T.C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EINSTEIN-MAXWELL-DİLATON-AKSİYON KURAMI VE MUTLAK PARALELİZM

Murat KORUNUR

DOKTORA TEZİ

FİZİK ANABİLİM DALI

DİYARBAKIR
NİSAN 2010

T.C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EINSTEIN-MAXWELL-DİLATON-AKSİYON KURAMI VE MUTLAK PARALELİZM

Murat KORUNUR

DOKTORA TEZİ

DANIŞMAN:Prof. Dr. İrfan AÇIKGÖZ

FİZİK ANABİLİM DALI

DİYARBAKIR
NİSAN 2010

T.C

DİCLE ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ

DİYARBAKIR

Murat KORUNUR tarafından yapılan "Einstein-Maxwell-Dilaton-Aksiyon Kuramı ve Mutlak Paralelizm" konulu bu çalışma, jürimiz tarafından FİZİK Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir

Jüri Üyesinin

	Ünvanı	Adı Soyadı
Başkan:	Prof. Dr.	İrfan AÇIKGÖZ
Üye :	Prof. Dr.	Gülsen ÖNENGÜT
Üye :	Prof. Dr.	Sezai OĞRAŞ
Üye :	Yrd. Doç Dr.	F. Figen BİNBAY
Üye :	Yrd. Doç. Dr.	Nurettin PİRİNÇÇİOĞLU

Tez Savunma Sınavı Tarihi: 02/04/2010

Yukarıdaki bilgilerin doğruluğunu onaylarım.

.../...../2010

Prof. Dr. Hamdi TEMEL

ENSTİTÜ MÜDÜRÜ

ÖZ

Bu tezde, Einstein-Maxwell-Dilaton-Aksiyon (EMDA) kuramı için kartezyen ve küresel koordinatlarda seçilen bazı evren modellerinin enerjileri ve/veya enerji-momentum yoğunlukları çeşitli gösterimler kullanılarak hesaplanmıştır. Ayrıca bu evren modelleri için aksiyal vektör burulmaları da hesaplanmıştır.

Birinci bölümde giriş yapılmıştır. Kaynak araştırması kısmında mutlak paralelizm için bazı evren modellerinden elde edilen enerji ve/veya enerji yoğunlukları tarihsel bir akış içerisinde irdelenmiştir. Materyal ve metot kısmında kartezyen ve küresel koordinatlarda enerji ve/veya enerji yoğunluklarının nasıl hesaplandığı literatür temel alınarak verilmiştir. Bulgular ve tartışma kısmında ilk olarak homojen olmayan Einstein-Maxwell-Dilaton Aksiyon kuramı için enerji ve momentum yoğunlukları kartezyen koordinatlarda; Einstein, Bergman-Thomson ve Landau-Liftshitz gösterimleri kullanılarak, hesaplanmıştır. Sonrasında ise küresel koordinatlarda Einstein-Maxwell-Dilaton-Aksiyon kuramında yüklü kara delik modelleri için enerji, Moller gösterimi kullanılarak bazı özel durumlar için hesaplanmıştır. Son olarak, sonuç ve öneriler kısmında, bulunan sonuçlar irdelenmiş, konunun güncelliği ve yeni yapılacak çalışmalara nasıl ışık tutacağı belirtilmiştir.

ABSTRACT

In this thesis, using some prescriptions in cartesian and spherical coordinates, energy and energy-momentum density of some chosen universe models are calculated for the Einstein-Maxwell-Dilaton-Axion (EMDA) theory. Furthermore, axial vector torsions are also calculated for these universe models.

The first section is the introduction. In the section of literature research, the energy densities obtained from some universe models for he absolute parallelism are examined in chronological order. In the material and method section, the calculation of the energy-momentum density in the cartesian and spherical coordinates is given based on literature. In the calculations and dicussion section, first the energy-momentum distribution is calculated in the cartesian coordinates by using Einstein, Bergman Thomson ve Landau-Liftshitz prescriptions for inhomogeneous Einstein-Maxwell-Dilaton Axion theory. Then, in the spherical coordinates, the energy-momentum distribution is calculated for special cases using Moller prescriptions for charged black holes. Finally, in the section of results and suggestions, the results obtained are examined and the present importance of the subject, and the question of how its puts a light on the foregoing studies are discussed.

TEŞEKKÜR

Doktora çalışmam süresince benden her türlü desteğini esirgemeyen danışmanım ve değerli hocam Sayın Prof. Dr. İrfan Açıkgöz'e, bilgi ve önerilerinden yararlandığım Prof. Dr. G. L. Nashed'e ve manevi desteğini benden hiçbir zaman esirgemeyen eşim Sibel'e teşekkür ederim.

Bu tez DÜBAP 07-02-17 nolu proje ile desteklenmiştir.

İÇİNDEKİLER

1. GİRİŞ

Kütle çekim ve elektromanyetizmayı birleştirmek için ilk girişim Weyl tarafından 1915 yılında yapılmıştır[1]. Bu girişim başarılı olmamasına rağmen günümüzde ayar kuramları olarak bilinen ayar dönüşümleri ve ayar değişmezliği notasyonlarının kullanılması için bir ilk oluşturmuştur. Bu konudaki ikinci girişim ise Einstein tarafından mutlak paralelizm veya teleparalelizm tanımı ve matematiksel yapısı kullanılarak yaklaşık 10 yıl sonra gerçekleştirilmiştir. Tetrat alanlarına giriş yapılmasının esas nedeni, alanların 4 boyutlu uzay-zamanın her noktasındaki tanjant uzaylarıyla ortonormal bazlar oluşturmasıdır. Ancak tetratları belirlemek için onaltı bileşen gerekmektedir, oysa kütle çekim alanı için bu sayı sadece ondur[2]. Bu iki girişim kütle çekim ve elektromanyetizmayı birleştirmek için başarılı olmasa da günümüzde bazı kavramların anlaşılması için dayanak oluşturmuştur.

Einstein ve Weyl birleşme kuramıyla ilgili karşıt görüşlere sahiptiler. Bu durum, birbirlerine yazdıkları mektuplardan da anlaşılmaktadır: Einstein'in[3]: *"Fikrinizin o kadar güzel olmasına rağmen, samimi bir şekilde ifade etmem gerekirse, düşünceme göre bu kuram doğaya karşılık gelmesi mümkün olmayan bir kuramdır."* Sözlerine karşılık Weyl[3] ise : *" İlk olarak, matematiksel sezgilerim böyle yapay geometrileri kabul etmeye karşı çıkmaktadır; kuvvetin farklı noktalardaki yerel tetratları koruyacağını ve konumlarını döndüreceğini anlamanın zor olduğunu buldum."* şeklinde bir ifadeyle cevap vermiştir. Bu girişimlerin ardından, teleparalel kuramın elektromanyetizma ile kütle çekimi kuramlarını birleştirebileceği düşüncesi E. Cartan ve R. Weitzenböck ile devam eden otuz yıl boyunca artarak sürmüştür. Altmışlı yıllarda Moller[4] Einstein'in özgün düşüncesini tekrar gözden geçirdi. Ancak Moller çalışmasını kütleçekimi için ayar kuramlarını kullanarak yaptı. Bu çalışmanın akabinde Pellegrini ve Palebanski[5] teleparalel kuram için Lagranjiyan formülasyonunu buldular ve Moller bu problemi sonrasında geliştirdi[6]. 1967 yılında Hayashi ve Nakano[7], daha sonra Hayashi[8] tarafından geliştirilen, geçiş grupları için ayar kuramını formülize ettiler. Birkaç yıl sonra Hayashi[9], bu kuram ile teleparalel kuram arasındaki bağlantıyı vurguladı ve 1979 yılında Hayashi ve Shirafuji[10] tarafından yapılan bu iki gelişmeyi birleştirmek için girişimde bulundu. Bu yaklaşıma göre genel görelilik teleparalel kuram ile desteklenmeliydi. Bu kuram, "yeni genel görelilik" olarak söylenmeye başlandı. Bu kuram genel göreliliğin içine burulmayı ekleyebildiğimiz, Einstein-Cartan-Scima-Kibble yaklaşımına alternatif bir kuram olarak da düşünülmektedir.

Teleparalel gravite genellikle, metrik-affine ayar kuramı örneğindeki gibi daha genel gravite kuramlarının özel bir durumu olarak göz önüne alınmaktadır[11]. Bu bakış açısına göre teleparalel kuram, burulmanın kütle çekimsel etkileşmelere katkısını, genel durumda ise metriksizlik ve eğrilik örneğindeki gibi diğer geometrik büyüklüklerin katkısını da içeren durumu temsil etmektedir[12]. Bilindiği gibi serbest parametrelerin özel seçimi teleparalel kuram ile Einstein'in genel görelilik kuramını eşdeğer kılar. Genellikle buna "genel göreliliğin teleparalel eşdeğerliliği" denir.

Genel göreliliğin ve mutlak paralelizmin kütle-çekim kuramında, enerji ve/veya momentum dağılımı eskiye dayalı ve oldukça ilgi çekici bir problemdir. Genel göreliliğin teleparalel(mutlak paralelizm) eşdeğerliliği için eğrilik ve burulma sağlanmalıdır. Ayrıca, her birinin kütle çekimsel bir eşdeğer tanımlı olması gerekmektedir. Genel göreliliğe göre eğrilik, kütle çekimsel etkileşmeleri geometrize etmek için kullanılmaktadır ve dolayısıyla kütle çekimsel kuvvet bu tanımlamaya girmemektedir. Diğer taraftan, mutlak paralelizm kütle çekimini burulmaya bağlar, fakat bu durumda kütle çekimi geometrik etkileşme yerine kuvvet olarak tanımlanır. Bunun anlamı şudur: genel göreliliğin mutlak paralelizm eşdeğerliliğinde jeodezik yoktur, fakat kuvvet denklemleri elektrodinamikteki Lorentz kuvveti denklemine benzerlik göstermektedir. Buradan yola çıkarak, genel görelilik kuramında yapıldığı gibi kütle çekimsel etkileşmeler, eğriliğin alternatif koşulları şeklinde veya mutlak paralelizm olarak tanımlanan kuramda, burulmanın alternatif koşulları şeklinde tanımlanabilir. Mutlak paralelizmin önemli bir noktası da geçiş grubu için bir ayar kuramı olarak anlaşılmasıdır.

Kütle çekim için eşdeğer iki tanımlama yapılmasının sebebi, sıklıkla evrensellik adı verilen kütle çekiminin oldukça tuhaf bir özelliğiyle ilişkilidir. Olayı daha da açmak gerekirse, doğadaki herhangi diğer etkileşmeler gibi kütle çekimi, ayar kuramı çerçevesindeki bir tanımlama olarak sunulur. Gerçekte mutlak paralelizm, burulmanın kuvvet olarak rol aldığı geçiş grubu için bir ayar kuramı olarak bilinir. Diğer yandan, evrensellik ilkesi, doğadaki tüm parçacıkların aynı kütle çekimini hissettiği anlamına gelir. Başka bir deyişle, farklı kütlelere sahip cisimler kütle çekimini hissedecek ve hepsi aynı ivmeye sahip olacaktır. Bu özelliğin sonucu olarak, kütle çekimi bir kuvvet olarak değil de uzay-zamanın bir deformasyonu olarak karşımıza çıkar. Sadece tek bir etkileşmenin uzay-zamanın geometrizasyonuyla tanımlanabilen evrensellik özelliğini sunduğunu fark etmek epey önemlidir. Ayrıca, kütle çekiminin sadece evrensellik özelliğiyle temsil edilen bir etkileşme olmasından dolayı iki alternatif gösterim vardır. Dahası, tarihsel nedenlerden dolayı genel görelilik ile sağlanan metrik tanımlaması, mutlak paralelizm kuramının ayar tanımlanmasından önce keşfedilmiştir.

Yapılan bu çalışmada, Einstein-Maxwell-Dilaton-Aksiyon (EMDA) kuramı için kartezyen ve küresel koordinatlarda seçilen bazı evren modellerinin enerjileri ve/veya enerji-momentum yoğunlukları çeşitli gösterimler kullanılarak hesaplanmıştır. Çalışmanın bu kısmında giriş yapılmıştır. Kaynak araştırması kısmında mutlak paralelizm için bazı evren modellerinin elde edilen enerji ve/veya enerji yoğunlukları tarihsel bir akış içerisinde irdelenmiş ve konunun oldukça ilgi çekici ve güncel olduğu çeşitli örneklerle sergilenmiştir. Materyal ve metot kısmında kartezyen ve küresel koordinatlarda enerji ve/veya enerji yoğunluklarının nasıl hesaplandığı literatür temel alınarak verilmiştir. Bulgular ve tartışma kısmında birinci kesiminde homojen olmayan Einstein-Maxwell-Dilaton Aksiyon kuramı için enerji ve momentum yoğunlukları kartezyen koordinatlarda; Einstein, Bergman Thomson ve Landau-Liftshitz gösterimleri kullanılarak, hesaplanmıştır. Adı geçen bölümün ikinci kesiminde ise küresel koordinatlarda Einstein-Maxwell-Dilaton Aksiyon kuramında yüklü kara delik modelleri için enerji, Moller gösterimi kullanılarak çeşitli alt durumlar göze alınarak hesaplanmıştır. Son olarak, sonuç ve öneriler kısmında, bulunan sonuçlar irdelenmiş ve mutlak paralelizm kuramının geçerliliği gösterilerek, konunun güncelliği ve yeni yapılacak çalışmalara nasıl ışık tutacağı belirtilmiştir.

KAYNAKLAR

1. O'Raifeartaigh L., *The Dawning of Gauge Theory,* Princeton University Press, Princeton, 1998.
2. Sauer T., *Field equations in teleparallel spacetime: Einstein's 'Fernparallelismus' approach towards unified field theory*, Einstein's Papers Project, 2004.
3. L. O'Raifeartaigh and N. Straumann, Rev. Mod. Phys. **2000** 72, 1.
4. Møller C., K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Skr. **1961**, 10, 1.
5. Pellegrini C. ve Plebanski J., K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Skr. **1962**, 2, 2.
6. Moller C.,K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Skr. **1978**, 13, 89.
7. Hayashi K ve Nakano K., Prog. Theor. Phys. **1967**, 38, 491.
8. Hayashi K, Nuovo Cimento A **1973**, 16, 639.
9. Hayashi K, Phys. Lett. B **1977**, 69, 441.
10. Hayashi K. ve Shirafuji T., Phys. Rev. D **1979** 19, 3524.
11. Hehl F. W., McCrea J. D., Mielke E. W. ve Ne'eman Y., Phys. Rep. 1995, 258, 1.
12. Aldrovandi R. ve Pereira J. G., *Introduction to Teleparallel Gravity*, Instituto de Fisica Teorica, Brazil, 2005.

2. KAYNAK ARAŞTIRMALARI

1928 yılında Einstein tarafından öne sürülen mutlak paralelizm kuramının elektromanyetizma ile kütle çekimini birleştireceği düşüncesi yoğun olarak 1960'lı yılların başından itibaren birçok fizikçi tarafından kabul edilerek bu alandaki çalışmalara konu olmuştur. İlk olarak Møller 1958 ve 1961 yılında *Ann. Phys.* dergisinde yayımlanan çalışmalarında, genel görelilikteki tekilliklerden kurtulmak ve enerji momentum için genel bir tanım bulmak amacıyla Riemann uzayı kullanılarak herkesin kabul edebileceği bir enerji-momentum tanımının yapılamayacağını söyleyerek, bunun yerine teleparaleli (tedrat kuramı) kullanarak yeni bir tanım vermiştir[1,2]. Pellegrini ve Palebanski (K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Skr. 1962) teleparalel kuram için Lagranjiyan formülasyonunu buldular[3] ve Møller bu problemi sonrasında geliştirdi[4]. 1967 yılında Hayashi ve Nakano[5], daha sonra Hayashi[6] tarafından geliştirilen, geçiş grupları için ayar kuramını formülize ettiler. Birkaç yıl sonra Hayashi[7] çalışmasında bu kuram ve teleparalel kuram arasındaki bağlantıyı vurguladı ve 1979 yılında Hayashi ve Shirafuji[8] tarafında yapılan bu iki geliştirmeyi birleştirmek için girişimde bulundu. Bu yaklaşıma göre genel görelilik teleparalel kuram ile desteklenmeliydi. Bu kuram "yeni genel görelilik" olarak söylenmeye başlandı. Bu kuram genel göreliliğin içine burulmayı ekleyebildiğimiz, Einstein-Cartan-Scima-Kibble yaklaşımına alternatif bir kuram olarak da düşünülmektedir.

