T.C. DİCLE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

# KESME KUVVETİNİ HESABA KATARAK UÇLARINDA RİJİT BÖLGELER BULUNAN ELASTİK BAĞLI ÇUBUKLARDAN OLUŞAN DÜZLEMSEL ÇERÇEVELERİN STABİLİTE ANALİZİ

Sercan KAYMAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DİYARBAKIR Haziran 2012 T.C. DİCLE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

# KESME KUVVETİNİ HESABA KATARAK UÇLARINDA RİJİT BÖLGELER BULUNAN ELASTİK BAĞLI ÇUBUKLARDAN OLUŞAN DÜZLEMSEL ÇERÇEVELERİN STABİLİTE ANALİZİ

Sercan KAYMAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DİYARBAKIR Haziran 2012

# T.C. DİCLE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE <u>DİYARBAKIR</u>

Sercan KAYMAK tarafından yapılan "Kesme Kuvvetini Hesaba Katarak Uçlarında Rijit Bölgeler Bulunan Elastik Bağlı Çubuklardan Oluşan Düzlemsel Çerçevelerin Stabilite Analizi" konulu bu çalışma, jürimiz tarafından İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

# <u>Jüri Üyeleri</u>

Başkan	: Prof. Dr. M. Sedat HAYALİOĞLU	
Üye	: Yrd. Doç. Dr. Tamer ÖZBEN	
Üye	: Yrd. Doç. Dr. Halil GÖRGÜN (Danışman)	
Tez Savunma Sınavı Tarihi: / / 2012		
	Yukarıdaki bilgilerin doğruluğunu onaylarım.	
/ / 2012		
Prof. Dr. Hamdi TEMEL		
	Enstitü Müdürü	

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans öğrenimim boyunca, bilgi ve deneyimleri ile bana yol gösteren, özellikle tez çalışmam esnasında kıymetli zamanını benimle paylaşan değerli danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Halil GÖRGÜN'e ve üzerimde emeği olan tüm öğretim üyelerine teşekkürü bir borç bilir, saygılarımı sunarım.

Ayrıca bu günlere ulaşmamı sağlayan, benden desteklerini hiç esirgemeyen sevgili eşime, aileme ve her zaman yanımda olan arkadaşlarıma da sonsuz teşekkür ederim.

		<u>Sayfa</u>
TEŞE	KKÜR	I
İÇİNI	DEKİLER	II
ÖZET	·	v
ABST	RACT	VII
ÇİZEI	LGE LİSTESİ	IX
ŞEKİI	L LİSTESİ	XI
KISAI	LTMA VE SİMGELER	XIII
EK Lİ	istesi	XIV
1.	GİRİŞ	1
1.1.	Kabuller	2
1.2.	Kullanılan Notasyon	2
2.	ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	5
3.	MATERYAL VE METOD	
3.1.	Düzlem Taşıyıcı Sistemlerde Rijitlik Matrisi Yöntemi	9
3.1.1.	Giriș	9
3.1.2.	Birim Deplasman Sabitleri	9
3.1.3.	Eleman Rijitlik Matrisisnin Oluşturulması	9
3.1.4.	Düğüm Noktalarında Uygunluk ve Denge Koşulları	10
3.1.5.	Sistem Rijitlik Matrisi	11
3.1.6.	Ara Yük Hali	11
3.2.	Elemanları Birbirine Elastik Dönel Yaylarla Bağlanmış Çerçevelerin İkinci M	Mertebe
Analiz	.i	
3.2.1.	Giriş	
3.2.2.	Bağlantı Davranışının Modellenmesi	15
3.2.3.	Uçlarında Elastik Dönel Yaylar Bulunan Bir Çubuğun İkinci Mertebe T	eorisine
Göre E	Elaman Rijitlik Matrisi	
4.	UÇLARINDA SONSUZ RİJİT BÖLGELER BULUNAN ELEMANLA	RDAN
OLUŞ	SAN ÇERÇEVELERİN İKİNCİ MERTEBE ANALİZİ	21
4.1.	Giriş	21
4.2.	Uçlarında Sonsuz Rijit Bölgeler Bulunan Çubukların İkinci Mertebe Teorisin	ne Göre
Eleman	n Rijitlik Matrisleri	21
4.3.	Uçlarında Elastik Dönel Yaylar ve Sonsuz Rijit Bölgeler Bulunan Çubu	klardan
Oluşar	ı Çerçevelerin Stabilite Analizi	23

# İÇİNDEKİLER

4.3.1.	Giriş	23
4.3.2.	Sistemin Davranışı	24
4.3.3.	Stabilite Analizi	26
4.3.4.	Düzlem Çerçevelerin Kritik Yükünün Hesabı	27
5.	KAYMA ŞEKİL DEĞİŞTİRMELERİ GÖZ ÖNÜNDE TUTULAN VE	
	UÇLARINDA DÖNEL YAYLAR BULUNAN BİR ÇUBUĞUN ELEMAN	
	RİJİTLİK MATRİSİ	31
5.1.	Genel Denklemler	31
5.1.1.	Basınç Hali	32
5.1.2.	Çekme Hali	34
5.2.	Birim Deplasman Sabitlerinin Elde Edilmesi	34
5.2.1.	Basınç Hali	35
5.2.2.	Çekme Hali	40
5.3.	Matris Deplasman Yönteminde Kullanılan Stabilite Fonksiyonları	47
5.4.	Doğrusal Olmayan Lokal Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi	<u>49</u>
6.	EKSENEL VE KESME KUVVETLERLE DÖNEL YAYLARIN	
	ANKASTRE KİRİŞLERİN UÇ MOMENTLERİ ÜZERİNE ETKİSİ	51
6.1.	Uniform Yayılı Yük	51
6.1.1.	Basınç Hali	51
6.1.2.	Çekme Hali	54
6.2.	Tekil Yük	57
6.2.1.	Basınç Hali	57
6.2.2.	Çekme Hali	59
6.3.	Doğrusal Yayılı Yük	60
6.3.1.	Basınç Hali	60
6.3.2.	Çekme Hali	62
6.4.	Simetrik Trapez Yayılı Yük	63
6.4.1.	Basınç Hali	63
6.4.2.	Çekme Hali	65
6.5.	Üçgen Yayılı Yük	66
6.5.1.	Basınç Hali	66
6.5.2.	Çekme Hali	67
7.	BİLGİSAYAR PROGRAMININ ÇALIŞTIRILMASI VE	
	UYGULAMALAR	69
7.1.	Bilgisayar Programı İle İlgili Veriler	<u>69</u>

7.2.	Dosyalı Program için Veri Dosyasının Hazırlanması	70
7.3.	Program İşlem Sırası	70
7.4.	Programda Bazı İşlemler	71
7.5.	Sayısal Uygulamalar	72
8.	SONUÇLAR	91
9.	KAYNAKLAR	93
EKLER	2	95
ÖZGEÇMİŞ		114

## ÖZET

## KESME KUVVETİNİ HESABA KATARAK UÇLARINDA RİJİT BÖLGELER BULUNAN ELASTİK BAĞLI ÇUBUKLARDAN OLUŞAN DÜZLEMSEL ÇERÇEVELERİN STABİLİTE ANALİZİ

### YÜKSEK LİSANS TEZİ

#### Sercan KAYMAK

## DİCLE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

#### 2012

Bu çalışmada, kayma deformasyonlarının etkisi de göz önüne alınarak uçlarında rijit bölgeler bulunan elastik bağlı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin stabilite analizi yapılmış ve bu konuda bir bilgisayar programı hazırlanmıştır.

Birinci bölümde araştırmanın nedeni ve önemi belirtilmektedir.

İkinci bölümde ise bu konuda ve benzeri konularda daha önce yapılan çalışmalara değinilmiştir. Ayrıca, bu çalışmada yapılan kabuller ve kullanılan notasyonlar belirtilmiştir.

Üçüncü bölümde rijitlik matrisi yöntemi genel şekliyle anlatılmıştır.

Dördüncü bölümde sonsuz rijit kısımları bulunan çubukların II. Mertebe teorisine ait birim deplasman sabitleri elde edilmiştir.

Beşinci bölümde uçlarında dönel yaylar bulunan çubuklara ait eleman rijitlik matrisi kayma şekil deformasyonları dikkate alınarak ikinci mertebe teorisi ile elde edilmiştir.

Altıncı bölümde diferansiyel denklemeler yardımıyla uçlarında dönel yaylar bulunan üniform yayılı yük, tekil yük, doğrusal yayılı yük, simetrik yamuk şeklinde yayılı yük ve simetrik olmayan üçgen şeklinde yayılı yük için ankastrelik uç kuvvetleri kayma şekil deformasyonları dikkate alınarak bulunmuştur.

Yedinci bölümde bilgisayar programının çalıştırılması ve elde edilen sonuçlarla ilgili bilgiler verilmiştir. Hazırlanan bilgisayar programının doğruluğu, bazı örnek problemler değişik şekillerde çözülerek ve aralarındaki uyum gösterilerek kanıtlanmıştır. Literatürde özel durumlar için verilen örneklerdeki sonuçlar bu çalışmadaki yöntemle bulunan sonuçlarla karşılaştırılmış ve uyum içinde oldukları görülmüştür.

Sekizinci bölümde çalışmadan elde edilen sonuçlar verilmiştir. Hazırlanan bilgisayar programı yardımıyla incelenen örneklerde yay katsayılarının değişimine bağlı olarak bazı elastostatik büyüklüklerin değişimi incelenerek sunulmuştur.

Yapılan çalışmada, uçlarında sonsuz rijit bölgeler bulunan elastik bağlı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin değişik yay katsayıları ile çözülüp karşılaştırılmasıyla aşağıdaki sonuçlar ortaya çıkmıştır.

• Sistem yay katsayıları küçüldükçe, sistem deplasman değerleri büyümektedir. Yay katsayılarının sıfır limit değerine varması durumunda sistem yay bulunan noktalarda mafsallı bağlıymış gibi davranmaktadır. • Yay katsayıları büyüdükçe, sistem deplasmanları küçülmektedir. Yay katsayıları limit olarak sonsuz büyük değerler aldığı zaman sistem her yayla bağlı noktada rijit bağlıymış gibi davranmaktadır.

• Yay katsayıları büyüdükçe açıklık momenti küçülmekte, buna karşılık uç momentleri büyümektedir.

• Sistem yay katsayıları küçüldükçe, sistem deplasman değerleri büyümektedir. Yay katsayılarının sıfır limit değerine varması durumunda sistem yay bulunan noktalarda mafsallı bağlıymış gibi davranmaktadır.

• Yay katsayıları büyüdükçe, sistem deplasmanları küçülmektedir. Yay katsayıları limit olarak sonsuz büyük değerler aldığı zaman sistem her yayla bağlı noktada rijit bağlıymış gibi davranmaktadır.

• Yay katsayıları büyüdükçe açıklık momenti küçülmekte, buna karşılık uç momentleri büyümektedir.

Anahtar Kelimeler : Kayma Deformasyonları, Sonsuz Rijit Kısımlar, Dönel Yaylar,

Geometrik Nonlineerlik.

#### ABSTRACT

## THE STABILITY ANALYSIS OF PLANAR FRAMES COMPOSED OF FLEXIBLY CONNECTED MEMBERS WITH RIGID END SECTIONS CONSIDERING SHEAR DEFORMATIONS

### MSc THESIS

#### Sercan KAYMAK

### DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES UNIVERSITY OF DICLE

#### 2012

In this study, the effect of shear deformations in the elastic region connected taking into consideration the ends of the rigid rods made of the stability analysis of planar frames, and a computer program has been prepared on this issue.

In the first chapter, the importance and the reasons why the research been carried out has been explained.

In the second chapter, previous studies related and similar to these subjects are mentioned.

In the third chapter, assumptions and notations used in this study are mentioned.

In the fourth chapter, stiffness matrix method is explained in general form.

In the fifth chapter, using second order theory, the member stiffness matrix for a bar with rotational springs at its ends has been obtained taking into consideration the effect of shear deformations.

In the sixth chapter, using pertinent differential equations, the fixed end forces with rotational springs at its ends have been found taking into consideration the effect of shear deformations for uniformly distributed load, concentrated load, linearly distributed load, symmetrical trapezoidal distributed load and non-symmetrical triangular distributed load.

The seventh section provides information about the computer program running and the results obtained. The accuracy of the computer program was prepared, some example problems solved in different ways and has been proven by showing their compliance. The examples in the literature for special cases the results were compared with the results and methods in this study were found to be in harmony.

The results of the study are given in the eighth section. The prepared samples analyzed using the computer program in the spring connected changes in coefficients of variation by examining some of the elastostatic quantities are presented.

In this study, consisting of the ends of the bars connected an infinite elastic planar frames with rigid zones with different spring coefficients dissolved by comparing the following results emerged.

• As the spring constants in the system decrease the displacements increase. In the limit when the spring constants reach the zero value the system behaves as if there are hinges at points where there are springs.

• As the spring constants increase the displacement decrease. In the limit when the system constants take infinitely large values the system behaves as if there are rigid connections at points where there are springs.

• As the spring constants increase the span moments for the beams decrease, but the end moments to the contrary, increase.

Key Words: Shear Deformations, Rigid End Sections, Flexural Springs, Geometrical Nonlinearity.

# ÇİZELGE LİSTESİ

<u>Cizelge No:</u> <u>Say</u>	fa
Çizelge 7.1. Örnek 1.'e ait veriler	73
Çizelge 7.2. Kesmenin etkisi ihmal edilerek birim çerçeve F1 için kritik yük P <sub>cr</sub> 'nin çerçe	ve
rijitlik faktörü $\alpha$ ve dönel yay rijitlik faktörü $K_s$ ile değişimi (Poisson oranı, $\mu_c$	=
0.0)	75
Çizelge 7.3. Kesmenin etkisi ihmal edilerek birim çerçeve F1 için kolon etkili boy katsayı	S1
k'nın çerçeve rijitlik faktörü $\alpha$ ve dönel yay rijitlik faktörü K <sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı, = 0.0)	μ <sub>c</sub> '5
Çizelge 7.4. Kesmenin etkisi hesaba katılarak birim çerçeve F1 için kritik yük P <sub>cr</sub> 'n	in
çerçeve rijitlik faktörü $\alpha$ ve dönel yay rijitlik faktörü K <sub>s</sub> ile değişimi ((Poisson oranı, $\mu_c$	=
0.20)	76
Çizelge 7.5. Kesmenin etkisini hesaba katarak birim çerçeve F1 için kolon etkili be	зу
katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü $\alpha$ ve dönel yay rijitlik faktörü K <sub>s</sub> ile değişimi (Poisse	on
oranı, $\mu_c = 0.20$ )	76
Çizelge       7.6. Örnek 2.'ye ait veriler	79
Çizelge 7.7. Kesmenin etkisini hesaba katarak birim çerçeve F2 için kritik yük $P_{cr}$ 'n	in
çerçeve rijitlik faktörü $\alpha$ ve dönel yay rijitlik faktörü $K_s$ ile değişimi (Poisson oranı, $\mu_c$	=
0.0)	30
Çizelge 7.8. Kesmenin etkisini hesaba katarak birim çerçeve F2 için kolon etkili boy	yu
katsayısı k'nın çerçeve rijitliği $\alpha$ ve dönel yay rijitlik faktörü K <sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oran	11,
$\mu_{\rm c} = 0.0$ )	31
Çizelge 7.9. Kesmenin etkisini hesaba katarak birim çerçeve F2 için kritik yük $P_{cr}$ 'n	in
çerçeve rijitlik faktörü $\alpha$ ve dönel yay rijitlik faktörü K <sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı, $\mu_c$	=
0.20)	31
Çizelge 7.10. Kesmenin etkisini hesaba katarak birim çerçeve F2 için kolon etkili boy	yu
katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü $\alpha$ ve dönel yay rijitlik faktörü K <sub>s</sub> ile değişimi (Poisse	on
oranı, $\mu_c = 0.20$ )	32
Çizelge       7.11. Örnek 3.'e ait veriler.	35
Çizelge 7.12. Kesmenin etkisini hesaba katarak birim çerçeve F3 için kritik yük $P_{cr}$ 'n	in
çerçeve rijitlik faktörü $\alpha$ ve dönel yay rijitlik faktörü K <sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı, $\mu_c$	=
0.0)	36

•	•	•
ODIZI	TICO	TOT
,		

<u>Şekil No:</u>	<u>Sayfa</u>
Şekil 3.1. İşaret Kabulü	12
Şekil 3.2. Eleman koordinatlarında eleman uç deplasmanları, uç kuvvetleri ve ankastr	elik
uç kuvvetleri	12
Şekil 3.3. Yapı sistemlerindeki kiriş kolon bağlantı şekilleri	14
Şekil 3.4. Bağlantı tipleri için moment dönme eğrileri	15
Şekil 3.5. Lineerleştirme çeşitleri	16
Şekil 3.6. Bağıl dönme	16
Şekil 3.7. İşaret kabulü	17
Şekil 4.1. Uçlarında sonsuz rijit bölgeler bulunan çubuklar için notasyon	23
Şekil 4.2. Kararlılık durumları	24
Şekil 4.3. Mafsallı, yarı rijit ve rijit çerçevelerin karşılaştırılması	25
Şekil 4.4. Düzleminde yüklü çerçeve	27
Şekil 4.5. Yük deplasman ilişkisi	28
Şekil 4.6. Determinantın yük parametresi ile değişimi	28
Şekil 4.7. Determinant-yük ilişkisi	29
Şekil 5.1. İşaret kabulü	31
<b>Şekil 5.2</b> . Basınç hali d <sub>3</sub> =1 yüklemesi	35
<b>Şekil 5.3</b> . Basınç hali d <sub>6</sub> =1 yüklemesi	37
<b>Şekil 5.4</b> . Basınç hali d <sub>2</sub> =1 yüklemesi	38
Şekil 5.5. Basınç hali d₅=1 yüklemesi	39
<b>Şekil 5.6</b> . Çekme hali $d_3=1$ yüklemesi	40
<b>Şekil 5.7</b> . Çekme hali $d_6=1$ yüklemesi	41
<b>Şekil 5.8.</b> Çekme hali $d_2=1$ yüklemesi	42
<b>Şekil 5.9</b> . Çekme hali $d_5=1$ yüklemesi	44
Şekil 5.10. Livesley fonksiyonları	49
Şekil 6.1. Uniform yüklü ankastre kiriş	51
Şekil 6.2. Tekil yüklü ankastre kiriş	57
Şekil 6.3. Doğrusal yayılı yüklü ankastre kiriş	60
Şekil 6.4. Simetrik Trapez yüklü ankastre kiriş	63
Şekil 6.5. Üçgen yayılı yüklü ankastre kiriş	66
Şekil 7.1. Analizde kullanılan çok katlı çok açıklıklı çerçeveler (a) yatay öte	lenmesi
önlenmemiş (soldaki) ve (b) yatay ötelenmesi kısmen önlenmiş (sağdaki)	72
Şekil 7.2. Burkulma yükü ve burkulma boyu hesabında kullanılan birim çerçeveler	73

Şekil 7.3. Çok katlı çok açıklıklı çerçevenin tipik kat birimi F1	74
Şekil 7.4. Birim çerçeve F1'in kodlama durumu	74
Şekil 7.5. Birim çerçeve F1 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik t	faktörü α ve
dönel yay rijitlik faktörü $0 < K_s \le 10$ ile değişimi ( $\mu_c = 0.20$ )	77
Şekil 7.6. Birim çerçeve F1 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik	faktörü α ve
dönel yay rijitlik faktörü $0 \le K_s \le 2$ ile değişimi ( $\mu_c = 0.20$ )	77
Şekil 7.7. Birim çerçeve F1 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik	faktörü 0<α
$\leq 30$ ve dönel yay rijitlik faktörü K <sub>s</sub> ile değişimi ( $\mu_c = 0.20$ )	78
Şekil 7.8. Birim çerçeve F1 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik	faktörü 0<α
$\leq 2$ ve dönel yay rijitlik faktörü K <sub>s</sub> ile değişimi ( $\mu_c = 0.20$ ).	78
Şekil 7.9. Çok katlı çok açıklıklı çerçevenin tipik kat birimi F2	79
Şekil 7.10. Birim çerçeve F2'nin kodlama durumu	80
Şekil 7.11. Birim çerçeve F2 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik	faktörü $\alpha$
ve dönel yay rijitlik faktörü $0 \le K_s \le 10$ ile değişimi ( $\mu_c = 0.20$ )	82
Şekil 7.12. Birim çerçeve F2 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik t	faktörü α ve
dönel yay rijitlik faktörü $0 \le K_s \le 2$ ile değişimi ( $\mu_c = 0.20$ )	83
Şekil 7.13. Birim çerçeve F2 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik	faktörü $0 < \alpha$
$\leq$ 30 ve dönel yay rijitlik faktörü K <sub>s</sub> ile değişimi ( $\mu_c = 0.20$ )	83
Şekil 7.14. Birim çerçeve F2 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik	faktörü 0<α
$\leq 2$ ve dönel yay rijitlik faktörü K <sub>s</sub> ile değişimi ( $\mu_c = 0.20$ )	84
Şekil 7.15. Çok katlı çok açıklıklı çerçevenin tipik kat birimi F3	85
Şekil 7.16. Birim çerçeve F3'ün kodlama durumu	86
Şekil 7.17. Birim çerçeve F3 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik	faktörü α ve
dönel yay rijitlik faktörü $0 < K_s \le 10$ ile değişimi ( $\mu_c = 0.20$ )	88
Şekil 7.18. Birim çerçeve F3 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik t	faktörü α ve
dönel yay rijitlik faktörü $0 \le K_s \le 2$ ile değişimi ( $\mu_c = 0.20$ )	89
Şekil 7.19. Birim çerçeve F3 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik	faktörü 0<α
$\leq$ 30 ve dönel yay rijitlik faktörü K <sub>s</sub> ile değişimi ( $\mu_c = 0.20$ )	89
Şekil 7.20. Birim çerçeve F3 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik	faktörü 0<α
$\leq 2$ ve dönel yay rijitlik faktörü K <sub>s</sub> ile değişimi ( $\mu_c = 0.20$ )	90

# KISALTMA VE SİMGELER

- E : Elastisite modülü,
- G : Kayma modülü,
- I : Atalet momenti,
- A : Eleman kesit alanı,
- k : Kesit şekline bağlı katsayı,
- L : Eleman boyu,
- [f] : Ankastrelik uç kuvvetleri kolon vektörü,
- [p] : Eleman uç kuvvetleri kolon vektörü,
- [d] : Eleman uç deplasmanları kolon vektörü,
- [P] : Sistem yük vektörü
- [K] : Sistem rijitlik matrisi,
- [k] : Eleman rijitlik matrisi,
- [T] : Transformasyon matrisi,
- [D] : Sistem deplasman kolon vektörü,
- k<sub>A</sub>, k<sub>B</sub> : Dönel yayın bir radyan için moment değeri,

# EK LİSTESİ

Ek1. Akış Diyagramı	95
Ek2. Program Listesi	96

## 1. GİRİŞ

Çerçeve tipi yapıların analiz ve tasarımları düğüm noktalarının ya tümüyle rijit ya da mafsallı olarak kabul edilmesi varsayımları ile yapılır. Fakat, gerçek düğüm noktaları üzerinde yapılan deneysel çalışmalar göstermiştir ki, mafsal olarak nitelendirilen bağlantılar bir miktar dönme rijitliğine ve rijit bağlantılar ise bir miktar esnekliğe sahiptir. Yani, büyük bir kısmının davranışı rijit bağlantı ile mafsal davranışı arasında bir davranış gösterir. Bu davranış literatürde yarı-rijit olarak nitelendirilir. Yapı analizleri sırasında yarı-rijit bağlantı davranışının göz önüne alınması ile büyük ölçüde ekonomi sağlanabilir. Ayrıca bağlantı davranışının çerçeve stabilitesi üzerindeki etkisi de göz ardı edilmemelidir. Bu durumda, bağlantı davranışının bir şekilde modellenerek yapı analizine katılması gerekmektedir. O halde, çubukları bağlantı noktalarında birbirine elastik dönel yaylarla bağlıymış gibi düşünmek oldukça uygun bir yaklaşım olacaktır. Böylece, eşdeğer dönel yay sabitlerini deneysel v.b. yöntemlerle yaklaşık olarak bulup analiz yapmak mümkün olacaktır.

Son yıllarda, teknolojinin ilerlemesi ve yüksek dayanımlı malzemelerin kullanım alanına girmesi ile çok katlı ve narin yapıların inşası olanak kazanmıştır. Bu tür yapıların taşıyıcı sistemlerinde alt kat kolon boyutlarının büyük olması nedeniyle belirli bir hacim kaybı söz konusu olmaktadır. Bu durumun önlenmesi için çoğu zaman perde duvar gibi kesitinin bir boyutu diğerine göre oldukça büyük elemanlar kullanılır. Özellikle, yanal yük etkisinin büyük olduğu deprem bölgelerinde, rijitliği yapı rijitliğine göre daha fazla olan perde duvarlarının kullanılması ile bu tür hacim kayıplarının en aza indirilmesi mümkündür.

Bu çalışmada, elemanları birbirlerine uçlarında sonsuz rijit bölgeler bulunan elastik dönel yaylarla bağlanmış çerçevelerin stabilite analizi için bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Hazırlanan bilgisayar programında rijitlik matrisi yöntemi kullanılmış ve çerçevelerin stabilite yükleri rijitlik matrisinin determinantını sıfır yapan en küçük yük olarak bulunmuştur. Yapılan analizde elastik dönel yayların lineer davranış gösterdiği varsayımı yapılmıştır.

## 1.1. Kabuller

Bu çalışmada yapılan kabuller

- 1. Eleman uçlarındaki dönel yaylar lineer elastiktir.
- 2. Bağlantılarda ötelenme tipi bağıl deformasyonlar göz ardı edilmiş, yalnız bağıl dönmeler göz önüne alınmıştır.
- 3. Elemanları oluştuğu malzeme lineer elastik, homojen ve izotroptur.
- 4. Bütün elemanlar sabit kesitli ve doğru eksenlidir.
- 5. Dış yükler statiktir.
- 6. Geometrik nonlineerlik hesaba katılmakla birlikte küçük deformasyonlar göz önüne alınmıştır.

## 1.2. Kullanılan notasyon

- E : Elastisite modülü,
- A : Eleman kesit alanı,
- I : Atalet momenti
- k : Kesit şekline bağlı katsayı,
- L : Eleman boyu,
- [f] : Ankastrelik uç kuvvetleri kolon vektörü,
- [p] : Eleman uç kuvvetleri kolon vektörü,
- [d] : Eleman uç deplasmanları kolon vektörü,
- [k] : Eleman rijitlik matrisi,
- [P] : Sistem yük vektörü
- [K] : Sistem rijitlik matrisi,
- [T] : Transformasyon matrisi,
- [D] : Sistem deplasman kolon vektörü,
- $k_i$  : i ucundaki dönel yayın bir radyan için moment değeri

 $k_j$  : j ucundaki dönel yayın bir radyan için moment değeri

# 2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

ROMSTAD ve SUBRAMANIAN (1970), yarı-rijit bağlı çerçevelerin analizleri üzerinde çalışmışlar ve bu çerçevelerin stabilite analizleri için eleman rijitlik matrislerini kullanarak direkt olarak çözüm yapan bir yöntem sunmuşlardır. Yöntem, eksenel deformasyonları ihmal ederek dallanma durumunun gerçekleştiği yükün aranması şeklindedir.

ACKROYD ve GERSTLE (1982), yarı-rijit bağlı çerçevelerin elastik stabilitesi üzerinde çalışmışlar ve bağlantı rijitliği artırılarak bir çerçevenin elastik burkulma yükünün artırılabileceği sonucuna varmışlardır.

YU ve SHANMUGAM (1985), yarı-rijit bağlı çerçevelerin stabilitesi üzerinde çalışmışlar ve bu tür yapıların elastik göçme yükünün bulunması için bir rijitlik matrisi yöntemi sunmuşlardır. Bu yöntem, bağlantıların yarı-rijit davranışlarının göz önüne alınması yanında ayrıca eksenel rijitliği, geometrik değişiklikleri ve P-Δ etkisini de göz önüne almaktadır. Araştırmacılar, yaptıkları deneyler ile teorik analizlerinin geçerliliğini ölçmüşler ve yöntemlerinin kabul edilebilir doğrulukta olduğu sonucuna varmışlardır. Bu çalışmanın sonucunda düğüm noktalarının rijitlik derecelerinin artırılması ve takviyelendirme ile göçme yükünün artırılabileceği kanısına varılmıştır.

CHEN ve LUI (1986), çelik yapılarda düğüm noktası rijitliğinin çerçeve davranışı üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Araştırmacılar önce çelik kiriş-kolon birleşimlerinde esnekliği gözönüne alan analizler için bir analitik işlem sunmuşlar ve daha sonra bu tür yapıların davranışını göstermek için değişik nümerik örnekler vermişlerdir. Bu çalışmada bağlantı rijitliğinin, moment dağılımının ve deplasmanları etkilediği anlaşılmıştır.

EKHANDE ve ark. (1989), üç boyutlu çerçeveler ile stabilite fonksiyonları konusunda çalışmışlar ve bu çerçevelerin stabilite fonksiyonları için eleman uzunluğuna, kesit alanına ve eksenel kuvvete bağlı ifadeler elde etmişlerdir. Araştırmacılar stabilite fonksiyonlarının hesabı için sayısal bir örnek üzerinde de çalışmışlardır. Bir çerçevenin nonlineer rijitlik matrisi bu makalede verilen stabilite fonksiyonları ile doğrudan elde edilebilir.

CUNNINGHAM (1990), yarı-rijit bağlı çelik yapıları incelemiş ve "fixity" faktörü ve modifiye moment dağılımı yöntemi kullanılarak özel bağlantı verileri olmaksızın, basit anlamda, birçok çerçeve için yarı-rijit bağlantı modelinin tasarımda kullanılabileceği kanısına varmıştır.

HO ve CHAN (1991), uçlarında dönel yaylar bulunan çubuklardan oluşan çerçevelerin stabilitesini incelemişler ve çelik yapılarda kritik yükün düğüm noktası detaylarına ve rijitliğine bağlı olduğunu savunmuşlardır. Bu tür yapıların kritik yükünü bulmak için düğüm noktalarının rijitliklerindeki değişimleri dikkate alan sayısal bir yöntem geliştiren yazarlar düğüm noktası dönmelerinin büyük olduğu yapılarda göçme yüküne yarı-rijit bağlantıların etkisinin büyük olduğu sonucuna varmışlardır.

AL-BERMANI ve KITIPORNCHAI (1992), yarı-rijit bağlı uzay çerçevelerinin nonlineer analizleri üzerinde çalışmışlardır. Yazarlar pratikte pek çok düğüm noktasının uygulanan yükün fonksiyonu olan bir dönme rijitliğine sahip olan bağlantılar olduğunu savunmuşlar ve çalışmalarında uzay yapıları için yarı-rijit bağlantıların göz önüne alındığı bir nonlineer analiz sunmuşlardır.

AKSOĞAN (1992), düzlemsel çerçevelerin nonlineer analizleri ve stabilitesi üzerinde çalışmıştır. Bu çalışmada eleman elastisite modülüne, atalet momentine, uzunluğuna ve eksenel kuvvetine bağlı elman rijitlik matrisi verilmiş ve her iki konuda da birer bilgisayar programı hazırlanmıştır.

