

BURSA TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ❖ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ İLE TABAKALI KOMPOZİT
KİRİŞLERİN DİNAMİK, STABİLİTE VE STATİK ANALİZLERİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Okan KIRLANGIÇ

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

MAYIS 2020

BURSA TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ❖ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ İLE TABAKALI KOMPOZİT
KİRİŞLERİN DİNAMİK, STABİLİTE VE STATİK ANALİZLERİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Okan KIRLANGIÇ
(171082904)**

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Şeref Doğuşcan AKBAŞ

MAYIS 2020



20.04.2016 tarihli Resmi Gazete’de yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince; Bu Lisansüstü teze, Bursa Teknik Üniversitesi’nin aboneli olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Fen Bilimleri Enstitüsü’nün belirlemiş olduğu ölçütlere göre uygun rapor alınmıştır.

İNTİHAL BEYANI

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belgelediğimi, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim.

Öğrencinin Adı Soyadı: Okan KIRLANGIÇ

İmzası:

X X X X



Aileme,

ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitim hayatım süresince her türlü desteği veren, tez çalışmamın oluşumunda ve yürütülmesinde desteğini esirgemeyen, değerli bilgi ve tecrübelerinden sürekli faydalandığım, danışmanım Doç. Dr. Şeref Doğuşcan AKBAŞ'a anlayışı ve katkılarından dolayı çok teşekkür ediyorum. Ayrıca maddi ve manevi olarak desteğini her zaman hissettiğim aileme teşekkürlerimi sunuyorum.

Mayıs 2020

Okan KIRLANGIÇ
İnşaat Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SEMBOLLER	viii
ÇİZELGE LİSTESİ	x
ŞEKİL LİSTESİ	xi
ÖZET	xiii
SUMMARY	xv
1. GİRİŞ	1
1.1 Kompozit Malzemeler	1
1.1.1 Tabakalı kompozit malzemeler	6
1.1.2 Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler	7
1.2 Çalışmanın Amacı ve İçeriği	9
1.3 Literatür Çalışması	10
1.4 Çalışmanın Özgün Değeri	14
2. TEORİ VE FORMULASYONLAR	15
2.1 Tabakalı ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kompozit Kirişlerin Euler-Bernoulli Kiriş Teorisine Göre Ritz Yöntemi Kullanılarak Statik Analizi	17
2.2 Tabakalı ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kompozit Kirişlerin Timoshenko Kiriş Teorisine Ritz Yöntemi Kullanılarak Statik Analizi	20
2.3 Tabakalı ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kompozit Kirişlerin Euler-Bernoulli Kiriş Teorisine Göre Ritz Yöntemi Kullanılarak Stabilite Analizi	24
2.4 Tabakalı ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kompozit Kirişlerin Timoshenko Kiriş Teorisine Göre Ritz Yöntemi Kullanılarak Stabilite Analizi	28
2.5 Tabakalı ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kompozit Kirişlerin Euler-Bernoulli Kiriş Teorisine Göre Ritz Yöntemi Kullanılarak Dinamik Analizi	31
2.5.1 Euler-Bernoulli kirişlerinin serbest titreşim analizi	31
2.5.2 Euler-Bernoulli kirişlerinin zorlanmış titreşim analizi	34
2.6 Tabakalı ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kompozit Kirişlerin Timoshenko Kiriş Teorisine Göre Ritz Yöntemi Kullanılarak Dinamik Analizi	39
2.6.1 Timoshenko kirişlerinin serbest titreşim analizi	39
2.6.2 Timoshenko kirişlerinin zorlanmış titreşim analizi	42
3. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA	49
3.1 Statik Analiz	49
3.2 Stabilite Analizi	57
3.3 Dinamik Analiz	60
4. SONUÇ VE ÖNERİLER	68
KAYNAKLAR	71
ÖZGEÇMİŞ	76

SEMBOLLER

A	: Kirişin Kesit Alanı
a_i, b_i, c_i	: Bilinmeyen Katsayılar
$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$: Koordinat Fonksiyonları
b, h	: Kesit Boyutları (Genişlik, Yükseklik)
B_1, B_2 ve B_3	: Newmark Denklemlerinde Kullanılan Katsayılar
c	: Sönüm Katsayısı
[C]	: Sönüm Matrisi
E	: Elastisite Modülü
ϵ_z	: Eksenel Şekil Değişirme
{F}	: Yük Vektörü
G	: Kayma Modülü
I	: Lagrange Fonksiyonu
i	: Kabul Edilebilir Fonksiyonlarda Yer Alan Polinom Sayısı
[K]	: Rijitlik Matrisi
K_s	: Kayma Düzeltme Faktörü
[K^G]	: Geometrik Rijitlik Matrisi
k	: Dizi terim sayısı
L	: Kirişin Uzunluğu
L/h	: Uzunluk/yükseklik oranı
[M]	: Kütle Matrisi
n	: Malzeme Dağılım Parametresi
η	: Viskoz Sönüm Oranı
\emptyset	: Dönme Açısı
P	: Noktasal Tekil Yük
P(Y)	: Malzeme Özelliklerinin Kalınlığa Bağlı Değişim Fonksiyonu
P_A	: Kirişin Alt Yüzeyine Ait Malzeme Özelliği
P_U	: Kirişin Üst Yüzeyine Ait Malzeme Özelliği
ρ	: Kütle Yoğunluğu
P_{cr}	: Kritik Burkulma Yüğü

$Q(t)$: Dinamik Nokta Yüğü
Q_0	: Dinamik Yüğü Genliği
$\{q(t)\}$: t anı için yer değiştirme vektörü
$\{\dot{q}(t)\}$: t anı için hız vektörü
$\{\ddot{q}(t)\}$: t anı için ivme vektörü
R	: Sönüm Fonksiyonu
T	: Kinetik Enerji İfadesi
t	: Zaman İfadesi
Δt	: Zaman Aralığı
u	: Eksenel Yer değiştirme
U_i	: Şekil Değiştirme Enerjisi
U_e	: Dış Kuvvetlerin Potansiyel Enerjisi
v	: Düşey Yer Değiştirme
ν	: Poisson Oranı
ω	: Doğal Frekans
$\bar{\omega}$: Zorlayıcı Yüğü Frekansı
X, Y, Z	: Kartezyen Koordinat Sistemi
γ_{zy}	: Kayma Şekil Deęiřtirmesi
σ_z	: Normal Gerilme
σ_{zy}	: Kayma Gerilmesi
Π	: Toplam Potansiyel Enerji İfadesi

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

- Çizelge 3.1:** Karşılaştırma çalışması; farklı uzunluk/yükseklik oranları için iki katmanlı kompozit kirişin maksimum düşey yer değiştirmeleri (m). **51**
- Çizelge 3.2:** Kıyaslama çalışması; fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin $L/h=20$ için boyutsuz temel frekansları **61**
- Çizelge 3.3:** Harmonik zorlama etkisi altındaki kirişte meydana gelen ve malzeme özelliklerine bağlı olarak değişen maksimum dinamik yer değiştirme değerleri (m). **63**
- Çizelge 3.3 (Devam):** Harmonik zorlama etkisi altındaki kirişte meydana gelen ve malzeme özelliklerine bağlı olarak değişen maksimum dinamik yer değiştirme değerleri (m). **64**



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1: Kompozit malzeme tipleri (Reddy, 2013, s. 10-14).....	1
Şekil 1.2: Rafale Savaş Uçağı (commons.wikimedia.org).....	3
Şekil 1.3: Boeing 787 yolcu uçağı (comsol.com).....	4
Şekil 1.4: Rüzgar türbini bıçağı (Gay, 2015, s. 218).....	5
Şekil 1.5: Karbon Fiber Kompozit Tenis Raketini (amazon.com).....	5
Şekil 1.6: Laminat Parkenin Bileşimi (krono-original.com).....	6
Şekil 1.7: Laminat plakanın kalınlığı boyunca şekil değiştirme ve gerilme değiştirimi (Elishakoff ve diğ. , s.14).....	7
Şekil 1.8: a) Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme b) Geleneksel Tabakalı Kompozit Malzeme (Mahamood ve Akinlabi, 2017, s.3).....	8
Şekil 2.1: Serbest ucunda (P) nokta yükü bulunan kompozit konsol kiriş. a) Tabakalı malzeme dağılımı b) Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme dağılımı.	15
Şekil 2.2: Malzemenin elastisite modülünün (E) kirişin kalınlığı (Y) boyunca değiştirimi.....	16
Şekil 2.3: (P) eksenel basınç kuvvetine maruz kalan kompozit konsol kiriş. a) Tabakalı malzeme dağılımı b) Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme dağılımı.	25
Şekil 2.4: Q(t) dinamik yüküne maruz kalan kompozit konsol kiriş. a) Tabakalı malzeme dağılımı b) Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme dağılımı.	34
Şekil 3.1: Kompozit kirişin statik analizine ait algoritma.	50
Şekil 3.2: Karşılaştırma çalışması; fonksiyonel derecelendirilmiş konsol kirişin farklı FDM katsayıları (n) için boyutsuz maksimum düşey yer değiştirmeler ile yük arasındaki ilişkinin incelenmesi.	51
Şekil 3.3: Fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit konsol kirişlerin farklı kiriş teorileri ve uzunluk/yükseklik oranları için yük-yer değiştirme ilişkilerinin incelenmesi.....	53
Şekil 3.4: Timoshenko Kiriş Teorisine (TKT) göre tabakalı konsol kompozit kirişler ile farklı FDM katsayısına sahip fonksiyonel derecelendirilmiş konsol kompozit kirişlerin mesnet noktasındaki normal gerilmelerin kirişin kalınlığı boyunca dağılımı.	54
Şekil 3.5: Timoshenko Kiriş Teorisine (TKT) göre tabakalı konsol kompozit kirişler ile farklı FDM katsayısına sahip fonksiyonel derecelendirilmiş konsol kompozit kirişlerin mesnet noktasındaki kayma gerilmelerinin kirişin kalınlığı boyunca dağılımı.	55
Şekil 3.6: Timoshenko Kiriş Teorisine (TKT) göre tabakalı konsol kompozit kirişler ile farklı FDM katsayısına sahip fonksiyonel derecelendirilmiş konsol kompozit kirişlerin şekil değiştirmiş konumları.	56
Şekil 3.7: Kompozit kirişin burkulma analizine ait algoritma.....	58
Şekil 3.8: Fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit kirişin kritik burkulma yükünün incelenmesi ve FDM katsayısının (n) etkisi.	59
Şekil 3.9: Karşılaştırma çalışması: Tabakalı kompozit kirişin dinamik davranışı. ...	61
Şekil 3.10: Fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit kirişlerin doğal frekans değerleri.....	62
Şekil 3.11: Fonksiyonel derecelendirilmiş ile Tabakalı kompozit kirişlerin zamana bağlı yer değiştirme grafikleri.....	66

Şekil 3.12 : Farklı malzeme dağılım parametreleri (n) için fonksiyonel derecelendirilmiş ve tabakalı kompozit konsol kirişlerin düşey yer değiştirmeleri $Y(m)$ ile dinamik yükün frekansı (ω) arasındaki ilişki. **67**



FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ İLE TABAKALI KOMPOZİT KİRİŞLERİN DİNAMİK, STABİLİTE VE STATİK ANALİZLERİ

ÖZET

Fonksiyonel derecelendirilmiş kompozit malzemeler, tabakalı kompozit malzemelerde oluşan bir takım olumsuz özellikleri iyileştirmek amacıyla oluşturulan yeni tip bir kompozit malzeme türüdür. Tabakalı kompozit malzemelerin arayüzlerinde oluşan gerilme yığılmaları, tabakalar arasında delaminasyon ve çatlaklara yol açmaktadır. Tabakalar arasındaki ani geçişten dolayı ortaya çıkan bu gerilme süresizliğini en aza indirmek için, fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile malzeme özellikleri kademeli olarak derecelendirilerek gerilme yığılmaları en aza indirilir. Bu çalışmada, tabakalı kompozit ile fonksiyonel derecelendirilmiş kompozit kirişlerin karşılaştırmalı analizleri yapılmıştır. Çalışmada, kompozit malzemeler konsol bir kiriş için düşünülmüş olup, statik, stabilite ve dinamik cevapları elde edilmiş ve kıyaslanmıştır. Statik analizde, her bir kompozit konsol kirişin ucunda tekil bir yük etkendirilerek, statik yer değiştirmeler ve gerilmeler elde edilmiştir. Stabilite analizinde, konsol kirişe serbest ucunda tekil basınç kuvveti etki ettirilmiş olup kritik burkulma yükleri elde edilmiş ve her bir kompozit türü için kıyaslanmıştır. Dinamik analizde ise, her iki kompozit kirişin doğal frekansları ile harmonik bir yük altında zorlanmış titreşim cevapları elde edilmiş ve kıyaslanmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme özellikleri kirişin kalınlığı boyunca bir fonksiyona bağlı olarak değişmektedir. Karşılaştırma çalışması için, tabakalı kompozit ve fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin malzeme özellikleri aynı malzemelerden seçilmiştir. Kiriş modelinde Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi ve Timoshenko Kiriş Teorisi kullanılmıştır. Problemin çözümünde enerji tabanlı Ritz metodu kullanılmış olup cebrik polinomlar Ritz metodu içinde deneme fonksiyonları ile temsil edilmiştir. Problemlerin çözümünde MATLAB programında kod ve algoritmalar yazılmış olup sayısal sonuçlar elde edilerek analizlere ait grafikler çizilmiştir. Statik davranışın incelenmesinde fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerde malzeme dağılım ve uzunluk/yükseklik oranının statik yer değiştirmelere ve gerilme dağılımlarına etkisi incelenmiş ve tabakalı kompozitlerin statik sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Stabilite analizinde; özdeğer problemi oluşturulmuş ve fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin kritik burkulma yükü hesaplanarak tabakalı durumla kıyaslanmıştır. Titreşim davranışlarının analizinde; probleme ait yönetici denklemler Lagrange prosedürü kullanılarak elde edilmiştir. Serbest titreşim sonuçlarının elde edilmesinde özdeğer prosedürü uygulanmıştır. Zorlanmış titreşim hareketinin çözümünde zaman tanım aralığında Newmark ortalama ivme yöntemi kullanılmıştır. Zorlanmış titreşim analizinde, sönüm etkisi de düşünülmüş olup, Kelvin-Voigt viskoelastik modeli kullanılmıştır. Malzeme dağılım parametresi ile dinamik parametrelerin fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin doğal frekansları ve zorlanmış titreşim davranışı üzerindeki etkileri elde edilmiş olup sonuçlar tabakalı kompozit sonuçlarıyla kıyaslanmıştır. MATLAB programı ile elde edilen sonuçların literatürdeki konuya yakın çalışmaların özel sonuçlarıyla karşılaştırma çalışmaları yapılmıştır. Ayrıca ANSYS yazılımı

kullanılarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırma çalışmaları yapılmış olup verilerin birbirine kıyasla uyumlu olduğu görülmüştür.

Anahtar kelimeler: Kompozit Malzemeler, Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemeler, Ritz Metodu, Statik Analiz, Dinamik Analiz, Stabilité Analizi



DYNAMIC, STABILITY AND STATIC ANALYSES OF FUNCTIONALLY GRADED AND LAYERED COMPOSITE BEAMS

SUMMARY

The functionally graded composite materials are new type composite materials produced for correcting the negative features of layered composite materials. The stress concentrations in the interfaces of layered composite materials cause delamination and cracks between the laminations. To minimize this stress discontinuity caused by the prompt transition among the laminations, the stress concentrations are minimized by gradually grading the material features with the functionally graded materials. In this study, the comparative analysis of layered composite and functionally graded composite beams is performed. The composite materials are considered for a cantilever beam and their static, stability and dynamic responses are achieved and compared. In static analysis, a single load is applied at the end of each composite cantilever beam and static displacements and stresses are obtained. In stability analysis, a point pressure force is applied at the free end of cantilever beam and critical buckling loads are obtained and compared for each composite type. In dynamic analysis, vibration responses forced under a harmonic load are obtained and compared with the natural frequency of the two composite beams. The feature of the functionally graded materials changes according to a function through the thickness of the beam. The Euler-Bernoulli Beam Theory and Timoshenko Beam Theory are used for the beam model. Energy based Ritz method is used for solving the problem and the algebraic polynomials are represented with the test functions in the Ritz method. For solving the problem, the codes and algorithms are written in MATLAB program; the numerical results are achieved and the graphics of the analysis are drawn. In analyzing the static behavior, the effect of the material distribution and ratio of the length/height of the functionally graded beams on the static displacements and stress distribution is analyzed and compared with the static results of the layered composites. In stability analysis, an eigenvalue problem is created and the critical buckling load of the functionally graded beam is calculated and compared with the layered case. In vibration behavior analysis, the governing equations of the problem are achieved by using Lagrange procedure. Eigenvalue procedure is used for achieving free vibration results. For solving the forced vibration, the Newmark average acceleration method is used in the time definition slot. For forced vibration analysis, the damping affect is also considered with Kelvin-Voigt viscoelastic model. The effects of material distribution parameters and dynamic parameters on the natural frequency and forced vibration responses of functionally graded beams are achieved and the results are compared with the results of layered composites. The results obtained with MATLAB program are both compared with the particular results of the relevant studies in literature and with the results obtained by using ANSYS software, which showed that the data are coherent when compared with each other.

Key Words: Composite Materials, Functionally Graded Materials, Ritz Method, Static Analysis, Dynamic Analysis, Stability Analysis



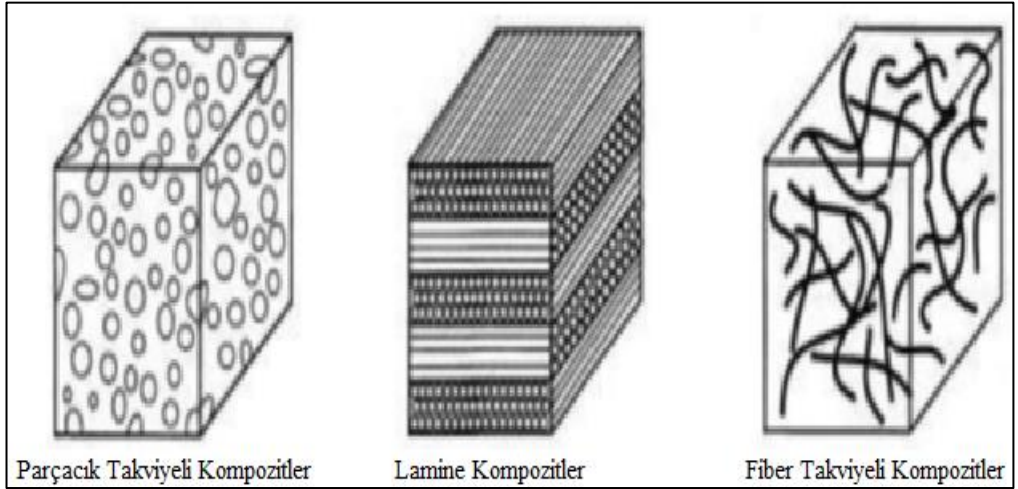
1. GİRİŞ

1.1 Kompozit Malzemeler

Kompozit malzemeler; iki veya daha fazla malzemenin, geleneksel malzemelerden daha iyi mühendislik özelliklerine sahip olacak şekilde birleştirilmesiyle oluşturulan malzemelerdir. Bu şekilde oluşturulan malzemelerle birlikte rijitlik, mukavemet, hafiflik, korozyona karşı direnç, termal özellikler, yorulma ömrü ve aşınma direnci gibi mühendislik yapılarındaki birçok önemli özellik geliştirilebilir. Kompozit malzemeler çoğunlukla fiber adı verilen bir takviye malzemesi (fiber) ile matris olarak adlandırılan ana malzemenin birleştirilmesiyle oluşur (Şekil 1.1).

Kompozit malzemeler genellikle üç farklı tipte oluşturulur:

- **Fiber Takviyeli Kompozitler:** Matris malzeme içerisinde fiberlerin kullanılmasıyla oluşur.
- **Parçacık Takviyeli Kompozitler:** Matris malzeme içerisinde makro boyutlu parçacıkların oluşturduğu malzeme kullanılmasıyla oluşur.
- **Lamine Kompozitler:** Farklı tipte malzemelerin katmanlarını oluşturduğu tabakalı kompozit tipidir.

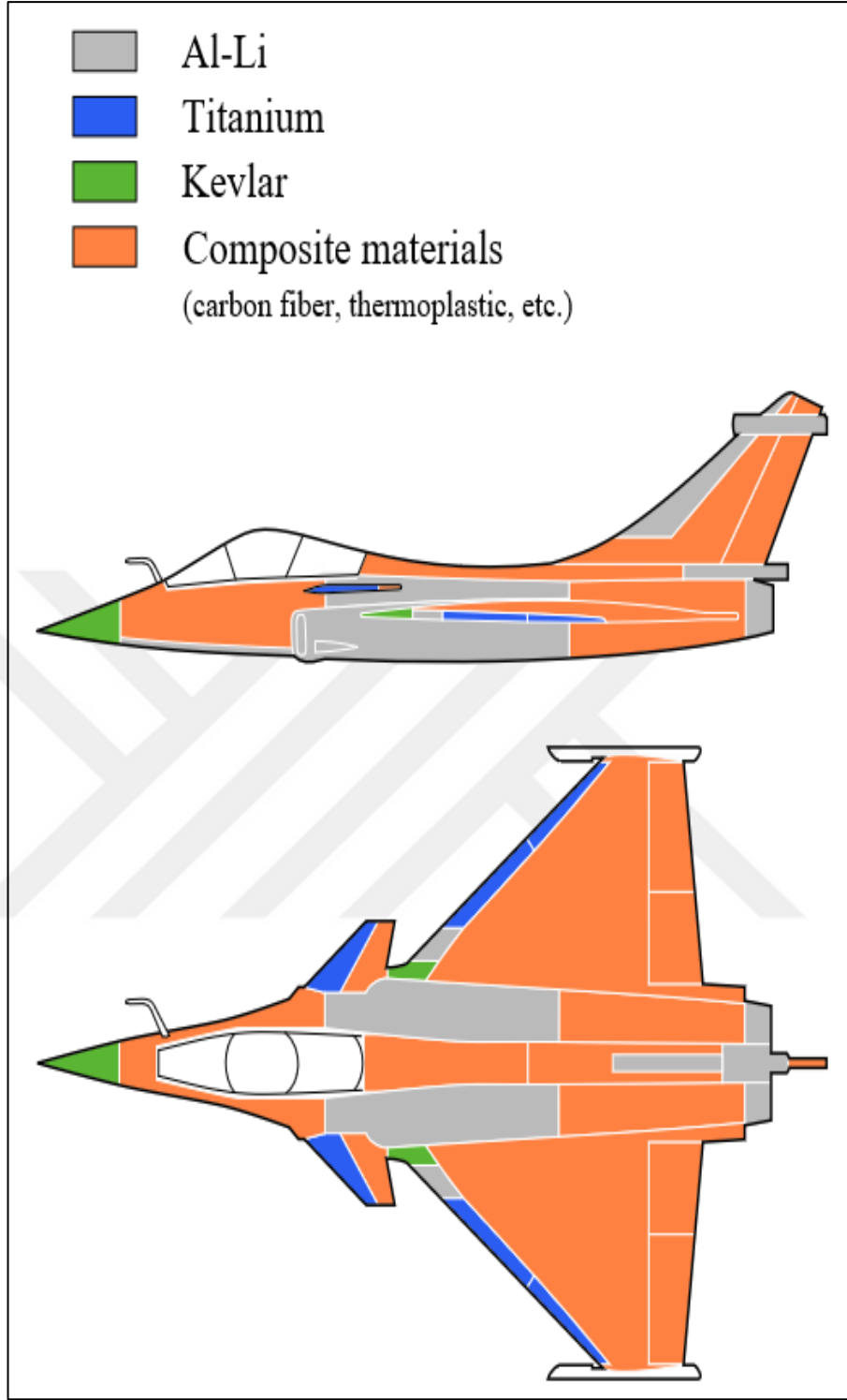


Şekil 1.1: Kompozit malzeme tipleri (Reddy, 2013, s. 10-14).

Kompozit malzemelerin kullanımı antik çağlara dayanmaktadır. Milattan önce 1500’lerde Mısırlılar ve Mezopotamya uygarlıkları güçlü ve dayanıklı yapılar oluşturmak için çamur ve saman karışımını kullanmışlardır. M.S. 1200’lü yıllarda Moğollar ahşap, boynuz, hayvan tendonu ve hayvan tutkalı kombinasyonu ile preslenen ve huş ağacı kabuğuyla sarılan ilk kompozit yayı icat etmişlerdir. Yayın gerilmeye maruz kalan kesimleri inek tendonuyla güçlendirilmiş, sıkışma kuvvetleri etkisindeki kısmı ise boynuzla güçlendirilerek belirli bir kuvvetten sonra kırılması engellenmiştir. Çok güçlü ve hassas olan bu yaylar Cengiz Han’ın askeri hakimiyetinde etkili olmuştur çünkü barutun icadına kadar dünyadaki en güçlü silah konumundaydılar. 1900’lerin başlarında vinil, polistiren, fenolik ve polyester gibi plastikler geliştirilmiştir. Fakat bu plastikler tek başına yapısal uygulamalarda yeterli mukavemeti sağlayamadığından, rijitlik ve dayanım için takviye gerekmiştir. 1935’te Owens Corning, ilk fibreglası tanıtmıştır. Cam elyaflar plastik polimer ile birleştiğinde inanılmaz derecede güçlü aynı zamanda da hafif yapıda malzeme oluşturmuştur. Bu malzemeler teknelerde ve havacılık sektöründe kullanılmıştır.

Kompozit malzemeler başta havacılık, inşaat, enerji, ulaştırma, deniz araçları ve spor ürünleri olmak üzere oldukça geniş bir kullanım alanına sahiptir. Genel olarak uygulamalarda hafiflikle birlikte yüksek mukavemet ve rijitliğin gerekli olduğu yerlerde yüksek performanslı fakat daha maliyetli olan karbon fiber kompozitler kullanılır, ağırlığın kritik olmadığı uygulamalarda ise daha az maliyetli fibreglas kompozitler kullanılmaktadır.

