T. C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SPİNLİ PARÇACIKLARIN IŞIMA KURAMI

(YÜKSEK LİSANS TEZİ)

Abdülkadir MASKAN

DİYARBAKIR - 1991

TEŞEKKÜR

Gerek tez konusunun belirlenmesinde ve gerçekleşmesinde ve gerekse diğer bütün zamanlarda desteğini esirgemeyen danışmanım Sayın Prof. Dr. Nuri ÜNAL'a ve tezin hazırlanmasında sürekli desteğini gördüğüm araştırma görevlisi arkadaşım Ali HAVARE'ye teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM 1 : GİRİŞ

Klasik fizik, kuantum fiziğini anlamak için bir başlangıç yeri olarak düşünülürse, ikisinin arasındaki benzerliklerin ve ayrılıkların anlaşılması oldukça önemlidir. Kuantum fiziğinin en başarılı kuramı olan kuantum elektrodinamiği ile klasik elektrodinamik arasında tam benzerlik bulmak olanaksızdır. Yapı olarak klasik elektrodinamik perturbativ olmayan şekilde kurulmuştur. Oysa kuantum elektrodinamiği standart haliyle ancak basamak basamak hesap yapmaya olanak veren perturbativ yapıdadır. Buna karşın son yıllarda kuantum elektrodinamiğini perturbativ olmayan bir şekilde anlamanın yolları araştırılmaktadır. Bu arayışa cevap verebilmenin bir yolu klasik elektrodinamiğe benzer bir yol izlemektir.

Klasik elektrodinamikte temel kavram, nokta yükün yaydığı ışının alanları ve bu ışının alanlarının yükün kendisi üzerine etkisidir. Bu, parçacığın etkileşmesi olarak bilinir. Bu etkileşmeyi betimleyen kuvvet doğrudan hesaplandığı zaman sonsuz değere sahiptir. Bu değerli kuvvetin sonlu parçası ayrılabilir. Bu ışıma alanının yükün üzerine etkisidir. Sonsuz parçası değişik şekillerde yorumlanabilir; kütle renormalizasyonu, soğurucu (absorber) kurami gibi.

Kuantum mekaniğinin fiziğe getirdiği temel özgürlük derecelerinden birisi spindir (1). Spin kuantum mekaniğinde en doğru şekilde Dirac denklemi ile tasvir edilmektedir (2). Dirac denkleminin göresiz hali Pauli denklemidir ve burada spin noktasal parçacığa yük dışında ek bir manyetik moment etkileşmesi olarak anlaşılmaktadır.

Klasik mekanikte spin önceleri Pauli denkleminin anlayışına benzer bir anlayışla Michel-Bargmann-Telegdi denklemi ile betimlenmeye çalışılmıştır(3). Fakat son yıllarda ise Dirac denkleminin benzeri, bir spinli parçacık dinamiği tanımlama gereksinimi doğmuştur. Bu amaçla, noktasal parçacığa yeni dinamik değişkenler eklenmektedir. Bu eklenen dinamik değişkenlerin ne olacağı çok açık değildir.

Bazı çalışmalarda, klasik mekanik kapsamında ne anlama geldiği açık olmayan, karesi sıfır olan ($\xi^2=0$) Grassmanian sayıları kullanılmaktadır(4). Klasik fizikten kuantum fiziğine geçiş için geliştirilen kurallar bu sistemlere uygulandığında özgür (etkileşmeyen) parçacık halinde Dirac denklemi elde edilmektedir. Etkileşen parçacık halinde problem çok açık değildir.

Bizim bu çalışmada inceliyeceğimiz parçacığa alışılmış dinamik değişkenler dışında, karmal (yada gerçel) değerli yeni dinamik değişkenler eklenmektedir (5-7). Bu yeni dinamik değişkenleri alışılmış kanonik değişken olan koordinat ve momentuma bağlamak için ise momentum ile hızı birbirlerine bağlayan ilişkiden vazgeçilmektedir. Böylece sistemin kanonik dinamik değişkenleri koordinat, momentum, iç dinamiğin koordinatları ve momentumlarıdır. Bu sistemin iç dinamiği parçacığın hızı ve spini cinsinden de temsil edilebilir. O zaman ortaya koordinat, momentum, hız ve spinden oluşan yeni bir sistem oluşmaktadır. Bu yeni dinamik değişkenlere göre kanonik olmayan biçimde Poisson parantezleri tanımlanabilir.

Bu spinli sisteme klasik elektrodinamik kuralları uygulanabilir. Bu uygulama sonucunda spinsiz yüklü parçacık için türetilmiş olan Lorentz-Dirac denkleminin spinli parçacığa genelleşmesi çıkarılmaktadır(8).

Çalışmanın düzenlenişi şöyledir: İkinci bölümde önce noktasal yüklü parçacık için ışıma alanları, ışımanın tepkisi çıkarılmıştır. Sonra parçacıkların etkileşmelerinin Fokker-Schwarzschild-Tetrode eyleminden çıkarılışı incelenmiş ve parçacıkların kendileri üzerindeki ışımasal tepkilerini veren self-etkileşme kuvvetinin sonlu parçası türetilmiştir. Üçüncü bölümde ise önce spinli parçacık için geliştirilmiş olan klasik dinamik, kanonik ve kanonik olmayan biçimde tartışılmıştır. Kanonik biçim hem Lagrangien hemde Hamiltonien biçimde ifade edilebilmesine karşın, kanonik olmayan biçim sadece Hamiltonien biçimde ifade edilmektedir. Daha sonra bu sistem için ışıma alanları ve yükün kendisi üzerindeki ışımasal geri tepkisi olan öz-etkileşme kuvveti hesaplanmış ve Lorentz-Dirac denkleminin spinli parçacığa genellemesi tartışılmıştır. Ayrıca bu yeni denklemden daha önce türetilmiş olan spinsiz parçacık hali için bulunmuş Lorentz-Dirac denklemi ve spinli parçacık hali için Bhabba-Corben denklemi limit hal olarak elde edilmiştir(9-12).

Sonuç bölümünde bulunan sonuçlar bütün olarak ele alınmıştır.

Ek- A'da ise Feynman ile Wheeler'in öz-etkilerin sonlu parçasını bulmak için geliştirdikleri soğurucu (absorber) kuramı incelenmiştir.

BÖLÜM 2 : HAREKETLİ BİR PARÇACIĞIN IŞIMA ALANI

Bu bölümde göreli bir parçacığın ışıma alanı ve hareket denklemleri değişik yaklaşımlarla incelenmiştir. Birinci kesimde hareketli bir parçacığın bir dış kuvvet etkisi altındaki hareketi sırasında yaydığı ışıma alanı, bu alanın gözlem noktasına olan uzaklığa bağlılığı incelenmiştir. Daha sonra kaynak çevresindeki bölgede baskın olan durgun alanlar ile kaynaktan uzaklara etkin olarak yayılan ışıma alanları ayrılmış ve ışıma alanlarının taşıdıkları enerji akısı incelenmiştir. Bu taşınan enerjinin kaynağı hareketli yüktür ve yüklü parçacık böylece ışıma yoluyla enerji kaybetmektedir. Bu kaybolan enerjinin parçacık üzerinde hareketinin kaynağı olan dış kuvvete ek bir kuvvet olarak temsil edilebileceği gözönüne alınmıştır. Böylece ışımanın geri tepmesi olarak bilinen kuvvetin ifadesi türetilmiştir. İkinci kesimde ise dış kuvvet etkisindeki tek parçacık yerine birden çok yüklü parçacık sistemleri ele alınmış ve parçacıklar arası etkileşmeler ve parçacıkların kendi yaydıkları alanları ile etkileşmeleri Fokker-Schwarzschild-Tetrode eyleminden yola çıkarak incelenmiştir. Parçacıkların kendi kendileri üzerindeki etkilerini anlamak için önerilen çeşitli yollar kesim içinde ve ek-A'da incelenmiştir.

Akım yoğunluğu,

$$J^{\mu} = ec\int_{-\infty}^{\infty} \dot{z}^{\mu}(\tau)\, \delta(x - z(\tau))\, d\tau \qquad (2.1)$$

ile verilen parçacığın yarattığı alanı hesaplayalım. Burada $\dot{z}^{\mu}(\tau)(\mu=0,1,2,3)$ parçacığın dört bileşenli hızı ve τ da öz zamanıdır.

Toplam alan;

$$A^{\mu}(x) = A^{\mu}_{iç}(x) + \frac{1}{4\pi c}\int \frac{\delta(x^0 - x^{0\prime} - |\vec{x}-\vec{x}'|)}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\, J^{\mu}(x')\, dx' \qquad (2.2)$$

ya da

$$A^{\mu}(x) = A^{\mu}_{dış}(x) + \frac{1}{4\pi c}\int \frac{\delta(x^0 - x^{0\prime} + |\vec{x}-\vec{x}'|)}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\, J^{\mu}(x')\, dx' \qquad (2.3)$$

şeklinde verilir.

$A^{\mu}{}_{iç}(X)=0$ ve $A^{\mu}{}_{dış}(X)=0$ olarak incelemizi self etkileşmeler üzerine yoğunlaştıracağız. Alan denklemlerinin çözümlerinden

$$D^{ret}(x-x')=\frac{1}{4\pi|\vec{x}-\vec{x}'|}\delta(x^0-x^{0'}-|\vec{x}-\vec{x}'|) \tag{2.4}$$

ve

$$D^{adv}(X)=D^{ret}(-X) \tag{2.5}$$

olduğunu biliyoruz. $D^{ret}(X-X')$ eşitliğini denklem (2.2)de yerine yazarsak,

$$A^{\mu}(x)=\frac{1}{c}\int D^{ret}(x-x')\, J^{\mu}(x')\, dx' \tag{2.6}$$

elde ederiz. Denklem (2.1)'i denklem (2.6)'da kullanarak

$$A^{\mu}(x)=e\iint D^{ret}(x-x')\, \dot{z}^{\mu}(\tau)\, \delta(x-z(\tau))\, dx'\, d\tau \tag{2.7}$$

buluruz.

$D^{ret}(X-X')=\frac{1}{2\pi}\delta\left[(X-X')^2\right]\theta(X^0-X^{0'})$ bağıntısını kullanır ve X'e göre integral alırsak,

$$A^{\mu}(x)=\frac{e}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\delta\left[(x-z(\tau))^2\right]\dot{z}^{\mu}(\tau)\,\theta(x^0-z^0(\tau))\, d\tau \tag{2.8}$$

ifadesini elde ederiz. ifadesinin X'e göre iki kökü vardır; bunlar

$X=\mp Z(\tau)$

dır. Ayrıca

$$\theta(x - z^{\circ}(\tau)) = \begin{cases} 1, & x^{\circ} > z^{\circ}(\tau) \\ 0, & x^{\circ} < z^{\circ}(\tau) \end{cases} \tag{2.9}$$

şeklinde verilir.

$$\delta[g(\alpha)] = \sum_{k} \frac{\delta(a - a_k)}{|g'(a_k)|} \tag{2.10}$$

bağıntısından yararlanarak,

$$\delta[(x - z(\tau))^2] = \frac{\delta(x - z(\tau))}{(-2)[x - z(\tau)]^{\sigma} \cdot \dot{z}_{\sigma}(\tau)} + \frac{\delta(x + z(\tau))}{(-2)[x + z(\tau)]^{\sigma} \cdot \dot{z}_{\sigma}(\tau)} \tag{2.11}$$

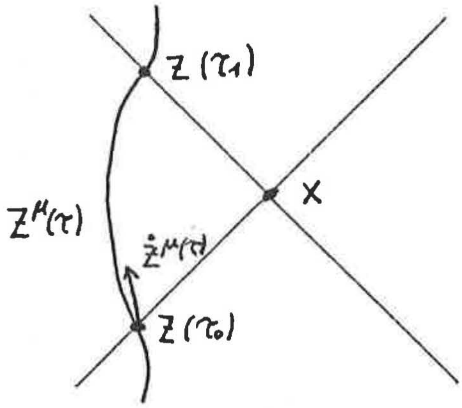
yazabiliriz. Denklem (2.8)'deki $\delta[(x - z(\tau))^2]$ yerine denklem (2.11)'deki terimi yazacağız. Çünkü gecikmiş potansiyeli kullanıyoruz.

$$A^{\mu}(x) = \frac{e}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x - z(\tau))}{(-2)[x - z(\tau)]^{\sigma} \cdot \dot{z}_{\sigma}(\tau)} \dot{z}^{\mu}(\tau)\, \theta(x^{\circ} - z^{\circ})\, d\tau \tag{2.12}$$

Bu bağıntıyı integre edersek;

$$A^{\mu}(x) = \frac{e}{4\pi} \left. \frac{\dot{z}^{\mu}(\tau)}{[x - z(\tau)]^{\sigma} \cdot \dot{z}_{\sigma}(\tau)} \right|_{\tau = \tau^{\circ}} \tag{2.13}$$

elde ederiz. Buna Lienard-Wiechert potansiyeli denir.



ışık konisinde parçacığın hareketi.

Burada;

$z^{\mu}(\tau)$: Parçacığın hareket çizgisi,

$z\ (\tau_0)$: Gecikmiş etki,

$z.\ (\tau_1)$: İlerlemiş etki noktasıdır.