Yakın geçmişte mutlak paralelizm kuramında, Møller enerji-momentum gösterimi için Mikail ve arkadaşları yaptığı çalışmada süper potansiyel yöntemi kullanılmıştır[9]. Bu çalışmada küresel simetri durumunda Møller'in alan denklemleri çözülmüştür. Ele alınan çözümler kartezyen koordinatlarda,

$$ds^2 = -\frac{(1-m/2r)^2}{(1+m/2r)^2}dt^2 + (1+m/2r)^4(dX^2 + dY^2 + dZ^2) \tag{2.1}$$

biçiminde metrik kullanılarak iki farklı durum için Freud süper potansiyelleri sırasıyla;

$$U_0^{\ 0a} = \frac{4X^a}{\kappa r^2}\frac{m}{2r}(1 - m/2r) \tag{2.2}$$

$$U_0^{\ 0a} = \frac{8X^a}{\kappa r^2}\frac{m}{2r} \tag{2.3}$$

ve toplam enerjiler de,

$$E = \frac{8\pi m}{\kappa} = m \tag{2.4}$$

$$E = 2m \tag{2.5}$$

şeklinde elde edilmiştir. Enerjinin kütle ile orantılı olması beklenen bir sonuçtur.

Shirafuji ve arkadaşları 1996 yılında Møllerin süper potansiyel yöntemini kullanarak en genel küresel simetrik çözümün bazı özel durumları için kütle çekimin tetrat kuramında enerjiyi hesaplamıştır[10]. Yapılan hesaplar sonucunda enerjinin kütle çekimsel kütleye eşit olduğu bulunmuştur. Ertesi yıl yine Shirafuji ve arkadaşları tarafından genel göreliliğin tetrat kuramında, dört tane bilinmeyen parametre içeren burulmadaki kuadratik Lagranjiyandan başlayarak yalıtılmış bir sistem için enerji ve momentum çalışılmıştır[11]. Durağan küresel simetrik durumda enerjinin yine kütle çekimsel kütleye eşit olduğu gösterilmiştir.

1998 yılında Maluf tarafından kütle çekimsel enerji ile yakın ilişkili Sparling iki-form ve genel göreliliğin mutlak paralelizm eşdeğeri ifadeleri arasında bir ilişki oluşturularak enerjinin kütle çekimsel kütleye orantılı olduğu gösterilmiştir[12]. Maluf, çalışmasında uzay-benzeri hiper yüzeyleri betimleyen

$$ds^2 = \left(1 + \frac{m}{2r}\right)^4 \left(dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\phi^2\right) \tag{2.6}$$

metriği kullanarak toplam enerjinin beklenildiği üzere

$$E = \frac{1}{8\pi}\int d\theta d\phi \sin\theta 2m = m \tag{2.7}$$

kütle ile orantılı olduğunu bulmuştur.

Andrade ve arkadaşları[13] beş boyutta Kaluza-Klein kuramının teleparalel eşdeğerini elde etmişlerdir. Sonrasında çevrimsel grup için ayar kuramı kullanılarak, Andrade ve arkadaşları tarafından kütle çekimsel alan için korunumlu enerji-momentum ayar akımı elde edilmiştir[14]. Ayar kütle çekimsel alan denklemlerinin uzay zaman formunda yazılmasıyla Einstein denklemlerinin mutlak paralelizm eşdeğeri haline getirilerek, ayar akımı kütle çekimsel alanının, Møller'in kanonik enerji-momentum yoğunluğuna indirgendiği gösterilmiştir.

Pereira ve arkadaşları tarafından 2001 yılında yapılan çalışmada, genel göreliliğin mutlak paralelizm kuramını kullanarak durgun eksenel simetrik Kerr uzay-zamanı için tetrat ve burulma alanları elde edilmiştir[15]. Bu çalışmada öncelikle teleparalel Schwarzchild çözümü yapılmıştır. Schwarzchild koordinat sisteminde çizgi elemanı,

$$ds^2 = g_{00}dt^2 + g_{11}dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta d\phi^2 \tag{2.8}$$

alınarak (burada $g_{00} = -g_{11}{}^{-1} = 1 - \frac{2GM}{r}$ şeklindedir) aksiyal vektör burulmalarının sıfıra eşit olduğu

$$A^{\mu} = 0 \tag{2.9}$$

ve vektör parçasının da

$$V_1 = -[\ln(g_{00})]_{,r} - \frac{2(1-\sqrt{-g_{11}})}{r} \tag{2.10}$$

olduğu hesaplanmıştır. Çizgi elemanı

$$ds^2 = g_{00}dt^2 + g_{11}dr^2 + g_{22}d\theta^2 + g_{33}d\phi^2 + 2g_{03}d\phi dt \tag{2.11}$$

biçiminde verilen Kerr uzay zamanı için teleparalel aksiyal vektör burulmaları:

$$A^{(1)} \times (6h) = -2\left(g_{00}T^0{}_{23} + g_{03}T^3{}_{23}\right) \tag{2.12}$$

$$A^{(2)} \times (6h) = -2\left[g_{00}T^0{}_{13} + g_{03}\left(T^3{}_{13} + T^0{}_{01}\right)\right] \tag{2.13}$$

ve vektör burulmalarının sıfırdan farklı bileşenleri:

$$V_1 = -\partial_r\left[\ln\left(\sqrt{g_{00}}\right)\right] - \partial_r\left[\ln\left(\sqrt{-g_{22}}\right)\right] + \sqrt{\frac{g_{11}}{g_{22}}} - \partial_r[\ln k] + \frac{\sqrt{-g_{11}}\sin\theta}{k} \tag{2.14}$$

$$V_2 = -\partial_r\left[\ln\left(\sqrt{-g_{11}}\right)\right] - \partial_r\left[\ln\left(\sqrt{-g_{22}}\right)\right] + \frac{\sqrt{-g_{22}}\cos\theta}{k} \tag{2.15}$$

olarak hesaplanmıştır. Burada, $T^{\alpha}{}_{\beta\gamma}$ ‘lar burulma tensörü, h tetrat matrisin determinantı ve $k^2 = \frac{(g_{03})^2}{g_{00}} - g_{33}$ şeklinde tanımlıdır.

2002 yılında Nashed tarafından teleparalel kuramda en genel küresel simetrik tekil olmayan kara delik çözümlerinin bazı özel durumları için Møller'in süper potansiyel yöntemi kullanarak toplam enerji hesaplanmıştır[16]. Ele alınan çözüm için metrik,

$$ds^2 = -X^2(R)dt^2 + \frac{dR^2}{X^2(R)} + R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \tag{2.16}$$

biçiminde yazılarak enerji

$$E(R) = m\left(1 - e^{-R^3/r_1^3}\right) \tag{2.17}$$

olarak hesaplanmıştır. Eğer $R \to \infty$ 'a giderse toplam enerjinin kütle çekimsel kütleye eşit olacağı tekrar gösterilmiştir.

Vargas tarafından kartezyen bir geometriye sahip olan Friedman-Robertson-Walker (FRW) evreni için yapılan çalışma, daha sonraki yıllarda yapılan çalışmalar için bir çıkış noktası oluşturmuştur[17]. Kartezyen koordinatlarda FRW için çizgi elemanı,

$$ds^2 = dt^2 - \frac{a^2(t)}{(1+\frac{kr^2}{4})}\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right) \tag{2.18}$$

biçiminde verilir. Bu model için teleparalel kuramda Einstein, Bergman-Thomson ve Landau-Liftshitz gösterimleri için toplam enerji açık, kapalı ve düz evren modelleri durumlarında sıfıra eşit bulunmuştur. Vargas'ın çalışmasının ardından Saltı ve Havare tarafından viskoz Kasner tipi evren modeli için Bergman-Thomson enerji-momentum yoğunluğu sıfıra eşit bulunmuştur[18]. Saltı yine viskoz Kasner tipi evren modeli için Einstein, Landau-Liftshitz enerji momentum gösterimlerinin enerji momentum yoğunluğunun sıfıra eşit olduğunu göstermiştir[19].

Aydoğdu ve arkadaşları tarafından,

$$ds^2 = a^2(t)\left[-\left(dt + me^x dy\right)^2 + dx^2 + e^{2x}dy^2 + dz^2\right] \tag{2.19}$$

çizgi elemanı ile verilen Reboucas-Tiomno-Korotkii-Obukhov ve Gödel-tipi evren modeli için Bergman-Thomson enerji momentum yoğunluğu hem genel görelilikte hem de teleparalel kuramda,

$$hB^{00} = -\frac{kmae^{mx}}{8\pi(k+\sigma)^{1/2}} \tag{2.20}$$

biçiminde hesaplanmıştır[20]. Burada *m, k,* σ sabit parametrelerdir.

2005 yılının sonlarında, Møller'in süper potansiyel yöntemi kullanılarak Saltı ve Aydoğdu[21] $\Delta(r)$ keyfi, sürekli ve türevlenebilen bir fonksiyon olmak üzere

$$ds^2 = \Delta(r)dt^2 - \Delta^{-1}(r)dx^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \tag{2.21}$$

ile verilen Schwarzchild de Sitter modeli için toplam enerjiyi

$$E(r) = M + \frac{r^3}{l^2} \tag{2.22}$$

bağıntısıyla hesaplamışlardır. Burada M kara deliğin kütlesi ve l^2 de pozitif kozmolojik sabitle ilişkili niceliktir. $l \to \infty$ limitinde enerjinin kara deliğin kütlesiyle orantılı olduğu görülmektedir. Gamma metriği için yapılan çalışmada Møller gösterimi için toplam enerji yine kütle-çekimsel kütle ile orantılı olarak bulunmuştur[22].

Solucan deliklerinin sahip olduğu enerji yoğunluğu ile ilgili çalışmada, Møller enerji-momentum gösterimi kullanılarak, skaler alana sahip solucan deliği için toplam enerjinin sıfıra, elektrik yüklü solucan deliği için ise, toplam yük Q ve $\xi(r)$ de solucan deliğinin biçim fonksiyonu olmak üzere:

$$E(r) = -\frac{Q}{r}\left(\frac{r^2 - r\xi(r) + Q^2}{1 + \frac{r^2}{Q^2}}\right)^{1/2} \tag{2.23}$$

şeklinde bir enerji fonksiyonuna eşit olduğu gösterilmiştir[23].

Sharif ve Amir[24] tarafından Fridman modelleri için aksiyal vektör burulmalarının sıfıra eşit olduğu bulunmuştur. Lewis-Papapetrou çözümü için ise aksiyal vektör burulmalarınının sıfırdan farklı, vektör parçasının ışınsal ve z doğrultusunda, aksiyal vektör burulmasının ρz düzleminde ve bileşenlerinin θ yönünde sıfırlandığı gösterilmiştir. Sonrasında yazarlar Lewis-Papapetrou modeli ve bazı özel durumları için teleparalel enerji-momentum yoğunluklarını hesaplamışlardır[25].

Bianchi I ve II tipi evren modelleri için enerji momentum yoğunlukları hem genel görelilikte hem de teleparalel kuramda birbirlerine eşit olarak sıfır bulunmuştur[26,27,28,29]. Yapılan hesaplar hem kartezyen koordinatlarda hem de küresel koordinatlardadır.

Gad, çalışmasında katı akışkan çözümler için kartezyen koordinatlarda, Einstein, Bergman-Thomson ve Landau-Liftshitz gösterimleri için hem genel görelilikte hem de teleparalel kuramda enerji yoğunluklarını hesaplayarak elde edilen sonuçların adı geçen her iki kuramda da aynı olduğunu göstermiştir[30].

Başka bir çalışmada, Gibbons-Maeda uzay zaman modeli için enerji dağılımlarını bulmak amacıyla Møller'in enerji momentum dağılımı kullanılmıştır[31]. Elde edilen enerji yoğunluğu P kara deliğin manyetik yükü, Q da kara deliğin elektrik yükü olmak üzere

$$E(r) = M - \frac{P^2}{r} - \frac{Q^2}{r} \tag{2.24}$$

biçiminde hesaplanmıştır. Bu ifade genel görelilikte bulunan enerji ile eşittir. Manyetik ve elektrik yük olmadığı veya r sonsuz limitinde enerjinin kütleye eşit olduğu görülür.

Aksiyal vektör burulmalarının teleparalel kuramda Møller enerji yoğunluğu ile birlikte hesaplandığı çalışmada, eksenel simetrik skaler alanı içeren çözüm için toplam enerji yine kütle çekimsel kütleye eşit bulunmuştur[32].

Korunur ve arkadaşları tarafından kartezyen bir çizgi elemanına sahip Lukash uzay-zaman modeli için Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji-momentum gösterimleri için enerji yoğunlukları sırasıyla,

$$_{LUKASH}\xi\Re^{0}{}_{0} = -_{LUKASH}\xi\Pi^{00} = \frac{1}{2\pi}\left(e^{2\omega x}t^{2\omega-1}\omega^{2}\right), \tag{2.25}$$

$$_{LUKASH}\xi\Sigma^{00} = -\frac{1}{\pi}\left(e^{4\omega x}t^{4\omega}\omega^{2}\right) \tag{2.26}$$

biçiminde hesaplanmıştır[33]. Bu çalışmada ayrıca Milne evreni için enerji yoğunlukları sırasıyla

$$_{MILNE}\xi\Re^{0}{}_{0} = -_{MILNE}\xi\Pi^{00} = \frac{1}{2\pi}\left(te^{2x}\right), \tag{2.27}$$

$$_{MILNE}\xi\Sigma^{00} = -\frac{1}{\pi}\left(e^{4x}t^{4}\right) \tag{2.28}$$

şeklinde bulunmuştur. Burada ω, 0 - 1 arası bir sabittir. Evren modelinin enerjisi zamanla x koordinatının alacağı değere göre değişmektedir.

Aygün ve arkadaşları, Møller'in süper potansiyel yöntemini kullanarak genel görelilik kuramında Szekeres I ve II sınıfı evren modelleri için enerji yerelleşmesi problemini ele almışlardır[34]. Sonrasında aynı problem için Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji-momentum gösterimleri için enerji yoğunlukları teleparalel kuramda hesaplanmıştır[35]. Elde elden sonuçlar genel görelikte elde edilen sonuçlar ile uyumludur. Yazarlar tarafından Marder uzay-zaman için yapılan bir çalışmada teleparalel kuramda, Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji-momentum gösterimleri için enerji yoğunlukları sıfır olarak hesaplanmıştır[36]. Møller gösterimi kullanılarak teleparalel kuramda (n+2) boyutlu yöndeş ve türdeş evren modeli için yapılan çalışmada enerji yoğunluğunun evrenin boyutuna da bağlı olduğu gösterilmiştir[37].

Nashed tarafından, teleparalel kuramda küresel simetriye sahip

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{q^2}{r^2}\right)dt^2 - 2\sqrt{\frac{2m}{r} + \frac{q^2}{r^2}}drdt + dr^2 + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right) \quad (2.29)$$

metriği ile verilen Reisner-Nordström uzay-zamanında m kütle q da elektriksel yük parametresi olmak üzere Møller gösterimi için enerji yoğunluğu,

$$E(r) = \frac{2}{\kappa r^3}\frac{q^2}{r} \quad (2.29)$$

şeklinde hesaplanmıştır[38]. Burada κ bir sabittir. Bununla birlikte Nashed tarafından, yüklü, eksenel simetrik çözüme sahip evren modellerinin bazı çözümleri için genel göreli durumun teleparalel eşdeğeri elde edilmiştir[39]. Ayrıca, iki farklı tetrat alanı için enerji momentum tensörü kullanılarak enerji, momentum ve açısal momentum hesaplanmıştır[40]. Riemann geometrisi çerçevesinde Møller enerji momentum gösterimi kullanılarak Kerr-NUT uzay-zaman modeli için enerji yoğunluğu yine kütle çekimsel kütle ile orantılı olarak bulunmuştur[41].

Sharif ve arkadaşları tarafından yapılan güncel çalışmaların birinde silindirik koordinatlarda tanımlanan uzaysal olarak türdeş ve dönen bir evren modeli için enerji momentum dağılımları hesaplanmıştır[42]. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar genel görelilikte elde edilen sonuçlardan farklı olmuştur. Teleparalel kuramda elde edilen sonuçlar genel görelilikte elde edilen sonuç artı bir ek terim olarak karşımıza çıkmaktadır:

$$E^d{}_{TPT} = E^d{}_{GR} - \frac{\Delta''}{\kappa}. \quad (2.30)$$

Burada Δ, r koordinatına bağlı bir değişkendir. Ancak belirli seçimler ve durumlar altında, elde edilen sonuçların da birbirine eşdeğer çıktığı görülmektedir. Örneğin, Δ sabit veya ikinci türevinin sıfıra eşit olması durumunda sonuçların eşdeğer olacağı açıktır.