Savaş uçaklarında sağlamlığın yanı sıra ağırlık büyük bir öneme sahiptir. Bu tip uçaklarda kompozitlerin oranı uçak gövdesi ağırlığının yüzde 20 ile 40’ını oluşturmaktadır. Helikopterlerde cam elyaf takviyeli rotor kanatları daha iyi yorulma dayanımı sağlamak amacıyla kullanılmıştır. Kompozit malzemelerin askeri havacılıkta kullanımına Fransız Hava Kuvvetlerine ait Rafele savaş uçağı örnek verilebilir. Şekil 1.2’de görüldüğü üzere uçağın imalat sürecinde birçok parçada kompozit malzemelerin kullanımı uygun görülmüştür; gövdenin yüzde 29’u ve dış yüzeyin dörtte üçü oranında yüksek performanslı kompozit malzemeler kullanılmış olup uçak gövde kütlesinde ciddi oranda azalma sağlanmıştır.



Şekil 1.2: Rafale Savaş Uçağı (commons.wikimedia.org).

Büyük ve küçük ölçekli ticari uçaklarda ağırlığı azaltma ve yakıt performansını artırma amacıyla kompozit malzemelerin kullanımı önem arz eder. Örneğin Boeing 787 yolcu uçağının kütlece yüzde 50'si kompozit malzemelerden oluşmaktadır. Bu uçağın kendi sınıfındaki diğer uçaklara kıyasla yüzde 20 daha az yakıt tükettiği iddia edilmektedir (Şekil 1.3).

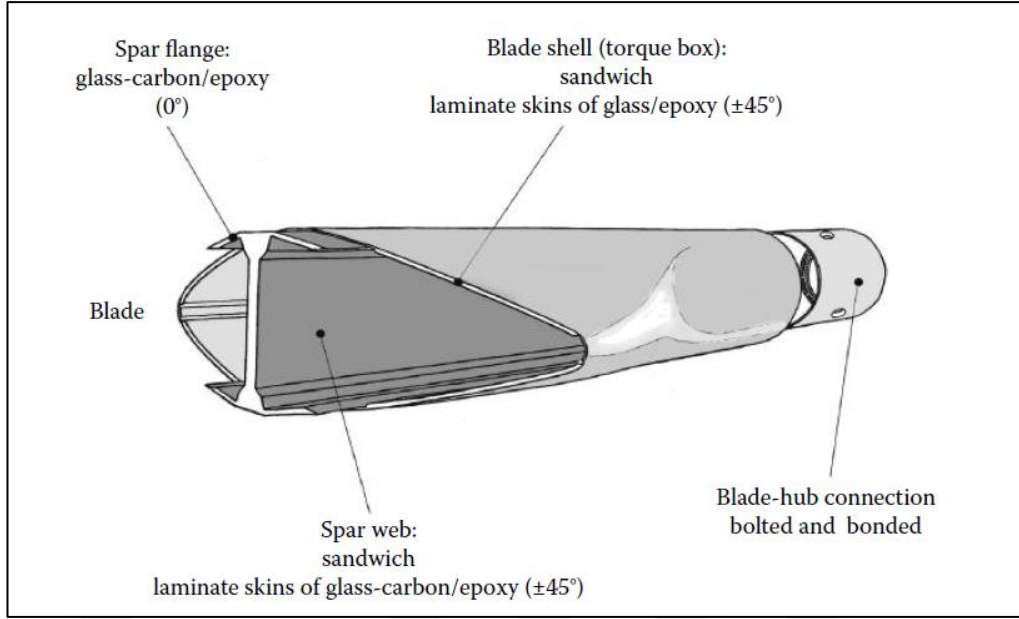


Şekil 1.3: Boeing 787 yolcu uçağı (comsol.com).

Büyük otomobil üreticileri aracın performans ve ağırlık gereksinimlerini karşılamak ve yakıt verimliliğini arttırmak için kompozitlere yönelmişlerdir. Otomotiv endüstrisinde polimer matrisli kompozitler kullanılmış olup, yakıt tasarrufu, yüksek performans, düşük karbondioksit salınımı ve ısı dayanımı gibi birçok özelliğin iyileştirilmesi amaçlanmıştır. Maliyetin engel olmadığı yüksek performanslı Formula 1 yarış arabalarında süspansiyon, kanatlar ve motor kapağı dahil şasilerin çoğu karbon fiber kompozitlerden imal edilmiştir.

Korozyon deniz endüstrisinde ekonomik açıdan büyük bir problemdir. Kompozitler, metaller gibi korozyona uğramadığı ve ahşap gibi çürümediği için bu problemle kolaylıkla başa çıkabilirler. Küçük balıkçı teknelerinden büyük yarış yatlarına kadar değişen farklı büyüklükteki teknelerin gövdeleri cam elyafı ve polysterden yapılıdır.

Rüzgâr enerjisi dünyanın en önemli enerji kaynaklarından biridir. Büyük rüzgâr türbinlerinin bıçakları elektrik enerjisinin üretim verimliliğini arttırmak ve korozyon problemlerini azaltmak için kompozitlerden yapılıdır (Şekil 1.4).



Şekil 1.4: Rüzgar türbini bıçağı (Gay, 2015, s. 218).

Fiberglas ürünler zamanla tenis raketleri, kayaklar, sörf tahtaları gibi spor aletlerinde kullanılmaya başlanılmıştır. Bor-epoksi ve grafit-epoksi gibi daha pahalı fiber sistemler golf kulüplerinde ve tenis raketlerinde (Şekil 1.5) kullanılmaktadır. Grafit-epoksi ayrıca sismik olarak aktif bölgelerde köprü kolonlarının güçlendirilmesinde kullanılmaktadır.



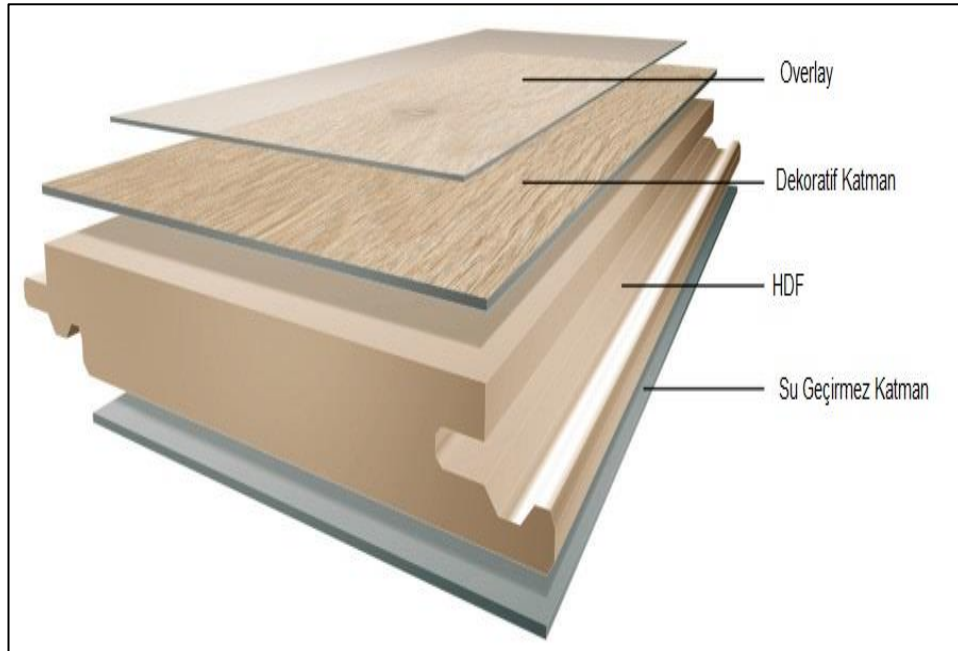
Şekil 1.5: Karbon Fiber Kompozit Tenis Raketini (amazon.com).

1.1.1 Tabakalı kompozit malzemeler

“Lamine Kompozit Malzeme” olarak da adlandırılan tabakalı kompozit malzemeler mukavemet, gözeneklilik, ısı iletimi, ağırlık, yüzey sertliği gibi mühendislik özellikleri bakımından birbirinden farklı malzemelerin herhangi bir teknikle veya bir yapıştırıcıyla birleştirilmesi sonucu oluşturulurlar. Farklı tabakaların birbirine yapıştırılarak oluşturulmasının bir sonucu olarak tabakalı kompozit malzemeler yapısal olarak diğer kompozit türlerinden farklılık göstermektedir. Taneli kompozitler veya liflerle donatılı kompozitlerde yapılan sürekli ve dağınık faz, matris ve faz gibi nitelermeler ve ayrımlar tabakalı kompozit malzemeler için geçerli değildir.

Tabaka niteliğindeki birçok malzeme tabakalı kompozit malzemelerin üretiminde kullanılabilir. Burada önemli olan birbirlerinin özelliklerini olumlu yönde etkileyecek türden malzemelerin birleştirilmesidir. Kısaca bu birleştirmenin amacı, dayanımın, sertliğin, korozyon direncinin ve ısı direncin artırılması ile ısı, su ve ses yalıtımında kullanılacak nitelikte malzeme elde edilmesidir. Tabakalı kompozit malzemelerde kullanılan başlıca malzemeler genel olarak; metal tabakalı, cam tabakalı, plastik esaslı tabakalı ve ahşap tabakalı kompozit malzemeler olarak değerlendirilebilir.

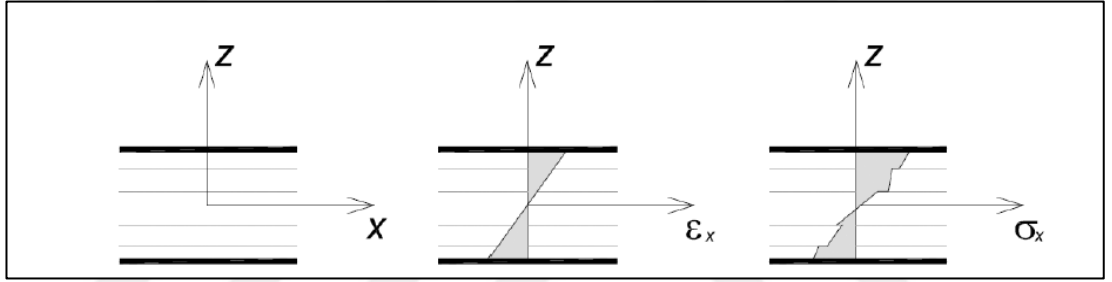
Tabakalı Kompozitler yapı alanında; yüzey kaplama (Şekil 1.6) ve hacimlerin bölünmesiyle ilgili alanlar, yalıtım ve korunuma yönelik imalatlar, taşıyıcı eleman yapımı ve iç mekân çalışmaları gibi birçok farklı grupta değerlendirilmektedir (Ersoy).



Şekil 1.6: Laminat Parkenin Bileşimi (krono-original.com).

1.1.2 Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler

Kompozit malzemelerin yüksek mukavemet, yüksek rijitlik, korozyon direnci, yorulma ömrü, hafiflik ve buna benzer birçok mühendislik özelliklerinde sahip olduğu üstün davranışları onların başta yüksek performanslı uçaklarda, uzay araçlarında ve otomobil parçalarında olmak üzere birçok alanda kullanılmasına yol açmıştır. Geleneksel lamine kompozit yapılar, homojen elastik tabakalar geliştirilmiş mekanik ve malzeme özellikleri elde etmek için birbirine bağlanır ve malzeme tabakaları arasında keskin bir arayüz oluşur. Lamine kompozit yapıların anizotropik yapısı genellikle malzeme ve geometrik süreksizlik bölgelerinde gerilme yığılmalarına yol açar bu da malzemenin çatlaması ve tabakaların birbirinden ayrılması gibi hasarlara sebep olur (Şekil 1.7).

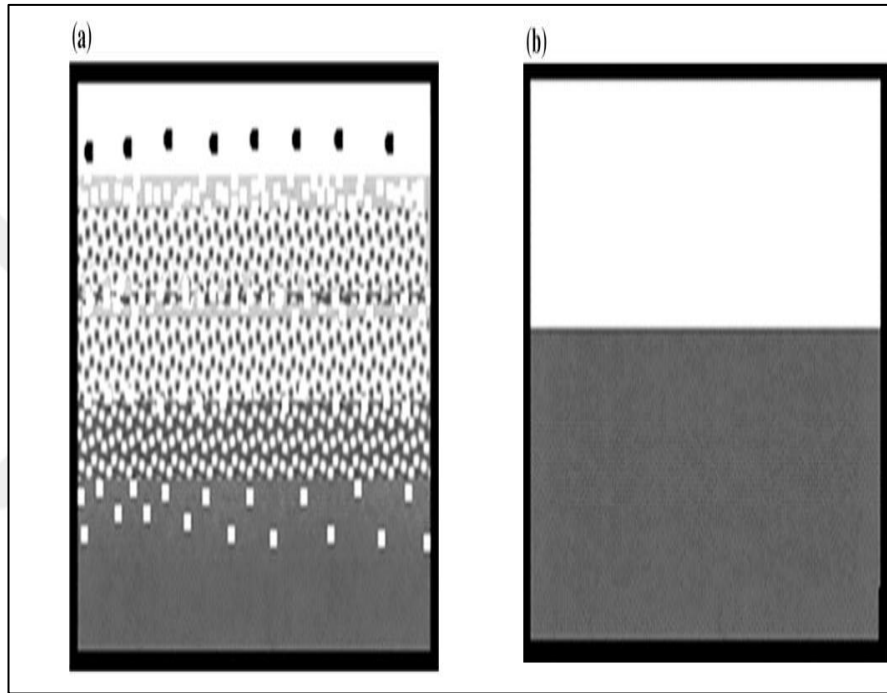


Şekil 1.7: Laminat plakanın kalınlığı boyunca şekil değiştirme ve gerilme değişimi (Elishakoff ve diğ. , s.14).

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM) bir yüzeyden diğerine geçişte malzeme özelliklerinin sürekli değiştiği ve dolayısıyla lamine kompozit yapılar bulunan gerilme konsantrasyonlarını hafifleten bir kompozit sınıfıdır. FDM'lerin üretiminin amacı malzemenin mekanik, fiziksel ve kimyasal özelliklerinin sürekli değişime uğraması yoluyla malzeme içerisindeki makroskopik sınırın ortadan kaldırılması ve böylece malzemenin diğer kompozit malzemelere kıyasla çok daha üstün mekanik özelliklere sahip olmasıdır.

FDM fikri ilk olarak 1984 yılında bir uzay araç projesi kapsamında çok yüksek sıcaklık farkına dayanabilen türde kompozit malzeme gerektiren bir problem üzerine ortaya çıkmıştır. Problemden, kompozit malzemenin bir tarafı 2000 K° sıcaklığa maruz kalmış ve bu sıcaklığın kompozitin diğer tarafına iletilmemesi amaçlanmıştır. Yani aracın iç ve dış kısmı arasında 1000 K° sıcaklık gradyanına maruz kalacak bir kompozit malzemeye ihtiyaç vardır.

Geleneksel kompozit malzemeler bu tür aşırı şartları karşılayamadığından, uygulamada denenmesine rağmen başarısız olunmuştur. Başarısızlığın sebebi delaminasyon yani lamine kompozit malzemelerin birbirine bağlandığı bölgeden ayrılmasıdır. Arayüzde bulunan yüksek gerilim konsantrasyonu süreksizliğe sebep olmuştur. Araştırmacılar ikinci malzemeyi kademeli olarak ilk malzemeyle birleştirmeye çalışmışlardır ve bu şekilde keskin arayüzü yavaş yavaş değişen arayüze dönüştürerek malzemenin istenilen yüksek sıcaklık farkına dayanabilmesini sağlamışlardır (Şekil 1.8).



Şekil 1.8: a) Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme b) Geleneksel Tabakalı Kompozit Malzeme (Mahamood ve Akinlabi, 2017, s.3).

1987 yılında Japonya Eğitim ve Bilim Bakanlığı tarafından başarılı bir FDM çalışması büyük bir projede kullanılmak üzere kabul edilmiştir. 1987- 1991 arası süreçte Japon bilim adamları tarafından “Termal gerilme gevşemesi için fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme geliştirme teknolojisi üzerine çalışma” yürütülmüştür. 1992 yılında FDM'ler Japonya'daki en gelişmiş 10 teknolojidten birisi olarak seçilmiştir. O süreçten sonra FDM teknolojisi önem kazanmış ve dünya çapında birçok araştırmacının dikkatini çekmiştir (Besisa ve Ewais).

FDM'lerde üretim metodu olarak; buhar biriktirme yöntemleri, toz metalürjisi, santrifüj yöntemi, plazma spreyleme, endüksiyonla yığma gibi yöntemler kullanılabilir.

FDM'ler otomobil, savunma sanayi, enerji, elektrik/elektronik, denizcilik, biyomedikal, termoelektrik, uzay ve havacılık gibi geniş bir uygulama alanına sahiptirler.

Havacılık ve Uzay sanayisi FDM'lerin geliştirildiği ve uygulandığı ilk alan olmakla birlikte malzemenin bu sektörde kullanımını yıldan yıla artmaktadır. Roket motor parçaları, uzay aracı kafes yapısı, ısı değişim panelleri, kamera muhafazası, türbin tekerlekleri, türbin kanat kaplamaları ve uzay mekiği gibi birçok havacılık ekipman ve yapılarında FDM'ler kullanılmaktadır. Otomobil endüstrisinde FDM'lerin kullanımı yüksek maliyetleri sebebiyle sınırlı olsa da dizel motor pistonları, amortisörler ve volanlar gibi önemli parçalarda malzeme tercih edilmektedir. Biyomedikal alanında diş hekimliği ve kemik protezi için ortopedik uygulamalarda FDM'ler kullanılmaktadır. FDM'lerin çatlağı önleyerek penetrasyona karşı dayanıklı olması onu savunma sanayinde kullanılabilir hale getirmiştir; kurşun geçirmez yelekler, zırh plakaları ve kurşun geçirmez araç gövdesinde malzeme kullanılmaktadır. FDM'ler enerji sektöründe; enerji dönüşüm cihazlarında, termal bariyerlerde ve türbin kanallarında kaplama olarak kullanılmaktadır. FDM'ler Denizcilik endüstrisinde, denizaltılarında pervane şaftında, dalış silindirlerinde ve silindirik basınçlı gövde içinde kullanılmaktadır. FDM'lerin kullanımı yalnızca bunlarla sınırlı olmayıp gelecekte maliyetinin azalmasıyla beraber malzemenin kullanımının artması beklenmektedir (Mahamood ve Akinlabi).

1.2 Çalışmanın Amacı ve İçeriği

Bu çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedan oluşan kiriş ile tabakalı kompozit kirişlerin dinamik, stabilite ve statik analizleri incelenmiştir. Kirişin modellemesinde Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorilerinden faydalanılmış ve enerji tabanlı Ritz yöntemi problemin çözümünde kullanılmıştır. Denklemlerin elde edilmesinde Hamilton prensibinden faydalanılmıştır. Farklı malzeme dağılımları, farklı kiriş teorileri ve farklı geometrik özelliklere göre fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedan oluşan kiriş ve tabakalı kompozit malzemedan oluşan kirişler için sonuçlar elde edilip kıyaslanmıştır. Problemin çözümü için kullanılacak hesaplamalarda MATLAB programlama dili kullanılmış olup elde edilen formülasyon ve sonuçlar literatürdeki benzer çalışmaların sonuçları ile kıyaslanmıştır.

1.3 Literatür Çalışması

Literatürde bu alanda yapılmış çalışmalarda; Lewandowski (1987), Ritz metodunu kullanarak kirişlerin doğrusal olmayan serbest titreşim analizini yapmıştır. Hareket denklemlerini Hamilton prensiplerini kullanarak elde etmiştir. Reddy (2000), fonksiyonel derecelendirilmiş plakların Navier çözümünü üçüncü derece kesme deformasyon plak teorisine dayanarak yapmıştır. Problemin çözümünde sonlu elemanlar modeli kullanılmıştır. Sankar (2001), enine yüklere maruz kalan fonksiyonel derecelendirilmiş bir kiriş için elastik çözüm üzerine çalışmıştır. Fasana ve Marchesiello (2001), araştırmalarında viskoelastik tabakaya sahip sandviç kirişlerin modal frekanslar ve kayıp faktörler açısından dinamik davranışın tahmin edilebilme olasılığını incelemiştir. Problem Rayleigh-Ritz metodu ile ele alınmıştır ve böylece hemen hemen her sınır koşulu tek bir prosedür kullanılarak analiz edilmiştir. Deschilder ve diğ. (2006), fonksiyonel olarak derecelendirilmiş bir kirişin doğrusal olmayan yapısal analizini büyük sapma teorisine dayanarak yapmışlardır. Eryiğit (2006), dairesel delikli tabakalı kompozit kirişlerde yanal yük etkisi ile oluşan burkulma davranışlarını incelemiştir. İlk olarak deliksiz kirişlerde yanal kritik burkulma yükleri teorik, deneysel ve nümerik olarak elde edilmiş, daha sonra ise dairesel delik bulunması halinde yapılan deneylerin sonucuyla kıyaslanmıştır. Sonlu elemanlar paket programı ANSYS yardımıyla, kiriş boyutunun, kirişteki dairesel deliğin konum ve boyutlarının yanal kritik burkulma yüküne etkileri farklı fiber açılımlarına göre incelenmiştir. Chi ve Chung (2006), basit mesnetli sınır koşuluna sahip fonksiyonel derecelendirilmiş plak yapısının enine yük etkisindeki mekanik davranışını sonlu elemanlar yöntemiyle araştırmıştır. Pavanivel (2006), yüksek mertebeden kayma deformasyon teorisine dayalı sonlu elemanlar yöntemi kullanarak lamine kompozit kirişlerin serbest titreşim analizini gerçekleştirmiştir. Zhong ve Yu (2007), fonksiyonel olarak derecelendirilmiş konsol kirişin farklı yükler altındaki gerilme analizini incelemiştir. Aydoğdu ve Taşkın (2007), basit mesnetli fonksiyonel derecelendirilmiş bir kirişin serbest titreşim analizini yapmıştır. Temel denklemler Hamilton prensipleri kullanılarak bulunmuş ve Navier tipi çözüm yöntemi kullanılarak frekanslar elde edilmiştir. Kadoli ve diğ. (2008), yüksek dereceden kayma deformasyon teorisini kullanarak fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden oluşan kirişin statik analizini yapmışlardır. Li (2008), fonksiyonel derecelendirilmiş Timoshenko ve Euler-Bernoulli kirişlerinin statik ve dinamik analizini dönme ve

kayma deformasyonun etkisiyle incelemek için bir yaklaşım geliştirmiştir. Benatta ve diğ. (2008), fonksiyonel derecelendirilmiş simetrik kirişlerin eğilme analizini yüksek mertebeden kiriş teorisi yardımıyla yapmışlardır. Şimşek (2009), üniform dağılımlı yük etkisi altındaki fonksiyonel derecelendirilmiş bir kirişin statik analizini Ritz metoduyla yapmıştır. Enine ve aksenal sapmaları gösteren deneme fonksiyonları trigonometrik fonksiyonlar ile ifade edilmiştir. Çalışmada çeşitli kısımlardaki malzeme dağılımları ile kirişte oluşan gerilmeler incelenmiştir. Saidi ve diğ. (2009), fonksiyonel derecelendirilmiş dairesel plakların aksenal simetrik eğilme ve burkulma analizini üçüncü mertebeden kayma deformasyon teorisini kullanarak incelemişlerdir. Amirani ve diğ. (2009), çekirdek malzeme olarak fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin kullanıldığı sandviç kirişlerin serbest titreşim analizini Galerkin yöntemini kullanarak incelemişlerdir. Kang ve Li (2009), fonksiyonel derecelendirilmiş konsol kirişin doğrusal olmayan statik analizini yapmışlardır. Mohammadi ve diğ. (2010), fonksiyonel derecelendirilmiş narin dikdörtgen plakların burkulma analizini klasik plak teorisi kullanarak yapmışlardır. Apatay (2010), fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedan yapılan bir kaplamada yüzeye temas eden düzgün profilli sürtünmeli rijit bir zımba etkisinde kaplamada yer alan bir kenar çatlak için gerilme şiddeti çarpanları hesaplamıştır. Düzlem elastisite denklemleri Fourier transformlarıyla tekil integral denklemlere dönüştürülmüş ve Jacobi polinomları yardımıyla çözülmüştür. Zımba genişliği, zımba konumu, sürtünme katsayısı ve malzeme parametrelerinin yüzey altı gerilmelerine ve gerilme şiddeti çarpanlarına etkisi incelenmiştir. Kocatürk ve Akbaş (2011), çeşitli sınır koşullarında, düzensiz termal yüklere maruz kalan Timoshenko kirişlerin burkulma sonrası analizini incelemişlerdir. Danesh ve diğ. (2012), konik nanorodun aksenal titreşim analizini diferansiyel kareleme yöntemini kullanarak incelemişlerdir. Mohammadi ve diğ. (2013), Visko – Pasternak temeline gömülü halka şeklindeki grafen tabakanın titreşim analizini sıcaklık etkisi altında incelemişlerdir. Pradhan ve Chakraverty (2013), Rayleigh-Ritz yöntemini kullanarak fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin farklı sınır koşullarında birinci mertebeden kayma deformasyon teorisine dayalı serbest titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. Akbaş (2013a), bir kenarı çatlamış fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin serbest titreşim analizini Euler-Bernoulli kiriş teorisini ve sonlu elemanlar metodunu kullanarak incelemiştir. Akbaş(2013b), fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedan oluşan kenar çatlaklı Timoshenko kirişlerinin doğrusal olmayan statik analizini sonlu elemanlar yöntemini kullanarak gerçekleştirmiştir. Su