(X,t) noktasına, yalnızca Zo(τ) noktasından çıkan işaret erişebilir. Parçacık ile alan nokta arasındaki üç boyutlu uzaklık

$$|\vec{X}-\vec{z}(\tau_0)| = \vec{R}$$

ve zaman aralığı

$$t - t'(\tau) = \frac{R}{C}$$

dır.

Skaler alan varken Green fonksiyonları, $D^{ret}_{adv}(X-X_1)$, ışık konisi içinde sıfından farklıdır. Bu nedenle ışık konisi içindeki tüm eğri X noktasındaki alana katkıda bulunur. Bu, ışık hızına eşit ya da daha küçük bir hızla ilerleyen bir işarete karşılık gelir.

L-W potensiyeli bir çok benzer formda yazılabilir. Parçacığın hızı V, ve uzaklığını

$$R = X - Z(\tau),\quad \hat{n} = \frac{\vec{R}}{R}$$

şeklinde tanımlayalım.

$$\dot{Z}^{\mu}(\tau) = (c, \vec{V})\frac{dt}{d\tau} \qquad (2.14)$$

olur.

$$\begin{aligned}(X-Z)^{\sigma}\cdot\dot{Z}_{\sigma} &= \Big[(X-Z)^{0}\dot{Z}_{0},\ (X-Z)^{1}\cdot\dot{Z}_{1},\ (X-Z)^{2}\cdot\dot{Z}_{2},\\ &\qquad (X-Z)^{3}\cdot\dot{Z}_{3}\Big]\\ &= (R^{0}c - \vec{R}\cdot\vec{V})\frac{dt}{d\tau}\end{aligned} \qquad (2.15)$$

(2.14) ve (2.15) bağıntılarını kullanarak daha önce verilen $A^{\mu}(X)$'yi iki parçaya ayırabiliriz.

$$\begin{aligned}A^{0}(X) &= \frac{e}{4\pi}\,\frac{\dot{Z}^{0}(\tau_0)}{[X - Z(\tau_0)]^{\sigma}\cdot\dot{Z}_{\sigma}(\tau_0)}\\ A^{0}(x,t) &= \frac{e}{4\pi R(1 - \hat{n}\cdot\vec{\beta})}\end{aligned} \qquad (2.16)$$

olur. Burada $\vec{\beta} = \frac{1}{c}\frac{d\vec{x}}{dt'}$.$A_0(X,t) = \phi(X)$ skaler potansiyel ve $A(X,t)$ vektör potansiyeldir.

$$\begin{aligned}\vec{A}(X) &= \frac{e}{4\pi}\,\frac{\dot{\vec{Z}}(\tau_0)}{[X - Z(\tau_0)]^{\sigma}\cdot\dot{Z}_{\sigma}(\tau_0)}\\ \vec{A}(x,t) &= \frac{e\cdot\vec{\beta}}{4\pi R[1 - \hat{n}\cdot\vec{\beta}]}\end{aligned} \qquad (2.17$$

dır. $t' = t - \frac{R}{c}$ gecikmiş zamandır, ve X alan nokta ile t' gecikmiş zamanki parçacık konumu arasındaki uzaklık ise R dir.

ALAN TENSÖRÜ

Konuyu daha iyi anlamak için alan tensörünü hesaplayalım. Bunun için $A^{\mu}(X)$'in integral ifadesini tekrar yazalım.

$$A^{\mu}(x) = e \int\int D^{ret}(x-x')\, \dot{z}^{\mu}(\tau)\, \delta(x'-z(\tau))\, dx'\, d\tau \qquad (2.18)$$

$$A^{\mu}(x) = \frac{e}{2\pi} \int D^{ret}(x-z(\tau))\, \dot{z}^{\mu}(\tau)\, d\tau \qquad (2.19)$$

Bu ifadenin her iki tarafını X^{ν} ye göre türevini alalım.

$$A^{\mu,\nu}(x) = \frac{e}{2\pi} \int \frac{\partial}{\partial X^{\nu}} D^{ret}(x-z(\tau))\, \dot{z}^{\mu}(\tau)\, d\tau \qquad (2.20)$$

$$D^{ret}(x-z(\tau)) = \frac{1}{2\pi}\, \delta\left[(x-z(\tau))^2\right] \theta\left(x^0 - z^0(\tau)\right)$$

olduğundan

$$A^{\mu,\nu}(x) = \frac{e}{2\pi} \int \frac{\partial D^{ret}}{\partial\left[(x-z(\tau))^2\right]} \cdot \frac{\partial\left[(x-z(\tau))^2\right]}{\partial X^{\nu}} \cdot \dot{z}^{\mu}(\tau)\, d\tau \qquad (2.21)$$

yazılır.

$$\frac{\partial}{\partial X^{\nu}}\left[(x-z(\tau))^2\right] = 2\,(x-z(\tau))^{\nu}$$

$$A^{\mu,\nu}(x) = \frac{e}{2\pi} \int \frac{\partial D^{ret}}{\partial \tau}\, \frac{\partial \tau}{\partial\left[(x-z(\tau))^2\right]}\, 2\,(x-z(\tau))^{\nu} \cdot \dot{z}^{\mu} \qquad (2.22)$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left[(x-z(\tau))^2\right] = (-2)(x-z(\tau))^{\sigma}\cdot\dot{z}_{\sigma}$$

yerine yazılırsa,

$$A^{\mu,\nu}(x) = -\frac{e}{2\pi}\int \frac{(x-z(\tau))^{\nu}\cdot\dot{z}^{\mu}(\tau)}{(x-z(\tau))^{\sigma}\cdot\dot{z}_{\sigma}}\,d\tau \tag{2.23}$$

olur. Bu eşitliğin parçalı integrasyon yöntemi ile hesaplarsak,

$$A^{\mu,\nu}(x) = \frac{e}{2\pi}\int D^{ret}\frac{d}{d\tau}\left[\frac{(x-z(\tau))^{\nu}\cdot\dot{z}^{\mu}(\tau)}{(x-z(\tau))^{\sigma}\cdot\dot{z}_{\sigma}(\tau)}\right] \tag{2.24}$$

elde ederiz. Burada,

D^{ret} yerine $\delta\left[(x-z(\tau))^2\right]$ ' yi ve

$$\frac{d}{d\tau}\left[(x-z(\tau))^2\right] = (-2)(x-z(\tau))^{\sigma}\cdot\dot{z}_{\sigma} \tag{2.25}$$

kullanarak,

$$A^{\mu,\nu}(x) = \frac{e}{4\pi}\,\frac{1}{(x-z(\tau))^{\sigma}\cdot\dot{z}_{\sigma}(\tau)}\,\frac{d}{d\tau}\left[\frac{(x-z(\tau))^{\nu}\cdot z^{\mu}(\tau)}{(x-z(\tau))^{\sigma}\cdot\dot{z}_{\sigma}(\tau)}\right] \tag{2.26}$$

sonucuna varırız.

$$R = (x-z(\tau))^{\sigma}\cdot\dot{z}_{\sigma}$$

$$Q = (x-z(\tau))^{\sigma}\cdot\ddot{z}_{\sigma}$$

şeklinde tanımlayıp

$$F^{\mu\nu} = A^{\nu,\mu} - A^{\mu,\nu}$$

bağıntısından hareketle alan tensörünü,

$$F^{\mu\nu} = \frac{e}{4\pi}\frac{1}{R^3}\Big[(x-z(\tau))^{\mu}\ddot{z}^{\nu}R-(x-z(\tau))^{\mu}\dot{z}^{\nu}Q$$
$$+(x-z(\tau))^{\mu}\dot{z}^{\nu}-(x-z(\tau))^{\nu}\ddot{z}^{\mu}R$$
$$+(x-z(\tau))^{\nu}\dot{z}^{\mu}Q-(x-z(\tau))^{\nu}\dot{z}^{\mu}\Big] \tag{2.27}$$

buluruz. Bu bağıntıyı biraz daha düzenlersek,

$$F^{\mu\nu} = \frac{e}{4\pi}\frac{1}{R^2}\Big[(x-z(\tau))^{\mu}\ddot{z}^{\nu}-(x-z(\tau))^{\nu}\ddot{z}^{\mu}\Big]$$
$$+\frac{e}{4\pi}\frac{1}{R^3}\Big[(x-z(\tau))^{\mu}\dot{z}^{\nu}-(x-z(\tau))^{\nu}\dot{z}^{\mu}\Big]$$
$$+\frac{e}{4\pi}\frac{1}{R^3}\Big[(x-z(\tau))^{\nu}\dot{z}^{\mu}Q-(x-z(\tau))^{\mu}\dot{z}^{\nu}Q\Big] \tag{2.28}$$

Bu denklem iki parçadan oluşur:

I) $\dot{z}$ ya bağlı ve $\frac{1}{R^2}$ ile orantılı kısım (yakın alan)

II) $\ddot{z}$ ya bağlı ve $\frac{1}{R}$ ile orantlı kısım (uzak alan yada ışıma alanı).

denklem (2.28)'den $\frac{1}{R^2}$ ile orantılı alan (yakın alan) ve $\frac{1}{R}$ ile orantılı alan (uzak alan) terimlerini

$F^{0i} \cong E^i$ $\qquad$ i=1,2,3

$F^{ij} = \varepsilon^{ijk} B^k$ $\qquad$ i,j,k=1,2,3 bağıntıların kullanarak, elektrik ve manyetik alanları cinsinden aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

$\frac{1}{R^2}$ alanı,

$$\vec{E}(\dot{z}) = \frac{e}{4\pi R^2} \cdot \frac{(1-\beta^2)(\hat{n}-\beta^2)}{(1-\hat{n}\cdot\vec{\beta})^3}$$

$$\vec{B}(\dot{z}) = \frac{e}{4\pi R^2} \cdot \frac{(1-\beta^2)\,\vec{\beta}\times\hat{n}}{(1-\hat{n}\cdot\vec{\beta})^3} \qquad (2.29)$$

$\frac{1}{R}$ alanı,

$$\vec{E}(\ddot{z}) = \frac{e}{4\pi cR} \frac{\hat{n}\times[(\hat{n}-\vec{\beta})\times\dot{\vec{\beta}}\,]}{(1-\hat{n}\cdot\vec{\beta})^3} \qquad (2.30)$$

$$\vec{B}(\ddot{z}) = \frac{e}{4\pi cR} \frac{(\hat{n}-\vec{\beta})\times\dot{\vec{\beta}}+\hat{n}\cdot(\hat{n}\cdot\vec{\beta}\times\dot{\vec{\beta}})}{(1-\hat{n}\cdot\vec{\beta})^3}$$

Bu yazdığımız bağıntılar düşük hızlarda ($\beta \ll 1$ için) şu hale gelir.

$$\vec{E}(\ddot{z}) \cong \frac{e}{4\pi cR}\,\hat{n}\times(\hat{n}\times\dot{\vec{\beta}})$$

$$\vec{B}(\ddot{z}) \cong -\frac{e}{4\pi cR}\,\hat{n}\times\dot{\vec{\beta}} \qquad (2.31$$

$$\vec{B}(\ddot{z}) = \hat{n}\times\vec{E}(\ddot{z})$$

Bu alanlar hem $\frac{1}{R}$ hemde $\frac{1}{c}$ ile orantılıdır ve ikiside $\dot{\vec{\beta}}$ ya(ivmeye) bağlıdır. Onun için,

C>>V iken bunlar kaybolur. Yalnızca $\frac{1}{R^2}$ ile orantılı alanlar kalır.

Işıma alanının Poynting vektörü;

$$\vec{S} = c\vec{E}(\ddot{z}) \times \vec{B}(\ddot{z})$$

$$= \frac{e^2}{4\pi c R^2}\left[\hat{n} \times (\hat{n} \times \dot{\vec{\beta}})\right] \times \left[\hat{n} \times \dot{\vec{\beta}}\right] \tag{2.32}$$

olur. enerji akısı ışınsal ve $\vec{R}$ doğrultusundadır. Birim zamanda açığa çıkan enerji,

$$W = \int \vec{S} \cdot d\vec{F}$$

$$= \frac{2 \cdot e^2}{3 \cdot 4\pi} \frac{\dot{\vec{V}}^2}{c^3} \tag{2.33}$$

olur.

