

T.C  
DİCLE ÜNİVERSİTESİ  
Fen Bilimleri Enstitüsü

GRAVİTASYONEL ALAN DENKLEMLERİ  
VE ÖZELLİKLERİ

Şilan KARAKAŞ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

(FİZİK ANABİLİM DALI)

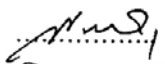

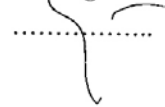
DIYARBAKIR

AĞUSTOS - 2006

T.C  
DİCLE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ  
DİYARBAKIR

Şilan KARAKAŞ tarafından yapılan "Gravitasyonel Alan Denklemleri ve Özellikleri" konulu bu çalışma, jürimiz tarafından Fizik Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

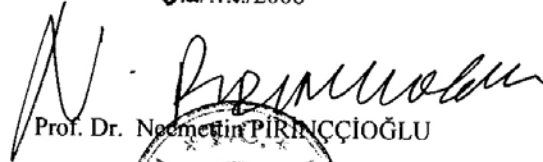
Jüri Üyesinin

<u>Ünvanı</u>	<u>Adı Soyadı</u>	<u>İmza</u>
Başkan: Prof. Dr. Sezai OĞRAŞ		
Üye : Yrd. Doç. Dr. Figen BİNBAY		
Üye : Yrd. Doç. Dr. Emine MEŞE		

Tez Savunma Sınavı Tarihi: 22/08/2006

Yukarıdaki bilgilerin doğruluğunu onaylarım.

02/10/2006

  
Prof. Dr. Necmettin PİRİNÇÇIOĞLU



## **TEŐEKKÜR**

Çalıőmam sırasınca deőteęini benden esirgemeyen danıőman hocam Yrd. Doç. Dr. Figen BİNBAAY'a ve hocam Yrd. Doç. Dr. Emine MEŞE'ye teőekkürlerimi sunarım.

# İÇİNDEKİLER

<b>AMAÇ</b> .....	i
<b>ÖZET</b> .....	ii
<b>SUMMARY</b> .....	iii
<b>1.GİRİŞ</b> .....	1
1.1. Genel Görelilik.....	1
1.2. Özel Görelilik.....	5
1.3. Genel Göreliliğin Einstein Teorisi.....	7
1.4. Genel Göreliliğin Sağladığı Koordinat Şartları.....	9
<b>2.GRAVİTASYON</b> .....	13
2.1. Gravitasyonun Enerjisi, Momentumu ve Açısal Momentumu.....	14
2.2. Kozmolojik Terim.....	25
<b>3. EINSTEİN ALAN DENKLEMİ</b> .....	26
3.1. Einstein Alan Denkleminin Türetimi.....	26
3.2.Einstein Alan Denkleminin Kozmolojik Terimli Türetimi.....	31
3.3 Einstein Alan Denkleminin Bir Diğer Türetimi.....	32
3.4. Cauchy Problemi.....	36
<b>4. Gravitasyonel Dalgaların Algılanması</b> .....	39
<b>5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA</b> .....	42
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	45
<b>KAYNAKÇA</b> .....	46
<b>ÖZGEÇMİŞ</b> .....	48

## AMAÇ

Bu çalışmanın amacı, doğadaki dört temel kuvvetten biri olan gravitasyonel kuvvet kaynaklı gravitasyonel etkileşimleri ve büyük ölçekte evrenin yapısını açıklayan genel göreliliğin temel denklemleri olan Einstein alan denkleminin yardımıyla evrenin ilk anlarındaki fiziksel durumu teorik alt yapı yoluyla inceleyip deneysel olarak elde edilmeye çalışılan gravitasyon dalgalarına ve büyük birleşim teorisine (GUT- doğadaki gravitasyon, elektromanyetik, zayıf ve kuvvetli etkileşimlerin simetri yardımıyla tek bir etkileşim altında birleştirme fikri) bağlılığını incelemektir.

Bunu yapmak için, tezde gravitasyonel alan denklemleri ve özellikleri konusu genel anlamda her yönü ile incelendi. Gravitasyonel kuvvetin temel denklemleri olan Einstein alan denklemleri ve bu denklemlerin eksikliği olarak bilinen kozmolojik terim konusu üzerinde çalışılarak bu terimin ve gravitasyonel dalgaların konuyla ilişkisinin evrenin oluşumunu nasıl etkilediği konusu üzerine duruldu.

## ÖZET

Bu çalışmada, içerisinde bulunan kütle, enerji ve momentumun (enerji-momentum tensörünün) varlığıyla eğrilen dört boyutlu bir Lorentz manifoldu olan uzay-zamanının eğriliği ile enerji-momentum tensörü arasındaki bağıntının Einstein alan denklemi ile sağlanacağı konusu incelendi.

Evrenin ilk anlarındaki fiziksel durumunun anlaşılmasını sağlayan genel göreliliğin temel ilkelerine dayalı gravitasyonel alan denklemleri ve özellikleri konusuna teorik olarak değinildi.

Teorik olarak incelenen bu denklemden sonra da son yıllarda tesbit edilmeye çalışılan gravitasyonel dalgalar ve büyük birleşim teorisi üzerinde durularak konuya ilişkin incelemeler araştırıldı ve bunların evrenin açıklanışına ilişkin getireceği yenilikler üzerinde duruldu.

## SUMMARY

In this study, the subject of providing relation between the warp of space-time, which is a four dimension Lorentzian manifold and bend with the existence of mass, energy-momentum tensor with Einstein field equation has been examined.

Gravitational field equation depending on the main principles of general relativity, which explained physical situations of universe, and its characteristics have been theoretically examined.

After the theoretical examination of this equation, gravitational waves, which have been tried to get in recent years, and big unification theory have been investigated in addition to this, the newness, which has been formed by these for explaining the universal has been examined.

## 1. GİRİŞ

Gravitasyonel etkileşmeleri ve buna bağlı olarak evrenin yapısını açıklayan genel görelilik teorisinin temel denklemleri olan Einstein alan denklemleri

$$G_{\mu\nu} = \left( R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \right) = -8\pi G T_{\mu\nu} \quad (1)$$

şeklinde olup; burada  $G_{\mu\nu}$  metrik tensör ve onun türevlerine bağlı bir tensör,  $T_{\mu\nu}$  enerji momentum tensörü,  $R$  eğrilik skaleri,  $R_{\mu\nu}$  Ricci tensörü,  $g_{\mu\nu}$  uzay-zaman metrik tensörünü göstermektedir. Einstein alan denkleminde bahsedilen  $T_{\mu\nu}$  enerji momentum tensörü ikinci mertebeden simetrik tensör olup korunum özelliğine sahiptir yani diverjansı sıfırdır.

$$\nabla^\rho T^\rho{}_\mu = 0$$

Bu alan denklemlerinin bir tarafı uzay geometrisiyle diğer tarafı da enerji-momentum tensörü ile ilgilidir ve bu denklemler, gravitasyonel alanın enerji ve momentum taşımamasından dolayı ikinci mertebeden lineer olmayan karmaşık kısmi diferansiyel denklemler sistemi oluştururlar ve bu denklemlerin çözümleri oldukça zordur. Bu yüzden denklemlerin çözümünü elde etmek için, bir yana homojenlik, izotropi, küresel, silindirik, düzlemsel-simetri gibi bazı özel fiziksel ve matematiksel koşullardan biri, birkaçı veya bunların bir kombinasyonu yüklenerek; diğer yana da ideal akışkan, vizkoz akışkan, ısı akışı, elektromanyetik alan, sicim, baskın duvar, monopol ve texture gibi fiziksel niceliklerden bir, birkaçı veya bunların bir kombinasyonu eklenerek çözümleri elde edilir.

### 1.1. Genel Görelilik

Genel görelilik, 1915'te Albert Einstein tarafından yayımlanan gravitasyonun geometrik tesiri şeklinde yorumlanır. Bu, özel görelilikle eğri uzayı ve zamanın açıkça gösterimi olan bir kuvvetin olmadığını açıklayan evrensel Isaac Newton gravitasyon teorisinin kurallarını birleştirir. Bu eğrilik, uzay-zamanda içerilen kütle, enerji ve momentum ile açıklanır ve genel görelilik, uzay-zaman ve



uzay-zaman eğriliğiyle bağlantılı olan Einstein alan denklemlerinde kullanılan gravitasyonun diğer metrik teorilerinden ayrılır. 1915’de Einstein, yerçekimi teorisini araştırırken iki tarafı da farklı bağıntılar içeren Einstein alan denklemlerini buldu. 1915’den bu yana genel göreliliğin gelişimi ile alan denklemlerine odaklanıldı ve metrik tanımlanıp anlamı bulundu.

Evrenin açıklanışı genel görelilik için ilginç bir oluşum yarattı ve araştırmacılar genişleyen evren için Einstein alan denkleminin çözümünü buldular. Sonunda Einstein denkleminin kozmolojik terim ekleyerek denkleme yeni bir biçim verdiler (gerçekte terimin eklenmesinin doğruluğu araştırılmakta olup kesinlik kazanmamıştır).

Genel göreliliğin oluşumundaki doğruluk eşitlik prensibinden gelir (eşitlik prensibi genel göreliliğin başlangıç noktası olarak bilinmektedir). Bu doğruluk serbest düşüşlerin eylemsizlik hareketinden biri olarak dikte edilir ve bu anlayışın oluşumu eylemsiz gözlemlerin birbirlerine bağıllığıyla hızlandırılabilir. Bu yeni tanım Newtonun ilk kuralına ters düşer ve özel göreliliğin öklit geometrisine uymaz. Einstein’ın söylemiyle, ‘eğer bütün hızlandırılmış sistemler eşit değilse, öklit geometrisi onların bütününde kullanılamaz’ (1). Böylece eşitlik prensibi eğri uzay-zamanı içeren gravitasyon teorisi için Einstein araştırmalarına olanak sağlar. Diğer önemli etken yerçekimi olarak adlandırılan göreliliğin iki ranklı tensör gibi açıklanmasıdır ve Newton fiziğinde (2) anlatılan bu durum bir vektör değildir. Bunun bilinmesiyle Einstein, büyük nesnelere içeren eğri uzay-zamanı iki ranklı tensör olarak düşündü. Bu çalışmalar sonucunda Einstein 1915’de Einstein alan denklemini buldu.

Genel görelilik bir takım prensiplere sahip olmalıdır. Bunlar:

1. Göreliliğin genel prensibi: Fizik kuralları bütün eylemsiz referans sistemleri için aynı olmalıdır.
2. Genel kovaryans prensibi: Fizik kuralları bütün koordinat sistemlerinde aynı şekilde alınmalı.
3. Eylemsizlik hareketi, jeodezik harekettir: Fiziksel kuvvetler etkilenmeyen parçacıkların dünyadaki çizgisi uzay-zamanın bilinmeyen jeodeziğidir.
4. Temel Lorentz değişmezliği: Özel göreliliğin kuralları temelde bütün hareketsiz durumlara uygulanır.
5. Uzay-zaman eğridir: Bu eylemsizlik hareketinin bir şekli gibi tanımlanan (serbest düşüş ) yerçekimi olaylarına izin verir.

6. Uzay-zaman oluşumu: Uzay-zaman, stress-enerji ile oluşur ve bu Einstein alan denklemi ile tanımlanır (3).

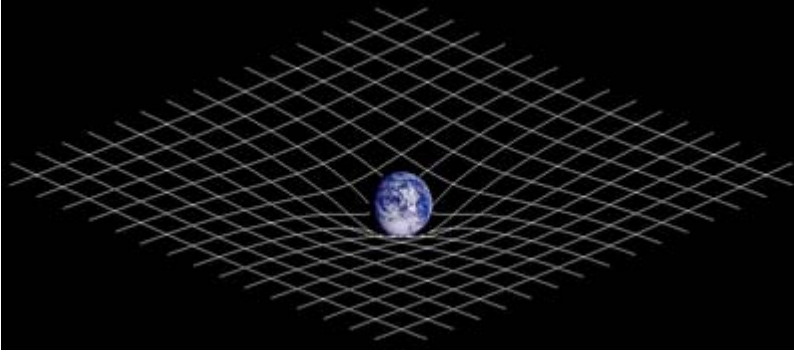
Bu bilgilerden sonrada genel göreliliğin matematiği hakkında bilgi verelim. Bilindiği üzere uzay-zaman eğridir ve bu uzay-zamanda Riemann geometrisi (öklit geometrisine uymaz) kullanılmalıdır. Uzay-zamanın öklit geometrisinin kurallarına uymadığı bilinmektedir. Bunu kısaca açıklayarak nedenini anlamaya çalışalım. Gerçekte parçacıklar paralel yollar boyunca hareket edip paralel olmayan bir yere gelir ve bu etki uzay-zamanda jeodezik etki olarak bilinir ve böyle eğri bir uzay içinde öklit geometrisi kullanılmaz ve bu jeodesik etki yerçekimi için bir alternatif form olarak genel görelilikte kullanılır.

Temel Lorentz kovaryansı Riemannın yerine Lorentzyen ve dört boyutlu genel göreliliğe ihtiyaç duyar. Genel kovaryans ilkesi tensör hesabının kullanımıyla özetlenen matematiksel kuvvetlerdir. Tensör hesabı hem hareketin jeodezik denklemi hem de uzay-zamanın oluşum tensöründeki koordinatlar arasındaki uzay-zamanın büyümesi olarak tanımlanan uzay-zamanın metrik tensörü ile donatılan bir koordinat sistemi ile şekillendirilen bir çeşitliğe izin verir.