ve diğ. (2013), fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşim analizi için dinamik bir rijitlik metodu uygulamışlardır. Li ve Batra (2013), eksenel basınç yüküne maruz kalan fonksiyonel derecelendirilmiş Timoshenko ve Euler-Bernoulli kirişleri arasındaki analitik ilişkileri kritik burkulma yükü çerçevesinde araştırmışlardır. Akgöz ve Civalek (2013), bileşik gerilme teorisini kullanarak fonksiyonel derecelendirilmiş konik mikro kirişlerin serbest titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. Asemi ve diğ. (2014), tek katmanlı ortotropik bir grafen tabakasının doğrusal olmayan stabilite analizini Eringen'in teorisini kullanarak yapmışlardır. Akbaş (2015a), Winkler temeline oturan fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin statik eğilme ve serbest titreşim analizini Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorisini kullanarak incelemiştir. Akbaş (2015b), darbe kuvveti etkisi altındaki fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden oluşan konsol kirişin termal değişiklikler altındaki analizini Euler-Bernoulli kiriş teorisini kullanarak incelemiştir. Safarabadi ve diğ. (2015), dönen nano kirişin serbest titreşim analizini ve yüzey enerjisinin titreşim frekansını üzerindeki etkisini incelemiştir. Vo ve diğ. (2015), fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişin burkulma ve serbest titreşim davranışını bir sonlu eleman modeli ile analiz etmişlerdir. Avcar (2016), elastik temel üzerine oturan fonksiyonel dereceli kirişlerin eksenel kuvvet etkisindeki titreşim analizini araştırmıştır. Wattanasakulpong ve Mao (2015), fonksiyonel derecelendirilmiş Timoshenko kirişlerinin farklı sınır koşullarındaki dinamik davranışını Chebyshev kollokasyon metodu ile incelemiştir. Nguyen ve diğ. (2016), Lamine kompozit kirişlerin analizinde çeşitli sınır koşullarını sağlayan trigonometrik serilere dayanan analitik bir çözüm geliştirmişlerdir. Çalışmalarında lamine kompozit kirişlerin; statik, burkulma ve titreşim analizlerinin incelenmesi amacıyla yüksek mertebeli kiriş teorisi üzerinde durmuşlardır. Temel hareket denklemleri Lagrange denklemlerinden türetilmiştir. Özütok ve Madenci (2017), yüksek mertebeden kayma deformasyon teorisine dayanan karışık tip sonlu elemanlar yöntemi ile lamine kompozit kirişlerin statik analizini gerçekleştirmişlerdir. Civalek (2017), Katmanları fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemeden oluşan lamine kompozit panellerin titreşim analizini incelemiştir. Akbaş (2017), fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin termal etkiler altındaki statik analizini yapmıştır. Mohammadi ve Rastgoo (2018), yeni nesil nanoyapıların harmonik yükler altındaki titreşim hareketini incelemiştir. Ghasemi ve Mohandes (2018), fiber-metal laminant ve kompozit silindirik yapıların titreşim hareketlerini karşılaştırmışlardır. Akbaş (2018a), sonlu elemanlar yöntemini

kullanarak fonksiyonel derecelendirilmiş ortotropik bir kirişin statik ve dinamik analizini yapmıştır. Akbaş (2018b), iki malzemeli kompozit bir kirişin dış basınç yükü etkisindeki serbest ve zorlanmış titreşim analizini sonlu elemanlar yaklaşımıyla gerçekleştirmiştir. Karamanlı (2018), Timoshenko kiriş teorisi ve Ritz metodunu kullanarak lamine kompozit ve sandviç kirişlerin farklı sınır koşullarında eğilme davranışını incelemiştir. Çalışmanın doğruluğunu ispatlamak için; orta açıklık sapması, eksenel ve kayma gerilmelerinin sonuçları önceki çalışmalarla karşılaştırılmış ve fiber açısı, yerleşim ve uzunluk/yükseklik oranının şekil değiştirme ve gerilme üzerindeki etkileri gözlemlenmiştir. Mahmoudi ve diğ. (2018), elastik temele oturan fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşiminde, mikro mekanik modellerin etkilerini incelemiştir. Moradi ve diğ. (2018), Visko-Pasternak temeline dayanan fonksiyonel dereceli nanoplağın Magneto-Termo etkileri ile titreşimini araştırmışlardır. Zargaripoor ve diğ. (2018), fonksiyonel derecelendirilmiş nanoplağın serbest titreşim analizini esneklik teorisi ve sonlu elemanlar metodunu kullanarak gerçekleştirmiştir. Sayyad ve Ghugal (2018), fonksiyonel olarak derecelendirilmiş yüksek mertebeden kirişlerin eğilme, burkulma ve serbest titreşim analizlerini yapmışlardır. Kayma deformasyonunun kirişteki etkisini değerlendirmek için, hiperbolik kayma deformasyon teorisi kullanılmıştır. Hamilton ilkeleri hareket denklemleri türetmek için kullanılmış ve Navier 'in tekniği kullanılarak basit mesnetli sınır koşulları için analitik çözümler elde edilmiştir. Chen ve diğ. (2018), fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli plağın burkulma ve eğilme analizini Cherbyshev – Ritz yöntemiyle yapmışlardır. Birinci dereceden kayma deformasyonuna dayanan plak teorisinden temel denklemler türetilmiş, daha sonra Cherbyshev polinomları Ritz metodu kullanılarak çözülmüştür. Kayma burkulma yükleri, bükülme eğilmeleri ve gerilmeler elde edilmiş. Sayısal sonuçlar geleneksel katmanlı plaka ile karşılaştırılmıştır. Akbaş (2019a), fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişlerin harmonik yük altındaki zorlanmış titreşim analizini sonlu elemanlar yöntemini kullanarak yapmıştır. Akbaş (2019b), lamine kompozit kirişlerin higrotermal etki altında doğrusal olmayan statik analizini birinci mertebeden kiriş teorisine dayalı sonlu elemanlar yöntemini kullanarak yapmıştır. Yaylı (2019), fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden oluşan bir nanotüpün serbest titreşim analizini incelemiştir. Nosrati ve diğ. (2019), fonksiyonel derecelendirilmiş katmanlara sahip kalın duvarlı küresel tüplerin elasto-plastik davranışını incelemiştir. Yüksel ve Akbaş (2019), fiber donatılı gözenekli lamine plakların kritik burkulma yüklerini

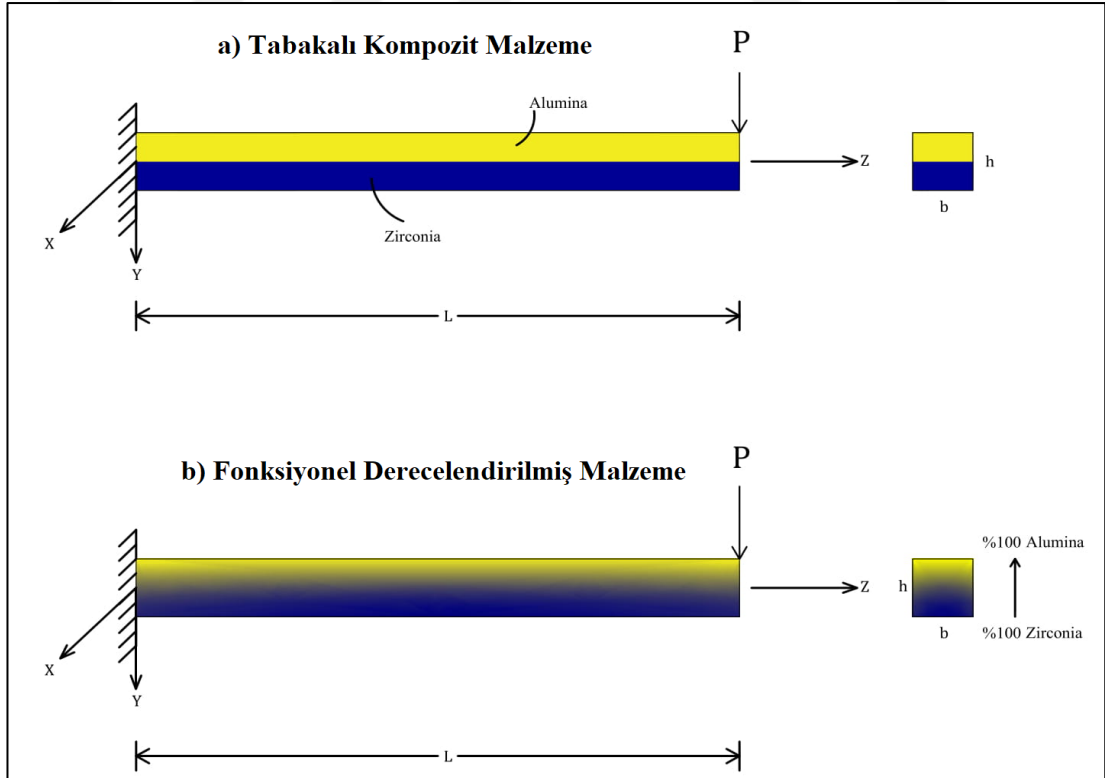
Navier yöntemini kullanarak araştırmışlardır. Mohammadi ve Rastgoo (2019), viskoelastik kompozit bir nanoplağın doğrusal olmayan serbest ve zorlanmış titreşim analizini incelemişlerdir.

1.4 Çalışmanın Özgün Değeri

Literatür araştırmasında konuya yakın çalışmalar incelendiğinde fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler ile tabakalı kompozit kirişlerin yapısal farklarının ortaya konduğu çalışmalar çok az incelenmiştir. Bu çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit kirişlerin dinamik, statik ve stabilite davranışları detaylı olarak incelenmiş olup iki farklı kompozit tipinin avantajları ve dezavantajları tartışılmıştır. Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri yardımıyla çözümlenmeler yapılarak elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Yapının yer değiştirme, gerilme, kritik burkulma değeri ile serbest ve zorlanmış titreşim sonuçları elde edilip yorumlanmıştır.

2. TEORİ VE FORMULASYONLAR

Seramik ve metal malzemelerin karışımıyla oluşturulan konsol kompozit kirişler, tabakalı ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme dağılımlarında şekil 2.1’de gösterilmiştir. Serbest ucunda (P) noktasal yüküne maruz bırakılan kompozit kiriş X, Y, Z kartezyen koordinat sistemine göre geometrik özellik bakımından L uzunluğuna, b genişliğine ve h yüksekliğine sahiptir. Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişte malzeme özellikleri şekil 2.1b’de gösterildiği üzere kalınlık yönünde sürekli değişmektedir. Tabakalı kirişte ise şekil 2.1a’da gösterildiği gibi iki katman kullanılmış olup bu katmanların geometrik özellikleri aynıdır. Tabakalı durumda kirişin alt katmanı seramik özelliğe sahip Zirkonya, üst katmanı ise bir metal malzeme olan Alüminadan oluşmaktadır. Bu malzemelerin kalınlık yönünde sürekli derecelendirilmesi durumunda ise kirişin alt yüzeyleri seramik özellik (Zirkonya) üst yüzeyler ise şekil 2.1’de gösterildiği gibi metal malzeme (Alümina) olarak kabul edilir.

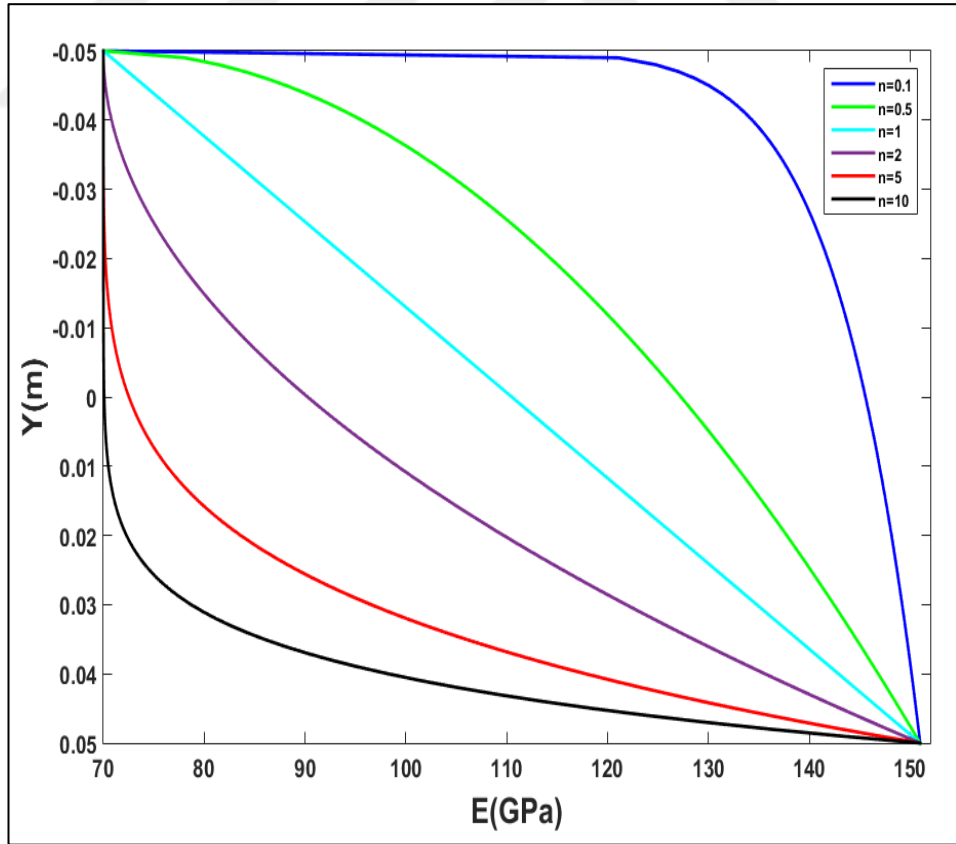


Şekil 2.1: Serbest ucunda (P) noktasal yükü bulunan kompozit konsol kiriş. **a)** Tabakalı malzeme dağılımı **b)** Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme dağılımı.

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme dağılımı durumunda: Elastisite modülü (E), kayma modülü (G), poisson oranı (ν) ve kütle yoğunluğu (ρ) gibi kirişin temel malzeme özelliklerinin (P) kalınlık boyunca değişimi eşitlik 2.1’de verilen “Power-Law” olarak adlandırılan bir fonksiyonla dağıldığı düşünülmüştür.

$$P(Y) = (P_A - P_U) \left(\frac{Y}{h} + \frac{1}{2} \right)^n + P_U \quad (2.1)$$

Burada P_A ve P_U kirişin alt ve üst yüzeylerinin malzeme özellikleri, n ise malzeme dağılım parametresini ifade eden FDM katsayısıdır. Eşitlik 2.1’de $Y = -h/2$ olması durumunda; $P = P_U$, $Y = h/2$ olması durumunda ise $P = P_A$ olmaktadır. FDM katsayısı $n = 0$ olduğunda kiriş malzemesi homojen alt malzeme (Zirkonya), $n = \infty$ olduğu durumda ise homojen üst malzeme (Alümina) şeklini alır. Şekil 2.2 de Elastisite modülünün kalınlık boyunca dağılımı eşitlik 2.1’e göre alt malzeme Zirkonya ($E_{Zirkonya} = 151 \text{ GPa}$) ve üst malzeme Alümina ($E_{Alümina} = 70 \text{ GPa}$) değerlerine göre gösterilmiştir.



Şekil 2.2: Malzemenin elastisite modülünün (E) kirişin kalınlığı (Y) boyunca değişimi.

İki katmandan oluşan tabakalı kirişte malzeme özellikleri (P) aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$P(Y) = \begin{cases} P_A, & 0 \leq h \leq 0.5h \\ P_U, & -0.5h \leq h \leq 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

2.1 Tabakalı ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kompozit Kirişlerin Euler-Bernoulli Kiriş Teorisine Göre Ritz Yöntemi Kullanılarak Statik Analizi

Euler-Bernoulli kiriş teorisi göre, eksenel şekil değiştirme (ε_z) ve eksenel gerilme (σ_z) izleyen denklemlerde verilmiştir.

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_0}{\partial z} - Y \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \quad (2.3a)$$

$$\sigma_z = E(Y) \left[\frac{\partial u_0}{\partial z} - Y \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \right] \quad (2.3b)$$

(u) eksenel ve (v) düşey yer değiştirmelerin Euler-Bernoulli kiriş teorisi göre açılımları izleyen denklemlerde verilmiştir.

$$u(z, y) = u_0 - Y \frac{\partial v_0}{\partial z} \quad (2.4a)$$

$$v(z, y) = v_0 \quad (2.4b)$$

Şekil değiştirme enerjisi (U_i) ve dış kuvvetlerin potansiyel enerjisi (U_e) aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$U_e = -\frac{1}{2} \int_0^L P v_0 dZ \quad (2.5)$$

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \sigma_z \varepsilon_z dAdZ \quad (2.6a)$$

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A E(Y) \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial z} \right)^2 - 2 \frac{\partial u_0}{\partial z} \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} Y + Y^2 \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \right)^2 \right] dAdZ \quad (2.6b)$$

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L \left[A_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} \right)^2 - 2A_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} + A_2 \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \right)^2 \right] dZ \quad (2.6c)$$

Eşitlik 2.6c'de kullanılan A_0 , A_1 ve A_2 ifadelerinin açılımı izleyen denklemde belirtilmiştir.

$$A_0 = \int_A E(Y) dA \quad (2.7a)$$

$$A_1 = \int_A E(Y) Y dA \quad (2.7b)$$

$$A_2 = \int_A E(Y) Y^2 dA \quad (2.7c)$$

Problemin toplam potansiyel enerji (Π) denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\Pi = U_i + U_e \quad (2.8)$$

Problemin çözümünde Ritz yöntemi kullanıldığında aksel ve düşey yer değiştirmenin yaklaşık çözüm fonksiyonu k terimli dizi şeklinde izleyen şekilde temsil edilmiştir.

$$u_o = \sum_{i=1}^k a_i \alpha_i(z) \quad (2.9a)$$

$$v_o = \sum_{i=1}^k b_i \beta_i(z) \quad (2.9b)$$

Burada a_i ve b_i bilinmeyen katsayılar; α_i ve β_i ise Z koordinatının bir dizi fonksiyonudur yani $[0, L]$ aralığında sınır koşullarına bağlı tanımlanan koordinat fonksiyonlarıdır. Konsol kirişin koordinat fonksiyonları cebirsel polinom şeklinde aşağıda verilmiştir.

$$\alpha_i(z) = z^i \quad (2.10a)$$

$$\beta_i(z) = z^{(i+1)} \quad (2.10b)$$

Burada i değişkeni kabul edilebilir fonksiyonlarda yer alan polinomların sayısını gösterir. Çözüm fonksiyonları toplam potansiyel enerji denkleminde yerine yazılır ve minimum potansiyel enerji prensibi kullanılırsa;

$$\frac{\partial \pi}{\partial a_i} = 0 \quad (2.11a)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial b_i} = 0 \quad (2.11b)$$

$$i = 1, 2, 3 \dots \dots k \quad (2.11c)$$

Π 'nin bilinmeyen a_i ve b_i katsayılarına karşı kısmi türevi sonucu aşağıdaki denge denklemleri üretilir:

$\frac{\partial \pi}{\partial a_i} = 0$ uygulanırsa:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} a_j dz - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} b_j dz = 0 \quad (2.12a)$$

$\frac{\partial \pi}{\partial a_i} = 0$ uygulanırsa:

$$-\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} a_j dz + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_2 \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} b_j dz - \sum_{i=1}^k \int_0^L P \beta_i dz = 0 \quad (2.12b)$$

2.12a ve 2.12b'de bulunan denklemlerin matris formunda yazılması sonucunda,

$$\begin{bmatrix} K_{ij}^{11} & K_{ij}^{12} \\ K_{ij}^{21} & K_{ij}^{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i^1 \\ F_i^2 \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

Burada K_{ij} ve F_i sırasıyla Euler-Bernoulli kiriş teorisi için rijitlik matrisi ve yük vektörünü temsil etmektedir. Bu ifadelerin detayı izleyen ifadeye temsil edilmiştir.

$$K_{ij}^{11} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_0^L A_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.14a)$$

$$K_{ij}^{12} = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} dz \quad (2.14b)$$

$$K_{ij}^{21} = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} dz \quad (2.14c)$$

$$K_{ij}^{22} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_0^L A_2 \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} dz \quad (2.14d)$$

$$F_i^1 = 0 \quad (2.14e)$$

$$F_i^2 = \sum_{i=1}^n \int_0^L P \beta_i dz \quad (2.14f)$$

2.2 Tabakalı ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kompozit Kirişlerin Timoshenko Kiriş Teorisine Ritz Yöntemi Kullanılarak Statik Analizi

Timoshenko kiriş teorisine göre, aksenal şekil değiştirme (ε_z) ve kayma şekil değiştirme (γ_{zy}) izleyen denklemlerde verilmiştir:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_0}{\partial z} - Y \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2.15a)$$

$$\gamma_{zy} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial z} \quad (2.15b)$$

Burada (u_0) aksenal, (v_0) düşey yer değiştirme ve (ϕ) dönme açısını temsil etmektedirler. Gerilme ve şekil değiştirme arasındaki ilişki izleyen ifadede verilmiştir.

$$\sigma_z = E(Y) \left[\frac{\partial u_0}{\partial z} - Y \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] \quad (2.16a)$$

$$\sigma_{zy} = G(Y) K_s \left[\frac{\partial v_0}{\partial z} - \phi \right] \quad (2.16b)$$

Burada σ_z normal gerilme, σ_{zy} kayma gerilmesi ve K_s kayma düzeltme faktörüdür.

Şekil değiştirme enerjisi (U_i) ve dış kuvvetlerin potansiyel enerjisi (U_e) izleyen denklemlerde tanımlanmıştır.

$$U_i = \frac{1}{2} \int_V \sigma_z \varepsilon_z dV + \frac{1}{2} \int_V \sigma_{zy} \gamma_{zy} dV \quad (2.17a)$$

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L \left[A_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} \right)^2 - 2A_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial z} + A_2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] dZ + \frac{1}{2} \int_0^L K_s B_0 \left[\left(\frac{\partial v_0}{\partial z} \right)^2 - 2 \frac{\partial v_0}{\partial z} \phi + \phi^2 \right] dZ \quad (2.17b)$$

$$U_e = -\frac{1}{2} \int_0^L P v_0 dZ \quad (2.18)$$

A_0 , A_1 , A_2 ve B_0 ifadelerinin açılımı aşağıda temsil edilmiştir.

$$A_0 = \int_A E(Y) dA \quad (2.19a)$$

$$A_1 = \int_A E(Y) Y dA \quad (2.19b)$$

$$A_2 = \int_A E(Y) Y^2 dA \quad (2.19c)$$

$$B_0 = \int_A G(Y) dA \quad (2.19d)$$

Toplam potansiyel enerji (Π) denklemi izleyen ifadede gösterilmiştir.

$$\Pi = U_i + U_e \quad (2.20)$$

Problemin çözümünde Ritz yöntemi kullanılacak olursa; eksenal ve düşey yer değiştirme ile dönme açısının yaklaşık çözüm fonksiyonu k terimli dizi şeklinde izleyen fonksiyonlarda temsil edilmiştir:

$$u_o = \sum_{i=1}^k a_i \alpha_i(z) \quad (2.21a)$$

$$v_o = \sum_{i=1}^k b_i \beta_i(z) \quad (2.21b)$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^k c_i \gamma_i(z) \quad (2.21c)$$

İfadelerde yer alan a_i , b_i ve c_i bilinmeyen katsayılar; α_i , β_i , γ_i ise Z 'nin bir dizi fonksiyonudur yani $[0, L]$ aralığında sınır koşullarına bağlı tanımlanan koordinat fonksiyonlarıdır. Konsol kirişin koordinat fonksiyonları cebirsel polinom şeklinde aşağıda verilmiştir.

$$\alpha_i(z) = z^i \quad (2.22a)$$

$$\beta_i(z) = z^{(i+1)} \quad (2.22b)$$

$$\gamma_i(z) = z^i \quad (2.22c)$$

Çözüm fonksiyonları toplam potansiyel enerji denkleminde yerine yazılır ve minimum potansiyel enerji prensibi kullanılırsa;

$$\frac{\partial \pi}{\partial a_i} = 0 \quad (2.23a)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial b_i} = 0 \quad (2.23b)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial c_i} = 0 \quad (2.23c)$$

$$i = 1, 2, 3 \dots \dots k \quad (2.23d)$$

$\frac{\partial \pi}{\partial a_i} = 0$ uygulanırsa:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} a_j dz - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} c_j dz = 0 \quad (2.24a)$$

$\frac{\partial \pi}{\partial b_i} = 0$ uygulanırsa:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \frac{\partial \beta_j}{\partial z} b_j dz - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \gamma_j c_j dz - \sum_{i=1}^k \int_0^L P \beta_i dz = 0 \quad (2.24b)$$

$\frac{\partial \pi}{\partial c_i} = 0$ uygulanırsa:

$$\begin{aligned} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_0^L A_1 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} a_j dz + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_2 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} c_j dz \\ - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \gamma_i \frac{\partial \beta_j}{\partial z} b_j dz + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \gamma_i \gamma_j c_j dz = 0 \end{aligned} \quad (2.24c)$$

İfadelerin matris formunda yazılması sonucunda,

$$\begin{bmatrix} K_{ij}^{11} & K_{ij}^{12} & K_{ij}^{13} \\ K_{ij}^{21} & K_{ij}^{22} & K_{ij}^{23} \\ K_{ij}^{31} & K_{ij}^{32} & K_{ij}^{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \\ c_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i^1 \\ F_i^2 \\ F_i^3 \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

Eşitlikte yer alan K_{ij} ve F_i sırasıyla Timoshenko kiriş teorisi için rijitlik matrisi ve yük matrisini ifade etmekle birlikte açılımları izleyen şekilde verilmiştir.

$$K_{ij}^{11} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.26a)$$

$$K_{ij}^{12} = 0 \quad (2.26b)$$

$$K_{ij}^{13} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} dz \quad (2.26c)$$

$$K_{ij}^{21} = 0 \quad (2.26d)$$

$$K_{ij}^{22} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.26e)$$

$$K_{ij}^{23} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \gamma_j dz \quad (2.26f)$$

$$K_{ij}^{31} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.26g)$$

$$K_{ij}^{32} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \gamma_i \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.26h)$$

$$K_{ij}^{33} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_2 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} dz + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \gamma_i \gamma_j dz \quad (2.26i)$$

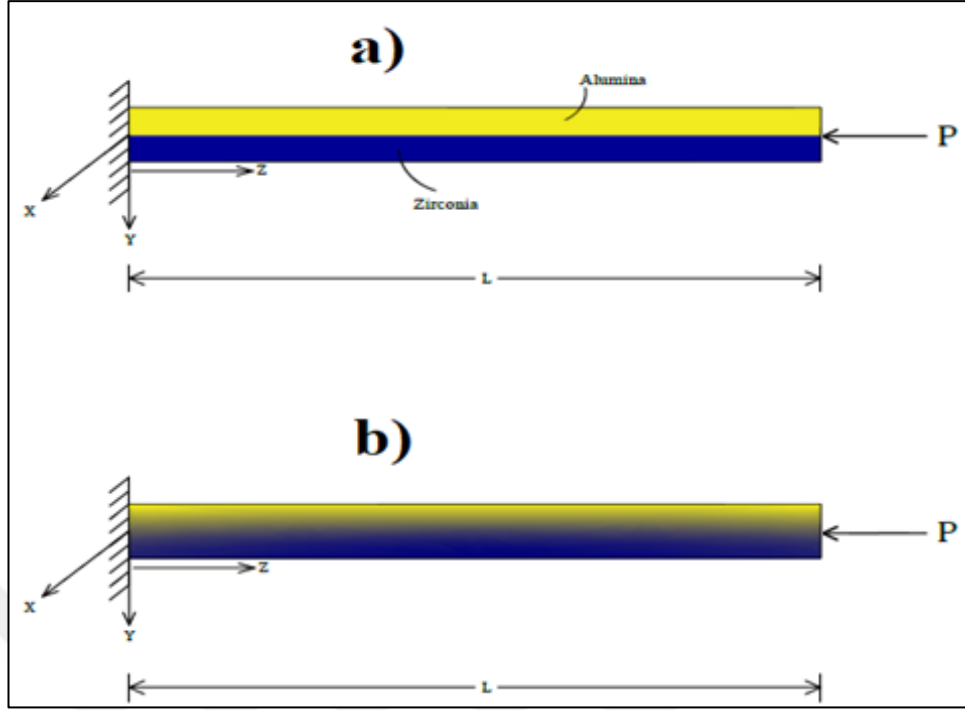
$$F_i^1 = 0 \quad (2.26j)$$

$$F_i^2 = \sum_{i=1}^k \int_0^L P \beta_i dz \quad (2.26k)$$

$$F_i^3 = 0 \quad (2.26l)$$

2.3 Tabakalı ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kompozit Kirişlerin Euler-Bernoulli Kiriş Teorisine Göre Ritz Yöntemi Kullanılarak Stabilite Analizi

Stabilite analizinde, kompozit kirişlerin aksenal basınç yükü etkisi altındaki burkulma durumu incelenmiştir. Şekil 2.3'te aksenal basınç yüküne maruz kalan kirişlerin fonksiyonel derecelendirilmiş ve tabakalı malzeme dağılımlarında gösterimi sunulmuştur. Burkulma analizinde kompozit kirişi oluşturan malzemeler Zirkonya ve Alümina olarak seçilmiş olup bu malzemelerin kiriş geometrisindeki dağılım formları şekildeki gibidir. Fonksiyonel derecelendirilmiş kompozit kirişin malzeme dağılımında denklem 2.1, tabakalı kompozitin dağılımında ise denklem 2.2 göz önüne alınmıştır.



