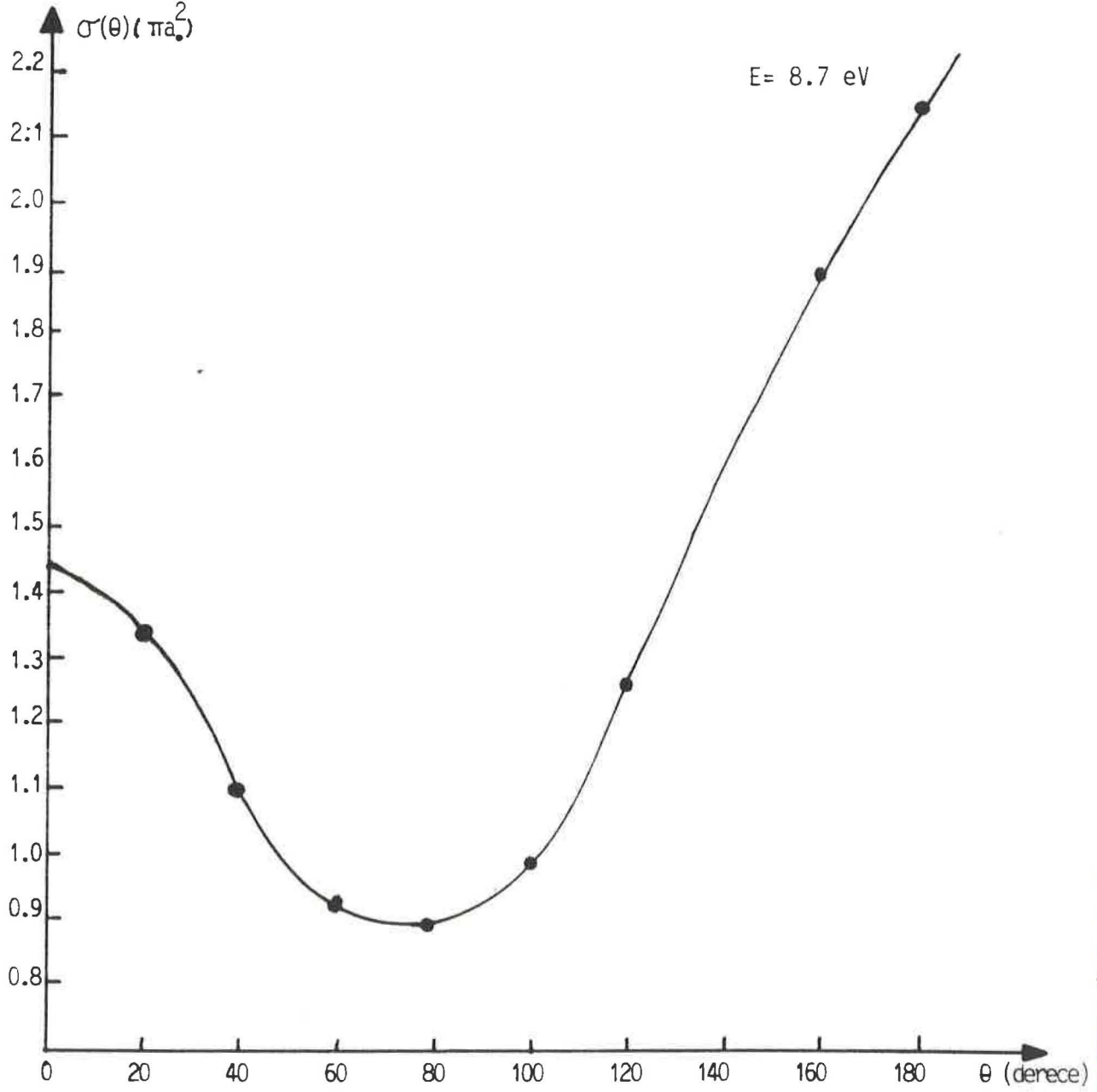




Şekil-5: Gelen elektron  $E=2.2$  eV enerjisine sahip olduğu zaman kısmi dalga analizine göre saçılma tesir kesiti  $\sigma(\theta)$ 'nin saçılma açısı  $\theta$ 'ya göre değişimi.