Genel görelilikte uzay-zaman aşağıdaki şartları sağlamak zorunda olup bunlar kısaca aşağıdaki şekildedir:

- 1) Eğrilik: Uzay-zaman, öklit geometrisine uymaz ve uzay-zaman düz değildir.
- 2) Lorentzyen: Uzay-zamanın-metriği karışık metrik şeklinde olmak zorundadır.
- 3) Dört boyutludur: Üç uzaysal boyut bir de zaman içerir.

Uzay-zamanın eğriliği sadece sezgilere dayalıdır. Bunu bir örnekle açıklamaya çalışalım, gerilmiş bir bez parçasında tenis topu gibi ağır bir nesnenin yerleştirildiğini düşünelim bu cisim burada bir çukur açar ve cismin büyüklüğü eğriliğin oluşum miktarını artırır. Çukurun etrafında ping pong gibi hafif nesnelere ise çukur oluşturan tenis topuna doğru hızlanacak ve bunun sonucunda ping pong topu tenis topunun etrafında dünyada ayın yörüngesine benzer bir şekil oluşturacaktır (3).



**ŞEKİL 1.1:** Kütleli bir cisimin uzay-zamanda neden olduğu bükülme.

Genel görelilikle özel görelilik arasındaki farkları anlatarak konuyu özetlemeye çalışalım. Genel göreliliğin temel yapısı, Einstein alan denklemi ve jeodezik etkiyi içermektedir. Dünya üzerinde bir dairesel yörüngede bir parçanın dinamik ve kinetik ölçümleri ise özel görelilikten elde edilir. Burada genel göreliliğin matematiği oldukça ağırdır ve en küçük birleşim ilkesi altında olup fiziksel denklem  $ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$  şeklinde tanımlanan  $g_{\alpha\beta}$  uzay-zaman metriği ile  $\eta_{\alpha\beta}$  Minkowski metriğinin yerdeğiştirmesi aynı zamanda kovaryans türev ile normal türevin yerdeğişmesi sonucu genel görelilik ile özel göreliliği birbirine dönüştürebiliriz. Klasik mekanik ve özel görelilikte uzay ve uzay-zaman düz olmak zorundadır. Bu tensör dilinde  $R^a{}_{bcd}$  (Reimann eğrilik tensörü) ve koordinat sistemi kartezyen koordinat olmak zorunda anlamına gelir. Bu kısıtlayıcılık eylemsizlik hareketinin matematiksel olarak  $x^a$  yer vektörü,  $\ddot{x}^a=0$ ,  $\dot{x}^a = \partial/\partial\tau$  ve  $\tau$  özel durumuna karşılık gelir. Klasik mekanikte ise  $x^a$  üç boyutlu yer vektörüne,  $\tau = t$  zamanına karşılık gelmektedir. Genel görelilikte ise koordinat sisteminin ve uzay-zamanın bu kısıtlayıcılığı yok olur. Bu sebeple eylemsizlik hareketinin farklı bir tanımına ihtiyaç duyarız. Genel görelilikte eylemsizlik hareketi, özel zaman ile parametrize edilen bilinmeyen jeodezik, yada zaman gibi kavramlar sırasınca oluşur. Bu jeodezik denklemlerin matematiksel özeti:

$$\ddot{x}^a + \Gamma^a{}_{bc} \dot{x}^b \dot{x}^c = 0 \quad (2)$$

şeklinde olup; burada  $\Gamma^a{}_{bc}$  Christoffel sembolünü göstermektedir. Burada denklem sayısı dört olup herbiri özel zaman ile uygun bir koordinat sisteminde ikinci türev ile tanımlanır (5).

## 1.2. Özel Görelilik

Özel görelilik temelde iki postüla üzerine kurulmuştur. Bunlar:

1. Fizik kuralları temelde bütün eylemsiz referans sistemlerinde aynı olmalıdır.
2. Bütün eylemsiz referans sistemlerinde, ışık hızının boşluktaki değeri ışık kaynağının veya gözlemcinin hızına bakılmaksızın  $c=3 \times 10^8$  m/s değerine sahiptir.

Özel göreliliğin postülalarının sağlanabilmesi için;

$$\begin{aligned}
 x' &= \gamma(x - vt) \\
 y' &= y \\
 z' &= z \\
 t' &= \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)
 \end{aligned} \tag{3}$$

denklem (3)'teki Lorentz dönüşümlerinin sağlanması gerekmektedir. Burada  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$  şeklinde olup; burada  $x', y', z'$  yeni koordinat sistemlerini,  $c$  ışık hızını ve  $v$  cismin hızını göstermektedir.

Özel görelilik teorisinin genel olarak üç sonucu vardır, bunlar aşağıdaki gibidir:

1. Eş zamanlı bir olay, iki gözlemciden birincisine göre hareketli ise, ikinci gözlemciye göre de eş zamanlı değildir.

2 Zaman genişlemesi olarak ta bilinen olaya göre, bir gözlemciye göre hareketli bir saat  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$  çarpanı kadar yavaşlamış gibi görünmektedir.

3. Uzunluk büzülmesi olarak ta bilinen bu sonuca göre, hareketli cisimlerin uzunluğu hareket doğrultusunda  $1/\gamma$  çarpanı kadar büzülmüş gibi görünür.

Şimdi ise hız dönüşümünün, kinetik enerjinin, çizgisel momentumun ve toplam enerjinin görelî şeklini yazarak sonucu toparlamaya çalışalım. Hız dönüşümünün görelî hali,

$$u_x' = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad (4)$$

şeklindedir. Burada  $u_x$  cismin  $A$  sistemindeki hızı ise  $u_x'$  ise cismin  $A'$  sistemindeki hızını tanımlamaktadır,  $u$  hızıyla hareket eden bir cismin çizgisel momentumunun görelî hali ise,

$$p = \frac{mu}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma mu \quad (5)$$

şeklindedir. Şimdi ise kinetik enerjinin görelî halini tanımlamaya çalışalım:

$$K = \gamma mc^2 - mc^2 \quad (6)$$

kinetik enerji denklem (6) daki gibi olup,  $mc^2$  parçacığın durgun enerjisini göstermektedir. Son olarak ise bir parçacığın toplam enerjisi  $E$ 'nin,  $m$  kütleli bir cisme bağlılığı,

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (7)$$

şeklindedir ve bu denklem kütle-enerji eşdeğerliliği olarakta bilinmektedir(6).

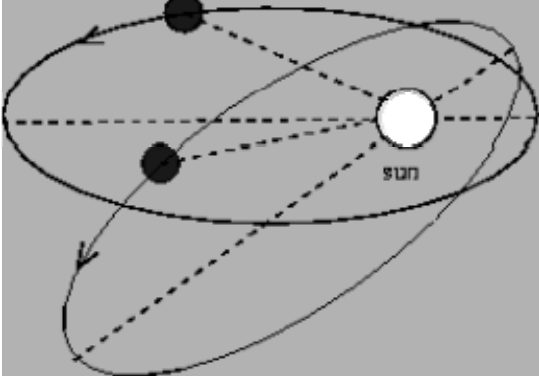
### 1.3. Genel Göreliliğin Einstein Teorisi

Genel göreliliğin temel oluşumlarından bazıları, göreliliğin baskınlığının dışında bazı ana hatlara sahip olabilir. Burada kütle ve enerji uzayda eğrilik oluşturur ve kütlelerin hareketlerinin eğrilik etkileri Newton oluşumuyla örneklendirilebilir. Bilindiği gibi evrensel Newton kuralının üç temel kusuru vardır ve bunlar:

1. Merkür yörüngesinin çevresinin tanımındaki yanlışlıktır, burada merkürün yörüngesinin eliptik olduğunu söyler ki elips bütün zamanlarda aynı yerde kesinlikle olmaz ve daima sallanır. Bu tanımlamalar genel göreliliğin Einstein teorisinin çalışması yayımlanana kadar tam olarak anlayamamıştır.

2. Newton kuralları, cisimlerin gravitasyonel kuvvetinin, onun hareketli kütledeki oransallığı açıklayamaz yani diğer deyişle bu gravitasyonel hızın, cisimlerin külesinden ve oluşumundan bağımsız oluşunu açıklayamaz.

3. Newton kuralı, özel görelilik teorisiyle tutarsızdır. Öyleki; ani gravitasyonel kuvvet çekiciliği iki cisim arasında olur.



**ŞEKİL 1.2:** Merkürün yörüngesinin tanımlanan şekli.

Genel göreliliğin Einstein teorisi, yukarıda bahsedilen üç temel problemi oluşturur ve aynı zamanda fizikçiler için evrenin görünümünde radikal gelişme olup, genel göreliliğin ana özelliklerini aşağıdaki şekilde özetler:

1. Uzay ve uzay-zaman, içinde olayların yer aldığı katı bir alan değildir ve evrenin enerji ve madde ile etkileşimiyle şekil alır.
2. Madde ve enerjinin, uzay ve uzay-zamanı nasıl eğdiğini söyler.
3. Uzay, maddelerin nasıl hareket ettiğini gösterir. Özellikle küçük cisimler eğri uzayda düz bir çizgi boyunca hareket etmektedir.

Bu özelliklerden anlaşıldığı üzere öklit geometrisinin eğri uzaydaki kuralları değişmiştir ve uzayın nasıl eğrildiğine dair buna paralel çizgiler bahsedilmiştir. Einstein, bu tanımlamalarda cisimlerin kütlelerinden bağımsız olarak nasıl düştüğünü ve cisimlerin eğri uzayda tamamen aynı düz çizgiyi nasıl takip ettiğini söyleyerek merkürün konumu hakkında doğru tahmin verip olayı anlamamızı sağladı. Sonunda, Einstein teorisinde, ani gravitasyonel kuvvet uzay-zamanın eğriliğiyle yerdeğişir ve kütlenin hareketi bu eğrilikte dalgalanmaya neden olur ve bu dalgalanmalar ışık gibi aynı hızla hareket eder. Böylece uzakta bir kütle gravitasyonel kuvvette herhangi bir değişikliğe neden olmaz ve özel görelilik ilkesi bozulmaz (8).

#### 1.4. Genel Göreliliğin Sağladığı Koordinat Şartları

Bilinmeyen metrik tensör gibi  $G_{\mu\nu}$  simetrik tensörde on tane bağımsız cebirsel denklemden oluşur ve böylece tanım gereği Einstein alan denklemi de on tane bağımsız cebirsel denklemden oluşur. Bu noktada Einstein denkleminin yalnızca  $g_{\mu\nu}$ 'yü belirlemekte yeterli olduğu akla gelebilir ama gerçekte bu böyle değil. Çünkü; cebirsel bağımsızlığa rağmen on tane  $G_{\mu\nu}$  dört farklı özdeşlik ile bağlantılıdır ve Bianchi özdeşliği kovaryans türevin;

$$G^{\mu}_{\nu;\mu}=0 \quad (8)$$

şeklinde olmasını söyler ve böylece on tane fonksiyonel bağımsız denklem yerine  $10-4=6$  tane bağımsız denklem kalır ve bu bize on bilinmeyenli  $g_{\mu\nu}$  metriğinin dört serbestlik derecesini verir. Eğer  $g_{\mu\nu}$  Einstein alan denkleminin çözümü ise  $g_{\mu\nu}$ 'nün bu serbestlik derecesi  $x \rightarrow x'$  genel koordinat dönüşümüyle  $g_{\mu\nu}$ 'den bulunan  $g'_{\mu\nu}$  ile belirlenir.

$g_{\mu\nu}$ 'yü bulmaktaki Einstein denkleminin başarısızlığı,  $A_{\mu}$  vektör potansiyelinin tayinindeki Maxwell denkleminin başarısızlığıyla benzerdir. Vektör potansiyeline bağlı Maxwell denklemini yazacak olursak;

$$\square^2 A_{\alpha} - \frac{\partial^2}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\beta}} A^{\beta} = -J_{\alpha} \quad (9)$$

şeklinde olup; dört bilinmeyenli dört denklem içerir, fakat yine de  $A_{\alpha}$  tek başına belirlenemez. Çünkü bu denklemin bir tarafı Bianchi özdeşliğine benzer bir diferansiyel özdeşlikle bağlıdır.

$$\frac{\partial}{\partial x^{\alpha}} \square^2 A^{\alpha} - \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left( \frac{\partial^2}{\partial x_{\alpha} \partial x^{\beta}} A^{\beta} \right) = 0 \quad (10)$$



Burada serbestlik derecesi 1 olup fonksiyonel olarak bağımsız denklem sayısı  $4-1=3$  tanedir ve bu dört tane  $A_\alpha$ 'nın çözümünün bir serbestlik derecesini verir. (Buradaki serbestlik derecesi değişmez yarıçaptır.)  $\Lambda$  keyfi sabitiyle diğer bir çözüm olan,

$$A'_\alpha \equiv A_\alpha + \frac{\partial \Lambda}{\partial X^\alpha} \quad (11)$$

$A_\alpha$ 'nın verilen herhangi bir çözümünden bulunabilir. Maxwell ve Einstein denkleminin çözümündeki belirsizlik temel kuvvet ile giderilebilir. Maxwell denkleminin çözümünde özel bir yarıçap seçerek belirsizliği giderebiliriz. Örneğin  $A_\alpha$ 'nın verilen bir çözümü için  $A'_\alpha$ 'nın çözümünü oluşturalım öyle ki;

$$\partial_\alpha A'^\alpha = 0 \quad (12)$$

şeklinde olsun ve bu denklemin oluşumuyla,

$$A'^\alpha \equiv A_\alpha + \frac{\partial \Phi}{\partial x^\alpha} \quad (13)$$

oluşur ki, burada  $\Phi$ ;  $\square^2 \Phi = -\partial A^\alpha / \partial x^\alpha$  ile tanımlanır ve böyle çözümlere Lorentz çapı denir. Denklem (9)'daki şartlar denklem (12)'de bu üç bağımsız denkleme eklendiğinde, dört denklemlilik bir sistem oluşur ve genel olarak sadece dört  $A_\alpha$  belirlenebilir.