Şekil 2.3: : (P) eksenel basınç kuvvetine maruz kalan kompozit konsol kiriş. **a)** Tabakalı malzeme dağılımı **b)** Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme dağılımı.

Eksenel yüke maruz kalan konsol kirişin toplam potansiyel enerjisi aşağıdaki biçimde ifade edilirse,

$$\Pi = U_i + U_e \quad (2.27)$$

Açılımları aşağıda temsil edilen U_e eksenel basınç kuvvetin potansiyel enerjisini, U_i ise şekil değiştirme enerjisini ifade eder.

$$U_e = -\frac{1}{2} \int_0^L P \left(\frac{\partial v_0}{\partial z} \right)^2 dz \quad (2.28)$$

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \sigma_z \varepsilon_z dA dz \quad (2.29a)$$

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L \left[A_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} \right)^2 - 2A_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} + A_2 \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \right)^2 \right] dz \quad (2.29b)$$

A_0 , A_1 ve A_2 ifadelerinin açılımları eşitlik 2.7 de tanımlanmıştır.

Eşitlik 2.28 ve 2.29a'daki ifadelerin yerine yazılması sonucunda kirişin toplam potansiyel enerji denklemi:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^L \left[A_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} \right)^2 - 2A_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} + A_2 \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \right)^2 \right] dz - \frac{1}{2} \int_0^L P \left(\frac{\partial v_0}{\partial z} \right)^2 dz \quad (2.30)$$

Ritz çözümünde deneme fonksiyonları aşağıdaki gibi seçilirse,

$$u_o = \sum_{i=1}^n a_i \alpha_i(z) \quad (2.31)$$

$$v_o = \sum_{i=1}^n b_i \beta_i(z) \quad (2.32)$$

Burada a_i ve b_i 'nin bilinmeyen katsayılar; α_i ve β_i 'nin ise Z 'nin bir dizi fonksiyonu yani $[0, L]$ aralığında sınır koşullarına bağlı tanımlanan koordinat fonksiyonları olduğu daha önce belirtilmişti. Konsol kirişin koordinat fonksiyonları cebirsel polinom şeklinde aşağıda verilmiştir.

$$\alpha_i(z) = z^i \quad (2.33a)$$

$$\beta_i(z) = z^{(i+1)} \quad (2.33b)$$

2.32a ve 2.32b'de belirtilen deneme fonksiyonları, 2.31'de bulunan potansiyel enerji denkleminde yerine yazılır ve denklemin bilinmeyen katsayılarına kısmi türevi alınırsa, toplam potansiyel enerjinin durağan noktaları elde edilmiş olur.

$$\frac{\partial \pi}{\partial a_i} = 0 \quad (2.34a)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial b_i} = 0 \quad (2.34b)$$

$$i = 1, 2, 3 \dots \dots k \quad (2.34c)$$

$\frac{\partial \pi}{\partial a_i} = 0$ uygulanırsa:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} a_j dz - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} b_j dz = 0 \quad (2.35a)$$

$\frac{\partial \pi}{\partial a_i} = 0$ uygulanırsa:

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} a_j dz + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_2 \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} b_j dz \\ & - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L P \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz = 0 \end{aligned} \quad (2.35b)$$

Eşitliklerin çözümü sonucunda $[K] \begin{Bmatrix} a \\ b \end{Bmatrix} - P[K^G] \begin{Bmatrix} a \\ b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$ formunda aşağıdaki katsayılar matrisi oluşur.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \end{Bmatrix} - P \begin{bmatrix} K_{11}^G & K_{12}^G \\ K_{21}^G & K_{22}^G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.36)$$

Burada $[K]$ rijitlik matrisini, P kirişe etkiyen aksel yükü, $[K^G]$ ise geometrik rijitlik matrisini temsil etmektedir. Elde edilen problem bir özdeğer problemi olup, çözümü sonucunda kritik burkulma yükü (P_{cr}) bulunur.

$$K_{11} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.37a)$$

$$K_{12} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} dz \quad (2.37b)$$

$$K_{21} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} dz \quad (2.37c)$$

$$K_{22} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_2 \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} dz \quad (2.37d)$$

$$K_{11}^G = 0, \quad K_{12}^G = 0, \quad K_{21}^G = 0 \quad (2.37e)$$

$$K_{22}^G = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.37f)$$

2.4 Tabakalı ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kompozit Kirişlerin Timoshenko Kiriş Teorisine Göre Ritz Yöntemi Kullanılarak Stabilite Analizi

Timoshenko kiriş teorisine göre gerilme ve şekil değiştirme arasındaki ilişki izleyen denklemde verilmiştir.

$$\sigma_z = E(Y) \left[\frac{\partial u_0}{\partial z} - Y \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] \quad (2.38a)$$

$$\sigma_{zy} = G(Y)K_s \left[\frac{\partial v_0}{\partial z} - \phi \right] \quad (2.38b)$$

Eksenel kuvvetin potansiyel enerjisi U_e ve şekil değiştirme enerjisi U_i aşağıda verilmiştir.

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A E(Y) \left[\frac{\partial u_0}{\partial z} - Y \frac{\partial \phi}{\partial z} \right]^2 + G(Y)K_s \left[\frac{\partial v_0}{\partial z} - \phi \right]^2 dz dA \quad (2.39a)$$

$$U_e = -\frac{1}{2} \int_0^L P \left(\frac{\partial v_0}{\partial z} \right)^2 dZ \quad (2.39b)$$

Kirişin toplam potansiyel enerji denklemi:

$$\Pi = U_i + U_e \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_0^L A_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} \right)^2 - 2A_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial z} + A_2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \\ & + K_s B_0 \left(\left(\frac{\partial v_0}{\partial z} \right)^2 - 2 \frac{\partial v_0}{\partial z} \phi + \phi^2 \right) - P \left(\frac{\partial v_0}{\partial z} \right)^2 dz \end{aligned} \quad (2.41)$$

A_0 , A_1 , A_2 , B_0 ifadelerinin açılımları eşitlik 2.19 de tanımlanmıştır. Problemin çözümünde Ritz yöntemi kullanıldığında, eksenel ve düşey yer değiştirme ile dönme açısının yaklaşık çözüm fonksiyonu k terimli dizi şeklinde izleyen şekilde temsil edilmiştir:

$$u_o = \sum_{i=1}^k a_i \alpha_i(z) \quad (2.42a)$$

$$v_o = \sum_{i=1}^k b_i \beta_i(z) \quad (2.42b)$$

$$\phi = \sum_{i=1}^k c_i \gamma_i(z) \quad (2.42c)$$

Konsol kirişin koordinat fonksiyonları aşağıda verilmiştir.

$$\alpha_i(z) = z^i \quad (2.43a)$$

$$\beta_i(z) = z^{(i+1)} \quad (2.43b)$$

$$\gamma_i(z) = z^i \quad (2.43c)$$

Deneme fonksiyonları, 2.41'de bulunan potansiyel enerji denkleminde yerine yazılır ve denklemin bilinmeyen katsayılara kısmi türevi alınır,

$$\frac{\partial \pi}{\partial a_i} = 0 \quad (2.44a)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial b_i} = 0 \quad (2.44b)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial c_i} = 0 \quad (2.44c)$$

$$i = 1, 2, 3 \dots \dots k \quad (2.44d)$$

$\frac{\partial \pi}{\partial a_i} = 0$ uygulanırsa:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} a_j dz - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} c_j dz = 0 \quad (2.45a)$$

$\frac{\partial \pi}{\partial b_i} = 0$ uygulanırsa:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \frac{\partial \beta_j}{\partial z} b_j dz - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \gamma_j c_j \\ & - \sum_{i=1}^k \int_0^L P \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz = 0 \end{aligned} \quad (2.45b)$$

$\frac{\partial \pi}{\partial c_i} = 0$ uygulanırsa:

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} a_j dz + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_2 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} c_j dz \\ & - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \gamma_i \frac{\partial \beta_j}{\partial z} b_j dz + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \gamma_i \gamma_j c_j dz = 0 \end{aligned} \quad (2.45c)$$

Eşitlik 2.46a, 2.46b ve 2.46c'nin izleyen formda yazılması sonucu aşağıda belirtilen serbest titreşim formülasyonları elde edilir.

$$[K] \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} - P[K^G] \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.46)$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \\ c_j \end{Bmatrix} - P \begin{bmatrix} K_{11}^G & K_{12}^G & K_{13}^G \\ K_{21}^G & K_{22}^G & K_{23}^G \\ K_{31}^G & K_{32}^G & K_{33}^G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \\ c_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

Eşitlikte yer alan K_{ij} ve K_{ij}^G sırasıyla Timoshenko kiriş teorisi için rijitlik matrisi ve geometrik rijitlik matrisini ifade etmekle birlikte açılımları izleyen denklemlerde verilmiştir.

$$K_{ij}^{11} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.48a)$$

$$K_{ij}^{12} = 0 \quad (2.48b)$$

$$K_{ij}^{13} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} dz \quad (2.48c)$$

$$K_{ij}^{21} = 0 \quad (2.48d)$$

$$K_{ij}^{22} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.48e)$$

$$K_{ij}^{23} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \gamma_j dz \quad (2.48f)$$

$$K_{ij}^{31} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.48g)$$

$$K_{ij}^{32} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \gamma_i \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.48h)$$

$$K_{ij}^{33} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_2 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} dz + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \gamma_i \gamma_j dz \quad (2.48i)$$

$$K_{11}^G = K_{12}^G = K_{13}^G = K_{21}^G = K_{23}^G = K_{31}^G = K_{32}^G = K_{33}^G = 0 \quad (2.48j)$$

$$K_{22}^G = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.48k)$$

Yukarıdaki bağıntıların çözümü sonucunda özdeğer problemi elde edilir ve kirişin kritik burkulma yükü bulunur.

2.5 Tabakalı ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kompozit Kirişlerin Euler-Bernoulli Kiriş Teorisine Göre Ritz Yöntemi Kullanılarak Dinamik Analizi

2.5.1 Euler-Bernoulli kirişlerinin serbest titreşim analizi

Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre şekil değiştirme enerjisi (U_i) izleyen eşitlikte verilmiştir.

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L \left[A_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} \right)^2 - 2A_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} + A_2 \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \right)^2 \right] dz \quad (2.49)$$

Kirişin herhangi bir t anındaki kinetik enerjisi (T) aşağıda ifade edilmiştir.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \rho(Y) \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial t} \right)^2 \right] dA dz \quad (2.50)$$

İzleyen eşitliklerde kesitsel eylemsizlik katsayıları olan I_0 , I_1 ve I_2 ifadelerinin açılımı verilmiştir.

$$I_0 = \int_A \rho(Y) dA \quad (2.51)$$

$$I_1 = \int_A \rho(Y) Y dA \quad (2.52)$$

$$I_2 = \int_A \rho(Y) Y^2 dA \quad (2.53)$$

Eşitlik 2.51, 2.52 ve 2.53'deki ifadeleri 2.50'te yerleştirirsek aşağıdaki ifade oluşur

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \left[I_0 \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial t} \right)^2 \right] - 2I_1 \frac{\partial u_0}{\partial t} \frac{\partial^2 v_0}{\partial z \partial t} + I_2 \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial z \partial t} \right)^2 \right] dz \quad (2.54)$$

Serbest titreşim problemine ait Lagrange fonksiyonu izleyen şekilde verilmiştir.

$$I = T - U_i \quad (2.55)$$

Ritz metoduna göre aksenal ve düşey yer değiştirmenin zamana bağlı yaklaşık çözüm fonksiyonu k terimli dizi şeklinde izleyen şekilde temsil edilmiştir.

$$u_o = \sum_{i=1}^k a_i(t) \alpha_i(z) \quad (2.56)$$

$$v_o = \sum_{i=1}^k b_i(t) \beta_i(z) \quad (2.57)$$

Eşitlik 2.56-2.57 deki yaklaşık çözüm fonksiyonlarını enerji ifadelerine yerleştirdikten sonra Lagrange denklemi aşağıda temsil edilmiştir.

$$\frac{\partial I}{\partial q_i} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial I}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (2.58)$$

İfadede yer alan q_i , bilinmeyen katsayılar a_i ve b_i 'yi temsil etmektedir. Lagrange prosedürü uygulandıktan sonra problemin hareket denklemi elde edilir.

$$[K]\{q(t)\} + [M]\{\ddot{q}(t)\} = 0 \quad (2.59)$$

Burada $[K]$ ve $[M]$ sırasıyla rijitlik matrisi ve kütle matrisini açıklar. Bu ifadelerin detayı izleyen eşitliklerde temsil edilmektedir:

Eşitlik 2.59 da elde edilen serbest titreşim hareket denklemi $\{[K_{ij}] - \omega^2[M_{ij}]\} \begin{Bmatrix} a \\ b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$ formunda yazılması sonucunda aşağıdaki katsayılar matrisi oluşturulur ve bu aynı zamanda bir özdeğer-özvektör problemidir.

$$\begin{Bmatrix} [K_{11} & K_{12} \\ [K_{21} & K_{22} \end{Bmatrix} - \omega^2 \begin{Bmatrix} [M_{11} & M_{12} \\ [M_{21} & M_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.60)$$

Burada $[K_{ij}]$ rijitlik matrisini, $[M_{ij}]$ kütle matrisini, $\begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \end{Bmatrix}$ mod vektörünü ve ω sistemin doğal frekansını temsil etmektedir. Kütle ve rijitlik matrisinin açılımları izleyen eşitliklerde verilmiştir. 2.60 eşitliğin çözümünde doğal frekanslar ve titreşim modları elde edilir.

$$K_{11} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.61a)$$

$$K_{12} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} dz \quad (2.61b)$$

$$K_{21} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} dz \quad (2.61c)$$

$$K_{22} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_2 \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} dz \quad (2.61d)$$

$$M_{11} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_0 \alpha_i \alpha_j dz \quad (2.61e)$$

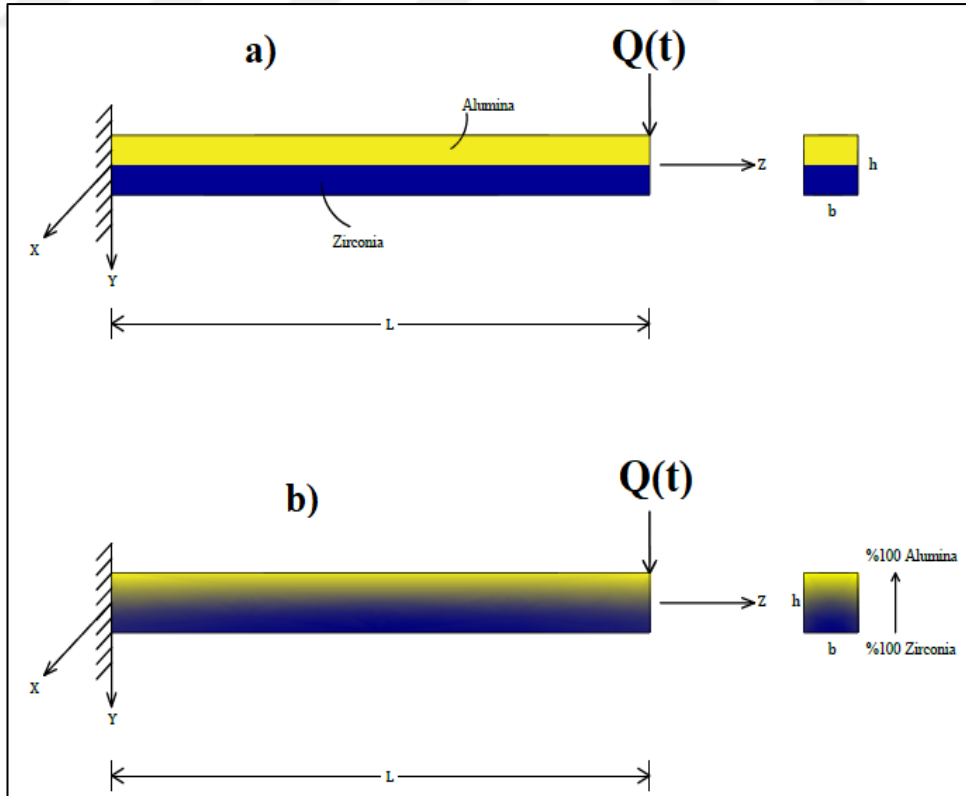
$$M_{12} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_1 \alpha_i \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.61f)$$

$$M_{21} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_1 \alpha_j \frac{\partial \beta_i}{\partial z} dz \quad (2.61g)$$

$$M_{22} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_0 \beta_i \beta_j dz + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_2 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \frac{\partial \beta_j}{\partial z} b_j dz \quad (2.61h)$$

2.5.2 Euler-Bernoulli kirişlerinin zorlanmış titreşim analizi

Şekil 2.4'te dinamik $Q(t)$ yüküne maruz kalan fonksiyonel derecelendirilmiş ve tabakalı malzeme dağılımlarına sahip seramik ve metal malzemelerden oluşan kompozit kirişler gösterilmiştir.



Şekil 2.4: $Q(t)$ dinamik yüküne maruz kalan kompozit konsol kiriş. **a)** Tabakalı malzeme dağılımı **b)** Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme dağılımı.

Dinamik nokta yükü $Q(t)$ 'nin zamana bağlı sinüzoidal harmonik davranış gösterdiği varsayılmaktadır.

$$Q(t) = Q_0 \sin(\bar{\omega}t), \quad 0 \leq t \leq \infty \quad (2.62)$$

Burada Q_0 dinamik yükün genliğini, $\bar{\omega}$ ise yükün frekansını temsil etmektedir.

Kompozit kirişte sönüm etkisinin ifadesinde Kelvin-Voight viskoelastik modeli kullanılmış olup izleyen denklemde model ifade edilmiştir.

$$\sigma_z = E(Y) \left(\left[\frac{\partial u_0}{\partial z} - Y \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \right] + \eta(Y) \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial u_0}{\partial z} - Y \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \right] \right) \quad (2.63)$$

İfadede yer alan η viskoz sönüm oranı olup izleyen eşitlikte temsil edilmiştir.

$$\eta(Y) = \frac{c(Y)}{E(Y)} \quad (2.64)$$

Burada c sönüm katsayısını ifade etmektedir. Kirişin şekil değiştirme enerjisi (U_i) ve kinetik enerjisi (T) izleyen şekilde verilmiştir.

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L \left[A_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} \right)^2 - 2A_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} + A_2 \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \right)^2 \right] dz \quad (2.65)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \left[I_0 \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial t} \right)^2 \right] - 2I_1 \frac{\partial u_0}{\partial t} \frac{\partial^2 v_0}{\partial z \partial t} + I_2 \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial z \partial t} \right)^2 \right] dz \quad (2.66)$$

Kirişe ait sönüm fonksiyonu (R) aşağıda ifade edilmiştir.

$$R = \frac{1}{2} \int_0^L E(Y) \left(\eta(Y) \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} \right)^2 dV \quad (2.67)$$

$$R = \frac{1}{2} \int_0^L \left[C_0 \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right) \right)^2 - 2C_1 \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right) \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial v_0}{\partial t} \right) \right) + C_2 \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial v_0}{\partial t} \right) \right)^2 \right] dz \quad (2.68)$$

Denklemden kullanılan C_0 , C_1 ve C_2 ifadelerinin açılımı izleyen şekilde temsil edilmiştir.

$$C_0 = \int_A E(Y) \eta(Y) dA \quad (2.69)$$

$$C_1 = \int_A E(Y) \eta(Y) Y dA \quad (2.70)$$

$$C_2 = \int_A E(Y) \eta(Y) Y^2 dA \quad (2.71)$$

Dış kuvvetlerin potansiyel enerjisi (U_e) aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$U_e = -Q(t)v(z_p, t) \quad (2.72)$$

Problemin Lagrange fonksiyonu izleyen şekilde verilmiştir.

$$I = T - (U_i - U_e) \quad (2.73)$$

Ritz metoduna göre aksenal ve düşey yer değiştirmenin yaklaşık çözüm fonksiyonu k terimli dizi şeklinde izleyen şekilde temsil edilmiştir.

$$u_o = \sum_{i=1}^k a_i(t)\alpha_i(z) \quad (2.74a)$$

$$v_o = \sum_{i=1}^k b_i(t)\beta_i(z) \quad (2.74b)$$

Burada a_i ve b_i bilinmeyen katsayılar, $\alpha_i(z)$ ve $\beta_i(z)$ ise koordinat fonksiyonlarıdır ve ifadeleri izleyen şekilde verilmiştir.

$$\alpha_i(z) = z^i \quad (2.75a)$$

$$\beta_i(z) = z^{(i+1)} \quad (2.75b)$$

İfadede yer alan i , kabul edilebilir fonksiyonlarda yer alan polinomların sayısını göstermektedir. 2.74a ve 2.74b denklemlerindeki yaklaşık çözüm fonksiyonlarını 2.67, 2.68, 2.70 ve 2.72'de bulunan enerji ifadelerine yerleştirdikten sonra Lagrange denklemi aşağıda temsil edilmiştir.

$$\frac{\partial I}{\partial q_i} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial I}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (2.76)$$

İfadede yer alan q_i , bilinmeyen katsayılar a_i ve b_i 'yi temsil etmektedir. Lagrange prosedürü uygulandıktan sonra problemin hareket denklemi elde edilir.

$$[K]\{q(t)\} + [C]\{\dot{q}(t)\} + [M]\{\ddot{q}(t)\} = \{F(t)\} \quad (2.77)$$

Burada $[K]$, $[C]$, $[M]$ ve $\{F(t)\}$ sırasıyla rijitlik matrisi, sönüm matrisi, kütle matrisi ve yük vektörünü açıklar. Bu ifadelerin detayı izleyen eşitliklerde temsil edilmektedir:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \quad (2.78a)$$

$$K_{11} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.78b)$$

$$K_{12} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} dz \quad (2.78c)$$

$$K_{21} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} dz \quad (2.78d)$$

$$K_{22} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_2 \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} dz \quad (2.78e)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (2.79a)$$

$$C_{11} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L C_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.79b)$$

$$C_{12} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L C_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} dz \quad (2.79c)$$

$$C_{21} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L C_1 \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} dz \quad (2.79d)$$

$$C_{22} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L C_2 \frac{\partial^2 \beta_i}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \beta_j}{\partial z^2} dz \quad (2.79e)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (2.80a)$$

$$M_{11} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_0 \alpha_i \alpha_j dz \quad (2.80b)$$

$$M_{12} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_1 \alpha_i \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.80c)$$

$$M_{21} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_1 \alpha_j \frac{\partial \beta_i}{\partial z} dz \quad (2.80d)$$

$$M_{22} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_0 \beta_i \beta_j dz + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_2 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \frac{\partial \beta_j}{\partial z} b_j dz \quad (2.80e)$$

$$\{F(t)\} = Q(t)\beta_j \quad (2.81)$$

2.77'deki hareket denkleminin çözümünde zaman tanım aralığında Newmark ortalama ivme yöntemi ($\alpha = 0.5$, $\beta = 0.25$) kullanılır. Bu prosedürle dinamik problem izleyen şekilde verildiği gibi her adımda statik problem sistemine dönüştürülür.

$$[\bar{K}(t, X)]\{q_n\}_{j+1} = \{\bar{F}(t)\} \quad (2.82)$$

İfadede yer alan ;

$$[\bar{K}(t, X)] = [K] + \frac{[M]}{\beta \Delta t^2} + \frac{[C]\alpha}{\beta \Delta t} \quad (2.83)$$

$$\{\bar{F}(t)\} = \{F(t)\}_{j+1} + B_1\{q_n\}_j + B_2\{\dot{q}_n\}_j + B_3\{\ddot{q}_n\}_j \quad (2.84)$$

Denklem 2.84'te yer alan B_1 , B_2 ve B_3 ifadelerinin açılımı izleyen şekilde verilmiştir.

$$B_1 = \frac{[M]}{\beta \Delta t^2} + \frac{[C]\alpha}{\beta \Delta t} \quad (2.85a)$$

$$B_2 = \frac{[M]}{\beta \Delta t} + [C] \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1 \right) \quad (2.85b)$$

$$B_3 = [M] \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) + [C] \left(\frac{\alpha}{2\beta} - 1 \right) \quad (2.85c)$$

$t_{j+1} = t_j + \Delta t$ anı için $\{q_n\}_{j+1}$ değeri hesaplandıktan sonra ;

$$\{\ddot{q}_n\}_{j+1} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} (\{q_n\}_{j+1} - \{q_n\}_j) - \frac{[M]}{\beta \Delta t} \{\dot{q}_n\}_j - \left(\frac{\alpha}{2\beta} - 1 \right) \{\ddot{q}_n\}_j \quad (2.86)$$

$$\{\dot{q}_n\}_{j+1} = \{\dot{q}_n\}_j + \Delta t (1 - \alpha) \{\ddot{q}_n\}_j + \Delta t \alpha \{\ddot{q}_n\}_{j+1} \quad (2.87)$$

Her adımda çözülmesi gereken 2.87a ve 2.87b denklemleri bulunur.