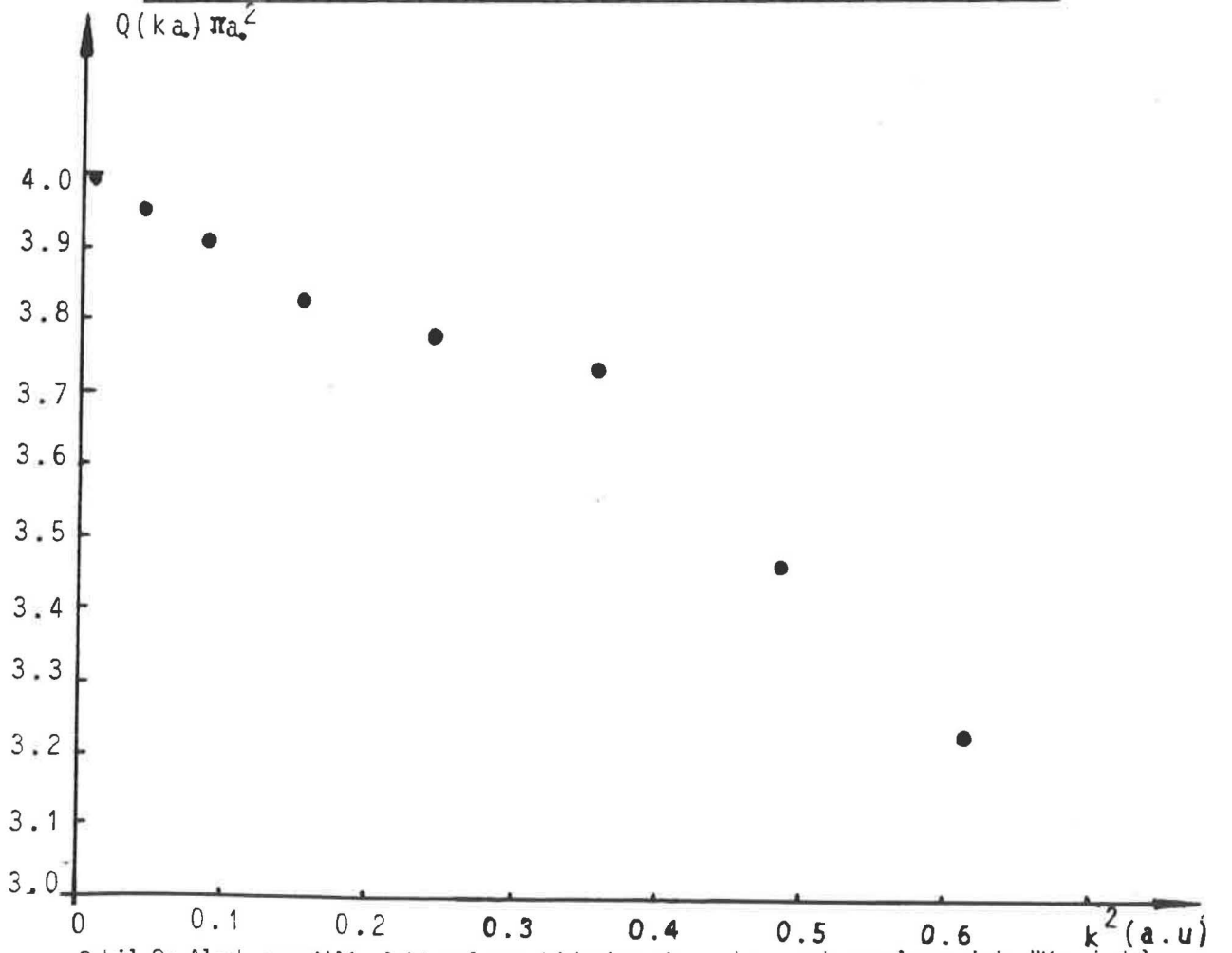
Şekil-6: Gelen elektron  $E = 4.9 \text{ eV}$  enerjisini sahip olduğu zaman kısmi dalga analizine göre saçılma tesir kesiti  $\sigma(\theta)$ 'nin saçılma açısı  $\theta$ 'ya göre değişimi.