Bazı özel koordinat sisteminin seçimiyle metrik tensördeki belirsizliği yok edebiliriz ve burada bu şartı sağlayan uygun koordinat sisteminden biri de harmonik koordinat şartlarıdır. Denklem (2)'de bahsedilen Christoffel sembolünü hatırlayarak,

$$\Gamma^\lambda \equiv g^{\mu\nu} \Gamma^\lambda_{\mu\nu} \quad (14)$$

Bu şartlarda böyle bir koordinat şartı seçmek daima mümkündür. Benzer bağlantılarla geçiş denklemleri oluşturabiliriz,

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{\partial x'^{\lambda}}{\partial x^{\rho}} \frac{\partial x^{\tau}}{\partial x'^{\mu}} \frac{\partial x^{\sigma}}{\partial x'^{\nu}} - \frac{\partial x^{\rho}}{\partial x'^{\nu}} \frac{\partial x^{\sigma}}{\partial x'^{\nu}} \frac{\partial^2 x'^{\lambda}}{\partial x^{\rho} \partial x^{\sigma}} \quad (15)$$

bunun  $g'^{\mu\nu}$  ile karşılaştırılması sonucu

$$\Gamma^{\lambda} = \frac{\partial x'^{\lambda}}{\partial x^{\rho}} \Gamma^{\rho} - g^{\rho\sigma} \frac{\partial^2 x'^{\lambda}}{\partial x^{\rho} \partial x^{\sigma}} \quad (16)$$

elde edilir. Eğer  $\Gamma^{\rho}$  yok olmuyorsa kısmi diferansiyel denklemin birinci düzen çözümüyle yeni bir koordinat sistemi  $x'^{\lambda}$  tanımlanmalıdır.

$$g^{\rho\sigma} \frac{\partial^2 x'^{\lambda}}{\partial x^{\rho} \partial x^{\sigma}} = \frac{\partial x'^{\lambda}}{\partial x^{\rho}} \Gamma^{\rho} \quad (17)$$

Denklem (16)'da bu yazıldığında,  $X'$  koordinat sisteminde  $\Gamma'^{\lambda} = 0$  bulunur. Denklem (14)'deki şartlar genel olarak kovaryant değildir. Bunların amacı Einstein denkleminin genel kovaryansından dolayı metrik tensördeki belirsizliği ortadan kaldırmaktır. Bunların kovaryant gibi yazılmamasına rağmen metrik tensör gibi oldukça uygun bir formda yazılabilir. Bu da,

$$\Gamma^{\lambda} = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} g^{\lambda k} \left\{ \frac{\partial g_{k\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{k\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^k} \right\} \quad (18)$$

şeklinde olur. Bunu yeniden düzenlersek;

$$g^{\lambda k} \frac{\partial g_{k\mu}}{\partial x^{\nu}} = -g_{k\mu} \frac{\partial g^{\lambda k}}{\partial x^{\nu}}$$

$$\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^k} = g^{-1/2} \frac{\partial}{\partial x^k} g^{1/2} \quad (19)$$

şeklini alır ve bu oluşumlar,

$$\Gamma^{\lambda} = -g^{-1/2} \frac{\partial}{\partial x^k} (g^{1/2} g^{\lambda k}) \quad (20)$$

denklemini oluşturur ve harmonik şart;

$$\frac{\partial}{\partial x^k} \sqrt{g} g^{\lambda k} = 0 \quad (21)$$

şeklinde olmasını gerektirir. Şu anda harmonik koordinat şartlarını açıklamak için yeni bir konumdayız. Eğer  $\square^2 \phi$  her yerde yok oluyorsa,  $\phi$ 'nin açıkça harmonik olduğu söylenir ve bu,

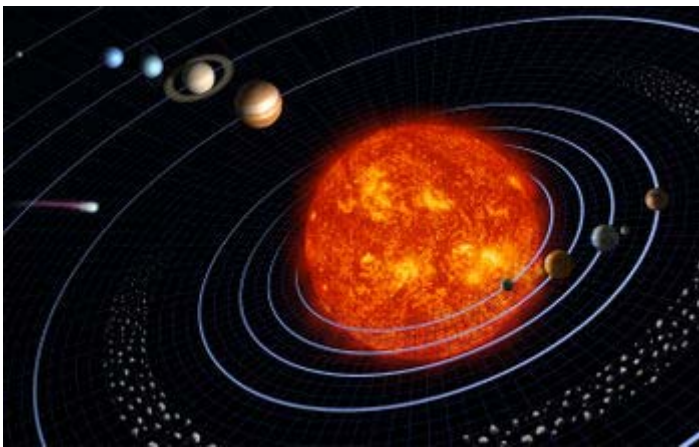
$$\square^2 \phi \equiv (g^{\lambda k} \phi_{;\lambda})_{;k} \quad (22)$$

ile verilir. Burada  $\square^2$  d'Alembertiandır (invaryanttır). Böyle koordinat sisteminde harmonikliği kullanmakta serbestiz, gravitasyonel alanın varlığındaki harmonik koordinat sistemi Minkowski'dir ve burada  $g^{\lambda k} = \eta^{\lambda k}$  ve  $g = 1$  dir. Ayrıca zayıf alanın varlığında da harmonik koordinat sistemi Minkowskiye yakındır (7).

## 2. GRAVİTASYON

Fizikte, gravitasyon kütle ve hıza sahip cisimlerin birbirlerine göre eğilimidir. Gravitasyon doğadaki dört temel etkileşimden biri olup diğer üçü de sırasıyla elektromagnetik kuvvet, zayıf nükleer kuvvet ve güçlü nükleer kuvvettir. Gravitasyonel kuvvetin şiddeti bu etkileşimlerin en küçüğü ( $10^{-39}$ ) olmasına rağmen menzili sonsuzdur ve bu etkileşme galaksileri, yıldızları bir arada tutan kuvvet olarak bilinmektedir. Klasik mekanikte gravitasyon, yerçekimi kuvvetinden doğar. Bu, genel görelilikte kütlelerin varlığıyla eğrilen uzay-zamanın oluşumundan doğmaktadır. Son olarakta quantumda gravitasyon gravitasyonel kuvvetin taşınmasındaki postülaları içerir (9).

Dünya, gravitasyonel çekiciliği nedeniyle ağırlığı olan cisimleri bir arada tutar ve cisimlerin yere düşmemelerine sebep olur. Aynı zamanda gravitasyon, dünyanın ve güneşin varlığının da temelidir ve gravitasyonel kuvvet olmazsa hayat ta olmaz çünkü; gravitasyon dünyanın ve diğer gezegenlerin güneş etrafında yörüngelerinde kalmalarını sağlar.



**ŞEKİL 2.1:** Gravitasyonel kuvvet, gezegenlerin güneşin etrafında yörüngelerde düşmeden hareket etmelerini sağlar.

1687’de Newton, ‘‘Mathematical principle of natural philosophy’’ de gravitasyonun evrensel kurallarını yayınladı. Buradaki Newton kurallarında bahsedilen gravitasyon, ‘‘doğadaki her parçacığın bir kuvvet ile diğer parçacıkları çektiğini ve kuvvetin parçacıkların kütlelerinin çarpımıyla doğru aralarındaki uzaklığın karesiyle ters orantılı olduğunu söyler’’. Parçacıkların kütleleri sırasıyla  $m_1$  ve  $m_2$ , aralarındaki uzaklık  $r$  olsun o halde istenilen kuvvet;

$$F = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (23)$$

şeklinde olup;  $r$  iki nokta arasındaki uzaklığı,  $G$  ise gravitasyon sabitini göstermektedir. Aynı zamanda bu denklem gravitasyonun potansiyel enerjisinin;

$$U_g = -G \frac{m_1 m_2}{r} \quad (24)$$

olması gerektiğini söyler.

## 2.1. Gravitasyonun Enerjisi, Momentumu ve Açısal momentumu

Gravitasyonun enerjisi, momentumu ve açısal momentumunun elementer parçacık fizikine bağlantılı olmasından dolayı Einstein denkleminin fiziksel içeriğini, onların oluşumuna tamamen eşit bir formda yazabiliriz. Bu da bize koordinat sisteminin quasi-Minkowski (yaklaşık Minkowski)

olarak alınmasına izin verir ve gerçekte  $g_{\mu\nu}$  metriği bu çalışmada sonlu metaryel sistemlerden oldukça uzakta  $\eta_{\mu\nu}$  Minkowski metriğine yaklaşır ve bizde bunu aşağıdaki denklem yardımıyla gösterebiliriz.

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (25)$$

burada,  $h_{\mu\nu}$  sonsuzda yok olur ve  $h_{\mu\nu}$  Ricci tensörünün lineer bir parçası;

$$R^1{}_{\mu k} \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 h^\lambda{}_\lambda}{\partial x^\mu \partial x^k} - \frac{\partial^2 h^\lambda{}_\mu}{\partial x^\lambda \partial x^k} - \frac{\partial^2 h^\lambda{}_k}{\partial x^\lambda \partial x^\mu} + \frac{\partial^2 h_{\mu k}}{\partial x^\lambda \partial x_\lambda} \right) \quad (26)$$

şeklindedir. Örneğin;  $h^\lambda{}_\lambda \equiv \eta^{\lambda\nu} h_{\lambda\nu}$  ve  $\partial/\partial x_\lambda \equiv \eta^{\lambda\nu} \partial/\partial x^\nu$  gibi  $h_{\mu\nu}$ ,  $R^{(1)}{}_{\mu k}$  ve  $\partial/\partial x^\lambda$  nın  $\eta$  ile artışına ve azalışına göre uygun bir form seçilir ve  $R_{\mu k}$  gerçek tensörü de  $g$  ile artar veya azalır. Buna göre alan denkleminin tam çözümü;

$$t_{\mu k} \equiv \frac{1}{8\pi G} \left[ R_{\mu k} - \frac{1}{2} g_{\mu k} R^\lambda{}_\lambda - R^{(1)}{}_{\mu k} + \frac{1}{2} \eta_{\mu k} R^{(1)\lambda}{}_\lambda \right] \quad (27)$$

olmak üzere,

$$R^{(1)}{}_{\mu k} - \frac{1}{2}\eta_{\mu k} R^{(1)\lambda}{}_{\lambda} = -8\pi G [T_{\mu k} + t_{\mu k}] \quad (28)$$

şeklinde yazılır. Bu denklem sadece iki spinli bir alanın dalga fonksiyonu için beklenen bir şekle sahiptir. Fakat bu özelliğin kaynağı olan  $T_{\mu k} + t_{\mu k}$  açıkça  $h_{\mu\nu}$  alanına bağlıdır. Bu anlatılandan da anlaşıldığı üzere  $h_{\mu\nu}$  alanı toplam yoğunluk, enerji ve momentumun akışkanlığıyla ve enerji-momentum tensörüyle elde edilir. Böylece nicelik,

$$t^{v\lambda} \equiv \eta^{v\mu} \eta^{\lambda k} [T_{\mu k} + t_{\mu k}] \quad (29)$$

şeklinde olup; gravitasyon, maddenin toplam enerjisi ve momentum tensörü gibi algılanır. Bu yorumu destekleyen  $t^{v\lambda}$ 'nin bazı özelliklerini aşağıdaki şekilde maddeler halinde açıklarsak ki bunlar:

1)  $R^{(1)}{}_{\mu k}$  niceliği, lineer hale gelen Bianchi özdeşliğine uyar:

$$\frac{\partial}{\partial x^\nu} \left[ R^{(1)v\lambda} - \frac{1}{2}\eta^{v\lambda} R^{(1)\mu}{}_{\mu} \right] \equiv 0 \quad (30)$$

denklem (30)'dan anlaşıldığı üzere  $t^{v\lambda}$  korunumlu olmak zorundadır. Yani;

$$\frac{\partial}{\partial x^\nu} t^{v\lambda} = 0 \quad (31)$$

dir ve  $T^{v\lambda}$  ve  $T^{v\lambda}_{;v} = 0$  kovaryant korunum kuralına uymasına rağmen gerçekte gravitasyon ve madde arasındaki enerji değişiminini tanımlar. Bir S yüzeyi ile sınırlandırılan herhangi bir V hacimli sonlu bir sistem için denklem (31) bize,

$$\frac{d}{dt} \int_v \tau^{o\lambda} d^3x = - \int_s \tau^{i\lambda} n_i dS \quad (32)$$

olması gerektiğini söyler. Burada  $n$  yüzeyden dışarı çıkan normal olup, sistemin toplam enerji-momentum vektörü,

$$P^\lambda \equiv \int_v \tau^{o\lambda} d^3x \quad (33)$$

şeklinde yorumlanabilir ve bu sebeple gravitasyon, elektromagnetizma ve madde içeren bir sistemin toplam enerji-momentum vektörü gibi  $\tau^{i\lambda}$  da akışkana karşılık gelir.