2.6 Tabakalı ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kompozit Kirişlerin Timoshenko Kiriş Teorisine Göre Ritz Yöntemi Kullanılarak Dinamik Analizi

2.6.1 Timoshenko kirişlerinin serbest titreşim analizi

Timoshenko kiriş teorisine göre kirişin şekil değiştirme enerjisi (U_i) ve herhangi bir t anındaki kinetik enerjisi (T) aşağıda verilmiştir.

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L \left[A_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} \right)^2 - 2A_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial z} + A_2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L K_s B_0 \left[\left(\frac{\partial v_0}{\partial z} \right)^2 - 2 \frac{\partial v_0}{\partial z} \phi + \phi^2 \right] dz \quad (2.88)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \left[I_0 \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial t} \right)^2 \right] - 2I_1 \frac{\partial u_0}{\partial t} \frac{\partial \phi}{\partial t} + I_2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 \right] dz \quad (2.89)$$

Serbest titreşim problemine ait Lagrange fonksiyonu izleyen şekilde verilmiştir.

$$I = T - U_i \quad (2.90)$$

Ritz metoduna göre eksenal, düşey yer değıştirme ve dönme fonksiyonlarının zamana bağılı yaklaşık çözüm fonksiyonu k terimli dizi şeklinde izleyen şekilde temsil edilmiştir.

$$u_o = \sum_{i=1}^k a_i(t)\alpha_i(z) \quad (2.91)$$

$$v_o = \sum_{i=1}^k b_i(t)\beta_i(z) \quad (2.92)$$

$$\phi(z, t) = \sum_{i=1}^k c_i(t)\gamma_i(z) \quad (2.93)$$

Eşitlik 2.93 deki yaklaşık çözüm fonksiyonlarını enerji ifadelerine yerleştirdikten sonra Lagrange denklemi aşağıda temsil edilmiştir.

$$\frac{\partial I}{\partial q_i} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial I}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (2.94)$$

İfadede yer alan q_i , bilinmeyen katsayılar a_i ve b_i 'yi temsil etmektedir. Lagrange prosedürü uygulandıktan sonra problemin hareket denklemi elde edilir.

$$[K]\{q(t)\} + [M]\{\ddot{q}(t)\} = 0 \quad (2.95)$$

Burada $[K]$ ve $[M]$ sırasıyla rijitlik matrisi ve kütle matrisini açıklar. Bu ifadelerin detayı izleyen eşitliklerde temsil edilmektedir:

Eşitlik 2.96 da elde edilen serbest titreşim hareket denklemi $\{[K_{ij}] - \omega^2[M_{ij}]\} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$ formunda yazılması sonucunda aşağıdaki katsayılar matrisi oluşturulur ve bu

aynı zamanda bir özdeğer-özvektör problemidir.

$$\left\{ \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \\ c_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.96)$$

Burada $[K_{ij}]$ rijitlik matrisini, $[M_{ij}]$ kütle matrisini, $\begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \\ c_j \end{Bmatrix}$ mod vektörünü ve ω sistemin doğal frekansını temsil etmektedir. Kütle ve rijitlik matrisinin açılımları izleyen eşitliklerde verilmiştir. 2.96 eşitliğin çözümünde doğal frekanslar ve titreşim modları elde edilir.

Denklemlerde yer alan rijitlik matrisi $[K_{ij}]$ ile kütle matrisi $[M_{ij}]$ 'nin açılımları aşağıda verilmiştir.

$$K_{11} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.97a)$$

$$K_{12} = 0 \quad (2.97b)$$

$$K_{13} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} dz \quad (2.97c)$$

$$K_{21} = 0 \quad (2.97d)$$

$$K_{22} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.97e)$$

$$K_{23} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \gamma_j dz \quad (2.97f)$$

$$K_{31} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.97g)$$

$$K_{32} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \gamma_i \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.97h)$$

$$K_{33} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_2 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \gamma_i \gamma_j dz \quad (2.97i)$$

$$M_{11} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_0 \alpha_i \alpha_j dz \quad (2.98a)$$

$$M_{12} = 0 \quad (2.98b)$$

$$M_{13} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_1 \alpha_i \gamma_j dz \quad (2.98c)$$

$$M_{21} = 0 \quad (2.98d)$$

$$M_{22} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_0 \beta_i \beta_j dz \quad (2.98e)$$

$$M_{23} = 0 \quad (2.98f)$$

$$M_{31} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_1 \gamma_i \alpha_j dz \quad (2.98g)$$

$$M_{32} = 0 \quad (2.98h)$$

$$M_{33} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_2 \gamma_i \gamma_j dz \quad (2.98i)$$

2.6.2 Timoshenko kirişlerinin zorlanmış titreşim analizi

Dinamik nokta yükü $Q(t)$ 'nin zamana bağlı sinüzoidal harmonik davranış gösterdiği varsayılmaktadır.

$$Q(t) = Q_0 \sin(\bar{\omega}t), \quad 0 \leq t \leq \infty \quad (2.99)$$

İfadede yer alan Q_0 dinamik yükün genliğini, $\bar{\omega}$ ise yükün frekansını temsil etmektedir.

Kelvin-Voigt viskoelastik modeline göre Timoshenko kiriş teorisine göre kurulan ilişki aşağıda verilmiştir.

$$\sigma_z = E(Y) \left(\left[\frac{\partial u_0}{\partial z} - Y \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] + \eta_1(Y) \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial u_0}{\partial z} - Y \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] \right) \quad (2.100)$$

$$\sigma_{zy} = G(Y) K_s \left(\left[\frac{\partial v_0}{\partial z} - \phi \right] + \eta_2(Y) \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial v_0}{\partial z} - \phi \right] \right) \quad (2.101)$$

Burada yer alan η_1 ve η_2 viskoz sönüm oranları olup açılımları izleyen şekilde temsil edilmiştir.

$$\eta_1(Y) = \frac{c(Y)}{E(Y)}, \quad \eta_2(Y) = \frac{c(Y)}{G(Y)} \quad (2.102)$$

Kirişin şekil değiştirme enerjisi (U_i), kinetik enerjisi (T), sönüm fonksiyonu (R) ve dış kuvvetlerin potansiyel enerjisi (U_e) izleyen şekilde sırasıyla verilmiştir.

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L \left[A_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} \right)^2 - 2A_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial z} + A_2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L K_s B_0 \left[\left(\frac{\partial v_0}{\partial z} \right)^2 - 2 \frac{\partial v_0}{\partial z} \phi + \phi^2 \right] dz \quad (2.103)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \left(I_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right)^2 - 2I_1 \left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) + I_2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 + I_0 \left(\frac{\partial v_0}{\partial t} \right)^2 \right) dz \quad (2.104)$$

$$R = \frac{1}{2} \int_0^L \left(C_0 \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right) \right)^2 - 2C_1 \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right) \right) \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \right) + C_2 \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right) \right)^2 + C_3 \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v_0}{\partial t} \right) - \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \right)^2 \right) dz \quad (2.105)$$

$$U_e = -Q(t)v(z_p, t) \quad (2.106)$$

Denklem 2.103, 2.104, 2.105 ve 2.106 'da yer alan;

$$(A_0, A_1, A_2) = \int_A E(Y) (1, Y, Y^2) dA \quad (2.107a)$$

$$B_0 = \int_A G(Y) dA \quad (2.107b)$$

$$(I_0, I_1, I_2) = \int_A \rho(Y)(1, Y, Y^2) dA \quad (2.107c)$$

$$(C_0, C_1, C_2) = E(Y)\eta_1(Y)(1, Y, Y^2) dA \quad (2.107d)$$

$$C_3 = \int_A G(Y)\eta_2(Y) dA \quad (2.107e)$$

Problemin Lagrange fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$I = T - (U_i - U_e) \quad (2.108)$$

Ritz metoduna göre eksenal ve düşey yer değıştirmenin yaklaşık çözüm fonksiyonu k terimli dizi şeklinde izleyen şekilde temsil edilmiştir.

$$u_o(z, t) = \sum_{i=1}^k a_i(t)\alpha_i(z) \quad (2.109a)$$

$$v_o(z, t) = \sum_{i=1}^k b_i(t)\beta_i(z) \quad (2.109b)$$

$$\phi(z, t) = \sum_{i=1}^k c_i(t)\gamma_i(z) \quad (2.109c)$$

Burada a_i , b_i ve c_i bilinmeyen katsayılar, $\alpha_i(z, t)$, $\beta_i(z, t)$ ve $\gamma_i(z, t)$ ise koordinat fonksiyonlarıdır ve ifadeleri izleyen şekilde verilmiştir.

$$\alpha_i(z) = z^i \quad (2.110a)$$

$$\beta_i(z) = z^{(i+1)} \quad (2.110b)$$

$$\gamma_i(z) = z^i \quad (2.110c)$$

2.109a, 2.109b ve 2.109c denklemlerindeki yaklaşık çözüm fonksiyonlarını 2.103, 2.104, 2.105 ve 2.106'da bulunan enerji ifadelerine yerleştirdikten sonra Lagrange denklemi aşağıda temsil edilmiştir.

$$\frac{\partial I}{\partial q_i} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial I}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (2.111)$$

Lagrange prosedürü uygulandıktan sonra problemin hareket denklemi elde edilir.

$$[K]\{q(t)\} + [C]\{\dot{q}(t)\} + [M]\{\ddot{q}(t)\} = \{F(t)\} \quad (2.112)$$

Burada $[K]$, $[C]$, $[M]$ ve $\{F(t)\}$ sırasıyla rijitlik matrisi, sönüm matrisi, kütle matrisi ve yük vektörünü açıklar. Bu ifadelerin detayı izleyen şekillerde temsil edilmektedir.

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \quad (2.113a)$$

$$K_{11} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.113b)$$

$$K_{12} = 0 \quad (2.113c)$$

$$K_{13} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} dz \quad (2.113d)$$

$$K_{21} = 0 \quad (2.113e)$$

$$K_{22} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.113f)$$

$$K_{23} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \gamma_j dz \quad (2.113g)$$

$$K_{31} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_1 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.113h)$$

$$K_{32} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \gamma_i \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.113i)$$

$$K_{33} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L A_2 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s B_0 \gamma_i \gamma_j dz \quad (2.113j)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (2.114a)$$

$$C_{ij}^{11} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L C_0 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.114b)$$

$$C_{ij}^{12} = 0 \quad (2.114c)$$

$$C_{ij}^{13} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L C_1 \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} dz \quad (2.114d)$$

$$C_{ij}^{21} = 0 \quad (2.114e)$$

$$C_{ij}^{22} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s C_3 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.114f)$$

$$C_{ij}^{23} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s C_3 \frac{\partial \beta_i}{\partial z} \gamma_j dz \quad (2.114g)$$

$$C_{ij}^{31} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L C_1 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} dz \quad (2.114h)$$

$$C_{ij}^{32} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L K_s C_3 \gamma_i \frac{\partial \beta_j}{\partial z} dz \quad (2.114i)$$

$$C_{ij}^{33} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L C_2 \frac{\partial \gamma_i}{\partial z} \frac{\partial \gamma_j}{\partial z} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_0^L K_s C_3 \gamma_i \gamma_j dz \quad (2.114j)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (2.115a)$$

$$M_{11} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_0 \alpha_i \alpha_j dz \quad (2.115b)$$

$$M_{12} = 0 \quad (2.115c)$$

$$M_{13} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_1 \alpha_i \gamma_j dz \quad (2.115d)$$

$$M_{21} = 0 \quad (2.115e)$$

$$M_{22} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_0 \beta_i \beta_j dz \quad (2.115f)$$

$$M_{23} = 0 \quad (2.115g)$$

$$M_{31} = - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_1 \gamma_i \alpha_j dz \quad (2.115h)$$

$$M_{32} = 0 \quad (2.115i)$$

$$M_{33} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^L I_2 \gamma_i \gamma_j dz \quad (2.115j)$$

$$\{F(t)\} = Q(t)\beta_j \quad (2.116)$$

2.112'deki hareket denkleminin çözümünde zaman tanım aralığında Newmark ortalama ivme yöntemi kullanılır. Newmark ortalama ivme yöntemini kullanarak hareket denklemini aşağıdaki forma dönüştürülür.

$$[\bar{K}(t, X)]\{q_n\}_{j+1} = \{\bar{F}(t)\} \quad (2.117)$$

İfadede yer alan ;

$$[\bar{K}(t, X)] = [K] + \frac{[M]}{\beta \Delta t^2} + \frac{[C]\alpha}{\beta \Delta t} \quad (2.118)$$

$$\{\bar{F}(t)\} = \{F(t)\}_{j+1} + B_1\{q_n\}_j + B_2\{\dot{q}_n\}_j + B_3\{\ddot{q}_n\}_j \quad (2.119)$$

Denklem 2.119'te yer alan B_1 , B_2 ve B_3 ifadelerinin açılımı izleyen şekilde verilmiştir.

$$B_1 = \frac{[M]}{\beta\Delta t^2} + \frac{[C]\alpha}{\beta\Delta t} \quad (2.120a)$$

$$B_2 = \frac{[M]}{\beta\Delta t} + [C]\left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right) \quad (2.120b)$$

$$B_3 = [M]\left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) + [C]\left(\frac{\alpha}{2\beta} - 1\right) \quad (2.120c)$$

İfadede yer alan $\alpha = 0.50$, $\beta = 0.25$ 'tir.

$t_{j+1} = t_j + \Delta t$ anı için $\{q_n\}_{j+1}$ değeri hesaplandıktan sonra ;

$$\{\ddot{q}_n\}_{j+1} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}(\{q_n\}_{j+1} - \{q_n\}_j) - \frac{[M]}{\beta\Delta t}\{\dot{q}_n\}_j - \left(\frac{\alpha}{2\beta} - 1\right)\{\ddot{q}_n\}_j \quad (2.121a)$$

$$\{\dot{q}_n\}_{j+1} = \{\dot{q}_n\}_j + \Delta t(1 - \alpha)\{\ddot{q}_n\}_j + \Delta t\alpha\{\ddot{q}_n\}_{j+1} \quad (2.121b)$$

Her adımda çözülmesi gereken 2.121a ve 121b denklemleri bulunur.

3. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

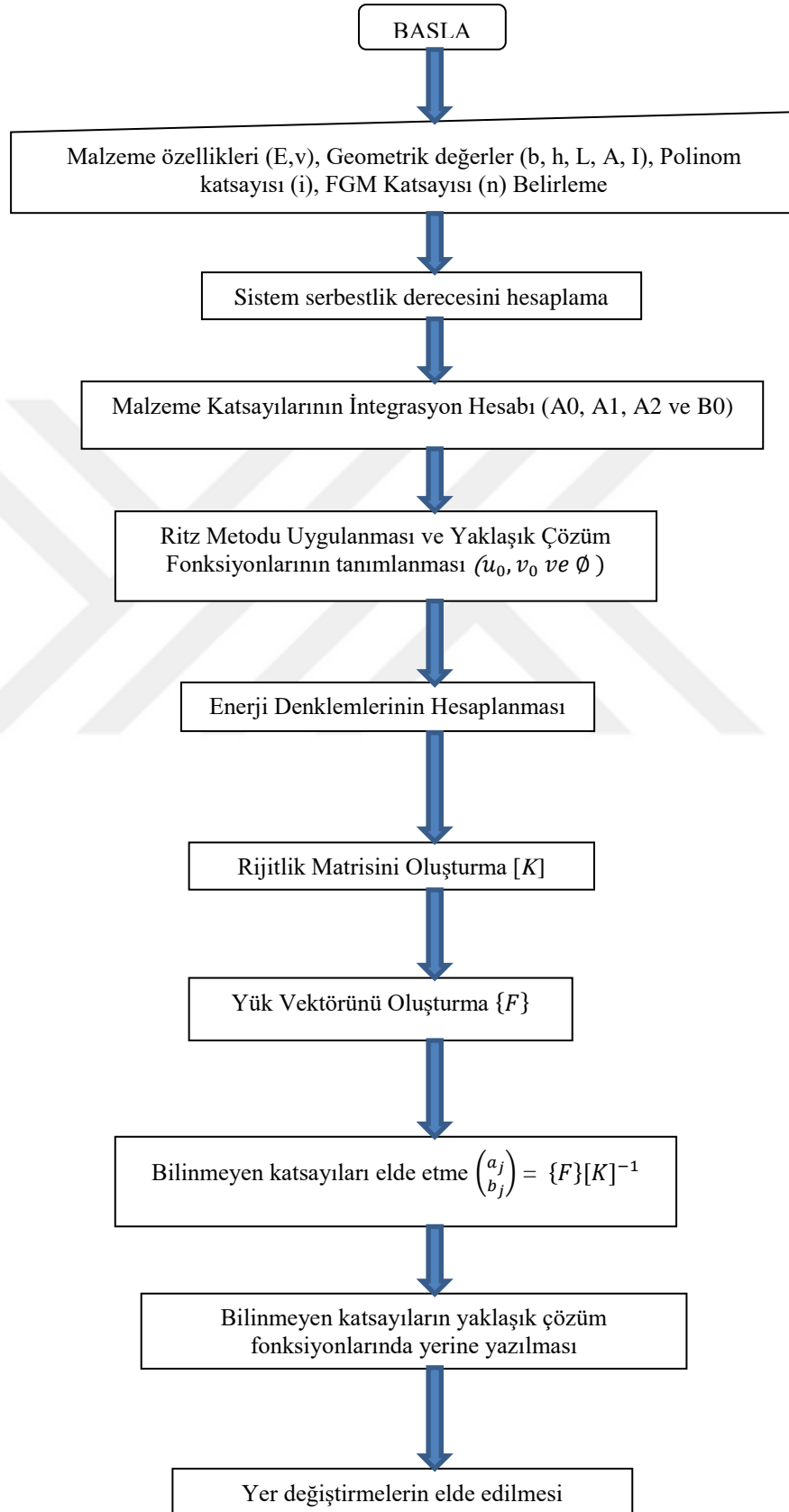
3.1 Statik Analiz

Bu bölümde konsol kompozit bir kirişin statik düşey yer değiştirmeleri ve gerilme durumları incelenmiş hem fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme formunda hem de katmanlı kompozit malzeme formunda analizler yapılarak iki farklı duruma ait elde edilen sonuçlar birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Ek olarak, sonuçlar Timoshenko ve Euler Bernoulli kiriş teoremi gibi iki farklı kiriş teorisi açısından elde edilmiş ve farklı kiriş boyutları için sonuçlar incelenerek hem kiriş teorilerinin hem de kirişin narinlik oranının analiz üzerindeki etkisi gözlemlenmiştir.

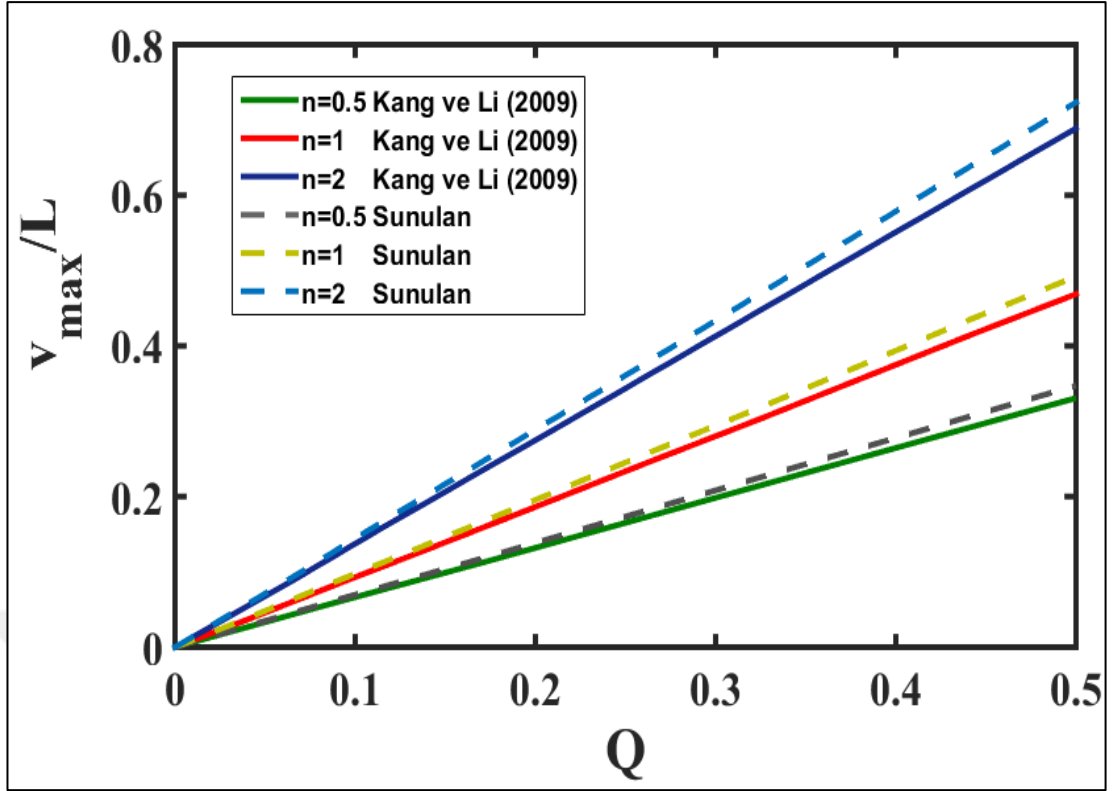
Sayısal örneklerde kompozit kirişi oluşturan malzemeler Zirkonya ve Alümina olarak seçilmiş ve malzeme dağılım formları şekil 2.1’de gösterilmiştir. Bu malzemelerin temel malzeme parametreleri izleyen şekilde verilmiştir. $E_{Zirkonya} = 151 \text{ GPa}$, $\nu_{Zirkonya} = 0.2882$, $E_{Alümina} = 70 \text{ GPa}$ ve $\nu_{Alümina} = 0.31$. İfadede yer alan ν poisson oranını temsil etmektedir. Sayısal çalışmalarda kiriş boyutu $b=0.1\text{m}$, $h=0.1\text{m}$ seçilmiş kirişin uzunluğu L ise kirişin uzunluk-yükseklik oranına (L/h) bağlı olarak değişmektedir. Elde edilen tüm teori ve formülasyonların çözümü için MATLAB programında kodlamalar yapılmış ve sayısal sonuçlar ile grafikler elde edilmiştir. Matlab programında yazılmış olan algoritmalar şekil 3.1’de temsil edilmiştir. Tüm sayısal sonuçlarda dizilere ait terim sayısı 10 olarak alınmıştır. Çalışmada elde edilen yer değiştirmeler, konsol kirişin maksimum yer değiştirme noktası olan serbest uçdaki değerler hesaplanmıştır.

Analize yönelik üretilen formülasyonları doğrulamak ve MATLAB programında yazılan kodu fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden oluşan kirişin statik analizinde kullanmak amacıyla maksimum düşey yer değiştirmeler elde edilmiş (serbest uçta) ve bu alanda yapılmış spesifik bir çalışmayla kıyaslanmıştır. Kang ve Li (2009) çalışmasında, noktasal yük etkisi altındaki fonksiyonel derecelendirilmiş konsol kompozit kirişin, farklı FDM katsayıları (n) için statik analizini yapmış ve maksimum yer değiştirmeleri elde etmişlerdir. Kang ve Li ’nin çalışmasından elde

edilen doğrusal sonuçlar şekil 3.2’de MATLAB programında elde edilen sonuçlar ile kıyaslanmıştır.