AKSOĞAN ve GÖRGÜN (1992), lineer davranan yarı-rijit bağlı çerçevelerin nonlineer analizi üzerinde çalışmışlar, bu konuda bir bilgisayar programı hazırlamışlar ve çeşitli ara yükler için ankastrelik uç kuvvetlerini elde etmişlerdir.

AKSOĞAN ve ark. (1993), düğüm noktalarına rijit uçlarla ve dönel yaylarla bağlı çubuklardan oluşan çerçevelerin nonlineer analizini, yayların nonlineer davranışının üçüncü dereceden bir polinom olduğu varsayımı ile yapmışlar ve bu konuda bir bilgisayar programı hazırlamışlardır.

ANDERSON ve ark. (1993), yapı analiz ve tasarımları sırasında yarı rijit davranışın hesaba katılması ile büyük ölçüde ekonomi sağlanabileceğini göstermişlerdir. Yaptıkları

çalışma sonucunda çelik yapılarda %13'e varan ekonomi ve kiriş derinliğinde %25 lik bir tasarruf sağlandığını belirtmişlerdir.

ERDEM ve AKSOĞAN (1994), uçlarında rijit bölgelere nonlineer dönel yaylarla bağlanmış çubuklardan oluşan çerçevelerin analizi üzerinde çalışmışlar ve bir bilgisayar programı hazırlamışlardır.

AKSOĞAN ve AKAVCI (1994), uçlarında rijit bölgeler bulunan dönel yaylı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin stabilite analizi üzerinde çalışmışlar. Bu çalışmada, eleman elastisite modülüne, atalet momentine, uzunluğuna ve eksenel kuvvetine bağlı eleman rijitlik matrisi verilmiş ve her iki konuda da birer bilgisayar programı hazırlanmıştır.

AKSOĞAN ve ark. (2005), uçlarında rijit bölgeler bulunan ve nonlineer yaylarla bağlı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin geometrik nonlineerliği hesaba katarak analizi üzerinde çalışmışlar. Bu konuda bir bilgisayar programı hazırlamışlardır.

GÖRGÜN ve YILMAZ (2008), kesmenin etkisini de hesaba katarak yarı-rijit bağlı çerçevelerin nonlineer analizi üzerinde çalışmışlar. Çeşitli ara yükler için ankastrelik uç kuvvetlerini elde edip bu konuda bir bilgisayar programını hazırlamışlardır.

GÖRGÜN ve KARACAN (2011), kesme kuvvetini hesaba katarak uçlarında rijit bölgeler bulunan ve düğüm noktalarına dönel yaylarla bağlı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin nonlineer analizi üzerinde çalışmışlar.

#### **3. MATERYAL VE METOD**

### 3.1. Düzlem Taşıyıcı Sistemlerde Rijitlik Matrisi Yöntemi

#### 3.1.1 Giriş

Rijitlik matrisi yöntemi, açı metodu olarak bilinen ve deplasmanları bilinmeyen alarak matris formülasyonu kullanan klasik metodun geliştirilmiş şeklidir.

Bir taşıyıcı elemanın NxN adet rijitlik etki katsayısını içeren kare matrise rijitlik matrisi denir. Rijitlik matrisi serbestlik derecesi N olan bir taşıyıcı sistemde, N adet düğüm deplasmanını sisteme etkiyen yük vektörüne bağlayan bir katsayılar matrisidir.

#### 3.1.2. Birim Deplasman Sabitleri

Elemanın her iki ucunda meydana getirilen tek tek birim deplasmanlar altında çubuk uçlarında oluşan tepkilere çubuk elemanın deplasman sabitleri denir.

Belirli bir doğrultuda birim deplasman oluşması için taşıyıcı sisteme bir kuvvet uygulamak gerekir. Ancak uygulamada, oluşacak deplasmanın ve uygulanacak kuvvetin doğrultu, yön ve uygulama noktalarının açık olarak belirtilmesi gerekir. Bunun için taşıyıcı elemanın bütün serbestlik dereceleri bir okla ve okların başları, kabul edilen işaret kuralına göre pozitif yönü göstermek üzere bir şekil üzerinde gösterilir. Kuvvetler ve ötelenmeler için doğru, dönmeler için eğri oklar kullanılır ve bütün oklar sıra ile numaralanır (Şekil 3.1, Şekil 3.2).

#### 3.1.3. Eleman Rijitlik Matrisin Oluşturulması

Bir çubuk elemanın i ve j uçlarındaki kuvvet ve deplasman kolon vektörleri alt alta getirilirse eleman rijitlik denklemi,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i} \\ -- \\ \mathbf{P}_{j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{ii} & \mathbf{k}_{ij} \\ --- \\ \mathbf{k}_{ji} & \mathbf{k}_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{i} \\ -- \\ \mathbf{d}_{j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{i} \\ -- \\ \mathbf{f}_{j} \end{bmatrix}$$
(3.1)

veya P = kd+f sembolik formda elde edilir. Burada k' ya eleman rijitlik matrisi ismi verilir. Rijitlik etki katsayılarının, çubuğun uç deplasmanlarını uç kuvvetlerine bağladığı görülmektedir. Eleman rijitlik matrisi, sistemi oluşturan her eleman için yazılır. Burada [P], [k], [d] ve [f] sırası ile uç kuvvetleri kolon vektörü, eleman rijitlik matrisi, uç deplasmanları kolon vektörü ve ankastrelik uç kuvvetleri kolon vektörüdür.

Elemana ait uç kuvvet deplasman ilişkileri eleman üzerinde yerel koordinat takımında yazılır. Sistem deplasmanları ve kuvvetleri için yerel koordinat takımının kullanılması uygunluk ve denge koşullarının yazılmasında karışıklıklar doğurur. Bu karışıklığı önlemek için izlenmesi gereken sistematik yol, taşıyıcı sistem için ortak bir koordinat takımı seçilmesi, her bir çubuk elemanı için elde edilmiş olan uç kuvvet deplasman ilişkisinin bu ortak koordinat takımında yazılmasıdır. Problemin bilinmeyenleri olarak seçilen düğüm noktaları deplasmanları da bu ortak sistem koordinatları doğrultusunda alınmalıdır. Her düğüm noktasında uygunluk ve denge koşulları kullanılarak, bilinmeyen düğüm deplasmanları, sistem düğüm noktalarına etkiyen ve bilinen kuvvetlere bağlanmalıdır.

### 3.1.4. Düğüm Noktalarında Uygunluk ve Denge Koşulları

Uygunluk koşulları düğüm noktalarındaki sürekliliği ifade eder. Buna göre bir düğüm noktasında rijit bağlanmış olan bütün elemanların o düğümdeki uç deplasmanları, sistemin düğüm deplasmanlarına eşit olması gerekir, yani çubuk uçları ve bağlandıkları düğüm noktaları aynı deplasmanı yapmalıdır.

Eleman rijitlik matrisinin elde edilmesinde bir düğüm noktasında birleşen çubuk uçlarının aynı deplasmanı yapacakları kabulü kullanılmıştır. Böylece düğüm noktalarında sağlanması gereken uygunluk koşulları analizde göz önüne alınmış olmaktadır.

Düğümler için serbest cisim diyagramları çizilerek, düğüme dıştan etkiyen kuvvetlerle, çubuk uçlarından gelen uç kuvvetleri etkisi altında denge denklemleri yazılır.

10

#### 3.1.5. Sistem Rijitlik Matrisi

Sistemi oluşturan elemanlar için rijitlik matrisleri oluşturulduktan sonra sistem rijitlik matrisi kodlama tekniği kullanılarak elde edilir. Sistemin düğüm deplasmanlarını D ve buna karşılık gelen doğrultulardaki duş kuvvetleri de P ile gösterirsek, bir taşıyıcı sistemin rijitlik denklemi,

$$[P] = [K][D]$$
(3.2)

şeklinde elde edilir. Burada P ve D sırasıyla düğüm noktalarındaki dış yük ve deplasman kolon vektörleri, K ise sistemin rijitlik matrisidir. P bilindiğine göre D bu ifadeden bulunur.

#### 3.1.6. Ara Yük Hali

Çubuk üzerine etki eden ara yükler önce çubuk uçlarına indirgenmeli, sonra düğüm noktalarına gelen eşdeğer yükler hesaplanmalıdır. Sistem denge denklemindeki [P] kolon vektörü, sistemin düğüm noktalarına etki eden eşdeğer ara yükler ve direk dış yüklerin toplamıdır.

Taşıyıcı sistemin bütün çubukları uçlarında ankastre farzedilerek, yüklerin uçlarda oluşturduğu ankastrelik uç kuvvetleri [f] hesap edilir. Bu [f] kolon vektörü sistem koordinatlarına dönüştürülür. [f] ankastrelik uç kuvvetleri, ters işaretleri ile düğüm noktasına doğrudan etkiyen dış düğüm yükleri gibi düşünülürler. Toplam dış kuvvetler altında sistemin düğüm deplasmanları bulunur ve bu deplasmanlardan da dönüşüm formülü yardımıyla eleman uç deplasmanlarına geçilerek eleman uç kuvvetleri eleman koordinatlarında bulunur. Daha sonra eleman kesit tesirleri, uç kuvvetleri ve eleman üzerine etki eden ara kuvvetler göz önüne alınarak hesap edilir.

Sistem rijitlik matrisin oluşturulmasında programlamaya elverişli olduğundan kod numaraları yöntemi kullanılacaktır. Bir çubuğun i ve j uçlarındaki yer değiştirme numaralarının yan yana yazılması ile elde edilen sayıya, o çubuğun kod numarası denir. Kod numarasında yer değiştirme numaralarının adedi, çubuğun serbestlik derecesine eşittir.



Şekil 3.1. İşaret kabulü



Şekil 3.2. Eleman koordinatlarında eleman uç deplasmanları uç kuvvetleri ve ankastrelik uç kuvvetleri

# 3.2. Elemanları Birbirlerine Elastik Dönel Yaylarla Bağlanmış Çerçevelerin İkinci Mertebe Analizi

## 3.2.1. Giriş

Genel olarak yapı sistemlerinin çerçevelerini oluşturan çubuk elemanların tasarımında iki çeşit bağlantı göz önüne alınır.: mafsallı ve rijit bağlantı. Oysa çelik ve prefabrik yapı tasarımında eleman bağlantılarının mafsallı veya rijit olarak kabul edilmesi gerçek bağlantı davranışını göz ardı eden bir yaklaşımdır. Çünkü deneysel çalışmalar gerçek bağlantı davranışının bu iki uç durum arasında olduğunu göstermiştir.

Yani, aslında mafsal olarak kabul edilen bağlantı tipi az da olsa bir dönme rijitliğine, rijit olarak kabul edilen bağlantı tipi bir miktar esnekliğe sahiptir (Şekil 3.3). Eleman boyutlandırılmasında en önemli faktör eğilme momenti olduğuna göre yarı-rijit bağlantı modeliyle daha ekonomik bir kesit elde edilebilir. Çünkü mesnet ve açıklık momentleri arasında bir dengeleme vardır.

Bu bölümde eleman bağlantıları ve bunların modellenmesi incelenerek, uçlarında elastik dönel yaylar bulunan elemanların ikinci mertebe teorisine göre rijitlik matrisleri verilecektir.



Şekil 3.3. Yapı sistemlerindeki kiriş-kolon bağlantı şekilleri

### 3.2.2. Bağlantı Davranışının Modellenmesi

Bağlantıların, çerçevenin davranışı üzerindeki etkisini belirlemek için, belirli modeller haline getirilmesi çok önemli bir adımdır. Bağlantıların modellenmesinde analizlerin kolaylığı nedeniyle lineer yarı-rijit modeller yaygın olarak kullanılır. Yarırijit bağlantıların davranışları genellikle moment-dönme eğrileri ile ifade edilir. Şekil 3.4. tasarımda kullanılan bazı bağlantı tipleri için moment-dönme eğrilerini göstermektedir.

Burada a eğrisi mafsallı bağlantıyı, b eğrisi rijit bağlantıyı ve c eğrisi de çeşitli derecelerde rijitliğe sahip olan bağlantıları ifade etmektedir.



Şekil 3.4. Bazı bağlantı tipleri için moment-dönme eğrileri

Bağlantı davranışı genellikle nonlineerdir. Analizlerde ise bu nonlineer davranış basitleştirilerek veya başka bir deyişle lineerleştirilerek kullanılır. Basit tasarım için bağlantının lineerleştirilmesi değişik şekillerde yapılabilir. (Şekil 3.5)

Bu şekillerden birincisi en basit yaklaşım olup bağlantı rijitliğini tek bir eğimle ifade etmektedir (lineer rijitlik modeli). İkinci şekil ise iki ayrı eğimin kullanıldığı



Şekil 3.5. Lineerleştirme çeşitleri

gerçek davranışa yakın bir yaklaşımdır (bilineer rijitlik modeli). En son eğri, bağlantı davranışını lineer olarak en iyi veren yaklaşımdır. Bu çalışmada bu eğrilerden birincisi kullanılmıştır.

**Rijitlik Katsayısı:** Genel olarak, bir elemanda bütün diğer uç deplasmanları sıfır iken bir uç deplasmanın birim değer alması için gerekli olan kuvvet veya momenttir. (Şekil 3.6.)



Şekil 3.6. Bağıl dönme

Bağlantıya etkiyen M momenti ile bu moment sonucu oluşan bağıl dönme arasındaki lineer ilişki;

$$\mathbf{M}_{i} = \mathbf{k}_{i} * \boldsymbol{\theta}_{i} \tag{3.3}$$

şeklinde verilebilir. Literatürde ki çoğunlukla ilgili çubuğun eğilme rijitliği EI, ve uzunluğu L, cinsinden şu şekilde ifade edilir:

$$k_i = S_i \frac{EI}{L}$$
(3.4)

Burada  $S_i$  katsayısı  $k_i$  gibi moment boyutunda olmayıp boyutsuz olduğuna dikkat edilmelidir. Doğal olarak elastik çubuklar için hem  $S_i$  hem de  $k_i$  bağlantılarda sıfır ve rijit bağlantılarda sonsuz olurlar.

# 3.2.3. Uçlarında Elastik Dönel Yaylar Bulunan Bir Çubuğun İkinci Mertebe Teorisine Göre Eleman Rijitlik Matrisi

Bu bölümde uçlarında dönel yaylar bulunan bir çubuğun rijitlik matrisi ikinci mertebe teorisine göre eksenel kuvvetin basınç ve çekme olması durumları için ayrı ayrı verilecektir.



Şekil 3.7. İşaret Kabulü

Şekil 3.7.'de görülen doğru eksenli, sabit kesitli, homojen çubuk için eleman rijitlik matrisini GÖRGÜN ve ark. (2011) eksenel kuvvetin basınç ve çekme olması durumları için ayrı ayrı vermişlerdir. Rijitlik matrisi

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{ii} & \mathbf{k}_{ij} \\ \mathbf{k}_{ji} & \mathbf{k}_{jj} \end{bmatrix}$$
(3.5)

şeklinde gösterilir ve alt matrisler birleştirilirse, eksenel kuvvetin sıfır, basınç ve çekme olması durumunda düzlem çerçeve elemanın eleman koordinatlarında eleman rijitlik matrisi şu şekilde verilebilir:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{1}}{\mathbf{L}^{3}\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{2}}{\mathbf{L}^{2}\Omega} & 0 & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{1}}{\mathbf{L}^{3}\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{3}}{\mathbf{L}^{2}\Omega} \\ 0 & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{2}}{\mathbf{L}^{2}\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{4}}{\mathbf{L}\Omega} & 0 & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{2}}{\mathbf{L}^{2}\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{5}}{\mathbf{L}\Omega} \\ -\frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 & \frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{1}}{\mathbf{L}^{3}\Omega} & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{2}}{\mathbf{L}^{2}\Omega} & 0 & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{1}}{\mathbf{L}^{3}\Omega} & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{3}}{\mathbf{L}^{2}\Omega} \\ 0 & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{3}}{\mathbf{L}^{2}\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{5}}{\mathbf{L}\Omega} & 0 & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{3}}{\mathbf{L}^{2}\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_{6}}{\mathbf{L}\Omega} \end{bmatrix}$$
(3.6)

# Eksenel kuvvetin sıfır olması hali (lineer çözüm), P = 0 ;

$$\chi_{1} = 12\{1 + \beta_{1} + \beta_{2}\}$$

$$\chi_{2} = 6(1 + 2\beta_{2})$$

$$\chi_{3} = 6(1 + 2\beta_{1})$$

$$\chi_{4} = 4\{1 + 3(\beta + \beta_{2})\}$$

$$\chi_{5} = 2(1 - 6\beta)$$

$$\chi_{6} = 4\{1 + 3(\beta + \beta_{1})\}$$

Örneğin lineer çözüm için P = 0 yukarıda sayılan bütün etkiler ihmal edilirse,  $(\beta = \beta_1 = \beta_1 = 0)$  bu durumda çok iyi bilinen

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 & \frac{-\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0\\ 0 & \frac{12\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{3}} & \frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} & 0 & -\frac{12\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{3}} & \frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} \\ 0 & \frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} & \frac{\mathbf{4}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}} & 0 & -\frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} & \frac{2\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}} \\ -\frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 & \frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{3}} & -\frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} & 0 & \frac{12\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{3}} & -\frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} \\ 0 & \frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} & \frac{2\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}} & 0 & -\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}/\mathbf{L}^{2} & \frac{\mathbf{4}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}} \end{bmatrix}$$
(3.7)

eleman rijitlik matrisi elde edilmektedir.

# Eksenel kuvvetin basınç olması hali (nonlineer çözüm), P<0

$$\chi_{1} = \psi^{3} \delta^{2} \left\{ \left( 1 - \psi^{2} \beta_{1} \beta_{2} \right) \sin \psi + \psi \left( \beta_{1} + \beta_{2} \right) \cos \psi \right\}$$
$$\chi_{2} = \psi^{2} \delta \left( \psi \beta_{2} \sin \psi - \cos \psi + 1 \right)$$
$$\chi_{3} = \psi^{2} \delta \left( \psi \beta_{1} \sin \psi - \cos \psi + 1 \right)$$
$$\chi_{4} = \psi \left\{ \left( 1 + \psi^{2} \delta \beta_{2} \right) \sin \psi - \psi \delta \cos \psi \right\}$$
$$\chi_{5} = \psi \left( \psi \delta - \sin \psi \right)$$
$$\chi_{6} = \psi \left\{ \left( 1 + \psi^{2} \delta \beta_{1} \right) \sin \psi - \psi \delta \cos \psi \right\}$$

# Eksenel kuvvetin çekme olması hali (nonlineer çözüm), P>0

$$\chi_1 = \psi^3 \delta^2 \left\{ \left( 1 + \psi^2 \beta_1 \beta_2 \right) \sinh \psi + \psi \left( \beta_1 + \beta_2 \right) \cosh \psi \right\}$$
$$\chi_2 = \psi^2 \delta \left( \psi \beta_2 \sinh \psi + \cosh \psi - 1 \right)$$

$$\chi_{3} = \psi^{2} \delta (\psi \beta_{1} \sinh \psi + \cosh \psi - 1)$$
  
$$\chi_{4} = -\psi \{ (1 - \psi^{2} \delta \beta_{2}) \sinh \psi - \psi \delta \cosh \psi \}$$
  
$$\chi_{5} = -\psi (\psi \delta - \sinh \psi)$$
$$\chi_6 = -\psi \left\{ \left( 1 - \psi^2 \delta \beta_1 \right) \sinh \psi - \psi \delta \cosh \psi \right\}$$

Burada kullanılan notasyon;

E = Elastisite modülü,

A = Kesit alanı,

 $k_i = i$  ucundaki yayın bir radyan dönmesi için gerekli moment değeri,

 $k_j = j$  ucundaki yayın bir radyan dönmesi için gerekli moment değeri,

$$u = \alpha L$$

$$\alpha^{2} = \frac{P/EI}{\left(1 - P/GA_{s}\right)}$$

şeklindedir.

Yukarıdaki ifadelerde P her iki durum için eksenel kuvveti pozitif olarak göstermekte olup bu ifadeler eksenel kuvvetin sıfır değeri için geçerli değildir.

# 4. UÇLARINDA SONSUZ RİJİT BÖLGELER BULUNAN ELEMANLARDAN OLUŞAN ÇERÇEVELERİN İKİNCİ MERTEBE ANALİZİ

#### 4.1. Giriş

Çok katlı binaların taşıyıcı sistemlerinde alt kat kolon boyutlarının büyük olması sonucu doğan hacim kayıplarını önlemek ve ayrıca yanal yük etkisinin büyük olduğu deprem bölgelerinde, yapı rijitliğinin artırılmasını sağlamak amcıyla, çoğu zaman perdeli sistemlerin yapımına gidilmektedir. Düzlem içi rijitlikleri yüksek olan perde duvarları, yapı planında uygun yerleştirildikleri zaman hacim kaybını azalttıkları gibi yatay yüklere karşı dayanımı ekonomik olarak arttırırlar.

Perdeler, bağlantı kirişi ekseniyle perde ekseninin oluşturduğu çerçeveler olarak idealize edilirler. Bu düşünceye göre, kirişlerin geniş perdeler, perdelerinde yüksek bağlantı kirişleri içinde kalan bölgeleri sonsuz rijit olarak kabul edilmektedir.

Bu bölümde, uçlarında sonsuz rijit bölgeler bulunan çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin eleman rijitlik matrisleri bulunacaktır.

# 4.2. Uçlarında Sonsuz Rijit Bölgeler Bulunan Çubukların İkinci Mertebe Teorisine Göre Eleman Rijitlik Matrisleri

Şekil 4.1.' de görülen i ve j perdeleri bağ kirişleri ile birbirine bağlanmışlardır. Bu kirişin i<sup>\*</sup> ve j<sup>\*</sup>uçları, perde kesitlerinin  $G_i$  ve  $G_j$  ağırlık merkezleri üzerindedir.

Şekilde L kirişin i\* j\* açıklığını, cL kirişin i j açıklığını, dL ve bL ise kirişin perdeye saplandığı noktadan perde eksenine olan mesafenin L cinsinden ifadelerini göstermektedir.

Kirişin perde içerisindeki kısmı sonsuz rijit olduğundan perde eksenindeki dönme ile bağ kirişinin perdeye saplandığı noktadaki dönme birbirine eşit olacaktır. Benzer şekilde, yatay yönde rijit kısım boy değişimi yapmadığından yatay deplasmanlar da eşit olacaktır. i\* j\* çubuğunun eleman rijitlik matrisi simetrik olup i j çubuğu eleman rijitlik matrisinden farklı olan elemanları Şekil 4.1.' den

$$k_{33}^{*} = k_{33} + k_{23} (dL) + k_{22} (dL)^{2} + k_{32} (dL) - P(dL)$$
(4.1)

$$\mathbf{k}_{32}^{*} = \mathbf{k}_{32} + \mathbf{k}_{22} \left( \mathbf{dL} \right) = -\mathbf{k}_{53}^{*} \tag{4.2}$$

$$k_{63}^{*} = k_{63} + k_{53} (bL) + k_{62} (dL) + k_{52} (dL) (bL)$$
(4.3)

$$\mathbf{k}_{62}^{*} = \mathbf{k}_{62} + \mathbf{k}_{52} \left( \mathbf{bL} \right) = -\mathbf{k}_{65}^{*} \tag{4.4}$$

$$k_{66}^{*} = k_{66} + k_{56} (bL) + k_{55} (bL)^{2} + k_{65} (bL) - P(bL)$$
(4.5)

olarak elde edilir.

Uçlarında sonsuz rijit bölgeler bulunan eleman için rijitlik matrisi elemanları, yukarıdaki eşitliklerde i j çubuğunun rijitlik matrisi elemanları yerlerine konularak bulunabilir. Normal kuvvetin çekme olması durumunda (4.1) ve (4.5) denklemlerindeki P' nin önündeki işaret değiştirilmelidir. Yukarıdaki eşitlikte P yerine sıfır konursa lineer analize ait ifadeler elde edilir.



Şekil 4.1. Uçlarında sonsuz rijit bölgeler bulunan çubuklar için notasyon

# 4.3. Uçlarında Elastik Dönel Yaylar ve Sonsuz Rijit Bölgeler Bulunan Çubuklardan Oluşan Çerçevelerin Stabilite Analizi

#### 4.3.1. Giriş

Yapı stabilitesi problemi çok sayıda araştırmacının çalışmalarına konu olmuştur. Çünkü yüksek mukavemetli malzemelerin kullanım alanına girmesi ile çok katlı ve narin yapıların inşası olanak kazanmıştır. Bu da stabilite konusunun ön plana çıkmasına neden olmuştur.

Dış etkiler altında dengede bulunan bir sistem için iki önemli konu vardır:

Birincisi, sistemdeki gerilme dağılımıdır. Sistem içindeki gerilme dağılımı o malzeme için güvenli sınırlar içinde olmalıdır. Bu konuda uygun tasarım, uygulanan güvenlik faktörleri ile elemandaki gerilmelerin elastik bölgede sınırlandırılması ile

#### 4. UÇLARINDA SONSUZ RİJİT BÖLGELER BULUNAN ELEMANLARDAN OLUŞAN ÇERÇEVELERİN İKİNCİ MERTEBE ANALİZİ

sağlanabilir. Yada dayanımın en az yük etkileri kadar veya daha yüksek olması sağlanarak yapı tasarımı yapılabilir. Yani, dayanım R ile yük etkisi F ile gösterilirse,  $R \ge F$  olmalıdır.



Şekil 4.2. Kararlılık Durumları

İkinci önemli konu ise kararlılık durumudur. Verilen yükler altında dengede olan bir sistem için çok küçük etkiler nedeniyle denge konumundan bir sapma düşünüldüğünde sistem tekrar ilk denge konumuna dönüyorsa bu sistemin dengesi kararlıdır. Tersi bir durumda yani, büyük deformasyonlar oluşarak sistemin bozulması durumunda ise sistemin denge konumu için kararsızdır denir.

Esas olarak her iki konunun temelinde de yapı emniyeti kavramı vardır. Fakat birinci konuda yapı emniyetini tehlikeye sokan unsurlar aşırı gerilmeler olduğu halde ikinci konuda önemli olan sistemin dengesinin kararlılığıdır. Verilen herhangi bir denge konumunun kararlılığı hakkında bir karara varabilmek için mutlaka bu denge konumunun bozulması gerekir. Geçici etkilerin ortadan kaldırılması ile sistem kendi haline terk edildiğinde doğan hareketin karakteri kararlılık hakkında esas kriteri oluşturmaktadır.

#### 4.3.2. Sistemin Davranışı

Yakın bir geçmişe kadar prefabrik yapıların birdöküm betonarme yapılar kadar depreme dayanıklı olmadığına inanılırdı. Oysa prefabrik yapıyı birdöküm yapıdan ayıran en önemli özellik olan zayıflık, iki elemanın birleşiminden kaynaklanmaktadır. Birleşim bölgeleri bilinçli detaylandırıldığı takdirde birleşim bölgesinde sorun çıkmayacak ve bunun doğal sonucu olarak prefabrik elemanlardan oluşan çerçeve, birdöküm çerçevelere benzer bir davranış gösterecektir. Birleşim bölgeleri zayıf prefabrik çerçevelerde ise gerekli önlemler alınmadığı takdirde şiddetli depremler altında sorun çıkması kaçınılmaz olacaktır. Zayıf bağlantılı çerçeveler yatay yükler altında yeterli stabiliteye sahip olmayacak ve yeterli enerji tüketemeyecektir. Bu tür çerçevelerden oluşan yapıların depremde sağlıklı davranmalarını sağlamanın en önemli yolu, tüm yatay kuvvetleri alabilecek kapasitede perde duvar oluşturmaktır.

Tek katlı çerçevelerde yapı perdesiz de olsa zayıf birleşimlere izin verilebilir. Ancak böyle bir yapıda kolon kesitlerinin birdöküm yapıya oranla çok daha büyük seçilmeleri gerekir. Şekil 4.3.'den kolayca görülebileceği gibi tüm özellikleri aynı olan üç çerçeveden mafsallı olan, aynı yatay yük altında diğerlerine oranla çok daha fazla yanal deformasyon yapacaktır.



Şekil 4.3. Mafsallı (a), yarı rijit (b) ve rijit bağlı (c) çerçevelerin karşılaştırılması

Bu nedenle ikinci mertebe momentleri mafsallı çerçevede diğerlerine oranla çok daha büyük olacaktır. Mafsallı çerçevelerde ankastre kabul edilen "çanak" türü tabanında tam ankastre davranmasının olanaksız olduğu dikkate alınırsa, deplasmanın hesaplanandan fazla olacağı ve bir stabilite sorununun söz konusu olabileceği kolayca görülür.

#### 4.3.3. Stabilite Analizi

Matris analiz yöntemi yapısal programları bilgisayar ile çözmek için en kullanışlı yollardan biridir. Bu çalışmada uygulanan yöntem, rijitlik matrisi yönteminin matris analizi ile birlikte kullanılması şeklindedir.

Stabilite kaybı, eksenel kuvvetlerin de etkisi ile yapının grup rijitliğini yitirmesi olarak tanımlanabilir. Genel olarak, bir yapıda elemanlar diğer elemanlara rijit bağlı olarak düşünüldüklerinden, bir basınç elemanı çerçevedeki diğer elemanlarla aynı anda deforme olmadan burkulamaz.

Birinci mertebe analizinde bir çubuğun rijitlik matrisi sabittir, yani,

$$[P]=[K][D]$$
 (4.6)

İlişkisinde [K], A, E, I ve L'nin bir fonksiyonudur.

İkinci mertebe analizinde ise elemanın rijitliği diğer özellikleriyle beraber eksenel yükünün de bir fonksiyonudur. O halde denklemi şu şekilde yazabiliriz:

[P] = [K(N)][D](4.7)

Burada rijitlik matrisi eksenel kuvvetin, eksenel kuvvet ise uygulanan yükün bir fonksiyonudur.

(4.7) denklemi nonlineerde; fakat eksenel kuvvetler biliniyorsa [K(N)] hesaplanabilir. Genel olarak deplasmanlar,

 $[D] = [K(N)]^{-1}[P]$ (4.8)

ifadesi ile hesaplanır.

Bu ifadeyi daha açık olarak yazarsak:

$$[D] = \frac{\operatorname{adj}[K(N)]}{\operatorname{det}[K(N)]}[P]$$
(4.9)

(4.9) ifadesinden de açıkça görüldüğü gibi sistem rijitlik matrisinin determinantının değerinin azalması sistem deplasmanlarının büyümesine neden olmaktadır. Determinantın limit olarak sıfıra yaklaşması ile de sistem deplasmanları sonsuz büyük değer almaktadır.

Yapı dengede olduğu sürece uygulanan yükler altında sonlu bir deformasyon vektörü vardır. Eğer yapı tarafsız dengede ise çözüm tek değildir. Yani (4.7) denklemi vardır fakat (4.8) denklemi tanımsızdır. Bu da [K(N)]'nin tekil (singular) olmasına karşı gelir.

Buna göre rijitlik matrisinin tekillik durumu stabilite kontrolü için kullanılabilir. O halde sistem kararlı dengede ise rijitlik matrisi tekil değildir ve determinantı pozitiftir. Eğer rijitlik matrisi tekil ise determinant sıfırdır ve sistem tarafsız denge konumundadır.