Şekil-7: Gelen elektron 8.7 eV enerjiye sahip olduğu zaman kısmi dalga analizine göre saçılma tesir kesiti  $\sigma(\theta)$ 'nin  $\theta$  saçılma açısına göre değişimi.

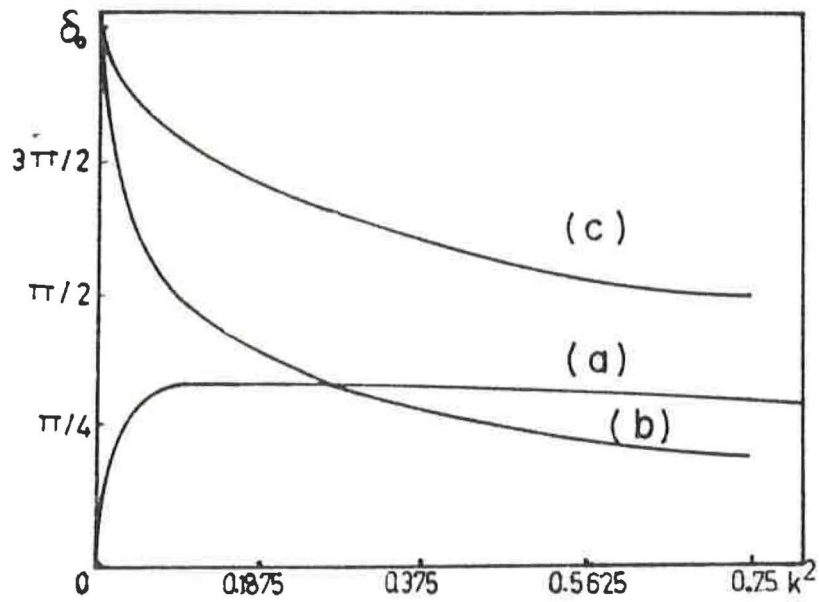
Tablo-5

$k^2$ (a.u.)	$\sin^2 \delta_0$	$\sin^2 \delta_1$	$\sin^2 \delta_2$	$Q$ ( $\pi a_0^2$ )
0.01	$0.997 \times 10^{-2}$	$1.1 \times 10^{-7}$	$4.9 \times 10^{-14}$	3.99
0.04	$0.395 \times 10^{-1}$	$7.3 \times 10^{-6}$	$5.0 \times 10^{-11}$	3.95
0.09	$0.873 \times 10^{-1}$	$8.3 \times 10^{-5}$	$2.0 \times 10^{-9}$	3.89
0.16	0.152	$4.5 \times 10^{-4}$	$5.1 \times 10^{-8}$	3.83
0.25	0.230	$1.8 \times 10^{-3}$	$4.8 \times 10^{-7}$	3.77
0.36	0.320	$5.1 \times 10^{-3}$	$3.0 \times 10^{-6}$	3.73
0.49	0.420	$1.3 \times 10^{-3}$	$1.4 \times 10^{-5}$	3.46
0.64	0.515	$2.9 \times 10^{-2}$	$5.3 \times 10^{-5}$	3.23



Şekil-8: Alçak enerjili elektronların hidrojen atomundan esnek saçılması için "Kısmi dalga analizi"ne göre toplam saçılma tesir kesiti  $Q$ 'nun enerji ile değişimi.

Çalışmanın değerlendirmesini yapmadan önce alçak enerji bölgesinde elektron-hidrojen atomu saçılması ile ilgili yapılan çalışmalardan alınmış veri ve grafikleri vermekte yarar vardır;  $\delta_0$  evre farkının üç değişik şekilde hidrojen atomundan alçak enerjili elektronların esnek saçılmasında enerji ile değişimi Şekil-9'da görülmektedir(6,7,8).