Şekil 3.1: Kompozit kirişin statik analizine ait algoritma.



Şekil 3.2 : Karşılaştırma çalışması; fonksiyonel derecelendirilmiş konsol kirişin farklı FDM katsayıları (n) için boyutsuz maksimum düşey yer değiştirmeler ile yük arasındaki ilişkinin incelenmesi.

Bu kıyaslama çalışmasında boyutsuz sonuçlar sunulmuştur. Grafikte yer alan Q ifadesi $Q = PL^2/bh^3E_a$ şeklinde tanımlanan boyutsuz yükü temsil etmektedir. Çalışmada karşılaştırılan yer değiştirmelerin birbirine çok yakın olduğu görülmektedir.

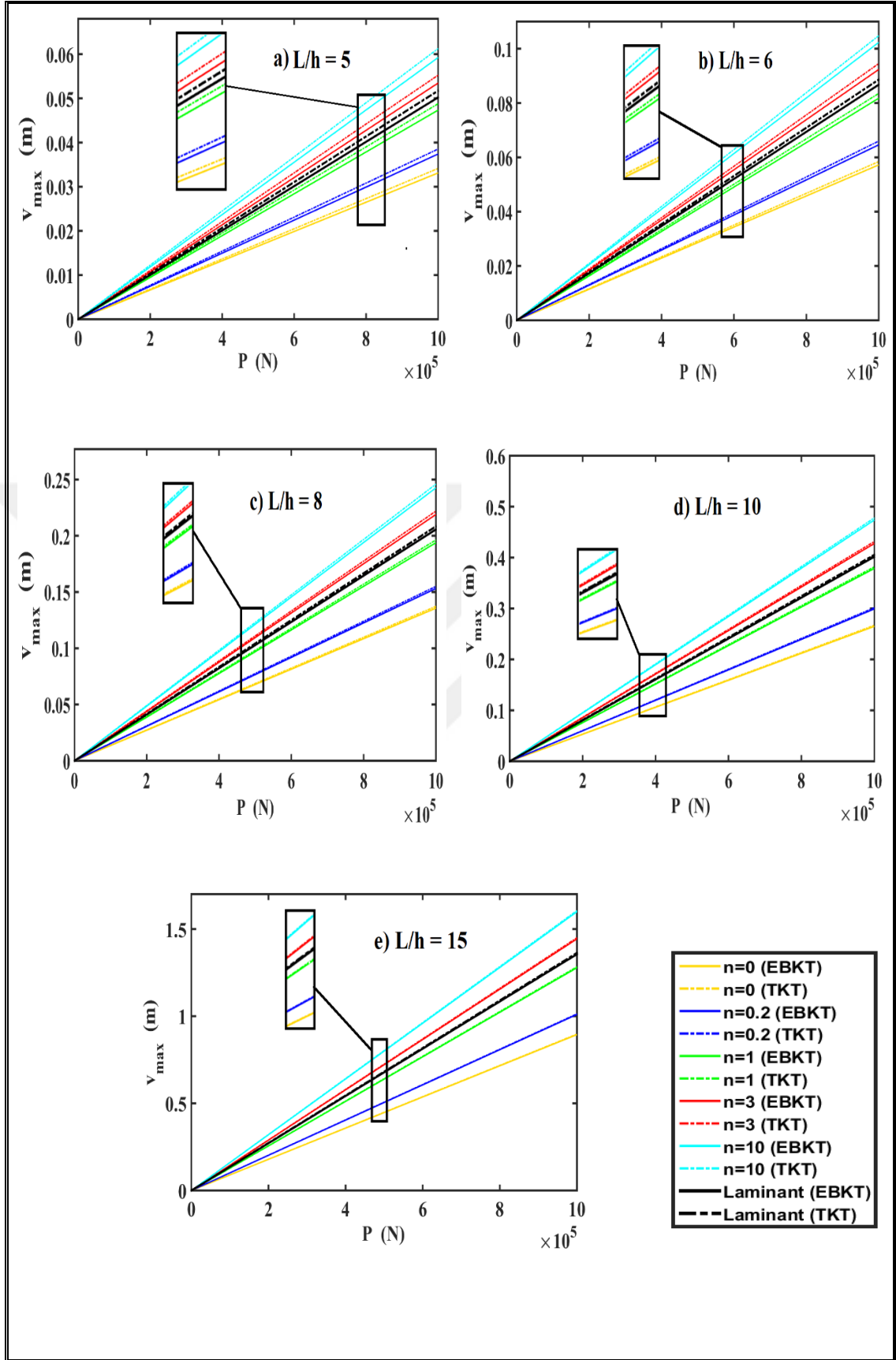
Formülasyon ve kodlamaları daha fazla doğrulamak amacıyla tabakalı kompozit kiriş için maksimum düşey yer değiştirme (serbest uçta) sonuçları elde edilmiş ve ANSYS Workbench 14 programı ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar $P = 100 \text{ kN}$ nokta yükü ve farklı uzunluk – yükseklik oranlarına (L/h) göre çizelge 3.1’de gösterilmektedir. Çizelge 3.1’de görüldüğü üzere bu çalışmanın sonuçları ANSYS Workbench 14 programından elde edilen sonuçlarla yakınlık göstermektedir.

Çizelge 3.1: Karşılaştırma çalışması; farklı uzunluk/yükseklik oranları için iki katmanlı kompozit kirişin maksimum düşey yer değiştirmeleri (m).

	v_{\max} (m)			
	$L/h=7$	$L/h=10$	$L/h=15$	$L/h=30$
Sunulan	0.014	0.04053	0.13628	1.0877
ANSYS Workbench 14	0.017	0.04215	0.13923	1.0886

Şekil 3.3'te konsol kirişin serbest ucunda yük artışına bağlı olarak değişen düşey maksimum yer değiştirmeler incelenmiş olup, sonuçlar farklı uzunluk – yükseklik oranları için fonksiyonel olarak derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit malzeme formunda sunulmuştur. Ek olarak sonuçlar hem Euler-Bernoulli kiriş teorisinde (EBKT) hem de Timoshenko kiriş teorisinde (TKT) incelenmiş ve gösterilmiştir. Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kirişlerin analizinde; fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin sonuçları ve katmanlı malzemelerin sonuçları arasında kıyaslama yapmak amacıyla farklı FDM katsayıları (n) kullanılmıştır.

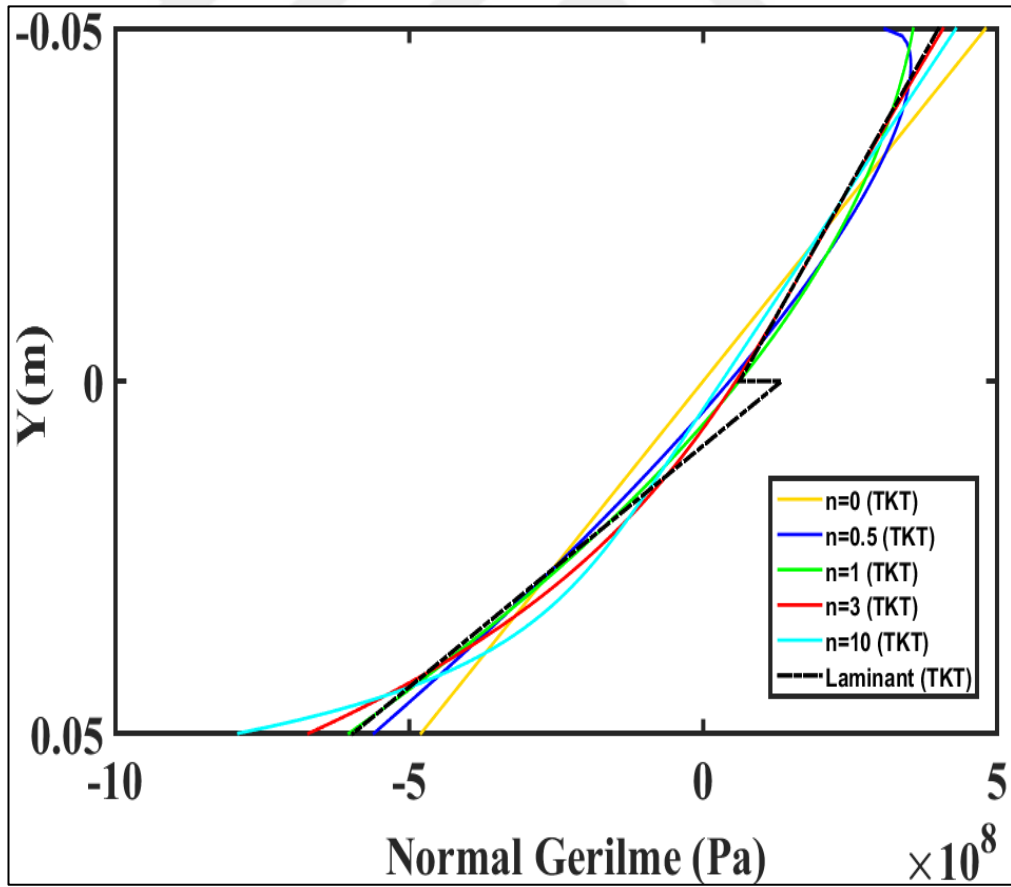
Şekil 3.3'te görüldüğü üzere FDM katsayısını (n) arttırdıkça kirişin serbest ucunda meydana gelen yer değiştirmeler artmaktadır. FDM katsayısı (n) arttırdıkça malzemenin Elastisite modülü eşitlik 2.1'e göre değiştiğinden dolayı, kirişin rijitliği azalmakta dolayısıyla yer değiştirmeler artmaktadır. Aynı malzeme değerleri ve malzeme pozisyonlarında tabakalı kompozit malzeme dağılımı şekillerde siyah renkte gösterilmiştir. Tabakalı kompozit kirişlerin yer değiştirme değerlerinin, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kirişlerin FDM katsayısı $n=1$ olduğu durumda elde edilen yer değiştirme değerlerinden büyük olduğu gözlemlenmiştir. Tabakalı kompozit malzemeden oluşan kirişlerin yer değiştirme değerleri, FDM katsayısı $n=1$ ve $n=3$ olan FDM kirişlerinin oluşturduğu değerlerin arasındadır. Katsayı $n<1$ olduğu durumda yer değiştirme değerleri tabakalı duruma göre daha küçüktür. Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kirişlerin malzeme dağılım parametreleri (n) 1 den küçük olduğu durumlarda oluşan yer değiştirme miktarları tabakalı duruma göre daha az olmaktadır. Bu yüzden FDM katsayısı $n<1$ olan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin seçilmesi durumunda tabakalı kirişlere göre ciddi bir üstünlüğe sahip olduğu görülmektedir. Sonuçlar malzeme dağılım parametresinin (n); fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemelerin mekanik davranışı üzerinde önemli bir rol oynadığını göstermekle birlikte n parametresinin uygun seçildiği takdirde fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin mekanik davranış açısından tabakalı malzemelere göre daha fazla avantaja sahip olduğunu göstermektedir.



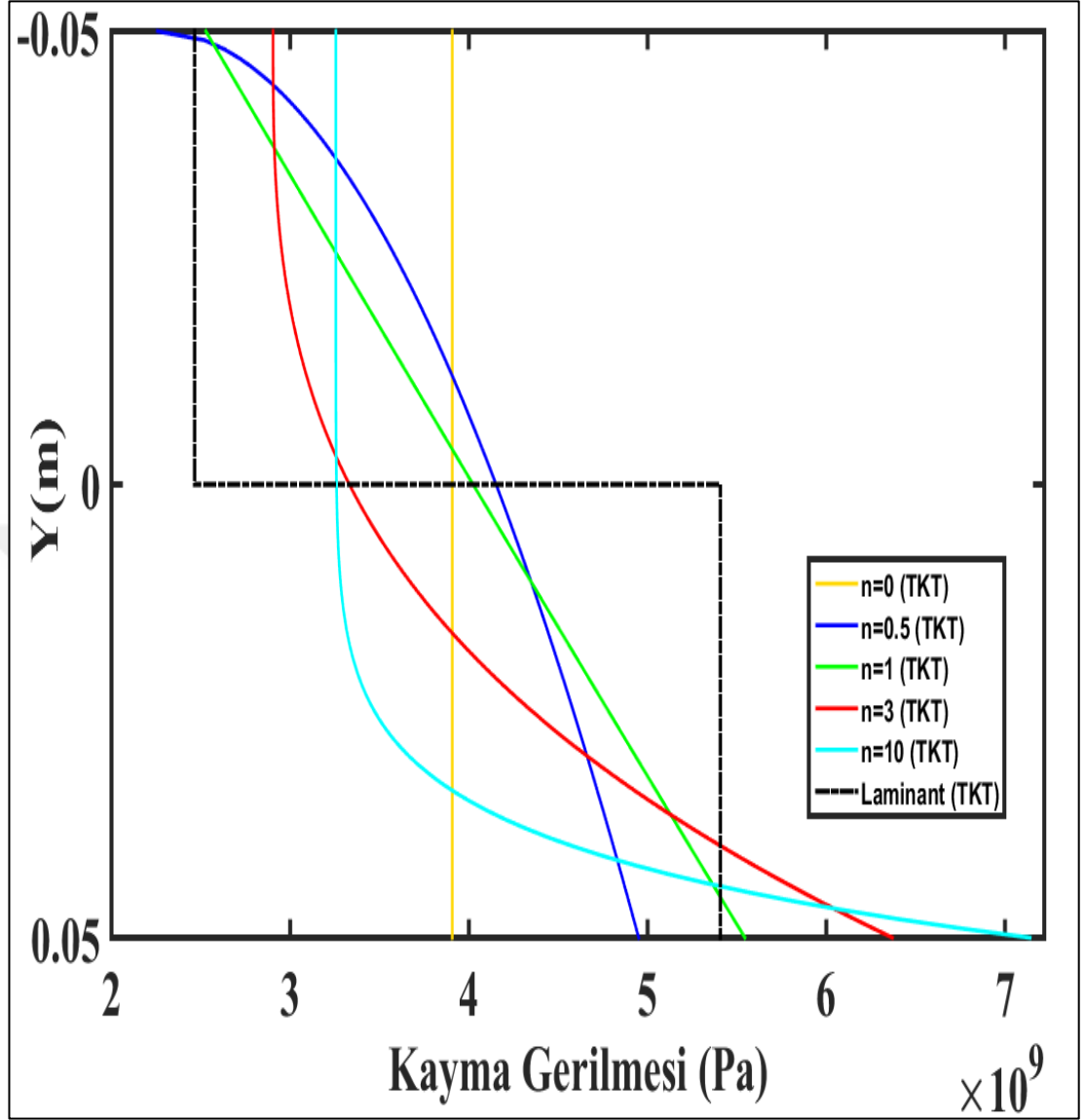
Şekil 3.3: Fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit konsol kirişlerin farklı kiriş teorileri ve uzunluk/yükseklik oranları için yük-yer değiştirme ilişkilerinin incelenmesi.

Şekil 3.3'te elde edilen bir başka sonuç ise Euler-Bernoulli kiriş teorisi ile Timoshenko kiriş teorisi arasındaki farkın iki farklı tip kompozit için uzunluk – yükseklik oranının (L/h) artmasıyla azaldığıdır. Uzunluk – yükseklik oranının daha küçük olduğu durumlarda iki kiriş teorisi arasında önemli bir fark olduğu gözlemlenmiştir. Uzunluk – yükseklik oranlarının daha küçük olduğu değerlerde daha gerçekçi sonuçlar elde etmek için, iki tip kompozitte de Euler-Bernoulli kiriş teorisi yerine Timoshenko kiriş teorisi tercih edilmelidir.

Şekil 3.4 ve şekil 3.5'te fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit konsol kirişlerin mesnet kesitindeki normal ve kayma gerilmelerinin kalınlık boyunca dağılımları sunulmuştur. Kirişlerin uzunluk – yükseklik oranları $L/h = 8$ ve kirişe etkiyen kuvvet $P = 10^5$ N olarak seçilmiş olup sonuçlar farklı malzeme parametreleri (n) için elde edilmiştir. Şekillerde açıkça tabakalı kompozitteki gerilme dağılımlarının fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kompozittekilerden çok farklı olduğu görülmektedir.



Şekil 3.4: Timoshenko Kiriş Teorisine (TKT) göre tabakalı konsol kompozit kirişler ile farklı FDM katsayısına sahip fonksiyonel derecelendirilmiş konsol kompozit kirişlerin mesnet noktasındaki normal gerilmelerin kirişin kalınlığı boyunca dağılımı.

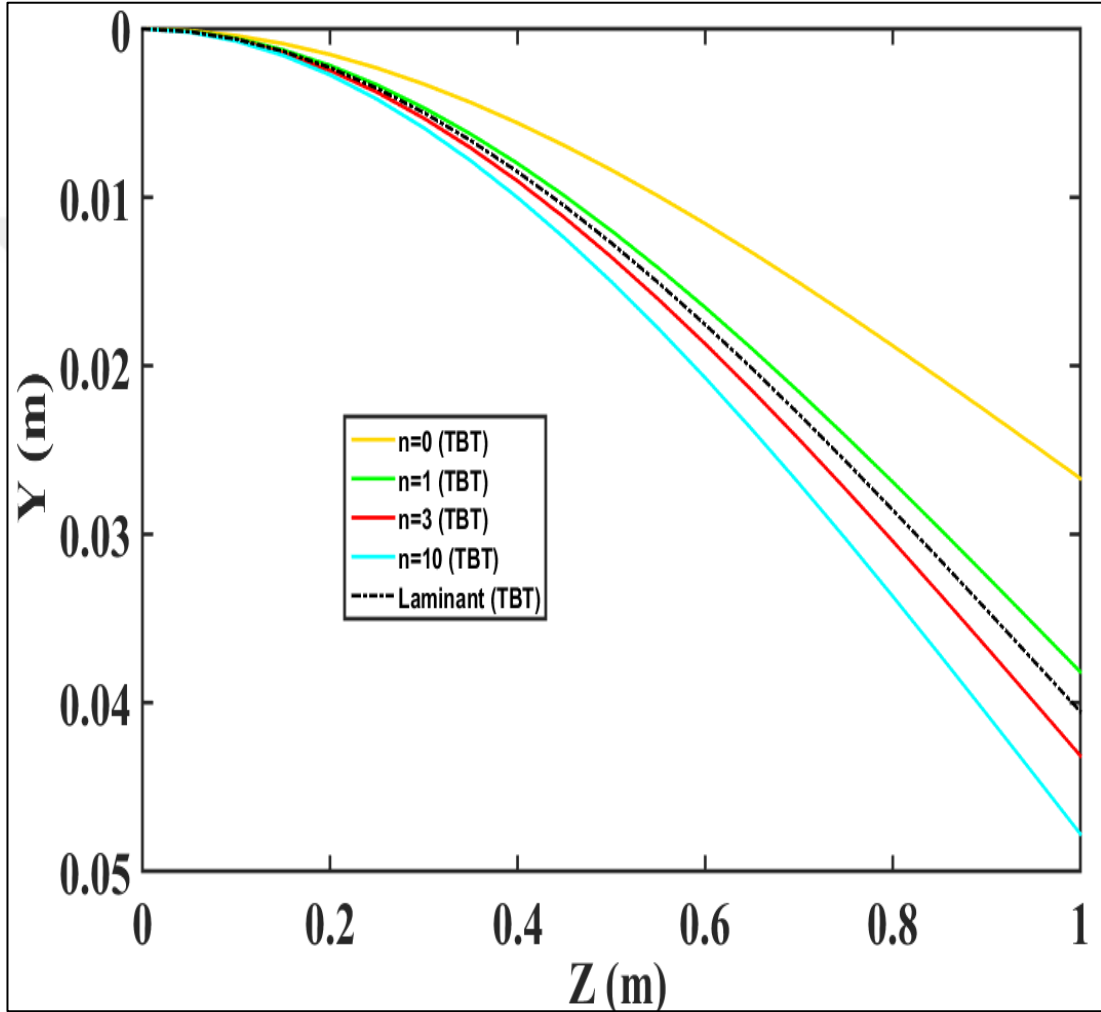


Şekil 3.5: Timoshenko Kiriş Teorisine (TKT) göre tabakalı konsol kompozit kirişler ile farklı FDM katsayısına sahip fonksiyonel derecelendirilmiş konsol kompozit kirişlerin mesnet noktasındaki kayma gerilmelerinin kirişin kalınlığı boyunca dağılımı.

Tabakalı kompozit kirişlerde normal ve kayma gerilmeleri arayüzlerde aniden değişmektedir. Bu noktalarda süreksizlikler oluşmaktadır. Oysa, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kirişlerdeki gerilmeler aniden değişmemekte ve kademeli olarak dağılmaktadır. Tabakalı kompozitlerde arayüzlerde oluşan gerilme süreksizlikleri sonucu sıklıkla çatlaklar ve delaminasyon meydana gelir. Bu yüzden tabakalı kompozitler yerine fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kompozitlerin kullanımı sonucunda çatlak problemleri minimize edilebilir. Ayrıca şekil 3.4 ve 3.5'te görüldüğü üzere FDM katsayısı (n), fonksiyonel derecelendirilmiş kompozitlerin gerilim dağılımı

üzerinde oldukça etkilidir. Bu parametrenin uygun bir değer seçilmesi halinde gerilmelerde önemli ölçüde azalma görülebilir.

Fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit kirişlerin statik davranışı arasındaki farkı daha net görebilmek amacıyla; kirişlerin şekil değiştirmiş konumları şekil 3.6'da incelenmiştir. $L/h = 10$ ve $P = 10^5$ N seçilmiş olup sonuçlar farklı FDM katsayıları (n) açısından Timoshenko Kiriş Teorisine göre ele alınmıştır.



Şekil 3.6: Timoshenko Kiriş Teorisine (TKT) göre tabakalı konsol kompozit kirişler ile farklı FDM katsayısına sahip fonksiyonel derecelendirilmiş konsol kompozit kirişlerin şekil değiştirmiş konumları.

Şekil 3.6'da görüldüğü üzere statik yer değiştirme açısından tabakalı ile fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemeler arasında büyük bir fark vardır. Önceki statik sonuçlar gibi (n) parametresi fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemenin mekanik davranışı üzerinde önemli bir role sahiptir. (n) parametresinin azalmasıyla yer değiştirmeler tabakalı kompozitteki durumun aksine azalmaktadır. Bu, fonksiyonel

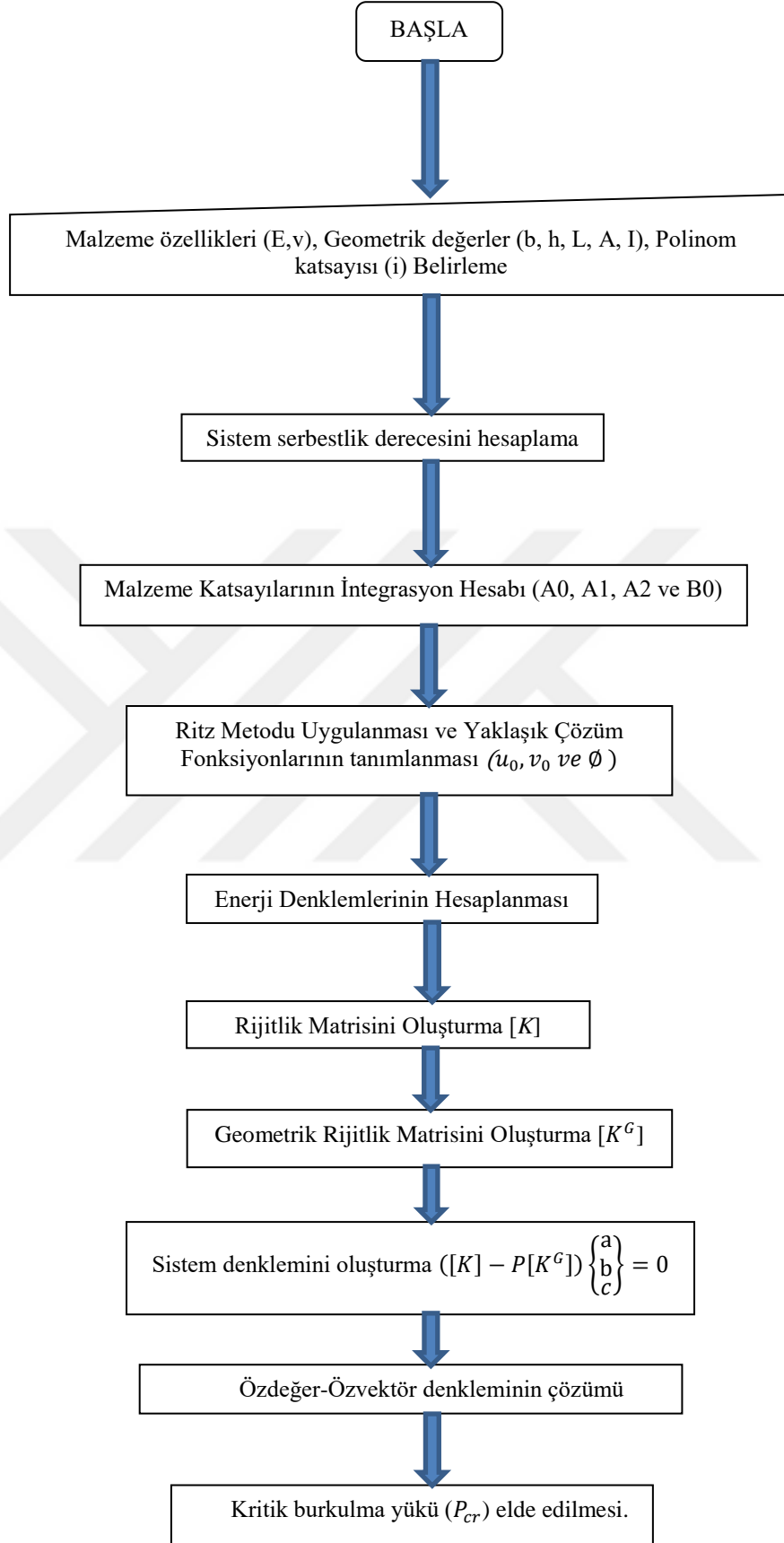
olarak derecelendirilmiş malzemelerin yapıların mekanik davranışı açısından tabakalı kompozitlere kıyasla daha üstün olduğunu göstermektedir.