#### 4.3.4. Düzlem Çerçevelerin Kritik Yükünün Hesabı



Şekil 4.4.'deki sistem üzerinde yük katsayıları P1 ve P2 olan iki yük

Şekil 4.4. Düzleminde yüklü çerçeve

bulunmaktadır. Kritik yük hesabı, sistemin stabilitesini kaybetmesi için yük parametresi  $\lambda$ 'nın alması gereken değeri bulmak olarak özetlenebilir. Bu değeri yani  $\lambda_{cr}$ 'i bulmak için problem çift iteratif bir işlem kullanılarak çözülür. Bunun için  $\lambda$  değeri adım adım artırılır ve her yük düzeyinde rijitlik matrisinin tekilliği kontrol edilir. Ayrıca her yük düzeyinde tekilliğin kontrolünden önce elemanların doğru eksenel kuvvetlerini bulmak için bir iç iterasyon yapılır. Bu şekilde, rijitlik matrisi tekil oluncaya kadar  $\lambda$  yük

parametresi tekrar tekrar artırılarak (4.7) denklemi çözülür. İterasyon sayısı yapının stabilite kaybına ne kadar yakın başlatıldığına bağlıdır.



Şekil 4.5. Yük-deplasman ilişkisi

Şekil 4.5. uygulanan yük ile bu yük sonucu oluşan herhangi bir deplasmanın örneğin yatay D deplasmanının grafiğidir. Bu grafikte ana eğri deplasmanların sonsuz büyüdüğü stabilite kaybına kadar rijitlik azalmasını göstermektedir. Büyütülmüş şekil her yük düzeyinde uygulanan iteratif yöntem için bir fikir vermektedir. Buna göre yük  $\lambda_n$ 'den  $\lambda_{n+1}$ 'e artırıldığında ve eksenel kuvvet için  $\lambda_n$ 'de bulunan değer kullanıldığında, deplasman v<sub>1</sub> noktasında bulunacaktır. Daha önce sözü edilen iteratif yöntem kullanılarak eksenel kuvvet düzeltilmesi yapıldığında her iterasyon sonucu deplasman v<sub>2</sub>, v<sub>3</sub>,.... ve nihayet v<sub>n</sub> sabit değerini alacaktır.



Şekil 4.6. Determinantın yük parametresiyle değişimi

Şekil 4.6. determinantın artan yük ile değişimini göstermektedir. Her yük düzeyi için determinantın işareti kontrol edilir. İşarette bir değişim olursa yük adımı azaltır ve bir önceki yük değerine dönülerek işaret kontrolü işlemine devam edilir. Bu işlem yeterli yaklaşıklık elde edilinceye kadar sürdürülür. Determinant-yük eğrisinin eğiminin küçük olduğu durumlarda 5 ve 6 noktaları arasında interpolasyon yapılarak kritik yük bulunabilir. Bu yöntemin kullanımında dikkatli olunması gereken bir konu vardır. Şekil 4.7. determinant-yük ilişkisinin tatlı bir eğri olmayıp çok eğimli bir eğri olması durumu için bir fikir vermektedir. Bu eğriden de görüldüğü gibi eğer ilk yük değeri ilk kritik yüke çok yakınsa veya kullanılan yük adımı büyükse en küçük kritik yükün atlanması tehlikesi vardır. Tek güvenli çözüm ilk yük değerini ve yük adımlarını küçük tutmaktadır.



Şekil 4.7. Determinant-yük ilişkisi

4. UÇLARINDA SONSUZ RİJİT BÖLGELER BULUNAN ELEMANLARDAN OLUŞAN ÇERÇEVELERİN İKİNCİ MERTEBE ANALİZİ

# 5. KAYMA ŞEKİL DEĞİŞTİRMELERİ GÖZ ÖNÜNDE TUTULAN VE UÇLARINDA DÖNEL YAYLAR BULUNAN BİR ÇUBUĞUN ELEMAN **RİJİTLİK MATRİSİ**

#### 5.1. **Genel Denklemler**

Burada, çubuğun rijitlik etki katsayıları eksenel kuvvetin basınç ve çekme olması halinde incelenecektir.

Şekil 5.1.'de görülen uçlarında dönel yaylar bulunan, doğru eksenli sabit kesitli L uzunluğundaki çubuğun eğilme ve kayma rijitlikleri sabittir.



Şekil 5.1. İşaret kabulü

Bilindiği gibi dolu kesitlerde eğilme ve kayma rijitlikleri sırasıyla,

$$EI, \quad GkA = GA_s \tag{5.1}$$

Dönel yay katsayıları,

$$k_1 = \frac{J_1 L}{4EI}$$
  $k_2 = \frac{J_2 L}{4EI}$  (5.1a)

Dönel yayların eğilme rijitlikleri,

$$\mathbf{J}_1 = \frac{\mathbf{M}_{\text{con1}}}{\phi} \qquad \mathbf{J}_2 = \frac{\mathbf{M}_{\text{con2}}}{\phi} \tag{5.1b}$$

Kayma ve dönel yayların etkisini yansıtan boyutsuz hale getirilmiş katsayılar,

$$\beta = \frac{EI}{L^2 GA_s}, \ \beta_1 = \frac{1}{4k_1}, \ \beta_2 = \frac{1}{4k_2}$$
(5.1c)  
dur Burada:

dir. Burada;

E: elastisite modülünü, G: kayma modülünü

I: atalet momentini

A: kesit alanını

A<sub>s</sub>: eşdeğer kesme alanı

k: kesit şekline bağlı bir sabiti

M<sub>con</sub> : dönel yayın momentini

φ: dönel yayın rölatif dönmesini göstermektedir.

Çubuğun i ucuna etkiyen P, V, m<sub>1</sub> uç kuvvetleriyle, j ucuna etkiyen P, V, m<sub>2</sub> uç kuvvetlerinin pozitif yönleri, ayrıca eksene dik y yer değiştirmeleri,  $\phi_1$  ve  $\phi_2$  uç dönmeleri, k<sub>1</sub> ve k<sub>2</sub> dönel yay katsayıları Şekil 5.1.'de gösterilmiştir.

#### 5.1.1. Basınç Hali

Eksenel kuvvetin basınç olması halinde, denge denklemlerinden eğilme momenti için,

$$\mathbf{M} = \mathbf{P}\mathbf{y} + \mathbf{V}\mathbf{x} - \mathbf{m}_{1} \tag{5.2}$$

formülü elde edilir.

Eksene dik y yer değiştirmesi, eğilmeden doğan  $y_f$  ve kaymadan doğan  $y_s$  yer değiştirmelerinin toplamına eşittir.

 $y = y_f + y_s \tag{5.3}$ 

(5.3)' deki bağıntının her iki tarafının birinci ve ikinci türevleri alınarak

$$\mathbf{y}' = \mathbf{y}_{\mathrm{f}}' + \mathbf{y}_{\mathrm{s}}' \tag{5.4}$$

$$y'' = y''_{f} + y''_{s}$$
(5.5)

bağıntıları yazılabilir.

Eğilmeye ve kaymaya ait şekil değiştirme denklemleri :

$$y_{f}'' = -\frac{M}{EI}$$
(5.6)

$$y'_{s} = \frac{T}{GA_{s}} = \frac{M'}{GA_{s}}$$
(5.7)

$$y_s'' = \frac{T'}{GA_s}$$
(5.8)

olduğuna göre, denge denklemlerinden, kesit tesirleri için (5.2)'ye ek olarak

$$\mathbf{T} = \mathbf{M}' = \mathbf{P}\mathbf{y}' + \mathbf{V} \tag{5.9}$$

$$\mathbf{T}' = \mathbf{P}\mathbf{y}'' \tag{5.10}$$

formülleri elde edilir.

(5.5) formülünde (5.6), (5.8) ve (5.10) formülleri kullanılarak

$$\mathbf{y}'' = -\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{E}\mathbf{I}} + \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{G}\mathbf{A}_{\mathrm{s}}} \mathbf{y}'' \tag{5.11}$$

ve buradan da

$$\overline{k}_{f} = EI\left(1 - \frac{P}{GA_{s}}\right)$$
(5.12)

$$y'' = -\frac{M}{\overline{k}_{f}} = -\frac{M/EI}{\left(1 - P/GA_{s}\right)}$$
(5.13)

bulunur.

Denge denklemlerinden bulunan eğilme momentinin (5.2)'deki ifadesi (5.13)'te yerine konulursa,

$$y'' + \overline{\alpha}^2 y + \frac{V}{\overline{k}_f} x - \frac{m_1}{\overline{k}_f} = 0$$
(5.14)

$$\overline{\alpha}^{2} = \frac{P}{\overline{k}_{f}} = \frac{P/EI}{\left(1 - P/GA_{s}\right)}$$
(5.15)

diferansiyel denklemleri elde edilir. Bu diferansiyel denklemlerin genel çözümü:

$$y = A\sin(\bar{\alpha}x) + B\cos(\bar{\alpha}x) - \frac{V}{P}x + \frac{m_1}{P}$$
(5.16)

şeklindedir.

Yer değiştirmelerin birinci ve ikinci türevleri ise;

$$y' = A\overline{\alpha}\cos(\overline{\alpha}x) - B\overline{\alpha}\sin(\overline{\alpha}x) - \frac{V}{P}$$
 (5.17)

$$y'' = -A\overline{\alpha}^2 \sin(\overline{\alpha}x) - B\overline{\alpha}^2 \cos(\overline{\alpha}x)$$
(5.18)

olarak elde edilir.

Ayrıca moment denge denklemlerinden de

$$V = \left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right) \tag{5.19}$$

bağıntısı yazılabilir.

#### 5.1.2. Çekme Hali

Eksenel kuvvetin çekme olması durumunda benzer işlemler sonucunda,

$$\mathbf{M} = -\mathbf{P}\mathbf{y} + \mathbf{V}\mathbf{x} - \mathbf{m}_{1} \tag{5.20}$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{M}' = -\mathbf{P}\mathbf{y}' + \mathbf{V} \tag{5.21}$$

$$\mathbf{T}' = -\mathbf{P}\mathbf{y}'' \tag{5.22}$$

$$\overline{k}_{f} = EI\left(1 + \frac{P}{GA_{s}}\right)$$
(5.23)

$$y'' = -\frac{M}{\overline{k}_{f}} = -\frac{M/EI}{\left(1 + P/GA_{s}\right)}$$
(5.24)

$$\mathbf{y}'' - \overline{\alpha}^2 \mathbf{y} + \frac{\mathbf{V}}{\overline{\mathbf{k}}_{\mathrm{f}}} \mathbf{x} - \frac{\mathbf{m}_{\mathrm{l}}}{\overline{\mathbf{k}}_{\mathrm{f}}} = \mathbf{0}$$
(5.25)

$$\overline{\alpha}^2 = \frac{P}{\overline{k}_f} = \frac{P/EI}{\left(1 + P/GA_s\right)}$$
(5.26)

Diferansiyel denklemi elde edilir. Bu denklemin genel çözümü, birinci ve ikinci türevleri olan y', y'' ifadeleri de

$$y = A \sinh(\bar{\alpha}x) + B \cosh(\bar{\alpha}x) + \frac{V}{P}x - \frac{m_1}{P}$$
(5.27)

$$y' = A\overline{\alpha}cosh(\overline{\alpha}x) - B\overline{\alpha}sinh(\overline{\alpha}x) - \frac{V}{P}$$
(5.28)

 $y'' = A\overline{\alpha}^2 \sinh(\overline{\alpha}x) + B\overline{\alpha}^2 \cosh(\overline{\alpha}x)$ (5.29)

şeklini alırlar.

#### 5.2. Birim Deplasman Sabitlerinin Elde Edilmesi

Kayma deformasyonlarının da etkileri göz önüne alınarak ve uçlarında dönel yaylar bulunan bir çubuğun, II. Mertebe teorisine (nonlineer analiz) ait eleman rijitlik matrisini hesaplamak için bir deplasmana birim diğerlerine sıfır değer verip hesaplamak gerekir.

#### 5.2.1. Basınç Hali

 $d_3 = 1$  için



**Şekil 5.2.**  $d_3 = 1$  yüklemesi

<u>Sınır koşulları</u>

a - uçlarındaki çökmeler

$$x = 0 da y = 0$$
 (5.30)

$$x = L de y = 0$$
 (5.31)

b - uçlarındaki dönmeler

x = 0 da, (5.4) denkleminden

$$y'(0) = y'_{f}(0) + y'_{s}(0)$$
 (5.32)

Eğilmeden dolayı,

$$y_{f}'(0) = -1 + \frac{k_{33}}{J_{1}}$$
(5.33)

Kaymadan dolayı, (5.7) denkleminden

$$y'_{s} = \frac{M'}{GA_{s}} = \frac{P}{GA_{s}} y'(0) + \left(\frac{k_{33} + k_{63}}{LGA_{s}}\right)$$
(5.34)

olduğuna göre, (5.32) denkleminde yerine konulursa,

x = 0 durumunda,

$$y'(0) = -\frac{1}{(1 - P/GA_s)} + \frac{k_{33}}{J_1(1 - P/GA_s)} + \left(\frac{k_{33} + k_{63}}{L\overline{k}_s}\right)$$
(5.35)

şeklinde bulunur.

Burada,

$$\overline{k}_{s} = GA_{s} \left( 1 - \frac{P}{GA_{s}} \right)$$
(5.36)

şeklindedir. Benzer şekilde

$$x = L$$
 durumunda ise,

$$y'(L) = \frac{k_{63}}{J_2(1 - P/GA_s)} + \left(\frac{k_{33} + k_{63}}{L\bar{k}_s}\right)$$
(5.37)

sınır koşulları yazılabilir.

y(0), y'(0), y(L), y'(L)'lerin (5.16) ve (5.17)' deki ifadelerin sınır koşullarında yerlerine konulur ve elde edilen denklem sistemi çözülürse, (5.16), (5.17) ve (5.18) denklemlerinde görülen A ve B sabitleri için

$$\psi = \overline{\alpha}L = L \sqrt{\frac{P/EI}{\left(1 - P/GA_s\right)}}$$

kısaltması yapılırsa,

$$A = \left(\frac{k_{33}\cos\psi + k_{63}}{P\sin\psi}\right)$$
(5.38)

$$\mathbf{B} = -\frac{\mathbf{k}_{33}}{\mathbf{P}} \tag{5.39}$$

ve birim deplasman sabitleri için de,

$$\delta = \left(1 - \frac{P}{GA_s}\right)$$
  

$$\Omega = \psi \left\{\delta \left(\psi^2 \beta_1 \beta_2 - 1\right) + \beta_1 + \beta_2\right\} \sin \psi - \left\{2 + \psi^2 \delta \left(\beta_1 + \beta_2\right)\right\} \cos \psi + 2$$

kısaltmaları yapılırsa,

$$k_{33} = \frac{EI}{L\Omega} \psi \left\{ \left( 1 + \psi^2 \delta \beta_2 \right) \sin \psi - \psi \delta \cos \psi \right\}$$
(5.40)

$$k_{63} = \frac{EI}{L\Omega} \psi (\psi \delta - \sin \psi) = k_{36}$$
(5.41)

$$k_{23} = \frac{EI}{L^2\Omega} \psi^2 \delta(\psi \beta_2 \sin \psi - \cos \psi + 1) = k_{32} = -k_{35} = -k_{53}$$
(5.42)

$$k_{53} = -\frac{EI}{L^2\Omega}\psi^2\delta(\psi\beta_2\sin\psi - \cos\psi + 1) = -k_{23} = -k_{32} = k_{35}$$
(5.43)

ifadeleri elde edilir. Burada,



**Şekil 5.3.**  $d_6 = 1$  yüklemesi

Sınır koşulları :

a - uçlarındaki çökmeler

$$x = 0 da y = 0$$
 (5.44)

$$x = L de y = 0$$
 (5.45)

b - uçlarındaki dönmeler

x = 0 durumunda,

$$y'(0) = \frac{k_{36}}{J_1(1 - P/GA_s)} + \left(\frac{k_{36} + k_{66}}{L\bar{k}_s}\right)$$
(5.46)

x = L durumunda,

$$y'(L) = -\frac{1}{(1 - P/GA_s)} + \frac{k_{66}}{J_2(1 - P/GA_s)} + \left(\frac{k_{36} + k_{66}}{L\overline{k}_s}\right)$$
(5.47)

şeklindedir.

y(0), y'(0), y(L), y'(L)'lerin (5.16) ve (5.17)' deki ifadelerin sınır koşullarında yerlerine konulur ve elde edilen denklem sistemi çözülürse, (5.16), (5.17) ve (5.18) denklemlerinde görülen A ve B sabitleri için

$$A = \left(\frac{k_{36}\cos\psi + k_{66}}{P\sin\psi}\right)$$
(5.48)

$$\mathbf{B} = -\frac{\mathbf{k}_{36}}{\mathbf{P}} \tag{5.49}$$

ve birim deplasman sabitleri için de,

$$k_{36} = \frac{EI}{L\Omega} \psi \left( \psi \delta - \sin \psi \right) = k_{63}$$
(5.50)

$$k_{66} = \frac{EI}{L\Omega} \psi \left\{ \left( 1 + \psi^2 \delta \beta_1 \right) \sin \psi - \psi \delta \cos \psi \right\}$$
(5.51)

$$k_{26} = \frac{EI}{L^2 \Omega} \psi^2 \delta (\psi \beta_1 \sin \psi - \cos \psi + 1) = k_{62} = -k_{56} = -k_{65}$$
(5.52)

$$k_{56} = -\frac{EI}{L^2\Omega}\psi^2 \delta(\psi\beta_1 \sin\psi - \cos\psi + 1) = -k_{26} = -k_{62} = k_{65}$$
(5.53)

ifadeleri elde edilir.

 $d_2 = 1$  için,



**Şekil 5.4.**  $d_2 = 1$  yüklemesi

Şekil 5.4.'den moment denge denklemi,

$$M = P(1+y) + Vx - m_1$$
(5.54)

olduğuna göre (5.13)'de yerine konulursa

$$y'' + \overline{\alpha}^2 y + \frac{P}{\overline{k}_f} + \frac{V}{\overline{k}_f} x - \frac{m_1}{\overline{k}_f} = 0$$
(5.55)

diferansiyel denklemi ve bu denklemin genel çözümü olan,

$$y = A\sin(\bar{\alpha}x) + B\cos(\bar{\alpha}x) - 1 - \frac{V}{P}x + \frac{m_1}{P}$$
(5.56)

ifadesi elde edilir.

<u>Sınır koşulları</u>

a - uçlarındaki çökmeler

$$x = 0 da y = -1$$
 (5.57)

$$x = L de y = 0$$
 (5.58)

b - uçlarındaki dönmeler

x = 0 durumunda,

$$y'(0) = \frac{k_{32}}{J_1(1 - P/GA_s)} + \left(\frac{k_{32} + k_{62} - P}{L\overline{k}_s}\right)$$
(5.59)

x = L durumunda,

$$y'(0) = \frac{k_{62}}{J_2(1 - P/GA_s)} + \left(\frac{k_{32} + k_{62} - P}{L\overline{k}_s}\right)$$
(5.60)

olarak elde edilir.

(5.56) denklemi ve birinci türevi sınır koşullarında yerlerine konulur ve elde edilen denklem sistemi çözülürse, A ve B sabitleri için,

$$A = \left(\frac{k_{32}\cos(\psi) + k_{62}}{P\sin(\psi)}\right)$$
(5.61)

$$\mathbf{B} = -\frac{\mathbf{k}_{32}}{\mathbf{P}} \tag{5.62}$$

elde edilir. Birim deplasman sabitleri için de,

$$k_{32} = \frac{EI}{L^2 \Omega} \psi^2 \delta (\psi \beta_2 \sin \psi - \cos \psi + 1) = k_{23} = -k_{35} = -k_{53}$$
(5.63)

$$k_{62} = \frac{EI}{L^2 \Omega} \psi^2 \delta \left( \psi \beta_1 \sin \psi - \cos \psi + 1 \right) = k_{26} = -k_{56} = -k_{65}$$
(5.64)

$$k_{22} = \frac{EI}{L^{3}\Omega} \psi^{3} \delta^{2} \left\{ \left( 1 - \psi^{2} \beta_{1} \beta_{2} \right) \sin \psi + \psi \left( \beta_{1} + \beta_{2} \right) \cos \psi \right\} = k_{55} = -k_{25} = -k_{52}$$
(5.65)

$$k_{52} = -\frac{EI}{L^{3}\Omega}\psi^{3}\delta^{2}\left\{\left(1-\psi^{2}\beta_{1}\beta_{2}\right)\sin\psi+\psi\left(\beta_{1}+\beta_{2}\right)\cos\psi\right\} = -k_{22} = -k_{55} = k_{25}$$
(5.66)

 $d_5 = 1$  için,



**Şekil 5.5.**  $d_5 = 1$  yüklemesi

#### Şekil 5.5.'e göre

$$k_{35} = -k_{32} = -k_{23} = k_{53}, \ k_{65} = -k_{62} = -k_{26} = k_{56} \ ve \ k_{25} = -k_{55} = -k_{22} = k_{52}$$
(5.67)

eşitlikleri yazılabilir.

### 5.2.2. Çekme Hali

 $d_3 = 1$  için,





Sınır koşulları :

- a uçlarındaki çökmeler
- x = 0 durumunda,

$$y = 0$$
 (5.68)

x = L durumunda,

$$y = 0$$
 (5.69)

b - uçlarındaki dönmeler

$$y'(0) = -\frac{1}{(1 + P/GA_s)} + \frac{k_{33}}{J_1(1 + P/GA_s)} + \left(\frac{k_{33} + k_{63}}{L\bar{k}_s}\right)$$
(5.70)

$$y'(L) = \frac{k_{63}}{J_2(1 + P/GA_s)} + \left(\frac{k_{33} + k_{63}}{L\overline{k}_s}\right)$$
(5.71)

sınır koşulları yazılır.

Bu sınır koşullarında (5.27) ve (5.28) denklemlerine eşitlenirse A, B sabitleri,

$$\psi = L \sqrt{\frac{P/EI}{\left(1+P/GA_{s}\right)}}$$

kısaltması yapılırsa,

$$A = -\left(\frac{k_{33}\cosh(\psi) + k_{63}}{P\sinh(\psi)}\right)$$
(5.72)

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{k}_{33}}{\mathbf{P}} \tag{5.73}$$

ve birim deplasman sabitleri,

$$\delta = \left(1 + \frac{P}{GA_s}\right)$$
  

$$\Omega = \psi \left\{\delta \left(\psi^2 \beta_1 \beta_2 + 1\right) - \beta_1 - \beta_2\right\} \sinh \psi - \left\{2 - \psi^2 \delta \left(\beta_1 + \beta_2\right)\right\} \cosh \psi + 2$$

kısaltmaları yapılırsa,

$$k_{33} = -\frac{EI}{L\Omega}\psi\left\{\left(1 - \psi^2 \delta\beta_2\right)\sinh\psi - \psi\delta\cosh\psi\right\}$$
(5.74)

$$k_{63} = -\frac{EI}{L\Omega}\psi(\psi\delta - \sinh\psi) = k_{36}$$
(5.75)

$$k_{23} = \frac{EI}{L^2 \Omega} \psi^2 \delta (\psi \beta_2 \sinh \psi + \cosh \psi - 1) = k_{32} = -k_{35} = -k_{53}$$
(5.76)

$$k_{53} = -\frac{EI}{L^2\Omega}\psi^2\delta(\psi\beta_2\sinh\psi + \cosh\psi - 1) = -k_{23} = -k_{32} = k_{35}$$
(5.77)

elde edilir.

 $d_6 = 1$  için,



**Şekil 5.7.**  $d_6 = 1$  yüklemesi

Sınır koşulları : -

- a uçlarındaki çökmeler
- $x=0 \ da \ y=0$

$$\mathbf{x} = \mathbf{L} \operatorname{de} \mathbf{y} = \mathbf{0}$$

- b uçlarındaki dönmeler
- x = 0 durumunda,

$$y'(0) = \frac{k_{36}}{J_1(1 + P/GA_s)} + \left(\frac{k_{36} + k_{66}}{L\overline{k}_s}\right)$$
(5.78)

x = L durumunda,

$$y'(L) = -\frac{1}{(1 + P/GA_s)} + \frac{k_{66}}{J_2(1 + P/GA_s)} + \left(\frac{k_{36} + k_{66}}{L\bar{k}_s}\right)$$
(5.79)

sınır koşullarında (5.27) ve (5.28) denklemlerine eşitlenirse A, B sabitleri,

$$A = -\left(\frac{k_{36}\cosh(\psi) + k_{66}}{P\sinh(\psi)}\right)$$
(5.80)

$$B = \frac{k_{36}}{P}$$
(5.81)

$$k_{36} = -\frac{EI}{L\Omega}\psi(\psi\delta - \sinh\psi) = k_{63}$$
(5.82)

$$k_{66} = -\frac{EI}{L\Omega}\psi\left\{\left(1 - \psi^2\delta\beta_1\right)\sinh\psi - \psi\delta\cosh\psi\right\}$$
(5.83)

$$k_{26} = \frac{EI}{L^2\Omega} \psi^2 \delta (\psi \beta_1 \sinh \psi + \cosh \psi - 1) = k_{62} = -k_{56} = -k_{65}$$
(5.84)

$$k_{56} = -\frac{EI}{L^2\Omega}\psi^2 \delta(\psi\beta_1 \sinh\psi + \cosh\psi - 1) = -k_{26} = -k_{62} = k_{65}$$
(5.85)

elde edilir.

 $d_2 = 1$  için,



**Şekil 5.8.**  $d_2 = 1$  yüklemesi

# Şekil 5.8.'den moment denge denklemi $M = -P(1+y) + Vx - m_1$ (5.86)

olduğuna göre (5.24) denkleminde yerine koyulursa,

$$y'' - \overline{\alpha}^2 y - \frac{P}{\overline{k}_f} + \frac{V}{\overline{k}_f} x - \frac{m_1}{\overline{k}_f} = 0$$
(5.87)

diferansiyel denklemi ve bu denklemin genel çözümü olan,

$$y = A \sinh(\bar{\alpha}x) + B \cosh(\bar{\alpha}x) - 1 + \frac{V}{P}x - \frac{m_1}{P}$$
(5.88)

ifadesi elde edilir.

Sınır koşulları : -

a - uçlarındaki çökmeler

$$x = 0 da y = -1$$
 (5.89)

$$x = L de y = 0$$
 (5.90)

b - uçlarındaki dönmeler

x = 0 durumunda,

$$y'(0) = \frac{k_{32}}{J_1(1 + P/GA_s)} + \left(\frac{k_{32} + k_{62} + P}{L\overline{k}_s}\right)$$
(5.91)

x = L durumunda,

$$y'(L) = \frac{k_{62}}{J_2(1 + P/GA_s)} + \left(\frac{k_{32} + k_{62} + P}{L\bar{k}_s}\right)$$
(5.92)

şeklinde elde edilir.

(5.88) ve birinci türevi sınır koşulları yerlerine konulur ve elde edilen denklem sistemi çözülürse, A ve B sabitleri için,

$$A = -\left(\frac{k_{32}\cosh(\psi) + k_{62}}{P\sinh(\psi)}\right)$$
(5.93)

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{k}_{32}}{\mathbf{P}} \tag{5.94}$$

elde edilir. Birim deplasman sabitleri için de,

$$k_{32} = \frac{EI}{L^2 \Omega} \psi^2 \delta (\psi \beta_2 \sinh \psi + \cosh \psi - 1) = k_{23} = -k_{35} = -k_{53}$$
(5.95)

$$k_{62} = \frac{EI}{L^2 \Omega} \psi^2 \delta (\psi \beta_1 \sinh \psi + \cosh \psi - 1) = k_{26} = -k_{56} = -k_{65}$$
(5.96)

$$k_{22} = \frac{EI}{L^{3}\Omega} \psi^{3} \delta^{2} \left\{ \left( 1 + \psi^{2} \beta_{1} \beta_{2} \right) \sinh \psi + \psi \left( \beta_{1} + \beta_{2} \right) \cosh \psi \right\} = k_{55} = -k_{25} = -k_{52}$$
(5.97)

$$k_{52} = -\frac{EI}{L^{3}\Omega}\psi^{3}\delta^{2}\left\{\left(1+\psi^{2}\beta_{1}\beta_{2}\right)\sinh\psi+\psi\left(\beta_{1}+\beta_{2}\right)\cosh\psi\right\} = -k_{22} = -k_{55} = k_{25}$$
(5.98)

bağıntıları bulunur.

 $d_5 = 1$  için,



**Şekil 5.9.**  $d_5 = 1$  yüklemesi

Şekil 5.9.'a göre,

 $k_{35} = -k_{32} = -k_{23} = k_{53}, \ k_{65} = -k_{62} = -k_{26} = k_{56} \ ve \ k_{25} = -k_{55} = -k_{22} = k_{52}$ (5.99) eşitlikleri yazılabilir.

Buraya kadar yapılan tüm hesaplamalarda düğüm noktalarına dönel yaylarla bağlı çubukların kayma deformasyonlarının etkisi de göz önünde tutularak, nonlineer analize ait eleman rijitlik matrisi etki katsayıları hesaplanmıştır.

Lineer çözüm (eksenel kuvvetin sıfır olması hali) için de benzer yol izlenmiş ve sadece bulunan sonuçlar verilmiştir.