Parçacığın ışıma alanı, parçacığın toplam enerjisini değiştirir, dolayısıyle parçacığın hareketide değişir. Buna "geri tepme" süreci denir. Bu süreci ifade etmenin başka bir yolu ise ışımanın (ya da enerji kaybı) etkisi ile parçacığın enerjiyi dengeliyecek şekilde ivme kazanmasıdır. Bu durum göz önüne alınarak parçacığın hareket denklemleri yeniden yazılmalıdır. Yani hareket denklemleri, ışıma tepkimeyi içeren denklemler olmalıdır. Bu durumda Minkowski denklemi

$$\dot{P}^\mu = \frac{dP^\mu}{d\tau}$$

$$\dot{P}^\mu = K^\mu \tag{2.34}$$

şeklinde verilir. Burada K^μ dört bileşenli kuvvettir. U_μ hız olmak üzere $K^\mu \cdot U_\mu = 0$ koşulunu sağlar.

$$\dot{P} = m_o c \dot{U}$$

$$\dot{P} = K_{dış} + K_{tepki} \tag{2.35}$$

Şimdi tek boyutlu ışıma hareketini düşünelim. Bir T zaman aralığında parçacık tarafından salınan enerji. Self-kuvvet tarafından yapılan işe eşit olmalıdır. Göresiz limitte,

$$\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}\frac{2}{3}\frac{e^2}{4\pi c^3}\ddot{\vec{x}}^2 dt = -\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} K_{tepki}\cdot\dot{\vec{x}}\, dt \tag{2.36}$$

Eşitliğin sol tarafını parçalı integrasyonla

$$\frac{2}{3}\frac{e^2}{4\pi c^3}\frac{1}{T}\left[\ddot{\vec{x}}\,\dot{\vec{x}}\Big|_{t}^{t+T} - \int_{t}^{t+T}\dot{\vec{x}}\,\dddot{\vec{x}}\,dt\right] \tag{2.37}$$

olur. T zaman aralığında $\ddot{X}(t)=\ddot{X}(t+T)=0$ olduğunu kabul edersek (2.37) denklemi

$$\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}\left(\frac{2}{3}\frac{e^2}{4\pi c^3}\dddot{\vec{x}} - K_{tepki}\right)\dot{\vec{x}}\,dt = 0 \tag{2.38}$$

olacaktır. bunun bir çözümü integrandın sıfıra eşit olmasıdır.

$$K_{tepki} = \frac{2}{3}\frac{e^2}{4\pi c^3}\dddot{\vec{x}} \tag{2.39}$$

yaptığımız varsayım, ancak titreşim hareketi için kesin doğrudur. Fakat, yine de (2.39) denkleminde elde ettiğimiz sonucun her zaman için doğru olmasını bekleriz. Denklem (2.39)'da verilen ifadeye "self-kuvvet" diyeceğiz. Buna göre hareket denklemi

$$m\ddot{\vec{x}} = F_{dış}(\vec{x}) + \frac{2}{3}\frac{e^2}{4\pi c^3}\dddot{\vec{x}} \tag{2.40}$$

şeklinde yazılır. Buna "Abraham-Lorentz" denklemi denir. Göreli formu kullanarak

$$\frac{\Delta P^\mu}{dt} \cong \frac{e^2}{4\pi}\frac{2}{3}\dot{z}^\mu\left(\frac{\gamma}{c}\right)^4\left[\dot{\vec{V}}^2 + \left(\frac{\gamma}{c}\right)^2\left(\vec{V}\dot{\vec{V}}^2\right)\right] \tag{2.41}$$

elde etmek mümkündür. Self-kuvvetin kovaryant formu,

$$K_{tepki} = -\frac{2}{3}\frac{e^2}{4\pi c^3}\left[\dddot{z}^\mu + \dot{z}^\mu\ddot{z}^2\right] \tag{2.42}$$

olur.

Fokker-Schawzschild-Tetrode Eylemi :

Birbirine etkileşim halinde bulunan e_α yüklü, m_α kütleli(α =1,...,N) parçacıkları gözönünde bulunduralım. Bu etkileşimi bir W eylem integraliyle şöyle tanımlayabiliriz.

$$W=\sum_\alpha \int m_\alpha \dot{z}_\alpha^2 \, d\tau+\sum_\alpha e_\alpha \sum_{\beta\neq\alpha} e_\beta \int \dot{z}_\alpha(\tau)\, \dot{z}_\beta(\tau') \cdot \bar{D}\,(z_\alpha-z_\beta)\, d\tau\, d\tau' \tag{2.43}$$

burada τ ve τ' parçacıkların öz zamanları z_α , z_β dörtlü-koordinatlarıdır. $\bar{D}(Z_\alpha-Z_\beta)$ ise simetrik Green fonksiyonudur. Burada kullanılacak olan bu Green fonksiyonunun özelliklerini şöyle yazabiliriz.

$$\bar{D}\,(z_\alpha-z_\beta)=\frac{1}{2}\left[D^{ret}(z_\alpha-z_\beta)+D^{adv}(z_\alpha-z_\beta)\right]$$
$$\bar{D}(z_\alpha-z_\beta)=\bar{D}\,(z_\beta-z_\alpha) \tag{2.44}$$

W eylem bağıntısındaki ikinci terim, α ve β parçacıkları arasındaki olası etkileşmelerini gösteren bir toplamdır. Bu eylem için α. parçacığın hareket denklemini (Euler-Lagrange denklemi α.parçacık için) biraz işlem ile bulabiliriz.

$$m_\alpha \ddot{z}_\alpha(\tau)=e_\alpha \dot{z}_\alpha^{\nu}(\tau)\sum_{\beta\neq\alpha}\int e_\beta\left[\dot{z}_{(\beta)\nu}(\tau')\frac{\partial}{\partial z_{(\alpha)\mu}}-\dot{z}^{\mu}_{(\beta)}(\tau')\frac{\partial}{\partial z^{\nu}_{(\alpha)}}\right]\cdot\bar{D}\,(z_\alpha-z_\beta) \tag{2.45}$$

Burada birinci parçacığın özzamanı (τ), ikinci parçacığın özzamanı (τ')dur. denklem (2.45)'in sağ tarafını bir kuvvet olarak kabul edersek ve buna K^μ dersek bunun

$$K^\mu \dot{z}_{(\alpha)\mu}=0 \tag{2.46}$$

denklemini sağlayacağını görürüz. Elektromanyetik etkileşmeler, yüklerin etrafını saran elektromanyetik alanların tanımlanmasıyla mümükündür. τ' özzamanında z_β deki parçacıklardan C ışık hızı ile yayılan alan, τ özzamanında z_α konumunda bulunan parçacığını etkiler. Yukarıdaki denklem, bu C ışık hızı ile yayılan bir "yayınlayıcı kuvveti" temsil etmektedir. Öyleki burada

$$(z_\alpha(\tau)-z_\beta(\tau'))^2=0$$

dır. Bu denklemin, hareket denklemi ile teorik olarak ilişkisini görmek için, parçacığın X noktasında oluşturduğu vektör alanı biçimsel olarak

$$A_\mu^{(\beta)}(x) \equiv e_\beta \int \bar{D}(x-z_\beta(\tau))\, \dot{z}_{(\beta)\mu}(\tau)\, d\tau \tag{2.47}$$

özdeşliği ile tanımlazır. Buna karşılık gelen alan tensörü ise

$$F_{\mu\nu}^{(\beta)}(x) = e_\beta \int \left(\dot{z}_{(\beta)\nu}(\tau)\frac{\partial}{\partial x^\mu} - \dot{z}_{(\beta)\mu}(\tau)\frac{\partial}{\partial x^\nu}\right) \cdot \bar{D}[x-z_\beta(\tau)]\, d\tau \tag{2.48}$$

şeklinde olur. Böylece denklem (2.47)'deki düşünce ışığında, denklem (2.45)'in sağ tarafı, α - parçacığın bulunduğu konumda, bütün β parçacıkların yarattığı alanların toplamlarını kapsar. Bunu

$$m_\alpha \ddot{z}^\mu_{(\alpha)}(\tau) = e_\alpha \dot{z}^\nu_{(\alpha)}(\tau) \sum_{\substack{\beta \\ \beta\neq\alpha}} \bar{F}_\nu^{\mu(\beta)}(z_\alpha) \tag{2.49}$$

şeklinde yazarız. Eğer denklem (2.44)'e göre ilerlemiş ve gecikmiş alanların toplamını gösteren bir alanı

$$\bar{F}_\nu^\mu(z_\alpha) = \sum_{\substack{\beta \\ \beta\neq\alpha}} \bar{F}_\nu^{\mu(\beta)}(z_\alpha) \tag{2.50}$$

şeklinde tanımlarsak, her iki parçacık için şu iki denklem

$$\bar{F}_\nu^{\mu(\beta)}(z_\beta) = \frac{1}{2}\left[\bar{F}_\nu^{\mu(\beta)ret}(z_\beta) + \bar{F}_\nu^{\mu(\beta)adv}(z_\beta)\right]$$

ve

$$\bar{F}_\nu^\mu(z_\alpha) = \frac{1}{2}\left[\bar{F}_\nu^{\mu\, ret}(z_\alpha) + \bar{F}_\nu^{\mu\, adv}(z_\alpha)\right]$$

yazılır. Bu tanımlarla

$$m_\alpha \ddot{z}^\mu_{(\alpha)} = e_\alpha \dot{z}^\nu_{(\alpha)} \bar{F}_\nu^\mu \tag{2.51}$$

hareket denklemi denklem (2.50) ve denklem (2.48)'deki gibi verilen $\bar{F}_\nu^\mu$ dış alanındaki bir parçacığın hareket denklemi ile aynıdır. Ayrıca denklem (2.50) Maxwell denklemlerini sağlamaktadır.

$$\Box^2 A^{\mu}(x) = \sum_{\substack{\beta \\ \beta\neq\alpha}} e_{\beta} \int \dot{z}^{\mu}_{(\beta)}(\tau) d\tau \, \Box^2 \bar{D}(x - z_{\beta})$$

$$= \sum_{\substack{\beta \\ \beta\neq\alpha}} e_{\beta} \int \dot{z}_{\beta} \, \delta(x - z_{\beta}) d\tau \tag{2.52}$$

Eğer parçacığının akım yoğunluğunu ,

$$J^{\mu}_{(\beta)}(x) = e_{\beta} \int \dot{z}_{\beta} \, \delta(x - z_{\beta}) d\tau \, ,$$

şeklinde tanımlarsak denklem (2.52)'nin sağ tarafı (etkin akım yoğunluğu) parçacığı dışındaki tüm parçacıkların akım yoğunluğu şeklinde söylenebilir.

Bağ koşulları yine aşağıdaki gibi sağlanmış olur.

$$A^{\mu}_{,\mu}(x) = \sum_{\beta} e_{\beta} \int \dot{z}^{\mu}_{(\beta)} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \bar{D}(x - z_{\beta})$$

$$= -\bar{D}(x - z_{\beta}) \Big|_{\tau=-\infty}^{+\infty} = 0 \tag{2.53}$$

Şu halde doğrudan-etki (Action-at-a distance) üzerine kurulu teori, (denklem (2.51) hareket denkleminin herhangi bir ışıma etkisi terimi içermemesi dışında) hemen hemen Maxwell-Lorentz teorisine eşdeğerdir. Yani bu teoride ışıma etkisi yoktur. Buna karşın bir kaç parçacığın etkileşmesi vardır. Denklem (2.51)'deki alan Maxwell-Lorentz teorisindeki bir parçacığın alanından özellik bakımından oldukça farklıdır.

Şimdi bu teorinin bir kaç noktasını özetliyelim:

I- İvmeli noktasal bir yük, parçacıkların bulunmadığı boş uzayda ışıma yapmaz.

II- Bir yükü etkileyen alanlar, o yükün çevresinde bulunan parçacıklardan kaynaklanmaktadır.

III- Bu alanlar, Maxwell denklemlerinin ilerlemiş ve gecikmiş Lienard-Wiechert çözümlerinin yarısının toplamı şeklinde gösterilir. Böyle elde edilen kuvvet kanunları parçacıklar arası değişime göre simetriktir.

IV- Bir sistemin ışımasını tartışırken, sistemin içinde bulunduğu hacimdeki yüklü parçacıkların varlığı varsayılmalıdır. Işımayı soğuran parçacıklar sistem tarafından sistem tarafından ivmelenmelidirler.

Bu son noktayı anlamak için, denklem (2.49)'u, eşdeğer biçimde tekrar yazalım.

$$m_\alpha \ddot{z}_\alpha = e_\alpha \dot{z}^\mu_{(\alpha)} \Big[\sum_{\substack{\beta \\ \beta\neq\alpha}} F^{(\beta)ret}_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\left(F^{(\alpha)ret}_{\mu\nu} - F^{(\alpha)adv}_{\mu\nu}\right) - \frac{1}{2}\sum_{t\ddot{u}m\,\beta}\left(F^{(\beta)ret}_{\mu\nu} - F^{(\beta)adv}_{\mu\nu}\right) \qquad (2.54)$$

Birinci terim, bütün diğer parçacıklardan ileri gelen gecikmiş alan katkısını ve Maxwell-Lorentz teorisindeki dış kuvveti gösterir. İkinci terim, Dirac'ın self-kuvvetine karşılık gelen ve parçacığının self alanının sonlu kısmından gelen katkıyı gösterir. Son terim ise eğer bütüm parçacıklar tarafından yayınlanan ışıma soğurucular tarafından soğurulmuş ise sıfır olur. eğer bir kaynaktan belirli zaman aralıklarında yayılan ışıma tamamen soğurulmuş ise, uzun zaman sonra

$$\sum_\beta F^{(\beta)ret}_{\mu\nu}$$

alanı sıfır olur. Kaynak artık ışıma yapmadığı için

$$\sum_\beta F^{(\beta)adv}_{\mu\nu}$$

niceliğide aynı zamanda sıfır olur. Bundan dolayı

$$\sum_\beta \left(F^{(\beta)ret}_{\mu\nu} - F^{(\beta)adv}_{\mu\nu}\right)$$

ifadesi Maxwell denklemlerini sağlar. Eğer bu terim belli bir süre için sıfıra gidiyorsa bütün zamanlar için de sıfıra gider.

Teorinin tutarlılığı için ayrıca şu noktalar da önemlidir:

I- Kaynak üzerine soğurucunun etkisi, soğurucunun özelliklerinden bağımsız olmalıdır.