3.2 Stabilite Analizi

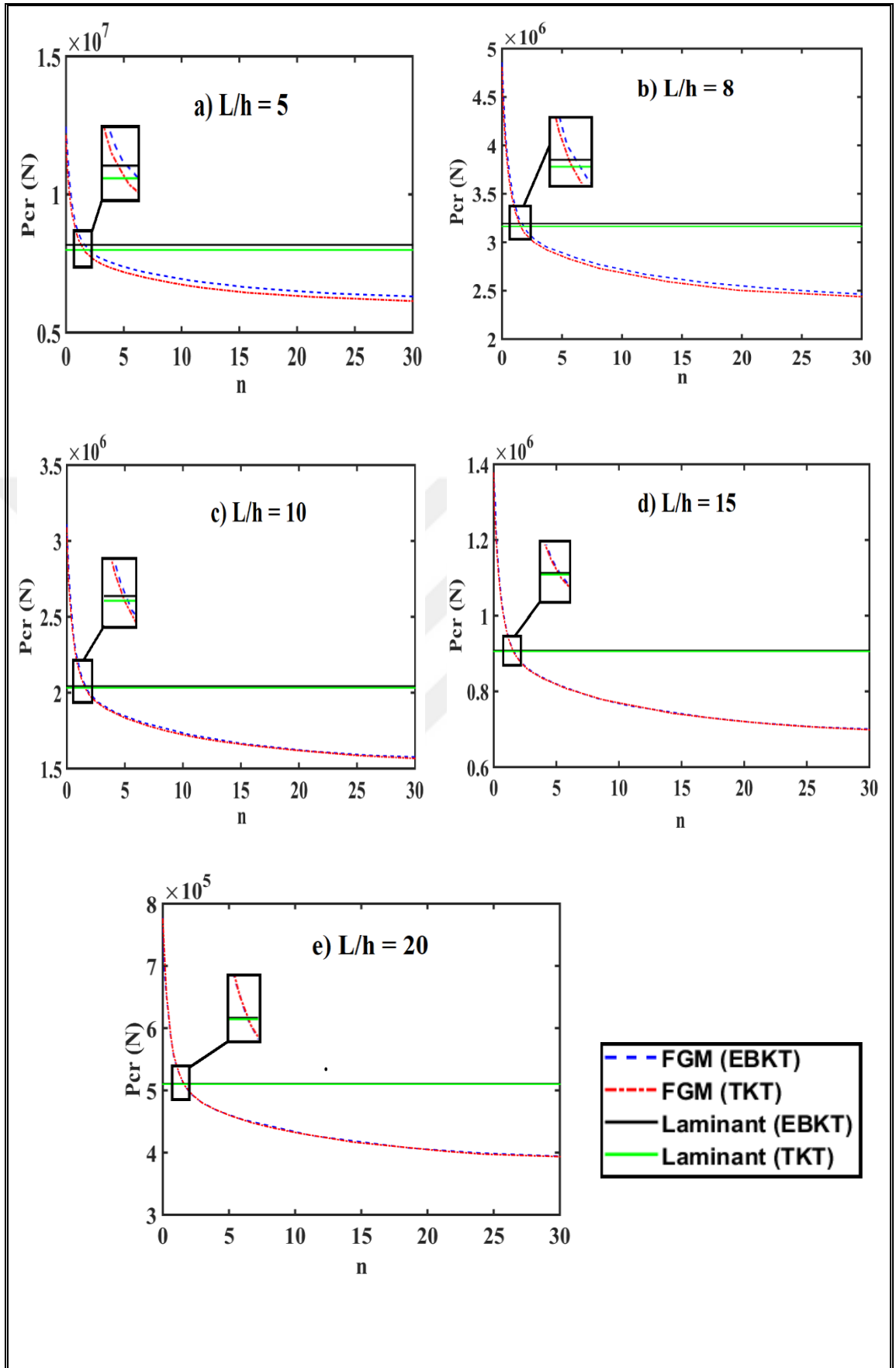
Bu bölümde aksenal basınç yüküne maruz kalan konsol kompozit kirişin burkulma davranışı incelenmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme durumu ile tabakalı malzeme durumunun kritik burkulma yükü (P_{cr}) üzerindeki etkisi araştırılmış ve malzeme dağılım parametresinin (n) stabilite davranışına etkisi detaylandırılmıştır. Nümerik sonuçlar hem Timoshenko Kiriş Teorisi hem de Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi etrafında elde edilerek iki teori arasındaki sonuç farkı gözlemlenmiştir. Sonuçlar farklı uzunluk – yükseklik oranlarına (L/h) göre elde edilerek kiriş geometrisinin yapılan analizlerle ilişkisi ortaya konmuştur.

Burkulma analizinde kompozit kirişi oluşturan malzemeler Zirkonya ve Alümina olarak seçilmiş olup bu malzemelerin kiriş geometrisindeki dağılım formları Şekil 2.1’de temsil edilmiştir. Analizde kullanılan malzeme parametreleri; Zirkonya için, $E_a = 151 \text{ GPa}$, $\nu_a = 0.2882$, Alümina için $E_u = 70 \text{ GPa}$ ve $\nu_u = 0.31$. Kirişin geometrik özellikleri ise $b=0.1\text{m}$, $h=0.1\text{m}$ seçilmiş ve kirişin uzunluğu L ise kirişin uzunluk-yükseklik oranına (L/h) bağlı olarak değişmektedir. Teori ve formülasyonların çözümü amacıyla MATLAB programında kodlamalar yapılmış ve sayısal sonuçlar ile grafikler elde edilmiştir. Tüm sayısal sonuçlarda dizilere ait terim sayısı 10 olarak alınmıştır. Konsol kirişin stabilite analizinde Matlab programında yazılmış olan algoritmalar şekil 3.7’de temsil edilmiştir.

Şekil 3.8’de aksenal basınç yükü etkisi altındaki konsol kirişin stabilite analizinde fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit malzeme formlarının farkları incelenmiş olup ayrıca fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerde malzeme dağılım parametresinin (n) kritik burkulma yükü (P_{cr}) üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Sonuçlar farklı uzunluk–yükseklik oranları (L/h) için sunulmuş olup kiriş geometrisinin burkulma üzerindeki etkisi gözlemlenmiştir. Euler-Bernoulli kiriş teorisi (EBKT) ve Timoshenko kiriş teorisi (TKT) olmak üzere farklı kiriş teoremleriyle elde edilen sonuçlar sunulmuştur.



Şekil 3.7: Kompozit kirişin burkulma analizine ait algoritma.



Şekil 3.8: Fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit kirişin kritik burkulma yükünün incelemesi ve FDM katsayısının (n) etkisi.

Şekil 3.8’de görüldüğü üzere fonksiyonel derecelendirilmiş kompozit kirişin kritik burkulma yükü, FDM katsayısının artmasıyla beraber azalmaktadır. Malzemenin Elastisite modülü; malzemenin kiriş geometrisindeki pozisyonuna ve denklem 2.1’e göre değiştiğinden dolayı n katsayısı arttıkça Elastisite modülü azalmakta bu da kirişin rijitliğinde ve kritik burkulma yükünde azalmaya sebep olmaktadır. Tabakalı kompozit kirişlerin kritik burkulma yük değerlerinin; fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin $P_{cr}(N) - n$ ilişkisinin temsil edildiği eğride genellikle malzeme dağılım parametresinin $2 < n < \infty$ arasında olduğu durumlarda FDM kirişlerinin kritik burkulma yük değerlerinden fazla olduğu görülmektedir. Bu nedenle malzeme dağılım parametresinin $0 < n < 2$ arasında bir değer seçilmesi durumunda FDM kirişleri tabakalı duruma göre daha avantajlı olacaktır. Bu sonuç malzeme dağılım parametresinin fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin stabilite davranışları üzerinde önemli bir rol oynadığını göstermektedir.

Şekil 3.8’de elde edilen sonuçlardan görüleceği üzere stabilite analizinde de farklı kiriş teorileri kullanılarak elde edilen sonuçlar arasındaki farkın iki farklı tip kompozit için de uzunluk – yükseklik oranının (L/h) arttıkça azaldığıdır. Uzunluk/yükseklik oranının az olduğu durumlarda Euler-Bernoulli Kiriş Teoremi ile Timoshenko Kiriş Teoremi arasında önemli bir fark olduğu gözlemlenmiştir.

3.3 Dinamik Analiz

Sayısal örneklerde, doğal frekanslar ile sönümlü zorlanmış titreşim hareketindeki dinamik tepkiler elde edilmiş ve sonuçlar fonksiyonel derecelendirilmiş kompozit kiriş ile tabakalı kompozit kiriş için karşılaştırılmıştır. Analizlerde, kirişlerin malzemeleri Zirkonya ve Alümina olarak seçilmiş olup kiriş kesitindeki dağılımları şekil 2.4’te gösterilmiştir. Bu malzemelere ait parametreler; Zirkonya için, $E_a = 151 \text{ GPa}$, $\nu_a = 0.2882$, $\rho_a = 2702 \text{ kg/m}^3$ Alümina için $E_u = 70 \text{ GPa}$ ve $\nu_u = 0.31$, $\rho_u = 3000 \text{ kg/m}^3$ şeklinde verilmiştir. Kirişe ait geometrik parametreler; $b=0.1\text{m}$, $h=0.1\text{m}$ seçilmiş ve kirişin uzunluğu L ise kirişin uzunluk-yükseklik oranına (L/h) bağlı olarak değişmektedir. Beş noktalı Gauss integral metodu ile sayısal integral hesaplamaları yapılmıştır. Tüm sayısal sonuçlarda dizilere ait terim sayısı 10 olarak alınmıştır. Sayısal örneklerde dinamik yükün genliği $Q_0 = 30 \text{ kN}$ olarak alınmıştır.

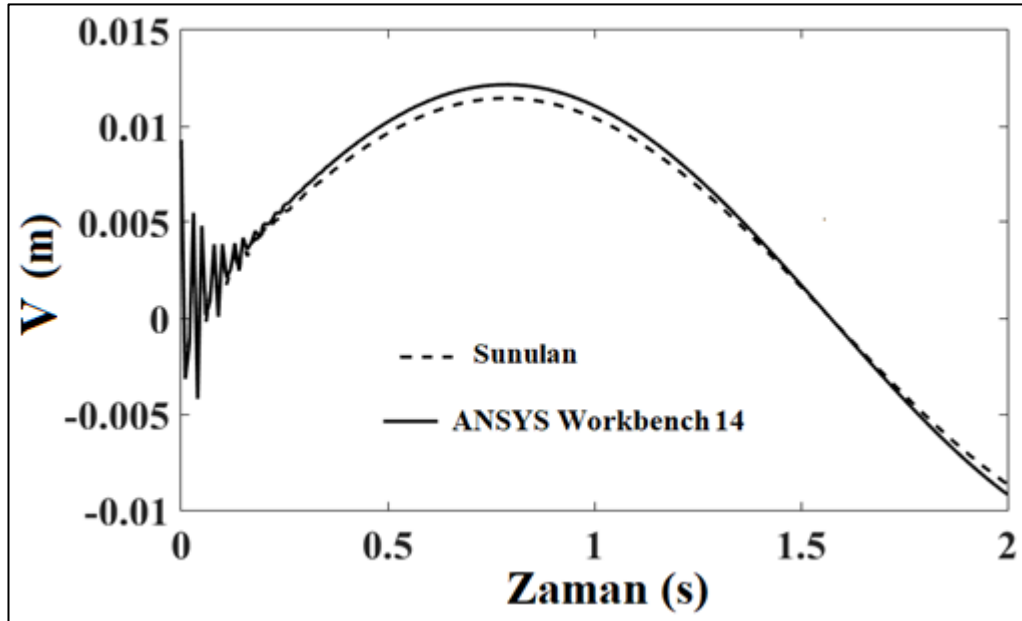
Kirişin sönüm oranı ($\eta(Y)$) eşitlik 2.1'e göre değişmekte olup, Alümina için $\eta_{Al} = 0.001$ ve Zirconia için $\eta_{Zir} = 0.002$ alınmıştır.

Formülasyonların kullanımlarını doğrulamak amacıyla, fonksiyonel derecelendirilmiş konsol kirişin boyutsuz temel doğal frekansı ($\omega_b = \omega/\sqrt{A_0/I_0}$); $L/h=20$ olduğu durumda çeşitli E_a/E_u oranları için hesaplanarak Yang ve Chen (2008) tarafından yapılan çalışmadan elde edilen sonuçlarla kıyaslanmıştır. Çizelge 3.2'de de görüldüğü üzere mevcut sonuçlar ile Yang ve Chen (2008) sonuçları birebir uyum içindedir.

Çizelge 3.2: Kıyaslama çalışması; fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin $L/h=20$ için boyutsuz temel doğal frekansları.

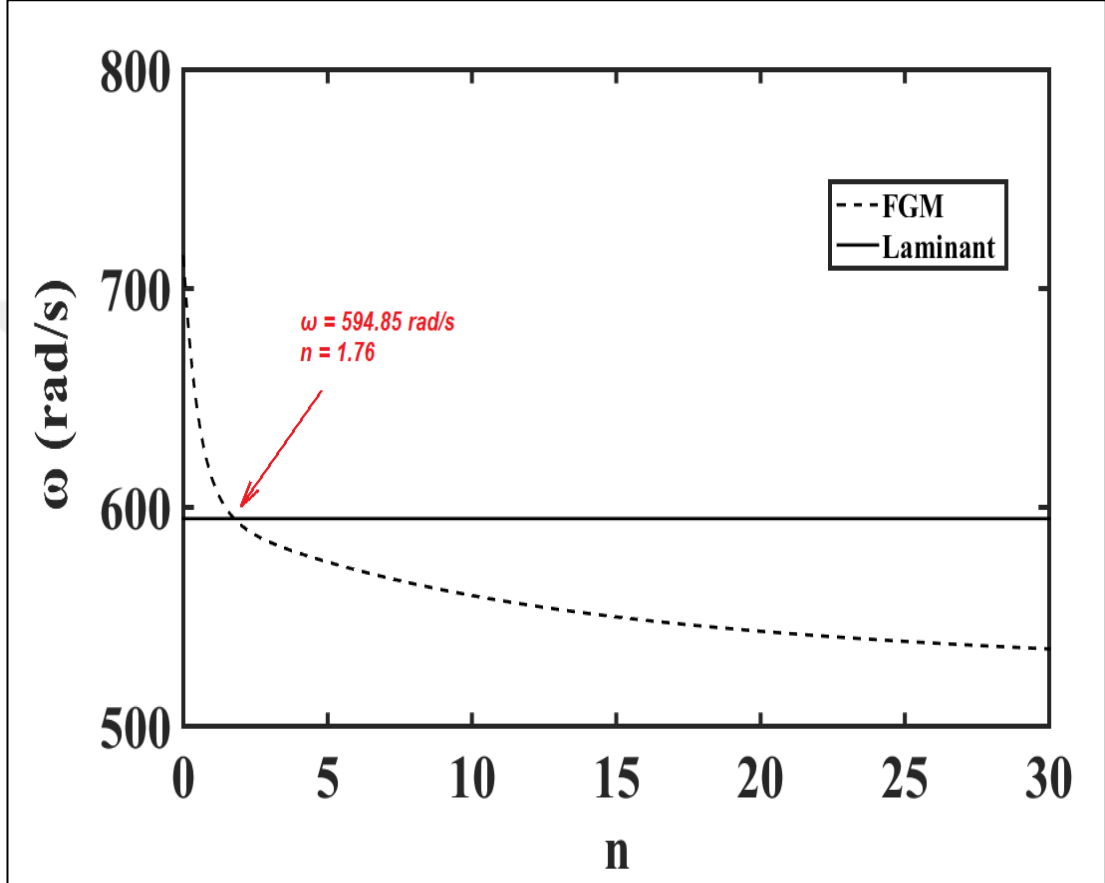
E_a/E_u	Sunulan	Yang ve Chen (2008)
0.2	0.8291	0.83
1	0.8794	0.88
5	0.8289	0.83

Başka bir karşılaştırma çalışmasında, tabakalı bir kirişin serbest ucundaki maksimum düşey yer değiştirmeler elde edilmiş ve ANSYS Workbench 14 yapısal analiz programından elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Şekil 3.9'da sonuçların elde edilmesinde kullanılan parametreler; uzunluk-yükseklik oranı $L/h=10$, dinamik yükün genliği $Q_0 = 30 \text{ kN}$ ve kuvvetin frekansı $\bar{\omega}=2 \text{ rad/s}$ olarak belirlenmiştir. Şekil 3.9'da görüldüğü üzere bu çalışmanın sonuçlarının ANSYS Workbench 14 programı ile elde edilen sonuçlarla yakın olduğu görülmektedir.



Şekil 3.9: Karşılaştırma çalışması: Tabakalı kompozit kirişin dinamik davranışı.

Şekil 3.10’da fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit kirişlerin doğal frekansları hesaplanmış ve birbirleri arasındaki farklar $L/h=10$ için gösterilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin dinamik davranışında malzeme dağılım parametresinin (n) farklı değerleri kullanılarak sonuçlar elde edilmiş ve tabakalı malzemelerin sonuçları ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 3.10: Fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit kirişlerin doğal frekans değerleri.

Şekil 3.10’da fonksiyonel derecelendirilmiş kirişe ait doğal frekans değerlerinin FDM katsayısı arttıkça azaldığı görülmektedir. Eşitlik 2.1’e ve malzemenin kiriş içindeki konumuna bağlı olarak azalan Elastisite modülü; kirişin rijitliğini ve doğal frekansların azalmasına yol açmaktadır. Tabakalı kirişlerin doğal frekans değerleri $n>1.76$ için fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin sonuçlarından daha büyüktür. FDM katsayısının değeri (n) 1.76’dan küçük olduğu zaman fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin doğal frekansları tabakalı kirişlere kıyasla daha büyük değere sahip olacağından dolayı, n katsayısının bu değerin altında seçilmesi fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeyi avantajlı hale getirmektedir. Sunulan sonuçlar malzeme

dağılım parametresinin fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kirişlerin titreşim karakterleri üzerinde önemli bir rol oynadığını göstermektedir.

Harmonik zorlama etkisi altındaki kirişte belli bir anda ($t=5s$) meydana gelen ve malzeme özelliklerine bağlı olarak değişen maksimum yer değiştirme değerleri çizelge 3.3'te farklı uzunluk-yükseklik oranları (L/h) için elde edilmiş ve her bir geometrik koşulda iki farklı kiriş teorisi için sonuçlar kıyaslanmıştır.

Çizelge 3.3'e göre kirişteki maksimum yer değiştirme değerlerinin FDM katsayısını (n) arttırdıkça arttığı görülmektedir. Bu da malzeme dağılım parametresinin (n); fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemelerin zorlanmış titreşim davranışı üzerinde önemli bir rol oynadığını göstermektedir.

Çizelge 3.3'te görüldüğü üzere kirişin uzunluk-yükseklik oranı (L/h) arttıkça Euler-Bernoulli kiriş teorisi ile Timoshenko kiriş teorisi aracılığıyla elde edilen dinamik yer değiştirme sonuçları arasındaki fark ciddi oranda azalmaktadır. İki kiriş teorisi arasındaki en büyük farkın L/h oranının daha küçük olduğu durumlarda olduğu gözlemlenmiştir. Analizde L/h oranının küçük olduğu durumlarda Euler-Bernoulli kiriş teorisi yerine Timoshenko kiriş teorisi tercih edildiğinde daha gerçekçi sonuçlar elde edildiği görülmektedir.

Çizelge 3.3: Harmonik zorlama etkisi altındaki kirişte meydana gelen ve malzeme özelliklerine bağlı olarak değişen maksimum dinamik yer değiştirme değerleri (m).

L/h	Kiriş Teorisi	Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme						Tabakalı Kompozit Malzeme
		FDM Katsayısı (n)						
		0.2	0.5	1	3	10	30	
5	E.B.K.T.	0,0000043	0,0000049	0,0000055	0,0000062	0,0000069	0,0000075	0,0000058
	T.K.T.	0,0000046	0,0000050	0,0000056	0,0000064	0,0000071	0,0000078	0,0000060
	% Fark	6,52	2,00	1,79	3,12	2,82	3,85	3,33
6	E.B.K.T.	0,0000321	0,0000364	0,0000407	0,0000460	0,0000510	0,0000561	0,0000433
	T.K.T.	0,0000328	0,0000372	0,0000416	0,0000470	0,0000522	0,0000574	0,0000441
	% Fark	2,13	2,15	2,16	2,13	2,30	2,26	1,81
7	E.B.K.T.	0,0001754	0,0001985	0,0002221	0,0002509	0,0002778	0,0003058	0,0002360
	T.K.T.	0,0001780	0,0002015	0,0002255	0,0002551	0,0002826	0,0003109	0,0002393
	% Fark	1,46	1,49	1,51	1,65	1,70	1,64	1,38

Çizelge 3.3 (Devam): Harmonik zorlama etkisi altındaki kirişte meydana gelen ve malzeme özelliklerine bağlı olarak değişen maksimum dinamik yer değiştirme değerleri (m).

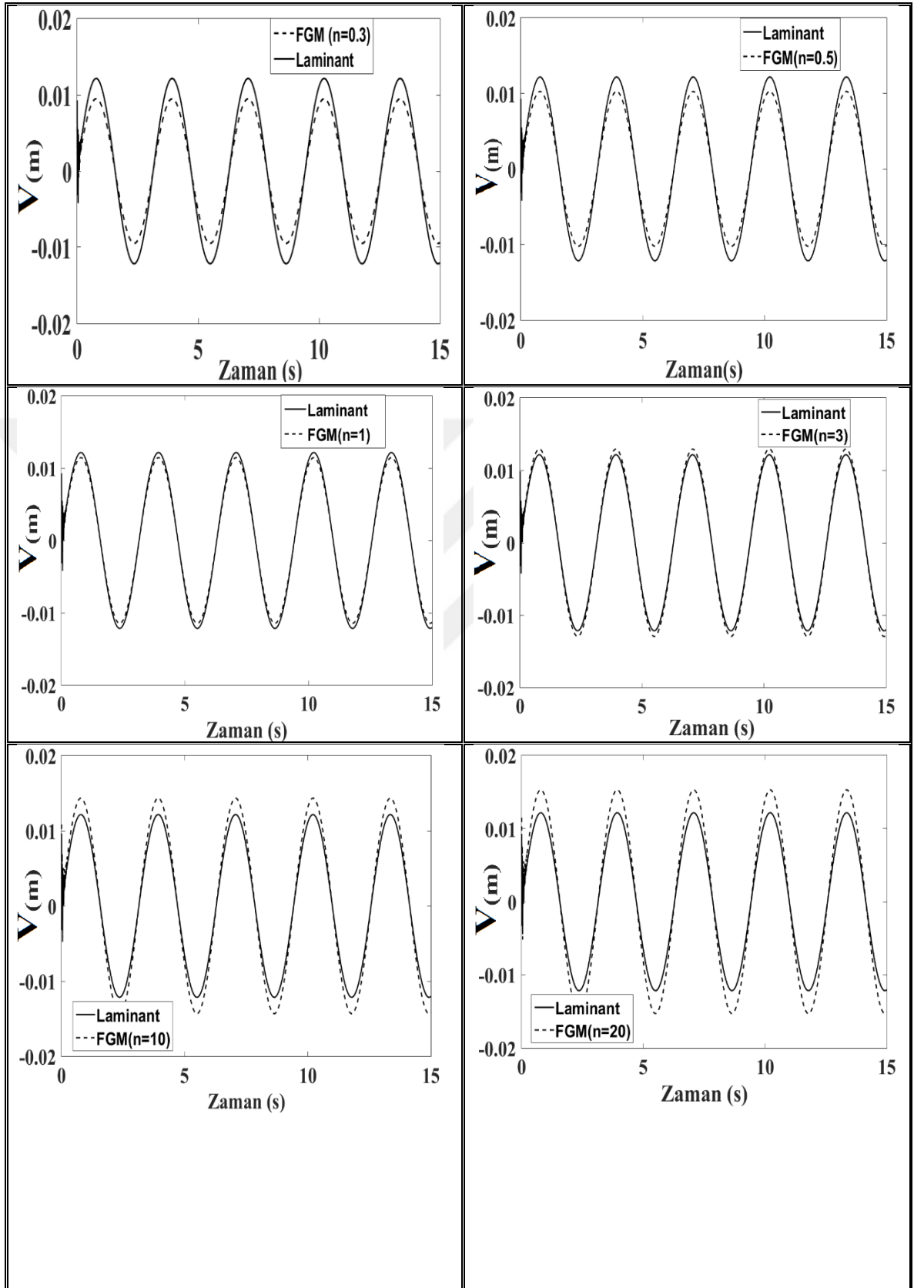
8	E.B.K.T.	0,0007620	0,0008625	0,0009651	0,0011093	0,0012054	0,0013035	0,0010068
	T.K.T.	0,0007709	0,0008723	0,0009763	0,0011211	0,0012128	0,0013143	0,0010116
	% Fark	1,15	1,12	1,15	1,05	0,6	0,82	0,47
9	E.B.K.T.	0,00281	0,00320	0,00351	0,00394	0,0044	0,0048	0,0037
	T.K.T.	0,00283	0,00322	0,00362	0,00396	0,0045	0,0049	0,0038
	% Fark	0,70	0,62	2,77	0,50	2,22	2,04	2,63
10	E.B.K.T.	0,00893	0,0100	0,0112	0,0127	0,0141	0,0155	0,0119
	T.K.T.	0,00898	0,0101	0,0113	0,0128	0,0142	0,0156	0,0120
	% Fark	0,55	1,00	0,88	0,78	0,70	0,64	0,83
12	E.B.K.T.	0,0659	0,0746	0,0835	0,0943	0,1044	0,1149	0,0887
	T.K.T.	0,0663	0,0750	0,0839	0,0948	0,1050	0,1156	0,0891
	% Fark	0,60	0,53	0,48	0,53	0,57	0,60	0,45
13	E.B.K.T.	0,1590	0,1800	0,2014	0,2275	0,2518	0,2772	0,2139
	T.K.T.	0,1597	0,1807	0,2023	0,2285	0,2531	0,2786	0,2148
	% Fark	0,44	0,39	0,44	0,43	0,51	0,50	0,42
14	E.B.K.T.	0,3593	0,4066	0,4550	0,5140	0,5691	0,6265	0,4834
	T.K.T.	0,3606	0,4081	0,4567	0,5161	0,5715	0,6291	0,4851
	% Fark	0,36	0,37	0,37	0,41	0,42	0,41	0,35
15	E.B.K.T.	0,7674	0,8686	0,9720	1,0979	1,2156	1,3381	1,0325
	T.K.T.	0,7700	0,8714	0,9751	1,1018	1,2201	1,3430	1,0356
	% Fark	0,34	0,32	0,32	0,41	0,37	0,36	0,30

Şekil 3.11’de zorlanmış titreşim hareketi etkisindeki fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit kirişlerin zamana bağlı düşey yer değiştirme davranışları incelenmiştir. Konsol kirişin serbest ucundaki yer değiştirmeler incelenmiş ve kirişin uzunluk/yükseklik oranı $L/h=10$, dinamik yükün genliği $Q_0 = 30 \text{ kN}$ ve kuvvetin frekansı $\bar{\omega}=2 \text{ rad/s}$ olarak belirlenmiştir.