1 ve 2 uçlu çubuk elemanlarının eleman koordinatlarındaki rijitlik matrisi:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11} & 0 & 0 & \mathbf{k}_{14} & 0 & 0\\ 0 & \mathbf{k}_{22} & \mathbf{k}_{23} & 0 & \mathbf{k}_{25} & \mathbf{k}_{26} \\ 0 & \mathbf{k}_{32} & \mathbf{k}_{33} & 0 & \mathbf{k}_{35} & \mathbf{k}_{36} \\ \mathbf{k}_{41} & 0 & 0 & \mathbf{k}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{k}_{52} & \mathbf{k}_{53} & 0 & \mathbf{k}_{55} & \mathbf{k}_{56} \\ 0 & \mathbf{k}_{62} & \mathbf{k}_{63} & 0 & \mathbf{k}_{65} & \mathbf{k}_{66} \end{bmatrix}$$
(5.100)

Dönel yayların, eksenel kuvvetin ve kayma deformasyonlarının elastik eğilme rijitliği üzerindeki etkisi göz önünde tutularak (Timoshenko kiriş teorisi) hesaplanan Denklem (5.100)'deki rijitlik etki katsayıları  $k_{ij}$  (i = 1, 2, ...6: j = 1, 2, ...6) aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$k_{11} = \frac{EA}{L} = k_{44} = -k_{14} = -k_{41}$$
(5.101a)

$$k_{22} = \frac{EI\chi_1}{L^3\Omega} = k_{55} = -k_{25} = -k_{52}$$
(5.101b)

$$k_{23} = \frac{EI\chi_2}{L^2\Omega} = k_{32} = -k_{35} = -k_{53}$$
(5.101c)

$$k_{26} = \frac{EI\chi_3}{L^2\Omega} = k_{62} = -k_{56} = -k_{65}$$
(5.101d)

$$k_{33} = \frac{EI\chi_4}{L\Omega}$$
(5.101e)

$$k_{36} = \frac{EI\chi_5}{L\Omega} = k_{63}$$
(5.101f)

$$k_{66} = \frac{EI\chi_6}{L\Omega}$$
(5.101g)

Denklem (5.101a-g)'de aşağıdaki kısaltmalar yapılarak eksenel kuvvetin P = 0 (lineer çözüm), eksenel kuvvetin P < 0 (basınç) ve eksenel kuvvetin P > 0 (çekme) olması hallerinde eleman koordinatlarındaki eleman rijitlik matrisinin etki katsayıları matris formunda verilmektedir. Denklem (5.101a)'daki EA/L elastik eksenel rijitliktir.

$$\psi = \begin{cases} L \sqrt{\frac{P/EI}{(1-P/GA_s)}} & P < 0 \\ L \sqrt{\frac{P/EI}{(1+P/GA_s)}} & P > 0 \end{cases} \\ \delta = \begin{cases} 1-P/GA_s & P < 0 \\ 1+P/GA_s & P > 0 \end{cases}$$

$$\Omega = \begin{cases} 1+12\beta(1+\beta_1+\beta_2)+4(\beta_1+\beta_2+3\beta_1\beta_2) & P=0\\ \psi\left\{\delta\left(\psi^2\beta_1\beta_2-1\right)+\beta_1+\beta_2\right\}\sin\psi-\left\{2+\psi^2\delta\left(\beta_1+\beta_2\right)\right\}\cos\psi+2 & P<0\\ \psi\left\{\delta\left(\psi^2\beta_1\beta_2+1\right)-\beta_1-\beta_2\right\}\sinh\psi-\left\{2-\psi^2\delta\left(\beta_1+\beta_2\right)\right\}\cosh\psi+2 & P>0 \end{cases}$$

Kısaltmaları yapılırsa,

#### Eksenel kuvvetin sıfır olması hali (lineer çözüm), P = 0;

$$\chi_1 = 12\{1 + \beta_1 + \beta_2\}$$
(5.102a)

$$\chi_2 = 6(1 + 2\beta_2) \tag{5.102b}$$

$$\chi_3 = 6(1+2\beta_1) \tag{5.102c}$$

$$\chi_4 = 4 \left\{ 1 + 3(\beta + \beta_2) \right\}$$
(5.102d)

$$\chi_5 = 2(1 - 6\beta) \tag{5.102e}$$

$$\chi_6 = 4 \{ 1 + 3(\beta + \beta_1) \}$$
(5.102f)

#### Eksenel kuvvetin basınç olması hali (nonlineer çözüm), P < 0

$$\chi_1 = \psi^3 \delta^2 \left\{ \left( 1 - \psi^2 \beta_1 \beta_2 \right) \sin \psi + \psi \left( \beta_1 + \beta_2 \right) \cos \psi \right\}$$
(5.103a)

$$\chi_2 = \psi^2 \delta(\psi \beta_2 \sin \psi - \cos \psi + 1)$$
(5.103b)

$$\chi_3 = \psi^2 \delta \big( \psi \beta_1 \sin \psi - \cos \psi + 1 \big) \tag{5.103c}$$

$$\chi_4 = \psi \left\{ \left( 1 + \psi^2 \delta \beta_2 \right) \sin \psi - \psi \delta \cos \psi \right\}$$
(5.103d)

$$\chi_5 = \psi \left( \psi \delta - \sin \psi \right) \tag{5.103e}$$

$$\chi_6 = \psi \left\{ \left( 1 + \psi^2 \delta \beta_1 \right) \sin \psi - \psi \delta \cos \psi \right\}$$
(5.103f)

### Eksenel kuvvetin çekme olması hali (nonlineer çözüm), P>0

$$\chi_1 = \psi^3 \delta^2 \left\{ \left( 1 + \psi^2 \beta_1 \beta_2 \right) \sinh \psi + \psi \left( \beta_1 + \beta_2 \right) \cosh \psi \right\}$$
(5.104a)

$$\chi_2 = \psi^2 \delta \left( \psi \beta_2 \sinh \psi + \cosh \psi - 1 \right)$$
(5.104b)

$$\chi_3 = \psi^2 \delta \left( \psi \beta_1 \sinh \psi + \cosh \psi - 1 \right) \tag{5.104c}$$

$$\chi_4 = -\psi \left\{ \left( 1 - \psi^2 \delta \beta_2 \right) \sinh \psi - \psi \delta \cosh \psi \right\}$$
(5.104d)

$$\chi_5 = -\psi (\psi \delta - \sinh \psi) \tag{5.104e}$$

$$\chi_6 = -\psi \left\{ \left( 1 - \psi^2 \delta \beta_1 \right) \sinh \psi - \psi \delta \cosh \psi \right\}$$
(5.104f)

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_1}{\mathbf{L}^3\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_2}{\mathbf{L}^2\Omega} & 0 & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_1}{\mathbf{L}^3\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_3}{\mathbf{L}^2\Omega} \\ 0 & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_2}{\mathbf{L}^2\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_4}{\mathbf{L}\Omega} & 0 & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_2}{\mathbf{L}^2\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_5}{\mathbf{L}\Omega} \\ -\frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 & \frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_1}{\mathbf{L}^3\Omega} & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_2}{\mathbf{L}^2\Omega} & 0 & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_1}{\mathbf{L}^3\Omega} & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_3}{\mathbf{L}^2\Omega} \\ 0 & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_3}{\mathbf{L}^2\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_5}{\mathbf{L}\Omega} & 0 & -\frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_3}{\mathbf{L}^2\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_3}{\mathbf{L}^2\Omega} \end{bmatrix}$$
(5.105)

Örneğin lineer çözüm için (P=0) yukarıda sayılan bütün etkiler ihmal edilirse  $(\beta = \beta_1 = \beta_1 = 0)$ , bu durumda çok iyi bilinen

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 & \frac{-\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0\\ 0 & \frac{\mathbf{1}\mathbf{2}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{3}} & \frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} & 0 & -\frac{\mathbf{1}\mathbf{2}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{3}} & \frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} \\ 0 & \frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} & \frac{\mathbf{4}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}} & 0 & -\frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} & \frac{\mathbf{2}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}} \\ -\frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 & \frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\mathbf{1}\mathbf{2}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{3}} & -\frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} & 0 & \frac{\mathbf{1}\mathbf{2}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{3}} & -\frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} \\ 0 & \frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} & \frac{\mathbf{2}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}} & 0 & -\frac{\mathbf{6}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}^{2}} & \frac{\mathbf{4}\mathbf{E}\mathbf{I}}{\mathbf{L}} \end{bmatrix}$$
(5.106)

eleman rijitlik matrisi elde edilmektedir.

### 5.3. Matris Deplasman Yönteminde Kullanılan Stabilite Fonksiyonları

Eksenel kuvvetlerin rijitlik üzerine etkisi, Livesley (1956) tarafından geliştirilmiş stabilite fonksiyonları ile göz önüne alınmıştır. Euler kritik yükü, iki ucu mafsallı rijitliği sabit bir çubuk için,

$$P_{\rm E} = \frac{\pi^2 E I}{L^2}$$

olduğuna göre,

$$\rho = \frac{4\overline{\alpha}^2}{\pi^2} = \frac{P}{P_E} = \frac{PL^2}{EI}$$
$$\overline{\alpha} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\rho} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{P}{P_E}}$$

olarak tanımlanırsa,

$$\phi_1 = \overline{\alpha} \cot \overline{\alpha}$$

$$\phi_2 = \frac{\overline{\alpha}^2}{3(1 - \phi_1)}$$

$$\phi_3 = \frac{3\phi_2 + \phi_1}{4}$$

$$\phi_4 = \frac{3\phi_2 + \phi_1}{2}$$

$$\phi_5 = \phi_1\phi_2$$

şeklinde yazılabilir. Verilen stabilite fonksiyonları (Livesley, 1956), çubuk elemanların açı deplasman denklemlerini elde etmek amacıyla kullanılabilirler. Şekil 5.10.'da bu fonksiyonların  $\rho$  ya bağlı olarak değişim grafiği verilmiştir. Görüldüğü gibi eksenel kuvvetin sıfır olduğu hallerde  $\rho = 0$  durumunda  $\phi$  fonksiyonları tek bir değer alarak bire eşit olmaktadır.



Şekil 5.10. Livesley fonksiyonları

#### 5.4. Doğrusal Olmayan Lokal Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Deplasman metodu kullanılarak yapılan analizlerde, eksenel kuvvetin ihmal edilip, çubuk rijitlik matrisinin sabit olduğu varsayımı ile hareket edilmesi gerçek davranışı yansıtmamaktadır. Stabilite fonksiyonlarını incelediğimizde çubuk rijitliğinin,

$$\rho = \frac{P}{P_{cr}}$$

oranına bağlı olarak, eksenel kuvvetin etkisi ile değiştiği görülmektedir. Dolayısıyla rijitlik matrislerinin bu fonksiyonlar cinsinden ifade edilmesi gerekir. Düzlem çerçeve çubuk elemanın lokal rijitlik matrisi,

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 & \frac{-\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_5}{\mathbf{L}^3} & \frac{6\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_2}{\mathbf{L}^2} & 0 & -\frac{12\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_5}{\mathbf{L}^3} & \frac{6\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_2}{\mathbf{L}^2} \\ 0 & \frac{6\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_2}{\mathbf{L}^2} & \frac{4\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_3}{\mathbf{L}} & 0 & -\frac{6\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_2}{\mathbf{L}^2} & \frac{2\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_4}{\mathbf{L}} \\ -\frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 & \frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_5}{\mathbf{L}^3} & -\frac{6\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_2}{\mathbf{L}^2} & 0 & \frac{12\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_5}{\mathbf{L}^3} & -\frac{6\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_2}{\mathbf{L}^2} \\ 0 & \frac{6\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_2}{\mathbf{L}^2} & \frac{2\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_4}{\mathbf{L}} & 0 & -\frac{6\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_2}{\mathbf{L}^2} & \frac{4\mathbf{E}\mathbf{I}\phi_3}{\mathbf{L}} \end{bmatrix}$$
(5.107)

olarak ortaya çıkar. Burada, stabilite fonksiyonlarının alt indislerindeki rakam, stabilite fonksiyonunu göstermektedir.

Şekil 5.10.'da görüldüğü gibi, matriste  $\rho = 0$  olduğunda  $\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \phi_5 = 1$ olacaktır ve rijitlik matrisi 1. mertebe matrisine dönüşecektir. Bu da esasta, doğrusal olmayan analiz yönteminin, doğrusal analiz yönteminin bir devamı olduğunu göstermektedir. Rijitlik matrisin ilk oluşturulma aşamasında eksenel kuvvetlerin bilinmemesi işlemi güçleştirmektedir. Bu sorunun aşılması için eksenel yük sıfır kabul edilir ve ilk adımda doğrusal analiz yapılır. İkinci adımda, ilk adımda doğrusal analiz sonunda bulunan eksenel kuvvetler ile stabilite fonksiyonları hesaplanır ve matrisler yeniden oluşturulur. Uç kuvvetler yeniden hesaplanarak bir önceki uç kuvvetlerle karşılaştırılır. İki ardışık sonuç arasındaki fark istenilen hata oranını sağlayıncaya kadar iterasyona devam edilir.

$$\alpha = \frac{\alpha}{2}$$

$$\overline{\alpha} = \sqrt{\frac{P/EI}{(1 - P/GA_s)}}$$

$$\phi_1 = \overline{\alpha} \cot \overline{\alpha} , \quad \phi_2 = \frac{1}{6} \frac{\chi_2}{\Omega}$$

$$\phi_3 = \frac{1}{4} \frac{\chi_4}{\Omega} , \quad \phi_4 = \frac{1}{2} \frac{\chi_5}{\Omega}$$

$$\phi_5 = \phi_1 \phi_2 = \overline{\alpha} \cot \overline{\alpha} \times \frac{1}{6} \frac{\chi_2}{\Omega}$$

# 6. EKSENEL VE KESME KUVVETLERLE DÖNEL YAYLARIN ANKASTRE KİRİŞLERİN UÇ MOMENTLERİ ÜZERİNE ETKİSİ

Rijitlik matrisi yöntemi kullanılarak yapılan düzlem çerçevelerin analizinde, yük vektörü düğüm noktaları arasında uygulanan yüklerden dolayı ankastrelik uç kuvvetlerini içerebilir. Bir elemandaki eksenel kuvvetin, kesme kuvvetinin ve dönel yayların ankastrelik uç kuvvetleri değerlerini etkilediği bilinmektedir.

Bu bölümde, yukarıdaki etkiler dikkate alınarak aşağıda verilen yüklemeler altında ankastrelik uç momentleri bulunacaktır.

- 1 Üniform yayılı yük
- 2 Tekil yük
- 3 Doğrusal yayılı yük
- 4 Simetrik trapez yayılı yük
- 5 Üçgen yayılı yük

#### 6.1. Üniform Yayılı Yük

#### 6.1.1. Basınç Hali

Şekil 6.1.'de görülen iki ucu ankastre mesnetli basınç çubuğunda düzgün yayılı yükten meydana gelen uç momentleri  $m_1$  ve  $m_2$  ile gösterilebilir. Bu yükleme altında ancak dönel yay katsayıları  $k_1 = k_2$  olursa yapı simetrik olur ve dolayısıyla  $m_1 = m_2$  olur. Ancak  $k_1 \neq k_2$  olması halinde yapı simetrik olmayacak ve  $m_1 \neq m_2$  olacaktır. Denge denklemleri yazılırken bu noktaya dikkat edilmelidir.



Şekil 6.1. Üniform yüklü ankastre kiriş

Denge denklemlerinden, eğilme momenti ifadesi, Şekil 6.1.'e göre,

$$M = Py - m_1 + \left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right)x + \frac{wLx}{2} - \frac{wx^2}{2}$$
(6.1)

olarak bulunur.

Denge denklemlerinden kesit tesirleri için,

$$T = M' = Py' + \left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right) + \frac{wL}{2} - wx$$
(6.2)

$$\mathbf{T}' = \mathbf{P}\mathbf{y}'' - \mathbf{w} \tag{6.3}$$

formülleri elde edilir. (5.5) denkleminde,

$$\frac{d^{2}y_{f}}{dx^{2}} = -\frac{M}{EI} = -\left(\frac{P}{EI}\right)y + \frac{m_{1}}{EI} - \left(\frac{m_{1} + m_{2}}{L}\right)\frac{x}{EI} - \frac{wLx}{2EI} + \frac{wx^{2}}{2EI}$$
(6.4)

$$\frac{d^2 y_s}{dx^2} = \frac{T'}{GA_s} = \frac{P}{GA_s} y'' - \frac{W}{GA_s}$$
(6.5)

olduğuna göre yerlerine konulursa,

$$\frac{d^{2}y}{dx^{2}} = y'' = -\left(\frac{P}{EI}\right)y + \frac{m_{1}}{EI} - \left(\frac{m_{1} + m_{2}}{L}\right)\frac{x}{EI} - \frac{wLx}{2EI} + \frac{wx^{2}}{2EI} + \frac{P}{GA_{s}}y'' - \frac{w}{GA_{s}}$$
(6.6)

ve düzenlenirse,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{\overline{k}_f} y = \frac{1}{\overline{k}_f} \left( m_1 - \left( \frac{m_1 + m_2}{L} \right) x - \frac{wLx}{2} + \frac{wx^2}{2} \right) + \frac{w}{\overline{k}_s}$$
(6.7)

denklemi elde edilir. Burada  $\overline{k}_{f}$  ve  $\overline{k}_{s}$ ,

$$\overline{k}_{f} = EI\left(1 - \frac{P}{GA_{s}}\right), \ \overline{k}_{s} = GA_{s}\left(1 - \frac{P}{GA_{s}}\right)$$
(6.8)

ise denklem,

$$\overline{\alpha}^2 = \frac{P}{\overline{k}_f} = \frac{P/EI}{\left(1 - P/GA_s\right)}$$
(6.9)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \overline{\alpha}^2 y - \frac{1}{\overline{k}_f} \left( m_1 - \left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right) x - \frac{wLx}{2} + \frac{wx^2}{2} \right) + \frac{w}{\overline{k}_s} = 0$$
(6.10)

şeklinde yazılabilir.

Bu denklemin genel çözümü :

$$y = A\sin\bar{\alpha}x + B\cos\bar{\alpha}x - \frac{1}{P}\left[\left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right)x + \frac{wLx}{2} - \frac{wx^2}{2}\right] + \left[\frac{m_1}{P} - \frac{w}{\bar{\alpha}^2}\left(\frac{1}{P} + \frac{1}{\bar{k}_s}\right)\right] \quad (6.11)$$

Sınır koşulları :

$$x = 0 da y = 0$$
 (6.12)

$$x = L de y = 0$$
 (6.13)

olduğuna göre (6.11) denkleminde A ve B sabitleri için,

$$\psi = L \sqrt{\frac{P/EI}{\left(1 - P/GA_{s}\right)}}$$

kısaltması yapılırsa,

$$A = \frac{w}{\bar{\alpha}^2} \left( \frac{1}{P} + \frac{1}{\bar{k}_s} \right) \frac{(1 - \cos\psi)}{\sin\psi} + \frac{m_1}{P} \frac{(1 + \cos\psi)}{\sin\psi}$$
(6.14)

$$\mathbf{B} = -\left[\frac{\mathbf{m}_{1}}{\mathbf{P}} - \frac{\mathbf{w}}{\overline{\alpha}^{2}} \left(\frac{1}{\mathbf{P}} + \frac{1}{\overline{\mathbf{k}}_{s}}\right)\right]$$
(6.15)

ifadeleri bulunur.

$$x = 0 \text{ da } y'_{f}(0) = \frac{m_{1}}{J_{1}} \text{ ve } (6.1) \text{'e göre yazılan}$$
$$T(0) = M'(0) = P_{t} y'(0) + \binom{m_{1} + m_{2}}{J_{1}} WL$$
(6.16)

$$T(0) = M'(0) = Py'(0) + \left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right) + \frac{wL}{2}$$
(6.16)

$$y'_{s}(0) = \frac{M'(0)}{GA_{s}} = \frac{P}{GA_{s}}y'(0) + \left(\frac{m_{1} + m_{2}}{LGA_{s}}\right) + \frac{wL}{2GA_{s}}$$

ve buradan (5.4) denkleminde yerlerine konulursa,

x = 0 durumunda,

$$y'(0) = \frac{m_1}{J_1(1 - P/GA_s)} + \left(\frac{m_1 + m_2}{LGA_s(1 - P/GA_s)}\right) + \frac{wL}{2GA_s(1 - P/GA_s)}$$
(6.17)

x = L durumunda,

$$y'(L) = \frac{m_2}{J_2(1 - P/GA_s)} + \left(\frac{m_1 + m_2}{LGA_s(1 - P/GA_s)}\right) - \frac{wL}{2GA_s(1 - P/GA_s)}$$
(6.18)

sınır koşullarına göre y'(0), y'(L) yerine (6.11)'den türev alınarak bulunan ifadeler yazılırsa  $m_1$  ve  $m_2$  ankastrelik uç momentler veren,

$$m_{1} = \frac{wL^{2}(1+\psi^{2}\beta)}{2\psi^{2}\Omega} \left\{ \psi \left[ 4+\psi^{2}(2\beta+\beta_{2}) \right] \sin \psi + \left[ 4-\psi^{2}(1-4\beta-2\beta_{2}) \right] \cos \psi - \left[ 4+\psi^{2}(1+4\beta+2\beta_{2}) \right] \right\}$$
(6.19)

$$m_{2} = -\frac{wL^{2}(1+\psi^{2}\beta)}{2\psi^{2}\Omega} \left\{ \psi \left[ 4+\psi^{2}(2\beta+\beta_{1}) \right] \sin \psi + \left[ 4-\psi^{2}(1-4\beta-2\beta_{1}) \right] \cos \psi - \left[ 4+\psi^{2}(1+4\beta+2\beta_{1}) \right] \right\}$$
(6.20)

formülleri elde edilir. Burada

$$\beta = \frac{\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^{2}\mathrm{GA}_{\mathrm{s}}}, \ \beta_{1} = \frac{1}{4\mathrm{k}_{1}}, \ \beta_{2} = \frac{1}{4\mathrm{k}_{2}}, \ \mathbf{k}_{1} = \frac{\mathrm{J}_{1}\mathrm{L}}{4\mathrm{EI}}, \ \mathbf{k}_{2} = \frac{\mathrm{J}_{2}\mathrm{L}}{4\mathrm{EI}}, \ \mathbf{J}_{1} = \frac{\mathrm{M}_{\mathrm{con1}}}{\mathrm{\phi}}, \ \mathbf{J}_{2} = \frac{\mathrm{M}_{\mathrm{con2}}}{\mathrm{\phi}}$$
$$\Omega = \psi \left\{ \delta \left( \psi^{2}\beta_{1}\beta_{2} - 1 \right) + \beta_{1} + \beta_{2} \right\} \sin \psi - \left\{ 2 + \psi^{2}\delta \left(\beta_{1} + \beta_{2}\right) \right\} \cos \psi + 2$$
$$\delta = \left( 1 - \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{GA}_{\mathrm{s}}} \right)$$

kısaltmaları kullanılmıştır.

#### 6.1.2. Çekme Hali

Eksenel kuvvetin çekme olması durumunda moment ifadesi,

$$M = -Py - m_1 + \left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right)x + \frac{wLx}{2} - \frac{wx^2}{2}$$
(6.21)

olarak bulunur.

Denge denklemlerinden kesit tesirleri için,

$$T = M' = -Py' + \left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right) + \frac{wL}{2} - wx$$
(6.22)

$$\mathbf{T}' = -\mathbf{P}\mathbf{y}'' - \mathbf{w} \tag{6.23}$$

formülleri elde edilir. (5.5) denkleminde,

$$\frac{d^2 y_f}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = \left(\frac{P}{EI}\right) y + \frac{m_1}{EI} - \left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right) \frac{x}{EI} - \frac{wLx}{2EI} + \frac{wx^2}{2EI}$$
(6.24)

$$\frac{d^2 y_s}{dx^2} = \frac{T'}{GA_s} = -\frac{P}{GA_s} y'' - \frac{w}{GA_s}$$
(6.25)

olduğuna göre yerlerine konulursa,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \left(\frac{P}{EI}\right)y + \frac{m_1}{EI} - \left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right)\frac{x}{EI} - \frac{wLx}{2EI} + \frac{wx^2}{2EI} - \frac{P}{GA_s}y'' - \frac{w}{GA_s}$$
(6.26)

ve düzenlenirse,

$$\frac{d^{2}y}{dx^{2}} - \frac{P}{\bar{k}_{f}}y - \frac{1}{\bar{k}_{f}}\left(m_{1} - \left(\frac{m_{1} + m_{2}}{L}\right)x - \frac{wLx}{2} + \frac{wx^{2}}{2}\right) + \frac{w}{\bar{k}_{s}} = 0$$
(6.27)

denklemi elde edilir. Burada  $\overline{k}_{\rm f}\,$  ve  $\,\overline{k}_{\rm s}^{},$ 

$$\overline{k}_{f} = EI\left(1 + \frac{P}{GA_{s}}\right), \ \overline{k}_{s} = GA_{s}\left(1 + \frac{P}{GA_{s}}\right)$$
(6.28)

ise buradan,

$$\overline{\alpha}^{2} = \frac{P}{\overline{k}_{f}} = \frac{P/EI}{\left(1 + P/GA_{s}\right)}$$
(6.29)

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \overline{\alpha}^2 y - \frac{1}{\overline{k}_f} \left( m_1 - \left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right) x - \frac{wLx}{2} + \frac{wx^2}{2} \right) + \frac{w}{\overline{k}_s} = 0$$
(6.30)

diferansiyel denklemi elde edilir.

Bu denklemin genel çözümü,

$$y = A \sinh \overline{\alpha} x + B \cosh \overline{\alpha} x + \frac{1}{P} \left( \left( \frac{m_1 + m_2}{L} \right) x + \frac{wLx}{2} - \frac{wx^2}{2} \right) - \left[ \frac{m_1}{P} + \frac{w}{\overline{\alpha}^2} \left( \frac{1}{P} + \frac{1}{\overline{k}_s} \right) \right] (6.31)$$

olarak bulunur.

Sınır koşulları :

$$x = 0 da y = 0$$
 (6.32)

$$x = L de y = 0$$
 (6.33)

olduğuna göre, (6.31) denklemi sınır koşullarında yerlerine konulursa A ve B sabitleri için,

$$\psi = L \sqrt{\frac{P/EI}{\left(1 + P/GA_{\rm s}\right)}}$$

kısaltması yapılırsa,

$$A = \frac{w}{\overline{\alpha}^2} \left( \frac{1}{P} - \frac{1}{\overline{k}_s} \right) \frac{(1 - \cosh \psi)}{\sinh \psi} - \frac{m_1}{P} \frac{(1 + \cosh \psi)}{\sinh \psi}$$
(6.34)

$$\mathbf{B} = \left[\frac{\mathbf{m}_{1}}{\mathbf{P}} + \frac{\mathbf{w}}{\overline{\alpha}^{2}} \left(\frac{1}{\mathbf{P}} - \frac{1}{\overline{\mathbf{k}}_{s}}\right)\right]$$
(6.35)

ifadeleri elde edilir.

$$x = 0 \text{ da } y_{f}'(0) = \frac{m_{1}}{J_{1}} \text{ ve } (6.21) \text{'e göre yazılan}$$
$$T(0) = M'(0) = -Py'(0) + \left(\frac{m_{1} + m_{2}}{L}\right) + \frac{wL}{2}$$
(6.36)
$$y'_{s}(0) = \frac{M'(0)}{GA_{s}} = -\frac{P}{GA_{s}}y'(0) + \left(\frac{m_{1} + m_{2}}{LGA_{s}}\right) + \frac{wL}{2GA_{s}}$$
(6.37)

ve buradan (5.4) denkleminde yerlerine konulursa, x=0 durumunda,

$$y'(0) = \frac{m_1}{J_1(1 + P/GA_s)} + \left(\frac{m_1 + m_2}{LGA_s(1 + P/GA_s)}\right) + \frac{wL}{2GA_s(1 + P/GA_s)}$$
(6.38)

x = L durumunda,

$$y'(L) = \frac{m_2}{J_2(1 + P/GA_s)} + \left(\frac{m_1 + m_2}{LGA_s(1 + P/GA_s)}\right) - \frac{wL}{2GA_s(1 + P/GA_s)}$$
(6.39)

sınır koşullarına göre y'(0), y'(L) yerine (6.31)'den türev alınarak bulunan ifadeler yazılırsa  $m_1$  ve  $m_2$  ankastrelik uç momentlerini veren,

$$m_{1} = \frac{wL^{2}(\psi^{2}\beta - 1)}{2\psi^{2}\Omega} \{\psi[4 - \psi^{2}(2\beta + \beta_{2})]\sinh\psi$$

$$-[4 + \psi^{2}(1 - 4\beta - 2\beta_{2})]\cosh\psi + [4 - \psi^{2}(1 + 4\beta + 2\beta_{2})]\}$$

$$m_{2} = -\frac{wL^{2}(\psi^{2}\beta - 1)}{2\psi^{2}\Omega} \{\psi[4 - \psi^{2}(2\beta + \beta_{1})]\sinh\psi$$

$$-[4 + \psi^{2}(1 - 4\beta - 2\beta_{1})]\cosh\psi + [4 - \psi^{2}(1 + 4\beta + 2\beta_{1})]\}$$
(6.40)
(6.41)

formülleri elde edilir. Burada,

$$\Omega = \psi \left\{ \delta \left( \psi^2 \beta_1 \beta_2 + 1 \right) - \beta_1 - \beta_2 \right\} \sinh \psi - \left\{ 2 - \psi^2 \delta \left( \beta_1 + \beta_2 \right) \right\} \cosh \psi + 2$$
$$\delta = \left( 1 + \frac{P}{GA_s} \right)$$

kısaltmaları kullanılmıştır.

Yukarıda bulunan formüller P = 0 hariç bütün eksenel basınç ve eksenel çekme kuvvetleri için geçerlidir. P = 0 halinde  $m_1$  ve  $m_2$  ankastrelik uç momentlerini veren,

$$m_1 = \frac{wL^2}{12\Omega} (1 + 12\beta + 6\beta_2)$$
$$m_2 = -\frac{wL^2}{12\Omega} (1 + 12\beta + 6\beta_1)$$

formülleri elde edilir. Burada,

$$\Omega = 1 + 12\beta \left( 1 + \beta_1 + \beta_2 \right) + 4 \left( \beta_1 + \beta_2 + 3\beta_1 \beta_2 \right)$$

kısaltması kullanılmıştır.

Özel bir durum olarak kesmenin ve dönel yayların etkisi de terk edilirse  $(\beta = \beta_1 = \beta_1 = 0)$  bu durumda,

$$m_1 = \frac{wL^2}{12}$$
$$m_2 = -\frac{wL^2}{12}$$

ankastrelik uç momentlerini veren formülleri elde edilir.

Bu bölümde bütün yükleme durumları için kesme kuvvetleri elemanın herhangi bir ucuna göre moment alınarak bulunabilir.

#### 6.2. Tekil Yük

#### 6.2.1. Basınç Hali

Şekil 6.2.'de görülen tekil yük ile yüklenmiş iki ucu ankastre kirişte, açıklık L ise, i ucundan tekil yüke olan mesafe aL ve tekil yük ile j ucu arasındaki mesafede bL'dir. O halde a+b=1 dir. Çözüm iki bölge için yerine getirilmelidir.



Şekil 6.2. Tekil yüklü ankastre kiriş

1. Bölge için moment ifadesi,  $0 \le x \le aL$ , Şekil 6.2.'ye göre

$$\mathbf{M} = \mathbf{P}\mathbf{y} - \mathbf{m}_1 + \left(\frac{\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2}{\mathbf{L}}\right)\mathbf{x} + \mathbf{W}\mathbf{b}\mathbf{x}$$
(6.42)

olup, (5.6), (5.7) ve (5.8) denklemleri göz önünde tutularak yazılan ifadeler, (5.5) denkleminde yerine konulurlarsa elde edilen diferansiyel denklemin genel çözümü :

$$y_{1} = A1\sin\bar{\alpha}x + B1\cos\bar{\alpha}x - \frac{1}{P}\left(\left(\frac{m_{1} + m_{2}}{L}\right)x + Wbx\right) + \frac{m_{1}}{P}$$
(6.43)

olarak elde edilir.

Aynı şekilde 2. bölge için yazılan eğilme moment ifadesi,  $aL \le x \le L$ ,

$$M = Py - m_1 + \left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right)x + Wx(b - 1) + WaL$$
(6.44)

olduğuna göre, yukarıda yazılan çözüm sırası takip edilerek,

2. bölge için,

$$y_{2} = A2\sin\bar{\alpha}x + B2\cos\bar{\alpha}x - \frac{1}{P}\left(\left(\frac{m_{1}+m_{2}}{L}\right)x + Wa(L-x)\right) + \frac{m_{1}}{P}$$
(6.45)

denklemleri elde edilir.

Sınır koşulları :

$$x = 0 da y_1 = 0$$
 (6.46)

x = 0 durumunda,

$$y_1'(0) = \frac{m_1}{J_1(1 - P/GA_s)} + \left(\frac{m_1 + m_2}{L\overline{k}_s}\right) + \frac{Wb}{\overline{k}_s}$$
(6.47)

$$x = L de y_2 = 0$$
 (6.48)

x = L durumunda,

$$y_{2}'(L) = \frac{m_{2}}{J_{2}(1 - P/GA_{s})} + \left(\frac{m_{1} + m_{2}}{L\overline{k}_{s}}\right) + \frac{Wb}{\overline{k}_{s}} - \frac{W}{\overline{k}_{s}}$$
(6.49)

olarak bulunur.