II- Bu etki kaynağın tamamen kendi hareketi ile belirlenmektedir.

III- Soğurucu, sonlu ve ivmenin momenti ile aynı zamanlı olan kaynağa bir kuvvet uygulamalı ve bu kuvvet, ışıma olarak giden enerjinin kaynağından çıkması için yeterli olmalıdır.

IV- Soğurucu, kaynak üzerinde $\frac{1}{2}(F^{ret} - F^{adv})$'ye eşit bir alan üretir. Alan, gözlenen F^{ret} alanını yaratmak için kaynağın $\frac{1}{2}(F^{ret} + F^{adv})$ alanı ile birleşir.

Bu değerlendirme ile W eylemi, yalnızca sonlu self etkileşmeyi içeren ışıma etkisini göstermektedir.

Self Enerji ve Eylem İlkesi:

Bu problem W eylemi yardımı ile kolayca tartışılır. Onun için denklem (2.43)deki W eylem bağıntısına bir self enerji terimi ekleyerek işlem yapılır.

$$W' = \sum_{\alpha} m_\alpha \int \dot{z}_\alpha^2 d\tau + \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta} e_\alpha e_\beta \int \dot{z}_\alpha(\tau) \dot{z}_\beta(\tau') \bar{D}(z_\alpha - z_\beta) d\tau d\tau' \qquad (2.55)$$

W^1 eylemi $\alpha = \beta$ durumunda $\bar{D}$ Green fonksiyonundan dolayı tanımsız olan terim ile W eylem bağıntısından farklıdır. Bunun için

$$\bar{D} = \frac{1}{2\pi} \delta(x - x')^2 \quad \text{yi} \quad \frac{1}{2} \rho[(x - x')^2] \quad \text{ile}$$

değiştirelim. (ρ (x^2) bir sabit fonksiyondur). Denklem (2.47)yerine yeni bir alan tanımlayalım. Bu alan

$$\tilde{A}_\mu^{(\beta)}(x) = \frac{e_\beta}{2\pi} \int \dot{z}_{(\beta)\mu}(\tau) \rho[x - z_\beta(\tau)] d\tau \qquad (2.56)$$

α . inci parçacık için hareket denklemini denklem (2.55)'den elde edebiliriz.

$$m_\alpha \ddot{z}_{(\alpha)\nu} = e_\alpha \dot{z}_{(\alpha)}^{\mu} \sum_{\text{tüm}\,\beta} \tilde{F}_{\mu\nu}^{(\beta)}(z_\alpha)$$

$$= e_\alpha \dot{z}_{(\alpha)}^{\mu} \left[\sum_{\beta \neq \alpha} \tilde{F}_{\mu}^{(\beta)}(z_\alpha) + \tilde{F}_{\mu}^{(\alpha)}(z_\alpha) \right] \qquad (2.57)$$

Denklem (2.57)yi soğurucu tarafından alınmış terimi eklemek suretiyle bir az değişik yazarsak hareket denklemini tekrar elde ederiz.

$$m_\alpha \ddot{z}_{(\alpha)\nu} = e_\alpha \dot{z}^\mu_{(\alpha)} \sum_{tüm\,\beta} \tilde{F}^{(\beta)}_{\mu\nu}$$

$$= e_\alpha \dot{z}^\mu_{(\alpha)} \left[\sum_{tüm\,\beta} \bar{F}^{ret}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \sum_{tüm\,\beta} \left(F^{(\beta)ret}_{\mu\nu} - F^{(\beta)adv}_{\mu\nu} \right) \right] \qquad (2.58)$$

Buradaki $\bar{F}^{ret}_{\mu\nu}$ yi

$$\bar{F}^{ret}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} F^{rad}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(F^{ret}_{\mu\nu} - F^{adv}_{\mu\nu} \right)$$

diye ayırabiliriz. Denklem (2.58)'deki ikinci terim tekrar sıfır olur. Böylece içinde $F^{ret}_{\mu\nu}$' yi etkin alan olarak bulunduran hareket denklemi

$$m_\alpha \ddot{z}_{(\alpha)\nu} = e_\alpha \dot{z}^\mu_{(\alpha)} \sum_{tüm\,\beta} \bar{F}^{ret}_{\mu\nu} \qquad (2.59)$$

olur. Eğer tekrar bunu α ve β parçacıkları için yazıp birden fazla self kuvvet ve diğer kuvvetler için ayırırsak şu bağıntıyı elde ederiz.

$$m_\alpha \ddot{z}_{(\alpha)\nu} = e_\alpha \dot{z}^\mu_{(\alpha)} \left[\sum_{\substack{\beta \\ \beta \neq \alpha}} F^{(\beta)ret}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \tilde{F}^{(\alpha)rad}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(F^{(\alpha)ret}_{\mu\nu} - F^{(\alpha)adv}_{\mu\nu} \right) \right]$$

(2.60)

$$m_\alpha \ddot{z}_{(\alpha)\nu} = K^{dış}_\nu + K^{self}_\nu + Tanımsız\ terim \qquad (2.61)$$

yukarıda yazdığımız denklem (2.60)'daki ilk terim bütün diğer parçacıklardan gelen gecikmiş alanın katkısıdır. Buna dış kuvvet ($K^{dış}_\nu$) denir.

Bu $K^{dış}_\nu$ dış alan çoğu zaman çok şiddetli olur. Öyleki bu alan ihmal edilebilir. Bundan dolayı ikinci terimi gözönünde bulunduracağız. Bu terime self-kuvvet diyeceğiz. Dolayısıyle self-kuvvet, noktasal parçacığın toplam alanını içermektedir. Şurasını hemen belirtelimki self-kuvvetin ışıma alanına uygun fiziksel olarak anlamlı olan tanımlı kısmı, bir de parçacığın noktasal kütle özelliğine ve yakın alana uyan tanımsız kısmı vardır.

Self-Kuvvetin Tanımlı (sonlu) Kısmı:

Gerçekten, kovaryant anlamda, self-kuvvetin ışıma alanına uyan tanımlı kısmını çıkarmak ve tanımsız olan kısmının ise doğasını görmek olasıdır. Bunun için $F^{ret}_{\mu\nu}$ iki parçaya ayırırız.

$$F^{ret}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} F^{rad}_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\left(F^{ret}_{\mu\nu} + F^{adv}_{\mu\nu}\right) \qquad (2.62)$$

Buradaki ışıma alanı

$$F^{rad}_{\mu\nu} = F^{ret}_{\mu\nu} - F^{adv}_{\mu\nu}$$

ya da eşdeğeri

$$F^{rad}_{\mu\nu} = F^{dış}_{\mu\nu} - F^{iç}_{\mu\nu}$$

alınabilir. Işıma alının vektör potansiyelden ($A^{rad}_{\mu\nu}$) hesaplayabiliriz.

$$\begin{aligned} A^{rad}_{\mu} &= \frac{1}{c}\int (D^{ret} - D^{adv})\, J_{\mu}(x')\, dx' \\ &= \frac{1}{c}\int D(x-x')\, J_{\mu}(x')\, dx' \end{aligned} \qquad (2.63)$$

dır. Bu, $t=-\infty$ ($F_{iç}$) ve $t=+\infty$ ($F_{dış}$) arasındaki dış alan içindeki toplam değişimini göstermektedir. Denklem (2.62)'nin ilk terimi $\frac{1}{2}F^{rad}_{\mu\nu}$ sonlu kısmı, ikinci terimi $\frac{1}{2}F^{ret}_{\mu\nu} + \frac{1}{2}F^{adv}_{\mu\nu}$ tanımsız kısmı temsil etmektedir.

Önce $F^{rad}_{\mu\nu}$ alanını hesaplayalım. Denklem (2.63)'den

$$F^{rad}_{\mu\nu}(x) = e\int D(x - z(\tau))\, d\tau\, \frac{d}{d\tau}\left[\frac{\dot{z}_{\mu}(x - z(\tau))^{\nu}}{(x - z(\tau))^{\sigma}\cdot \dot{z}_{\sigma}} - (\mu \leftrightarrow \nu)\right] \qquad (2.64)$$

elde edilir. Bu, daha önceki hesaplardan biraz farklıdır. Çünkü Green fonksiyonu

$$D(x) = \frac{1}{2\pi}\,\delta(x^2)\,\epsilon(x^0)$$

ile verilmektedir. Şimdi bir noktasal parçacık için $F^{rad}_{\mu\nu}$ yi $X=Z(\tau)$ de tayin edelim. $Z(\tau')$ sabit bir nokta olarak alıp, $\tau = \tau' + u$'yi kullanarak $Z(\tau)-Z(\tau')$yi seriye açalım.

$$
\begin{aligned}
Z(\tau)-Z(\tau') &= Z(\tau'+U)-Z(\tau') \\
&= Z(\tau')+U\dot{Z}+\frac{U^2}{2!}\ddot{Z}^2+\frac{U^3}{3!}\dddot{Z}^3 \ldots - Z(\tau') \\
&= U\dot{Z}+\frac{U^2}{2}\ddot{Z}+\frac{U^3}{6}\dddot{Z}+\ldots
\end{aligned}
$$

$$
\dot{Z}(\tau) = \dot{Z}+U\ddot{Z}+\frac{U^2}{2}\dddot{Z}+\ldots
$$

olur. Buradaki bütün türevler $\dot{Z},\ddot{Z},\dddot{Z}\ldots\tau'$ sabit noktasına göredir. burada $\dot{Z}^2=1$ alınırsa

$$
(Z(\tau)-Z(\tau'))^2 = U^2+O(U^4)
$$

ve

$$
(Z(\tau')-Z(\tau))^{\sigma}.\dot{Z}_{\sigma} = -U+O(U^3)
$$

olur. Ayrıca bu sıfırıncı bileşenler $Z^0(\tau)-Z^0(\tau')$ U ile aynı işaretli ise

$$
\epsilon(Z(\tau')-Z(\tau)) \doteq -\epsilon(U)
$$

olduğunu söyler. Eğer bu açılım denklem (2.64)'de $Z=Z(\tau')$de yerine yazılırsa

$$
\begin{aligned}
F^{rad}_{\mu\nu}(Z(\tau')) = \frac{e}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\epsilon(U)\,\delta(U^2)\,dU.\frac{d}{dU}\Big[U\ddot{Z}_{\mu}\dot{Z}_{\nu}+\frac{U}{2}\dot{Z}_{\mu}\ddot{Z}_{\nu} \\
+\frac{U^2}{2}\dddot{Z}_{\mu}\dot{Z}_{\nu}+\frac{U^2}{6}\dot{Z}_{\mu}\dddot{Z}_{\nu}-(\mu\leftrightarrow\nu)\Big].
\end{aligned} \qquad 2.65)
$$

elde edilir. Eğer,

$$
\epsilon(U)\,\delta(U^2) = -\delta'(U)
$$

özdeşliğini kullanarak denklem (2.65)'in kısmi integralini alırsak

$$F_{\mu\nu}^{rad}(z(\tau')) = \frac{e}{2\pi}\int \delta(u)du\,\frac{d^2}{du^2}\Big[u\ddot{z}_\mu\dot{z}_\nu + \frac{u}{2}\dot{z}_\mu\ddot{z}_\nu + \frac{u^2}{2}\dddot{z}_\mu\dot{z}_\nu + \frac{u^2}{6}\dot{z}_\mu\dddot{z}_\nu - (\mu\leftrightarrow\nu)\Big] \quad (2.66)$$

buluruz. U'ya göre iki defa differansiyel alınıp, δ - integrali alınırsa sadece üçüncü ve dördüncü terimlerin $F_{\mu\nu}^{rad}$'ya katkıları olduğu görülebilir. U'nun yüksek basamaktadi terimleri $F_{\mu\nu}^{rad}$ ya herhangi bir katkıları olmaz. Bütün bu işlemlerin sonucunda, ışıma alanı için koveryant formda basit bir ifade bulmuş oluruz.

$$F_{\mu\nu}^{rad}(z(\tau)) = \frac{2}{3}\,\frac{e}{2\pi}\left(\dot{z}_\mu\dddot{z}_\nu - \dot{z}_\nu\dddot{z}_\mu\right) \quad (2.67)$$

şimdi bu ifadeyi kullanarak buna karşılık gelen self-kuvveti belirleyelim.

$$m_0 c\ddot{z}_\mu = \frac{e}{c}\int \dot{z}^\nu \rho(x-z)d\tau\left[\frac{1}{2}F_{\mu\nu}^{rad} + \frac{1}{2}(F_{\mu\nu}^{ret} + F_{\mu\nu}^{adv})\right]$$

$$K_\mu^{self} = \frac{e}{c}\int \dot{z}^\nu \delta(x-z(\tau))d\tau\,\frac{1}{2}F_{\mu\nu}^{rad} \quad (2.68)$$

$$= \frac{e^2}{4\pi}\,\frac{2}{3}\left(\dot{z}^\nu\dot{z}_\mu\dddot{z}_\nu - \dot{z}^\nu\dot{z}_\nu\dddot{z}_\mu\right),\ \dot{z}^\nu\dot{z}_\nu = 1$$

$$K_\mu^{self} = \frac{e^2}{4\pi}\,\frac{2}{3}\left(\dot{z}^\nu\dot{z}_\mu\dddot{z}_\nu - \dddot{z}_\mu\right) \quad (2.69)$$

eğer $\dot{z}^\mu \dot{z}_\mu = 1$ differansiyelini alırsak $\dot{z}^\mu \ddot{z}_\mu = 0$ olur. Ve eğer bir kez daha differansiyelini alırsak $\dot{z}_\nu \dddot{z}^\nu = -\ddot{z}^2$ olur.