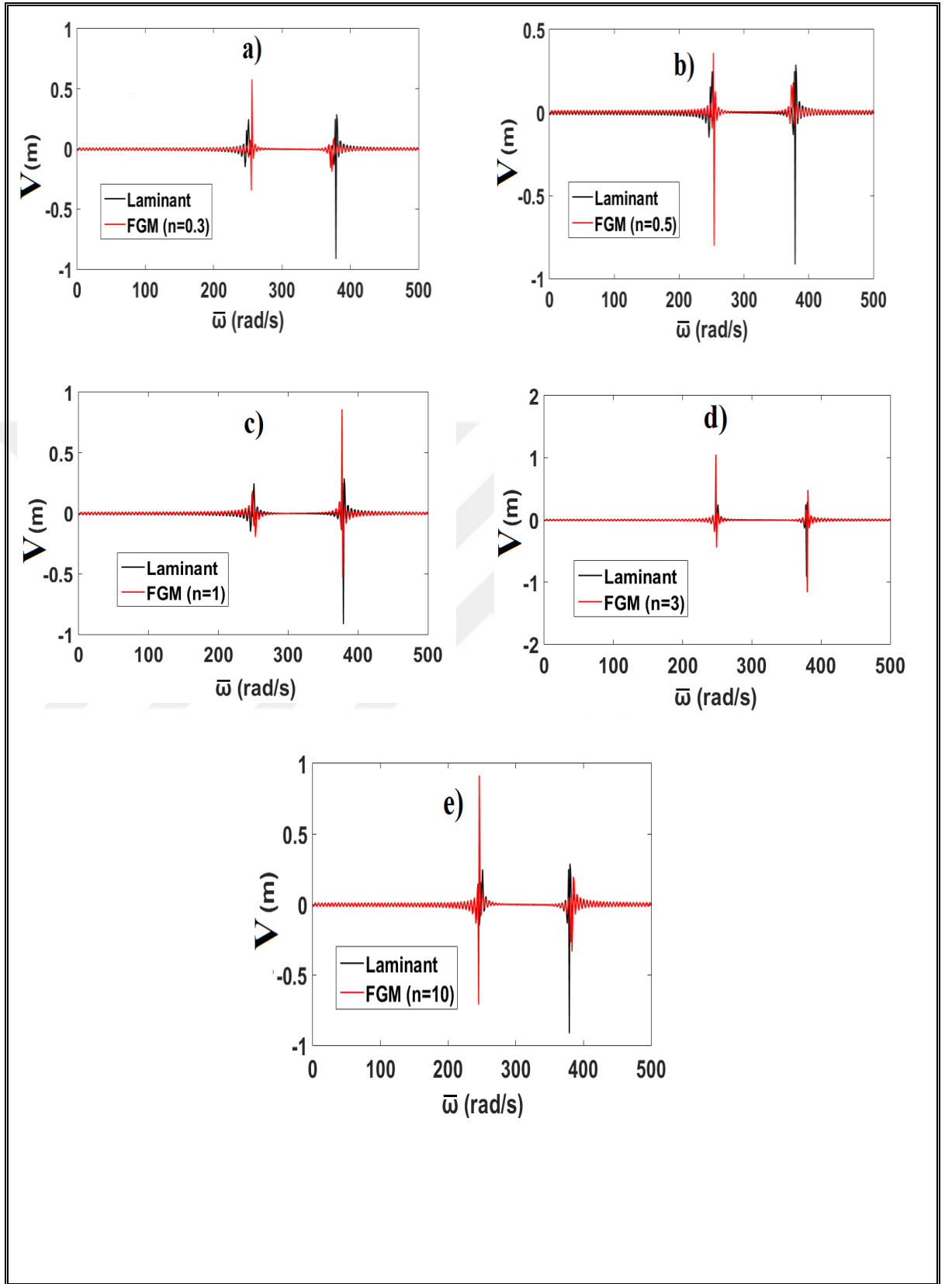
Şekil 3.11’de FDM katsayısı arttıkça yer değiştirmelerin genliğinin arttığı gözlemlenmektedir. Daha önce de belirtildiği gibi fonksiyonel derecelendirilmiş

kirişin rijitliği, n parametresindeki artışla beraber azalmaktadır. Serbest titreşim hareketinde ise tabakalı kirişlerin dinamik yer değiştirmelerinin, n katsayısının daha küçük olduğu değerlerde fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin sonuçlarından daha büyük olduğu görülmüştür. n parametresindeki artışla beraber fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin dinamik yer değiştirmeleri tabakalı kirişe kıyasla daha fazla büyüklüğe sahip olur. Dolayısıyla n parametresinin uygun seçilmesiyle fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin dinamik davranış açısından tabakalı malzemelere göre daha avantajlı olduğu görülmektedir.

Şekil 3.12’de ise kirişin rezonans durumu incelenmiş olup dinamik yükün frekansı ($\bar{\omega}$) ile maksimum düşey yer değiştirme arasındaki ilişki ortaya konmuştur. Genel parametreler: $L/h = 10$, $t=0.2s$ ve n katsayısı değişkendir. Şekil 3.12’de rezonans frekansları asimptot hatlarında gözlemlenebilir. Malzeme dağılım parametresindeki (n) azalmayla beraber fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin rezonans frekanslarının azaldığı tespit edilmiştir. n parametrelerinin küçük olduğu değerlerde, tabakalı kirişlerin rezonans frekansları fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerinkinden daha küçüktür. n parametrelerinin daha yüksek olduğu değerlerde bu durum tamamen değişmektedir.



Şekil 3.11: Fonksiyonel derecelendirilmiş ile Tabakalı kompozit kirişlerin zamana bağlı yer değiştirme grafikleri.



Şekil 3.12 : Farklı malzeme dağılım parametreleri (n) için fonksiyonel derecelendirilmiş ve tabakalı kompozit konsol kirişlerin düşey yer değiştirmeleri ile dinamik yükün frekansı ($\bar{\omega}$) arasındaki ilişki.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, bir ucu ankastre bir diğeri serbest sınır şartlarında fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı malzeme dağılımlarına sahip kompozit kirişlerin dinamik, stabilite ve statik davranışları incelenmiştir. Çalışmada, malzeme özellikleri kalınlık yönünde “Power-Law” fonksiyonuna bağlı olarak değişen yapıda kirişler ele alınmıştır. Problemlerin çözümü için enerji tabanlı Ritz yöntemi kullanılmıştır. Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri ile kirişlerin dinamik, stabilite ve statik karakteristikleri analiz edilmiştir. Kiriş içerisinde malzeme dağılım durumlarının ve kirişe ait farklı uzunluk-yükseklik oranlarının analize etkileri araştırılmış, sonuçlar farklı kiriş teorileri ile ele alınmıştır. Tüm yönetici denklemler MATLAB paket programında kodlanmış olup, sayısal sonuçlar ve grafikler bu program aracılığıyla elde edilmiştir. Kullanılan formülasyonları doğrulamak amacıyla literatürde bulunan konuyla ilgili özel sonuçlarla karşılaştırma çalışmaları yapılmıştır.

Sayısal analiz ve elde edilen grafiklerin yorumlanması sonucu şu sonuçlara varılmıştır;

- Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme dağılımına sahip kirişler ile tabakalı malzeme dağılımına sahip kirişlerin statik, dinamik ve stabilite davranışları arasında büyük bir fark olduğu görülmüştür.
- Malzeme dağılım parametresindeki değişiklik ile fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin mekanik davranışı önemli ölçüde değişmekte ve iki malzeme dağılım tipi arasındaki fark önemli derecede artmaktadır. Bu parametrenin uygun bir değer seçilmesiyle beraber fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemelerin mekanik davranış açısından tabakalı malzemelere kıyasla daha fazla avantaja sahip olduğu görülmüştür.
- Statik, dinamik ve stabilite analizlerinde fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kirişler için uzunluk-yükseklik oranlarının daha küçük olduğu durumlarda Euler-Bernoulli kiriş teorisi yerine Timoshenko kiriş teorisinin kullanılmasının daha gerçekçi sonuçlar verdiği görülmüştür.

- Statik analizde; FDM katsayısının (n) artmasıyla beraber kirişte belli bir noktada oluşan maksimum yer değiştirmelerin arttığı görülmektedir. Tabakalı kirişlerde oluşan maksimum yer değiştirmeler ise fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerde $n=1$ ve daha büyük olduğu durumlarda diğerine kıyasla küçük değerlere sahip olmaktadır. Dolayısıyla maksimum yer değiştirme açısından FDM katsayısının $n<1$ seçilmesi halinde fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler tabakalı duruma göre ciddi bir üstünlüğe sahiptir.
- Kirişin statik davranışının incelenmesinde; tabakalı kompozite ait normal ve kayma gerilme dağılımlarının fonksiyonel derecelendirilmiş kompozitlere ait dağılımlardan çok farklı olduğu görülmüştür. Tabakalı kompozit kirişlerde bu gerilmelerin arayüzde aniden değiştiği görülmektedir. Fonksiyonel derecelendirilmiş dağılımda ise gerilmelerin daha kademeli olarak değiştiği görülmüştür. Bu yüzden arayüzlerde delaminasyon ve çatlak oluşumunun önüne geçilmesi amacıyla fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler tercih edilmelidir.
- Kirişin stabilite analizinde; fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit kirişin kritik burkulma yükü incelenmiş ve FDM katsayısının (n) burkulma analizine etkisi araştırılmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişte FDM katsayısı arttıkça kritik burkulma yükünün azalma eğiliminde olduğu gözlemlenmiştir. Tabakalı kompozitlere ait kritik burkulma yük değerlerinin genellikle fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerde malzeme dağılım parametresi $2 < n < \infty$ aralığında iken daha fazla olduğu tespit edilmiştir. Malzeme dağılım parametresinin $0 < n < 2$ seçilmesi durumunda fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin tabakalı duruma göre daha avantajlı olduğu kanıtlanmıştır ve bu parametrenin malzemenin stabilite davranışında ne derece önemli olduğu görülmüştür.
- Kirişin dinamik analizinde; doğal frekanslar ve sönümlü zorlanmış titreşim cevapları her iki kompozit malzeme için incelenmiş ve kıyaslanmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş kompozitlerden malzeme dağılım parametresi (n) arttıkça kirişin doğal frekansının azaldığı ve yer değiştirmelerin genliğinin arttığı gözlemlenmiştir. Ayrıca (n) katsayısının kirişin rezonans durumuna etkisi incelenmiş ve katsayıdaki artışla beraber kirişlerin rezonans

frekanslarının azaldığı tespit edilmiştir. Elde edilen sonuçlar; fonksiyonel derecelendirilmiş ve katmanlı kirişlerin dinamik tepkilerinin birbirinden çok farklı olduğunu kanıtlamıştır. Uygun n değeri seçildiğinde fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler dinamik davranış açısından daha avantajlı olmaktadır.



KAYNAKLAR

Aydogdu, M., Taskin, V. (2007). Free vibration analysis of functionally graded beams with simply-supported edges, *Materials & Design*, 36(5), 1651-1656.

Amirani, M.C., Khalili, S.M.R., Nemati, N. (2009). Free Vibration Analysis of Sandwich beam with FG Core Using the Element Free Galerkin Method, *Composite Structures*, 90, 373-379.

ANSYS Workbench Release 14.0, SAS IP, Inc.

Apatay, T. (2010). *Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kaplamalarda Çatlak ve Temas Problemi.* (Doktora Tezi). Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Akbaş, Ş.D. (2013a). Free vibration characteristics of edge cracked functionally graded beams by using finite element method. *International Journal of Engineering Trends and Technology*, 4(10), 4590-4597.

Akbaş, Ş.D. (2013b). Geometrically Nonlinear Static Analysis of Edge Cracked Timoshenko Beams Composed of Functionally Graded Material. *Mathematical Problems in Engineering*, doi: 10.1155/2013/871815.

Akgöz, B., Civalek, Ö. (2013). Free vibration analysis of axially functionally graded tapered Bernoulli–Euler microbeams based on the modified couple stress theory, *Composite Structures*, 98, 314-322.

Asemi, S.R., Mohammadi, M., Farajpour, A. (2014). A study on the nonlinear stability of orthotropic single-layered graphene sheet based on nonlocal elasticity theory, *Latin American Journal of Solids and Structures*, 11(9), 1515-1540.

Akbaş, Ş.D. (2015a). Free vibration and bending of functionally graded beams resting on elastic foundation, *Research on Engineering Structures and Materials*, 1(1), 25-37.

Akbaş, Ş.D. (2015b). Wave propagation of a functionally graded beam in thermal environments, *Steel and Composite Structures*, 19(6), 1421-1447.

Avcar, M. (2016). Free Vibration of Non-Homogeneous Beam Subjected to Axial Force Resting on Pasternak Foundation, *Journal of Polytechnic*, 19(4), 507-512.

Akbaş, Ş.D. (2017). Nonlinear static analysis of functionally graded porous beams under thermal effect, *Coupled Systems Mechanics*, 6(4), 399-415.

Akbaş, Ş.D. (2018a). Investigation of static and vibration behaviors of a functionally graded orthotropic beam, *Journal of Balikesir University Institute of Science and Technology*, 20(1), 69-82.

Akbaş, Ş.D. (2018b). Investigation on free and forced vibration of a bi-material composite beam, *Journal of Polytechnic*, 21(1), 65-73.

Akbaş, Ş.D. (2019a). Forced vibration analysis of functionally graded sandwich deep beams, *Coupled Systems Mechanics*, 8(3), 259-271.

Akbaş, Ş.D. (2019b). Nonlinear static analysis of laminated composite beams under hygro-thermal effect, *Structural Engineering and Mechanics*, 72(4), 433-441.

Amazon. Erişim: 14 Şubat 2020, <https://www.amazon.com/Tennis-racket-Composite-Competitive-Companion/dp/B07SQQZ82X>

Benatta, M.A., Mechab, I., Tounsi, A., Bedia, E.A.A (2008). Static analysis of a functionally graded short beams including warping and shear deformation effects, *Computational Materials Science*, 44(2), 765-773.

Comsol Blog. Erişim: 20 Şubat 2020, <https://www.comsol.com/blogs/protecting-aircraft-composites-from-lightning-strike-damage/>

Chen, D., Yang, J., Kitipornchai, S. (2018). Buckling and bending analyses of a novel functionally graded porous plate using Chebyshev-Ritz method, *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 19(1), 157-170.

Chi, S.H., Chung, Y.L. (2006). Mechanical behavior of functionally graded material plates under transverse load – Part I: Analysis, *International Journal of Solids and Structures*, 43(13), 3657-3674.

Civalek, Ö. (2017). Vibration of laminated composite panels and curved plates with different types of FGM composite constituent, *Composites Part B: Engineering*, 122, 89-108.

Deschilder, M., Eslami, H., Zhao, Y. (2006), "Nonlinear Static Analysis of a Beam Made of Functionally Graded Material ", *47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Newport/Rhode Island.

Danesh, M., Farajpour, A., Mohammadi, M. (2012). Axial vibration analysis of a tapered nanorod based on nonlocal elasticity theory and differential quadrature method, *Mechanics Research Communications*, 39(1), 23-27.

Eryiğit, E. (2006). *Tabakalı Kompozit Çubuklarda Yanal Yük Etkisi ile Oluşan Burkulma Davranışlarının İncelenmesi.* (Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Elishakoff, I., Pentaras, D., Gentilini, C. (2016). *Mechanics of Functionally Graded Material Structures*, New Jersey, London, Singapore, Beijing, Shanghai, Hong Kong, Taipei, Chennai, Tokyo: World Scientific

Fasana, A., Marchesiello, S. (2001). Rayleigh - Ritz Analysis of Sandwich Beams, *Journal of Sound and Vibration*, 241(4), 643-652.

Ghasemi, A.R., Mohandes, M. (2018). Comparison between the frequencies of FML and composite cylindrical shells using beam modal function model, *Journal of Computational Applied Mechanics*, 50(2), 239-245.

Gay, D. (2015). *Composite Materials Design and Applications, Third Edition*, Boca Raton, London, New York: CRC Press.

Karamanlı, A. (2018). Bending analysis of composite and sandwich beams using Ritz method, *Anadolu University Journal of Science and Technology A - Applied Sciences and Engineering*, 19(1), 10-23.

Kadoli, R., Akhtar, K., Ganesan, N. (2008). Static analysis of functionally graded beams using higher order shear deformation theory, *Applied Mathematical Modelling*, 32(12), 2509-2525.

- Kang, Y.A., Li, X.F.** (2009). Bending of functionally graded cantilever beam with power-law non-linearity subjected to an end force, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 44(6), 696-703.
- Kocatürk, T., Akbaş, Ş.D.** (2011). Post-buckling analysis of Timoshenko beams with various boundary conditions under non-uniform thermal loading, *Structural Engineering and Mechanics*, 40(3), 347-371.
- Krono Original.** Erişim: 11 Mart 2020, <https://www.krono-original.com/tr-tr/laminatin-bilesimi>
- Li, S., Batra, R.** (2013). Relations between buckling loads of functionally graded Timoshenko and homogeneous Euler – Bernoulli beams, *Composite Structures*, 95, 5-9.
- Li, X.F.** (2008). A unified approach for analyzing static and dynamic behaviors of functionally graded Timoshenko and Euler-Bernoulli beams, *Journal of Sound and Vibration*, 318(4-5), 1210-1229.
- Lewandowski, R.** (1987). Application of the Ritz method to the analysis of non-linear free vibrations of beams, *Journal of Sound and Vibration*, 114(1), 91-101.
- Mohammadi, M., Saidi, A.R., Jomehzadeh, E.** (2010). Levy Solution for Buckling Analysis of Functionally Graded Rectangular Plates, *Applied Composite Materials*, 17(2), 81-93.
- Mohammadi, M., Farajpour, A., Goodarzi, M., Mohammadi, H.** (2013). Temperature effect on vibration analysis of annular graphene sheet embedded on Visco-Pasternak foundation, *Journal of Solid Mechanics*, 5(3), 305-323.
- Mahamood, R.M., Akinlabi, E.T.** (2017). *Functionally Graded Materials*, doi:10.1007/978-3-319-53756-6.
- Mohammadi, M., Rastgoo, A.** (2018). Primary and secondary resonance analysis of FG/lipid nanoplate with considering porosity distribution based on a nonlinear elastic medium, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 1-22.
- Mahmoudi, A., Benyoucef, S., Tounsi, A., Benachour, A., Bedia, E.A.A** (2018). On the effect of the micromechanical models on the free vibration of rectangular FGM plate resting on elastic foundation, *Earthquakes and Structures*, 14(2), 117-128.
- Moradi, A., Yaghootian, A., Jalalvand, M., Ghanbarzadeh, A.** (2018). Magneto-Thermo mechanical vibration analysis of FG nanoplate embedded on Visco Pasternak foundation, *Journal of Computational Applied Mechanics*, 49(2), 395-407.
- Mohammadi, M., Rastgoo, A.** (2019). Nonlinear vibration analysis of the viscoelastic composite nanoplate with three directionally imperfect porous FG core, *Structural Engineering and Mechanics*, 69(2), 131-143.
- Nguyen, T.K., Nguyen N.D., Vo, T., Thai, T.** (2016). Trigonometric-series solution for analysis of laminated composite beams, *Composite Structures*, 160, 142-151.
- Nosrati, S.A., Parvizi, A., Afzal, S.A., Alimirzaloo, V.** (2019). Elasto-plastic solution for thick-walled spherical vessels with an inner FGM layer, *Journal of Computational Applied Mechanics*, 50(1), 1-13.
- Özütok, A., Madenci, E.** (2017). Static analysis of laminated composite beams based on higher-order shear deformation theory by using mixed-type finite element method, *International Journal of Mechanical Sciences*, 130, 234-243.

- Palanivel, S.** (2006). Dynamic analysis of laminated composite beams using higher order theories and finite elements, *Composite Structures*, 73(3), 342-353.
- Pradhan, K.K., Chakraverty, S.** (2013). Free vibration of Euler and Timoshenko functionally graded beams by Rayleigh – Ritz method, *Composites Part B: Engineering*, 51, 175-184.
- Reddy, J.** (2000). Analysis of functionally graded plates, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 47(1-3), 663-684.
- Reddy, J.N., Miravete, A.** (1995). *Practical Analysis of Composite Laminates*, Boca Raton, London, New York, Tokyo: CRC Press.
- Reddy, J. N.** (1997). *Mechanics of laminated composite plates: theory and analysis*. CRC press.
- Sankar, B.V.** (2001). An elasticity solution for functionally graded beams, *Composites Science and Technology*, 61(5), 689-696.
- Saidi, A.R., Rasouli, A., Sahraee, S.** (2009). Axisymmetric bending and buckling analysis of thick functionally graded circular plates using unconstrained third-order shear deformation plate theory, *Composite Structures*, 89(1), 110-119.
- Su, H., Banerjee, J.R., Cheung, C.W.** (2013). Dynamic stiffness formulation and free vibration analysis of functionally graded beams, *Composite Structures*, 106, 854-862.
- Safarabadi, M., Mohammadi, M., Farajpour, A., Goodarzi, M.** (2015). Effect of surface energy on the vibration analysis of rotating nanobeam, *Journal of Solid Mechanics*, 7(3), 299-311.
- Sayyad, A.S., Ghugal, Y.M.** (2018). Bending, buckling and free vibration responses of hyperbolic shear deformable FGM beams, *Mechanics of Advanced Composite Structures*, 5, 13-24.
- Şimşek, M.** (2009). Static analysis of a functionally graded beam under a uniformly distributed load by Ritz method, *International Journal of Engineering and Applied Sciences*, 1(3), 1-11.
- Vo, T., Thai, T., Nguyen, T.K., Inam, F., Lee, J.** (2015). A quasi-3D theory for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams, *Composite Structures*, 119, 1-12.
- Wattanasakulpong, N., Mao, Q.** (2015). Dynamic response of Timoshenko functionally graded beams with classical and non-classical boundary conditions using Chebyshev collocation method *Composite Structures*, 119, 346-354.
- Wikimedia Commons.** Erişim: 31 Mart 2020, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Materials_of_the_Dassault_Rafale_en.svg
- Yaylı, M.Ö.** (2019). Free vibration analysis of a rotationally restrained (FG) nanotube, *Microsystem Technologies*, 25(10), 3723-3734.
- Yüksel, Y.Z., Akbaş, Ş.D.** (2019). Buckling Analysis of a Fiber Reinforced Laminated Composite Plate with Porosity, *Journal of Computational Applied Mechanics*, 50(2), 375-380.
- Yang, J., Chen, D.** (2008). Free vibration and buckling analyses of functionally graded beams with edge cracks, *Composite Structures*, 83, 48-60.

Zhong, Z., Yu, T. (2007). Analytical solution of a cantilever functionally graded beam, *Composites Science and Technology*, 67(3-4), 481-488.

Zargaripoor A., Daneshmehr, A., Hosseini, S.I.I., Rajabpoor, A. (2018). Free vibration analysis of nanoplates made of functionally graded materials based on nonlocal elasticity theory using finite element method, *Journal of Computational Applied Mechanics*, 49(1), 86-101.



ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Okan KIRLANGIÇ
Doğum Tarihi ve Yeri : 27/10/1991 Adana
E-posta : okankirlangic@gmail.com

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2016, Gaziantep Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü
- **Yüksek Lisans** : 2017 - Halen Bursa Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü

MESLEKİ DENEYİM VE ÖDÜLLER:

- **Hava Mühendis Teğmen:** 2016-2017, Milli Savunma Bakanlığı, Hava Kuvvetleri Komutanlığı, 3'üncü Hava İkmal Bakım Merkez Komutanlığı
- **Yol Yapım Kontrol Mühendisi:** 2017-Halen, Ulaştırma ve Altyapı Bakanlığı, Karayolları Genel Müdürlüğü, 14.Bölge Müdürlüğü (Bursa)

TEZDEN TÜRETİLEN ESERLER, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- Kırlangıç, O. and Akbaş, Ş.D. (2020), "Comparasion Study Between Layered and Functionally Graded Composite Beams for Static Deflection and Stress Analyses", *Journal of Computational Applied Mechanics*. Doi: 10.22059/JCAMECH.2020.296319.473.