Enerji-momentum probleminin ele alındığı başka bir çalışmada, Bell-Szekeres metriği için hem genel görelilikte hem de teleparalel kuramda enerji, Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz enerji-momentum gösterimleri kullanılarak bulunmuştur[43]. Bu çalışmada Møller enerji yoğunluğunun sabit olduğu gösterilmiştir.

Literatürde yer alan çalışmalarda genel olarak kara delik modelleri için evrenin enerji yoğunluğunun kütle ile orantılı olduğu gösterilmiştir. Son zamanlarda, hem genel görelilik kuramında hem de teleparalel kuramda hesaplanan enerji yoğunluklarının eşdeğer olduğu vurgulanmıştır. Buradan teleparalel kuramın genel göreliliğe alternatif bir kuram olduğu sonucuna varılmıştır.

KAYNAKLAR

1. Møller C., Ann. Phys. (NY) **1958,** 4, 347.
2. Møller C., Ann. Phys. (NY) **1961**, 12, 118.
3. Pellegrini C. ve Plebanski J., K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Skr. **1962**, 2, 2.
4. Møller C.,K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Skr. **1978**, 13, 89.
5. Hayashi K ve Nakano K., Prog. Theor. Phys. **1967**, 38, 491.
6. Hayashi K, Nuovo Cimento A **1973**, 16, 639.
7. Hayashi K, Phys. Lett. B **1977**, 69, 441.
8. Hayashi K. ve Shirafuji T., Phys. Rev. D **1979** 19, 3524.
9. Mikhail F.I., Wanas M.I., Hindawi A. ve Lashin E.I., Int. J. Theor. Phys. **1993** 32, 1627-1642.

10. Shirafuji T., Nashed G. G. L. ve Hayashi K., Prog.Theor.Phys. **1996**, 95, 665-678.
11. Shirafuji T. ve Nashed G. G. L. Prog.Theor.Phys. **1997**, 98, 6, 1355-1370.
12. Maluf J. W., Gen.Rel.Grav. **1998**, 30, 413-423.
13. Andrade de V.C, Guillen L. C. T, ve Pereira J. G, Phys.Rev. D **2000**, 61, 084031-084036.
14. Andrade de V.C, Guillen L. C. T, Pereira J. G, Phys.Rev.Lett. **2000**, 84, 4533-4536.
15. Pereira J.G., Vargas T. ve Zhang C.M., Class. Quantum Grav. **2001**, 18, 833-841.
16. Nashed G. G. L., Phys. Rev. D **2002**, 66, 064015.
17. Vargas T., Gen. Rel. Gravit. **2004**, 36, 1255-1264.
18. Saltı M. ve Havare A., Int. J. Mod. Phys. A **2005**, Vol.20, No.10, 2169-2177.
19. Saltı M., Mod. Phys. Lett. A **2005**, 20, 2175-2182.
20. Aydogdu O, Saltı M., Korunur M. **2005**, 55 No. 6, 537-548.
21. Saltı M., Acta Phys.Slov. **2005**, 55, 563-572.
22. Saltı M., Int.J.Mod.Phys. D **2006**, 15, 695-702.
23. Saltı M., Aydogdu A., Int.J.Theor.Phys. **2006**, 45, 1891-1900.
24. Sharif M., Amir M. J., Gen.Rel.Grav. **2006**, 38, 1735-1745.
25. Sharif M., Amir M. J., Mod.Phys.Lett. A **2007**, 22, 425-434.
26. Aydogdu O, Saltı M, Astrophys.Space Sci. **2005**, 299, 227-232.
27. Aydogdu O., Int.J.Mod.Phys. D **2006**, 15, 459-468.
28. Aydogdu O, Saltı M, Prog.Theor.Phys. **2006**, 115, 63-71.
29. Aydogdu O, Fortsch.Phys. **2006,** 54, 246-251.
30. Gad R. M., Int.J.Theor.Phys. **2007**, 46, 3263-3274.
31. Aydogdu O., Saltı M., Korunur M. Acikgoz I. Foundations of Physics Letters **2006**, 19, No. 7, 709-721.
32. Korunur M., Saltı M., Aydogdu O., Eur. Phys. J. C **2007**, 50, 101–107.
33. Korunur M., Saltı M., Aydogdu O., Modern Physics Letters A **2007**, 22, No. 21, 1601-1609.
34. Aygun S., Aygun M., Tarhan I., Acta Physica Polonica B, **2006**, 37**,** 10 **,** 2781-2793**.**

35. Aygun S., Aygun M., Tarhan I., Pramana J. Phys. **2007**, 68, 21-30.
36. Aygun S., Tarhan I. , Baysal H., Int.J.Theor.Phys. **2008,** 47, 3, 722-731.
37. Aygun M., Aygun S. , Yilmaz I., Baysal H ve Tarhan I., Chinese Phys. Lett. **2007**, 24, 7, 1821-1824.
38. Nashed G.G.L., Modern Physics Letters A **2006**, 21, 29, 2241-2250.
39. Nashed G.G.L., E Eur. Phys. J. C **2007**, 49, 851–857.
40. Nashed G.G.L., E Eur. Phys. J. C **2008**, 54, 291-302.
41. Nashed G.G.L., Chinese Phys. Lett. **2008**, 22, 1047-1056.
42. Sharif M., Amir M. J., Int.J.Theor.Phys. **2006**, 45, 1891-1900.
43. Sharif M, Nazir K., Braziliab J. Phys. **2008**, 38, 711-714.

3. MATERYAL ve METOT

Bu çalışmada, Einstein-Maxwell-Dilaton-Aksiyon kuramındaki bazı evren modelleri için enerji ve momentum yoğunlukları hesaplanacaktır. Çalışmada herhangi bir materyal kullanılmamıştır. Ancak bazı sonuçların hesabı bilgisayar destekli olmuştur. Çalışmada kullanılan metot, literatürde var olan bazı çalışmalarla paralel olarak metodun başka örneklere uygulanması şeklinde olacaktır. Tezde, hem kartezyen hem de küresel koordinatlardaki modeller ve bu modellerin bazı özel durumları için enerji, momentum ve aksiyal vektör burulmaları hesaplanmaktadır.

3.1. NOTASYON

Çalışma boyunca tüm indisler 0 – 3 arası değişmektedir. Yunan alfabesiyle oluşturulan ($\alpha, \beta, \gamma, ... = 0, 1, 2, 3$) indisler eğri uzay-zaman koordinatlarına (tanjant uzayı), Latin alfabesiyle oluşturulan (*a, b, c,....* = 0, 1, 2, 3) indisler ise düz uzay-zamanı betimleyen koordinatlara karşılık gelen indislerdir. Sıfıra karşılık gelen indis zaman koordinatını, {1, 2, 3}' e karşılık gelen indisler ise uzaysal koordinatları temsil etmektedir. İşaret seçimi ise Minkowski uzay-zaman metriğiyle

$$\eta_{(a)(b)} = Köş.(-1,\ +1, +1, +1) \tag{3.1.1}$$

biçimindedir. $\{x^{\mu}\}$ ve $\{x^{a}\}$ sırasıyla eğri ve düz uzay-zaman koordinatlarını temsil etmek üzere, alanlar için baz vektörleri gradyentler cinsinden, $\partial_{\mu} \equiv \partial / \partial x^{\mu}$ ve $\partial_{a} \equiv \partial / \partial x^{a}$ biçiminde verilmektedir. Kovaryant türev,

$$\nabla_{\mu} A_{\nu} = \partial_{\mu} A_{\nu} - \left\{ {\alpha \atop \mu\nu} \right\} A_{\alpha} \tag{3.1.2}$$

ile verilir. Burada $\left\{ {\alpha \atop \mu\nu} \right\}$ metrik bileşenleri cinsinden

$$\left\{ {\alpha \atop \mu\nu} \right\} = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \left(\partial_{\mu} g_{\nu\beta} + \partial_{\nu} g_{\mu\beta} - \partial_{\beta} g_{\nu\mu} \right) \tag{3.1.3}$$

bağıntısıyla verilen simetrik Christoffel sembolleridir. Tetrat alanları için $\{h^a, h_a\}$ notasyonu kullanılmaktadır.

Uzay-zaman metriği ds^2 göz önüne alınırsa, bileşenleri $g_{\mu\nu}$ olmak üzere holonomik bazda $\{dx^\mu\}$,

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu \otimes dx^\nu = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (3.1.4)$$

şeklindedir. Tetrat alanı $h_{(a)} = h_{(a)}{}^\mu \partial_\mu$,

$$\eta_{(a)(b)} = g_{\mu\nu} h_{(a)}{}^\mu h_{(b)}{}^\nu \quad (3.1.5)$$

ile verilen tanjant uzay metriğiyle ilişkili olarak baz alanı olacaktır. Bunun anlamı tetrat alanının, çizgi elemanıyla ortogonal olmasıdır. Dual tetrat baz alanı ise

$$h^{(a)} = h^{(a)}{}_\nu dx^\nu \qquad h^{(a)}{}_\mu h_{(a)}{}^\nu = \delta_\mu{}^\nu, \qquad h^{(a)}{}_\mu h_{(b)}{}^\mu = \delta^{(a)}{}_{(b)} \quad (3.1.6)$$

bağıtılarını sağlamaktadır. (3.1.5) denkleminin tersi,

$$g_{\mu\nu} = \eta_{(a)(b)} h^{(a)}{}_\mu h^{(b)}{}_\nu \quad (3.1.7)$$

biçiminde yazılır. İşlemlerde kolaylık olması açısından evrensel çekim sabiti $G = 1$ ve ışığın boşluktaki hızı $c = 1$ olarak alınmıştır.

3.2. TELEPARALEL KURAMDA EINSTEIN, BERGMANN-THOMSON VE LANDAU-LIFTSHITZ ENERJI-MOMENTUM GÖSTERİMLERİ

Mutlak paralelizm kuramında uzay-zaman, uzak paralelizmin W^4 Weitzenböck manifolduyla temsil edilir[1]. Bu manifoldun her noktası için

$$x^{(a)} \to x'^{(a)} = x^{(a)} + b^{(a)} \qquad (3.2.1)$$

biçiminde tanjant uzay koordinatlarının yerel geçişi için bir ayar dönüşümü tanımlıdır. Burada $b^{(a)} = b^{(a)}(x^{\mu})$ dönüşüm parametresidir. $A^{(a)}{}_{\mu}$ ayar potansiyelini göstermek üzere, ayar kovaryant türevi bir skaler $\Phi(x^{\mu})$ alanı için

$$\wp_{\mu}\Phi = h^{(a)}{}_{\mu}\partial_{(a)}\Phi \qquad (3.2.2)$$

ile verilir[2]. Burada tetrat alanı

$$h^{(a)}{}_{\mu} = \partial_{\mu}x^{(a)} + A^{(a)}{}_{\mu} \qquad (3.2.3)$$

şeklinde ortogonallik koşulunu sağlar. Weitzenböck uzay-zamanında iki komşu nokta arasındaki $h^{a}{}_{\mu}$ paralel taşıması kovaryant türev ile verilir:

$$\nabla_{\mu}h^{(a)}{}_{\nu} = \partial_{\mu}h^{(a)}{}_{\nu} - \Gamma^{\alpha}{}_{\nu\mu}h^{(a)}{}_{\alpha}. \qquad (3.2.4)$$

Burada, $\Gamma^{\alpha}{}_{\nu\mu}$ Weitzenböck bağlantılarıdır. Weitzenböck uzay-zamanında tetradın paralel taşıması için

$$\nabla_{\mu}h^{(a)}{}_{\nu} = \partial_{\mu}h^{(a)}{}_{\nu} - \Gamma^{\alpha}{}_{\nu\mu}h^{(a)}{}_{\alpha} = 0 \qquad (3.2.5)$$

koşulu kabul edilir. Bu koşul mutlak paralelizm koşuludur[3]. (3.2.5) denkleminden

$$\Gamma^{\alpha}{}_{\nu\mu} = h_{(a)}{}^{\alpha}\partial_{\mu}h^{(a)}{}_{\nu} \qquad (3.2.6)$$

denklemi elde edilir. Burulma katsayıları Weitzenböck bağlantıları cinsinden

$$T^{\rho}{}_{\mu\nu} = \Gamma^{\rho}{}_{\nu\mu} - \Gamma^{\rho}{}_{\mu\nu} \qquad (3.2.7)$$

biçiminde yazılır.

Madde varlığında mutlak paralelizm kuramında eylem,

$$S = \frac{1}{16\pi}\int d^4xh\left(S^{\alpha\beta\gamma}T_{\alpha\beta\gamma} + L_{MA}\right) \tag{3.2.8}$$

biçiminde yazılır. Burada, L_{MA} madde alanının Lagranjiyanı ve h de tetrat bileşenlerinden oluşan matrisin determinantıdır. $S^{\alpha\beta\gamma}$ tensörü,

$$S^{\alpha\beta\gamma} = m_1T^{\alpha\beta\gamma} + \frac{m_2}{2}\left(T^{\beta\alpha\gamma} - T^{\gamma\alpha\beta}\right) + \frac{m_3}{2}\left(g^{\alpha\gamma}T^{\sigma\beta}{}_{\sigma} - g^{\alpha\beta}T^{\sigma\gamma}{}_{\sigma}\right) \tag{3.2.9}$$

şeklinde verilir[4]. Burada m_1, m_2, ve m_3 teleparalel kuramda üçlü boyutsuz sabitlerdir. Özel çözüm olarak

$$m_1 = \frac{1}{4}, \quad m_2 = \frac{1}{2}, \quad m_3 = -1 \tag{3.2.10}$$

alınırsa teleparalel kuram genel görelilik kuramına eşdeğer olur. Denklem (3.2.8) ‘de tetratlara göre varyasyon hesabı yapılırsa teleparalel alan denklemleri, kütle çekimsel alanın sanki enerji-momentum tensörü

$$t^{\xi}{}_{\lambda} = \frac{1}{4\pi}h\Gamma^{\nu}{}_{\sigma\lambda}S_{\nu}{}^{\xi\sigma} - \delta^{\xi}{}_{\lambda}L_A \tag{3.2.11}$$

olmak üzere[4]

$$\partial_\sigma\left(hS_{\lambda}{}^{\xi\sigma}\right) - 4\pi\left(ht^{\xi}{}_{\lambda}\right) = 4\pi hT^{\tau}{}_{\lambda} \tag{3.2.12}$$

biçimini alır. Burada, L_A ayar kütle çekimsel alan Lagranjiyanıdır ve

$$L_A = \frac{h}{16\pi} S^{\alpha\beta\gamma} T_{\alpha\beta\gamma} \tag{3.2.13}$$

ifadesiyle tanımlıdır. Teleparalel alan denklemleri tekrar yazılırsa

$$h\left(t^{\xi}{}_{\lambda} + T^{\xi}{}_{\lambda}\right) = \frac{1}{4\pi} \partial_{\sigma}\left(h S_{\lambda}{}^{\xi\sigma}\right) \tag{3.2.14}$$

bulunur. Alan denklemlerinde $S_{\lambda}{}^{\xi\sigma}$ tensörünün son iki indisinin anti-simetrik özelliğinden dolayı korunum yasası elde edilir:

$$\partial_{\xi}\left[h\left(t^{\xi}{}_{\lambda} + T^{\xi}{}_{\lambda}\right)\right] = 0 \; . \tag{3.2.15}$$

Denklem (3.2.10) ‘daki özel çözümler yapılırsa teleparalel alan denklemleri Einstein alan denklemlerine eşit olur[2]:

$$\partial_{\sigma}\left(h S_{\lambda}{}^{\xi\sigma}\right) - 4\pi\left(h t^{\xi}{}_{\lambda}\right) = \frac{h}{2}\left(R^{\xi}{}_{\lambda} - \frac{1}{2}\delta^{\xi}{}_{\lambda} R\right). \tag{3.2.16}$$

Bu eşdeğerlilik kullanılarak, denklem (3.3.14)’den Freud süper potansiyelleri

$$U_{\lambda}{}^{\xi\sigma} = h S_{\lambda}{}^{\xi\sigma} \tag{3.2.17}$$

olarak bulunur. Burada, $t^{\xi}{}_{\lambda}$ fiziksel olarak bir şey ifade etmez ancak Einstein’nın kütle çekimsel enerji-momentum sanki tensörünün teleparalel karşılığıdır. Freud süper potansiyeli ayar alan Lagranjiyanı biçiminden,

$$U_{\lambda}{}^{\xi\sigma} = 4\pi h^{(a)}{}_{\lambda} \frac{\partial L_A}{\partial\left(\partial_{\sigma} h^{(a)}{}_{\xi}\right)} \tag{3.2.18}$$

şeklinde tanımlıdır. Buradan yola çıkılarak denklem (3.2.14) yeniden

$$hE_E{}^{\xi}{}_{\lambda} = \frac{1}{4\pi}\partial_\sigma\left(U_\lambda{}^{\xi\sigma}\right) \tag{3.2.19}$$

olarak yazılır. Burada $E_E{}^{\xi}{}_{\lambda}$, Einstein enerji momentum kompleksidir. Bergmann-Thomson enerji momentum kompleksi ise

$$hE_{BT}{}^{\mu\xi} = \frac{1}{4\pi}\partial_\sigma\left(g^{\mu\lambda}U_\lambda{}^{\xi\sigma}\right) \tag{3.3.20}$$

biçiminde ifade edilir. Freud süper potansiyeli cinsinden Landau-Lifshitz enerji-momentum kompleksi de

$$hE_{LL}{}^{\mu\xi} = \frac{1}{4\pi}\partial_\sigma\left(hg^{\mu\lambda}U_\lambda{}^{\xi\sigma}\right) \tag{3.2.20}$$

ile verilir. Her durumda toplam enerji ve momentum için

$$P_\mu = \int_\Sigma hE^0{}_\mu d^3x \tag{3.2.21}$$

şeklinde $x^0 = t$ = sabit ve Σ integrasyon hiper yüzeyi olmak üzere P_0'ın enerjiyi, P_i 'nin de momentum bileşenlerini verdiği bağıntı yazılabilir. Süper potansiyeller hesaplandığı takdirde yukarıda adı geçen tüm gösterimler (kompleksler) hesaplanarak ele alınan evren modeli için enerji-momentum yoğunlukları veya toplam enerji veya momentum bulunabilir.