Sonuç olarak

$$K^{rad}_{self\,\mu} = -\frac{2}{3}\left(\frac{e^2}{4\pi}\right)\left(\dddot{z}_\mu + \dot{z}_\mu \ddot{z}^2\right) \tag{2.70}$$

elde ederiz. Bu bağıntı ışıma alanından dolayı parçacık üzerine etki eden self-kuvveti gösterir.

Kütle Renormalizasyonu:

Bu başlık altında self-kuvvetin sonlu olmayan kısmını ele alacağız. Bu kuvvete $K^{\infty}_{self\,\mu}$ diyelim.

$$K^{\infty}_{self\,\mu} = \frac{1}{2}\frac{e}{c}\int \dot{z}^\nu \delta(x - z(\tau))\,d\tau \left(F^{ret}_{\mu\nu} + F^{adv}_{\mu\nu}\right) \tag{2.71}$$

Daha önce sonlu self-kuvveti tanımlarken,

$$K^{rad}_{self\,\mu} = \frac{e}{c}\int \dot{z}^\nu \delta(x - z(\tau))\,d\tau\ \frac{1}{2} F^{rad}_{\mu\nu}$$

bağıntısını kullanmıştık. Denklem (2.71)deki $(F^{ret}_{\mu\nu} + F^{adv}_{\mu\nu})$ terimi sonsuzluğu yaratmaktadır.

$$F^{ret}_{\mu\nu} + F^{adv}_{\mu\nu} = e\int (D^{ret} + D^{adv})\,d\tau \frac{d}{d\tau}\left[\frac{\dot{z}_\mu (x - z(\tau))^\nu}{(x - z(\tau))^\sigma \dot{z}_\sigma} - (\mu \leftrightarrow \nu)\right]$$

buradaki D^{ret} ve D^{adv} için şu eşitliği yazabiliriz.

$$D^{ret} = \frac{1}{2\pi}\delta\left[(x - z(\tau))^2\right]\theta(x^0 - z^0)$$

$$D^{adv} = \frac{1}{2\pi}\delta\left[(x - z(\tau))^2\right]\theta(x^0 - z^0) \tag{2.72}$$

(2.71) denklemindeki alan $X = Z(\tau)$ noktasında tanımsızdır. Fiziksel olarak bu denklemin parcacığın yakın alan etkisini gösterdiğini kuantum mekaniksel anlamda, sürekli ışınım yayan ve yutan parçacığın etrafından bir foton bulutu taşıdığını biliyoruz.

Bundan dolayı parçacığın kütlesine yada eylemsizliğine bu kuvvetin katkısı beklenilir. Işımanın hiç olmaması, örneğin düzgün hareket eden bir parçacık için dahi bir yakın alan daima vardır. Şu halde deneysel olarak ölçülmüş kütle bu (sonucu) etkiyi içermektedir. Başka bir deyimle eğer denklem (2.71)'i

$$K^{\infty}_{self\,\mu} = -\delta m c \ddot{z}_{\mu}$$

şeklinde gösterebilirsek hareket denklemimizi

$$(m+\delta m)c\ddot{z}_{\mu} = \frac{e}{c} F^{in}_{\mu\nu}(z)\dot{z}^{\nu} + \frac{2}{3}\left(\frac{e^2}{4\pi}\right)\left(\dddot{z}_{\mu} + \dot{z}_{\mu}\ddot{z}^2\right) \qquad (2.73)$$

şeklinde yazabiliriz. Denklemin sol tarafındaki $(m+\delta m)$=Mexp diye tanımlarsak, bunun parçacık için anlamlı, tamamlayıcı ve sonlu bir hareket denklemi olacağı görülebilir. Bu yazım şekline klasik elektrodinamikte "kütle-renormalizasyonu" denir. Aynı zamanda kütle ve yük renormalizasyonu kuantum alan teorisinde de önemli bir rol oynamaktadır.

Kütle renormalizasyonunda parçacığın esas kütlesi olan m'ın tek başına bir fiziksel anlamı olmadığı için hesaplar genelde ($m+\delta m$=Mexp) şeklinde yapılır. Eğer biz, çoğu zaman yapıldığı gibi ışıma etkisini ihmal etsek dahi, δm ile ortaya çıkan yakın alan etkisini ihmal edemeyiz. Bu işlem, sonlu bir Mexp kütlesinin içine sonlu olmayan bir δm terimini almamıza olanak sağlar yada temelde gözlenemeyen yalın m kütlesi ile her nasıl olduğu pek açık olmayan ancak parçacığın doğasından gelen tanımsız δm kütlesinin toplamı $(m+\delta m)$ sonlu bir Mexp kütlesi olmaktadır.

BÖLÜM 3 : KLASİK SPİN DİNAMİĞİ HAREKET DENKLEMLERİ

Bu bölümde klasik mekanik sınırları içerisinde spinli parçacığın betimlenmesi incelenmiştir. Daha sonra bu parçacıklar için yük-yük etkileşmesi ve özetkileşme klasik elektrodinamiğin kuralları içinde tartışılmıştır.

Spin kuantum mekaniğiyle ortaya atılan bir kavramdır. Onun için klasik mekaniğin kavramlari ile nasıl betimleneceği çok açık değildir. Önceleri nokta parçacık kavramı yerine parçacığı topaç gibi düşünerek anlaşılmaya çalışıldı. Daha sonra nokta parçacık daha çok dinamik değişkenleri olan bir evre (faz) uzayı ile betimlenmeye çalışıldı. Bu amaçla klasik mekanikte karesi sıfır olan ($\xi^2=0$) Grassmanian sayılar ihmal edildi. Biz burada bu tip değişkenler yerine klasik fizikte alıştığımız hız ile momentum arasındaki ilişkiyi ortadan kaldıran yeni bir modeli inceleyeceğiz.

Birinci kesimde daha büyük bir evre uzayı olarak koordinatları $R^4 \otimes C^4$ te tanımlanan nokta parçacığın dinamiğini önce Euler-Lagrange denklemleri olarak türeteceğiz. Daha sonra bu sistemin kanonik ve kanonik olmayan hareket denklemlerinin inceleyeceğiz. Ayrıca Bu hareket denklemlerinin veren kanonik Poisson parantezlerini ve kanonik olmayan Poisson parantezlerini türeteceğiz.

İkinci kesimde ise spinli parçacık sistemlerinin ışıma alanlarını ve bu ışıma alanlarının parçacık üzerindeki geri etkisini betimleyen Lorentz-Dirac denklemini spinli hale genelliyeceğiz.

Spinli bir parçacığın dinamiği, $X_\mu$ve Z dinamik değişkenlerin ile betimlenebilir. Buradaki X_μdış konumu, Z ise iç konumu tanımlar. Bu değişkenler parçacığın özzamanıτ cinsinden tanımlanabilir.($X^\mu(\tau) \in IR^4$(gerçel uzay) ve $Z \in \mathbb{C}^4$(karmal uzaydır). Ve Z dört bileşenli bir spinördür. Sistemin Lagrangieni ise şöyle yazılır.

$$L=\frac{1}{2}\lambda i(\dot{\bar{z}} z-\bar{z}\dot{z})+P_\mu(\dot{X}^\mu-\bar{z}\gamma^\mu z)+eA_\mu\bar{z}\gamma^\mu z \tag{3.1}$$

Burada λ, bir sabit e, elektrik yükü ve A_μ ise $A_\mu=(\phi,\vec{A})$ X'in bir fonksiyonu olan elektrodinamik potansiyeldir. Kütle Lagrangienin içerisine girmemekte, daha sonra hareketin bir integral sabiti olarak ortaya çıkmaktadır. Kanonik momentum

P_μ, $\dot{x}^\mu=\bar{z}\gamma^\mu z$ sınırlaması bir Lagrange çarpanı olarak tanımlanır. Dış dinamik ile iç dinamiği birbirine bağlayan bu sınırlama bağıntısı, ileride bir hareket denklemi olarak karşımıza çıkacaktır. Yukarıda verilen (denklem3.1) Lagrangienden

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^\mu}\right)-\frac{\partial L}{\partial x^\mu}=0 \tag{3.2}$$

Euler-Lagrange hareket denklemini kullanarak herbir dinamik değişken için bir hareket denklemi yazarız.

$$\dot{z}=i\Pi_\mu\gamma^\mu z \tag{3.3}$$

$$\dot{\bar{z}}=-i\Pi_\mu\bar{z}\gamma^\mu \tag{3.4}$$

$$\dot{x}^\mu=\bar{z}\gamma^\mu z \tag{3.5}$$

$$\dot{\Pi}_\mu=eF_{\mu\nu}V^\nu \tag{3.6}$$

$$\dot{V}^\mu=4\frac{i\bar{z}}{4}[\gamma^\mu,\gamma^\nu]\Pi_\nu z \tag{3.7}$$

$$\dot{V}^\mu=4S^{\mu\nu}\Pi_\nu \tag{3.8}$$

burada

$$S^{\mu\nu}=\frac{i\bar{z}}{4}[\gamma^\mu,\gamma^\nu]z \tag{3.9}$$

spin tensörü olarak tanımlanır.

$$\dot{S}^{\mu\nu} = V^{\nu}\Pi^{\mu} - V^{\mu}\Pi^{\nu} \tag{3.10}$$

yukarıdaki denklemlerin serbest parçacık için çözümleri vardır. Serbest parçacık için $\Pi_{\mu}=P_{\mu}$ = sabit olur.

$\bar{Z}$ ve Z değişkenleri yerine spin değişkenleri ile de çalışabiliriz. O zaman spin için hareket denklemlerini yazarsak

$$\dot{X}^{\mu} = V^{\mu} = \gamma^{\mu} \tag{3.11}$$

$$\dot{V}^{\mu} = 4S^{\mu\nu}\Pi_{\nu} \tag{3.12}$$

$$\dot{\Pi}^{\mu} = eF^{\mu\nu}V_{\nu} \tag{3.13}$$

$$\dot{S}^{\mu\nu} = V^{\nu}\Pi^{\mu} - V^{\mu}\Pi^{\nu} \tag{3.14}$$

Bu yeni durumda dinamik değişkenlerin kümesi $(X^{\mu}, V^{\mu}, \Pi^{\mu}, S^{\mu\nu})$ ile verilir. Hareket denklemlerinin Hamilton biçimleri ve Poisson parantezleri hareket sabiti olan

$\mathcal{H} = \Pi_{\mu}\dot{X}^{\mu}$, ye göre tanımlanır. Ya da ;

$\mathcal{H} = (P_{\mu} - eA_{\mu})\dot{X}^{\mu}$ ile verilir. Poisson parantezleri ise şöyle verilir.

$$\{f, g\} = i\left(\frac{\partial f}{\partial z}\cdot\frac{\partial g}{\partial \bar{z}} - \frac{\partial g}{\partial z}\cdot\frac{\partial f}{\partial \bar{z}}\right) + \left(\frac{\partial f}{\partial X^{\mu}}\cdot\frac{\partial g}{\partial P_{\mu}} - \frac{\partial g}{\partial X^{\mu}}\cdot\frac{\partial f}{\partial P_{\mu}}\right) \tag{3.15}$$

Denklem (3.15) göre, tanımladığımız dinamik değişkenler için aşağıdaki poisson parantezlerini yazabiliriz.

$$\{X_\mu, X_\nu\} = 0 \tag{3.16}$$

$$\{V_\mu, V_\nu\} = 4 S_{\mu\nu} \tag{3.17}$$

$$\{\Pi_\sigma, \Pi_\rho\} = e F_{\sigma\rho} \tag{3.18}$$

$$\{X_\alpha, \Pi_\beta\} = g_{\alpha\beta} \tag{3.19}$$

$$\{S_{\alpha\beta}, V_\sigma\} = g_{\sigma\alpha} V_\beta - g_{\sigma\beta} V_\alpha \tag{3.20}$$

$$\{S_{\alpha\beta}, S_{\sigma\rho}\} = g_{\alpha\sigma} S_{\beta\rho} - g_{\beta\sigma} S_{\alpha\rho} - g_{\alpha\rho} S_{\beta\sigma} + g_{\beta\rho} S_{\alpha\sigma} \tag{3.21}$$

Klasik Hamiltonien $H = \Pi_\mu \bar{Z} \gamma^\mu Z$ idi. Bu bir hareket sabitidir. O halde Poisson parantezlerinin kullanarak Hamilton hareket denklemlerini bulabiliriz.

$$\{X^\mu, H\} = \dot{X}^\mu \tag{3.22}$$

$$\{P^\mu, H\} = \dot{P}^\mu \tag{3.23}$$

$$\{Z, H\} = \dot{Z} \tag{3.24}$$

$$\{\bar{Z},\mathcal{H}\}=\dot{\bar{Z}} \tag{3.25}$$

$$\{\Pi_\mu,\mathcal{H}\}=\dot{\Pi}_\mu \tag{3.26}$$

$$\{S_{\mu\nu},\mathcal{H}\}=\dot{S}_{\mu\nu} \tag{3.27}$$

olur.