2)  $\tau^{v\lambda}$  korunumluğunun yanısıra simetrik özelliğe de sahiptir. Yani;

$$\tau^{v\lambda} = \tau^{\lambda v} \quad (34)$$

şeklindedir ve bu nedenle,



$$M^{\mu\nu\lambda} \equiv \tau^{\mu\lambda} x^\nu - \tau^{\mu\nu} x^\lambda \quad (35)$$

olmak üzere,

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} M^{\mu\nu\lambda} = 0 \quad (36)$$

şeklindedir ve burada  $M^{0\nu\lambda}$  ve  $M^{i\nu\lambda}$  toplam açısal momentumun yoğunluğu ve akışkanı gibi yorumlanır. Yani;

$$J^{v\lambda} \equiv \int d^3x M^{0v\lambda} = -J^{\lambda\nu} \quad (37)$$

şeklindedir. Eğer  $M^{i\nu\lambda}$ , hacim integralinin yüzeyinde yok oluyorsa, denklem (37) sabittir.

3)  $h$ 'nin güç serisi şeklinde  $t_{\mu k}$ 'yi hesaplayabiliriz ve bulduğumuz ilk terim denklemde göreceğimiz gibi ikinci düzene ait terim içerir:

$$R^{(2)}_{\mu k} = -\frac{1}{2} h^{\lambda\nu} \left[ \frac{\partial^2 h_{\lambda\nu}}{\partial x^k \partial x^\mu} - \frac{\partial^2 h_{\mu\nu}}{\partial x^k \partial x^\lambda} - \frac{\partial^2 h_{\lambda k}}{\partial x^\nu \partial x^\mu} + \frac{\partial^2 h_{\mu k}}{\partial x^\nu \partial x^\lambda} \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4} \left[ 2 \frac{\partial h^{\nu}_{\sigma}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial h^{\nu}_{\nu}}{\partial x^{\sigma}} \right] \left[ \frac{\partial h^{\sigma}_{\mu}}{\partial x^k} + \frac{\partial h^{\sigma}_k}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial h_{\mu k}}{\partial x_{\sigma}} \right] \\
& - \frac{1}{4} \left[ \frac{\partial h_{\sigma k}}{\partial x^{\lambda}} + \frac{\partial h_{\sigma \lambda}}{\partial x^k} - \frac{\partial h_{\lambda k}}{\partial x^{\sigma}} \right] \left[ \frac{\partial h^{\sigma}_{\mu}}{\partial x_{\lambda}} + \frac{\partial h^{\sigma \lambda}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial h^{\lambda}_{\mu}}{\partial x_{\sigma}} \right]
\end{aligned} \tag{38}$$

olmak üzere,

$$t_{\mu k} = \frac{1}{8\pi G} \left[ -\frac{1}{2} h_{\mu k} R^{(1)\lambda}_{\lambda} + \frac{1}{2} \eta_{\mu k} h^{\rho\sigma} R^{(1)}_{\rho\sigma} + R^{(2)}_{\mu k} - \frac{1}{2} \eta_{\mu k} \eta^{\rho\sigma} R^{(2)}_{\rho\sigma} \right] + O(h^3) \tag{39}$$

$R^{(2)}_{\mu k}$  (Ricci tensörünün ikinci düzen parçası) bağlı olarak yazılır. Elektrodinamiğin örneği,  $h_{\mu\nu}$  'de ikinci düzenli bir terim ile başlamak için gravitasyonun enerji-momentum tensörünü bilmemizi gerektirir. İkinci ve daha yüksek düzenlerin  $t_{\mu k}$  daki varlığı açıkça daima kendi kendine toplam enerji ve momentuma katkıda bulunan gravitasyonel alanın gravitasyonel etkileşimidir. Tabiki gravitasyonel alan zayıf olduğunda ( $h_{\mu\nu}$  küçük olduğunda) denklem (29)'daki  $t_{\lambda\nu}$  'nün kapsamı fiziksel sistemlerin enerji-momentum içeriğini ciddi bir şekilde değiştirmez.

4)  $t_{\mu k}$ ,  $\tau^{v\lambda}$  ve  $M^{\mu\nu\lambda}$  genel olarak kovaryant olmamasına rağmen en azından Lorentz kovaryanttır. Böylece kapalı bir sistemde  $P^{\lambda}$  ve  $J^{v\lambda}$  sadece sabit olmayıp aynı zamanda Lorentz kovaryanttır.

5) Bu bölümün başında çalıştığımız koordinat sisteminde  $h_{\mu\nu}$  'nün sonsuzda yok olduğunu seçtik. Gravitasyonel alan ürünleri,  $T_{\mu k}$  ve  $t_{\mu k}$  ( $h^2$ 'nin düzenidir) olan sınırlı materyal sistemlerden uzakta denklem (28), sınırlı bir yerle sınırlandırılır. Bu öneri  $h_{\mu\nu}$  fiziksel problemlerinin büyük çoğunluğunda ya Newton gravitasyon teorisine yada çok uzaklarda elektrostatik potansiyele neden

olur. Öyleki  $r \rightarrow \infty$  için  $h_{\mu\nu} = O\left(\frac{1}{r}\right)$ ,  $\frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} = O\left(\frac{1}{r^2}\right)$ ,  $\frac{\partial^2 h_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda \partial x^\rho} = O\left(\frac{1}{r^3}\right)$  şeklindedir. Bu durumda denklem (39)

$$t_{\mu k} = O\left(\frac{1}{r^4}\right) \quad (40)$$

şeklinde de gösterilebilir. Bu nedenle  $\int t^{0\lambda} d^3x$  integrali toplam enerji ve momentumu verir. Eğer  $g_{\mu\nu}$  sonsuzda küresel koordinat sisteminin metriğine yaklaşıyorsa denklem (25) ve denklem (27)'deki tanımlamalar sonsuzda gravitasyonel enerji yoğunluğuna karşılık gelir. Bunu böyle yapan durum ise koordinat sisteminin quasi-Minkowski olarak alınmasıdır.

6) Yukardaki maddelerin oluşumu  $\tau^{v\lambda}$ 'nin açıkça enerji-momentum tensörü olduğunu göstermektedir. Herhangibir sistemde gravitasyonel alanın ürününü bulduğumuzda enerji-momentum tensörünüde bulabiliriz. Şu ana kadar gravitasyonun enerji-momentum tensörünün en güzel tanımlamalarından birinden bahsettik.

7)  $t_{\mu k}$ 'nin bazı özel problemlerde hesaplanmasına rağmen kesinlikle bizler için bir başağrısıdır. Eğer sistemin enerji ve momentumunu bilmek istiyorsak bu işlemde kaçamayız. Denklem (28)'in alan denklemi;

$$Q^{\rho\nu\lambda} \equiv \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial h^{\mu}_{\ \mu}}{\partial x_\nu} \eta^{\rho\lambda} - \frac{\partial h^{\mu}_{\ \mu}}{\partial x_\rho} \eta^{\nu\lambda} - \frac{\partial h^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} \eta^{\rho\lambda} + \frac{\partial h^{\mu\rho}}{\partial x^\mu} \eta^{\nu\lambda} + \frac{\partial h^{\nu\lambda}}{\partial x_\rho} - \frac{\partial h^{\rho\lambda}}{\partial x_\nu} \right\} \quad (41)$$

olmak üzere (denklem (30)'daki diferansiyel özdeşlikten dolayı  $Q^{\rho\nu\lambda} = -Q^{\nu\rho\lambda}$  yani antisimetriktir.)

$$R^{(1)\nu\lambda} - \frac{1}{2} \eta^{\nu\lambda} R^{(1)\mu}_{\ \mu} = \frac{\partial}{\partial x^\rho} Q^{\rho\nu\lambda} \quad (42)$$

şeklindedir. Denklem (42)'deki alan denklemi ile denklem (28)'in birleşimi sonucu denklem (33)'deki toplam enerji-momentum vektörü,

$$P^\lambda = -\frac{1}{8\pi G} \int \frac{\partial Q^{\rho\lambda}}{\partial x^\rho} d^3x = -\frac{1}{8\pi G} \int \frac{\partial Q^{i\lambda}}{\partial x^i} d^3x \quad (43)$$

şeklinde olup; bu denklemde Gauss teoreminin kullanımıyla,

$$P^\lambda = -\frac{1}{8\pi G} \int Q^{i\lambda} n_i r^2 d\Omega \quad (44)$$

şeklinde bir denklem elde ederiz. Burada  $n$  dışarı doğru normal,  $d\Omega$  katı açı ve  $r$  kürenin çapı olmak üzere değerleri aşağıdaki şekildedir.

$$r \equiv (x_i x_i)^{1/2}, \quad n_i \equiv \frac{x_i}{r}, \quad d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi \quad (45)$$

Denklem (41) ve denklem (44) ile verilen toplam enerji ve momentum,

$$P^j = -\frac{1}{16\pi G} \int \left\{ -\frac{\partial h_{kk}}{\partial t} \delta_{ij} + \frac{\partial h_{ko}}{\partial x^k} \delta_{ij} - \frac{\partial h_{jo}}{\partial x^i} + \frac{\partial h_{ij}}{\partial t} \right\} n_i r^2 d\Omega \quad (46)$$

$$P^0 = -\frac{1}{16\pi G} \int \left\{ \frac{\partial h_{ij}}{\partial x^i} - \frac{\partial h_{ij}}{\partial x^j} \right\} n_i r^2 d\Omega \quad (47)$$

denklemleri ile verilir. Aynı sebeple denklem (37)'deki toplam açısal momentum tensörü,

$$J^{\nu\lambda} = \int d^3x (x^\nu \tau^{o\lambda} - x^\lambda \tau^{o\nu}) = -\frac{1}{8\pi G} \int d^3x \left( x^\nu \frac{\partial Q^{i\lambda}}{\partial x^i} - x^\lambda \frac{\partial Q^{i\nu}}{\partial x^i} \right) \quad (48)$$

şeklinde olup;  $J^{\nu\lambda}$  ilginç fiziksel oluşumlara sahiptir ve bu oluşumlar;

$$J_1 \equiv J^{23}, \quad J_2 \equiv J^{31}, \quad J_3 \equiv J^{12} \quad (49)$$

üç bağımsız uzay-uzay oluşumları şeklindedir. Denklem (48)'de tekrar Gauss teoremini kullanırsak, bu yeni oluşumlar;

$$J^{ik} = -\frac{1}{16\pi G} \int \left\{ -x_j \frac{\partial h_{ok}}{\partial x^i} + x_k \frac{\partial h_{oj}}{\partial x^i} + x_k \frac{\partial k_{ki}}{\partial t} - x_k \frac{\partial h_{ji}}{\partial t} + h_{ok} \delta_{ij} - h_{oj} \delta_{ik} \right\} n_i r^2 d\Omega \quad (50)$$

şeklinde verilir. Böylece sıradan sonlu bir sistemin toplam momentum, enerji ve açılal momentumunun hesabı için sadece büyük uzaklıklarda  $h_{\mu\nu}$ 'nün asimptotik davranışlarını bilmek gerekir.

8) Görüldüğü üzere  $P^o$  daima pozitifdir ve sadece boş uzay için sıfır değeri alır.

9)  $\tau^{\nu\lambda}$ 'nin tensör,  $P^\lambda$ 'nin de vektör olmamasına rağmen, toplam enerji ve momentum herhangi bir koordinat dönüşümü altında invaryant olan önemli özelliklere sahiptir. Böyle bir koordinat dönüşümü;

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = x^\mu + \varepsilon^\mu(x) \quad (51)$$

şeklinde olup; burada sonlu uzaklıklarda  $\varepsilon^\mu(x)$ 'in küçük olmasına ihtiyacımız olmadığı gibi  $r \rightarrow \infty$  için de sıfırdır. Yeni koordinat sisteminde metrik tensör;

$$g'^{\mu\nu} = g^{\rho\sigma} \left( \delta^\mu_\rho + \frac{\partial \varepsilon^\mu}{\partial x^\rho} \right) \left( \delta^\nu_\sigma + \frac{\partial \varepsilon^\nu}{\partial x^\sigma} \right) \quad (52)$$

şeklini alır ve  $r \rightarrow \infty$  için hem  $\varepsilon^\mu$  hem de  $h_{\mu\nu}$  küçüktür.  $g^{\rho\sigma} \cong \eta^{\rho\sigma} - h^{\rho\sigma}$  oluşumu yardımıyla  $g'^{\mu\nu}$ 'nün,  $\varepsilon^\mu$  ve  $h_{\mu\nu}$  cinsinden açılımı;

$$h'^{\mu\nu} = h^{\mu\nu} - \frac{\partial \varepsilon^\mu}{\partial x_\nu} - \frac{\partial \varepsilon^\nu}{\partial x_\mu} \quad (53)$$

olmak üzere,

$$g'^{\mu\nu} \cong \eta^{\mu\nu} - h'^{\mu\nu} \quad (54)$$

şeklinde verilir. Denklem (41)'deki niceliklerin,  $r \rightarrow \infty$  için verilen koordinat dönüşümündeki değişimiyle,

$$D^{\sigma\rho\nu\lambda} \equiv \frac{1}{2} \left\{ -\frac{\partial \varepsilon^\sigma}{\partial x_\nu} \eta^{\rho\lambda} + \frac{\partial \varepsilon^\sigma}{\partial x_\rho} \eta^{\nu\lambda} + \frac{\partial \varepsilon^\nu}{\partial x_\sigma} \eta^{\rho\lambda} - \frac{\partial \varepsilon^\rho}{\partial x_\sigma} \eta^{\nu\lambda} - \frac{\partial \varepsilon^\nu}{\partial x_\rho} \eta^{\sigma\lambda} + \frac{\partial \varepsilon^\rho}{\partial x_\nu} \eta^{\sigma\lambda} \right\} \quad (55)$$

olmak üzere;

$$\Delta Q^{\rho\nu\lambda} = \frac{\partial}{\partial x^\sigma} D^{\sigma\rho\nu\lambda} \quad (56)$$

veya,

$$\Delta Q^{\rho\nu\lambda} = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{\partial^2 \varepsilon^\mu}{\partial x^\mu \partial x_\nu} \eta^{\rho\lambda} + \frac{\partial^2 \varepsilon^\mu}{\partial x^\mu \partial x_\rho} - \frac{\partial^2 \varepsilon^\nu}{\partial x_\rho \partial x_\lambda} + \frac{\partial^2 \varepsilon^\rho}{\partial \varepsilon_\nu \partial \varepsilon_\lambda} \right\} + \frac{1}{2} \square^2 \varepsilon \eta^{\rho\lambda} - \frac{1}{2} \square^2 \varepsilon^\rho \eta^{\nu\lambda} \quad (57)$$