3.3 TELEPARALEL KURAMDA MØLLER ENERJİ-MOMENTUM GÖSTERİMİ

Teleparalel kuramda Møller enerji-momentum hesabı için Mikhail ve arkadaşları tarafından bulunan yöntem kullanılacaktır[5]. Bu yöntemin temelini tetrat uzayı oluşturmaktadır. Møller tarafından oluşturulan bu kuram ile kartezyen silindirik veya küresel simetriye sahip evren modelleri için enerji hesabı yapılabilir. Møller'in kuramında,

$$\xi_{\mu\nu\sigma} = h_{(i)\mu} h_{(i)\nu;\sigma} \tag{3.3.1}$$

şeklinde tanımlı tetratlar uzay zamanın yapısını oluşturur. Burada noktalı virgül Christoffel sembolleriyle tanımlanan kovaryant türevdir. Møller $\xi_{\mu\nu\sigma}$ ve metrik tensörden kurulan Lagranjiyan'ın değişmez olduğunu göz önüne almıştır. Bu durumda birbirinden bağımsız olası Lagranjiyan ifadeleri,

$$L_{(1)} = \Phi_{\mu}\Phi^{\mu}, \quad L_{(2)} = \xi_{\mu\nu\sigma}\xi^{\mu\nu\sigma}, \quad \text{veya} \quad L_{(3)} = \xi_{\mu\nu\sigma}\xi^{\sigma\nu\mu} \tag{3.3.2}$$

biçiminde yazılabilir. Burada Φ_{μ},

$$\Phi_{\mu} = \xi^{\nu}{}_{\mu\nu} \tag{3.3.3}$$

şeklinde ifade edilen bir taban vektördür. Møller en basit seçim olarak ifade edilen bu Lagranjiyan'ların çizgisel birleştirimini göz önüne almıştır:

$$L_{\mathrm{M}} = \sqrt{-g}\left[m_1 L_{(1)} + m_2 L_{(2)} + m_3 L_{(3)}\right]. \tag{3.3.4}$$

Genel görelilik kuramı ile aynı sonuçları vermesi açısından Møller denklem (3.3.4) içerisinde verilen m_i sabitlerini,

$$m_1 = -1, \quad m_2 = \lambda, \quad m_3 = 1 - 2\lambda \tag{3.3.5}$$

şeklinde seçmiştir. Burada, λ niceliği serbest boyutsuz bir parametredir ve birinci derece yaklaşıklıkta genel görelilik kuramıyla uyumlu sonuçlar verir. Serbest boyutsuz bir parametrenin sıfıra eşit olması durumunda Møller'in alan denklemleri Einstein'in alan denklemlerine eşit çıkmaktadır:

$$G_{\mu\nu} = -\kappa T_{\mu\nu}. \tag{3.3.6}$$

Ancak serbest boyutsuz bir parametrenin sıfırdan farklı olması durumunda alan denklemleri,

$$G_{\mu\nu} + H_{\mu\nu} = -\kappa T_{\mu\nu} \qquad \text{ve} \quad F_{\mu\nu} = 0 \tag{3.3.7}$$

ile verilir. Burada, $H_{\mu\nu}$ ve $F_{\mu\nu}$ sırasıyla

$$\begin{aligned} H_{\mu\nu} = \lambda \Big[& \xi_{\alpha\beta\mu}\xi^{\alpha\beta}{}_{\nu} + \xi_{\alpha\beta\mu}\xi_{\nu}{}^{\alpha\beta} + \xi_{\alpha\beta\nu}\xi_{\mu}{}^{\alpha\beta} \\ & + g_{\mu\nu}\left(\xi_{\alpha\beta\sigma}\xi^{\sigma\beta\alpha} - \frac{1}{2}\xi_{\alpha\beta\sigma}\xi^{\alpha\beta\sigma} \right) \Big] \end{aligned} \tag{3.3.8}$$

$$F_{\mu\nu} = \lambda \left[\Phi_{\mu,\nu} - \Phi_{\nu,\mu} - \Phi_{\alpha}\left(\xi^{\alpha}{}_{\mu\nu} - \xi^{\alpha}{}_{\nu\mu} \right) + \xi_{\mu\nu}{}^{\alpha}{}_{;\alpha} \right] \tag{3.3.9}$$

şeklindedir. (3.3.7) alan denklemlerine bakılırsa bu denklemlerin serbest boyutsuz parametre olan λ ’ dan bağımsız olduğu görülür.

Møller tarafından sonsuz küçük dönüşüm yöntemi kullanılarak enerji-momentum gösterimi için $U_{\mu}{}^{\nu\alpha}$ süper potansiyellerini de içerecek şekilde bir ifade bulunmuştur:

$$M_{\mu}{}^{\nu} = \sqrt{-g}\left(T_{\mu}{}^{\nu} + t_{\mu}{}^{\nu} \right) = U_{\mu}{}^{\nu\alpha}{}_{,\alpha}\,. \tag{3.3.10}$$

Burada,

$$t_{\mu}{}^{\nu} = \frac{1}{2\kappa\sqrt{-g}}\left(\frac{\partial L}{\partial h_{(m)}{}^{\alpha}{}_{,\nu}} h_{(m)}{}^{\alpha}{}_{,\nu} - \delta_{\mu}{}^{\nu} L \right) \tag{3.3.11}$$

ve

$$U_{\mu}{}^{\nu\alpha} = \frac{1}{2\kappa}\left(\frac{\partial L}{\partial h_{(m)}{}^{\mu}{}_{,\alpha}} h_{(m)}{}^{\nu} - \frac{\partial L}{\partial h_{(m)}{}^{\mu}{}_{,\nu}} h_{(m)}{}^{\alpha}\right) \tag{3.3.12}$$

ile tanımlıdır. (3.3.4) denkleminde verilen Lagranjiyan süper potansiyel ifadesinde kullanılırsa

$$U_{\mu}{}^{\nu\sigma} = \frac{\sqrt{-g}}{4\kappa}\left(m_1 Y_{\mu}{}^{\nu\sigma} + m_2 J_{\mu}{}^{\nu\sigma} + m_2 Z_{\mu}{}^{\nu\sigma}\right) \tag{3.3.13}$$

elde edilir. Burada $Y_{\mu}{}^{\nu\sigma}$, $J_{\mu}{}^{\nu\sigma}$, $Z_{\mu}{}^{\nu\sigma}$ sırasıyla $L_{(1)}$, $L_{(2)}$, $L_{(3)}$ ‘e karşılık gelir. Süper potansiyeli elde etmek için aşağıdaki tanımlama yapılır[6]:

$$\frac{\partial h_{(m)\mu;\nu}}{\partial h_{(n)}{}^{\rho}{}_{,\tau}} = -\frac{1}{2} h_{(m)}{}^{\alpha} P_{\alpha\mu\nu\rho}{}^{\sigma\tau} h_{(n)\sigma} . \tag{3.3.14}$$

Burada $P_{\alpha\mu\nu}{}^{\rho\sigma\tau}$ tensörü,

$$P_{\alpha\mu\nu}{}^{\rho\sigma\tau} = \delta^{\rho}_{\alpha} g_{\mu\nu}{}^{\sigma\tau} + \delta^{\rho}_{\mu} g_{\alpha\nu}{}^{\sigma\tau} - \delta^{\rho}_{\nu} g_{\mu\alpha}{}^{\sigma\tau} \tag{3.3.15}$$

şeklindedir ve $g_{\mu\nu}{}^{\sigma\tau}$ tensörü de

$$g_{\mu\nu}{}^{\sigma\tau} = \delta^{\sigma}_{\mu}\delta^{\tau}_{\nu} - \delta^{\sigma}_{\nu}\delta^{\tau}_{\mu} \tag{3.3.16}$$

biçiminde tanımlıdır. Bu tanımlamalar kullanılarak

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_{(1)}}{\partial h_{(m)}{}^{\mu}{}_{,\sigma}} &= g^{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial h_{(m)}{}^{\mu}{}_{,\sigma}} \Phi_{\alpha}\Phi_{\beta} \\
&= 2\Phi^{\alpha} \frac{\partial \Phi_{\alpha}}{\partial h_{(m)}{}^{\mu}{}_{,\sigma}} \\
&= 2\Phi^{\alpha} h_{(n)}{}^{\beta} \frac{\partial h_{(n)\alpha:\beta}}{\partial h_{(m)}{}^{\mu}{}_{,\sigma}} \\
&= -\Phi^{\alpha} g^{\beta\varepsilon} P_{\varepsilon\alpha\beta\mu}{}^{\rho\sigma} h_{(m)\rho}
\end{aligned} \tag{3.3.17}$$

denklemi elde edilir. Buradan,

$$\begin{aligned}
Y_{\mu}{}^{\nu\sigma} &= \frac{\partial L_{(1)}}{\partial h_{(m)}{}^{\mu}{}_{,\sigma}} h_{(m)}{}^{\nu} - \frac{\partial L_{(1)}}{\partial h_{(m)}{}^{\mu}{}_{,\nu}} h_{(m)}{}^{\sigma} \\
&= -2\Phi^{\alpha} g^{\beta\varepsilon} g_{\mu\tau} P_{\varepsilon\alpha\beta}{}^{\tau\nu\sigma}
\end{aligned} \tag{3.3.18}$$

ifadesi yazılır. Diğer bileşenler ise benzer şekilde

$$Z_{\mu}{}^{\eta\sigma} = -2\xi^{\varepsilon\alpha\beta} g_{\mu\tau} P_{\varepsilon\alpha\beta}{}^{\tau\nu\sigma} \tag{3.3.19}$$

ve

$$J_{\mu}{}^{\eta\sigma} = -2\xi^{\beta\alpha\varepsilon} g_{\mu\tau} P_{\varepsilon\alpha\beta}{}^{\tau\nu\sigma} \tag{3.3.20}$$

olarak yazılır. Denklem (3.3.18), denklem (3.3.19) ve denklem (3.3.20), denklem (3.3.13) ‘de m_1, m_2, m_3 değerleriyle birlikte yerine yazılırsa Møller’in süper potansiyel ifadesi,

$$U_{\mu}{}^{\nu\beta} = \frac{\sqrt{-g}}{2\kappa} P_{\chi\rho\sigma}{}^{\tau\nu\beta} \left[\Phi^{\rho} g^{\sigma\chi} g_{\mu\tau} - \lambda g_{\mu\tau} \xi^{\chi\rho\sigma} - (1-2\lambda) g_{\mu\tau} \xi^{\sigma\rho\chi} \right] \tag{3.3.21}$$

biçiminde elde edilir. Toplam enerji, yüzey üzerinden

$$E = \lim_{r\to\infty} \int_{r=sabit} U_0{}^{0i} n_i dS \qquad (3.3.22)$$

integrali ile tanımlanır. Burada, n_i yüzey elemanı dS 'ye normal üçlü vektördür.

Robertson[7] tarafından verilen küresel simetriye sahip en genel tetrat formu kartezyen koordinatlarda,

$$\begin{aligned} &h_{(0)}{}^{0} = W, \quad h_{(a)}{}^{0} = Bx^{a}, \quad h_{0}{}^{(a)} = Hx^{(a)}, \\ &h_{(a)}{}^{\alpha} = K\delta^{\alpha}_{(a)} + Sx^{(a)}x^{\alpha} + \varepsilon_{(a)\alpha\beta}Gx^{\beta} \end{aligned} \qquad (3.3.23)$$

biçiminde yazılır. Burada, *W, B, H, K, S* ve *G* *t*'nin ve *r*'nin bir fonksiyonudur. Genel koordinat dönüşümü kullanılırsa tetratlar için

$$h_{(a)\mu} = \frac{\partial X^{\nu'}}{\partial X^{\mu}} h_{(a)\nu} \qquad (3.3.24)$$

elde edilir. Burada $\{X^{\nu'}\}$ ve $\{X^{\mu}\}$ yöndeş ve Schwarzchild koordinatlarıdır. Küresel olarak durağan ve yöndeş koordinat sisteminde

$$\begin{aligned} X^1 &= r\sin\theta\cos\phi \\ X^2 &= r\sin\theta\sin\phi \\ X^3 &= r\cos\theta \end{aligned} \qquad (3.3.25)$$

dır. Buradan küresel koordinatlarda tetrat bileşenleri matris formunda

$$h_{(m)}{}^{\mu} = \begin{pmatrix} W & Hr & 0 & 0 \\ 0 & K\sin\theta\cos\phi & \frac{K}{r}\cos\theta\cos\phi & -\frac{K\sin\phi}{r\sin\theta} \\ 0 & K\sin\theta\sin\phi & \frac{K}{r}\cos\theta\sin\phi & \frac{K\cos\phi}{r\sin\theta} \\ 0 & K\cos\theta & -\frac{K}{r}\sin\theta & 0 \end{pmatrix} \qquad (3.3.26)$$

olarak yazılır.

3.4 TELEPARALEL KURAMDA AKSİYAL VEKTÖR BURULMALARI

Burulma tensörü global Lorentz dönüşümleri grubu altında üç parçaya ayrıştırılabilir[8].

Tensör parçası:

$$t_{\alpha\mu\nu} = \frac{1}{2}\left(T_{\alpha\mu\nu} + T_{\mu\alpha\nu}\right) + \frac{1}{6}\left(g_{\nu\alpha}V_{\mu} + g_{\nu\mu}V_{\alpha}\right) - \frac{1}{3}g_{\alpha\mu}V_{\nu}\ , \qquad (3.4.1)$$

vektör parçası:

$$V_{\mu} = T^{\alpha}{}_{\alpha\mu}\ , \qquad (3.4.2)$$

aksiyal vektör parçası:

$$A^{\mu} = \frac{1}{6}\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}T_{\nu\alpha\beta} \qquad (3.4.3)$$

Burulma tensörü artık bu indirgenebilir üç parçayla ifade edilebilir:

$$T_{\alpha\mu\nu} = \frac{1}{2}\left(t_{\alpha\mu\nu} - t_{\alpha\nu\mu}\right) + \frac{1}{3}\left(g_{\alpha\mu}V_{\nu} - g_{\alpha\nu}V_{\mu}\right) + \varepsilon_{\alpha\mu\nu\sigma}A^{\sigma}\ . \qquad (3.4.4)$$

Burada, $\varepsilon^{\alpha\mu\nu\sigma} = \frac{1}{\sqrt{-g}}\delta^{\alpha\mu\nu\sigma}$ biçiminde ifade edilir. $\delta^{\alpha\mu\nu\sigma}$ tensörü çevrimselliğine göre +1 veya -1değerini alabilir[8]. Dirac parçacığının spin yalpalanması ile burulma aksiyal- vektörü arasında

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = -\frac{3}{2}\vec{A}\times\vec{S} \tag{3.4.5}$$

biçiminde ilişki vardır[9]. Burada $\vec{S}$, Dirac parçacığının spin vektörü ve $\vec{A}$ aksiyal vektör burulmasının uzay-benzeri parçasıdır. Bu durumda Hamiltonyen,

$$\delta H = -\frac{3}{2}\vec{A}.\vec{\sigma} \tag{3.4.6}$$

formunda olur. Burada, $\vec{\sigma}$ parçacığın spinidir.