Yukarıda yazılan sınır koşullarında (6.46)'dan B1, (6.47)'den A1, (6.48) ve (6.49)'da yazılan eşitliklerin çözümünden A2 ve B2 bulunur ve yerlerine yazılırsa,

$$x = aL da y_1 = y_2$$
 (6.50)

$$x = aL da y'_1 = y'_2$$
 (6.51)

sınır koşullarında denklem takımları eşitlenebilir. Bu sınır koşullarında yazılan denklem çözümlerinden  $m_1$  ve  $m_2$  ankastrelik uç momentlerini veren,

$$m_{1} = \frac{WL}{\psi\Omega} \left\{ \left( 1 + \psi^{2}\beta \right) \left( \left( 1 + \psi^{2} \left( \beta + b\beta_{2} \right) \right) \sin \psi - b\psi \cos \psi - \sin a\psi - a\psi \right) - \left( 1 + \psi^{2} \left( \beta + \beta_{2} \right) \right) \sin b\psi + \psi \cos b\psi \right\}$$
(6.52)

$$m_{2} = -\frac{WL}{\psi\Omega} \left\{ \left(1 + \psi^{2}\beta\right) \left( \left(1 + \psi^{2}\left(\beta + a\beta_{2}\right)\right) \sin\psi - a\psi\cos\psi - \sin b\psi - b\psi \right) - \left(1 + \psi^{2}\left(\beta + \beta_{1}\right)\right) \sin a\psi + \psi\cos a\psi \right\}$$

$$(6.53)$$

formülleri elde edilir. Burada,

$$\begin{split} \psi &= L \sqrt{\frac{P/EI}{(1 - P/GA_s)}} \\ \Omega &= \psi \left\{ \delta \left( \psi^2 \beta_1 \beta_2 - 1 \right) + \beta_1 + \beta_2 \right\} \sin \psi - \left\{ 2 + \psi^2 \delta \left( \beta_1 + \beta_2 \right) \right\} \cos \psi + 2 \\ \delta &= \left( 1 - \frac{P}{GA_s} \right) \end{split}$$

kısaltmaları kullanılmıştır.

# 6.2.2. Çekme Hali

Basınç halindekine benzer şekilde yapılan hesaplar sonucunda,

$$m_{1} = -\frac{WL}{\psi\Omega} \Big\{ \Big(1 - \psi^{2}\beta\Big) \Big( \Big(1 - \psi^{2}(\beta + b\beta_{2})\Big) \sinh \psi - b\psi \cosh \psi - \sinh a\psi - a\psi \Big) \\ - \Big(1 - \psi^{2}(\beta + \beta_{2})\Big) \sinh b\psi + \psi \cosh b\psi \Big\}$$

$$m_{2} = \frac{WL}{\psi\Omega} \Big\{ \Big(1 - \psi^{2}\beta\Big) \Big( \Big(1 - \psi^{2}(\beta + a\beta_{1})\Big) \sinh \psi - a\psi \cosh \psi - \sinh b\psi - b\psi \Big)$$
(6.54)
$$(6.55)$$

 $-\left(1-\psi^{2}\left(\beta+\beta_{1}\right)\right)\sinh a\psi+\psi\cosh a\psi\Big\}$ 

formülleri elde edilir. Burada,

$$\begin{split} \psi &= L \sqrt{\frac{P/EI}{(1+P/GA_s)}} \\ \Omega &= \psi \left\{ \delta \left( \psi^2 \beta_1 \beta_2 + 1 \right) - \beta_1 - \beta_2 \right\} \sinh \psi - \left\{ 2 - \psi^2 \delta \left( \beta_1 + \beta_2 \right) \right\} \cosh \psi + 2 \\ \delta &= \left( 1 + \frac{P}{GA_s} \right) \end{split}$$

kısaltmaları kullanılmıştır.

P=0 halinde  $m_1$  ve  $m_2$  ankastrelik uç momentlerini veren,

$$\mathbf{m}_{1} = \mathbf{WLa} \frac{\mathbf{b} \left\{ \mathbf{b} + 2\beta_{2} \left( \mathbf{b} + 1 \right) \right\}}{1 + 4 \left( \beta_{1} + \beta_{2} + 3\beta_{1} \beta_{2} \right)}$$

 $m_{2} = -WLb \frac{a \left\{ a + 2\beta_{1} \left( a + 1 \right) \right\}}{1 + 4 \left( \beta_{1} + \beta_{2} + 3\beta_{1} \beta_{2} \right)}$ 

formülleri elde edilir. Burada kesmenin etkili olmadığı görülmektedir, yani  $\beta = EI/L^2GA_s$  formülde yer almamaktadır.

Özel bir durum olarak dönel yayların etkisi de terk edilir  $(\beta_1 = \beta_1 = 0)$ , a = aL, b = bL ile değiştirilirse bu durumda,

$$m_{1} = \frac{Wab^{2}}{L^{2}}$$

$$m_{2} = \frac{Wba^{2}}{L^{2}}$$
Özel hal :  $a = b = \frac{1}{2}$ 

$$m_{1} = \frac{WL}{8}$$

$$m_{2} = -\frac{WL}{8}$$

ankastrelik uç momentlerini veren formülleri elde edilir.

#### 6.3. Doğrusal Yayılı Yük

#### 6.3.1. Basınç Hali



Şekil 6.3. Doğrusal yayılı yüklü ankastre kiriş



Eğilme momenti ifadesi,

$$\mathbf{M} = \mathbf{P}\mathbf{y} - \mathbf{m}_{1} + \left(\frac{\mathbf{w}_{1} - \mathbf{w}_{2}}{6L}\right)\mathbf{x}^{3} - \frac{\mathbf{w}_{1}}{2}\mathbf{x}^{2} + \left(\frac{2\mathbf{w}_{1} + \mathbf{w}_{2}}{6}\right)\mathbf{L}\mathbf{x} + \left(\frac{\mathbf{m}_{1} + \mathbf{m}_{2}}{L}\right)\mathbf{x}$$
(6.56)

ise, (5.6), (5.7) ve (5.8) denklemleri göz önünde tutularak yazılan ifadeler, (5.5) denkleminde yerlerine konulursa elde edilen diferansiyel denklemin genel çözümü;

$$y = A \sin \overline{\alpha} x + B \cos \overline{\alpha} x + \left(\frac{w_2 - w_1}{6LP}\right) x^3 + \frac{w_1}{2P} x^2 - \left(\frac{2w_1 + w_2}{6P}\right) Lx - \left(\frac{m_1 + m_2}{LP}\right) x + \left(\frac{w_1 - w_2}{\overline{\alpha}^2 LP}\right) x + \left(\frac{w_1 - w_2}{\overline{\alpha}^2 L\overline{k}_s}\right) x - \frac{w_1}{\overline{\alpha}^2} \left(\frac{1}{\overline{k}_s} + \frac{1}{P}\right) + \frac{m_1}{P}$$

$$(6.57)$$

Sınır koşulları :

$$x = 0 da y = 0$$
 (6.58)

x = 0 durumunda,

$$\mathbf{y}'(0) = \frac{\mathbf{m}_1}{\mathbf{J}_1(1 + \mathbf{P}/\mathbf{G}\mathbf{A}_s)} + \left(\frac{\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2}{\mathbf{L}\overline{\mathbf{k}}_s}\right) + \left(\frac{2\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2}{6\overline{\mathbf{k}}_s}\right) \mathbf{L}$$
(6.59)

$$x = L de y = 0$$
 (6.60)

x = L durumunda,

$$\mathbf{y}'(\mathbf{L}) = \frac{\mathbf{m}_2}{\mathbf{J}_2(1 + \mathbf{P}/\mathbf{G}\mathbf{A}_s)} + \left(\frac{\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2}{\mathbf{L}\overline{\mathbf{k}}_s}\right) - \left(\frac{\mathbf{w}_1 + 2\mathbf{w}_2}{6\overline{\mathbf{k}}_s}\right)\mathbf{L}$$
(6.61)

olarak elde edilir.

Yukarıda yazılan sınır koşullarında (6.58)'den B, (6.60)'dan A, (6.59) ve (6.61)'de yazılan eşitliklerin çözümünden,

$$m_{1} = \frac{(w_{1} + w_{2})(1 + \psi^{2}\beta)L^{2}}{2\psi^{2}\Omega} \left\{ \psi \left[ 4 + \psi^{2} (2\beta + \beta_{2}) \right] \sin \psi + \left[ 4 - \psi^{2} (1 - 2\beta_{2}) \right] \cos \psi - \left[ 4 + \psi^{2} (1 + 4\beta + 2\beta_{2}) \right] \right\}$$
(6.62)

$$m_{2} = -\frac{(w_{1} + w_{2})(1 + \psi^{2}\beta)L^{2}}{2\psi^{2}\Omega} \left\{ \psi \left[ 4 + \psi^{2} \left( 2\beta + \beta_{1} \right) \right] \sin \psi + \left[ 4 - \psi^{2} \left( 1 - 2\beta_{1} \right) \right] \cos \psi - \left[ 4 + \psi^{2} \left( 1 + 4\beta + 2\beta_{1} \right) \right] \right\}$$
(6.63)

ankastrelik uç momentleri elde edilir. Burada,

$$\psi = L \sqrt{\frac{P/EI}{\left(1 - P/GA_{s}\right)}}$$

$$\Omega = \psi \left\{ \delta \left( \psi^2 \beta_1 \beta_2 - 1 \right) + \beta_1 + \beta_2 \right\} \sin \psi - \left\{ 2 + \psi^2 \delta \left( \beta_1 + \beta_2 \right) \right\} \cos \psi + 2$$
$$\delta = \left( 1 - \frac{P}{GA_s} \right)$$

kısaltmaları kullanılmıştır.

#### 6.3.2. Çekme Hali

Eksenel kuvvetin çekme olması halinde  $m_1$  ve  $m_2$  ankastrelik uç momentleri;

$$m_{1} = -\frac{(w_{1} + w_{2})(1 - \psi^{2}\beta)L^{2}}{2\psi^{2}\Omega} \{\psi [4 - \psi^{2}(2\beta + \beta_{2})] \sinh \psi + [4 - \psi^{2}(1 - 2\beta_{2})] \cosh \psi - [4 + \psi^{2}(1 + 2\beta_{2})] \}$$

$$m_{2} = \frac{(w_{1} + w_{2})(1 - \psi^{2}\beta)L^{2}}{2\psi^{2}\Omega} \{\psi [4 - \psi^{2}(2\beta + \beta_{1})] \sinh \psi + [4 - \psi^{2}(1 - 2\beta_{1})] \cosh \psi - [4 + \psi^{2}(1 + 2\beta_{1})] \}$$
(6.64)  
(6.65)

şeklinde bulunur. Burada,

$$\psi = L \sqrt{\frac{P/EI}{(1 + P/GA_s)}}$$

$$\Omega = \psi \left\{ \delta \left( \psi^2 \beta_1 \beta_2 + 1 \right) - \beta_1 - \beta_2 \right\} \sinh \psi - \left\{ 2 - \psi^2 \delta \left( \beta_1 + \beta_2 \right) \right\} \cosh \psi + 2$$

$$\delta = \left( 1 + \frac{P}{GA_s} \right)$$

kısaltmaları kullanılmıştır.

 $\mathbf{P}\!=\!\mathbf{0}$  halinde  $\mathbf{m}_{1}$  ve  $\mathbf{m}_{2}$  ankastrelik uç momentlerini veren,

$$m_{1} = \frac{L^{2}}{60\Omega} \{ 3w_{1} + 2w_{2} + 30(w_{1} + w_{2})\beta + 2(8w_{1} + 7w_{2})\beta_{2} \}$$
$$m_{2} = -\frac{L^{2}}{60\Omega} \{ 3w_{2} + 2w_{1} + 30(w_{1} + w_{2})\beta + 2(8w_{2} + 7w_{1})\beta_{1} \}$$

formülleri elde edilir. Burada,

$$\Omega = 1 + 12\beta \left(1 + \beta_1 + \beta_2\right) + 4\left(\beta_1 + \beta_2 + 3\beta_1\beta_2\right)$$

kısaltması kullanılmıştır.

Özel bir durum olarak kesmenin ve dönel yayların etkisi de terk edilirse  $(\beta = \beta_1 = \beta_2 = 0)$ ,

$$m_{1} = \frac{L^{2}}{60} (3w_{1} + 2w_{2})$$
$$m_{2} = -\frac{L^{2}}{60} (3w_{2} + 2w_{1})$$

ve  $w = w_1 = w_2$  kabul edilirse, bu durumda Şekil 6.1.'de görülen iki ucu ankastre mesnetli düzgün yayılı yükten meydana gelen,

$$m_{1} = \frac{L^{2}}{60} (3w + 2w) = \frac{5wL^{2}}{60} = \frac{wL^{2}}{12}$$
$$m_{2} = -\frac{L^{2}}{60} (3w + 2w) = -\frac{5wL^{2}}{60} = -\frac{wL^{2}}{12}$$

ankastrelik uç momentlerini veren formülleri elde edilir.

#### 6.4. Simetrik Trapez Yük Hali

#### 6.4.1. Basınç Hali

Şekil 6.4.'te görülen iki ucu ankastre kirişte, açıklık L ise, i ucundan trapezin tepe noktasına olan uzaklık aL/2 ve a+b=1'dir. Burada dönel yay katsayıları  $k_1 = k_2$  alınmıştır. Çözüm iki bölge için yerine getirilmelidir.



Şekil 6.4. Simetrik trapez yüklü ankastre kiriş

1. Bölge için eğilme moment ifadesi,  $0 \le x \le aL/2$ , Şekil 6.4.'e göre

$$M = Py - m_1 - \frac{wx^3}{3aL} - \frac{waL}{4}x + \frac{wLx}{2} + \left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right)x$$
(6.66)

olarak elde edilir. Simetriden dolayı  $m_1 + m_2 = 0$  dır.

(5.6), (5.7) ve (5.8) denklemleri kullanılarak oluşturulan denklemler (5.5) ifadesinde yerlerine konulurlarsa elde edilen diferansiyel denklemin genel çözümü;

$$y_{1} = A1\sin\bar{\alpha}x + B1\cos\bar{\alpha}x + \frac{1}{P}\left(\frac{wx^{3}}{3\bar{\alpha}L} + \frac{waLx}{4} - \frac{wLx}{2}\right) + \left[\frac{m_{1}}{P} - \frac{2wx}{aL\bar{\alpha}^{2}}\left(\frac{1}{P} + \frac{1}{\bar{k}_{s}}\right)\right]$$
(6.67)

olarak elde edilir.

Aynı şekilde 2.bölge için yazılan eğilme moment ifadesi,  $aL/2 \le x \le L$ ,

$$M = Py - m_1 - \frac{wx^2}{2} + \frac{wL}{2}x + \left(\frac{m_1 + m_2}{L}\right)x - \frac{w(aL)^2}{24}$$
(6.68)

olduğuna göre, elde edilen diferansiyel denklemin genel çözümü;

$$y_{2} = A1\sin\bar{\alpha}x + B1\cos\bar{\alpha}x + \frac{1}{P}\left(\frac{wx^{2}}{2} - \frac{wLx}{2} + \frac{w(aL)^{2}}{24}\right) + \left[\frac{m_{1}}{P} - \frac{w}{\bar{\alpha}^{2}}\left(\frac{1}{P} + \frac{1}{\bar{k}_{s}}\right)\right]$$
(6.69)

olarak elde edilir.

<u>Sınır koşulları :</u>

$$x = 0 da y_1 = 0$$
 (6.70)

x = 0 da y'(0)<sub>1</sub> = 
$$\frac{m_1}{J_1(1 - P/GA_s)} + \left(\frac{2 - a}{4\bar{k}_s}\right) wL$$
 (6.71)

$$x = aL/2 de y_1 = y_2$$
 (6.72)

$$x = aL/2 de y'_1 = y'_2$$
 (6.73)

$$x = L/2 \text{ de } y_2' = 0$$
 (6.74)

Yukarıda yazılan sınır koşullarında (6.70)'den B1, (6.71)'den A1, (6.72) ve (6.73)' den A2 ve B2 bulunur. A2 ve B2 (6.74)'de yerine konulursa  $m_1$  ve  $m_2$  ankastrelik uç momentleri,

$$m_{1} = \frac{wL^{2}(1+\psi^{2}\beta)}{4a\psi^{3}} \frac{\left\{ \left[a\psi^{2}(a-2)-8\right]\cos(\psi/2)+8\cos b(\psi/2)\right\}}{\sin(\psi/2)+\psi\beta_{1}\cos(\psi/2)}$$
(6.75)

$$m_{2} = -\frac{wL^{2}(1+\psi^{2}\beta)}{4a\psi^{3}} \frac{\left\{ \left[ a\psi^{2}(a-2) - 8 \right] \cos(\psi/2) + 8\cos b(\psi/2) \right\}}{\sin(\psi/2) + \psi\beta_{2}\cos(\psi/2)}$$
(6.76)

olarak elde edilir.

#### 6.4.2. Çekme Hali

Normal kuvvetin çekme olması halinde ankastrelik uç momentler,

$$m_{1} = -\frac{wL^{2}(1-\psi^{2}\beta)}{4a\psi^{3}} \frac{\left\{ \left[a\psi^{2}(a-2)+8\right]\cosh(\psi/2) - 8\cosh(\psi/2)\right\}}{\sinh(\psi/2) + \psi\beta_{1}\cosh(\psi/2)}$$
(6.77)

$$m_{2} = \frac{wL^{2}(1-\psi^{2}\beta)}{4a\psi^{3}} \frac{\left\{ \left[a\psi^{2}(a-2)+8\right]\cosh(\psi/2)-8\cosh(\psi/2)\right\}}{\sinh(\psi/2)+\psi\beta_{2}\cosh(\psi/2)}$$
(6.78)

ve simetriden dolayı  $M_{ij} = M_{ji}$ 'dir.

 $\mathbf{P} = 0$  halinde  $\mathbf{m}_1$  ve  $\mathbf{m}_2$  ankastrelik uç momentlerini veren,

$$m_{1} = \frac{wL^{2}}{96} \frac{\left\{8 + a^{2}(a-4)\right\}}{(1+2\beta_{1})}$$
$$m_{2} = -\frac{wL^{2}}{96} \frac{\left\{8 + a^{2}(a-4)\right\}}{(1+2\beta_{2})}$$

formülleri elde edilir. Burada da kesmenin etkili olmadığı görülmektedir, yani  $\beta = EI/L^2GA_s$  formülde yer almamaktadır.

Özel bir durum olarak, kontrol amacıyla dönel yayların etkisi de terk edilirse  $(\beta_1 = \beta_2 = 0)$ :

$$m_{1} = \frac{wL^{2}}{96} \{8 + a^{2}(a - 4)\}$$
$$m_{2} = -\frac{wL^{2}}{96} \{8 + a^{2}(a - 4)\}$$

ve a = 0 kabul edilirse, bu durumda Şekil 6.1.'de görülen iki ucu ankastre mesnetli düzgün yayılı yükten meydana gelen,

$$m_{1} = \frac{8wL^{2}}{96} = \frac{wL^{2}}{12}$$
$$m_{2} = -\frac{8wL^{2}}{96} = -\frac{wL^{2}}{12}$$

ankastrelik uç momentlerini veren formülleri elde edilir.

# 6.5. Üçgen Yayılı yük

## 6.5.1. Basınç Hali

Şekil 6.5.'de iki ucu ankastre kirişin açıklığı L, i ucundan üçgen yayılı yükün tepe noktasına yatay mesafesi aL, tepe noktasından j ucu arası da bL dir.

Yukarıda yapılan benzer hesaplar sonucunda i ucunun ankastrelik uç momenti,



Şekil 6.5. Üçgen yayılı yüklü ankastre kiriş

$$H1 = \left(\frac{1}{b\psi^{2}} + \frac{1}{3} - \frac{b}{6}\right) \left[ \left(1 + \psi^{2}\beta\right) \sin\psi - \psi \right]$$

$$H2 = -\frac{1}{ab\psi^{2}} \left[ \left(1 + \psi^{2}\beta\right) \sin a\psi + \left(1 + \psi^{2}\left(\beta + \beta_{2}\right)\right) \sin b\psi - \psi \cos b\psi \right]$$

$$H3 = \left(\frac{1}{a\psi^{2}} + \frac{1}{3} - \frac{a}{6}\right) \left[ \left(1 + \psi^{2}\left(\beta + \beta_{2}\right)\right) \sin\psi - \psi \cos\psi \right]$$

$$\psi = L\sqrt{\frac{P/EI}{(1 - P/GA_{s})}}$$

$$\Omega = \psi \left\{ \delta \left(\psi^{2}\beta_{1}\beta_{2} - 1\right) + \beta_{1} + \beta_{2} \right\} \sin\psi - \left\{2 + \psi^{2}\delta \left(\beta_{1} + \beta_{2}\right)\right\} \cos\psi + 2$$

$$\delta = \left(1 - \frac{P}{GA_{s}}\right)$$

kısaltmaları yapılırsa,

$$m_{1} = \frac{wL^{2}}{\psi\Omega} \{H1 + H2 + H3\}$$
(6.79)

ve  $m_1$  değerinde a,  $\beta_1$  yerine sırasıyla b,  $\beta_2$  ve b,  $\beta_2$  yerine a,  $\beta_1$  konur ters işaretlisi alınırsa  $m_2$  ankastrelik uç momenti aşağıdaki gibi bulunmuş olur.

$$H1 = \left(\frac{1}{a\psi^{2}} + \frac{1}{3} - \frac{a}{6}\right) \left[ \left(1 + \psi^{2}\beta\right) \sin\psi - \psi \right]$$

$$H2 = -\frac{1}{ab\psi^{2}} \left[ \left(1 + \psi^{2}\beta\right) \sin b\psi + \left(1 + \psi^{2}\left(\beta + \beta_{1}\right)\right) \sin a\psi - \psi \cos a\psi \right]$$

$$H3 = \left(\frac{1}{b\psi^{2}} + \frac{1}{3} - \frac{b}{6}\right) \left[ \left(1 + \psi^{2}\left(\beta + \beta_{1}\right)\right) \sin\psi - \psi \cos\psi \right]$$

$$m_{2} = -\frac{wL^{2}}{\psi\Omega} \left\{ H1 + H2 + H3 \right\}$$
(6.80)

## 6.5.2. Çekme Hali

Normal kuvvetin çekme olması halinde ankastrelik uç momentleri,

$$\begin{split} H1 &= \left(\frac{1}{b\psi^2} - \frac{1}{3} + \frac{b}{6}\right) \left[ \left(1 - \psi^2 \beta\right) \sinh \psi - \psi \right] \\ H2 &= -\frac{1}{ab\psi^2} \left[ \left(1 - \psi^2 \beta\right) \sinh a\psi + \left(1 - \psi^2 \left(\beta + \beta_2\right)\right) \sinh b\psi - \psi \cosh b\psi \right] \\ H3 &= \left(\frac{1}{a\psi^2} - \frac{1}{3} + \frac{a}{6}\right) \left[ \left(1 - \psi^2 \left(\beta + \beta_2\right)\right) \sinh \psi - \psi \cosh \psi \right] \\ \psi &= L \sqrt{\frac{P/EI}{(1 + P/GA_s)}} \\ \Omega &= \psi \left\{ \delta \left(\psi^2 \beta_1 \beta_2 + 1\right) - \beta_1 - \beta_2 \right\} \sinh \psi - \left\{ 2 - \psi^2 \delta \left(\beta_1 + \beta_2\right) \right\} \cosh \psi + 2 \\ \delta &= \left(1 + \frac{P}{GA_s}\right) \\ \text{kisaltmalari yapilirsa,} \\ m_1 &= \frac{wL^2}{\Omega} \left\{ H1 + H2 + H3 \right\} \end{split}$$
(6.81)

$$m_{1} = \frac{wL}{\psi\Omega} \{H1 + H2 + H3\}$$
(6.81)  
ve m\_{1} değerinde a,  $\beta_{1}$  yerine sırasıyla b,  $\beta_{2}$  ve b,  $\beta_{2}$  yerine a,  $\beta_{1}$  konur ters işaretlisi

alınırsa  $m_2$  ankastrelik uç momenti aşağıdaki gibi bulunmuş olur.

$$H1 = \left(\frac{1}{a\psi^{2}} - \frac{1}{3} + \frac{a}{6}\right) \left[ \left(1 - \psi^{2}\beta\right) \sinh \psi - \psi \right]$$
$$H2 = -\frac{1}{ab\psi^{2}} \left[ \left(1 - \psi^{2}\beta\right) \sinh b\psi + \left(1 - \psi^{2}\left(\beta + \beta_{1}\right)\right) \sinh a\psi - \psi \cosh a\psi \right]$$

$$H3 = \left(\frac{1}{b\psi^{2}} - \frac{1}{3} + \frac{b}{6}\right) \left[\left(1 - \psi^{2}\left(\beta + \beta_{1}\right)\right) \sinh\psi - \psi\cosh\psi\right]$$
  
$$m_{2} = -\frac{wL^{2}}{\psi\Omega} \left\{H1 + H2 + H3\right\}$$
(6.82)

P=0 halinde  $m_1$  ve  $m_2$  ankastrelik uç momentlerini veren,

$$m_{1} = \frac{wL^{2}}{60\Omega} \left\{ a^{2} (3a-7) + 3(a+1) + 30(ab+1)\beta + (6a^{2} (a-4) + 16(a+1))\beta_{2} \right\}$$
$$m_{2} = -\frac{wL^{2}}{60\Omega} \left\{ b^{2} (3b-7) + 3(b+1) + 30(ab+1)\beta + (6b^{2} (b-4) + 16(b+1))\beta_{1} \right\}$$

formülleri elde edilir. Burada,

$$\Omega = 1 + 12\beta \left( 1 + \beta_1 + \beta_2 \right) + 4 \left( \beta_1 + \beta_2 + 3\beta_1 \beta_2 \right)$$

kısaltması kullanılmıştır.

Özel bir durum olarak kesmenin ve dönel yayların etkisi de terk edilirse  $(\beta = \beta_1 = \beta_2 = 0)$ ,

$$m_{1} = \frac{wL^{2}}{60} \{a^{2} (3a-7) + 3(a+1)\}$$
$$m_{2} = -\frac{wL^{2}}{60} \{b^{2} (3b-7) + 3(b+1)\}$$

ve a = b = 0.5 alınırsa, kiriş simetrik bir yüke maruz kalır ve

$$m_1 = \frac{5wL^2}{96}$$
$$m_2 = -\frac{5wL^2}{96}$$

ankastrelik uç momentlerini veren formüller elde edilir.

# 7. BİLGİSAYAR PROGRAMININ ÇALIŞTIRILMASI VE ÇEŞİTLİ UYGULAMALAR

## 7.1. Bilgisayar Programı İle İlgili Veriler

Bilgisayar programı, verileri daha önce hazırlanmış olan herhangi bir dosyadan okuyarak, çıktıları ayrı dosyaya kaydedecek şekilde hazırlanmıştır. Birden fazla problem için ayrı ayrı dosyalar açılıp programın çalışması esnasında bu dosya adları girilerek sonuçlar yine ayrı ayrı dosyalara kaydedilmektedir.

#### **Programın Verileri**

- 1. Eleman sayısı,
- 2. Deplasman sayısı,
- 3. Ara yüklü eleman sayısı,
- 4. Direk yük sayısı,
- 5. Rijit uçlu eleman sayısı,
- 6. Elastik mesnet sayısı,
- 7. Elastisite modülü,
- 8. Poisson oranı,
- 9. İterasyon sayısı,
- 10. Eleman no,
- 11. Eleman tarifi,
- 12. Eleman kesit alanları ve atalet momentleri,
- 13. Varsa rijit uç boyları,
- 14. Eleman yay katsayıları,
- 15. Eleman kod numaraları,
- 16. Düğüm sayısı, düğüm no ve koordinatları,
- 17. Yükler

den oluşmaktadır.

Veriler programın okuma sırasına göre önceden hazırlanmalı ve alt alta yazılarak kaydedilmelidir. Program çalıştığında bu dosya adı ekranda girilir. Sonuçlar başka dosyalara kaydedilir.

# 7.2. Dosyalı Program için Veri Dosyasının Hazırlanması

Verileri dosyadan okuyan programı çalıştırmak için veriler aşağıdaki sıraya göre verilmelidir.

- 1. Eleman sayısı,
- 2. Deplasman sayısı,
- 3. Ara yüklü eleman sayısı,
- 4. Direk yük sayısı,
- 5. Sonsuz rijit uçlu eleman sayısı,
- 6. Elastik mesnet sayısı,
- 7. Elastisite modülü,
- 8. Poisson oranı,
- 9. İterasyon sayısı,
- Eleman sırasına göre, eleman no, eleman i ve j uçları, eleman kesit alanı, eleman atalet momenti, eleman i ve j uçlarındaki yay katsayıları ve eleman kod numaraları,
- 11. Mesnetler dahil düğüm sayısı ve sırayla, düğüm no ve x, y koordinatları,
- 12. Sonsuz rijit uçlu eleman varsa, eleman numarası ve i, j uçlarındaki boyları,
- Ara yüklü eleman varsa, eleman numarası, eleman üzerindeki yük sayısı, sırayla yük çeşidi, yükün şiddeti ve yükün i ucundan uzaklığı verilir. Yük çeşidi :
  - 1 Üniform yayılı yük,
  - 2 Tekil yük,
  - 3 Doğrusal yayılı yük,
  - 4 Simetrik trapez yayılı yük,
  - 5 Üçgen yayılı yük numaralarıyla verilir.
- 14. Sistem üzerinde direk yükler varsa deplasman doğrultusu ve şiddeti,
- 15. Elastik mesnet varsa deplasman doğrultusu ve mesnet katsayısı.

# 7.3. Program İşlem Sırası

- 1. Koordinatlar yardımı ile eleman doğrultman kosinüsleri hesaplanır.
- 2. Transformasyon matrisi yardımı ile her elemanın ortak eksene göre rijitlik matrisi hesaplanır.

- 3. Kod numaraları yardımı ile sistemin ortak rijitlik matrisi elde edilir.
- Eleman ekseni üzerindeki dış yüklerden oluşan ankastrelik uç kuvvetleri her bir eleman için eleman koordinatlarında hesap edilir ve ortak eksen takımına dönüştürülür.
- Kod numaraları yardımı ile düğüm noktasına birleşen çubukların ankastrelik uç kuvvetlerinin ters işaretleri toplanarak düğümlerdeki dış yükler hesap edilir.
- Dış yükler altında düğüm noktaları deplasman vektörü olarak eksene göre bulunur.
- Deplasmanlara göre normal kuvvetler hesaplanır. Aynı işlemler bulunan normal kuvvetlere göre tekrar oluşturulur. Bu işlemler bir önceki normal kuvvet bir sonraki normal kuvvete eşit ya da istenilen doğrulukta oluncaya kadar tekrarlanır.
- 8. Ortak eksenlerde bulunan çubuk uç kuvvetleri eleman eksenine dönüştürülerek işlem tamamlanır.

Programda birinci iterasyon sonucunda bulunan değerler, sistemin lineer çözümünü vermektedir. İterasyon sayısı sistemin özelliğine göre verilmelidir. Program, bir önceki normal kuvvetle karşılaştırma yaparak yaklaşık değere ulaştığında normal akışına göre uç kuvvetleri hesaplamaktadır.