Şekil-9: Hidrojen atomları ile alçak enerjili elektronların saçılması için evre farkının enerji ile değişimi. (a) elektron yerdeğişimi olmaksızın hesaplanan evre farkı-enerji değişimi. (b) "statik exchange yaklaşımı" ile elektron yerdeğişimi dikkate alınarak, evre farkı-enerji değişimi. Bu şıkda singlet evre farkının enerji ile değişimi verilmiştir. (c) Aynı yaklaşımda triplet evre farkının enerji ile değişimi çizilmiştir(6,7,8)

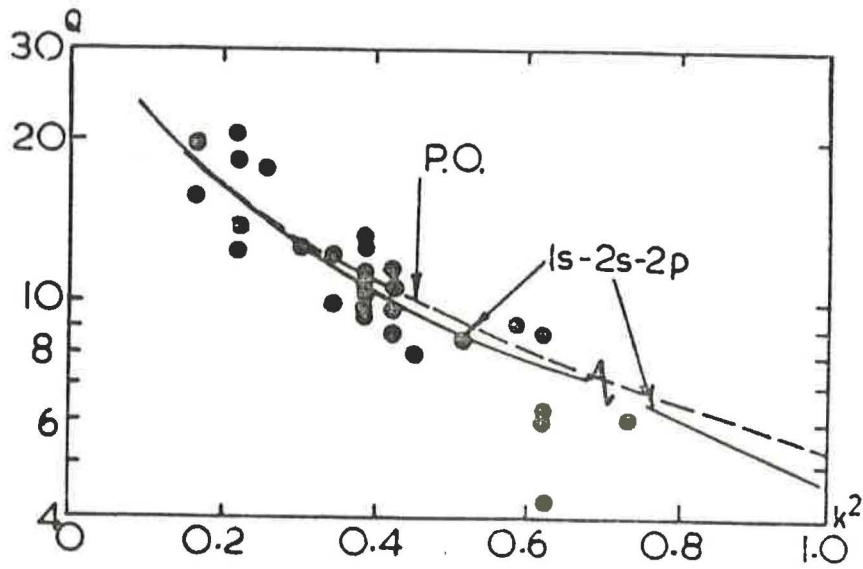
Şekil-10; 1958' de Brackman ve 1961'de Neynaber'in deneysel çalışmalarına, 1962'de Burke ve Schey'in "Close-Coupling yaklaşımı" ve 1961' de Temkin ve Lamkin'in "Polarize olmuş yörünge yaklaşımı" ile yaptıkları teorik çalışmalarına göre; hidrojen atomları ile elektronların esnek saçılması için toplam tesir kesitinin enerji ile değişimini göstermektedir (6,8,9).

Şekil-11 ve Şekil-12'de sırasıyla 3.4 eV ve 8.7 eV enerjili elektronların atomik hidrojenden esnek saçılması için saçılma tesir kesitinin

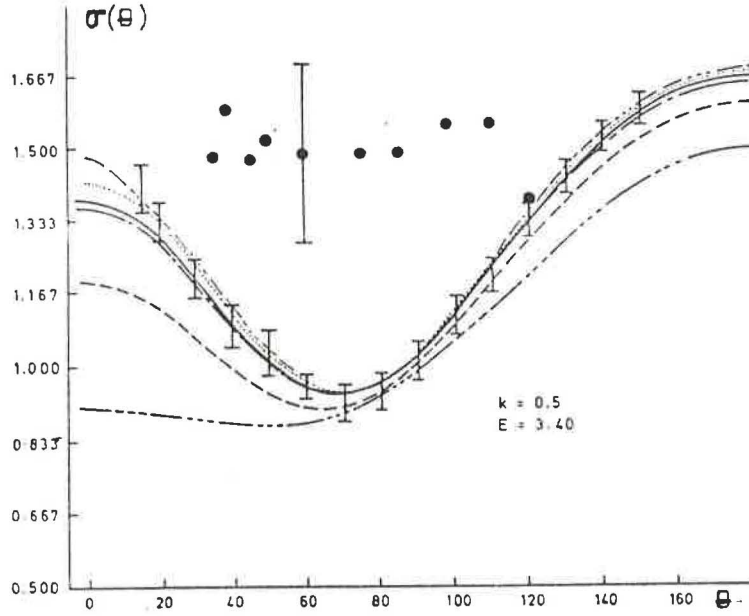


saçılma açısı ile değişimi görülmektedir. Bu grafikler, Gilbody'nin 1961'de ve Williams'ın 1974'de yaptıkları deneysel çalışmaları, Temkin ve Lamkin'in 1961'de "Polarize olmuş yörünge yaklaşımı", Burke et al.'ın 1969'da "Close coupling yaklaşımı", Mott ve Massey'in 1965'de "Statik exchange yaklaşımı" ile yaptıkları çalışmalardan alınmıştır(8,10,11).