KAYNAKLAR

1. Vargas T., Gen. Rel. Gravit. **2004**, 36, 1255-1264.
2. de Andrade V. C. ve Pereira J. G., Phys.Rev. D **1997**, 56, 4689-4695.
3. Hayashi K. ve Shirafuji T. Phys. Rev. D **1978**, 19, 3524.
4. Andrade de V.C, Guillen L. C. T, Pereira J. G, Phys.Rev.Lett. **2000**, 84, 4533-4536.
5. Mikhail F.I., Wanas M.I., Hindawi A. ve Lashin E.I., Int. J. Theor. Phys. **1993**, 32, 1627-1642.
6. *Further Remarks on the Localization of the Energy in the General Theory of Relativity*, Ann. Physics **1961**, 12, 118–133
7. H. P. Robertson, Ann. of Math. **1932**, 33 496–520.
8. Hayashi K. ve Shirafuji T., Phys. Rev. D **1979**, 19, 3524.
9. Nitsch J. ve Hehl F. W. Phys. Lett. B **1980**, 90, 98.

4. BULGULAR ve TARTIŞMA

4.1. HOMOJEN OLMAYAN EINSTEIN-MAXWELL-DİLATON-AKSİYON KURAMINDA ENERJİ VE MOMENTUM YOĞUNLUĞU

Homojen olmayan Einstein-Maxwell-Dilaton Aksiyon kuramında metrik[1],

$$d\tilde{s}^2 = -C_0(t,z)dt^2 + \left[f_2(t,z) + f_3(t,z)\right]dx^2 + \left[N^2(t)f_2(t,z) + M^2(z)f_3(t,z)\right]dy^2 \\ + C_3(t,z)dz^2 + 2\left[N(t) + M(z)\right]dxdy \tag{4.1.1}$$

Şeklindedir. Burada,

$$C_0(t,z) = \frac{\Omega}{Q}, \quad f_2(t,z) = \frac{P}{\Omega}, \quad f_3(t,z) = \frac{Q}{\Omega}, \quad C_3(t,z) = \frac{\Omega}{P},$$

$$\Omega = M - N,$$

$$N = -\nu t^2 + 2bt,$$

$$M = \nu z^2 + 2bz,$$

$$Q = \varepsilon t^2 + 2mt - \alpha,$$

$$P = \varepsilon z^2 + 2nz + \alpha,$$

$$\varepsilon = 1, 0, -1 \quad \text{ve} \quad \nu = 1, 0, -1 \tag{4.1.2}$$

olarak tanımlanır ve *b, m, n,* α sabit sayılardır.

$$C_1(t,z) = f_2(t,z) + f_3(t,z),$$

$$C_2(t,z) = N^2(t)f_2(t,z) + M^2(z)f_3(t,z),$$

$$C_4(t,z) = N(t) + M(z) \tag{4.1.3}$$

şeklinde yeni değişkenlerin tanımlanmasıyla genel olarak metrik,

$$ds^2 = -C_0(t,z)dt^2 + C_1(t,z)dx^2 + C_2(t,z)dy^2 \\ + C_3(t,z)dz^2 - 2C_4(t,z)dxdy \tag{4.1.4}$$

olur. Metrik tensör $g_{\mu\nu}$ ve tersi $g^{\mu\nu}$ sırasıyla

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -C_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & C_4 & 0 \\ 0 & C_4 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix} \tag{4.1.5}$$

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -C_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_2}{\Delta} & -\frac{C_4}{\Delta} & 0 \\ 0 & -\frac{C_4}{\Delta} & \frac{C_1}{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_3} \end{pmatrix} \tag{4.1.6}$$

olarak yazılır. Burada, $g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} = 1$ ve $\Delta = (C_1 C_2 - C_4{}^2)$ ‘dir.

$\eta_{(a)(b)}$ Minkowski metriği ve $h^{(a)}{}_{\mu}$ ler de tetrat olmak üzere

$$g_{\mu\nu} = h^{(a)}{}_{\mu} h^{(b)}{}_{\nu} \eta_{(a)(b)} \tag{4.1.7}$$

bağıntısı kullanılarak

$$h^{(a)}{}_{\mu} = \begin{pmatrix} \sqrt{C_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{C_1} & \frac{C_4}{\sqrt{C_1}} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{\Delta}{C_1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{C_3} \end{pmatrix} \tag{4.1.8}$$

ve $h^{(a)}{}_{\mu} h_{(a)}{}^{\mu} = 1$ eşitliğinden yararlanılarak,

$$h_{(a)}{}^{\mu} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{C_0}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{C_1}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{C_4}{\sqrt{\Delta C_1}} & \sqrt{\frac{C_1}{\Delta}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{C_3}} \end{pmatrix} \tag{4.1.9}$$

elde edilir.

Weitzenböck katsayılarını bulmak için

$$\Gamma^{\alpha}{}_{\mu\nu} = h_{(a)}{}^{\alpha}\partial_{\nu} h^{(a)}{}_{\mu} \tag{4.1.10}$$

bağlantısı kullanılırsa bağlantı katsayıları,

$$\Gamma^0{}_{00} = \frac{1}{2C_1}\partial_t C_0,$$

$$\Gamma^0{}_{03} = \frac{1}{2C_1}\partial_z C_0,$$

$$\Gamma^1{}_{10} = \frac{1}{2C_1}\partial_t C_1,$$

$$\Gamma^1{}_{20} = \frac{1}{2C_1\Delta}(2\Delta\partial_t C_4 - C_4\partial_t\Delta),$$

$$\Gamma^1{}_{13} = \frac{1}{2C_1}\partial_z C_1,$$

$$\Gamma^1{}_{23} = \frac{1}{2C_1\Delta}(2\Delta\partial_z C_4 - C_4\partial_z\Delta),$$

$$\Gamma^2{}_{20} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial_t\Delta}{\Delta} - \frac{\partial_t C_1}{C_1}\right),$$

$$\Gamma^{2}{}_{23} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial_z \Delta}{\Delta} - \frac{\partial_z C_1}{C_1}\right),$$

$$\Gamma^{3}{}_{30} = \frac{\partial_t C_3}{2C_3},$$

$$\Gamma^{3}{}_{33} = \frac{\partial_z C_3}{2C_3} \qquad (4.1.11)$$

olarak bulunur. Weitzeböck katsayıları kullanılarak torsion(burulma) bağlantıları

$$T^{\mu}{}_{\nu\lambda} = \Gamma^{\mu}{}_{\lambda\nu} - \Gamma^{\mu}{}_{\nu\lambda} \qquad (4.1.12)$$

tanımlaması kullanılarak,

$$T^{0}{}_{03} = -T^{0}{}_{30} = -\frac{1}{2C_0}\partial_z C_0,$$

$$T^{1}{}_{01} = -T^{1}{}_{10} = \frac{1}{2C_1}\partial_t C_1,$$

$$T^{1}{}_{02} = -T^{1}{}_{20} = \frac{1}{2C_1\Delta}(2\Delta\partial_t C_4 - C_4\partial_t \Delta),$$

$$T^{1}{}_{13} = -T^{1}{}_{31} = \frac{1}{2C_1}\partial_z C_1,$$

$$T^{1}{}_{23} = -T^{1}{}_{32} = -\frac{1}{2C_1\Delta}(2\Delta\partial_z C_4 - C_4\partial_z \Delta)$$

$$T^{2}{}_{02} = T^{2}{}_{20} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial_t \Delta}{\Delta} - \frac{\partial_t C_1}{C_1}\right),$$

$$T^{2}{}_{23} = -T^{2}{}_{32} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial_z \Delta}{\Delta} - \frac{\partial_z C_1}{C_1}\right)$$

$$T^{3}{}_{03} = -T^{3}{}_{30} = \frac{\partial_t C_3}{2C_3} \qquad (4.1.13)$$

şeklinde hesaplanır. Gerekli olan diğer burulma katsayıları metrik tensör yardımıyla

$$T^{\mu\nu}{}_{\lambda} = g^{\nu\sigma} T^{\mu}{}_{\sigma\lambda} \tag{4.1.14}$$

kullanılarak,

$$T^{00}{}_{3} = \frac{1}{2C_0{}^2} \partial_z C_0,$$

$$T^{03}{}_{0} = \frac{1}{2C_0 C_3} \partial_z C_0,$$

$$T^{10}{}_{1} = -\frac{1}{2C_1 C_0} \partial_t C_1,$$

$$T^{10}{}_{2} = -\frac{1}{2C_1 C_0 \Delta} (2\Delta \partial_t C_4 - C_4 \partial_t \Delta),$$

$$T^{11}{}_{0} = -\frac{1}{2C_1 \Delta^2} \left(C_4{}^2 \partial_t \Delta + C_2 \Delta \partial_t C_1 - 2C_4 \Delta \partial_t C_4 \right),$$

$$T^{11}{}_{3} = -\frac{1}{2C_1 \Delta^2} \left(C_4{}^2 \partial_z \Delta + C_2 \Delta \partial_z C_1 - 2C_4 \Delta \partial_z C_4 \right),$$

$$T^{12}{}_{0} = \frac{1}{2C_1 \Delta^2} \left[C_4 (\Delta \partial_t C_1 - C_1 \partial_t \Delta) - 2C_1 \Delta \partial_t C_4 \right]$$

$$T^{12}{}_{3} = \frac{1}{2C_1 \Delta^2} \left[C_4 (\Delta \partial_z C_1 - C_1 \partial_z \Delta) - 2C_1 \Delta \partial_z C_4 \right]$$

$$T^{13}{}_{1} = \frac{\partial_z C_1}{2C_1 C_3}$$

$$T^{13}{}_{2} = \frac{1}{2C_1 C_3 \Delta} \left(2\Delta \partial_z C_4 - C_4 \partial_z \Delta \right)$$

$$T^{20}{}_{2} = -\frac{1}{2C_0} \left(\frac{\partial_t \Delta}{\Delta} - \frac{\partial_t C_1}{C_1} \right),$$

$$T^{21}{}_{0} = \frac{C_4}{2C_1 \Delta^2} \left(C_1 \partial_t \Delta - \Delta \partial_t C_1 \right)$$

$$T^{21}{}_{3} = \frac{C_4}{2C_1 \Delta^2} \left(C_1 \partial_z \Delta - \Delta \partial_z C_1 \right)$$

$$T^{22}{}_{0} = -\frac{1}{2\Delta^2} \left(C_1 \partial_t \Delta - \Delta \partial_t C_1 \right)$$

$$T^{22}{}_{3} = -\frac{1}{2\Delta^2}\left(C_1\partial_z\Delta - \Delta\partial_z C_1\right)$$

$$T^{23}{}_{2} = -\frac{1}{2C_3}\left(\frac{\partial_t\Delta}{\Delta} - \frac{\partial_t C_1}{C_1}\right)$$

$$T^{30}{}_{3} = -\frac{\partial_t C_3}{2C_0C_3}$$

$$T^{33}{}_{0} = -\frac{\partial_t C_3}{2{C_3}^2} \qquad (4.1.14)$$

ve

$$T^{\mu\nu\beta} = g^{\beta\gamma}T^{\mu\nu}{}_{\gamma} \qquad (4.1.16)$$

kullanılarak,

$$T^{003} = -\mathrm{T}^{030} = \frac{1}{2{C_0}^2C_3}\partial_z C_0,$$

$$T^{101} = -T^{110} = -\frac{1}{2C_1C_0\Delta^2}\left(C_2\Delta\partial_t C_1 - 2C_4\Delta\partial_t C_4 + {C_4}^2\partial_t\Delta\right),$$

$$T^{102} = -T^{120} = -\frac{1}{2C_1C_0\Delta^2}\left(2C_1\Delta\partial_t C_4 - C_4\Delta\partial_t C_1 - C_1C_4\partial_t\Delta\right),$$

$$T^{113} = -T^{131} = -\frac{1}{2C_1C_3\Delta^2}\left(C_2\Delta\partial_z C_1 - 2C_4\Delta\partial_z C_4 + {C_4}^2\partial_z\Delta\right),$$

$$T^{123} = -T^{132} = -\frac{1}{2C_1C_3\Delta^2}\left(2C_1\Delta\partial_z C_4 - C_4\Delta\partial_z C_1 - C_1C_4\partial_z\Delta\right),$$

$$T^{201} = -T^{210} = \frac{C_4}{2C_1C_0\Delta^2}\left(C_1\partial_t\Delta - \Delta\partial_t C_1\right),$$

$$T^{202} = -T^{220} = \frac{1}{2C_0\Delta^2}\left(\Delta\partial_t C_1 - C_1\partial_t\Delta\right),$$

$$T^{213} = -T^{231} = \frac{C_4}{2C_1C_3\Delta^2}\left(C_1\partial_z\Delta - \Delta\partial_z C_1\right),$$

$$T^{223} = -T^{232} = \frac{1}{2C_3\Delta^2}\left(\Delta\partial_z C_1 - C_1\partial_z\Delta\right),$$

$$T^{303} = -T^{330} = \frac{\partial_t C_3}{2C_0 C_3{}^2} \tag{4.1.17}$$

biçiminde elde edilir. $U_\beta{}^{\nu\lambda}$ Freud süper potansiyelini göstermek üzere,

$$U_\beta{}^{\mu\lambda} = hS_\beta{}^{\nu\lambda} \tag{4.1.18}$$

şeklinde ifade edilir. Burada $h = \det\left(h^{(a)}{}_\mu\right)$ ve $S_\beta{}^{\nu\lambda}$ tensör olmak üzere

$$S^{\mu\nu\lambda} = m_1 T^{\mu\nu\lambda} + \frac{m_2}{2}\left(T^{\nu\mu\lambda} - T^{\lambda\mu\nu}\right) + \frac{m_3}{2}\left(g^{\mu\lambda}T^{\beta\nu}{}_\beta - g^{\nu\mu}T^{\beta\lambda}{}_\beta\right) \tag{4.1.19}$$

biçiminde tanımlıdır. m_1, m_2 ve m_3 mutlak paralelizm kuramında tanımlanan üçlü boyutsuz sabitlerdir. Mutlak paralelizm kuramında bu boyutsuz çiftlenim sabitleri için aşağıdaki gibi özel bir seçim yapılabilir:

$$m_1 = \frac{1}{4}, \quad m_2 = \frac{1}{2}, \quad m_3 = -1. \tag{4.1.20}$$

Bu durumda, $S^{\mu\nu\lambda}$ tensörünün sıfırdan farklı bileşenleri,

$$S^{003} = -S^{030} = -\frac{\partial_z \Delta}{4C_0 C_3 \Delta}$$

$$S^{012} = -S^{021} = \frac{1}{4C_0 C_1 \Delta}\left(C_4 \partial_t C_1 - C_1 \partial_t C_4\right)$$

$$S^{101} = -S^{110} = \frac{1}{4C_0 C_1 C_3 \Delta^2}\left\{C_2\left[C_1 \Delta \partial_t C_3 + C_3\left(C_1 \partial_t \Delta - \Delta \partial_t C_1\right)\right]\right.$$
$$\left. + C_3 C_4\left(C_4 \partial_t \Delta - 2\Delta \partial_t C_4\right)\right\}$$

$$S^{102} = -S^{120} = -\frac{1}{4C_0 C_3 \Delta}\left(C_4 \partial_t C_3 + C_3 \partial_t C_4\right)$$

$$S^{131} = -S^{113} = \frac{1}{4C_0C_1C_3\Delta^2}\{C_0[C_2\Delta\partial_z C_1 + C_4(C_4\partial_z\Delta - 2\Delta\partial_z C_4)]$$
$$+ C_1C_2(\Delta\partial_z C_0 + C_0\partial_z\Delta)\}$$
$$S^{123} = -S^{132} = -\frac{1}{4C_0C_3\Delta}(C_4\partial_t C_3 + C_3\partial_t C_4)$$
$$S^{201} = -S^{210} = -\frac{1}{C_0C_3\Delta}(C_4\partial_z C_0 + C_0\partial_z C_4)$$
$$S^{202} = -S^{220} = \frac{1}{4C_0C_3\Delta}(C_3\partial_t C_1 + C_1\partial_t C_3)$$
$$S^{213} = -S^{231} = -\frac{1}{4C_0C_3\Delta}(C_4\partial_z C_0 + C_0\partial_z C_4)$$
$$S^{223} = -S^{232} = \frac{1}{4C_0C_3\Delta}(C_1\partial_z C_0 + C_0\partial_z C_1)$$
$$S^{303} = -S^{330} = \frac{\partial_t\Delta}{4C_0C_3\Delta}$$
$$S^{312} = -S^{321} = \frac{1}{4C_1C_3\Delta}(C_1\partial_z C_4 - C_4\partial_z C_1) \qquad (4.1.21)$$

elde edilir.