Şimdi de izdüşüm tensörü

$$\tilde{g}_{\mu\nu}=g_{\mu\nu}-\frac{V_\mu V_\nu}{V^2} \text{ 'y' } \tag{3.28}$$

kullanarak, hareket denklemlerini Π^μ'nin V^μ'ye dik olan bileşenlerine göre yazalım.

$$\Pi_\perp^\mu=\tilde{g}^{\mu\nu}\Pi_\nu \tag{3.29}$$

$$\Pi_\perp^\mu=\Pi^\mu-\frac{V^\mu}{V^2}\mathcal{H} \tag{3.30}$$

olur. Burada $\mathcal{H}=V^\nu\Pi_\nu$ dır. Buna göre $\Pi_{\parallel}^\mu=\frac{V^\mu}{V^2}\mathcal{H}$ olarak tanımlanır.

$$\Pi_{\parallel}^2=\frac{\mathcal{H}^2}{V^2} \tag{3.31}$$

$$\mathcal{H}^2 = V^2 \Pi_{\parallel}^2 = sabit \tag{3.32}$$

olur. H^2 için yeni bir tensör tanımlayabiliriz.

$$V^2 \Pi_{\parallel}^2 = G^{\mu} G_{\mu} \tag{3.33}$$

burada ,

$$G^{\mu} = \frac{V^{\mu}}{\sqrt{V^2}} \mathcal{H}$$

yeni tensörümüzdür ve spinsiz bir parçacık için $V^2 \to 1$ limitinde

$$m^2 = \Pi_{\mu} \Pi^{\mu} \tag{3.34}$$

denklemine indirgenir. Denklem (3.12)'den denklem (3.14)'e kadar olan denklemleri Π^{μ}'nin dik bileşenleri cinsinden aşağıdaki şekilde verilirler.

$$\dot{V}^{\mu} = 4 S^{\mu\nu} \Pi_{\perp\nu} + 4 S^{\mu\nu} \Pi_{\parallel\nu} \tag{3.35}$$

$$4 V_{\mu} S^{\mu\nu} \Pi_{\perp\nu} = 0 \tag{3.36}$$

$$\dot{S}^{\mu\nu} = V^{\nu} \Pi_{\perp}^{\mu} - V^{\mu} \Pi_{\perp}^{\nu} \tag{3.37}$$

$$\Pi_{\perp\mu} = \frac{V_{\mu} V^{\nu}}{V^4} \dot{S}^{\alpha\mu} \tag{3.38}$$

$$e \Pi_{\perp\mu} F^{\mu\nu} V_{\nu} = 0 \;, \quad \Pi_{\perp\mu} \dot{\Pi}^{\mu} = 0 \tag{3.39}$$

elde edilir.

Bu kısımda Poisson parantezlerini $V^{\mu}(X^{\mu},P^{\mu})$ ve $S^{\mu\nu}$dinamik değişkenlerine bağlı olarak yeniden düzenleyeceğiz. Yani değişken değiştirerek elde edeceğimiz bu Poisson parantezleriyle dinamik değişkenlerin hareket denklemlerini elde edeceğiz.

$$\begin{aligned}\{f,g\} = i\Big[&\left(\frac{\partial f}{\partial V_\mu}\cdot\frac{\partial V_\mu}{\partial Z}+\frac{\partial f}{\partial S_{\alpha\beta}}\cdot\frac{\partial S_{\alpha\beta}}{\partial Z}\right)\times \\ &\left(\frac{\partial g}{\partial V_\nu}\cdot\frac{\partial V_\nu}{\partial \bar{Z}}+\frac{\partial g}{\partial S_{\gamma\rho}}\cdot\frac{\partial S_{\gamma\rho}}{\partial \bar{Z}}\right) \\ -&\left(\frac{\partial g}{\partial V_\mu}\cdot\frac{\partial V_\mu}{\partial Z}+\frac{\partial g}{\partial S_{\alpha\beta}}\cdot\frac{\partial S_{\alpha\beta}}{\partial Z}\right)\times \\ &\left(\frac{\partial f}{\partial V_\nu}\cdot\frac{\partial V_\nu}{\partial \bar{Z}}+\frac{\partial f}{\partial S_{\gamma\rho}}\cdot\frac{\partial S_{\gamma\rho}}{\partial \bar{Z}}\right)\Big] \\ +&\left(\frac{\partial f}{\partial X_\mu}\cdot\frac{\partial g}{\partial P^\mu}-\frac{\partial g}{\partial X_\mu}\cdot\frac{\partial f}{\partial P^\mu}\right)\end{aligned} \tag{3.40}$$

Poisson parantezi yeni değişkenlere göre son şeklini şöyle alır.

$$\begin{aligned}\{f,g\} = 4S^{\mu\nu}&\frac{\partial f}{\partial V_\mu}\cdot\frac{\partial g}{\partial V_\nu}+\frac{\Pi^\nu}{\Pi^2}\left[V^\alpha\Pi^\beta-V^\beta\Pi^\alpha\right]\times \\ &\left(\frac{\partial f}{\partial V_\nu}\cdot\frac{\partial g}{\partial S_{\alpha\beta}}-\frac{\partial f}{\partial S_{\alpha\beta}}\cdot\frac{\partial g}{\partial V_\nu}\right) \\ -&\frac{i}{16}\bar{Z}\left[\gamma^\alpha,\gamma^\beta\right]\left[\gamma^\gamma,\gamma^\delta\right]Z\times \\ &\left(\frac{\partial f}{\partial S_{\alpha\beta}}\cdot\frac{\partial g}{\partial S_{\gamma\rho}}-\frac{\partial f}{\partial S_{\gamma\rho}}\cdot\frac{\partial g}{\partial S_{\alpha\beta}}\right) \\ +&\left(\frac{\partial f}{\partial X_\mu}\cdot\frac{\partial g}{\partial P^\mu}-\frac{\partial g}{\partial X_\mu}\cdot\frac{\partial f}{\partial P^\mu}\right)\end{aligned} \tag{3.41}$$

(3.41) no'lu ifadenin üçüncü teriminin katsayısı,

$$\bar{\bar{z}}\,[\gamma^{\alpha},\gamma^{\beta}]\,[\gamma^{\gamma},\gamma^{\delta}]$$

ifadesi de yeni dinamik değişkenler V^{μ}, Π^{μ}, $S^{\mu\nu}$ cinsinden yazılabilir. Fakat çok uzun olduğu için burada açık ifadeyi yazmaktan vazgeçiyoruz.

Denklem (3.41) ile verilen Poisson parantezleri alışılmış (standart) Poisson parantezlerinden oldukça farklıdır. Bunun da nedeni V^{μ} ve $S^{\mu\nu}$'nın kanonik olmayan dinamik değişkenler olmasıdır. Böylece (3.41) bağıntısı bize kanonik olmayan dinamik değişkenler için Poisson parantezlerinin ya da klasik dinamiğin ve bunların komütatörler cinsinden yazılması ile elde edilecek olan kuantum dinamiğinin nasıl tanımlanacağı konusunda yol gösterecek önemli bir adımdır.

Yeni dinamik değişkenler (V^{μ}, Π^{μ}, $S^{\mu\nu}$) cinsinden yazılabilen Poisson parantezleri ile elde edilen hareket denklemleri :

$$\{X_{\sigma},\mathcal{H}\} = \dot{X}_{\sigma} = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\Pi_{\sigma}} \tag{3.42}$$

$$\{\Pi_{\sigma},\mathcal{H}\} = \dot{\Pi}_{\sigma} = -\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial X_{\sigma}} \tag{3.43}$$

$$\{V_{\sigma},\mathcal{H}\} = \dot{V}_{\sigma} \tag{3.44}$$

$$\{S_{\sigma\rho},\mathcal{H}\} = \dot{S}_{\sigma\rho} \tag{3.45}$$

bulunur. (3.42) ve (3.43)'te verilen ifadeler kanonik hareket denklemleri olup, Hamiltonienin, birbirine eşlenik kanonik olan Π_{σ} (momentum) ve X_{σ} (koordinat) bağımsız değişkenlerine göre değişimi şeklinde de bulunabilirler. Fakat (3.44) ile (3.45) bağıntıları için böyle bir durum söz konusu değildir. Bunun için V^{μ} ve $S^{\mu\nu}$ hareket denklemlerinin kanonik biçimleri yoktur.

Bulduğumuz bu dinamik değişkenlerin hareket denklemleri için Π^{μ}'nin V^{μ}'ye dik bileşenlerini yazalım:

$$4V^{\sigma}S_{\sigma\nu}\Pi_{\perp}^{\nu}=0 \tag{3.46}$$

$$\dot{S}^{\sigma\rho}=V^{\rho}\Pi_{\perp}^{\sigma}-V^{\sigma}\Pi_{\perp}^{\rho} \tag{3.47}$$

$$\Pi_{\perp}^{\rho}=\frac{V_{\sigma}V^{\rho}}{V^{4}}\dot{S}^{\alpha\sigma} \tag{3.48}$$

$$e\Pi_{\perp}^{\sigma}F_{\sigma\rho}V^{\rho}=0 \quad , \Pi_{\perp}^{\sigma}\dot{\Pi}_{\sigma}=0 \tag{3.49}$$

elde edilir.

Lorentz-Dirac Denkleminin Spinli Parçacığa Genelleştirilmesi:

H.A. Lorentz tarafından başlatılan klasik ışıma teorisinin uzun geçmişini noktalayan Dirac, klasik göreli elektronun ışıma etki kuvvetini içeren denkleminin kovaryant biçimini;

$$m\ddot{x}_{\mu}(\tau)=eF_{\mu\nu}\dot{x}^{\nu}(\tau)+\frac{2}{3}e^{2}\left[\dddot{x}_{\mu}(\tau)+(\ddot{x})^{2}(\tau)\,\dot{x}_{\mu}(\tau)\right] \tag{3.50}$$

şeklinde vermiştir. (Burada c=1 alınmıştır) Buna "Lorentz-Dirac denklemi" denilmektedir. Bu, spinsiz bir elektronun X (τ) konumuna göre çizgisel olmayan bir denklemdir. Burada m, normalize edilmemiş kütledir. Bu denklem klasik elektrodinamikteki bütün ışıma problemlerinin temelini teşkil etmektedir. Bunun özel problemlere indirgenebilmesi için özel sınır şartlarının kullanılması gerekmektedir.

Burada amaçlanan şey, (3.50) denklemini kuantum Dirac denklemine giden ve bütün ışıma etkilerini içeren spinli bir elektrona genellleştirmektir.

Klasik elektrodinamikte elektron spininin tanımlaması çok uzun bir geçmişe dayanır. Genelde, spinli elektron, Hamiltoniene $S_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ terimi eklenerek göreli dipol olarak yorumlanır. Bu, Schrödinger (yada Klein-Gordon) denkleminden Pauli denklemine geçiş biçimine benzemektedir.

Bununla beraber, birinci basamak Dirac denkleminde spin oldukça değişik ve karmaşıktır. Burada, oldukça önemli ve Dirac denkleminde olduğu gibi A_μ dan kaynaklanan elektromanyetik alana bağlı, Dirac elektronu ile biçimlenen birinci basamaktaki spin teorisini kullanacağız. Özellikle, nokta yük doğal hareketi sonucu klasik olarak bir zitterbewegung çizer. Zaten klasik düzeyde anti-parçacıkların gösterimi vardır. Bu teori kuantize edildiğinde (kanonik kuantizasyon ya da Path-integral kuantizasyonu) Dirac denklemi elde edilir.

Eylem integrali W, kanonik değişken çifti (X_μ, P_μ) ve spin değişkeni çifti $(\bar{z}, z)$yi de kapsayacak şekilde şöyle ifade edilir.

$$W=\int\left[i\lambda\bar{z}\dot{z}+P_\mu(\dot{x}^\mu-\bar{z}\gamma^\mu z)+e(A_\mu^{dış}+A_\mu^{self})\bar{z}\gamma^\mu z\right]d\tau \qquad (3.51)$$

Burada λ bir sabittir, $A_\mu^{dış}$ dış alan ve A_μ^{self} self alandır. Sistemin Lagrangieni ise

$$\begin{aligned} L&=i\lambda\bar{z}\dot{z}+P_\mu(\dot{x}^\mu-\bar{z}\gamma^\mu z)+e(A_\mu^{dış}+A_\mu^{self})\bar{z}\gamma^\mu z \\ &=i\lambda\bar{z}\dot{z}+P_\mu(\dot{x}^\mu-\bar{z}\gamma^\mu z)+e A_\mu\bar{z}\gamma^\mu z \end{aligned} \qquad (3.52)$$

dır. Yine burada e, elektrik yükü ve kütle ise Lagrangienin içerisine girmekte, daha sonra bir integral sabiti olarak ortaya çıkmaktadır. Bu göreli dinamiğin bir özelliğidir.