## 7.4. Programda Bazı İşlemler

- 240-770 Verilerin okunması
- 1100-1920 Her eleman için rijitlik matrisleri oluşturularak bu matrislerin sistem koordinatlarına göre transformasyonları alt programa gönderilerek oluşturulur.
- 1930-2060 Kodlama tekniği kullanılarak eleman rijitlik matrisleri birleştirilip tek bir sistem rijitlik matrisi oluşturulmaktadır.
- 2110-2380 Dış yükler altında her eleman için eksenel kuvvetler bulunur. Aynı işlemler normal kuvvete göre tekrarlanarak nonlineer analize geçilir. Bu işlem bir önceki normal kuvvete yaklaşık ya da verilen iterasyon sayısına eşit olana kadar tekrarlanır.

- 2390-2910 Her bir elemanın eleman koordinatlarındaki rijitlik matrisi, transformasyon matrisleri ile çarpılarak programlarında kullanılan f(i, j)'ler bulunur. 2790-2870 arasında kodlama tekniği kullanılarak eleman uç kuvvetleri hesaplanmaktadır.
- 4450-6590 Burada yükleme durumu için elemanın ankastrelik uç kuvvetleri sistem koordinatlarında hesaplattırılmakta ve yük vektörü, sistem deplasman doğrultularında oluşturulmaktadır. Buradan 3970 nolu alt programa gönderilerek de düğüm noktaları deplasmanları hesaplanmaktadır.
- 6770-9530 Eleman koordinatlarında verilen aralık sayısına göre ara momentler ile momentin maksimum olduğu yeri ve değerini hesaplamaktadır.

12800-13370 Verileri ve sonuçları ayrı bir dosyaya kaydeder.

## 7.5. Sayısal Uygulamalar

Bu bölümde, hazırlanan bilgisayar programı ile bazı problemler çözülerek veriler ve çıktılar tablolar halinde verilmiştir. Bu problemler çözülürken kullanılan veriler şunlardır; Elastisite modülü, E=30 kN/mm<sup>2</sup>, Kiriş Atalet Momenti,  $I_b=746000000 \text{ mm}^4$ , Kolon Atalet Momenti,  $I_c=Değişken$ , Kolon ve Kiriş Boyları,  $I_b=I_c=4000 \text{ mm}$ 'dir. Veriler kullanılarak çözümlemesi yapılan birim çerçevelerin yerleri, elde edilen sonuçlar ve bu sonuçlara bağlı olarak oluşan grafikler aşağıda gösterilmiştir.

$$\alpha_{1,2} = \frac{\Sigma \left(\frac{\mathbf{I}}{\ell}\right)_{kolon}}{\Sigma \left(\frac{\mathbf{I}}{\ell}\right)_{kiris}} \quad ; \ \alpha_{m} = 0,5(\alpha_{1} + \alpha_{2}) ; \ K_{s} = \frac{J}{4EI/L}$$



**Şekil 7.1**. Analizde kullanılan çok katlı çok açıklıklı çerçeveler (a) yatay ötelenmesi önlenmemiş (soldaki) ve (b) yatay ötelenmesi kısmen önlenmiş (sağdaki).



Şekil 7.2. Burkulma yükü ve burkulma boyu hesabında kullanılan birim çerçeveler.

Örnek 1. Burkulma yükü ve burkulma boyu hesabında kullanılan ve üst katı temsil eden Şekil 7.3.'de görülen birim çerçeve F1'in kodlaması Şekil 7.4.'teki gibi yapılmıştır.

Çizelge 7.1. Örnek 1.'e ait veriler.

I	PROBLEM ADI		: Öl	RNEK 1							
F I F I I I	ELEMAN SAYI DEPLASMAN S ELASTISITE POISSON ORA ARA YUKLU E DIREK YUK S ITERASYON S	SI AYIS MODU NI L. S. AYIS AYIS	: 4 I : 9 LU : 3 C 0 AYISI : 0 I : 2 I : 1	) .2 )0							
DUGU	JM X		Y								
1	0.00		0.00								
2	1.00		4000.00								
3	4001.	00	4000.00								
4	4000.	00	0.00								
ELAN	MAN BOYU		ATALET	ALAN	I	J		KOD	NUM	ARALZ	ARI
1	4000.00	746	000000.00	97000.00		2	0	0	1	2	3
2	4000.00	746	000000.00	97000.00	2	3	2	3	4	5	6
3	4000.00	746	000000.00	97000.00	3	4	5	6	7	8	0
4	4000.00	746	000000.00	97000.00	1	4	0	0	1	8	0



Şekil 7.3. Çok katlı çok açıklıklı çerçevenin tipik kat birimi F1



Şekil 7.4. Birim çerçeve F1'in kodlama durumu

Çerçeve	Mafsallı birleşim			Yarı-	rijit birleş	simler			Rijit Birleşim	$P_{\rm E}$
rıjıtlığı				Birleşim	rijitlik fa	ktörü, K <sub>s</sub>				$\pi^2 \mathrm{EI}$
α	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	4.0	10	$\infty$	$L^2$
0.001	Kararsız	13.637	13.703	13.746	13.760	13.767	13.770	13.772	13.774	13.805
0.010	Kararsız	125	131	135	136	136.23	136.76	136.77	136.93	138.05
0.050	Kararsız	436	531	606	635	651	659	663	667	690
0.200	Kararsız	789	1205	1741	2031	2211	2311	2375	2422	2761
0.500	Kararsız	928	1582	2721	3558	4190	4590	4864	5078	6903
1.000	Kararsız	985	1757	3313	4685	5893	6753	7395	7923	13805
2.000	Kararsız	1015	1858	3701	5525	7323	8738	9878	10874	27610
3.000	Kararsız	1025	1893	3848	5866	7945	9652	11076	12355	41415
4.000	Kararsız	1031	1912	3925	6049	8291	10174	11776	13235	55220
5.000	Kararsız	1034	1923	3973	6164	8511	10511	12234	13822	69026
10.000	Kararsız	1040	1945	4071	6405	8982	11245	13247	15132	138051
20.000	Kararsız	1044	1956	4121	6532	9234	11644	13807	15868	276102
30.000	Kararsız	1045	1960	4138	6875	9321	11782	14002	16126	414153

**Çizelge 7.2.** Kesmenin etkisi ihmal edilerek birim çerçeve F1 için kritik yük  $P_{cr}$ 'nin çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü  $K_s$  ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.0$ ).

Çizelge 7.3. Kesmenin etkisi ihmal edilerek birim çerçeve F1 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.0$ ).

Çerçeve	Mafsallı birleşim			Yarı-ı	rijit birleş	simler			Rijit birleşim	
rijitligi	3			Birleşim	rijitlik fal	ktörü, K <sub>s</sub>			<b>,</b>	TS500
α	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	4.0	10	00	k
0.001	Kararsız	1,006	1,004	1,002	1,002	1,001	1,001	1,001	1,001	1,000
0.010	Kararsız	1,051	1,027	1,011	1,008	1,007	1,005	1,005	1,004	1,004
0.050	Kararsız	1,258	1,140	1,067	1,042	1,030	1,023	1,020	1,017	1,022
0.200	Kararsız	1,871	1,514	1,259	1,166	1,117	1,093	1,078	1,068	1,084
0.500	Kararsız	2,727	2,089	1,593	1,393	1,284	1,226	1,191	1,166	1,194
1.000	Kararsız	3,744	2,803	2,041	1,727	1,531	1,430	1,366	1,320	1,343
2.000	Kararsız	5,216	3,855	2,731	2,235	1,942	1,778	1,672	1,593	1,559
3.000	Kararsız	6,356	4,677	3,281	2,657	2,283	2,071	1,934	1,831	1,800
4.000	Kararsız	7,318	5,374	3,751	3,021	2,581	2,330	2,165	2,043	2,012
5.000	Kararsız	8,170	5,991	4,168	3,346	2,848	2,563	2,375	2,235	2,205
10.000	Kararsız	11,521	8,425	5,823	4,643	3,920	3,504	3,228	3,020	2,985
20.000	Kararsız	16,262	11,881	8,185	6,501	5,468	4,869	4,472	4,171	4,124
30.000	Kararsız	19,908	14,536	10,004	7,761	6,666	5,929	5,439	5,068	5,011

**Çizelge 7.4.** Kesmenin etkisini hesaba katarak birim çerçeve F1 için kritik yük  $P_{cr}$ 'nin çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi ((Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).

Çerçeve	Mafsallı birleşim			Yarı-	rijit birleş	simler			Rijit birleşim	P <sub>E</sub>
rijitliği				Birleşim	rijitlik fal	ktörü, K <sub>s</sub>				$\pi^2 \text{EI}$
α	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	4.0	10	$\infty$	$L^2$
0.001	Kararsız	13.637	13.727	13.746	13.760	13.767	13.777	13.780	13.796	13.805
0.010	Kararsız	125	131	135	136	136.23	136.76	136.77	136.93	138.05
0.050	Kararsız	436	530	606	635	650	658	663	666	690
0.200	Kararsız	787	1202	1735	2024	2202	2301	2364	2411	2761
0.500	Kararsız	927	1577	2706	3534	4156	4550	4820	5030	6903
1.000	Kararsız	983	1751	3291	4642	5826	6666	7291	7805	13805
2.000	Kararsız	1013	1851	3674	5466	7219	8591	9690	10662	27610
3.000	Kararsız	1023	1886	3819	5798	7822	9472	10839	12067	41415
4.000	Kararsız	1029	1904	3895	5978	8157	9973	11508	12906	55220
5.000	Kararsız	1032	1915	3942	6090	8370	10297	11945	13474	69026
10.000	Kararsız	1038	1938	4038	6325	8825	11000	12908	14699	138051
20.000	Kararsız	1042	1949	4088	6448	9068	11381	13439	15408	276102
30.000	Kararsız	1043	1953	4105	6490	9152	11514	13624	15651	414153

**Çizelge 7.5.** Kesmenin etkisini hesaba katarak birim çerçeve F1 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).

Corcovo	Mafsallı			Vari-1	rijit hirles	imler			Rijit	
ÇEIÇEVE	birleşim			1 411-1	ijit oliteş	Similer			birleşim	
njingi				Birleşim	rijitlik fal	ktörü, K <sub>s</sub>				TS500
α	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	4.0	10	8	k
0.001	Kararsız	1,006	1,003	1,002	1,002	1,001	1,001	1,001	1,000	1,000
0.010	Kararsız	1,051	1,027	1,011	1,008	1,007	1,005	1,005	1,004	1,004
0.050	Kararsız	1,258	1,141	1,067	1,042	1,030	1,024	1,020	1,018	1,022
0.200	Kararsız	1,873	1,516	1,261	1,168	1,120	1,095	1,081	1,070	1,084
0.500	Kararsız	2,729	2,092	1,597	1,398	1,289	1,232	1,197	1,171	1,194
1.000	Kararsız	3,747	2,808	2,048	1,725	1,539	1,439	1,376	1,330	1,343
2.000	Kararsız	5,221	3,862	2,741	2,247	1,956	1,793	1,688	1,609	1,559
3.000	Kararsız	6,363	4,686	3,293	2,673	2,301	2,091	1,955	1,853	1,800
4.000	Kararsız	7,326	5,385	3,765	3,039	2,602	2,353	2,191	2,068	2,012
5.000	Kararsız	8,178	6,004	4,185	3,367	2,872	2,589	2,404	2,263	2,205
10.000	Kararsız	11,532	8,440	5,847	4,672	3,955	3,543	3,270	3,065	2,985
20.000	Kararsız	16,278	11,902	8,218	6,544	5,518	4,925	4,533	4,233	4,124
30.000	Kararsız	19,927	14,562	10,044	7,988	6,727	5,997	5,514	5,144	5,011



**Şekil 7.5.** Birim çerçeve F1 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü  $0 < K_s \le 10$  ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).



**Şekil 7.6.** Birim çerçeve F1 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü  $0 < K_s \le 2$  ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).



**Şekil 7.7.** Birim çerçeve F1 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $0 < \alpha \le 30$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).



**Şekil 7.8.** Birim çerçeve F1 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $0 < \alpha \le 2$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).

Örnek 2. Burkulma yükü ve burkulma boyu hesabında kullanılan ve alt katı temsil eden Şekil 7.9.'da görülen birim çerçeve F2'nin kodlaması Şekil 7.10.'daki gibi yapılmıştır.

Çizelge 7.6. Örnek 2.'e ait veriler.



Şekil 7.9. Çok katlı çok açıklıklı çerçevenin tipik kat birimi F2



Şekil 7.10. Birim çerçeve F2'nin kodlama durumu

**Çizelge 7.7.** Kesmenin etkisi ihmal edilerek birim çerçeve F2 için kritik yük  $P_{cr}$ 'nin çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü  $K_s$  ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.0$ ).

Çerçeve	Mafsallı birleşim			Yarı-	rijit birleş	imler			Rijit birleşim	$P_{\rm E}$
rıjıtlığı				Birleşim	rijitlik fal	ktörü, K <sub>s</sub>				$\pi^2 \text{EI}$
α	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	4.0	10	$\infty$	$L^2$
0.200	690	1429	1773	2164	2351	2459	2516	2552	2580	2761
0.500	1726	2625	3227	4198	4844	5293	5560	5737	5882	6903
1.000	3452	4414	5153	6580	7764	8743	9404	9876	10285	13805
2.000	6903	7893	8713	10469	12152	13752	14967	15917	16795	27610
5.000	17257	18245	19110	21097	23197	25413	27273	28852	30463	69026
10.000	34513	35467	36335	38387	40636	43103	45254	47144	49243	138051
20.000	69026	69899	70746	72791	75087	77663	79957	82010	84664	276102
30.000	103539	104328	105147	107156	109438	112025	114349	116443	119486	414153

Çizelge 7.8. Kesmenin etkisi ihmal edilerek birim çerçeve F2 için kolon etkili boyu katsayısı k'nın çerçeve rijitliği  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.0$ ).

Çerçeve	Mafsallı birleşim			Yarı-	rijit birleş	imler			Rijit birleşim	
rijitiigi				Birleşim	rijitlik fal	ctörü, K <sub>s</sub>				TS500
α	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	4.0	10	8	k
0.200	2,000	1,390	1,248	1,130	1,084	1,060	1,048	1,040	1,034	1,044
0.500	2,000	1,622	1,463	1,282	1,194	1,142	1,114	1,097	1,083	1,104
1.000	2,000	1,768	1,637	1,448	1,333	1,257	1,212	1,182	1,159	1,194
2.000	2,000	1,870	1,780	1,624	1,507	1,417	1,358	1,317	1,282	1,344
5.000	2,000	1,945	1,901	1,809	1,725	1,648	1,591	1,547	1,505	1,684
10.000	2,000	1,973	1,949	1,896	1,843	1,790	1,747	1,711	1,674	2,205
20.000	2,000	1,987	1,976	1,948	1,918	1,886	1,858	1,835	1,806	2,985
30.000	2,000	1,992	1,985	1,966	1,945	1,923	1,903	1,886	1,862	3,600

**Çizelge 7.9.** Kesmenin etkisini hesaba katarak birim çerçeve F2 için kritik yük  $P_{cr}$ 'nin çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).

Çerçeve	Mafsallı birleşim			Yarı-	rijit birleş	simler			Rijit birleşim	$P_{\rm E}$
rijitliği				Birleşim	rijitlik fa	ktörü, K <sub>s</sub>				$\pi^2 \text{EI}$
α	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	4.0	10	$\infty$	$L^2$
0.200	690	1427	1769	2158	2344	2450	2508	2543	2576	2761
0.500	1723	2618	3224	4191	4833	5278	5543	5717	5841	6903
1.000	3440	4394	5124	6528	7687	8643	9286	9745	10140	13805
2.000	6856	7831	8635	10349	11981	13523	14688	15595	16430	27610
5.000	16967	17920	18752	20650	22642	24725	26460	27924	29479	69026
10.000	33373	34262	35070	36965	39026	41266	43201	44889	46872	138051
20.000	64612	65371	66108	67877	69847	72036	73967	75681	77885	276102
30.000	93915	94554	95221	96849	98686	100748	102583	104224	106626	414153

Çizelge 7.10. Kesmenin etkisini hesaba katarak birim çerçeve F2 için kolon etkili boyu katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).

Çerçeve	Mafsallı birleşim			Yarı-	rijit birleş	imler			Rijit birleşim	
rijitilgi				Birleşim	rijitlik fal	ctörü, K <sub>s</sub>				TS500
α	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	4.0	10	S	k
0.200	2.000	1.391	1.249	1.131	1.085	1.062	1.049	1.042	1.035	1,044
0.500	2.002	1.624	1.463	1.283	1.195	1.144	1.116	1.099	1.087	1,104
1.000	2.003	1.773	1.641	1.454	1.340	1.264	1.219	1.190	1.167	1,194
2.000	2.007	1.878	1.788	1.633	1.518	1.429	1.371	1.331	1.296	1,344
5.000	2.017	1.963	1.919	1.828	1.746	1.671	1.615	1.572	1.530	1,684
10.000	2.034	2.007	1.984	1.933	1.881	1.829	1.788	1.754	1.716	2,205
20.000	2.067	2.055	2.044	2.017	1.988	1.958	1.932	1.910	1.883	2,985
30.000	2.100	2.093	2.086	2.068	2.049	2.028	2.009	1.993	1.971	3,600



**Şekil 7.11.** Birim çerçeve F2 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü  $0 < K_s \le 10$  ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).



**Şekil 7.12.** Birim çerçeve F2 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü  $0 < K_s \le 2$  ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).



**Şekil 7.13.** Birim çerçeve F2 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $0 \le \alpha \le$  30 ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).



**Şekil 7.14.** Birim çerçeve F2 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $0 \le \alpha \le 2$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).

Örnek 3. Burkulma yükü ve burkulma boyu hesabında kullanılan ve üst katı temsil eden Şekil 7.15.'de görülen birim çerçeve F3'ün kodlaması Şekil 7.16.'daki gibi yapılmıştır.

Çizelge 7.11. Örnek 3.'e ait veriler.

	PROBLEM ADI	: ÖRNEK	: 3								
	ELEMAN SAYISI DEPLASMAN SAYISI ELASTISITE MODULU POISSON ORANI ARA YUKLU EL. SAYISI DIREK YUK SAYISI ITERASYON SAYISI	: 4 : 8 : 30 : 0.2 : 0 : 2 : 100									
Ι	DUGUM X Y	_									
1	0.00 0.00										
2	1.00 4000	.00									
-	4001.00 4000	.00									
4	4000.00 0.00										
E	LAMAN BOYU ATALET		ALAN	I	J		KOD	NUMA	RALA	ARI	
-		_ 		 1	 2	0			1	· 2	З
2	2 4000 00 746000000	00 9	7000.00	- 2	2 3	1	2	3	4	ے 5	6
	4000.00 74600000	.00 9	7000.00	4	3	4	5	6	7	0	8
-	4000.00 74600000	.00 9	7000.00	1	4	0	0	0	7	0	8



Şekil 7.15. Çok katlı çok açıklıklı çerçevenin tipik kat birimi F3



Şekil 7.16. Birim çerçeve F3'ün kodlama durumu

Çizelge 7.12. Kesmenin etkisi ihmal edilerek birim çerçeve F3 için kritik yük  $P_{cr}$ 'nin çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü  $K_s$  ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.0$ ).

Çerçeve	Mafsallı birleşim			Yarı-	rijit birleş	simler			Rijit birleşim	$P_{E}$
rijitliği				Birleşim	rijitlik fa	ktörü, K <sub>s</sub>				$\pi^2 \text{EI}$
α	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	4.0	10	$\infty$	$L^2$
0.001	1,901	13,674	13,724	13,754	13,764	13,770	13,772	13,774	13,775	13,805
0.200	380	1117	1481	1925	2155	2296	2375	2426	2470	2761
0.500	950	1811	2401	3381	4070	4579	4899	5120	5333	6903
1.000	1900	2762	3459	4810	5955	6937	7630	8145	8735	13805
2.000	3796	4496	5240	6816	8321	9771	10896	11798	13211	27610
5.000	9473	9680	9837	11394	13076	14845	16333	17606	21490	69026
10.000	18890	19117	19255	19610	19675	20497	21982	23288	32130	138051

Çizelge 7.13. Kesmenin etkisi ihmal edilerek birim çerçeve F3 için kolon etkili boyu katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.0$ ).

Çerçeve	Mafsallı birleşim			Yarı-ı	rijit birle	şimler			Rijit birleşim	
rijitilgi -			Η	Birleşim	rijitlik fa	aktörü, K	s			TS500
α	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	4.0	10	8	k
0.001	2,695	1,005	1,003	1,002	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	-
0.200	2,696	1,572	1,365	1,198	1,132	1,097	1,078	1,067	1,057	-
0.500	2,696	1,952	1,696	1,429	1,302	1,228	1,187	1,161	1,138	-
1.000	2,696	2,236	1,998	1,694	1,523	1,411	1,345	1,302	1,257	-
2.000	2,697	2,478	2,295	2,013	1,822	1,681	1,592	1,530	1,446	-
5.000	2,699	2,670	2,649	2,461	2,298	2,156	2,056	1,980	1,792	-
10.000	2,703	2,687	2,678	2,653	2,649	2,595	2,506	2,435	2,073	-

**Çizelge 7.14.** Kesmenin etkisini hesaba katarak birim çerçeve F3 için kritik yük  $P_{cr}$ 'nin çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).

Çerçeve	Mafsallı birleşim	Yarı-rijit birleşimler Rijit birleşim							$P_{\rm E}$	
rijitliği _	Birleşim rijitlik faktörü, K <sub>s</sub>									$\pi^2 \text{EI}$
α	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	4.0	10	$\infty$	$L^2$
0.001	1,901	13,676	13,727	13,760	13,770	13,775	13,778	13,780	13,782	13,805
0.200	380	1122	1485	1927	2156	2297	2375	2426	2460	2761
0.500	949	1834	2428	3410	4095	4598	4913	5129	5287	6903
1.000	1893	2836	3548	4918	6068	7046	7727	8232	8620	13805
2.000	3770	4739	5520	7162	8713	10188	11321	12215	12946	27610
5.000	9308	10066	10701	12922	14797	16738	18348	19704	20877	69026
10.000	18241	19000	19628	21084	22635	24295	25704	29333	30736	138051

Çizelge 7.15. Kesmenin etkisini hesaba katarak birim çerçeve F3 için kolon etkili boyu katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).

Çerçeve	Mafsallı birleşim	Yarı-rijit birleşimler Bir							Rijit birleşim	
rijitiigi -	Birleşim rijitlik faktörü, K <sub>s</sub>									TS500
ά	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	4.0	10	8 S	k
0.001	2,695	1,005	1,003	1,002	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	-
0.200	2,696	1,569	1,364	1,197	1,132	1,096	1,078	1,067	1,059	-
0.500	2,697	1,940	1,686	1,423	1,298	1,225	1,185	1,160	1,143	-
1.000	2,700	2,206	1,973	1,675	1,508	1,400	1,337	1,295	1,266	-
2.000	2,706	2,414	2,236	1,963	1,780	1,646	1,562	1,503	1,460	-
5.000	2,723	2,619	2,540	2,311	2,160	2,031	1,940	1,872	1,818	-
10.000	2,751	2,696	2,652	2,559	2,470	2,384	2,317	2,169	2,119	-



**Şekil 7.17.** Birim çerçeve F3 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü  $0 < K_s \le 10$  ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).



**Şekil 7.18.** Birim çerçeve F3 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $\alpha$  ve dönel yay rijitlik faktörü  $0 < K_s \le 2$  ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).



**Şekil 7.19.** Birim çerçeve F3 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $0 \le \alpha \le 30$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).



**Şekil 7.20.** Birim çerçeve F3 için kolon etkili boy katsayısı k'nın çerçeve rijitlik faktörü  $0 \le \alpha \le 2$  ve dönel yay rijitlik faktörü K<sub>s</sub> ile değişimi (Poisson oranı,  $\mu_c = 0.20$ ).

## 8. SONUÇLAR

Yapı sistemlerinde çerçevelerin düğüm noktaları her zaman tam rijit bağlantılar oldukları varsayımına uygun davranmazlar (örneğin çelik ve prefabrik yapılar). Bu nedenle bu tür yapılarda bağlantıların yarı-rijit bağlantı oldukları göz önüne alınmalıdır.

Bu çalışmada, düğüm noktalarına elastik dönel yaylarla bağlı çubuklardan oluşan çerçevelerin statik yükler altında stabilite analizi yapılmış ve bu konuda bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Analizde değişik ara yük tipleri için uçlarında dönel yaylar bulunan elemanların ankastrelik uç kuvvetleri bulunmuştur. Ayrıca, bazı durumlarda özellikle yatay elemanların uçları düşey elemanlara ekzantrik oturmakta olup, bu durum bu çalışmada eleman uçlarında rijit bölgeler olarak modellenmiştir.

Araştırma sonuçları şöyle sıralanabilir:

- Sistemdeki yay katsayıları küçüldükçe sistemin rijitliği azalmakta ve stabilite kaybı için gerekli yük küçülmektedir. Yay katsayılarının limit olarak sıfır değer alması ile sistem, yay bulunan noktalarında mafsalla bağlı iken bulunan kritik yüküne sahip olmaktadır.
- Sistemdeki yay katsayıları büyüdükçe sistemin rijitliği artmakta ve stabilite kaybı için gerekli yük büyümektedir. Yay katsayılarının limit olarak sonsuz değer alması ile sistem, yay noktalarında rijit bağlı iken bulunan kritik yüküne sahip olmaktadır.
- Kesmenin etkisi büyüdükçe sistemin stabilitesini bozacak kritik yük değeri azalmaktadır.
- Çerçevenin rijitlik faktörü α arttıkça sistemin stabilitesini bozacak kritik yük değeri artmaktadır.
- Serbestlik derecesi arttıkça sistemin stabilitesini bozacak kritik yük değeri azalmaktadır.
## 9. KAYNAKLAR

Ackroyd, M.H. and Gerstle, K.H., January, 1982, "Elastic Stability of Flexibly Connected Frames", Journal of Structral Engineering, Asce, Vol.109, No.1, pp. 241-245

Aksoğan, O., October, 1992, "Nonlinear Analysis and Stability of Planar Frames", Les Annales Magrebines de 1 Ingeniur, Vol.6, No.2 pp. 47-58.

Aksoğan, O., Oskouei, A.V. ve Akavcı, S.S., Ekim, 1993, "Uçlarında Rijit Bölgeler Bulunan Elastik Bağlı Çubuklardan Oluşan Çerçevelerin Nonlineer Analizi", 7. Prefabrikasyon Sempozyumu Bildirileri, İstanbul, pp. XI-1-21.

Aksoğan, O. And Görgün, H., December, 1993, "The Nonlinear Analysis of Planar Frames Composed of Flexibly Connected Members", Ç.ü.j. Fac. Eng. Arch., (to appear)

Al-Bermani, G.A. and Kitipornchai, S., January, 1992, "Elastoplastic Nonlimear Analysis of Flexibly Jointed Space Frames", Journal of Structral Engineering, Vol.118, No.1, pp.108-125.

Chen, W. And Lui, E.M. 1986, "Effects of Joint Flexibility on the Behavior of Steel Frames", School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, Vol.26, No.5, pp. 719-732.

Cunningham, R. March, 1990, "Some Aspects of Semi Rigid Connections in Structural Steelwork", Journal of Structural Engineering, Vol.68, No.5 pp.85-92.

Ekhande, G., Selvappalam, M. And Madugula, M.K.S., February, 1989, "Stability Functions for Three-Dimensional Beam-Columns", Journal of Structural Engineering, Vol.115, No.2, pp.467-479.

Ho, W.M.G. and Chan, S.L., August, 1991, "Semibifurcation and Bifurcation Analysis of Flexibly Connected Steel Frames", Journal of Structural Engineering, Vol.17, No.8, pp.2300-2319.

Romstad, K.M. and Subramanian, C.U., November, 1970, "Analysis of Frames with Partial Connection Rigidity", Journal of the Structural Division, Vol.96, No.ST11, pp.2283-2299.

Yu, C.H. and Smanmugam, 1985, "Stability of Frames with Semirigid Joints", Department of Civil Engineering, National University of Singapore, Vol.23, No.5, pp.639-648.

Dinçer, R. 1989. Kesme Kuvvetini Hesaba Katarak Uçlarında Rijit Bölgeler Bulunan Çubuklardan Oluşan Düzlemsel Çerçevelerin Nonlineer Analizi İçin Bir Bilgisayar Programı. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana. 185.

Aksoğan, O., Görgün, H. 1993. The Nonlinear Analysis of Planar Frames Composed of Flexibly Connected Members. Ç.ü.j.fac.eng.arch., 8 (2): 117-129.

93

Aksoğan, O., Oskouei, A.V., Akavcı, S.S. 1993. Uçlarında Rijit Bölgeler Bulunan Elastik Bağlı Çubuklardan Oluşan Çerçevelerin Nonlineer Analizi. 7. Prefabrikasyon Sempozyumu Bildirileri, İstanbul, XI-1-21.

Aksoğan, O., Akavcı, S. S. 1994. Uçlarında Rijit Bölgeler Bulunan Dönel Yaylı Çubuklardan Oluşan Düzlemsel Çerçevelerin Stabilite Analizi. Ç.ü.j.fac.eng.arch., Special Issue: 1-13.

Aksoğan, O., Akavcı, S. S., Görgün, H. 2005. Analysis Of Frames With Flexible Connections. Ç.ü.j.fac.eng.arch., .20 (1): 1-11.

Erdem, H., Aksoğan O.1994. The Analysis of Frames Consisting of Members Connected to Their Rigid End Sections By Nonlinear Rotational Springs. Ç.ü.j.fac.eng.arch., 9 (1): 33-46.

Görgün, H., Yılmaz, S., Aksoğan, O. 2008. The Linear Analysis of Planar Frames Composed of Flexibly Connected Members Taking Shear Deformations Into Consideration. Ç.ü.j.fac.eng.arch., 23 (1): 1-14.

Görgün, H., Yılmaz, S., Aksoğan, O. 2008. The Nonlinear Analysis of Planar Frames Composed of Flexibly Connected Members Taking Shear Deformations İnto Consideration. Ç.ü.j.fac.eng.arch., 23 (1): 15-28.

Görgün, H., Yılmaz, S. 2008. The Nonlinear Analysis of Frames With Semi-Rigid Connections And Shear Deformations. Proceedings of The Ninth Internatioal Conference On Computional Structurel Technology (B.H.V. Topping And M. Papadrakakis. Editors) Civil-Comp Press, Stirlingshire, Scotland, 1-13.

Görgün, H., Yılmaz, S. 2008. The Nonlinear Analysis of Planar Frames Composed of Flexibly Connected Members Considering The Shear Effect On The Bending. Proceedings of The 8<sup>th</sup> International Congress On Advances İn Civil Engineering, Eastern Mediterranean University, Famagusta, North Cyprus, 141-149.

Yılmaz, S. 2008. Kesme Kuvvetini Hesaba Katarak Düğüm Noktalarına Dönel Yaylarla Bağlı Çubuklardan Oluşan Düzlemsel Çerçevelerin Nonlineer Analizi. Yüksek Lisans Tezi, Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır. 124.