$$S_\beta{}^{\nu\lambda} = g_{\beta\mu}S^{\mu\nu\lambda} \qquad (4.1.22)$$

bağıntısı kullanılarak $S_\beta{}^{\lambda\nu}$ tensörünün sıfırdan farklı bileşenleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$S_0{}^{03} = -S_0{}^{30} = -\frac{\partial_z\Delta}{4C_3\Delta}$$
$$S_0{}^{12} = -S_0{}^{21} = \frac{1}{4C_1\Delta}(C_4\partial_t C_1 - C_1\partial_t C_4)$$

$$S_1{}^{01} = -S_1{}^{10} = \frac{1}{4C_0C_3\Delta^2}\{C_2[C_1\Delta\partial_t C_3 + C_3(C_1\partial_t\Delta - \Delta\partial_t C_1)]$$
$$- C_4[-C_3\Delta\partial_t C_4 + C_4(C_3\partial_t\Delta + \Delta\partial_t C_3)]$$
$$S_1{}^{02} = -S_1{}^{20} = \frac{1}{4C_0\Delta}(C_4\partial_t C_1 - C_1\partial_t C_4)$$
$$S_1{}^{13} = -S_1{}^{31} = \frac{1}{4C_0C_3\Delta^2}[C_0C_4\Delta\partial_z C_4 - C_0C_2\Delta\partial_z C_1$$
$$+ C_1C_2(\Delta\partial_z C_0 + C_0\partial_z\Delta) - C_4^2(\Delta\partial_z C_0 + C_0\partial_z\Delta)]$$
$$S_1{}^{23} = -S_1{}^{32} = \frac{1}{4C_3\Delta}(C_4\partial_t C_1 - C_3\partial_t C_1)$$
$$S_2{}^{01} = -S_2{}^{10} = -\frac{1}{4C_0C_1\Delta^2}\{C_4^2(2\Delta\partial_t C_4 - C_4\partial_t\Delta) - C_2[C_1\Delta\partial_t C_4$$
$$+ C_4(\Delta\partial_t C_1 - C_1\partial_t\Delta)]\}$$
$$S_2{}^{02} = -S_2{}^{20} = \frac{1}{4C_0C_3\Delta}[C_2(C_3\partial_t C_1 + C_1\partial_t C_3)$$
$$- C_4(C_4\partial_t C_3 + C_3\partial_t C_4)]$$
$$S_2{}^{03} = -S_2{}^{03} = -\frac{1}{4C_1C_3\Delta^2}\{C_4^2(2\Delta\partial_z C_4 - C_4\partial_z\Delta) - C_2[C_1\Delta\partial_z C_4$$
$$+ C_4(\Delta\partial_z C_1 - C_1\partial_z\Delta)]\}$$
$$S_2{}^{23} = -S_2{}^{32} = \frac{1}{4C_0C_3\Delta}(C_1C_2\partial_z C_0 - C_4^2\partial_z C_0 + C_0C_2\partial_z C_1$$
$$- C_0C_4\partial_z C_4)$$
$$S_3{}^{03} = -S_3{}^{30} = \frac{\partial_t\Delta}{4C_0\Delta}$$
$$S_3{}^{12} = -S_3{}^{21} = \frac{1}{4C_1\Delta}(C_4\partial_z C_1 - C_1\partial_z C_4). \tag{4.1.23}$$

$S_\beta{}^{\nu\lambda}$ tensörü kullanılarak Freud süper potansiyelleri,

$$U_0{}^{03} = -U_0{}^{30} = \frac{\sqrt{C_0}\partial_z\Delta}{4\sqrt{C_3\Delta}}$$
$$U_0{}^{12} = -U_0{}^{21} = -\frac{\sqrt{C_0C_3}}{C_1\sqrt{\Delta}}(C_4\partial_t C_1 - C_1\partial_t C_4)$$

$$U_1{}^{01} = -U_1{}^{10} = \frac{1}{4\sqrt{C_0 C_3}\Delta^{3/2}}\{C_2[C_1\Delta\partial_t C_3 + C_3(C_1\partial_t\Delta - \Delta\partial_t C_1)]$$
$$- C_4[-C_3\Delta\partial_t C_4 + C_4(C_3\partial_t\Delta + \Delta\partial_t C_3)]$$
$$U_1{}^{02} = -U_1{}^{20} = \frac{\sqrt{C_3}}{4\sqrt{C_0\Delta}}(C_4\partial_t C_3 - C_3\partial_t C_4)$$
$$U_1{}^{13} = -U_1{}^{31} = \frac{1}{4\sqrt{C_0 C_3}\Delta^{3/2}}[C_0 C_4\Delta\partial_z C_4 - C_0 C_2\Delta\partial_z C_1$$
$$+ C_1 C_2(\Delta\partial_z C_0 + C_0\partial_z\Delta) - C_4^2(\Delta\partial_z C_0 + C_0\partial_z\Delta)]$$
$$U_1{}^{23} = -U_1{}^{32} = \frac{\sqrt{C_0}}{4\sqrt{C_3\Delta}}(C_4\partial_t C_1 - C_3\partial_t C_1)$$
$$U_2{}^{01} = -U_2{}^{10} = -\frac{\sqrt{C_3}}{4\sqrt{C_0}C_1\Delta^{3/2}}\{C_4^2(2\Delta\partial_t C_4 - C_4\partial_t\Delta) - C_2[C_1\Delta\partial_t C_4$$
$$+ C_4(\Delta\partial_t C_1 - C_1\partial_t\Delta)]\}$$
$$U_2{}^{02} = -U_2{}^{20} = \frac{1}{4\sqrt{C_0 C_3\Delta}}[C_2(C_3\partial_t C_1 + C_1\partial_t C_3)$$
$$- C_4(C_4\partial_t C_3 + C_3\partial_t C_4)]$$
$$U_2{}^{13} = -U_2{}^{31} = -\frac{\sqrt{C_0}}{4C_1\sqrt{C_3}\Delta^{3/2}}\{C_4^2(2\Delta\partial_z C_4 - C_4\partial_z\Delta) - C_2[C_1\Delta\partial_z C_4$$
$$+ C_4(\Delta\partial_z C_1 - C_1\partial_z\Delta)]\}$$
$$U_2{}^{23} = -U_2{}^{32} = \frac{1}{4\sqrt{C_0 C_3\Delta}}(C_1 C_2\partial_z C_0 - C_4^2\partial_z C_0 + C_0 C_2\partial_z C_1$$
$$- C_0 C_4\partial_z C_4)$$
$$U_3{}^{03} = -U_3{}^{30} = \frac{\sqrt{C_3}\partial_t\Delta}{4\sqrt{C_0\Delta}}$$
$$U_3{}^{12} = -U_3{}^{21} = \frac{\sqrt{C_0 C_3}}{4\sqrt{C_1\Delta}}(C_4\partial_z C_1 - C_1\partial_z C_4) \qquad (4.1.24)$$

şeklinde yazılır. Bu durumda Einstein enerji-momentum yoğunlukları,

$$hE^{0}{}_{0}=\frac{1}{32\pi\sqrt{C_0}\,(C_3\Delta)^{3/2}}\begin{Bmatrix}C_3\left[\Delta\left(\partial_z C_0\partial_z\Delta+2C_0\partial_z^2\Delta\right)\right.\\ \left.-C_0\left(\partial_z\Delta\right)^2\right]-C_0\Delta\partial_z C_3\partial_z\Delta\end{Bmatrix}, \tag{4.1.25}$$

$$hE^{0}{}_{3}=\frac{1}{32\pi\sqrt{C_0}\,(C_3\Delta)^{3/2}}\begin{Bmatrix}C_3\left[C_0\partial_z\Delta\partial_t\Delta\right.\\ \left.-\Delta\left(\partial_t C_0\partial_z\Delta+2C_0\partial_z\Delta\partial_t\Delta\right)\right]-C_0\Delta\partial_t C_3\partial_z\Delta\end{Bmatrix}; \tag{4.1.26}$$

Bergman-Thomson enerji momentum yoğunlukları

$$hB^{00}=\frac{1}{32\pi(C_0C_3\Delta)^{3/2}}\begin{Bmatrix}C_3\left[\Delta\left(\partial_z C_0\partial_z\Delta-2C_0\partial_z^2\Delta\right)\right.\\ \left.+C_0\left(\partial_z\Delta\right)^2\right]+C_0\Delta\partial_z C_3\partial_z\Delta\end{Bmatrix}, \tag{4.1.27}$$

$$hB^{03}=\frac{1}{32\pi(C_0C_3\Delta)^{3/2}}\begin{Bmatrix}-C_3\left[C_0\partial_z\Delta\partial_t\Delta\right.\\ \left.+\Delta\left(\partial_t C_0\partial_z\Delta-2C_0\partial_z\Delta\partial_t\Delta\right)\right]-C_0\Delta\partial_t C_3\partial_z\Delta\end{Bmatrix}; \tag{4.1.28}$$

ve Landau-Liftshitz enerji momentum yoğunlukları

$$hL^{00}=-\frac{1}{16\pi}\partial_z{}^2\Delta \tag{4.1.29}$$

$$hL^{03}=-\frac{1}{16\pi}\partial_t\Delta\partial_z\Delta \tag{4.1.30}$$

olarak bulunur.

4.2. HOMOJEN OLMAYAN EINSTEIN-MAXWELL-DİLATON-AKSİYON KURAMINDA AKSİYAL VEKTÖR BURULMALARI

Burulma katsayıları kullanılarak aksiyal vektör burulmalarının vektör parçasının sıfırdan farklı bileşenleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$V_0 = -\frac{\partial_t C_3}{2C_3} - \frac{\partial_t \Delta}{2\Delta}, \tag{4.2.1}$$

$$V_3 = -\frac{\partial_z C_0}{2C_0} - \frac{\partial_z \Delta}{2\Delta}. \tag{4.2.2}$$

Aksiyal vektör parçası bileşenleri ise,

$$A^0 = \frac{1}{3\sqrt{C_0 C_3 \Delta}}\left(\frac{C_4 \partial_z C_1}{C_1} - \partial_z C_4\right), \tag{4.2.3}$$

$$A^3 = -\frac{1}{3\sqrt{C_0 C_3 \Delta}}\left(\frac{C_4 \partial_t C_1}{C_1} - \partial_t C_4\right) \tag{4.2.4}$$

biçiminde elde edilir. Uzay benzeri formda aksiyal vektörü,

$$\vec{A}(t,z) = \sqrt{g_{33}}\, A^{(3)} \hat{e}_z \tag{4.2.5}$$

şeklinde yazılır. Burada $\hat{e}_z$, z yönündeki birim vektördür. Burulma kütle çekimindeki Dirac parçacığının spin yalpalanması,

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{\sqrt{C_0 \Delta}}\left(\frac{C_4 \partial_t C_1}{C_1} - \partial_t C_4\right)\hat{e}_z\right] \times \vec{S} \tag{4.2.6}$$

ve buna karşılık gelen Hamiltonyen,

$$\delta H = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{\sqrt{C_0 \Delta}}\left(\frac{C_4 \partial_t C_1}{C_1} - \partial_t C_4\right)\hat{e}_z\right] . \vec{\sigma} \tag{4.2.7}$$

halini alır.

Sıfırdan farklı burulmanın tensör parçası bileşenleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$t_{003} = \frac{1}{3}\partial_z C_0 - \frac{C_0 \partial_z \Delta}{6\Delta}$$

$$t_{011} = t_{101} = \frac{1}{4}\partial_t C_1 - \frac{C_1}{12 C_3 \Delta}\left(\Delta \partial_t C_3 + C_3 \partial_t \Delta\right)$$

$$t_{012} = t_{102} = \frac{1}{12}\left(6\partial_t C_4 - \frac{3C_4 \partial_t C_1}{C_1} - \frac{C_4}{C_3}\partial_t C_3 - \frac{C_4 \partial_t \Delta}{\Delta}\right)$$

$$t_{021} = t_{201} = \frac{1}{12} C_4 \left(\frac{3\partial_t C_1}{C_1} - \frac{\partial_t C_3}{C_3} - \frac{\partial_t \Delta}{\Delta}\right)$$

$$t_{022} = t_{202} = -\frac{1}{12 C_1 C_3 \Delta}\left\{C_2\left[C_1 \Delta \partial_t C_3 + C_3\left(3\Delta \partial_t C_1 - 2C_1 \partial_t \Delta\right)\right] + 3C_4 C_3\left(C_4 \partial_t \Delta - 2\Delta \partial_t C_4\right)\right\}$$

$$t_{030} = t_{300} = \frac{1}{12}\left(\frac{C_0 \partial_z \Delta}{\Delta} - 2\partial_z C_0\right)$$

$$t_{033} = t_{303} = \frac{1}{6}\partial_t C_3 - \frac{C_3 \partial_t \Delta}{12\Delta}$$

$$t_{110} = \frac{1}{6}\left[C_1\left(\frac{\partial_t C_3}{C_3} + \frac{\partial_t \Delta}{\Delta}\right) - 3\partial_t C_1\right]$$

$$t_{113} = \frac{1}{6}\left(\frac{C_1 \partial_z \Delta}{\Delta} + \frac{C_1 \partial_z C_0}{C_0} - 3\partial_z C_1\right)$$

$$t_{120} = t_{210} = \frac{1}{6}\left(\frac{C_4}{C_3}\partial_t C_3 - 3\partial_t C_4 + \frac{C_4 \partial_t \Delta}{\Delta}\right)$$

$$t_{123} = t_{213} = \frac{1}{6}\left(\frac{C_4 \partial_z \Delta}{\Delta} + \frac{C_4 \partial_z C_0}{C_0} - 3\partial_z C_4\right)$$

$$t_{131} = t_{311} = \frac{1}{12}\left(-\frac{C_1 \partial_z \Delta}{\Delta} + \frac{C_1 \partial_z C_0}{C_0} + 3\partial_z C_1\right)$$

$$t_{132} = t_{312} = \frac{1}{12}\left(6\partial_z C_4 - \frac{C_4 \partial_z C_0}{C_0} - \frac{3C_4 \partial_z C_1}{C_1} - \frac{C_4 \partial_z \Delta}{\Delta}\right)$$

$$t_{220} = \frac{1}{6C_1C_3\Delta}\{C_2[C_1\Delta\partial_t C_3 + C_3(3\Delta\partial_t C_1 - 2C_1\partial_t\Delta)]$$
$$+3C_4C_3(C_4\partial_t\Delta - 2\Delta\partial_t C_4)\}$$

$$t_{223} = \frac{1}{6C_0C_1\Delta}\{C_1C_2(\Delta\partial_z C_0 - 2C_0\partial_z\Delta) + 3C_0[C_2\Delta\partial_z C_1$$
$$+C_4(C_4\partial_z\Delta - 2\Delta\partial_z C_4)]\}$$

$$t_{231} = t_{321} = \frac{C_4}{12}\left(\frac{3\partial_z C_1}{C_1} - \frac{\partial_z\Delta}{\Delta} - \frac{\partial_z C_0}{C_0}\right)$$

$$t_{232} = t_{322} = \frac{1}{12C_0C_1\Delta}\{C_1C_2(-\Delta\partial_z C_0 + 2C_0\partial_z\Delta) - 3C_0[C_2\Delta\partial_z C_1$$
$$+C_4(C_4\partial_z\Delta - 2\Delta\partial_z C_4)]\}$$

$$t_{330} = \frac{C_3\partial_t\Delta}{6\Delta} - \frac{1}{3}\partial_t C_3. \qquad (4.2.8)$$

Homojen olmayan Einstein-Maxwell-Dilaton Aksiyon kuramında burulma tensörünün vektör, aksiyal ve tensör parçaları elde edilmiş oldu. Burulma tensörünün vektör parçası t ve z doğrultularındadır. Aksiyal vektör burulması ise t-z düzleminde simetriktir.