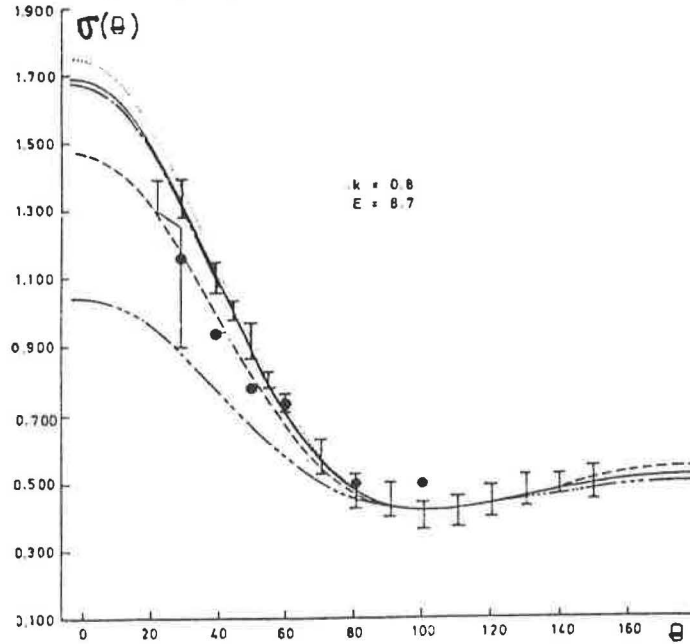
Şekil-13, Şekil-14 ve Şekil-15 sırasıyla  $E=2.2$  eV,  $E=4.9$  eV ve  $E=8.7$  eV enerjili gelen elektronların hidrojen atomu ile esnek saçılması sonucu saçılma tesir kesitinin saçılma açısıyla değişimini göstermektedir. Bu grafikler, "Quasi-Born yaklaşımı"na göre Alt, et al. tarafından çizilmiştir(1,2).



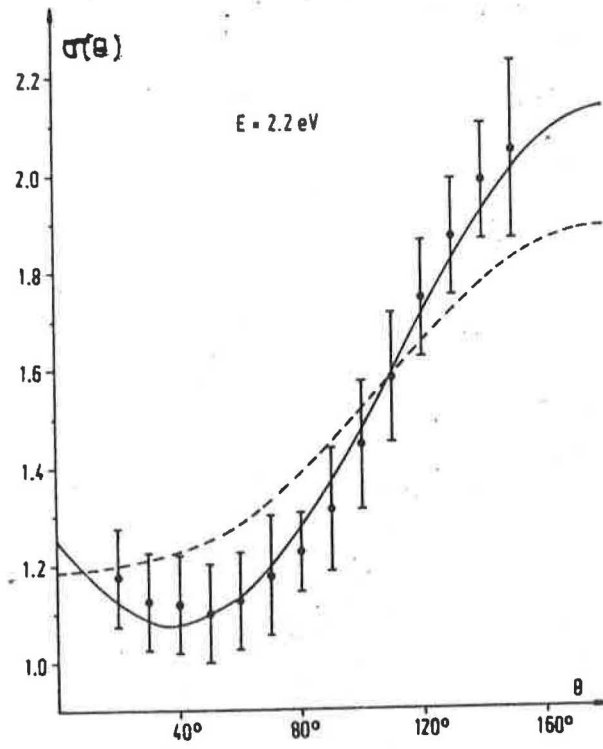
Şekil-10: Hidrojen atomu ile elektronların esnek saçılması için saçılma tesir kesitinin enerji ile değişimi(6,8,9). (●●●●●), Brackman ve Neynber'in deneysel çalışmaları; (---), Temkin ve Lamkin'in teorik çalışmaları; (—), Burke ve Schey'in teorik çalışmaları.