Karacan, S.S. 2011. Kesme Kuvvetini Hesaba Katarak Uçlarında Rijit Bölgeler Bulunan ve Düğüm Noktalarına Dönel Yaylarla Bağlı Çubuklardan Oluşan Düzlemsel Çerçevelerin Nonlieer Analizi. Yüksek Lisans Tezi, Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır. 127.

## EKLER

## Ek - 1 : Akış Diyagramı

PROGRAM AKIŞ DİYAGRAMI



Ek - 2 : Program Listesi

```
5 DEFDBL A-Z
10 DIM XY(30, 2), F(6, 6), M(6, 6), T(3, 3), H(3, 3), KOD(30, 6)
   V(30, 12)
20 DIM P(30, 2), UZ(20, 4), BI(30), DI(30), K1(30), K2(30), WP(20, 4)
   EU(30), XMAX(30)
30 DIM W(30, 6), S(30), C(30), A(30), I(30), Q(55), PC(30), CI(30)
   DY(55)
40 DIM YK(20), UC(30, 2), N(30, 2), R(30), Y(30, 6), L(30), MMAX(30)
   WG(20, 4)
50 DIM KB(55, 55), DEG(20, 4), SH(3, 3), HT(3, 3), XIJ(3, 3)
   MM(30, 30)
60 REM
70 REM
        BU PROGRAM RIJITLIK MATRISI YONTEMI ILE KAYMA
75 REM
        SEKIL DEGISTIRMELERI DE GOZ ONUNDE TUTULARAK
80 REM
        DUGUM NOKTALARINA DONEL YAYLARLA BAGLI
90 REM
        CUBUKLARDAN OLUSAN DUZLEM CERCEVE VE SUREKLI
100 REM
        KIRISLERIN LINEER VE NONLINEER ANALIZINI YAPAR..
110 REM
120 REM ES=eleman sayisi, DS=deplasman sayisi
130 REM EM=elastisite modulu
140 REM KM=kayma modulu, KK=kesite bağlı sabit
150 CLS
180 PRINT "
                               NONLINEER ANALIZ PROGRAMI
210 PRINT "VERI DOSYASI ADI
                              :";
220 INPUT "", VER$
225 PRINT "CIKTI DOSYASI ADI
                              :";
227 INPUT "", DOS$
230 OPEN "I", #1, VER$
240 INPUT #1, ES
250 INPUT #1, DS
260 INPUT #1, YS
270 INPUT #1, DYS
280 INPUT #1, RBS
290 INPUT #1, EMS
300 INPUT #1, EM
310 INPUT #1, PO
320 INPUT #1, ITSAY
330 FOR I = 1 TO ES
340 INPUT #1, N
350 INPUT #1, UC(N, 1)
360 INPUT #1, UC(N, 2)
370 INPUT #1, A(N)
380 INPUT #1, I(N)
385 INPUT #1, K1(N)
386 INPUT #1, K2(N)
390 FOR J = 1 TO 6
400 INPUT #1, KOD(N, J)
410 NEXT J
420 NEXT I
430 INPUT #1, DSAY
440 FOR N = 1 TO DSAY
445 INPUT #1, N
450 INPUT #1, XY(N, 1)
460 INPUT #1, XY(N, 2)
470 NEXT N
480 FOR N = 1 TO ES
490 I = UC(N, 1)
```

```
500 J = UC(N, 2)
510 LX = XY(J, 1) - XY(I, 1)
520 LY = XY(J, 2) - XY(I, 2)
530 L(N) = SQR(LX ^ 2 + LY ^ 2)
540 C(N) = LX / L(N)
550 S(N) = LY / L(N)
560 NEXT N
570 PI = 4 * ATN(1)
580 \text{ IF RBS} = 0 \text{ THEN } 650
590 FOR I = 1 TO RBS
600 INPUT #1, N
610 INPUT #1, DI(N)
620 INPUT #1, BI(N)
630 L(N) = L(N) - DI(N) - BI(N)
640 NEXT I
650 \text{ IF YS} = 0 \text{ THEN } 800
660 FOR S = 1 TO YS
670 INPUT #1, P(S, 1)
680 INPUT #1, P(S, 2)
690 FOR M = 1 TO P(S, 2)
700 INPUT #1, DEG(S, M)
710 INPUT #1, WP(S, M)
720 IF DEG(S, M) = 3 THEN 740
730 GOTO 750
740 INPUT #1, WG(S, M)
750 IF DEG(S, M) = 1 THEN 780
760 IF DEG(S, M) = 3 THEN 780
770 INPUT #1, UZ(S, M)
780 NEXT M
790 NEXT S
800 IF DYS = 0 THEN 810 ELSE GOSUB 3850
810 IF EMS = 0 THEN 820 ELSE GOSUB 3910
820 IF PO = 0 THEN 840
830 KM = EM / 2 / (1 + PO): KK = 5 / 6
840 FOR I = 1 TO ES
850 EU(I) = PI ^ 2 * I(I) * EM / L(I) ^ 2
860 FOR J = 1 TO 5
870 IJ = J + 1
880 FOR Z = IJ TO 6
890 IF (KOD(I, J) = 0 \text{ OR } KOD(I, Z) = 0) THEN 920
900 K = ABS (ABS (KOD (I, J)) - ABS (KOD (I, Z)))
910 IF K > IBND THEN IBND = K
920 NEXT Z, J, I
930 IBND = IBND + 1
940 CLS
950 COLOR 16, 7
960 LOCATE 12, 30: PRINT " LUTFEN BEKLEYINIZ "
970 COLOR 2, 0
980 LOCATE 2, 65: PRINT "iterasyon :"; SAYI + 1
990 FOR T = 1 TO DS
1000 FOR U = 1 TO IBND
1010 \text{ KB}(T, U) = 0
1020 NEXT U, T
1030 FOR A = 1 TO DS
1040 Q(A) = DY(A)
1050 NEXT A
1060 \text{ IF EMS} = 0 \text{ THEN } 1100
1070 FOR I = 1 TO DS
1080 \text{ KB}(I, 1) = \text{KB}(I, 1) + \text{YK}(I)
```

```
1090 NEXT I
1095 REM ** ELEMAN RIJITLIK MATRISLERI **
1100 FOR N = 1 TO ES
1110 KE = KK * KM * A(N)
1120 FOR I = 1 TO 3
1130 FOR J = 1 TO 3
1140 XIJ(I, J) = 0: T(I, J) = 0
1150 NEXT J, I
1160 IF KE = 0 THEN 1200
1170 WR = EM * I(N) / L(N) ^ 2 / KE
1180 R(N) = ABS(N(N, 2) / EU(N) / (1 + EU(N) / KE))
1190 GOTO 1220
1200 WR = 0
1210 R(N) = ABS(N(N, 2) / EU(N))
1220 IF ABS(R(N)) < .001 THEN 1370
1230 IF KE = 0 THEN SR = 1 ELSE SR = 1 - N(N, 2) / KE
1240 \text{ U} = L(N) * SQR(ABS(N(N, 2) / (EM * I(N) * SR)))
1245 \text{ AA} = U / L(N)
1250 IF N(N, 2) < -1E-30 THEN 1300
1260 CS = COS(U)
1270 \text{ SN} = \text{SIN}(U)
1280 XX = 1
1290 GOTO 1330
1300 \text{ CS} = (\text{EXP}(\text{U}) + \text{EXP}(-\text{U})) / 2
1310 \text{ SN} = (\text{EXP}(U) - \text{EXP}(-U)) / 2
1320 XX = -1
1330 KA = 4 \times EM \times I(N) \times K1(N) / L(N):
     KB = 4 * EM * I(N) * K2(N) / L(N)
1333 HH1 = (AA * EM * I(N) * (N(N, 2) * L(N)
     + XX * (KA + KB)) - U * XX * KA * KB * SR) * SN
1334 \text{ HH2} = -XX * (N(N, 2) * L(N) * (KA + KB))
     + 2 * XX * KA * KB) * CS + 2 * KA * KB
1335 H = HH1 + HH2
1340 UU = U * (-XX * KA * KB * SN + U * XX * KA * KB * SR) / H
1350 002 = U * ((N(N, 2) * L(N) * KB + XX * KA * KB) * SN
     - U * XX * KA * KB * CS * SR) / H
1355 \text{ OO1} = U * ((N(N, 2) * L(N) * KA + XX * KA * KB) * SN
     - U * XX * KA * KB * CS * SR) / H
1360 GOTO 1390
1370 \text{ B1} = 1 / 4 / \text{K1(N)}: B2 = 1 / 4 / \text{K2(N)}: B3 = WR
1371 H = 4 * (3 * B1 * B2 + B1 + B2) + 12 * (B1 + B2 + 1) * B3 + 1
1372 UU = (2 - 12 * B3) / H
1375 \ OO2 = (4 * (3 * B1 + 1) + 12 * B3) / H
1380 \text{ OO1} = (4 * (3 * B2 + 1) + 12 * B3) / H
1390 W(N, 6) = 002
1395 W(N, 5) = 001
1400 W(N, 4) = UU
1405 W(N, 3) = W(N, 5) + W(N, 4)
1410 W(N, 2) = W(N, 6) + W(N, 4)
1420 W(N, 1) = W(N, 2) + W(N, 3) - (N(N, 2) * L(N) ^ 2) / EM / I(N)
1430 X11 = A(N) * EM / L(N)
1440 X22 = W(N, 1) * EM * I(N) / L(N) ^ 3
1450 \times 32 = W(N, 3) * EM * I(N) / L(N) ^ 2
1460 \times 33 = W(N, 5) * EM * I(N) / L(N)
1465 \times 62 = W(N, 2) * EM * I(N) / L(N) ^ 2
1466 \times 63 = W(N, 4) * EM * I(N) / L(N)
1467 \times 66 = W(N, 6) * EM * I(N) / L(N)
1470 T(1, 1) = C(N)
1480 T(2, 2) = C(N)
```

```
1490 T(1, 2) = S(N)
1500 T(2, 1) = -S(N)
1510 T(3, 3) = 1
1520 XIJ(1, 1) = X11
1530 XIJ(2, 2) = X22
1540 \text{ XIJ}(3, 2) = X32 + X22 * DI(N)
1550 XIJ(2, 3) = XIJ(3, 2)
1560 XIJ(3, 3) = X33 + 2 * X32 * DI(N) + X22 * DI(N) ^ 2
     - N(N, 2) * DI(N)
1570 GOSUB 3720
1580 FOR X = 1 TO 3
1590 FOR Y = 1 TO 3
1600 M(X, Y) = XIJ(X, Y)
1610 XIJ(X, Y) = 0
1620 NEXT Y, X
1630 XIJ(1, 1) = -X11
1640 \text{ XIJ}(2, 2) = -X22
1650 XIJ(3, 2) = X62 + X22 * BI(N)
1660 XIJ(2, 3) = -X32 - X22 * DI(N)
1670 \text{ XIJ}(3, 3) = X63 + X32 * BI(N) + X62 * DI(N) + X22 * DI(N) * BI(N)
1680 GOSUB 3720
1690 \text{ FOR I} = 1 \text{ TO } 3
1700 FOR J = 1 TO 3
1710 IJ = I + 3
1720 M(IJ, J) = XIJ(I, J)
1730 XIJ(I, J) = 0
1740 NEXT J, I
1750 XIJ(1, 1) = X11
1760 XIJ(2, 2) = X22
1770 XIJ(3, 2) = -X62 - X22 * BI(N)
1780 XIJ(3, 3) = X66 + 2 * X62 * BI(N) + X22 * BI(N) ^ 2
    - N(N, 2) * BI(N)
1790 XIJ(2, 3) = XIJ(3, 2)
1800 GOSUB 3720
1810 FOR I = 1 TO 3
1820 FOR J = 1 TO 3
1830 \text{ HT}(I, J) = 0
1840 \text{ SH}(I, J) = 0
1850 IX = I + 3
1860 JX = J + 3
1870 M(IX, JX) = XIJ(I, J)
1880 NEXT J, I
1890 \text{ FOR I} = 1 \text{ TO } 6
1900 FOR J = 1 TO 6
1910 M(I, J) = M(J, I)
1920 NEXT J, I
1930 FOR I = 1 TO 6
1935 REM ** SISTEM RIJITLIK MATRISI
1936 REM ** OLUSTURULUYOR
                              ******
1940 KN = ABS(KOD(N, I))
1950 IF KN = 0 THEN 2050
1960 K1 = KN / KOD(N, I)
1970 FOR J = 1 TO 6
1980 LN = ABS (KOD (N, J))
1990 IF LN = 0 THEN 2040
2000 \text{ K2} = \text{LN} / \text{KOD}(N, J)
2010 IF LN < KN THEN 2040
2020 \text{ WA} = \text{LN} - \text{KN} + 1
2030 KB(KN, WA) = KB(KN, WA) + M(I, J) * K1 * K2
```

```
2040 NEXT J
2050 NEXT I
2060 NEXT N
2070 GOSUB 4450
2080 GOSUB 3970
2090 F(4, 3) = 0
2100 F(4, 6) = 0
2105 REM ** EKSENEL KUVVETLER BULUNUR **
2110 FOR N = 1 TO ES
2120 N(N, 1) = 0
2130 NX = A(N) * EM / L(N)
2140 F(4, 1) = -C(N) * NX
2150 F(4, 2) = -S(N) * NX
2160 F(4, 4) = -F(4, 1)
2170 F(4, 5) = -F(4, 2)
2180 FOR I = 1 TO 6
2190 KN = KOD(N, I)
2200 \text{ IF KN} = 0 \text{ THEN } 2240
2210 \text{ KNO} = \text{ABS}(\text{KN})
2220 K1 = KNO / KN
2230 N(N, 1) = N(N, 1) + F(4, I) * Q(KNO) * K1
2240 NEXT I, N
2250 \text{ SS} = 0
2260 FOR N = 1 TO ES
2270 \text{ CIK} = N(N, 1) + N(N, 2)
2280 TOP = ABS (N(N, 1)) + ABS (N(N, 2))
2290 IF TOP < .001 THEN 2320
2300 BOL = ABS(CIK / TOP)
2310 IF BOL > .001 THEN SS = 1
2320 NEXT N
2330 FOR N = 1 TO ES
2340 N(N, 2) = -N(N, 1)
2350 NEXT N
2360 SAYI = SAYI + 1
2370 IF SAYI = ITSAY THEN 2390
2380 \text{ IF SS} = 1 \text{ THEN } 940
2385 REM ** ELEMAN RIJITLIK MATRISI
2386 REM
             TRANSFORMASYON MATRISLERI ILE CARPILARAK
2387 REM
             F(I,J) LER BULUNUYOR
                                                       **
2390 FOR N = 1 TO ES
2400 IF R(N) < .001 THEN N(N, 1) = 0
2410 X1 = A(N) * EM / L(N)
2420 X2 = W(N, 1) * EM * I(N) / L(N) ^ 3
2430 X3 = W(N, 3) * EM * I(N) / L(N) ^ 2
2440 X4 = W(N, 5) * EM * I(N) / L(N)
2450 X5 = W(N, 4) * EM * I(N) / L(N)
2452 \times 6 = W(N, 2) \times EM \times I(N) / L(N) ^ 2
2455 X7 = W(N, 6) * EM * I(N) / L(N)
2460 \text{ IX} = \text{X3} + \text{X2} * \text{DI(N)}
2470 \text{ F}(3, 1) = -S(N) * IX
2480 F(3, 2) = C(N) * IX
2490 F(3, 3) = X4 + 2 * X3 * DI(N) + X2 * DI(N) ^ 2 + N(N, 1) * DI(N)
2500 F(3, 4) = -F(3, 1)
2510 F(3, 5) = -F(3, 2)
2520 F(3, 6) = X5 + X3 * BI(N) + X6 * DI(N) + X2 * DI(N) * BI(N)
2530 IY = X6 + X2 * BI(N)
2540 \text{ F(6, 1)} = -\text{S(N)} * \text{IY}
2550 F(6, 2) = C(N) * IY
2560 F(6, 3) = X5 + X3 * BI(N) + X6 * DI(N) + X2 * DI(N) * BI(N)
```

```
2570 F(6, 4) = -F(6, 1)
2580 F(6, 5) = -F(6, 2)
2590 F(6, 6) = X7 + 2 * X6 * BI(N) + X2 * BI(N) ^ 2 + N(N, 1) * BI(N)
2600 \text{ IX} = A(N) * \text{ EM} / L(N)
2610 F(4, 1) = -C(N) * IX
2620 F(4, 2) = -S(N) * IX
2630 F(4, 3) = 0
2640 F(4, 4) = -F(4, 1)
2650 F(4, 5) = -F(4, 2)
2660 F(4, 6) = 0
2670 for J = 1 to 6
2680 F(1, J) = -F(4, J)
2690 NEXT J
2700 F(2, 1) = -S(N) * X2
2710 F(2, 2) = C(N) * X2
2720 F(2, 3) = X3 + X2 * DI(N)
2730 F(2, 4) = -F(2, 1)
2740 F(2, 5) = -F(2, 2)
2750 F(2, 6) = X6 + X2 * BI(N)
2760 \text{ FOR I} = 1 \text{ TO } 6
2770 F(5, I) = -F(2, I)
2780 NEXT I
2785 REM ** ELEMAN UC KUVVETLERI
2786 REM BULUNUYOR
                                **
2790 \text{ FOR I} = 1 \text{ TO } 6
2800 Y(N, I) = 0
2810 \text{ FOR } J = 1 \text{ TO } 6
2820 \text{ KD} = \text{KOD}(N, J)
2830 IF KD = 0 THEN 2870
2840 \text{ KDU} = \text{ABS}(\text{KD})
2850 K1 = KDU / KD
2860 Y(N, I) = Y(N, I) + F(I, J) * Q(KDU) * K1
2870 NEXT J, I, N
2880 FOR N = 1 TO ES
2890 FOR K = 1 TO 6
2900 Y(N, K) = Y(N, K) + V(N, K + 6)
2910 NEXT K, N
3000 GOTO 12350
3010 REM ** KOORDINAT DONUSUMU **
3720 \text{ FOR I} = 1 \text{ TO } 3
3730 \text{ FOR } J = 1 \text{ TO } 3
3740 H(I, J) = 0
3750 FOR K = 1 TO 3
3760 H(I, J) = H(I, J) + T(K, I) * XIJ(K, J)
3770 NEXT K, J, I
3780 \text{ FOR I} = 1 \text{ TO } 3
3790 \text{ FOR } J = 1 \text{ TO } 3
3800 XIJ(I, J) = 0
3810 \text{ FOR } \text{K} = 1 \text{ TO } 3
3820 XIJ(I, J) = XIJ(I, J) + H(I, K) * T(K, J)
3830 NEXT K, J, I
3840 RETURN
3850 REM ** DIREK YUKLER **
3860 \text{ FOR I} = 1 \text{ TO DYS}
3870 INPUT #1, YD
3880 INPUT #1, DY(YD)
3890 NEXT I
3900 RETURN
3910 REM **ELASTIK MESNET **
```