4.3. ÖZEL DURUMLAR

4.3.1. Kutuplanmış Gowdy Uzay –Zaman Modelinde Teleparalel Enerji Momentum Yoğunluğu

Gowdy uzay-zaman modelini çalışmak homojen olmayan uzay-zaman modeli araştırmaları için ilginç sonuçlar vermektedir. Çünkü homojen olmayan kozmolojilere karşılık gelmektedir ve önemsiz olmayan kuantum kütle çekim modelini de sağlamaktadır. Bu modele matematiksel olarak bakılacak olursa model birçok sonsuz serbestlik derecesine sahip dinamik bir sistem olarak betimlenir. Kutuplanmış Gowdy uzay-zaman modeli için çizgi elemanı[2],

$$ds^2 = e^{2a(t,z)}(-dt^2 + dz^2) + t(e^{W(t,z)}dy^2 + e^{-W(t,z)}dx^2) \qquad (4.3.1)$$

şeklinde verilir[2]. Burada, *a(t,z)* ve *W(t,z)* *x* ve y koordinatlarından bağımsız fonksiyonlardır.

Genel metrik tanımında,

$$C_1 = te^W, \quad C_2 = \frac{t}{e^W}, \quad C_0 = C_3 = e^{2a}, \quad C_4 = 0 \tag{4.3.2}$$

olarak alınırsa enerji yoğunlukları,

$$\begin{aligned} hE^0{}_0 &= hB^{00} = hL^{00} = 0 \\ hE^0{}_i &= hB^{0i} = hL^{0i} = 0 \end{aligned} \tag{4.3.3}$$

biçiminde hesaplanır.

4.3.2. Bianchi-I Tipi Evren Modelinde Enerji Momentum Yoğunluğu

Bianchi-I tipi evren modeli oldukça sık çalışılan bir modeldir. Bu modelde evren zamanın bir fonksiyonu olarak üstel şekilde genişler. Bu model için çizgi elemanı[3]

,

$$ds^2 = -dt^2 + e^{2l}dx^2 + e^{2m}dy^2 + e^{2n}dz^2 \tag{4.3.4}$$

olarak verilir. Burada *l, m* ve *n* zamanın bir fonksiyonudur. Genel metrik tanımında,

$$C_0 = 1, \quad C_1 = e^{2l}, \quad C_2 = e^{2m}, \quad C_3 = e^{2n}, \quad C_4 = 0 \tag{4.3.5}$$

olarak alınırsa enerji ve momentum yoğunlukları,

$$\begin{aligned} hE^0{}_0 &= hB^{00} = hL^{00} = 0 \\ hE^0{}_i &= hB^{0i} = hL^{0i} = 0 \end{aligned} \tag{4.3.6}$$

biçiminde hesaplanır. Bu sonuç daha önce Salti ve Havare tarafından yapılan ve literatürde bulunan sonuç ile aynıdır[3].

4.3.3. Viskoz Kasner Tipi Evren Modelinde Enerji Momentum Yoğunluğu

Kasner tipi evren modeli de literatürde görüldüğü kadar epey çalışılan bir modeldir. Bu modelde de yine evren zamanın bir fonksiyonu olarak genişler. Bu model için çizgi elemanı[4];

$$ds^2 = -dt^2 + t^{2a}dx^2 + t^{2b}dy^2 + e^{2c}dz^2 \tag{4.3.7}$$

olarak verilir. Genel metrik tanımında,

$$C_0 = 1, \quad C_1 = t^{2a}, \quad C_2 = t^{2b}, \quad C_3 = t^{2c}, \quad C_4 = 0 \tag{4.3.8}$$

olarak alınırsa denklem (4.1.23) - (4.1.28) den enerji ve momentum yoğunlukları

$$\begin{aligned} hE^0{}_0 &= hB^{00} = hL^{00} = 0 \\ hE^0{}_i &= hB^{0i} = hL^{0i} = 0 \end{aligned} \tag{4.3.9}$$

biçiminde hesaplanır. Bu sonuçlardan elde edilen sonuç Saltı tarafından yapılan çalışmalar ile aynıdır[4,5].

4.3.4. Türdeş Olmayan Açık Kozmolojide Madde Yokluğunda Teleparalel Enerji Momentum Yoğunluğu

Bu model için çizgi elemanı[1],

$$
\begin{aligned}
ds^2 = -k(z)dt^2 + k(z)dz^2 &+ \frac{1}{k^2(z)}\left[P(z) + \left(\alpha + m^2\right)t^2\right]dx^2 \\
&+ \frac{1}{k(z)}\left[P(z)N^2(t) + \left(\alpha + m^2\right)t^2 M^2(z)\right]dy^2 \\
&+ \frac{2}{k(z)}\left[P(z)N(t) + \left(\alpha + m^2\right)t^2 M(z)\right]dxdy
\end{aligned} \tag{4.3.10}
$$

şeklinde tanımlıdır. Genel metrik tanımında,

$$
\begin{aligned}
&C_0 = k(z) \\
&C_1 = \frac{1}{k(z)}\left[P(z) + \left(\alpha + m^2\right)t^2\right], \\
&C_2 = \frac{1}{k(z)}\left[P(z)N^2(t) + \left(\alpha + m^2\right)t^2 M^2(z)\right], \\
&C_3 = k(z), \quad C_4 = \frac{1}{k(z)}\left[P(z)N(t) + \left(\alpha + m^2\right)t^2 M(z)\right]
\end{aligned} \tag{4.3.11}
$$

olarak alınırsa denklem (4.1.23) - (4.1.28) ‘den Einstein enerji-momentum yoğunlukları,

$$
\begin{aligned}
hE^0{}_0 = \frac{t\sqrt{m^2+\alpha}}{32\pi k^3 P^{3/2}} &\{4kP\left[kM'P' + P(kM'' - 2k'M')\right] + N\left[k^2P'^2\right. \\
&+ P^2\left(4kk'' - 8k'^2\right) - 2kP\left(kP'' - 2k'P'\right)\left.\right] + M\left[P^2(8k'^2 - 4kk'')\right. \\
&\left.+ 2kP\left(kP'' - 2k'P'\right)\right]\}
\end{aligned} \tag{4.3.12}
$$

$$
\begin{aligned}
hE^0{}_3 = \frac{\sqrt{m^2+\alpha}}{16\pi k^2\sqrt{P}} &\left[tk\dot{N}P' - 2kPM' - 2tPk'\dot{N} + M\left(2Pk' - kP'\right)\right. ; \\
&\left.+ N\left(kP' - 2Pk'\right)\right]
\end{aligned} \tag{4.3.13}
$$

Bergmann-Thomson enerji-momentum yoğunlukları,

$$hB^{00} = -\frac{t\sqrt{m^2+\alpha}}{32\pi k^4 P^{3/2}}\left\{4kP\left[kM'P' + P(kM'' - k'M')\right] + N\left[k^2 P'^2 \right.\right.$$
$$\left.\left. + 4P^2\left(kk'' - 3k'^2\right) - 2kP\left(kP'' - 3k'P'\right)\right] + M\left[4P^2(3k'^2 - kk'') \right.\right. \qquad (4.3.14)$$
$$\left.\left. - k^2P'^2 + 2kP\left(kP'' - 3k'P'\right)\right]\right\}$$

$$hB^{03} = \frac{\sqrt{m^2+\alpha}}{16\pi k^3\sqrt{P}}\left[-tk\dot{N}P' + 2kPM' + 2tPk'\dot{N} + N\left(2Pk' - kP'\right)\right. ; \qquad (4.3.15)$$
$$\left. + N\left(kP' - 2Pk'\right)\right]$$

ve Landau-Liftshitz enerji-momentum yoğunlukları

$$hL^{00} = \frac{t^2(m^2+\alpha)}{16\pi k^4}\left[8k(M-N)Pk'M' - 6(M-N)^2Pk'^2 - 2Pk^2M'^2\right.$$
$$+ 4k(M-N)^2k'P' - 4k^2(M-N)M'P' + 2k(M-N)^2Pk'' \qquad (4.3.16)$$
$$\left. - 2k^2(M-N)PM'' - k^2(M-N)^2P''\right]$$

$$hL^{03} = \frac{t(\alpha+m^2)}{8\pi k^3}\left[2k(M-n)PM' - 2(M-N)^2Pk' + 2t(M-N)Pk'\dot{N}\right. \qquad (4.3.17)$$
$$\left. - tkPM'\dot{N} + k(M-N)^2P' - tk(M-N)\dot{N}P'\right]$$

şeklinde hesaplanır. Burada, nokta zamana göre üs ise z koordinatına göre türevdir. ($M \equiv M(z), \quad N \equiv N(t), \quad P \equiv P(z), \quad k \equiv k(z)$).

4.3.5. Düzlem Simetrik Dalga ve Silindirik Uzay-Zaman Teleparalel Enerji Momentum Yoğunluğu

Denklem (1) 'deki çizgi elemanı için $t \to 0$ limit durumunda, bu model düzlem-simetrik dalga ve silindirik uzay-zaman modeli durumunu alır. Bu model için çizgi elemanı[1],

$$ds^2 = k(z)\left(-dt^2 + dz^2\right) + \frac{1}{4k(z)}\left[e^{2z} + 1\right]dx^2$$
$$+ \frac{1}{4k(z)}\left[e^{2z}N_1{}^2 + M_1{}^2(z)\right]dy^2 + \frac{2}{4k(z)}\left[e^{2z}N_1 + M_1(z)\right]dxdy \qquad (4.3.18)$$

şeklinde verilir. Genel metrik tanımında,

$$C_0 = C_3 = k(z),$$
$$C_1 = \frac{1}{4k(z)}\left[e^{2z} + 1\right],$$
$$C_2 = \frac{1}{4k(z)}\left[e^{2z}N_1{}^2 + M_1{}^2(z)\right], \qquad (4.3.19)$$
$$C_4 = \frac{1}{4k(z)}\left[e^{2z}N_1 + M_1(z)\right]$$

tanımlamaları yapılırsa bu durum için sırasıyla;
Einstein enerji-momentum yoğunlukları,

$$hE^0{}_0 = \frac{e^z}{32\pi k^3}\left\{2(N-M)k'^2 + k\left[2k'(M-N-M')\right.\right.$$
$$\left.\left. + (M-N)k''\right] + k^2\left(N-M-2M'-M''\right)\right\} \qquad (4.3.20)$$

$$hE^0{}_i = 0; \qquad (4.3.21)$$

Bergmann-Thomson enerji-momentum yoğunlukları,

$$hB^{00} = -\frac{e^z}{32\pi k^4}\left\{3(N-M)k'^2 + k\left[3k'(M-N-M')\right.\right.$$
$$\left.\left. + (M-N)k''\right] + k^2\left(N-M-2M'-M''\right)\right\} \qquad (4.3.22)$$

$$hB^{0i} = 0; \qquad (4.3.23)$$

ve Landau-Liftshitz enerji-momentum yoğunlukları,

$$hL^{00} = \frac{e^{2z}}{128\pi k^4}\{k(N-M)[4k'(N-M-M')+(N-M)k''] \\ -3(N-M)^2k'^2 - k^2[2N^2+2M^2-4NM'+M'^2-NM'' \\ +M(M''+4M'-4N) \tag{4.3.24}$$

$$hL^{0i} = 0 \tag{4.3.25}$$

olarak hesaplanır. $M \equiv M(z)$, $N \equiv N(t)$, $P \equiv P(z)$, $k \equiv k(z)$ ve

$$M = \nu^2 e^{z/2} + \beta e^z \\ N = -\frac{\nu^2}{4} + b \tag{4.3.26}$$

biçimindedir. $t \to 0$ limitinde yazılan metrik için b ve β aksiyon ve dilaton parametreleri ile biraz ince ayar yapılırsa uzay zamanın tekil olma olasılığı ortaya çıkmaktadır[1].

4.4. EINSTEIN-MAXWELL-DİLATON-AKSİYON KURAMINDA YÜKLÜ KARA DELİKLER İÇİN TOPLAM ENERJİ

Dört boyutta, sicimle skaler olarak çiftlenen Einstein-Hilbert-Maxwell eylemi; Einstein çerçevesinde, κ dört boyutlu kütle çekimsel çiftlenim sabiti, R eğrilik skaleri ve $F_{\mu\nu}$ de Maxwell alanının stres tensörü olmak üzere

$$S = \int \frac{\sqrt{-g}}{2\kappa}\Big[R - \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}\omega(\phi)\partial_\sigma\xi\partial^\sigma\xi - \alpha(\phi,\xi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ -\beta(\phi,\xi)F_{\mu\nu} * F^{\mu\nu}\Big]d^4x \tag{4.4.1}$$

şeklinde yazılır[6]. ϕ skaler ve ξ sankiskaler alanlar, $\omega(\phi)$ minimal olmayan kinetik terimi veren ifadedir. α ve β, ϕ ve ξ nın Maxwell denklemleriyle çiftlenimini tanımlar ve $*F^{\mu\nu}=\frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}F_{\alpha\beta}$ şeklinde tanımlanan dual(Hodge) Maxwell alan tensörüdür. ($\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ dörtlü Levi-Civita tensörüdür.)

Einstein çerçevesinde, $\omega(\phi)=e^{2a\phi}$, $\alpha(\phi,\xi)=e^{-a\phi}$ ve $\beta(\phi,\xi)=b\xi$ alınarak dört boyutta Einstein-Maxwell kuramı için kütlesiz skaler Dilaton ϕ ve kütlesiz sankiskaler aksiyon ξ ile çiftlenen genelleştirilmiş eylem,

$$
\begin{aligned}
S=\int\sqrt{-g}\Big[&\frac{1}{2\kappa}\left(R-\frac{1}{2}\partial_{\mu}\phi\partial^{\mu}\phi-\frac{1}{2}e^{2a\phi}\partial_{\sigma}\xi\partial^{\sigma}\xi\right)\\
&-e^{-a\phi}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}-b\xi F_{\mu\nu}*F^{\mu\nu}\Big]d^{4}x
\end{aligned}
\tag{4.4.2}
$$

şeklinde yazılır. Burada, *a* ve *b* sabit serbest parametrelerdir. Ek olarak hem dilaton hem de aksiyon alanlarının boyutsuzlukları korunur.

Bu kuram için genel metrik,

$$
ds^{2}=-G^{2}(r)dt^{2}+\frac{1}{G^{2}(r)}dr^{2}+F^{2}(r)(d\theta^{2}+\sin^{2}\theta d\varphi^{2}) \tag{4.4.3}
$$

biçimindedir. Metrik tensör $g_{\mu\nu}$ ve tersi $g^{\mu\nu}$ sırasıyla,

$$
g_{\mu\nu}=\begin{pmatrix}-G^{2}(r) & 0 & 0 & 0\\ 0 & G^{-2}(r) & 0 & 0\\ 0 & 0 & F^{2}(r) & 0\\ 0 & 0 & 0 & F^{2}(r)\sin^{2}\theta\end{pmatrix} \tag{4.4.4}
$$

$$
g^{\mu\nu}=\begin{pmatrix}-G^{-2}(r) & 0 & 0 & 0\\ 0 & G^{2}(r) & 0 & 0\\ 0 & 0 & F^{-2}(r) & 0\\ 0 & 0 & 0 & F^{-2}(r)\sin^{-2}\theta\end{pmatrix} \tag{4.4.5}
$$

olarak yazılır. Tetratlar ise,

$$h^{(a)}{}_{\mu} = \begin{pmatrix} G(r) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G^{-1}(r)\sin\theta\cos\varphi & F(r)\cos\theta\cos\varphi & -F(r)\sin\theta\sin\varphi \\ 0 & G^{-1}(r)\sin\theta\sin\varphi & F(r)\cos\theta\sin\varphi & F(r)\sin\theta\cos\varphi \\ 0 & G^{-1}(r)\cos\theta & -F(r)\sin\theta & 0 \end{pmatrix} \qquad (4.4.6)$$

ve

$$h_{(a)}{}^{\mu} = \begin{pmatrix} G^{-1}(r) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G(r)\sin\theta\cos\varphi & F^{-1}(r)\cos\theta\cos\varphi & -F^{-1}(r)(\sin\theta)^{-1}\sin\varphi \\ 0 & G(r)\sin\theta\sin\varphi & F^{-1}(r)\cos\theta\sin\varphi & F^{-1}(r)(\sin\theta)^{-1}\cos\varphi \\ 0 & G(r)\cos\theta & -F^{-1}(r)\sin\theta & 0 \end{pmatrix} \qquad (4.4.7)$$

şeklinde elde edilir.