şeklindedir. D ilk üç teriminin tamamı da asimetriktir. Bunlar;  $D^{\sigma\rho\nu\lambda} = -D^{\rho\sigma\nu\lambda} = -D^{\sigma\nu\rho\lambda} = -D^{\nu\rho\sigma\lambda}$  olarak gösterilir ve bu sebeple yüzey integrali;

$$\Delta P^\lambda = -\frac{1}{8\pi G} \int \left( \frac{\partial D^{\sigma 0\lambda}}{\partial x^\sigma} \right) n_i r^2 d\Omega = -\frac{1}{8\pi G} \int \left( \frac{\partial D^{j 0\lambda}}{\partial x^j} \right) n_i r^2 d\Omega \quad (58)$$

şeklinde yazılır. Ya da, Gauss teoremini kullanırsak;

$$\Delta P^\lambda = -\frac{1}{8\pi G} \int \left( \frac{\partial^2 D^{j0\lambda}}{\partial x^i \partial x^j} \right) d^3x = 0 \quad (59)$$

olarak elde edilir. Burada  $P^\lambda$  sonsuzda değişmez  $\eta_{\mu\nu}$  metriğini bıraktıran herhangi bir koordinat dönüşümü altında dörtlü vektör dönüşümüdür.

10) Eğer sistemdeki madde uzak  $S_n$  alt sisteminde ikiye bölünüyorsa, gravitasyonel alan kendi kendine hareket eden uzaktaki bir sistemin oluşturduğu  $h_{\mu\nu}^n$ 'nin toplamı gibi yaklaşık olarak  $h_{\mu\nu}$  gibi yazılabilir.4)'te açıklanan  $P^\lambda$ 'nin hesabından toplam enerji-momentum vektörü, yalnız her alt sistemin  $P_n^\lambda$  değerinin toplamına eşittir. Denklem (33)'de tanımlanan  $P^\lambda$  enerji-momentum vektörü korunumludur ve dörtlü Lorentz vektörü olarakta bilinmektedir ve bu özellikleri taşıyan niceliklerin enerji ve momentum olması gerekir. Bu bilgiler, bize Einstein alan denkleminin türetimi için oldukça gereklidir (7).

## 2.2. Kozmolojik Terim

Kozmolojik sabit problemi kozmolojide, en önemli problemlerden biridir. Çünkü; bu sabit evren hakkında önemli bilgiler verir ve kozmolojik terimli modeller evrenin yaşını büyütmektedir. Gözlemlerin büyük çoğunluğu evrenin,  $10^{-58} \text{cm}^2$  mertebesinde küçük bir değere karşılık gelen kozmolojik sabite sahip olduğunu göstermektedir. Kozmolojik terim, boş uzayın enerjisinin bir ölçütü olarak gösterilip, itici bir kuvvet şeklindedir. Einstein, oluşturduğu denkleme kozmolojik sabitin eklenip eklenmemesi konusunda emin değildi. Einstein kütle ve enerjinin eşdeğer olduğunu göstererek, kütle ve enerjinin eşdeğerliliğinden dolayı, eğer kozmolojik terim varsa onu gösteren enerjinin de bir kütle gibi alınması gerektiğini söylemektedir.

Bu konuyla ilgili olarak en son Hubble parametresinin ölçümleri standart FRW (Friedmann Robertson Walker) kozmolojisinin önemli bir noktasına dikkat çeker. Evrenin herhangi bir modeli, evrende en yaşlı objeler olarak bilinen ve yaşları yaklaşık 16 milyar civarında olan küresel kümelerdir ve evren, içinde bulunan en yaşlı cisimlerden daha yaşlı olmalıdır. Bunların Hubble parametresinin belirlenmesindeki belirsizlikler göz önüne alınsa bile kozmolojik sabitsiz FRW modelleri bu yıldızlarınkinden daha büyük yaşa sahip olamaz.

Kozmolojik sabit yani  $\lambda$ 'nın özelliklerini açıklayan Linde,  $\lambda$ 'nın sıcaklığın bir fonksiyonu ve bu nedenle ani simetri kırılma işlemleriyle alakalı olacağını ileri sürmektedir. Bundan dolayı da uzaysal olarak homojen genişleyen bir evrenin de, zamanın bir fonksiyonu olması gerektiğini söyler.

Son zamanlarda Einsteinın alan denkleminin kozmolojik sabitli çözümünün bulunmasından beri  $\lambda$  kozmolojik terim ve  $G$  Newton potansiyelinin değişiminin birlikte düşünülmesi genel görelilik çerçevesinde oldukça ilgi görmektedir. İlk olarak Bertolami tarafından elde edilen  $G$  ve  $\lambda$  nın zamana bağıllığı,  $\lambda \approx R^{-2} \approx T^{-2}$  şeklindedir.  $G$  ve  $\lambda$ 'lı bazı FRW'li modeller (10) bir çok bilim adamı tarafından çalışılmıştır. Daha sonra bunları Arbab, Sing, Belinchon ve arkadaşları (11) tarafından geliştirilmişlerdir. Homojen fakat anizotrop kozmolojik modellerde özellikle evrenin erken çağlarında parçacık oluşumunu, entropi üretimini karanlık madde ve evrenin izotropisi (anizotropisi) gibi temel özellikleri anlamada önemli rol oynamaktadır. Bu nedenle homojen fakat anizotrop olan



Bianchi tipi kozmolojiler önemli rol oynamaktadır. Bu tür modeller de Beesham (12), D. Kalligas ve arkadaşları (13), A.I Arbab (14) ve Beesham ve arkadaşları (15) tarafından çalışılmıştır.

### 3. EİNSTEİN ALAN DENKLEMİ

#### 3.1. Einstein Alan Denkleminin Türetimi

Maxwell denkleminin temel denklemi olan elektromanyetik alan, kendi kendine yük taşıyamadığından lineerdir. Oysa gravitasyonel alan denklemi hem enerji hem momentum taşır ve bu sebeple gravitasyonel alan denklemi elektromanyetizmanın gravitasyonel alan denkleminde daha zor hale gelir. Denklem, ikinci mertebeden lineer olmayan karmaşık kısmi diferansiyel denklemler sistemi oluşturduğundan çözümleri oldukça zorlaşır. Herhangibir  $X$  noktasında keyfi güçlü bir gravitasyonel alanı, temel koordinat sisteminde bir hareket olarak tanımlarsak ki bu koordinatlar;

$$g_{\alpha\beta}(X) = \eta_{\alpha\beta} \quad (60)$$

ve  $g_{\alpha\beta}$  uzay-zaman oluşum metriği,  $\eta_{\alpha\beta}$  Minkowski metriği olmak üzere,

$$\left( \frac{\partial g_{\alpha\beta}(x)}{\partial x^\gamma} \right)_{x=X} = 0 \quad (61)$$

şeklinde.  $g_{\alpha\beta}$  metrik tensörü,  $x=X$ 'deki sadece ikinci düzenden dolayı  $\eta_{\alpha\beta}$ 'dan ayrılır. Bu koordinat sisteminde gravitasyonel alan  $X$ ' in yanında zayıftır. Önce lineer olmayan karmaşık kısmi diferansiyel denklemler sistemi ile alanı tanımlamaya çalışıp zayıf alanın oluşumunun ters dönüşümüyle genel alan denklemini oluşturalım. Şu anda elimizdeki bilgi zayıf alan denklemi hakkında çözüm elde etmeye yetmez. Bu nedenle öncelikle zayıf statik alanın göreliliğinin kütleye yoğunluğuyla üretildiğini söyleyerek işe başlayalım. Metrik tensörün zaman-zaman oluşumu yaklaşık olarak;

$$g_{00} \approx -(1 + 2\phi) \approx -2\phi \quad (62)$$

şeklinde ifade edilip;

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho \quad (63)$$

burada,  $\Phi$  Newton potansiyeli,  $G$  Newton sabiti olmak üzere denklem (63) ile ifade edilen Poisson denkleminde yararlanılarak ve  $\rho$  kütle yoğunluğu için de aşağıdaki denklemleri kullanarak,

$$T_{00} \approx \rho \quad (64)$$

elde edilir. Aynı zamanda  $T_{00}$  'da görelilik olmayan madde için enerji yoğunluğunu göstermek üzere, denklem (64) ve denklem (63)'de, denklem (62)'nin yerine yazılmasıyla,

$$\nabla^2 g_{00} = -8\pi G T_{00} \quad (65)$$

elde edilir. Bu alan denklemleri sadece görelilik olmayan maddeler ile oluşan zayıf statik alanın oluştuğunu göstermektedir. Bununla beraber bu denklemler,

$$G_{\alpha\beta} = -8\pi G T_{\alpha\beta} \quad (66)$$

ile ifade edilen denklemlerden yararlanılarak,  $T_{\alpha\beta}$  enerji momentum bağıntısının genel dağılımı için zayıf alanı tahmin etmemize yardımcı olur.  $G_{\alpha\beta}$  metriğin birinci ve ikinci türevinin lineer kombinasyonudur. Eşitlik prensibinden keyfi bir uzunluğun gravitasyonel alan denklemini;

$$G_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu} \quad (67)$$

şeklinde elde ederiz. Burada,  $G_{\mu\nu}$  zayıf alan için  $G_{\alpha\beta}$  'i indirgeyen bir tensör çeşididir yani daha genel olarak metrik tensör ve onun türevleri tarafından şekillendirilen bir tensör çeşididir.

$G_{\mu\nu}$ 'nin metriğin türevinin bir ürünü olarak genişletildiğini ve metriğin oluşumunun toplam sayısı  $N$  e göre sınıflandırıldığını düşünelim. Örneğin;  $N=3$  metriğin üçüncü türevinin lineer hali veya birinci türeviyle ikinci türevinin ürünü yada sadece üçüncü türevinin ürünüdür.  $G_{\mu\nu}$  ikinci türevin boyutu olmak zorundadır. Çünkü  $N$  iki değilse  $N-2$  kuvvet serisinin uzunluğunun boyutu çoğul görünür. Böyle durumlar gravitasyonel alan için  $N>2$  veya  $N<2$  durumları önemsizleşir.  $G_{\mu\nu}$ 'nün bu belirsizliğini ortadan kaldırmak için gravitasyonel alanın derecesinin tek bir forma sahip olduğunu ve bunun da  $N=2$  durumuna karşılık geldiği kabul edilir.  $G_{\mu\nu}$ 'i bulmakta kullanılan bu özellikleri kısaca maddeler halinde yazacak olursak:

1.  $T_{\mu\nu}$  tensör olduğundan,  $G_{\mu\nu}$  de tensördür.
2.  $G_{\mu\nu}$  sadece  $N=2$  için metriğin türevlerini içerir yani ikinci türevin lineer olduğu durumu içermek zorundadır.
3.  $T_{\mu\nu}$  simetrik olduğundan,  $G_{\mu\nu}$ 'de simetriktir.
4.  $T_{\mu\nu}$  korunumlu olduğundan,  $G_{\mu\nu}$ 'de korunumludur, yani;

$$G^{\mu}{}_{\nu;\mu} = 0 \quad (68)$$

dır. Enerji-momentum tensörü,

$T_{00}$	$T_{01}$	$T_{02}$	$T_{03}$
$T_{10}$	$T_{11}$	$T_{12}$	$T_{13}$
$T_{20}$	$T_{21}$	$T_{22}$	$T_{23}$
$T_{30}$	$T_{31}$	$T_{32}$	$T_{33}$

Şekil 3.1: Enerji-momentum tensörünün oluşumu: Burada  $T_{00}$  enerji yoğunluğuna,  $T_{10}$ ,  $T_{20}$  ve  $T_{30}$  momentum yoğunluğuna,  $T_{11}$ ,  $T_{22}$  ve  $T_{33}$  basınca ve diğer terimler ise hıza karşılık gelmektedir.

şeklinde oluşumlara sahiptir.