3920 FOR J = 1 TO EMS 3930 INPUT #1, YD 3940 INPUT #1, YK(YD) 3950 NEXT J 3960 RETURN 3970 NRS = DS - 13980 NR = DS3990 FOR N = 1 TO NRS 4000 M = N - 14010 IF IBND < NR - M THEN 4030 4020 MR = NR - M: Goto 40404030 MR = IBND4040 PIVOT = KB(N, 1)4050 FOR L = 2 TO MR 4060 CP = KB(N, L) / PIVOT 4070 I = M + L4080 J = 04090 FOR K = L TO MR 4100 J = J + 14110 KB(I, J) = KB(I, J) - CP \* KB(N, K) 4120 NEXT K 4130 KB(N, L) = CP 4140 NEXT L 4150 NEXT N 4160 FOR N = 1 TO NRS 4170 M = N - 14180 IF IBND < NR - M THEN 4210 4190 MR = NR - M4200 GOTO 4220 4210 MR = IBND4220 CP = Q(N)4230 Q(N) = CP / KB(N, 1)4240 FOR L = 2 TO MR 4250 I = M + L4260 Q(I) = Q(I) - KB(N, L) \* CP4270 NEXT L 4280 NEXT N 4290 Q(NR) = Q(NR) / KB(NR, 1)4300 FOR I = 1 TO NRS 4310 N = NR - I4320 M = N - 14330 IF IBND < (NR - M) THEN 4360 4340 MR = NR - M4350 GOTO 4370 4360 MR = IBND4370 FOR K = 2 TO MR 4380 L = M + K4390 Q(N) = Q(N) - KB(N, K) \* Q(L)4400 NEXT K 4410 NEXT I 4420 COLOR 2, 0 4430 RETURN 4440 REM \* ANKASTRELIK UC KUVVETLERI \*  $4450 \ F(1, 1) = 0: \ F(4, 1) = 0$ 4460 FOR X = 1 TO ES 4470 FOR Z = 1 TO 64480 V(X, Z) = 0: NEXT Z, X 4490 FOR O = 1 TO YS 4500 FOR G = 1 TO P(O, 2)

```
4510 N = P(O, 1)
4520 \text{ KE} = \text{KK} * \text{KM} * A(N)
4525 \text{ B1} = 1 / 4 / \text{K1(N)} : \text{B2} = 1 / 4 / \text{K2(N)} : \text{B3} = \text{WR}
4526 H = 4 * (3 * B1 * B2 + B1 + B2) + 12 * (B1 + B2 + 1) * B3 + 1
4530 IF KE = 0 THEN KR = EM \star I(N) ELSE
     KR = EM * I(N) * (1 - N(N, 2) / KE)
4540 IF KE = 0 THEN KT = 1 ELSE KT = 1 / (1 - N(N, 2) / KE)
4541 \text{ SR1} = 1 / (4 * \text{K1(N)}) : \text{SR2} = 1 / (4 * \text{K2(N)})
4545 IY = (U ^ 2 * TT - KT * U ^ 2 * TT * (SR1 + SR2) - U ^ 4 * SR1 *
SR2) * S + (U ^ 3 * TT * (SR1 + SR2) + 2 * KT * U) * C - 2 * KT * U
4550 U = L(N) * SQR(ABS(N(N, 2) / KR))
4560 ON DEG(O, G) GOTO 4570, 4780, 5090, 5500, 5830
4570 REM *** UNIFORM ARA YUK ***
4580 IF ABS(R(N)) < .001 THEN 4690
4590 IF N(N, 2) < -1E-30 THEN 4620
4595 C = COS(U) : S = SIN(U)
4600 \text{ TT} = 1
4610 GOTO 4645
4620 C = (EXP(U) + EXP(-U)) / 2
4630 \text{ S} = (\text{EXP}(\text{U}) - \text{EXP}(-\text{U})) / 2
4640 \text{ TT} = -1
4645 SR1 = 1 / (4 * K1(N)): SR2 = 1 / (4 * K2(N))
4650 IX1 = U * (TT * U ^ 2 * SR2 + 2 * (KT + 1)) * S
     + (U ^ 2 * (2 * SR2 - 1) + TT * 4 * KT) * C
     -(U^{2} \times (2 \times SR2 + 1) + TT \times 4 \times KT)
4655 IX2 = U * (TT * U ^ 2 * SR1 + 2 * (KT + 1)) * S
     + (U ^ 2 * (2 * SR1 - 1) + TT * 4 * KT) * C
     -(U^{2} \times (2 \times SR1 + 1) + TT \times 4 \times KT)
4660 H = U * (TT * 1 - TT * KT * (SR1 + SR2))
     - U ^ 2 * SR1 * SR2) * S
     + (TT * U ^ 2 * (SR1 + SR2) + 2 * KT) * C - 2 * KT
4665 F(3, 1) = WP(O, G) * L(N) ^ 2 * KT / (2 * U ^ 2) * IX1 / H
4670 \text{ F}(6, 1) = -WP(0, G) * L(N) ^ 2 * KT / (2 * U ^ 2) * IX2 / H
4680 GOTO 4720
4690 H = 4 * (3 * B1 * B2 + B1 + B2) + 12 * (B1 + B2 + 1) * B3 + 1
4700 F(3, 1) = WP(O, G) * L(N) ^ 2 * (6 * B2 + 1 + 12 * B3) / 12 / H
4710 F(6, 1) = -WP(0, G) * L(N) ^ 2 * (6 * B1 + 1 + 12 * B3) / 12 / H
4720 F(2, 1) = WP(O, G) * L(N) / 2 + (F(3, 1) + F(6, 1)) / L(N)
4730 F(5, 1) = WP(O, G) * L(N) / 2 - (F(3, 1) + F(6, 1)) / L(N)
4735 F(3, 1) = F(3, 1) + F(2, 1) * DI(N)
4736 F(6, 1) = F(6, 1) - F(5, 1) * BI(N)
4740 \text{ FOR I} = 1 \text{ TO } 6
4750 V(N, I) = V(N, I) + F(I, 1)
4760 NEXT I
4770 GOTO 6260
4780 REM *** TEKIL ARA YUK ***
4790 A = UZ(O, G) / L(N): B = 1 - A
4800 IF ABS(R(N)) < .001 THEN 4990
4810 IF N(N, 2) < -1E-30 THEN 4870
4820 C = COS(U) : S = SIN(U)
4830 \text{ CBU} = \text{COS}(B * U) : \text{SBU} = \text{SIN}(B * U)
4840 \text{ SAU} = \text{SIN}(A * U) : \text{CAU} = \text{COS}(A * U)
4850 \text{ TT} = 1
4860 GOTO 4940
4870 C = (EXP(U) + EXP(-U)) / 2
4880 S = (EXP(U) - EXP(-U)) / 2
4890 \text{ CBU} = (\text{EXP}(\text{B * U}) + \text{EXP}(-\text{B * U})) / 2
4900 \text{ SBU} = (\text{EXP}(\text{B * U}) - \text{EXP}(-\text{B * U})) / 2
4910 SAU = (EXP(A * U) - EXP(-A * U)) / 2
```

```
4920 \text{ CAU} = (\text{EXP}(\text{A} * \text{U}) + \text{EXP}(-\text{A} * \text{U})) / 2
4930 \text{ TT} = -1
4940 IX1 = KT * (TT * B * U ^ 2 * SR2 + KT) * S
     - (TT * U ^ 2 * SR2 + KT) * SBU - KT * B * U * C
     + U * CBU - KT * SAU - KT * A * U
4945 IX2 = KT * (TT * A * U ^ 2 * SR1 + KT) * S
     - (TT * U ^ 2 * SR1 + KT) * SAU - KT * A * U * C
     + U * CAU - KT * SBU - KT * B * U
4950 H = U * (TT * 1 - TT * KT * (SR1 + SR2) - U ^ 2 * SR1 * SR2) * S
     + (TT * U ^ 2 * (SR1 + SR2) + 2 * KT) * C - 2 * KT
4960 F(3, 1) = WP(O, G) * L(N) / U * IX1 / H
4970 F(6, 1) = -WP(O, G) * L(N) / U * IX2 / H
4980 GOTO 5010
4990 H = 4 * (3 * B1 * B2 + B1 + B2) + 1
4995 F(3, 1) = WP(O, G) * L(N) * A * (2 * B2 * (A ^ 2 - 3 * A + 2))
     + A ^ 2 - 2 * A + 1) / H
5000 F(6, 1) = -WP(0, G) * L(N) * B * (2 * B1 * (B^2 - 3 * B + 2))
     + B ^ 2 - 2 * B + 1) / H
5010 F(2, 1) = WP(O, G) * (L(N) - UZ(O, G)) / L(N)
     + (F(3, 1) + F(6, 1)) / L(N)
5020 F(5, 1) = WP(0, G) - F(2, 1)
5025 F(3, 1) = F(3, 1) + F(2, 1) * DI(N)
5026 F(6, 1) = F(6, 1) - F(5, 1) * BI(N)
5050 FOR I = 1 TO 6
5060 V(N, I) = V(N, I) + F(I, 1)
5070 NEXT I
5080 GOTO 6260
5090 REM * DOGRUSAL YAYILI YUK *
5100 IF ABS(R(N)) < .001 THEN 5310
5110 IF N(N, 2) < -1E-30 THEN 5150
5120 C = COS(U) : S = SIN(U)
5130 \text{ TT} = 1
5140 GOTO 5180
5150 C = (EXP(U) + EXP(-U)) / 2
5160 S = (EXP(U) - EXP(-U)) / 2
5170 \text{ TT} = -1
5180 IXI = U * (TT * 2 * SR2 * (U ^ 2 - TT * 3) + 3 * (KT + 2)) * S
     + 2 * (U ^ 2 * (3 * SR2 - 1) + 3 * (KT + 1)) * C
     -(U^{2} + 6 * (KT + 1))
5200 IYI = U * (SR2 * (TT * U^2 + 6))
     + 3 * KT) * S - (U^{2} + 6 * (KT - 1)) * C
     -2 * (U^{2} + (3 * SR2 + 1) + TT * 3 * (KT - 1))
5210 IXJ = U * (TT * 2 * SR1 * (U ^ 2 - TT * 3)
     + 3 * (KT + 2)) * S + 2 * (U ^ 2 * (3 * SR1 - 1)
     + 3 * (KT + 1)) * C - (U^{2} + 6 * (KT + 1))
5220 IYJ = U * (SR1 * (TT * U ^{2} + 6) + 3 * KT) * S
     - (U ^ 2 + 6 * (KT - 1)) * C - 2 * (U ^ 2 * (3 * SR1 + 1)
     + TT * 3 * (KT - 1))
5230 H = U * (TT * 1 - TT * KT * (SR1 + SR2))
     - U ^ 2 * SR1 * SR2) * S
     + (TT * U ^ 2 * (SR1 + SR2) + 2 * KT) * C - 2 * KT
5240 F(3, 1) = WP(O, G) * L(N) ^ 2 * KT / (6 * U ^ 2) * IXI / H
     + WG(O, G) * L(N) ^ 2 * KT / (6 * U ^ 2) * IYI / H
5250 F(6, 1) = -WP(O, G) * L(N) ^ 2 * KT / (6 * U ^ 2) * IXJ / H
     - WG(O, G) * L(N) ^ 2 * KT / (6 * U ^ 2) * IYJ / H
5300 GOTO 5350
5310 H = 4 * (3 * B1 * B2 + B1 + B2) + 12 * (B1 + B2 + 1) * B3 + 1
5315 IX1 = (6 * (8 * WP(0, G) + 7 * WG(0, G)) * B2 + 3 * (3 * WP(0, G))
     + 2 * WG(O, G)) + 90 * (WP(O, G) + WG(O, G)) * B3)
```

```
5320 IX2 = (6 * (8 * WG(O, G) + 7 * WP(O, G)) * B1 + 3 * (3 * WG(O, G)
     + 2 * WP(O, G) + 90 * (WP(O, G) + WG(O, G)) * B3)
5330 F(3, 1) = L(N) ^ 2 / 180 * IX1 / H
5340 \text{ F(6, 1)} = -L(N) ^ 2 / 180 * IX2 / H
5350 IX = WP(O, G) * L(N) / 3
5360 IY = WG(O, G) * L(N) / 6
5370 F(2, 1) = IX + IY + (F(3, 1) + F(6, 1)) / L(N)
5380 IX = WP(O, G) * L(N)
5390 IY = (WG(O, G) - WP(O, G)) * L(N) / 2
5400 F(5, 1) = IX + IY - F(2, 1)
5410 F(3, 1) = F(3, 1) + F(2, 1) * DI(N)
5420 F(6, 1) = F(6, 1) - F(5, 1) * BI(N)
5430 FOR I = 1 TO 6
5440 V(N, I) = V(N, I) + F(I, 1)
5450 NEXT I
5460 GOTO 6260
5500 REM *** SIMETRIK TRAPEZ
5510 REM YAYILI ARA YUK ***
5520 A = UZ(O, G) * 2 / L(N)
5530 B = 1 - A
5540 IF ABS(R(N)) < .001 THEN 5730
5550 IF N(N, 2) < -1E-30 THEN 5620
5560 C = COS(U / 2)
5570 S = SIN(U / 2)
5580 \text{ CAU} = \cos(A * U / 2)
5585 \text{ CBU} = \text{COS}(B * U / 2)
5590 \text{ SAU} = \text{SIN}(A * U / 2)
5595 \text{ SBU} = \text{SIN}(B * U / 2)
5600 \text{ TT} = 1
5610 GOTO 5670
5620 C = (EXP(U / 2) + EXP(-U / 2)) / 2
5630 S = (EXP(U / 2) - EXP(-U / 2)) / 2
5640 \text{ CAU} = (\text{EXP}(\text{A * U} / 2) + \text{EXP}(-\text{A * U} / 2)) / 2
5645 \text{ CBU} = (\text{EXP}(\text{B * U} / 2) + \text{EXP}(-\text{B * U} / 2)) / 2
5650 SAU = (EXP(A * U / 2) - EXP(-A * U / 2)) / 2
5655 \text{ SBU} = (\text{EXP}(\text{B * U} / 2) - \text{EXP}(-\text{B * U} / 2)) / 2
5660 \text{ TT} = -1
5670 \text{ A1} = (\text{TT} * \text{A} * \text{U}^2 * (\text{A} - 2) - 8) * \text{C} + 8 * \text{CBU}
5696 H = S + U * SR1 * C
5700 F(3, 1) = WP(O, G) * L(N) ^ 2 * KT / (4 * A * U ^ 3) * A1 / H
5710 F(6, 1) = -F(3, 1)
5720 GOTO 5750
5730 Z = A / 2
5731 IX1 = (A ^ 3 - 4 * A ^ 2 + 8)
5732 IX2 = (2 * B1 + 1)
5733 H = 4 * (3 * B1 * B2 + B1 + B2) + 12 * (B1 + B2 + 1) * B3 + 1
5735 F(3, 1) = WP(O, G) * L(N) ^ 2 / 96 * IX1 / IX2
5740 F(6, 1) = -F(3, 1)
5750 F(2, 1) = WP(O, G) * L(N) * (1 / 2 - A / 4)
5760 F(5, 1) = F(2, 1)
5770 F(3, 1) = F(3, 1) + F(2, 1) * DI(N)
5780 F(6, 1) = F(6, 1) - F(5, 1) * BI(N)
5790 FOR I = 1 TO 6
5800 V(N, I) = V(N, I) + F(I, 1)
5810 NEXT I
5820 GOTO 6260
5830 REM *** UCGEN ARA YUK ***
5840 A = UZ(O, G) / L(N)
5850 B = (L(N) - UZ(O, G)) / L(N)
```

```
5860 IF ABS(R(N)) < .001 THEN 6130
5870 IF N(N, 2) < -1E-30 THEN 5950
5880 C = COS(U) : S = SIN(U)
5890 \text{ SBU} = \text{SIN}(B * U)
5900 SAU = SIN(A * U)
5910 CBU = COS(B * U)
5920 CAU = COS(A * U)
5930 \text{ TT} = 1
5940 GOTO 6020
5950 C = (EXP(U) + EXP(-U)) / 2
5960 S = (EXP(U) - EXP(-U)) / 2
5970 \text{ CBU} = (\text{EXP}(\text{B} * \text{U}) + \text{EXP}(-\text{B} * \text{U})) / 2
5980 \text{ SBU} = (\text{EXP}(\text{B * U}) - \text{EXP}(-\text{B * U})) / 2
5990 \text{ SAU} = (\text{EXP}(\text{A} * \text{U}) - \text{EXP}(-\text{A} * \text{U})) / 2
6000 \text{ CAU} = (\text{EXP}(\text{A * U}) + \text{EXP}(-\text{A * U})) / 2
6010 \text{ TT} = -1
6020 \text{ A1} = (1 / (TT * B * U^{2}) + 1 / 3 - B / 6) * (KT * S - U)
6030 B1 = -TT * 1 / (A * B * U ^ 2) * ((TT * U ^ 2 * SR2 + KT) * SBU
     - U * CBU + KT * SAU)
6040 C1 = (TT * 1 / (A * U ^ 2) + 1 / 3 - A / 6) * ((TT * U ^ 2 * SR2
     + KT) * S - U * C)
6060 A2 = (1 / (TT * A * U ^ 2) + 1 / 3 - A / 6) * (KT * S - U)
6070 B2 = -TT * 1 / (A * B * U ^ 2) * ((TT * U ^ 2 * SR1 + KT) * SAU
     - U * CAU + KT * SBU)
6080 C2 = (TT * 1 / (B * U ^ 2) + 1 / 3 - B / 6) * ((TT * U ^ 2 * SR1
     + KT) * S - U * C)
6090 H = U * (TT * 1 - TT * KT * (SR1 + SR2) - U ^ 2 * SR1 * SR2) * S
     + (TT * U ^ 2 * (SR1 + SR2) + 2 * KT) * C - 2 * KT
6100 F(3, 1) = WP(0, G) * L(N) ^ 2 / U * (A1 + B1 + C1) / H
6110 F(6, 1) = -WP(O, G) * L(N) ^ 2 / U * (A2 + B2 + C2) / H
6120 GOTO 6190
6130 A1 = (16 * (A + 1) + 6 * (A ^ 3 - 4 * A ^ 2)) * B2
6140 C1 = (3 * (A ^ 3 + A + 1) - 7 * A ^ 2) + 30 * (A * B + 1) * B3
6150 A2 = (16 * (B + 1) + 6 * (B^{3} - 4 * B^{2})) * B1
6160 C2 = (3 * (B^{3} + B + 1) - 7 * B^{2}) + 30 * (A * B + 1) * B3
6170 F(3, 1) = WP(O, G) * L(N) ^ 2 / 60 * (A1 + C1) / H
6180 F(6, 1) = -WP(0, G) * L(N) ^ 2 / 60 * (A2 + C2) / H
6190 F(2, 1) = WP(O, G) * L(N) * (B^2 / 3 + A * B / 2 + A^2 / 6)
     + (F(3, 1) + F(6, 1)) / L(N)
6200 F(5, 1) = WP(O, G) * L(N) / 2 - F(2, 1)
6210 F(3, 1) = F(3, 1) + F(2, 1) * DI(N)
6220 F(6, 1) = F(6, 1) - F(5, 1) * BI(N)
6230 \text{ FOR I} = 1 \text{ TO } 6
6240 V(N, I) = V(N, I) + F(I, 1)
6250 NEXT I
6260 NEXT G, O
6270 FOR J = 1 TO ES
6280 \text{ FOR } X = 1 \text{ TO } 6
6290 V(J, X + 6) = V(J, X)
6300 NEXT X, J
6310 \text{ FOR N} = 1 \text{ TO ES}
6320 \text{ VN1} = V(N, 1): \text{ VN2} = V(N, 2)
6330 VN3 = V(N, 3): VN4 = V(N, 4)
6340 \text{ VN5} = V(N, 5): \text{ VN6} = V(N, 6)
6350 T(1, 1) = C(N): T(2, 2) = C(N)
6360 T(2, 1) = -S(N) : T(3, 3) = 1
6370 T(1, 2) = S(N)
6380 \text{ FOR I} = 1 \text{ TO } 3
6390 M(1, I) = 0: M(1, I + 3) = 0
```

```
6400 M(1, I) = M(1, I) + T(1, I) * VN1
6410 M(1, I) = M(1, I) + T(2, I) * VN2
6420 M(1, I) = M(1, I) + T(3, I) * VN3
6430 M(1, I + 3) = M(1, I + 3) + T(1, I) * VN4
6440 M(1, I + 3) = M(1, I + 3) + T(2, I) * VN5
6450 M(1, I + 3) = M(1, I + 3) + T(3, I) * VN6
6460 NEXT I
6470 \text{ FOR I} = 1 \text{ TO } 3
6480 V(N, I) = M(1, I)
6490 V(N, I + 3) = M(1, I + 3)
6500 NEXT I, N
6510 \text{ for } N = 1 \text{ to es}
6520 \text{ FOR } J = 1 \text{ TO } DS
6530 FOR K = 1 TO 6
6540 IF ABS(KOD(N, K)) <> J THEN 6580
6550 KD = ABS (KOD (N, K))
6560 \text{ K1} = \text{KD} / \text{KOD}(N, \text{K})
6570 Q(J) = Q(J) - V(N, K) * K1
6580 NEXT K, J, N
6590 RETURN
6595 REM *** ARA ve MAX. MOMENTLER ***
6600 \text{ FOR } 0 = 1 \text{ TO } YS
6840 N = P(0, 1)
6860 IF ABS(R(N)) < .001 THEN 7110
6870 \text{ KE} = \text{KK} * \text{KM} * A(N)
6880 X = UZ(O, 1) / L(N)
6890 Y = 1 - X
6900 IF KE = 0 THEN 6940
6910 KR = EM * I(N) * (1 - N(N, 2) / KE)
6920 KT = KE * (1 - N(N, 2) / KE)
6930 GOTO 6960
6940 KR = EM * I(N)
6950 \text{ KT} = 1\text{E}+30
6955 KA = 4 * EM * I(N) * K1(N) / L(N):
     KB = 4 * EM * I(N) * K2(N) / L(N)
6960 U = SQR (ABS (N (N, 2) / KR))
6970 IF DEG(O, 1) = 4 THEN 6980 ELSE 7000
6980 X = 2 * UZ(0, 1) / L(N)
6990 Y = 1 - X
7000 IF N(N, 2) < -1E-30 THEN 7090
7010 \ S = SIN(U * L(N))
7020 C = COS(U * L(N))
7030 \text{ TT} = 1
7040 GOTO 7110
7050 SAU = SIN(X * U * L(N) / 2)
7060 CAU = COS(X * U * L(N) / 2)
7070 \text{ TT} = 1
7080 GOTO 7110
7090 C = (EXP(U * L(N)) + EXP(-U * L(N))) / 2
7100 S = (EXP(U * L(N)) - EXP(-U * L(N))) / 2: TT = -1
7110 MI = Y(N, 3) - Y(N, 2) * DI(N)
7120 MJ = Y(N, 6) + Y(N, 5) * BI(N)
7130 IF ABS(R(N)) < .001 THEN 7160
7140 ON DEG(O, 1) GOSUB 7180, 7280, 7570, 7840, 8400
7150 GOTO 8895
7160 ON DEG(O, 1) GOSUB 7250, 7500, 7740, 8210, 8750
7170 GOTO 8895
7175 REM ** NONLINEER UNIFORM **
7180 IX = TT * MI / U ^ 2 / KR * C / S + TT * MJ / U ^ 2 / KR / S
```

```
7190 IY = WP(O, 1) * (1 - C) / S * (1 / U^{4} / KR)
7200 \text{ A1} = \text{IX} + \text{IY}
7210 B1 = WP(O, 1) / U ^ 4 / KR - TT * MI / U ^ 2 / KR
7220 E1 = TT * WP(O, 1) / U ^ 2 / KR
7230 D1 = 0: D2 = 0: E2 = E1: A2 = A1: B2 = B1
7240 RETURN
7245 REM ** LINEER UNIFORM **
7250 XM = Y(N, 2) / WP(O, 1)
7260 M = -WP(O, 1) * XM^{2} / 2 - MI + Y(N, 2) * XM
7270 RETURN
7275 REM ** NONLINEER TEKIL **
7280 IX = TT * (MI + MJ) / (U ^ 3 * L(N) * KR)
7290 IY = TT * WP(O, 1) * Y / (U ^ 3 * KR)
7300 \text{ IZ} = \text{MI} / \text{U} / \text{KA}
7320 A1 = IX + IY + IZ + IW
7330 B1 = -TT * MI / U^{2} / KR
7340 IV = MJ * S / U ^ 2 / KR + TT * MI * C / U ^ 3 / L(N) / KR
7350 IX = TT * MJ * C / U ^ 3 / L(N) / KR
7360 IY = -TT * WP(O, 1) * X * C / U^ 3 / KR
7370 IZ = MJ * C / U / KB
7400 A2 = IV + IX + IY + IZ
7410 IX = TT * MJ * C / U ^ 2 / KR - TT * MI * S / U ^ 3 / L(N) / KR
7420 IV = -TT * MJ * S / (U^3 * L(N) * KR)
7430 IY = TT * WP(O, 1) * X * S / (U ^ 3 * KR)
7440 \text{ IZ} = -MJ * S / U / KB
7470 B2 = IX + IV + IY + IZ
7480 D1 = 0: D2 = 0: E1 = 0: E2 = 0
7490 RETURN
7495 REM ** LINEER TEKIL **
7500 \text{ XM} = \text{UZ}(0, 1)
7510 IF XM > UZ(O, 1) THEN 7540
7520 M = Y(N, 2) * XM - MI
7530 GOTO 7550
7540 M = WP(O, 1) * (UZ(O, 1) - XM) - MI + Y(N, 2) * XM
7550 RETURN
7555 REM ** NONLINEER DOGRUSAL **
7570 K2 = -WP(O, 1) * C / U ^ 4 / KR / S
7580 k3 = TT * MI * C / U ^ 2 / kr / s
7590 K4 = TT * MJ / U ^ 2 / KR / S
7610 K6 = WG(O, 1) / U ^ 4 / KR / S
7620 \text{ A1} = K2 + K3 + K4 + K6
7640 L2 = WP(0, 1) / U^{4} / KR
7650 \text{ L3} = -\text{TT} * \text{MI} / \text{U}^2 / \text{KR}
7660 B1 = L2 + L3
7670 M1 = TT * WG(O, 1) / U ^ 2 / L(N) / KR
7680 M2 = -TT * WP(O, 1) / U^2 / L(N) / KR
7690 D1 = M1 + M2
7700 E1 = TT * WP(O, 1) / U ^ 2 / KR
7710 E2 = E1
7720 D2 = D1
7730 RETURN
7735 REM ** LINEER DOGRUSAL **
7740 X1 = WP(O, 1) ^ 2 - 4 * (WP(O, 1))
     - WG(0, 1)) / 2 / L(N) * Y(N, 2)
7750 \text{ XM1} = WP(O, 1) + SQR(ABS(X1))
7760 \text{ XM2} = \text{WP}(O, 1) - \text{SQR}(\text{ABS}(X1))
7765 \text{ Y1} = (WP(O, 1) - WG(O, 1)) / L(N)
7766 IF Y1 = 0 THEN 7795
7768 XM1 = XM1 / Y1: XM2 = XM2 / Y1
```

```
7770 IF XM1 > XM2 THEN XM = XM1 ELSE 7790
7780 GOTO 7800
7790 \text{ XM} = \text{XM2}
7792 GOTO 7800
7795 XM = Y(N, 2) / WP(O, 1)
7800 M1 = -MI + Y(N, 2) * XM - WP(O, 1) * XM ^ 2 / 2
7810 M2 = -(WG(O, 1) - WP(O, 1)) * XM ^ 3 / 6 / L(N)
7820 M = M1 + M2
7830 RETURN
7835 REM ** NONLINEER TRAPEZ **
7840 IX = -TT * WP(O, 1) * X * L(N) / 4 / U^ 3 / KR
7850 IV = TT * WP(O, 1) * L(N) / 2 / U ^ 3 / KR
7860 IY = MI / U / KA
7870 IZ = 2 * WP(O, 1) / X / L(N) / U^{5} / KR
7900 IW = TT * (MI + MJ) / (U ^ 3 * L(N) * KR)
7910 \text{ A1} = \text{IX} + \text{IV} + \text{IZ} + \text{IW} + \text{IY}
7920 B1 = -TT * MI / U ^ 2 / KR
7930 IT = -TT * WP(O, 1) * X * L(N) / 4 / U^ 3 / KR
7940 IV = TT * WP(O, 1) * L(N) / 2 / U ^ 3 / KR
7960 IY = 2 * WP(O, 1) / X / L(N) / U ^{5} / KR
7970 \text{ HH} = 0
8000 IW = -TT * (MI + MJ) / (U^3 * L(N) * KR)
8010 A3 = IT + IV + IY + IW
8020 \text{ B3} = \text{TT} * \text{MJ} / \text{U}^{2} / \text{KR}
8030 U = U * L(N)
8035 \text{ SR1} = 1 / (4 * \text{K1(N)})
8040 IF N(N, 2) < -1E-30 THEN 8080
8050 \text{ CA} = \cos(x * U / 2)
8060 \text{ SA} = \text{SIN}(X * U / 2)
8070 GOTO 8100
8080 \text{ CA} = (\text{EXP}(\text{U * X / 2}) + \text{EXP}(-\text{U * X / 2})) / 2
8090 \text{ SA} = (\text{EXP}(\text{U * X / 2}) - \text{EXP}(-\text{U * X / 2})) / 2
8100 IX = -TT * X / 4 / U^{3} + TT * 1 / 2 / U^{3}
     + 2 / X / U ^ 5 - 2 * CA / X / U ^ 5
8104 IY = TT * L(N) ^ 2 / KR * (MI + MJ) * (1 / U ^ 3)
8106 IZ = L(N) ^ 2 / KR * MI * (SR1 / U)
8110 IF KE = 0 THEN 8120 ELSE 8130
8120 KT = 1: KE = 1
8130 A2 = WP(O, 1) * L(N) ^ 4 / KR * IX + IY + IZ
8140 IX = 2 * SA / X / U^{5}
8145 \text{ IY} = -\text{TT} * L(N) ^ 2 * MI / KR * (1 / U ^ 2)
8150 B2 = WP(O, 1) * L(N) ^ 4 / KR * IX + IY
8160 U = U / L(N)
8170 D1 = TT * 2 * WP(O, 1) / X / L(N) / U ^ 2 / KR
8180 E2 = TT * WP(O, 1) / U^2 / KR
8190 D2 = 0: E1 = 0: D3 = D1: E3 = 0
8200 RETURN
8205 REM ** LINEER TRAPEZ **
8210 XM = SQR (ABS (Y (N, 2) * 2 * UZ (O, 1) / WP (O, 1)))
8220 IF XM < 0 OR XM > UZ(0, 1) THEN XM = UZ(0, 1) / 2
     + Y(N, 2) / WP(O, 1)
8230 IF XM < UZ(O, 1) OR XM > (L(N) - UZ(O, 1)) THEN 8250
8240 GOTO 8260
8250 XM = SQR (ABS (Y (N, 5) * 2 * UZ (O, 1) / WP (O, 1)))
8260 \text{ YM} = L(N) - UZ(O, 1)
8270 IF XM \leq YM AND XM > UZ(O, 1) THEN 8310
8280 IF XM \leq L(N) AND XM > YM THEN 8350
8290 M = -MI + Y(N, 2) * XM - WP(O, 1) * XM ^ 3 / 6 / UZ(O, 1)
8300 RETURN
```

```
8310 IX = -MI + Y(N, 2) * XM
     - WP(O, 1) * UZ(O, 1) / 2 * (XM - 2 * UZ(O, 1) / 3)
8320 IY = -WP(O, 1) * (XM - UZ(O, 1)) ^ 2 / 2
8330 M = IX + IY
8340 RETURN
8350 IX = -MI + Y(N, 2) * XM
     -WP(O, 1) * UZ(O, 1) / 2 * (XM - 2 * UZ(O, 1) / 3)
8360 IY = -WP(O, 1) * (XM - L(N))
     + UZ(0, 1)) ^ 2 / UZ(0, 1) * ((L(N) - XM + 2 * UZ(0, 1)) / 6)
8370 IZ = -WP(O, 1) * (L(N) - 2 * UZ(O, 1)) * (XM - L(N) / 2)
8380 M = IX + IY + IZ
8390 RETURN
8395 REM ** NONLINEER UCGEN **
8400 IK = WP(O, 1) / U ^ 5 / X / L(N) / KR
8410 IL = TT * (MI + MJ) / U ^ 3 / L(N) / KR
8420 IM = TT * WP(O, 1) * Y ^ 2 * L(N) / 3 / U ^ 3 / KR
8430 IN = TT * WP(O, 1) * X * Y * L(N) / 2 / U^{3} / KR
8440 IP = TT * WP(O, 1) * X ^ 2 * L(N) / 6 / U ^ 3 / KR
8450 IR = MI / U / KA
8500 \text{ A1} = \text{IK} + \text{IL} + \text{IM} + \text{IN} + \text{IP} + \text{IR}
8510 \text{ B1} = -\text{TT} * \text{MI} / \text{U}^2 / \text{KR}
8520 IL = -TT * WP(O, 1) * L(N) * C / 6 / Y / U^ 3 / KR
8530 IM = -WP(O, 1) * C / Y / L(N) / U ^ 5 / KR
8540 IN = TT * WP(O, 1) * X ^ 2 * L(N) * C / 6 / Y / U ^ 3 / KR
8550 IR = MJ * C / U / KB
8560 ISS = TT * (MI + MJ) * C / U ^ 3 / L(N) / KR
8570 \text{ IT} = \text{MJ} * \text{S} / \text{U}^2 / \text{KR}
8600 A2 = IL + IM + IN + IR + ISS + IT
8610 IR = TT * WP(O, 1) * L(N) * S / 6 / Y / U ^ 3 / KR
8620 ISS = WP(O, 1) * S / Y / L(N) / U ^ 5 / KR
8630 IT = -TT * WP(O, 1) * X ^ 2 * L(N) * S / 6 / Y / U ^ 3 / KR
8640 IV = -MJ * S / U / KB
8650 IX = -TT * (MI + MJ) * S / U ^ 3 / L(N) / KR
8660 IY = TT * MJ * C / U ^{2} / KR
8690 B2 = IR + ISS + IT + IV + IX + IY
8700 D1 = TT * WP(O, 1) / U ^ 2 / X / L(N) / KR
8710 D2 = -TT * WP(O, 1) / U^{2} / Y / L(N) / KR
8720 E1 = 0
8730 E2 = TT * WP(0, 1) / Y / U^2 / KR
8740 RETURN
8745 REM ** LINEER UCGEN **
8750 XM = SQR (ABS (Y (N, 2) * 2 * UZ (O, 1) / WP (O, 1)))
8760 IF XM < 0 OR XM > UZ(O, 1) THEN 8780
8770 GOTO 8790
8780 XM = L(N) - SQR(ABS(Y(N, 5) * 2 * (L(N) - UZ(O, 1)) / WP(O, 1)))
8790 IF XM > UZ(O, 1) THEN 8820
8800 M = -MI + Y(N, 2) * XM - WP(O, 1) * XM ^ 3 / 6 / UZ(O, 1)
8810 RETURN
8820 IX = -MI + Y(N, 2) * XM
     -WP(O, 1) * UZ(O, 1) / 2 * (XM - 2 * UZ(O, 1) / 3)
8830 IY = -WP(O, 1) * (XM - UZ(O, 1)) ^ 2 / (L(N) - UZ(O, 1))
     * (3 * L(N) - XM - 2 * UZ(O, 1)) / 6
8840 M = IX + IY
8850 RETURN
8895 IF R(N) < .001 THEN 8900 ELSE 8930
8900 \times MAX(N) = XM
8910 MMAX(N) = M
8930 Q = 6
8960 FOR XM = 0 TO L(N) STEP .5
```

```
8970 IF R(N) < .001 THEN 8980 ELSE 9000
8980 ON DEG(O, 1) GOSUB 7260, 7510, 7800, 8260, 8790
8990 GOTO 9250
9000 IF UZ(O, 1) = 0 THEN 9150
9010 IF DEG(O, 1) = 4 THEN 9040
9020 CV = L(N)
9030 GOTO 9050
9040 \text{ CV} = L(N) - UZ(O, 1)
9050 IF XM > UZ(O, 1) AND XM <= CV THEN 9170
9060 IF XM <= UZ(O, 1) THEN 9150
9070 A = A3: B = B3: D = D3: E = E3: LM = L(N) - XM
9080 IF N(N, 2) < -1E-30 THEN 9090 ELSE 9120
9090 C = (EXP(U * LM) + EXP(-U * LM)) / 2
9100 \text{ S} = (\text{EXP}(\text{U} * \text{LM}) - \text{EXP}(-\text{U} * \text{LM})) / 2
9110 GOTO 9130
9120 S = SIN(U * LM): C = COS(U * LM)
9130 M = KR * (TT * A * U ^ 2 * S + TT * B * U ^ 2 * C - D * LM - E)
9140 GOTO 9250
9150 A = A1: B = B1: D = D1: E = E1
9160 GOTO 9190
9170 A = A2: B = B2
9180 D = D2: E = E2
9190 IF N(N, 2) < -1E-30 THEN 9200 ELSE 9230
9200 C = (EXP(U * XM) + EXP(-U * XM)) / 2
9210 \text{ S} = (\text{EXP}(\text{U} * \text{XM}) - \text{EXP}(-\text{U} * \text{XM})) / 2
9220 GOTO 9240
9230 S = SIN(U * XM): C = COS(U * XM)
9240 M = KR * (TT * A * U ^ 2 * S + TT * B * U ^ 2 * C - D * XM - E)
9250 Q = Q + 1
9280 \text{ HH} = \text{HH} + 1
9290 \text{ MM}(N, HH) = M
9300 NEXT XM
9310 \text{ MM} = \text{MM}(N, 1)
9320 FOR X = 1 TO (L(N) * 2)
9330 Y = X + 1
9340 IF MM < MM(N, Y) THEN MM = MM(N, Y) ELSE 9350
9345 \text{ MM} = \text{MM}(N, Y) : XM = .5 * X
9350 NEXT X
9352 IF MMAX(N) > MM THEN 9353 ELSE 9358
9353 MM = MMAX(N): XM = XMAX(N)
9358 MMAX(N) = MM: XMAX(N) = XM
9359 \text{ HH} = 0
9360 NEXT O
9430 RETURN
12000 REM ** VERILERIN KAYDEDILMESI **
12350 OPEN DOS$ FOR APPEND AS #2
12380 PRINT #2, TAB(2)
12390 PRINT #2, TAB(2)
                                                  :"; VER$; TAB(49);
                         PROBLEM ADI
12400 PRINT #2, TAB(2)
12410 PRINT #2, TAB(2) || ELEMAN SAYISI
                                                  ;"; ES; TAB(49);
12420 PRINT #2, TAB(2) DEPLASMAN SAYISI
                                                  :"; DS; TAB(49);
12430 PRINT #2, TAB(2) || ELASTISITE MODULU
                                                  :"; EM; TAB(49);
12435 PRINT #2, TAB(2) POISSON ORANI
                                                  :"; PO; TAB(49);
12450 PRINT #2, TAB(2) ARA YUKLU EL. SAYISI :"; YS; TAB(49);
                                               :"; DYS; TAB(49);
12455 PRINT #2, TAB(2) DIREK YUK SAYISI
12460 PRINT #2, TAB(2) || ITERASYON SAYISI
                                                  :"; ITSAY; TAB(49);
12470 PRINT #2, TAB(2) □
12480 PRINT #2, : PRINT #2,
12490 PRINT #2,
```

```
12520 PRINT #2, TAB(25); "DUGUM"; TAB(35); "X"; TAB(45); "Y"
12530 PRINT #2, TAB(24); "----"; TAB(34); "----"; TAB(44); "----"
12540 FOR X = 1 TO DSAY
12550 PRINT #2, TAB(25); X; TAB(34); USING "##.##"; XY(X, 1);
12560 PRINT #2, TAB(43); USING "##.##"; XY(X, 2)
12570 NEXT X
12580 PRINT #2, : PRINT #2,
12590 PRINT #2, TAB(12); "ELAMAN"; TAB(20); "BOYU";
12600 PRINT #2, TAB(28); "ATALET"; TAB(40); "ALAN";
12610 PRINT #2, TAB(48); "I"; TAB(53); "J";
12620 PRINT #2, TAB(60); "KOD NUMARALARI"
12630 PRINT #2, TAB(12); "-----"; TAB(20); "-----";
12640 PRINT #2, TAB(28); "-----"; TAB(40); "-----";
12650 PRINT #2, TAB(47); "---"; TAB(52); "---";
12660 PRINT #2, TAB(57); "-----"
12670 FOR N = 1 TO ES
12680 PRINT #2, TAB(13); N; TAB(18); USING "###.##"; L(N);
12690 PRINT #2, TAB(26); USING "###.########; I(N);
12700 PRINT #2, TAB(38); USING "###.######; A(N);
12710 PRINT #2, TAB(47); UC(N, 1); TAB(52); UC(N, 2);
12720 PRINT #2, TAB(56); KOD(N, 1); TAB(60); KOD(N, 2);
12730 PRINT #2, TAB(64); KOD(N, 3); TAB(68); KOD(N, 4);
12740 PRINT #2, TAB(72); KOD(N, 5); TAB(76); KOD(N, 6)
12750 NEXT N
12760 PRINT #2, : PRINT #2,
12770 PRINT #2, TAB(23); "|";
12780 PRINT #2, TAB(39); "ELEMAN UC KUVVETLERI"
12790 PRINT #2, TAB(24); "-----
                                                 _____"
12800 PRINT #2, TAB(15); "eleman"; TAB(23); "|"
12810 PRINT #2, TAB(18); "no"; TAB(28); "Mij";
12820 PRINT #2, TAB(39); "Mji"; TAB(51); "Tij";
12830 PRINT #2, TAB(62); "Tji"; TAB(74); "Nj"
12840 PRINT #2, TAB(15); "------|";
12850 PRINT #2, TAB(24); "-----"
12860 FOR N = 1 TO ES
12870 PRINT #2, TAB(16); N; TAB(25); USING "############;
      Y(N, 3) - Y(N, 2) * DI(N);
12880 PRINT #2, TAB(36); USING "######.####";
      Y(N, 6) + Y(N, 5) * BI(N);
12890 PRINT #2, TAB(47); USING "######.#####; Y(N, 2);
12900 PRINT #2, TAB(58); USING "######.#####"; Y(N, 5);
12910 PRINT #2, TAB(69); USING "#############; Y(N, 4)
12920 NEXT N
12930 PRINT #2, : PRINT #2,
12980 PRINT #2, TAB(2); " Dep.no
                                    UC DEPLASMANLARI"
12990 PRINT #2, TAB(2); "
13000 FOR X = 1 TO DS
13010 PRINT #2, TAB(5); X; TAB(15); Q(X)
13020 NEXT X
13050 IF YS = 0 THEN 13370
13080 GOSUB 6600
13090 \text{ FOR } 0 = 1 \text{ TO YS}
13092 PRINT #2, : PRINT #2,
13095 \text{ LL} = 0
13100 N = P(O, 1)
13110 PRINT #2, TAB(2); "ELEMAN NO :"; N
13120 PRINT #2, TAB(2); "Mi:"; Y(N, 3) - Y(N, 2) * DI(N)13130 PRINT #2, TAB(2); "Mj:"; Y(N, 6) + Y(N, 5) * BI(N)13140 PRINT #2, TAB(2); "Xmax:"; XMAX(N)
```

## ÖZGEÇMİŞ

1984'de Diyarbakır' da doğdu. 2002 yılında Ziya Gökalp Lisesi'nden mezun oldu. 2009'da Dicle Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nden mezun oldu. Aynı yıl Dicle üniversitesi İnşaat Mühendisliğinde yüksek lisansa başladı. Özel sektörde serbest inşaat mühendisi olarak çalışmaktadır.