4.4.1. Asimptotik Olarak Düz Kara Delik Modeli İçin Møller Enerjisi

Bu model için çizgi elemanı[6,]

$$\begin{aligned} ds^2 = &-\frac{(r-r_+)(r-r_-)}{(r-r_0)^{2-2n}(r+r_0)^{2n}}dt^2 + \frac{(r-r_0)^{2-2n}(r+r_0)^{2n}}{(r-r_+)(r-r_-)}dr^2 \\ &+ \frac{(r+r_0)^{2n}}{(r-r_-)^{2n-2}}d\Omega^2 \end{aligned} \qquad (4.4.8)$$

gibi yazılır. Burada $d\Omega^2 = d\theta + \sin^2\theta d\varphi^2$ olmak üzere, n 0-1 arası bir sayı ve $r_\pm$ integrasyon sabitleridir. Efektif çiftlenim,

$$\gamma(r) = K_1 \left(\frac{r - r_0}{r + r_0} \right)^{2(1-n)} + K_2 \left(\frac{r - r_0}{r + r_0} \right)^{-2n}, \qquad (4.4.9)$$

Efektif skaler,

$$\psi(r) = \psi_0 + 2\sqrt{n(1-n)}\ln\left(\frac{r - r_0}{r + r_0} \right), \qquad (4.4.10)$$

olarak tanımlıdır ve burada K_1, K_2 ve ψ_0 sabitlerdir.

i) Eylemde $a = b = 1$ durumu

Bu durum için metrik,

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 + r(r - 2r_0)d\Omega^2, \qquad (4.4.11)$$

aksiyon ve skaler alanlar ise

$$\begin{aligned} \phi(r) &= \phi_0 + \ln\left[\frac{Q^2 r^2 - 4Q_e^2 r_0 (r - r_0)}{Q^2 r(r - 2r_0)} \right], \\ \xi(r) &= \xi_0 + \left[\frac{4Q_m Q_e e^{-\phi_0} r_0 (r - r_0)}{Q^2 r - 4Q_e^2 r_0 (r - r_0)} \right], \end{aligned} \qquad (4.4.12)$$

şeklinde verilir. Burada, Q_e ve Q_m elektrik ve manyetik yükler olmak üzere $Q^2 = Q_e^2 + Q_m^2$ ve $r_0 = Q^2 e^{-\phi_0} / 2m$ şeklinde tanımlıdır.

Bu model için gerekli olan Freud süper potansiyeli,

$$U_0{}^{01} = \frac{2\sin\theta}{\kappa}\left(2m + r_0 - \frac{2r_0 m}{r} - r + \sqrt{(r - 2m)(r - 2r_0)} \right) \qquad (4.4.13)$$

biçiminde elde edilir. Toplam enerji, yüzey üzerinden

$$E = \lim_{r\to\infty} \int_{r=sabit} U_0{}^{0i} n_i dS \tag{4.4.14}$$

integrali ile tanımlanır. Burada, n_i yüzey elemanı dS ‘ye normal üçlü vektördür.

Elde edilen Freud süper potansiyelleri enerji bağıntısında yerine yazılırsa, enerji,

$$E(r) = 2m + \frac{a^2 e^{-a\phi} Q^2}{4m_0}\left(1 - \frac{2m}{r}\right) - r + (r - 2m)^{1/2}\left(r - \frac{a^2 e^{-a\phi} Q^2}{2m_0}\right)^{1/2} \tag{4.4.15}$$

biçiminde elde edilir. Buradan toplam enerji $r \to \infty$ limitinde

$$E = m \tag{4.4.16}$$

olarak bulunur.

ii) $a = b >> 1$ durumu

Bu durum için çizgi elemanı,

$$ds^2 \approx -\left(1 - \frac{2m}{r - 2r_0}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2m}{r - 2r_0}\right)^{-1} dr^2 + (r - 2r_0)^2 d\Omega^2, \tag{4.4.17}$$

aksiyon ve skaler alanlar ise

$$\begin{aligned} \phi(r) &\approx \phi_0 + \frac{1}{a}\ln\left[\frac{1}{Q^2}\left(1 - \frac{2r_0}{r}\right)^{-2}\left(Q_m^2 + Q_e^2\left(1 - \frac{2r_0}{r}\right)^4\right)\right], \\ \xi(r) &\approx \xi_0 + \frac{Q_m Q_e}{a} e^{-a\phi_0}\left[1 - \left(1 - \frac{2r_0}{r}\right)^4\right]\left(Q_m^2 + Q_e^2\left(1 - \frac{2r_0}{r}\right)^4\right)^{-1}, \end{aligned} \tag{4.4.18}$$

şeklindedir.

Bu model için gerekli olan Freud Süper potansiyeli,

$$U_0{}^{01} = \frac{2\sin\theta}{\kappa}\left[(r-2r_0)\sqrt{1-\frac{2m}{r-2r_0}}\left(1-\sqrt{1-\frac{2m}{r-2r_0}}\right)\right] \tag{4.4.19}$$

şeklinde elde edilir. Enerji ifadesi kullanılarak,

$$E(r) = (r - \frac{a^2 e^{-a\phi} Q^2}{2m_0})\left(1-\frac{4mm_0}{2rm_0 - a^2 e^{-a\phi}Q^2}\right)^{1/2}\left[1-\left(1-\frac{4mm_0}{2rm_0 - a^2 e^{-a\phi}Q^2}\right)^{1/2}\right] \tag{4.4.20}$$

ve toplam enerji

$$E = m \tag{4.4.21}$$

bulunur. Burada, $r_0 \approx \dfrac{a^2 e^{-a\phi} Q^2}{4m_0}$, $m_0 \approx m + r_0$ ve $Q^2 = Q_e^2 + Q_m^2$ olarak tanımlıdır.

4.5. EINSTEIN-MAXWELL-DİLATON-AKSİYON KURAMINDA YÜKLÜ KARA DELİKLER İÇİN AKSİYAL VEKTÖR BURULMALARI

Tetrat bileşenleri kullanılarak Weitzenböck katsayıları,

$$\Gamma^0{}_{01} = \frac{\partial_r G(r)}{G(r)}, \qquad \Gamma^1{}_{11} = -\frac{\partial_r G(r)}{G(r)},$$

$$\Gamma^1{}_{22} = -G(r)F(r), \qquad \Gamma^1{}_{33} = -G(r)F(r)\sin^2\theta,$$

$$\Gamma^2{}_{12} = \frac{1}{G(r)F(r)}, \qquad \Gamma^2{}_{21} = \frac{\partial_r F(r)}{F(r)},$$

$$\Gamma^2{}_{33} = -\cos\theta\sin\theta\,, \qquad \Gamma^3{}_{13} = \frac{1}{G(r)F(r)}\,,$$

$$\Gamma^3{}_{23} = \cot\theta\,, \qquad \Gamma^3{}_{31} = \frac{\partial_r F(r)}{F(r)}\,,$$

$$\Gamma^3{}_{32} = \cot\theta \tag{4.5.1}$$

olarak bulunur. Burulma katsayıları ise

$$T^0{}_{01} = -T^0{}_{10} = -\frac{\partial_r G(r)}{G(r)}\,,$$

$$T^2{}_{12} = -T^2{}_{21} = -\frac{1 - G(r)\partial_r F(r)}{G(r)F(r)}\,,$$

$$T^3{}_{13} = -T^3{}_{31} = -\frac{1 - G(r)\partial_r F(r)}{G(r)F(r)} \tag{4.5.2}$$

biçiminde elde edilir. Diğer gerekli tensör bileşenlerinden sırasıyla $T^{\mu\theta}{}_{\nu}$ bileşenleri;

$$T^{00}{}_1 = \frac{\partial_r G(r)}{G^3(r)}\,, \qquad T^{01}{}_0 = G(r)\partial_r G(r)\,,$$

$$T^{21}{}_2 = -\frac{G(r)\left[1 - G(r)\partial_r F(r)\right]}{F(r)}\,,$$

$$T^{22}{}_1 = -\frac{\left[1 - G(r)\partial_r F(r)\right]}{G(r)F^3(r)}\,,$$

$$T^{31}{}_3 = -\frac{G(r)\left[1 - G(r)\partial_r F(r)\right]}{F(r)}\,,$$

$$T^{33}{}_1 = -\frac{\left[1 - G(r)\partial_r F(r)\right]}{\sin^2\theta G(r)F^3(r)}\,, \tag{4.5.3}$$

$T^{\mu\theta\nu}$ bileşenleri:

$$T^{001} = T^{010} = \frac{\partial_r G(r)}{G(r)}\,,$$

$$T^{212} = T^{221} = -\frac{G(r)\left[1 - G(r)\partial_r F(r)\right]}{F^3(r)},$$

$$T^{313} = T^{331} = -\frac{G(r)\left[1 - G(r)\partial_r F(r)\right]}{\sin^2\theta F^3(r)}, \qquad (4.5.4)$$

$T_{\mu\theta\nu}$ bileşenleri:

$$T_{001} = -T_{010} = G(r)\partial_r G(r),$$

$$T_{212} = -T_{221} = -\frac{F(r)\left[1 - G(r)\partial_r F(r)\right]}{G(r)},$$

$$T_{313} = -T_{331} = -\frac{F(r)\sin^2\theta\left[1 - G(r)\partial_r F(r)\right]}{G(r)} \qquad (4.5.5)$$

şeklinde elde edilir. Burulma katsayıları kullanılarak aksiyal vektör burulmalarının vektör parçasının sıfırdan farklı bileşeni aşağıdaki gibi bulunur:

$$V_1 = \frac{2 - 2G(r)\partial_r F(r) - F(r)\partial_r G(r)}{F(r)G(r)}. \qquad (4.5.6)$$

Aksiyal vektör parçası bileşenleri ise

$$A^\mu = 0 \qquad (4.5.7)$$

biçiminde elde edilir.

Sıfırdan farklı burulmanın tensör parçası bileşenleri de

$$t_{001} = \frac{2G(r)\left[1 - G(r)\partial_r F(r) - F(r)\partial_r G(r)\right]}{3F(r)}$$

$$t_{010} = -\frac{G(r)\left[1 - G(r)\partial_r F(r) - F(r)\partial_r G(r)\right]}{3F(r)}$$

$$t_{100} = -\frac{G(r)\left[1 - G(r)\partial_r F(r) - F(r)\partial_r G(r)\right]}{3F(r)}$$

$$t_{122} = -\frac{F(r)\left[1 - G(r)\partial_r F(r) - F(r)\partial_r G(r)\right]}{6G(r)}$$

$$t_{133} = -\frac{F(r)\sin^2\theta\left[1 - G(r)\partial_r F(r) - F(r)\partial_r G(r)\right]}{6G(r)}$$

$$t_{212} = -\frac{F(r)\left[1 - G(r)\partial_r F(r) - F(r)\partial_r G(r)\right]}{6G(r)}$$

$$t_{221} = \frac{F(r)\left[1 - G(r)\partial_r F(r) - F(r)\partial_r G(r)\right]}{3G(r)}$$

$$t_{313} = -\frac{F(r)\sin^2\theta\left[1 - G(r)\partial_r F(r) - F(r)\partial_r G(r)\right]}{6G(r)}$$

$$t_{001} = \frac{F(r)\sin^2\theta\left[1 - G(r)\partial_r F(r) - F(r)\partial_r G(r)\right]}{3G(r)}$$

(4.5.8)

olarak hesaplanır.

KAYNAKLAR

1. Lopez L. A. ve Breton N. Gen Relativ Gravit **2007**, 39, 153–166.
2. Barnes A P, Lefloch P G, Schmidt B G ve J M Stewart, Class. Quantum Grav. **2004**, 21, 5043–5074.
3. Saltı M. Ve Havare A. arXiv: gr-qc/0502042.
4. Saltı M. Ve Havare A. Int.J.Mod.Phys. A **2005**, 20, 2169-2177.
5. Saltı M. Nuovo Cim. **2005** 120B, 53-60.
6. Sur S., Das S. ve SenGupta S, JHEP **2005**, 0510, 064-097.

5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Yapılan bu doktora tez çalışmasında, Einstein-Maxwell-Dilaton-Aksiyon kuramındaki çeşitli evren modelleri için enerji veya enerji-momentum yoğunlukları hesaplanmıştır. Yapılan bu hesaplar iki kısımda incelenecek olursa, ilk kısım olarak kartezyen koordinatlar kullanılarak bu kuramdaki homojen olmayan evren modelleri için enerji-momentum yoğunlukları, Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Liftshitz gösterimleri için enerji yoğunluğunun ve aksiyal vektör burulmalarının hesabı olarak düşünülebilir. Bu durum için enerji yoğunluklarının zamandan bağımsız olduğu ancak momentum yoğunluklarının hem zaman hem de z doğrultusuna bağlı olduğu bulunmuştur. Bulunan sonuçlar için bir literatür karşılaştırması yapılmış ve sonuçların uyumluluğu sınanmıştır. Aksiyal vektör burulmalarının uzay benzeri bir bileşeni olduğu ve bu bileşenin hem zamanla hem de z koordinatıyla değiştiği görülmüştür.

İkinci kısım olarak, küresel simetriye sahip yüklü kara delik modellerinin bazı durumları için toplam enerji hesabı Moller gösteriminde hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlarda, λ parametresinin uygun seçimiyle enerjinin genellikle kütle çekimsel kütle ile orantılı olduğu görülmüştür. Bu durum literatürdeki çalışmalarla uyumludur (Bkz. Kaynak Araştırmaları). Aksiyal vektör burulmaları için aksiyal vektör parçasının sıfıra eşit olduğu, yani kütle çekimindeki Dirac parçacığının spin yalpalanmasının zamanla değişmediği bulunmuştur. Bununla birlikte, vektör ve tensör parçasının sıfırdan farklı olduğu da görülmüştür.

Son yıllarda, teleparalelizm (mutlak paralelelizm) alanında literatürde birçok çalışma göze çarpmaktadır. Bu çalışmalarda genellikle verilen bir uzay zaman modeli için enerji hesabı yapılmakta ve genel görelilikteki eşdeğerliliği karşılaştırılmaktadır. Teleparalel kuram ucu açık bir kuramdır. Örneğin, halen bu kuram için genel görelilikte yazılan Weinberg, Papapetrou, Tolman ve Qadir-Sharif gösterimlerinin karşılığı yazılmamıştır. Kütle çekim ile elektromanyetizmayı birleştiren bu kuramın asıl amacı yıllardır süregelen dört temel kuvveti birleştirmektir. Bu nedenle bu kuramın geliştirilmesi, ileriki zamanlarda fizikçilerin en çok yapmak istedikleri dört temel kuvveti birleştirmeyi sağlamak için ışık tutacaktır.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Murat Korunur

Doğum Yeri: Kırıkhan

Doğum Tarihi: 10.08.1979

Medeni Hali: Evli

Yabancı Dili: İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Kırıkhan Lisesi

Lisans : Mersin Üniversitesi

Yüksek Lisans : Mersin Üniversitesi

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl:

Mersin Üniversitesi, Fizik Bölümü, Araştırma Görevliliği, 2002-2005

Dicle Üniversitesi, Fizik Bölümü, Araştırma Görevliliği, 2005 – Devam ediyor

Yayınları (SCI ve diğer):

SCI:

1. Murat Korunur, Mustafa Saltı and Oktay Aydogdu, "*An Assf and the Teleparallelism",* Euro. Phys. J. C (2007), V50, (2007) 101-107.

2. Murat Korunur, Mustafa Saltı and Oktay Aydogdu,*"The Lukash Plane-Wave Attractor and Relative Energy",* Mod. Phys. Lett. A Vol. 22, No. 21 (10 July 2007)

3. Murat Korunur, Mustafa Saltı, Ali Havare, "*On the Relative Energy Associated with Spacetimes of Diagonal Metrics"*, Pramana- Journal of Physics V68, No.5 (2007) 735.

4. Oktay Aydoğdu, Mustafa Saltı, Murat Korunur and Irfan Acikgoz, "*Energy Associated with the Gibbons-Maeda Dilaton Space-Time",* Found. Phys. Lett. 19 (2006) 709.

5. Ali Havare, Murat Korunur, Oktay Aydoğdu, Mustafa Saltı and Taylan Yetkin *"Exact Solutions of the Photon Equation in Anisotropic Spacetimes",* Int. J. Mod. Phys. D14 (2005) 957.

6. Oktay Aydoğdu, Mustafa Saltı and Murat Korunur, "*Energy in Reboucas–Tiomno–Korotkii–Obukhov and Gödel–type Space–times in Bergmann–Thomson's Formulations",* Acta Phys. Slov. 55, (2005) 537.

7. Ali Havare, Taylan Yetkin, Murat Korunur and Kenan Söğüt, "*Creation of Spin-1/2 Particles in Hyperboloid de Sitter Space Time*" Nucl.Phys. B682 (2004) 457

Diğer;

1. Mustafa Saltı, Oktay Aydogdu, Ali Havare and Murat Korunur, "*The Massless Spin-1 Particles in the Rotating Space-times*", FIZIKA B (Zagreb) 15 (2006) 71.