5. Denklem (67)'nin zayıf statik alanda görelî olmayan maddeler için 00 oluşumu

$$G_{00} = -8\pi G T_{00} \quad (69)$$

şeklinde olup; denklem (65) ve denklem (69)'un eşitliğinden yeni denklem,

$$\nabla^2 g_{00} \cong G_{00} \quad (70)$$

elde edilir. Burada,  $\nabla^2$  laplasyen,  $g_{00}$  uzay-zamanın 00 oluşumu,  $G_{00}$  Newton sabitinin 00 oluşumunu göstermektedir. 1. ve 2. şartı sağlayan alan denklemi  $R^\lambda{}_{\mu\nu\kappa}$  eğrilik tensörünün kısılamı olup,  $R_{\lambda\mu\nu\kappa}$ 'nın antisimetrik özellikleri yalnız  $R_{\lambda\mu\nu\kappa}$ 'nın kısılamıyla şekillendirilen iki tane tensöre sahiptir. Bunlar:

1. Eğrilik skaleri  $R = R^\mu{}_\mu$

2. Ricci tensörü,  $R_{\mu\kappa} = R^\lambda{}_{\mu\nu\kappa}$

şeklindedir. Bu anlatılanlardan sonra ihtiyaç duyulan alan denklemi;

$$G_{\mu\nu} = C_1 R_{\mu\nu} + C_2 g_{\mu\nu} R \quad (71)$$

şeklindedir. Burada  $C_1, C_2$  sabit olup, üçüncü maddeden dolayı denklem simetriktir.  $G_{\mu\nu}$ 'nin kovaryant uzaklığı (Bianchi özdeşliğiyle)  $G^\mu{}_{\nu;\mu} = (1/2 C_1 + C_2) R_{;\nu} = 0$  şeklinde olup, dördüncü maddedeki korunum özelliğinden dolayı ya  $R_{;\nu}$  yada  $C_2 = -1/2 C_1$  olmalıdır.  $R_{;\nu} = 0$  olamaz çünkü denklem (71) için  $G^\mu{}_\mu$ 'yü oluşturursak;

$$G^\mu{}_\mu = C_1 R^\mu{}_\mu + C_2 g^\mu{}_\mu R \quad (72)$$

$$G^\mu{}_\mu = (C_1 + 4C_2) R \quad (73)$$

şeklinde elde edilir ve denklem (67)'den de,

$$G^\mu{}_\mu = -8\pi G T^\mu{}_\mu \quad (74)$$

elde edilerek, denklem (73) ve denklem (74)'un eşitliğinden;

$$G^{\mu}_{\mu} = (C_1 + 4C_2)R = -8\pi GT^{\mu}_{\mu} \quad (75)$$

oluşur. Burada eğer  $R_{,v} = 0$  ise,  $\partial T^{\mu}_{\mu} / \partial x^v$  'de sıfır olmalıdır. Bu durum homojen ve görelî olmayan maddelerin var olmadığını gösterdiğinden,  $R_{,v} = 0$  'ı alamayız. Bu sebeple  $C_2 = -1/2 C_1$  durumunu almak zorunda kalırız.  $C_2 = -1/2 C_1$  için denklemi çözmeye başlayalım. Bu değerin, denklem (72)'de yerine bırakılmasıyla,

$$G_{\mu\nu} = C_1 (R_{\mu\nu} - 1/2 g_{\mu\nu} R) \quad (76)$$

oluşur. Son olarakta, 5. maddenin özelliğini kullanırsak uygun  $C_1$  katsayısını elde edebiliriz. Görelî olmayan bir sistem için  $|T_{00}| \gg |T_{ij}|$  olmalı ve bununla ilgili olan  $|G_{00}| \gg |G_{ij}|$  olmalıdır. Bu özelliklerin denklem (71)'de kullanımıyla  $C_1$  katsayısını bulabiliriz. Önce denklem (66)'nın  $G_{ij}$  'sini oluşturalım ve bu,  $G_{ij} = C_1 (R_{ij} - 1/2 g_{ij} R)$  olup,  $C_1 \neq 0$  ,dan dolayı parantez içi sıfırdır, yani;

$$R_{ij} \cong 1/2 g_{ij} R \quad (77)$$

olmalıdır.  $R$  için kullanacağımız bağıntıyı eğrilik skalerinden oluşturursak;

$$R \cong R_{kk} - R_{00} \cong \frac{3}{2} R - R_{00} \quad (78)$$

yada,

$$R \cong 2R_{00} \quad (79)$$

şeklinde alınır. Denklem (76), denklem (79) ve denklem (60)'ın birlikte kullanımıyla denklemi yeniden oluşturalım. Denklem (76)'nın 00 oluşumu  $G_{00} = C_1(R_{00} - 1/2 g_{00}R)$  olup, denklem (79) burada yerine bırakılırsa,

$$G_{00} \cong C_1 R_{00} (1 - g_{00}) \cong 2C_1 R_{00} \quad (80)$$

şeklinde elde edilir.  $R_{00}$ 'ın hesabı bize  $R_{\lambda\mu\nu\kappa}$ 'nın lineer parçası için

$$R_{\lambda\mu\nu\kappa} \cong \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 g_{\lambda\nu}}{\partial x^k \partial x^\mu} - \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}}{\partial x^k \partial x^\lambda} - \frac{\partial^2 g_{\lambda\kappa}}{\partial x^\nu \partial x^\mu} - \frac{\partial^2 g_{\mu\kappa}}{\partial x^\nu \partial x^\lambda} \right)$$

alan denklemini verir, bütün zaman türevleri yok olduğunda alan statik olur ve ihtiyaç duyulan oluşumlar;

$$R_{0000} \cong 0, \quad R_{i0j0} \cong \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g_{00}}{\partial x^i \partial x^j} \quad (81)$$

şeklinde olup; denklem (80) ifadesi,  $G_{00} \cong 2C_1(R_{i0i0} - R_{0000}) \cong C_1 \nabla^2 g_{00}$  şeklinde elde edilir. Bu ifadenin denklem (70) ile karşılaştırılması sonucu  $C_1 = 1$  olduğu görülür. Denklem (66)'da  $C_1 = 1$  yazılırsa denklem;

$$G_{\mu\nu} = (R_{\mu\nu} - 1/2 g_{\mu\nu} R) \quad (82)$$

haline gelir ve daha evvel elde edilen denklem (77) ile bunu eşitlersek, Einstein alan denklemini bulmuş oluruz(7).

$$G_{\mu\nu} = (R_{\mu\nu} - 1/2 g_{\mu\nu} R) = -8\pi G T_{\mu\nu} \quad (83)$$

### 3.2. Einstein Alan Denkleminin Kozmolojik Terimli Türetimi

Denklem (83) için yeni bir bağıntı oluşturarak işe başlayalım ama önce  $R^\mu{}_\mu$ 'yü oluşturalım,

$$(R^{\mu}_{\mu} - 1/2 g^{\mu}_{\mu} R) = -8\pi G T^{\mu}_{\mu} \quad (84)$$

şeklindedir. Burada,  $R^{\mu}_{\mu} = R$  eğrilik skaleri ve  $g^{\mu}_{\mu} = 4$ 'tür. Bunların denklem. (84)'de yerine bırakılmasıyla,

$$R - 2R = -8\pi G T^{\mu}_{\mu} \quad (85)$$

yada;

$$R = 8\pi G T^{\mu}_{\mu} \quad (86)$$

denklemleri elde edilir. burada bulunan denklem (86)'da, denklem (83) yerine yazılıp,  $R_{\mu\nu}$  çekilirse;

$$R_{\mu\nu} = -8\pi G (T_{\mu\nu} - 1/2 g_{\mu\nu} T^{\lambda}_{\lambda}) \quad (87)$$

elde edilir. Bu, Einstein denkleminin bir diğer ifadesidir.

Boş uzayda  $T_{\mu\nu} = 0$  dir. Bunun denklem (87)'de yerine bırakılmasıyla  $R_{\mu\nu} = 0$  elde edilir ve bu iki veya üç boyutlu uzay-zamanda  $R_{\lambda\mu\nu\kappa}$  eğrilik tensörünün tamamının yok olduğu anlamına gelmektedir ki gerçekte de yalnız dört veya daha fazla boyutlu uzayda gravitasyonel alan vardır.

$G_{\mu\nu}$ 'nün, metriğin iki türevinden daha az terim içerdiğini kabul edelim ve ikinci maddenin uygun olduğunu düşünelim. İlk türevdeki serbestliğin kullanımı  $G_{\mu\nu}$ 'nün herhangi bir yeni terimine izin vermez fakat biz metrik tensörü kendi kendine kullanırsak  $g_{\mu\nu}$  uzay-zamanlı ve  $\lambda$  sabitli yeni bir denklem elde edebiliriz. Bu şekilde oluşan denklem;

$$R_{\mu\nu} = -1/2 g_{\mu\nu} R - \lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu} \quad (88)$$

şeklindedir. Burada  $\lambda$  kozmolojik sabit ve 1. 2. 3. 4. ve 5. maddeler de bahsedilen şartları sağlamakta olup oldukça küçük bir değere sahiptir (7).

### 3.3. Einstein Alan Denkleminin Bir Diğer Türetimi

İlk yöntemde  $G_{\mu\nu}$ 'nün metrik ve metriğin 1. ve 2. türevlerine bağlı bir tensör kullanmıştık. Şimdi ise,

$$\left( \frac{\partial x^\mu}{\partial \xi^\alpha_x(x)} \frac{\partial^3 \xi^\alpha_x(x)}{\partial x^\nu \partial x^\lambda \partial x^\rho} \right)_{x=X} \quad (89)$$

gibi metrik tensöre ve türevlerine bağlı olmayan daha genel bir tensör kullanalım burada  $\xi^\alpha_x(x)$  X noktasında bilindik harekettir ve böyle bir tensör aşağıdaki şekilde yazılır,

$$G_{\mu\nu} \cong \left( \frac{\partial \xi^\alpha_x(x)}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta_x(x)}{\partial x^\nu} G_{\alpha\beta}^x(x) \right)_{x=X} \quad (90)$$

Burada,  $G^x_{\alpha\beta}$  Lorentz kovaryansı ve simetrisi ile mümkün olan  $\xi_x$  koordinat sistemindeki metrik tensörün ikinci türevinin en genel lineer kombinasyonudur. Bu,

$$G_{\alpha\beta} = a_1 \square^2 g_{\alpha\beta} + a_2 \left( \frac{\partial^2 g_{\beta}{}^\gamma}{\partial \xi^\alpha \partial \xi^\beta} + \frac{\partial^2 g_{\alpha}{}^\gamma}{\partial \xi^\beta \partial \xi^\gamma} \right) + a_3 \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 g^{\gamma\delta}}{\partial \xi^\gamma \partial \xi^\delta} + b_1 \frac{\partial^2 g^\gamma{}_\gamma}{\partial \xi^\alpha \partial \xi^\beta} + b_2 \eta_{\alpha\beta} \square^2 g^\gamma{}_\gamma \quad (91)$$

şeklindedir. Burada,  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2$  boyutsuz keyfi sabit ve  $\square^2 \equiv \eta^{\alpha\beta} (\partial/\partial \varepsilon^\alpha)(\partial/\partial \varepsilon^\beta)$  şeklinde gösterilen d'Alembertiandır.  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2$  değerlerinin bilinmesiyle,  $G_{\mu\nu}$  denklem (85)'deki gibi farklı öğelere bağlı olur. Bununla beraber burada dikkate değer bir nokta vardır o da, enerji momentum korunumunun kullanımıyla ve görelili olmayan maddeler ile oluşan zayıf statik alan için Newton teorisinin ürünü olduğudur ve denklem (89)'daki oluşumların kaynağı olan bu ürünlerden ayrılarak Einstein teorisini elde ederiz.



Enerji ve momentum korunumunun gereksinimi olan zayıf alan da,  $\partial T^\alpha_\beta / \partial \xi^\alpha = 0$  temel korunum kuralının ürünüdür ve bu sebeple ihtiyaç duyulan alan denklemi  $G_{\alpha\beta} = -8\pi GT_{\alpha\beta}$  aşağıdaki denkleme ihtiyaç duyar. Denklem (91)'in önce  $G^\alpha_\beta$ 'sını oluşturup, sonra da buna  $\partial/\partial \xi^\alpha$  türevini uygulayarak, ihtiyaç duyulan denklemini oluşturmaya başlayalım. Denklem,

$$0 = \frac{\partial}{\partial \xi^\alpha} G^\alpha_\beta = (a_1 + a_2) \square^2 + \frac{\partial}{\partial \xi^\alpha} g^\alpha_\beta + (a_1 + a_2) \left( \frac{\partial}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial^2}{\partial \xi^\delta \partial \xi^\gamma} \right) + (b_1 + b_2) \frac{\partial}{\partial \xi^\beta} g^\gamma_\gamma \quad (92)$$

şeklinde olup; bu denklemin sağlanması için  $a_1 + a_2 = 0, a_2 + a_3 = 0, b_1 + b_2 = 0$  olmalıdır.