Euler-Lagrange hareket denklemlerini kullanarak her bir dinamik değişken için bir hareket denklemi yazarız.

$$\dot{X}^{\mu} = \bar{z}\gamma^{\mu} z$$

$$\dot{z} = i\gamma^{\mu}(P_{\mu} - eA_{\mu})z \qquad (3.53)$$

$$\dot{\bar{z}} = -i\bar{z}\gamma^{\mu}(P_{\mu} - eA_{\mu})$$

$$\dot{P}^{\mu} = eA^{\nu,\mu}\bar{z}\gamma_{\nu} z$$

Self-alan parçacık akımı ile tayın edilir ve

$$A_{\mu}^{self}(x) = e\int D(x - X(\tau'))\bar{z}(\tau')\gamma_{\mu} z(\tau')d\tau' \qquad (3.54)$$

ile verilir. Self alanı düzenlemenin en az iki esas yöntemi vardır. Birincisi, orijinal olarak Dirac tarafından verilmiştir ve Green fonksiyonunun sonlu kısmını, $\frac{1}{2}(D^{ret} + D^{adv})$, diğeri ise gecikmiş Green fonksiyonu ve analitik sürekliliği içermektedir. Yine denklem (3.50)'ye varmanın iki yöntemi vardır: Birincisi enerji-momentum tensörü kullanarak diğeri ise hareket denklemlerini kullanarak elde edilir(13).

Teorinin Hamilton şekli, birer karmal değişken olan $\bar{z}$ ve z yerine yeni gerçel dinamik değişken olan X_{μ}, P_{μ} , V_{μ} ve $S_{\mu\nu}$ (konum, momentum, hız ve spin değişkenleri) cinsinden aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$V^{\mu} = \bar{z}\gamma^{\mu} z$$

$$\Pi^{\mu} = P^{\mu} - eA^{\mu} \qquad (3.55)$$

$$S^{\mu\nu} = \frac{i}{4}\bar{z}[\gamma^{\mu}, \gamma^{\nu}]z$$

Bu yazdığımız bağıntılara göre V^{μ} ve Π^{μ} değişkenleri (Dirac denkleminin bir karekteristiği olarak) bağımsız değişkenlerdir.

Böylece hareket denklemleri daha basit şekil alır.

$$\dot{X}^{\mu} = V^{\mu}$$

$$V^{\mu} = \bar{Z}\gamma^{\mu}Z \qquad (3.56)$$

$$\dot{V}^{\mu} = \dot{\bar{Z}}\gamma^{\mu}Z + \bar{Z}\gamma^{\mu}\dot{Z}$$

Denklemlerinde $\bar{Z}$ ve Z değerlerini yazalım.

$$\dot{X}^{\mu} = V^{\mu}$$

$$\dot{V}^{\mu} = -4S^{\mu\nu}\Pi_{\nu} \qquad (3.57)$$

$$\dot{\Pi}^{\mu} = eF^{\mu\nu}V_{\nu}$$

$$\dot{S}^{\mu\nu} = V^{\mu}\Pi^{\nu} - V^{\nu}\Pi^{\mu}$$

Yine burada, spinsiz parçacıkların aksine, kütle merkezi etrafında helisel hareket yapan yük için $V^{\mu}V_{\mu} \neq 1$ dır. Bu harekete ise Zitterbewegung denir. Gerçekten (V^2-1) terimi spinsiz parçacıkta olmayan fakat spinli parçacıkta olan bir ölçüdür ki $S^{\mu\nu}$ değişkenine bağlıdır. Self alan sadece Π^{μ} denkleminde yer alır. Serbest parçacık için $\Pi^{\mu} = P^{\mu} =$ sabittir.

Işıma Tepkisi Türetim Yöntemi:

X (τ)da yerleşen yükten dolayı $X = X(\tau+U)$ da oluşan gecikmiş alan

$$F^{\mu\nu}_{ret}(X = X(\tau+U);\ x = x(\tau)) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 R^3}\Big[\big\{(X-x)^{\mu}\ddot{x}^{\nu} - (X-x)^{\nu}\ddot{x}^{\mu}\big\}R - (Q-\dot{x}^2)\big\{(X-x)^{\mu}\dot{x}^{\nu} - (X-x)^{\nu}\dot{x}^{\mu}\big\}\Big] \tag{3.58}$$

ile verilir. Burada

$$R \equiv (X-x)^{\sigma}\dot{x}_{\sigma}$$

$$Q \equiv (X-x)^{\sigma}\ddot{x}_{\sigma}$$

dır. Şimdi de,

$X_{\mu}(\tau+U)$,

$\dot{x}_{\mu}(\tau+U)$,

$\ddot{x}_{\mu}(\tau+U)$,

$R(\tau+U)$ ve $Q(\tau+U)$

İfadelerini U'ya göre seriye açalım.

$$X_\mu(\tau+u) = X_\mu + u\dot{X}_\mu + \frac{1}{2}u^2\ddot{X}_\mu + \frac{1}{6}u^3\dddot{X}_\mu + \cdots$$

$$\dot{X}_\mu(\tau+u) = \dot{X}_\mu + u\ddot{X}_\mu + \frac{1}{2}u^2\dddot{X}_\mu + \cdots$$

$$\ddot{X}_\mu(\tau+u) = \ddot{X}_\mu + u\dddot{X}_\mu + \cdots \tag{3.59}$$

$$R = u\dot{X}^2 + \frac{1}{2}u^2\dot{X}\cdot\ddot{X} + \frac{1}{6}u^3\dot{X}\cdot\dddot{X} + \cdots$$

$$Q = u\dot{X}\cdot\ddot{X} + \frac{1}{2}u^2\ddot{X}^2 + \frac{1}{6}u^3\ddot{X}\cdot\dddot{X} + \cdots$$

Bu ifadeleri önce (3.58)de sonrada denklem (3.57) de yerine yazalım.

$$\begin{aligned}\dot{\Pi}^\mu(\tau+u) &= e F^{\mu\nu}_{dış}\big(X(\tau+u)\big)\dot{X}_\nu(\tau+u) \\ &+ \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 u \dot{X}^4}\left\{\frac{1}{2}\left(\dot{X}^\mu\ddot{X}^\nu - \dot{X}^\nu\ddot{X}^\mu\right)\dot{X}_\nu\right\} \\ &+ \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \dot{X}^4}\Big\{\left(\dot{X}^\mu\ddot{X}^2 - \ddot{X}^\mu\dot{X}\cdot\ddot{X}\right) \\ &+ \frac{\dot{X}\cdot\ddot{X}}{2\dot{X}^2}\left(\dot{X}^\mu\dot{X}\cdot\ddot{X} - \dot{X}^2\ddot{X}^\mu\right) + \frac{1}{3}\left(\dddot{X}^\mu\dot{X}^2 - \dot{X}^\mu\dot{X}\cdot\dddot{X}\right) + O(u)\Big\}\end{aligned} \tag{3.60}$$

Burada üçüncü terim U'dan bağımsızdır, ikinci terim ise $\frac{1}{U}$ gibi davranıp $U \to 0$ limitinde sonsuza gider. Sonsuza giden terimi eşitliğin sol tarafına alıp yeni bir Hamilton tanımlarız. Bu kütle renormalizasyonu olarak bilinir. Limiti alırsak sonuç;

$$\dot{\Pi}^{\mu}_{ren} = e F^{\mu\nu}_{dış} \dot{X}_{\nu} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \dot{X}^4}\left\{\frac{2}{3}\left(\dot{X}^2 \dddot{X}^{\mu} - \dot{X}\cdot\dddot{X}\dot{X}^{\mu}\right) + \frac{9}{4}\frac{\dot{X}\cdot\ddot{X}}{\dot{X}^2}\left(\dot{X}^{\mu}\ddot{X}\cdot\ddot{X} - \dot{X}^2\ddot{X}^{\mu}\right)\right\} \tag{3.61}$$

İzdüşüm tensörünü kullanarak ve $\alpha = \frac{e}{4\pi\epsilon_0}$ olmak üzere denklem (3.61),

$$\dot{\Pi}^{\mu}_{ren} = e F^{\mu\nu}_{dış} V_{\nu} + \alpha\, \tilde{g}^{\mu\nu}\left[\frac{2}{3}\frac{\ddot{V}_{\nu}}{V^2} - \frac{9}{4}\frac{(V.\dot{V})\dot{V}_{\nu}}{V^4}\right] \tag{3.62}$$

şeklinde yazılır.

$V \to 1$ $(V.\dot{V} \to 0)$, ve $\Pi^{\mu} \to m\dot{x}$ limitinde spinsiz parçacıklar için Lorentz-Dirac denklemi tekrar elde edilir. Buna göre, $(V^2 \neq 1)$, hız ve ivmenin ortogonal olmaması ve Π^{μ} ile V^{μ} nın ise çizgisel bağımsız olması spinden dolayıdır ki bu da zitterbewegung'dan kaynaklanmaktadır.

$\dot{\Pi}^{\mu}$ kinetik ivmenin hıza dik olduğunu gösteren yeni diklik koşulumuz

$$V_{\mu} \cdot \dot{\Pi}^{\mu} = 0 \tag{3.63}$$

dır.

$$\Pi_{\perp}^{\mu} = \tilde{g}^{\mu\nu}\Pi_{\nu} = \Pi^{\mu} - \frac{V^{\mu}\mathcal{H}}{V^{2}} \tag{3.64}$$

şeklindedir. Burada $\mathcal{H} = V^{\nu}\Pi_{\nu}$ dır. Bu da $V^{\nu}\Pi_{\nu} = V^{\nu}\Pi_{\parallel\nu}$ olur ki denklem (3.57)'deki dinamik sistemin "Hamiltonienidir". Yine denklem (3.57) deki $S^{\mu\nu}$yi kullanarak Π^{μ} için yeni bir denklem bulabiliriz.

$$\Pi^{\mu} = \frac{V^{\mu}\mathcal{H}}{V^{2}} + \frac{V_{\alpha}\dot{S}^{\alpha\mu}}{V^{2}} \tag{3.65}$$

olur. Denklem (3.60)da sol tarafa götürmüş olan renormalizasyon terimi,

$$-\frac{\alpha}{2U}\frac{1}{V^{4}}\left\{V^{\mu}(V \cdot \dot{V}) - V^{2}\dot{V}^{\mu}\right\} = \frac{1}{2U}\frac{\alpha}{\sqrt{V^{2}}}\frac{d}{d\tau}\left(\frac{V^{\mu}}{\sqrt{V^{2}}}\right) \tag{3.66}$$

bulunur. Şimdi de bu terimin, değeri m olan sabit Hamiltonien $\mathcal{H}$'ı renormalize ettiğini göstereceğiz. Bu amaçla denklem (3.65)'i kullanarak, $\dot{\Pi}^{\mu}$ yi aşağıdaki gibi ayrıştıracağız.

$$\frac{d}{d\tau}(\Pi^\mu) = \frac{1}{\sqrt{V^2}}\frac{d}{d\tau}\left(\frac{V^\mu \mathcal{H}}{\sqrt{V^2}}\right)$$
$$+\frac{1}{\sqrt{V^2}}\frac{d}{d\tau}\left(\frac{V_\alpha \dot{S}^{\alpha\mu}}{\sqrt{V^2}}\right)-\left(\frac{V.\dot{V}}{\sqrt{V^2}}\right)\Pi^\mu \qquad (3.67)$$

denklem (3.67) deki ilk terimde bulunan tek sabit (ki bu 3.66 denklemindeki ile aynıdır) H'yı şöyle tanımlayabiliriz.

$$\mathcal{H}_{renorm} = \mathcal{H}+\frac{\alpha}{2U} \qquad (3.68)$$

Sonuç olarak denklem (3.62)yi Bhabba- Corben denklemi ile karşılaştırmak için yeniden yazalım. Denklem (3.65)i denklem (3.62)de kullanırsak

$$\frac{d}{d\tau}\Pi^\mu = eF^{\mu\nu}_{dış} V_\nu$$
$$+\alpha\tilde{g}^{\mu\nu}\left(\frac{2}{3}\frac{\ddot{V}_\nu}{V^2}-\frac{9}{4}\frac{(V.\dot{V})\dot{V}_\nu}{V^4}\right) \qquad (3.69)$$

elde ederiz.

Bhabba-Corben denkleminde $V^2 \rightarrow 1$ olarak alınmış, böylece $V.\dot{V} \rightarrow 0$ ve 9/4 kat sayılı terim yok olur. Tabii ki $V_\mu S^{\mu\nu}=0$ dır. Yeni durumda $V\dot{V}$ ve spin denklemleri için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$V_\mu \dot{V}^\mu = -4 \frac{V_\mu}{\sqrt{V^2}} S^{\mu\nu} \frac{V^\alpha}{\sqrt{V^2}} \dot{S}_{\alpha\nu} \tag{3.70}$$

$$\dot{S}^{\mu\nu} = V^\mu \frac{V_\alpha}{V^2} \dot{S}^{\alpha\nu} + \frac{V^\nu V_\alpha}{V^2} \dot{S}^{\mu\alpha} \tag{3.71}$$

bulunur.