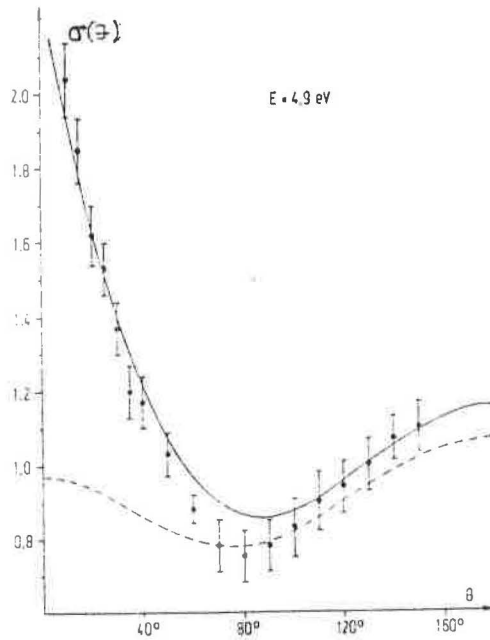
Şekil-11:  $E=3.4$  eV enerjili elektronların hidrojen atomundan esnek saçılması için saçılma tesir kesitinin saçılma açısı ile değişimi (8,10,11) (III), Williams'ın deneysel çalışması; (●●●●), Gilbody, et al.'nın teorik çalışmaları; (--- ---), Temkin ve Larkin' in teorik çalışmaları; (-----), Williams'ın deneysel çalışması; (——) ve (— - —), Burke, et al.'nin teorik çalışmaları; (— — —), Burke ve Schey'in teorik çalışmaları; (--- —), Mott ve Massey'in çalışmaları.



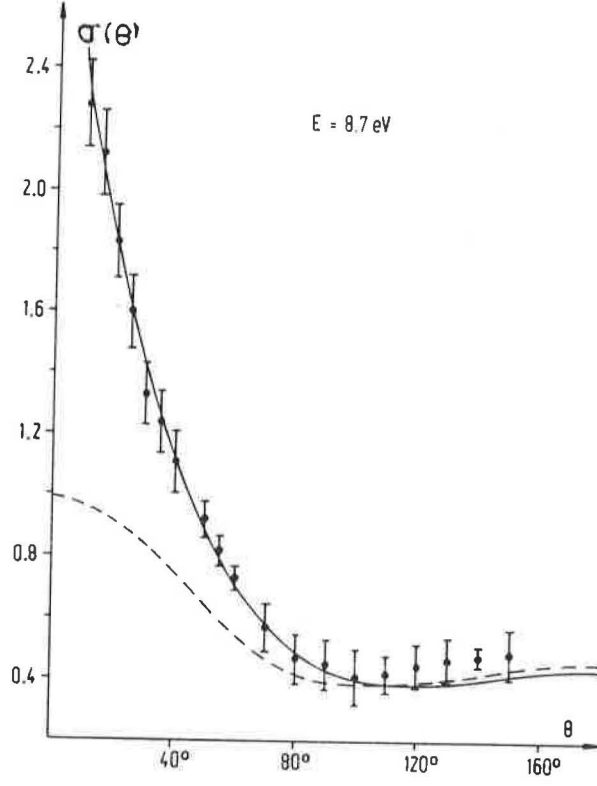
Şekil-12:  $E=8.7$  eV enerjili elektronların hidrojen atomundan esnek saçılması için saçılma tesir kesitinin saçılma açısı ile değişimi (8,10,11). İşaretler Şekil-12 ile aynı.



Şekil-13:  $E = 2.2 \text{ eV}$  enerjisine sahip gelen elektronların hidrojen atomu ile esnek saçılması için "Quasi-Born yaklaşımına" göre saçılma tesir kesitinin saçılma açısı ile değişimi(1,2).



Şekil-14:  $E = 4.9 \text{ eV}$  enerjili elektronların hidrojen atomu ile esnek saçılması için "Quasi-Born yaklaşımı"na göre saçılma tesir kesitinin saçılma açısı ile değişimi(1,2).



Şekil-15:  $E=8.7$  eV enerjili elektronların hidrojen atomundan esnek saçılması için "Quasi-Born yaklaşımı"na göre saçılma tesir kesitinin saçılma açısı ile değişimi(1,2).