Böylece denklem;

$$G_{\alpha\beta} = a_1 \square^2 g_{\alpha\beta} + a_1 \left( -\frac{\partial^2 g_{\beta}^\gamma}{\partial \xi^\alpha \partial \xi^\gamma} - \frac{\partial^2 g_{\alpha}^\gamma}{\partial \xi^\beta \partial \xi^\gamma} + \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 g^{\gamma\delta}}{\partial \xi^\gamma \partial \xi^\delta} \right) + b_1 \frac{\partial^2 g^\gamma_\gamma}{\partial \xi^\alpha \partial \xi^\beta} - b_1 \eta_{\alpha\beta} \square^2 g^\gamma_\gamma \quad (93)$$

haline gelir.  $a_1$  ve  $b_1$ 'i belirlemek için de Newton limitine geçmemiz gerekir, Son olarakta zayıf statik alan için denklem (93),

$$G_{ii} + G_{00} = a_1 \nabla^2 (g_{ii} + g_{00}) - b_1 \nabla^2 (g_{ii} + g_{00}) \quad (94)$$

şeklini alır. Göreli olmayan bir sistem için,  $|T_{00}| \gg |T_{ij}|$  ve  $|G_{00}| \gg |G_{ij}|$  idi. Bu bağıntıların kullanılmasıyla ve  $G_{ii} = 8\pi GT_{ii}$ ,  $G_{00} = 8\pi GT_{00}$  bağıntılarının denklem (90)'da yerine yazılmasıyla oluşan yeni denklem;

$$(a_1 + b_1) \nabla^2 g_{00} + (a_1 - b_1) \nabla^2 g = -8\pi GT_{00} \quad (95)$$

şeklinde elde edilir. Denklem sağlanması için  $(a_1 + b_1) \nabla^2 g_{00} = -8\pi GT_{00}$  olması gereklidir ve Newton kuralında daha evvel bahsedildiği gibi bu limit gereği istenilen alan denklem  $\nabla^2 g_{00} = -8\pi GT_{00}$  olup, denklem (95)'deki alan denklemi,  $g_{00}$  yada  $g_{ii}$ 'den sadece birini içermek

zorundadır. Fakat denklemin sağında sadece 00'lı bir oluşum olduğundan  $a_1 = b_1 = \frac{1}{2}$  olması gerekir. Byölece denklem (95)'deki zayıf alan denklemi;

$$G_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \square^2 g_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 g^{\gamma\gamma}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi^\beta} - \frac{\partial^2 g_\alpha^\gamma}{\partial \xi^\beta \partial \xi^\gamma} - \frac{\partial^2 g_\beta^\gamma}{\partial \xi^\alpha \partial \xi^\gamma} \right) - \frac{1}{2} \eta_{\alpha\beta} g^{\gamma\gamma} + \frac{1}{2} \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 g^{\gamma\delta}}{\partial \xi^\gamma \partial \xi^\delta} \quad (96)$$

şeklinde elde edilir. Zayıf alan için Ricci tensörü,

$$R_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \square^2 g_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 g^{\gamma\gamma}}{\partial \xi^\alpha \partial \xi^\beta} - \frac{\partial^2 g_\alpha^\gamma}{\partial \xi^\beta \partial \xi^\gamma} - \frac{\partial^2 g_\beta^\gamma}{\partial \xi^\alpha \partial \xi^\gamma} \right) \quad (97)$$

şeklinde olup; alan denklemi

$$G_{\alpha\beta} = \left( R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} \eta_{\alpha\beta} R \right) = -8\pi G T_{\alpha\beta} \quad (98)$$

şeklindedir. Eşitlik prensibinden yararlanılırsa, genel bir alan için Einstein alan denklemi,

$$\left( R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \right) = -8\pi G T_{\mu\nu} \quad (99)$$

şeklinde oluşur ve bu denklem kovaryanttır. Ayrıca denklem (96) için koordinat sisteminin hareketini azaltır. Byölece metrik tensöre bağlı olmayan yeni nicelikler içeren denklemlerin kullanımıyla Einstein alan denkleminin farklı bir yoldan türetimini elde etmiş olduk (7).

### 3.5 Cauchy Problemi

$x^1, x^2, \dots, x^n$  değişkenleriyle ifade edilen  $n$  boyutlu bir uzayda  $n-1$  boyutlu bir  $(s)$  hiper uzayı verilsin ve  $x \in (s)$  noktasında  $(s)$  ye teğet olmayan bir  $\lambda$  yönü tekabül etsin, böyle durumda  $(s)$  yüzeyinin tek yada çift yanlı civarında

$$\sum_i^n \sum_j^n A_{ij}(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_i^n A_{i(x)} \frac{\partial u}{\partial x_i} + A_o(x)u = f(x) \quad (100)$$

şeklindeki kısmi türevli bir diferansiyel denklemin

$$[u]_s = \phi_o(x), \quad \left[ \frac{\partial u}{\partial \lambda} \right]_{(s)} = \phi_1(x) \quad (101)$$

şeklindeki Cauchy başlangıç şartları altındaki çözümünü bulmaya Cauchy problemini çözmek denir.  $\phi_o(x)$  ve  $\phi_1(x)$  fonksiyonlarının  $(s)$  hiperyüzeyi üzerinde tanımlanmış olduğu varsayılmaktadır ve bunlar Cauchy başlangıç değerleri olarak bilinmektedir. Bunların tanımlanmış olduğu yüzeyde Cauchy yüzeyi denilmektedir. Eğer Cauchy başlangıç şartları bilinirse istenilen fonksiyonun bütün kısmi değerlerinin Cauchy yüzeyindeki değerlerini bulabiliriz (16).

Cauchy'nin bilindik özdeğer probleminin uygulanmasıyla Einstein denkleminin matematiksel anlayışını elde edebiliriz.  $x^0 = t$  olan her yerde  $\partial g_{\mu\nu} / \partial x^0$  ve  $g_{\mu\nu}$  ile verildiğini düşünelim. Eğer  $x^0 = t$  olan her yerde  $\partial g_{\mu\nu} / \partial x^0$  için alan denkleminde bir formül çıkarabiliyorsak  $x^0 = t + \delta t$  zamanında  $\partial g_{\mu\nu} / \partial x^0$  ve  $g_{\mu\nu}$ 'yü hesaplayabiliriz. Ayrıca  $g_{\mu\nu}$ 'nün bu hesaplama yöntemini bütün  $x_i$  ve  $x_0$ 'lar için de uygulayabiliriz. Bu durum ilk bakışta mümkün görünür çünkü on tane ikinci türeve ihtiyaç var ve bilindik on tane alan denklemi var. Bianchi özdeşliği bize,

$$\frac{\partial}{\partial x^0} G^{\mu 0} \equiv -\frac{\partial}{\partial x^i} G^{\mu i} - \Gamma_{\nu\lambda}^{\mu} G^{\lambda\nu} - \Gamma_{\nu\lambda}^{\nu} G^{\mu\lambda} \quad (102)$$

olduğunu söyler, ne sağ taraf ne de sol taraf  $\partial^2/\partial(x_0)^2$  'den daha yüksek dereceden zamana bağlı türev içermez. Bu nedenle  $G^{\mu 0}$ ,  $\partial/\partial x^0$  'dan daha yüksek zamana bağlı türev içermez. Bu durumda şu anda bu dört denklemden gravitasyonun zaman evrimi hakkında birşey öğrenemeyiz.

$$G^{\mu 0} = -8\pi G T^{\mu 0} \quad (103)$$

Şeklindeki böyle denklemler daha evvel söylediğimiz  $x^0 = t$  'de  $g_{\mu\nu}$  ve  $\partial g_{\mu\nu}/\partial x^0$  'daki oluşumlar gibi düşünülürse, denklem (104)'deki gibi diğer altı denklem dinamiksel denklemler gibi olmak zorunda kalır.

$$G^{ij} = -8\pi G T^{ij} \quad (104)$$

On tane ikinci türev  $\partial^2 g_{\mu\nu}/\partial(x_0)^2$  için bu denklemler çözüldüğünde,  $x^0 = t$  değişmez noktasında  $\partial g_{\mu\nu}/\partial x^0$  ve  $g_{\mu\nu}$  'den ayrılabilen daima mümkün koordinat dönüşümü yapmaktan kurtulmayı ummamalıyız. Fakat diğer yerlerde  $g_{\mu\nu}$  için bunu yapabiliriz. Bulmayı istediğimiz denklem (104)'ü altı tane  $\partial^2 g^{ij}/\partial(x^0)^2$  'den bulabiliriz. Diğer dört denklem belirsizdir. Buradaki belirsizlik uygun koordinat sistemindeki dört koordinat şartıyla kaldırılır. Örneğin; genel göreliliğin sağladığı şartlar konusunda geçen harmonik koordinat şartlarını kabul edersek  $\sqrt{g} g^{\mu 0}$  'ın zamana bağlı ikinci türevi denklem (54)'ün zamana bağlılığının diferansiyel hesabıyla bulunabilir.

$$\frac{\partial^2}{\partial(x_0)^2} (\sqrt{g} g^{\mu 0}) = -\frac{\partial^2}{\partial x^0 \partial x^i} (\sqrt{g} g^{\mu i}) \quad (105)$$

Bu denklemler bütün  $g_{\mu\nu}$  'lerin zamana bağlı ikinci türevinin bulunmasında yararlıdır. Bu ilk önemli problem bu yolla çözülmesi için sadece denklem (103)'deki oluşuma ihtiyaç vardır. Einstein alan denklemlerinin uygun olup olmadığını, Bianchi özdeşliği ve enerji momentum

korunumu söyler, bu bize  $(G^{\mu\nu} + 8\pi GT^{\mu\nu})_{,v} = 0$ 'ı almamız gerektiğini söyler. Bunu  $x^0 = t$  noktasında alıp yeniden düzenlersek;

$$(G^{\mu 0} + 8\pi GT^{\mu 0})_{,0} = 0 \quad (106)$$

yada;

$$\frac{\partial^2}{\partial(x^0)^2}(G^{\mu\nu} + 8\pi GT^{\mu\nu}) = 0 \quad (107)$$

şeklinde olup;  $x^0 = t + dt$  içinde hesaplanan alan, denklem (99)'daki oluşuma otomatik olarak uygundur ve ilk önemli problemin bu yöntemle çözümü otomatik bilgisayarlar için programlanabilir (7).

#### 4. Gravitasyonel Dalgaların Algılanması

Bu alanın öncülerinden biri 1960'larda bu alanla ilgili çalışma yapan J.Weber'dir. J.Weber'in metodu, jeodezik sapma denklemiyle elde edilen gravitasyonel alan deneylerinin, görelî hızla hareket eden serbest parçacıklarına dayalıdır. J.Weber'in tekniği; herhangi bir gravitasyonel radyasyon nedeniyle büyük alüminyum silindirinde oluşan hataların ölçümlemlerini oluşturur. Çizgilerin duyarlılığının beklenen enerji de radyasyon algılanması için çok az olduğu düşünülüşğünden, galaksinin merkezinden çıkan radyasyonları algılama J.Weber'in iddiasını destekler. Böyle sinyaller muhtemelen insanlar, araçlar, uzay aracı gibi nesnelere çıkan ses de daha fazladır. Bununla beraber, burada analiz edilen sonuçlar endişe vericidir ve genel fikir gravitasyonel radyasyonların donanımlar yoluyla algılanamamasıdır. Bu nedenle Weber, bu çalışmayı anlamak için önemli bir deneysel alet hazırladı.

Şimdi, gravitasyonel radyasyonların kaynaklarını açıklamaya başlayalım. Thorne; bursts, periyodik ve stokastik adı altında üç tip radyasyon çeşidine ayrılır. Burstsların kaynaklarını, galaktik çekirdek, kuasarlar, küresel galaksi gruplarından nötron yıldızları ve karadelik arasındaki çarpışma, karadeliklerin oluşumu, diğer galaksilerle içinde bulunduğumuz galaksi de süpernovanın sekmesinin kendisi ve çöküşü oluşturur.

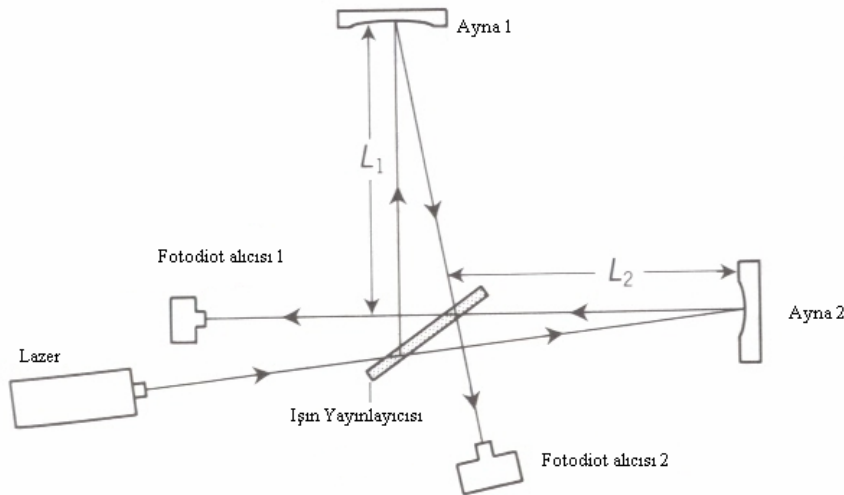
Periyodik kaynakları; ikili yıldız sistemi, bozulmuş yıldızların dönüşümü ve küçük beyaz dönüşümleri içerir. Stokastik kaynaklar ise sıcak Big Bang (büyük patlama), evrenin başlarında homojen olmayan I.I.I yıldız popülasyonu (galaksiden önce bu yıldızların oluşumu şekillenmiştir) şekillenen karadelikleri içerir

Gravitasyonel radyasyonların hakkında çok az bilinen modellerin detaylarına bağlılığından dolayı, çeşitli kaynaklardan alınan enerji ölçümlerini elde etmek aşırı derecede zordur. Buna ilaveten, bu ne tam nede yaklaşıklığı içeren cebirsel hesapları bulmak için mümkün değildir. Nümerik görelilik için burada büyük bir rol vardır. Bu, bilgisayarların kullanımı sayesinde daha evvel Einstein alan denklemlerinde bahsedilen alanı ifade etmektedir. Örneğin; nümerik şifreler, düşen bir yıldızın gravitasyonel dalgalarının içindeki kütesinin  $\frac{0}{0}$  1 veya  $\frac{0}{0}$  2'sini yayan öneriyi oluşturmaktadır.