İç (symplectic) eylem ilkesinin basit ve çok kullanışlı kovaryant şekli sabit τ zamanının terimleri halinde düzenlenmiş oldu. Her ne kadar spinsiz bir noktasal parçacık için, τ, yükün özzamanı olarak özdeşleştirilebiliniyorsa da, bu spinli parçacık durumunda böyle değildir. Fakat τ , iyi tanımlanmış "kütle merkezinin" özzamanına bağlanabilir. Bu kütle merkezi,

$$\frac{dX^\mu}{d\tau} = \frac{dP^\mu}{dm}$$

olan X^μ koordinatlı ve τ özzamanı olacak hayali bir kütle merkezi olarak tanımlanan bir kütle merkezidir. O halde X^μ göreli m kütleli parçacık gibi hareket eder. Yük kütle merkezi etrafında helezonik bir hareket yaptığında (zitterbewegung) hızı $V^2 \neq 1$ olur. Boyut olarak c=h=1 alınmıştır. γ^μ boyutsuz nicelikler olup, $\bar{z}$, $\bar{z}\gamma^\mu z$'nın ise boyutları $\dot{X} = \frac{dX^\mu}{d\tau}$ ile aynıdır.

Denklem (3.62) ya da (3.69) bizim için çok önemli sonuç vermektedir. Bu denklem, 1938'den beri Lorentz-Dirac'ın spin ve her iki koordinat için yazmış olduğu ilk göreli symplectic formülüdür ve aynı zamanda ilk anlamlı genel denklemidir. Denklem (3.62)'nin ikinci kısmında L-Dirac'ın $\frac{2}{3} \frac{\ddot{V}^\nu}{V} \tilde{g}^{\mu\nu}$ terimi, yanısıra yeni $-\frac{9}{4} \frac{(V\cdot\dot{V})\dot{V}^\nu}{V^4}$ terimi de mevcuttur. L-D denkleminin diğerlerinden ikinci farklılığı $m\ddot{x}^\mu$ yerine sol tarafta $\dot{\Pi}^\mu$'nın yer almasıdır. Bhabba- Gorben denklemi "eylem" ilkesinden türetilemez. Fakat manyetik dipol moment enerjisinin korunumu gözönüne alındığında $-\frac{9}{4} \frac{(V\cdot\dot{V})\dot{V}^\nu}{V^4}$ yeni terimi sıfır olur. Dolayısıyla g_1 yüklü ve **g** dipol momentli noktasal bir kütle için $V^2 = 1$, $S_{\mu\nu} S^{\mu\nu} = 0$ ve $S_{\mu\nu} V^{\nu} = 0$ dır. Başlangıçtan itibaren bunun böyle olduğu kabul edilmiştir.

BÖLÜM 4: SONUÇ

Bu çalışmada önce spinsiz parçacıklar için klasik elektrodinamik daha sonra spinli parçacıkların dinamiği için geliştirilen bir formulasyon incelenmiş ayrıca spinli parçacıklar için geliştirilen klasik elekrodinamik tartışılmıştır.

İkinci bölümde spinsiz parçacıkların klasik dinamiği için daha önce türetilmiş olan klasik dinamik kullanılarak klasik elektrodinamik değişik biçimlerde incelenmiştir. Klasik elektrodinamik parçacık ve ışıma alanının birbiriyle çiftlenimli olduğu çizgisel olmayan bir problemdir. Bu tip problemlerin genel özelliklerinde olduğu gibi farklı yaklaşımlar uygulanabilir. Onun için önce kaynağın yaydığı ışınımı, daha sonra da bu ışınımın kaynak üzerine olan etkisi göz önüne alınmıştır.

Sonuç olarak Abraham-Lorentz denklemini ya da onun göreli genellemesi olan Lorentz-Dirac denklemi elde edilmiştir. Ayrıca aynı sonuç, iki olayın birlikte analitik uzatma yöntemi ile incelenmesiyle yeniden türetilmiştir.

Üçüncü bölümde ise son yıllarda spinli parçacıkları betimlemek için kullanılan dinamik incelenmiştir. Bu dinamiğe göre göresel spinli elektronun evre uzayının dört koordinat, ve dört momentum bileşeninden oluşan bir uzay ile sekiz gerçel bileşenli (ya da dört karmal) iç koordinat ve aynı sayıda bileşenli iç momentum uzayında oluştuğu gösterilmiştir. İki uzayın dinamikleri birbirine hız vektörü üzerindeki kısıtlama ile bağlanmaktadır. Daha sonra iç dinamiğin koordinatları ve momentumları yerine dört bileşenli hız vektörü ve (4X4'lük anti simetrik karmal matris olarak) spin tensörü ile temsil edilebileceği gösterilmiştir ve bunlar cinsinden Hamilton dinamiğinin nasıl yazılacağı için yeni bir yöntem önerilmiştir. Ayrıca bu dinamik değişkenler cinsinden betimlenen spinli sistemin kendi alanı ile nasıl etkileştiği analitik uzatma yöntemiyle incelenmiştir.

Üçüncü bölümde bulunan sonucun iki limiti spinsiz parçacık hali ve spinli negatif enerjisiz parçacık hali incelenmiş ve bu haller için diğer gruplar tarafından daha önce bulunan sonuçlarla burada bulunan sonuçların uyuştuğu gösterilmiştir.

Ek-A

Wheeler ve Feynman'ın Soğurucu (Absorber) Teorisi:

Soğurma özelliği; yüklerin elektromanyetik uyarımlarının oluşması ile meydana çıkar, yani bir α yükü uyarıldığında doğrudan ya da diğer yüklerin etkisiyle bu yükten kaynaklanan elektromanyetik uyarımlar oluşur. Bu etki oldukça hızlı ve yükünden büyük uzaklıklarda sıfıra gider. Bu açıklamaya göre olayı matematiksel olarak şöyle yazmak mümkündür.

$$\sum \frac{1}{2}\left[F_{ret}^{(\beta)} + F_{adv}^{(\beta)}\right] \sim O\left(\frac{1}{r}\right) \qquad (1)$$

$$r \to \infty$$

Boşlukta ışıma yapan alan, r^{-1} ile orantılı bir şekilde azalır. Ancak yukarıda yazdığımız (1) denklemi-ki bu denklem gerçek soğurmayı göstermektedir- r^{-1} den daha hızlı bir şekilde azalır. Bunun için diyebilirizki denklem (1)e uyan bir ortam tam bir soğurucudur. Wheeler ve Feynman; böyle bir ortamın varlığı halinde ancak gecikmiş etkileşmeyle bir yükün diğerine etki edebileceğini gösterdiler. Bunun kanıtı olarak şu görüş ileri sürülmüştür. Denklem (1) iki çeşit dalganın bileşimini temsil etmektedir. Biri yayınlanan, diğeri ise gelen dalgadır. Buna göre ayrı ayrı sıfıra giden iki çeşit dalgaya (bütün zaman boyunca) gereksinim duyulur. O halde

$$\sum \frac{1}{2} F_{ret}^{(\beta)} \sim O\left(\frac{1}{r}\right) \text{ ve } \sum \frac{1}{2} F_{adv}^{(\beta)} \sim O\left(\frac{1}{r}\right), r \to \infty \qquad (2)$$

halinde yazılabilir. Yukarıdaki denklem (2) koşulu aynı zamanda

$$\sum \frac{1}{2}\left[F_{ret}^{(\beta)} - F_{adv}^{(\beta)}\right] \sim \left(\frac{1}{\tau}\right) \quad \tau \to \infty \tag{3}$$

olduğunu belirtmektedir. Bununla beraber denklem (3)ün solundaki alan kaynaksızdır ve homojen dalga denklemini sağlar. Bu yüzden denklem (3) sonsuzda aynı şekilde sıfır olduğunu göstermektedir.

$$\sum \frac{1}{2}\left[F_{ret}^{(\beta)} - F_{adv}^{(\beta)}\right] \equiv 0 \tag{4}$$

böylece α yükü üzerine etkiyen alanı şu şekilde yazabiliriz.

$$\sum_{\beta\neq\alpha}\left[\frac{1}{2}F_{ret}^{(\beta)} + \frac{1}{2}F_{adv}^{(\beta)}\right] = \sum_{\beta\neq\alpha} F_{ret}^{(\beta)} + \frac{1}{2}\left[F_{ret}^{(\alpha)} - F_{adv}^{(\alpha)}\right] \tag{5}$$

Denkleminin sağ tarafındaki ilk terim bütün diğer yüklerin ($\beta\neq\alpha$) gecikmiş alan etkilerini göstermektedir. Denklemin ikinci terimi önceki hesaplarımızla aynı şekilde doğrudan elde edilir. Denklem (5)in sağındaki ikinci terim Maxwell alan teorisi ve doğrudan parçacık teorisinin ışımaya yaklaşımındaki farklılığını gösterir. Bu terimin ilk şekli Dirac tarafından önerildi. Dirac, bu denklemin α yükü üzerindeki limit değerinin "ışınlayıcı sönüm kuvveti" denilen kuvvete eşit olduğunu açıkladı. Ancak alan teorisinde bu terimin fazla önemi yok ve Dirac'ın elde ettiği sonuç bir dereceye kadar esrarengiz kalmaktadır. Daha önce ışınlayıcı sönüm kuvvetinin Maxwell teorisinde bir self kuvvet olduğuna işaret etmiştik. Fakat yukarıdaki Wheeler-Feynman yaklaşımında bu terim bir cevap olarak doğar. Bir yük, dışa yayılan alanın tamamen soğrulmasından dolayı bu kuvvetin etkisinde kalır. Bu tedirgemenin bir kısmının soğrulması sırasında, her soğurucu parçacık bir tepki gösterir. O halde bütün ortamın toplam tepkisi, yukarıdaki biçimde verilen bütün soğurucu parçacıkların toplamıyla elde edilir.

Denklem (5)te elde edilen genel sonuç ancak bir dereceye kadar tam açık olmayan bir noktayı vermektedir. Denklem (4)te belirtilen şart zaman simetrisine açıkça sahip, fakat denklem (5) görünüşte değil. Şimdi denklem (5)i eşdeğer biçimde gecikmiş ve ilerlemiş terimlerinin kendi aralarındaki değişmelerle yeniden yazalım.

$$\sum_{\beta\neq\alpha}\left[\frac{1}{2}F_{ret}^{(\beta)}+\frac{1}{2}F_{adv}^{(\beta)}\right]=\sum_{\beta\neq\alpha}F_{adv}^{(\beta)}+\frac{1}{2}\left[F_{adv}^{(\alpha)}-F_{ret}^{(\alpha)}\right] \tag{6}$$

Yazdığımız bu denklem, gerektiğinde denklem (5) yerine kullanabiliriz. Denklem (5)i yazarken soğurucu parçacığın, gecikmiş kaynak alanla çarpışmadan önce durgun olduğunu kabul ettik. Bu olay denklem (5) durumundan doğrudur. Çünkü sağ taraftaki ilk terim α'nın hareketinden bağımsızdır. Fakat denklem (6) daki ilk terim α'nın hareketi ile oldukça ilişkilidir. Eğer bu karşılıklı ilişkiyi hesaba katarsak denklem (6) nın denklem (5) ile aynı olduğunu görürüz.

Acaba ilerlemiş kaynak alanın parçacığa çarpışmasından sonra soğurucu parçacığın durgunlaşması halinde kendi kendine tutarlı, benzer bir hesaplama yapamaz mıydık? Wheeler-Feynmen teorisinde böyle zamanı tersine işleten bir hesaplama elbette yapılmış olabilir. Şu halde denklem (6) nın sağındaki ilk terim, yani α'nın hareketi ile ilgili olmayan terim ve denklem (5)in sağ tarafı şimdi oldukça uygunluk göstermektedir. Bu durum elektromanyetik zaman göstericinin tersi gibi gözükmektedir. Böylece burada "nedenselliğin" her iki anlamını veren kendi içinde tutarlı hesaplar vardır. İşte bunun için, Wheeler ve Feynman termodinamik düşüncelerle hareket ederek bu kargaşayı açıklamayı istediler. Onun için "yapay" başlangıç koşulları ve ihmal edilebilir istatistiksel olasılık şartları ile istenen kaynak alanla çarpışan soğurucu bir parçacığın durgunlaşması tartışıldı. Bunların sonucunda Wheeler ve Feynman'a göre elektrodinamikteki zaman simetrisi, başlangıç koşulları problemi ve termo dinamik ile bağlantılıdır.

KAYNAKLAR

1. H.A. Kramers, "Quantum Mechanics", Dover, N.Y. (1964).

2. P.A.M. Dirac, Proc. Roy. Soc. A167 , 148 (1938).

3. V. Bargmann, L. Michel and V.L. Telegdi, Phys. Rev. Lett. 2 , 435(1959).

4. A.T. Ogielski and J. Sobczyk, J. Math. Phys. 22, 2060 (1981).

5. A.O. Barut and N. Zanghi, Phys. Rev. Lett. 52, 2009 (1984).

6. A.O. Barut and I.H. Duru, Phys. Rev. Lett. 53, 2355 (1984).

7. A.O Barut and M. Pavsic, Class, and Quant. Gravity, 4, L41 and L.131(1987).

8. A.O Barut and N. Ünal, Phys. Rev. A. 40,5404 (1989).

9. H.J. Bhabba and H.C. Corben, Proc. Roy. Soc. A 178, 243 (1941).

10. H.J Bhabba and H.C Corben, Proc. Roy. Soc. A 178, 273 (1941). R. Gambini. and Trias, J. Phys. A. 14, 621 (1981).

11. A.O. Barut, "Elektrodynamics and classical theory of fields and particle", (1964 Second edition, Dover 1980); Ch. 2, Sect. 4.

12. G. McKeon and B. Shadwick, Canada. J. Phys. 64, 551 (1986).

13. A.O Barut, Phys. Rev. D10, 3335 (1974).