## BÖLÜM 3 : SONUÇ

Çok alçak enerjilerde hidrojen atomu-elektron saçılmasını incelerken kısmi dalga analizini kullandık. Ayrıca, çok alçak enerji ile gelen elektronun hidrojen atomu potansiyelini  $a_0$  yarıçaplı katı bir kürenin potansiyeli gibi gördüğünü kabul ettik. Bu kabullenimden sonra problemi inceleyip elde ettiğimiz grafikleri değerlendirdiğimizde aşağıdaki sonuçları elde ettik.

$\ell = 0$  için evre farkının enerji ( $k^2$ ) ile değişiminin Şekil-3'deki gibi olduğunu gördük. Bunu ref.2'de verilen Şekil-8'deki grafik ile karşılaştırdığımızda, elektron yerdeğişimi olmaksızın verilen eğri ile uyum içinde olduğunu gördük. Buradan  $\ell = 0$  için evre farkının enerjinin ( $k^2$ )  $1/2$ 'inci kuvveti ile orantılı olduğu görülmektedir.

$\ell = 1, \ell = 2$  için  $\delta_1(k a_0)$  ve  $\delta_2(k a_0)$  evre farkları, sırası ile  $k$  ya da  $k^2$  artarken hızla azalmaktadır.  $\delta_1(k a_0)$  ve  $\delta_2(k a_0)$  için elektron değişimi hesaba katılmaksızın incelemelere literatürde rastlamadık. Bu nedenle karşılaştırma yapmak mümkün değildir.

Çok alçak enerjilerde kısmi dalga analizi yalnız  $\ell = 0$  için, esnek saçılma tesir kesitinin  $4\pi a_0^2$ 'ye eşit olduğunu gördük. Bu geometrik tesir kesitinin dört katıdır. Bu tip saçılmalara izotropik saçılma denir. Yani saçılma açısı ne olursa olsun saçılma tesir kesiti  $4\pi a_0^2$ 'ye eşittir. Oysa Williams, Massey, Burke ve Schey'in çalışmalarından alınmış verilere göre esnek saçılma tesir kesiti saçılma açısı ile değişmektedir(8,10,11). Bununla beraber izotropik saçılma  $k \rightarrow 0$  limitinde geçerli olabilir. Bu nedenle  $\ell = 0$  yörüngesel açısal momentumu, enerjinin çok küçük değerlerine karşılık gelir.

Yörüngesel açısal momentumun  $\ell = 0, 1, 2$  değerlerini alarak hesaplarımızı yaptığımızda saçılma tesir kesitinin saçılma açısı ile değişimi içinde aşağıdaki sonuçları elde ettik:

$E = 2.2$  eV enerjili elektronlar için esnek saçılma tesir kesitinin  $\theta$  saçılma açısına bağlı olarak değişimi, Şekil-5'deki gibidir. Bu şekli,



daha önce yapılan teorik ve deneysel çalışmalar ile karşılaştırdığımızda, sonuçların birbiri ile uyum içinde olduğunu gördük.

$E = 4.9$  eV enerjili elektronlar için elde ettiğimiz sonuçlardan saçılma tesir kesiti  $\sigma(\theta)$ 'nin saçılma açısı  $\theta$ 'ya bağlı olarak değiştiğini gördük. Bu değişimi gösteren Şekil-6'yı, önceki çalışmalara ait Şekil-15 ile karşılaştırdığımızda sonuçların birbiri ile iyi bir uyum içinde olduğunu gördük.

$E = 8.7$  eV için gelen elektronun enerjisinin artması nedeniyle bu sav ile çizdiğimiz grafik (Şekil-7), deneyler ve teorik çalışmalar ile elde edilen grafikler ile uyum içinde değildir. Ancak Born yaklaşımını kullanarak Şekil-2'de 8.7 eV enerjili elektronlar için çizdiğimiz grafik, daha önce yapılan çalışmalar ile daha iyi uyum sağlamaktadır.