Şu ana kadar Weber çizgisi, lazer İnterferometresi ve uzay aracı yolu gibi üç çeşit algılanma önerilmiştir. Çizgi dedektörleri, kesinlikle dar şerit halindedir ve bu, özel frekanslar için dalgalanmayı ayarlar. Lazer sistemleri ise geniş şerit halinde olup, büyüklüğün düzeninin

geniş aralıktaki frekanslarını yönetir. Bu dalganın  $h(t)$  zaman yapısının detaylarına bağlılığıyla çalışılır. Çizgiler; alüminyum, silikon ve niobium içeren metaryellerin sayısının oluşumudur ve 2K veya daha az sıcaklıkta dondurulmuş olup, çeşitli ses kaynaklarından ayrılmıştır.

Frekanslar, mekanik ve elektriksel güç dönüştürücü aletler yardımıyla ölçülür. Önceki çizgiler oda sıcaklığında,  $\nu \cong 10^3$  değeri için  $h \cong 10^{-16}$  r.m.s ses seviyesinde elde edildi.



Şekil 4.1 interferometre aletinin şekli.

Şekil 4.1 lazer İnterferometresinin temel şeklini göstermektedir. 1972’de ilk örnek sistem,  $\nu \cong 1-10kHz$  için  $h \cong 10^{-14}$  r.m.s duyarlılığında çalışıldı. Dedektörlerin bu türleri:

$$h = \frac{\Delta(L_1 - L_2)}{L_1} \quad (108)$$

şeklinde gösterilen hassaslıktan dolayı oldukça gelecek vaat edicidir. Burada,  $\Delta$  gravitasyonel dalgayla değişir. Bu nedenle bu duyarlılık aletlerde farklı bir değişikliğe neden olmaksızın kolların yükselişiyile hızlı bir şekilde düzelir. Ses azaltıcı bir çok yöntemler vardır. Bunlar farklı genişlikte tasarlanır. Örneğin bazıları ışığın çoklu sıçrayışını içerir. Bazıları ise, görsel olarak yansımada kullanılmaktadır.  $\nu \leq 1Hz$  gibi düşük frekanslarda gürültüden dolayı dünyada dedektör kullanmak imkansızdır. Tek çözüm yalnızca uzayda dedektör kullanmaktır.

İkili pulsars (atarca yıldız), PSR 1913+16 gravitasyonel radyasyonların doğrudan elde edilmesini göstermektedir. Bu  $\tau$  periyodunda bir azalışa neden olan gravitasyonel radyasyonların yayılımının bir dönüşümü olarak düşünülmektedir. Genel görelilik de  $\tau = -2,4 \times 10^{-12}$  değerinde olduğu düşünülmektedir.

Kısaca dedektörler yardımıyla gravitasyonel radyasyonların doğrudan gözlenimi açıkça net değildir. Bununla beraber bütün bu olaylar radyo, ultra viyole, x-ışınları,  $\gamma$ -ışınlarının gözlenmesi gibi olabilir. Bu ilerlemeler doğrultusunda yakında evrenin yeni olguları üzerine bir pencere açılacağı beklenmektedir (17).



## 5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Çoğu bilim adamı, tıpkı okyanusta hareket eden bir geminin suda neden olduğu dalgalanma gibi gravitasyonel dalgaları da, uzay-zamanda oluşan bir dalgalanma olarak tanımlar. Yıldız gibi hareket eden kütleli cisimler ve karadeliğler uzay-zaman dokusunda gravitasyonel dalgalara neden olurlar. Burada cisimlerin kütlelerinin büyüklüğü ve cisimlerin hareket ederken sahip oldukları hızlarının büyüklüğü dalgalanmanın boyutunu etkilemektedir. Yani kütle ne kadar büyük olursa ve cismin hareketi ne kadar hızlı olursa, dalgalanmada o kadar büyük olmaktadır.

Gravitasyonel dalgalar genellikle iki veya daha fazla satıda küçük kütleler arasındaki etkileşimi oluşturur. Böyle etkileşimler, iki karadeliğin veya galaksilerin birleştirilmiş yörüngesini içermektedir. Karadelik, yıldız veya galaksilerin yörüngesi olduğundan bunlar dünyaya gravitasyonel radyasyon dalgaları gönderir. Bununla beraber su dalgalarına benzer bu dalgalar, önce dünyaya ulaşır. Bu kaynağından çıktığı için de kuvvette bir azalışa neden olur ve dalgalar zayıflar. Buna rağmen zayıflayan bu dalgalar uzay-zamanın içinde belli belirsiz hareket eder ve bu bilgi, bize dalgaların dünyaya nasıl ulaştığı hakkında bilgi verir. Gravitasyonel dalgalar dünyaya ulaştığında çok zayıf olduğundan bilim adamları, uzay-zamanda meydana gelen çok küçük değişimleri yeterince algılayan hassas aletler kullanmak zorunda kalırlar.

İnterferometre, gök bilimcilerinin uzay-zamanda kullandığı çok küçük gerginliği gösteren bir tekniktir. Bu teknik için birbirinden yeterince uzakta olan test kütlelerine ihtiyaç vardır ve bu kütleler gravitasyonel dalgaların geçişinden dolayı hareket eder. Kütleler arasındaki uzaklıkta değişimlere neden olarak uzaklığın artışına ve azalışına neden olur. Lazerler yardımıyla da bu test kütleleri arasındaki ölçüm yapılabilir. Kütlelerin uzaklığındaki değişim nedeniyle uzay-zaman gerilir ve lazerler yardımıyla da uzaklıktaki bu değişimleri kayderek dalgaların geçişi hakkında bilgiye sahip olunur. Kütleler arasındaki uzaklık büyük ise daha hassas lazerler yardımıyla daha küçük değişimler öğrenilebilir. Bu işlemler sırasında kullanılan bir çok detektör vardır ve bunlar; LISA (USA), VIRGO (İTALYA), GEO (ALMANYA) TAMA (JAPONYA) dadır.

Gravitasyonel dalgaları ayırmak için dalga şekillenimini oluşturan bir modele ihtiyaç vardır. Bu nedenle bilim adamları gravitasyonel dalgaların bilgisayarlı bir modelini oluşturmaya çalışmaktadırlar. Gravitasyonel dalgaların elde edilimi bir çok fizikçi ve gök bilimci için temel fizik kurallarının açıklanmasını sağlayacaktır. Böylelikle yıldızların ölümü gibi bazı dinamik olaylar ve karadeliğlerin oluşum nedeni anlaşılacaktır. Bilim adamları gravitasyonel dalgaları

uzay-zaman ile elde ederlerse Bing Bang den sonra ikinci bir önemli gelişme olan evrenin geleceği ve evrenin başlangıcı hakkında bilgiye sahip olarak evreni anlamamızı sağlayacaklardır.

Şimdi de farklı bir konu olan büyük birleşim teorisine değinelim. İlk bakışta bilindik dört temel kuvvetin birbirinden bağımsız olduğu akla gelir, ama maddenin derinliklerine inildikçe bunların arasındaki ayrımın sadece biçimsel olduğu görülür. Buna göre bu dört kuvveti tek bir kuvvet altında birleştirmeyi düşünebiliriz. Elektro-zayıf etkileşimlerin birleştirilmesinin başarısıyla, güçlü, zayıf ve elektromagnetik etkileşimlerin büyük birleşim teorisi adı altında toplanıp toplanamayacağı doğal olarak akla gelir. Elektro-zayıf kuvvetlere kıyasla güçlü etkileşimlerin şu anda ulaşılan enerjisi bu durumu imkansız hale getirmektedir.

Gravitasyonel kuvvet diğer üç kuvvetten farklı olarak uzay ve uzay-zamanın özelliğini taşımasından dolayı, kuantum fiziğiyle birleşmez. Bununla beraber gravitasyonel kuvvet parçacıkların kütlelerine etki etmekte olup, diğer üç kuvvet yüke etki etmektedir. Gravitasyonun bu özelliğinden dolayı (kütlenin enerjiye bağlılığı), yüksek enerji açığa çıkar. Bunu bir örnekle kısaca açıklayalım: m kütleli bir parçacığımız olsun ve bunu bulunduğu hacimli yerden daha küçük hacimli bir yere bırakmaya çalışırsak, kuantum mekaniğine göre daha çok hareket olacak ve kinetik enerji de artacaktır. Bunun içindir ki; kısa mesafede daha büyük kütle oluşur ve daha yüksek enerji meydana gelir. Bu nedenle gravitasyonel kuvvetin etkisi diğer kuvvetlere nazaran daha yavaş artar. Bu kütleler  $10^{-33}$  cm boyutuna indirildiğinde  $10^{19}$  proton kütlesi olan 22 mikrogramlık Planck kütlelerine eşdeğer olur. Bu mesafedeki parçacığın kuantum düzensizliği parçacığa öyle bir enerji sağlar ki, parçacığın kütlesi Planck kütlelerine eşdeğer olur ve bunun sonucunda gravitasyonel kuvvetin etkileri diğer üç kuvvetin etkilerini geçerek daha güçlü hale gelir. Böylece Planck mesafesine ne kadar çok yaklaşmaya çalışırsak, bununla doğru orantılı olarak uzay ve zaman eğriliği de o kadar artar. Bu durumda eğrilik fazla olmadığı sürece, kuantum mekaniği uygulanabilir hale gelerek, gravitasyonel kuvveti kuantize eden teoremin oluşmasını sağlar. Bu kütlesi sıfır olan ve graviton denilen temel bir parçacığın varlığını gösterir. Aynı şekilde bu durum, tüm kütlelerini kaybederek Planck boyutlarına inen bir karadeliğe de öngörür. Çünkü bir karadeliğe parçacık yayınladıkça, kütlesi azalmakta, büyüklüğü azaldıkça da ışınım şiddeti çok hızlı şekilde artmaktadır.

Sonuç olarak; evrenin başlangıçta bulunduğu durum, gravitasyonel alan denklemlerine ilişkin anlatılan özelliklerden yararlanılarak incelenebilmektedir. Bunun yanı sıra, evreni oluşturan cisimlerden yayıldığı varsayılan gravitasyonel dalgaların algılanabilmesi için gerçekleştirilen

deneysel dzenekler (konuya ilişkin tm çalışmalar) hem gravitasyonel alan denklemlerinin doğruluğunu onaylayacaktır, hem de diğer pahalı teknolojik araçlar gerektiren deneylerde olduğu gibi, kendi amacına ulaşmasa bile insanlığın kalkınmasına dolaylı katkıda bulunacaktır.

## ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1 Kütleli bir cisim neden olduğu uzay-zamanda neden olduğu bozulum

Şekil 1.2 Merkürün yörüngesinin tanımlanan şekli.

Şekil 2.1 Gravitasyonel kuvvet,gezegenlerin güneşin etrafında yörüngelerde düşmeden hareket etmelerini sağlar.

Şekil 3.1 Enerji-momentum tensörünün oluşumu.

Şekil 4.1 interferometre aletinin şekli.

## KAYNAKÇA

- (1). Einstein, A. (1961). *Relativity: The Special and General Theory*. New York: Crown.
- (2). Ohanian, Hans C.; Ruffini, Remo (1994). *Gravitation and Spacetime*. New York: W. W. Norton.
- (3). Wald, Robert M. (1984). *General Relativity*. Chicago: University of Chicago Press.
- (4). Misner, Charles; Thorne, Kip S. & Wheeler, John Archibald (1973). *Gravitation*. San Francisco: W. H. Freeman.
- (5). The Foundation of the General Theory of Relativity, A. Einstein originally published in *Annalen der Physics* (1916)
- (6). A. Robert J.Beichner. (2000) *Serway, For Scientist and Engineers with Modern Physics.*, Raymond. Saunders College Publishing.
- (7). Weinberg, S. (1972). *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of The General Theory of Relativity*. John Wiley&Sons.
- (8). ANONYMUS
- (9). Halliday, David; Robert Resnick; Kenneth S. Krane. (2001), *Physics v. 1*. New York: John Wiley & Sons.
- (10). Abdel-Rahman, A.M.M.(1990), *Gen. Rel. Grav.*,22,665;Bermann, M.S.(1991) *Gen. Rel. Grav.*,23,465, Abdussattar and Vishwakarma, R.G.(1997), *Class. Quant.Grav.*,14,945, Belinchon, J.A., *Physics/9812007*
- (11). Arbab, I.A.(1997) *Gen. Rel. Grav.*,29,61; Sing, T. and Beesham, A.,(2000), 32,607;
- (12). Beesham, A.(1994), *Gen. Rel. Grav.*, 26,158
- (13). Kalligas, D., Wesson, P.S.,and Everitt,C.V.F.(1995), *Gen. Rel. Grav.*,27,645
- (14). Arbab, I.Arbab(1998), *Gen. Rel. Grav.*,30,1401
- (15). Beesham, A.,Ghost, S.G. and Lombart, R.G. (2000), *Gen. Rel. Grav.*,32,471

- (16).Yüksel Özemre, A (1982) Gravitasyonun Rölativist Teorileri., İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi.
- (17). d'Inverno Ray. (1992) introducing Einstein's Relativity., Clarendon Presss, Oxford.

## ÖZGEÇMİŞ

1980 yılında İskenderun'da doğdum. İlk öğrenimimi Diyarbakır'da İskenderpaşa ilk okulunda, orta öğrenimimi Diyarbakır'da Ali Emiri orta okulunda ve lise öğrenimimi Diyarbakır'da Ziya Gökalp lisesinde tamamladım. 1998 yılında girdiğim ÖSS ve ÖYS sınavı sonucunda Dicle Üniversitesi Fen Edebiyat Fizik bölümünü kazandım ve bölümü birincilikle bitirdim. 2002'nin eylül ayında aynı Üniversitede Yüksek Lisans yapmaya hak kazandım.