Alçak enerjili elektronların hidrojen atomu ile saçılmasını incelerken esnek saçılma tesir kesitinin, saçılma açısı ile değiştiğini gördük. Bu değişimde minimum nokta gözledik. Bu minimumun nedeni, fizikte girişim olayı ile açıklanır. Çalışmanın başında hidrojen atomunu katı bir küre kabul etmiştik. Katı küreye çarpan elektron demeti dalgaları kırınıma uğrar. Kırınıma uğrayan dalgalar ile gelen dalgalar arasında girişim olayının gerçekleşmesi olasıdır. Gerçekte hidrojen atomu katı bir cisim değildir. Parçacıkların dalga özelliklerine göre hidrojen atomu, gelen elektron ve saçılan elektron dalga özelliği taşımaktadır. Bu nedenle saçılan elektron dalgaları ile diğer dalgalar (gerek gelen elektron dalgaları gerekse hidrojen atomu dalgası) arasında girişim oluşmaktadır. Diğer bir deyişle bu dalgaların bazıları biribirini güçlendirirken bazıları zayıflatmaktadır. Dolayısıyla açıya ve enerjiye bağlı olarak minimum ve maksimum noktalar oluşmaktadır. Bu minimum ve maksimum noktalar, her atomda farklı enerjilerde gözlenmektedir. Bu minimum ve maksimum noktaların gözlenebilmesi için gerekli gelen elektron enerji değeri, küçük atomlarda daha küçük, ağır atomlarda daha büyüktür. Hidrojen atomunda bu olay, yaklaşık 5 eV'da en belirgin şekilde gözlenmektedir. Çalışmamızda da 4.9 eV enerjili elektronlar için saçılma tesir kesitinin açı ile değişimini çizdiğimiz grafikte bu olayı en güzel şekilde gözlemekteyiz. Bu olay, olayı ilk bulanların

onuruna Ramsauer-Townsend etkisi olarak isimlendirilir. Kısmi dalga analizi metodu ve yaptığımız yaklaşım ile bu olay yeterince açıklanamamakla beraber grafiklerden görüldüğü gibi olayın varlığını gözlemek mümkündür.

Yaptığımız kabullenim; polarizasyon, spin, elektron yerdeğişimi gibi ayrıntıları gözönüne almamız, problemin çözümü açısından kolaylık sağlamakla beraber bazı olayları ve etkileşimleri açıklayamaması dezavantajdır. Bu sonuçlar, diğer tek elektronlu atomlardan alçak enerjili elektronların esnek saçılmasını incelemede yardımcı olabilir.

## K A Y N A K Ç A

1. ALT, E.O., BÜRGER, H. and SANDHAS, W., "Quasiparticle integral equations for the electron-hydrogen system". Physical Review A 30, no.6, 2965-2979, 1984.
2. BÜRGER, H. and SANDHAS, W., "Electron-hydrogen quasiparticle calculations including the polarization effect". Physical Review A 33, no.4, 2284-2289, 1986.
3. MOTT, N.F. and MASSEY, H.S.W., "The theory of Atomic collisions". Chapter: 2, 5, 7, 8, 10. Clarendon Press, OXFORD, England, 1969.
4. SCHIFF, L.I., "Quantum Mechanics". Chapter: 5, 9, McGraw-Hill, New York, 1968.
5. DICKE, R.H. and WITKE, D.J.P., "Introduction to Quantum Mechanics" Addison-Wesley, London, 1974.
6. BRANSDEN, B.H., "Atomic Collision Theory". Chapter: 5, W.A. Benjamin Inc., New York, 1970.
7. GELTMAN, S., "Topics in Atomic Collisions Theory". Academic Press, New York, 1969.
8. BURKE, G.P. and SCHEY, M.H., "Elastic Scattering of Low-Energy Electrons by Atomic Hydrogen". Physical Review A 126, no.1, 147-162, 1962.
9. DRAWIN, H.W., "Collisions and Transport Cross-Sections". 43-48, Euratom C.E.A, Fontenay-aux-Roses (France), 1967.
10. WILLIAMS, J.F., "The Scattering of electrons from Hydrogen Atoms", "Electron and Photon interactions with Atoms". Chapter 27, 309-337, Ed. H. Kleinpoppen, M.R.C. McDowell., New York, 1980.
11. MASSEY, H.S.W., "The theory of Collisions of electrons with one- and two- electron atoms and ions", "Physics of the one- and two- electron atoms". pp.511-542, Ed., F. Bopp and H. Klein Poppen, New York, 1969.