T.C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ

# KİNETİK POTANSİYELİN BİMETRİK GRAVİTE TEORİSİNE ETKİSİ

Hasan BUZĞAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI

**DİYARBAKIR**
Aralık 2013

T.C

DİCLE UNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ

DİYARBAKIR

Hasan BUZĞAN tarafından yapılan "Kinetik Potansiyelin Bimetreik Gravite Teorisine Etkisi" konulu bu çalışma , jürimiz tarafından Fizik Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir

Jüri Üyesinin

Ünvanı Adı Soyadı

Başkan: Prof. Dr. İrfan AÇIKGÖZ

Üye : Doç. Dr. Pakize TAYLAN

Üye : Yrd. Doç. Dr. Nurettin PİRİNÇÇİOĞLU

Tez Savunma Sınavı Tarihi: 02/12/2013

Yukarıdaki bilgilerin doğruluğunu onaylarım.

02/12/2013

Doç. Dr. Mehmet YILDIRIM

ENSTİTÜ MÜDÜRÜ

( MÜHÜR )

# TEŞEKKÜR

Lisans ve Lisansüstü eğitimim boyunca verdiği destek, harcadığı yoğun çaba, gösterdiği anlayış ve akademik katkılarından dolayı çok değerli danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Nurettin PİRİNÇÇİOĞLU'na, değerli katkılarından ve desteklerinden dolayı değerli hocalarım Prof. Dr. İrfan AÇIKGÖZ ve Doç. Dr. Emine MEŞE'ye ve çalışma süresi boyunca destekleri ile yanımda olan sınıf arkadaşlarıma, verdiği manevi desteklerden dolayı Dr. Elif Burcu ÖZKAN'a ve desteklerini her an hissettiren aileme ve arkadaşlarıma sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

## İÇİNDEKİLER

# ÖZET

KİNETİK POTANSİYELİN BİMETRİK GRAVİTE TEORİSİNE ETKİSİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Nurettin PİRİNÇÇİOĞLU

DİCLE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI

2013

Bimetrik skaler tensör gravite teorisinde (BGT) skaler alanın gradyenti ile birleştirilen $\hat{g}_{\mu\nu}$ ve $g_{\mu\nu}$ gibi iki metrik ile kurulan bir iskelet vardır. $\hat{g}_{\mu\nu}$ yada $g_{\mu\nu}$ metrikleri için hareketli gözlem çerçevesinin seçimi uzay-zamanda her iki metriğinde yerel gözlemci için sonuçları temel fizik kurallarına sahiptir. $g_{\mu\nu}$ metriği hareketli koordinatlar ile seçildiğinde ışık hızı $\hat{g}_{\mu\nu}$ metriği çerçevesinde değişir. Bu çerçevedeki gözlemciler geçmiş evrendeki ışık hızının ve kırmızıya kaymaya karşı uzaktaki parlaklığın artmasından dolayı süpernovanın söneceğini görür. Üstelik skaler alan $\emptyset$ çerçevesi ivmelenmeksizin (hızlanmaksızın) kozmik skala için Friedmann denklemleri içinde karanlık enerji bileşenlerini tarif eder.

$\hat{g}_{\mu\nu}$ metriğini hareketli koordinatlar ile birleştirip seçersek o zaman bir $g_{\mu\nu}$ metriği çerçevesindeki gözlemci evreni hızlanıyorken gözlenecek ve süpernovanın daha da uzakta olduğunu görecektir.

$\hat{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + B\partial_\mu\emptyset\partial_\nu\emptyset$ metriği ile geliştirilen gravite teorisi yardımıyla şu andaki evrende $\hat{g}_{\mu\nu}$ metriği içindeki skaler alanın katkısını ele alarak kozmolojik sabiti sıfır kabul edip ve negatif basınç olmaksızın evrenin ivmelenmesi (hızlanması) üretilebilir.

Teori gravitasyonel sabit olan G'nin uzay-zaman içinde değişebileceğini, parçacıklı yapılar sabiti olan $\alpha = e^2/\hbar c$' nin değişmeyeceğini tahmin eder. Bu çalışma bimetrik gravite'ye kinetik potansiyelin etkisi irdelenmiştir.



**Anahtar kelime**: Bimetrik Gravite, Skaler Potansiyel, Kinetik Potansiyel

**ABSRACT**

THE EFFECT OF KINETIC POTENTIAL ON BIMETRIC GRAVITY THEORY

MASTER'S THESIS

Nurettin PİRİNÇÇİOĞLU

UNIVERSITY OF DICLE
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
DEPARTMENT OF PHYSICS

2013

Biometric scaler tensor gravity theory has a skeleton and this skeleton is constructed by combining the scalar field gradient to two metrices such as $\hat{g}_{\mu v}$ and $g_{\mu v}$. Choosing moving observation frames for $\hat{g}_{\mu v}$ or $g_{\mu v}$ in the space-time has basic physics rules for local observers of both metrices. Light speed varies in the $\hat{g}_{\mu v}$ metric frame when $g_{\mu v}$ metric is chosen by moving coordinates. Observers in the frame see that light speed varied and supernova died down because of increasing of brightness in farther in spite of redshift. Furthermore, scalar field $\emptyset$ without accelerating states dark matter components in the Friedmann equations for cosmic scale.

If we choose $\hat{g}_{\mu v}$ metric by combining with moving coordinates then the observers in the frame of $g_{\mu v}$ metric observe that universe accelerate and see supernova in farther.

A gravity theory is developed with the metric $\hat{g}_{\mu v} = g_{\mu v} + B\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset$ . In the present universe the additional contribution from the scalar field in the metric $\hat{g}_{\mu v}$ can generate an acceleration in the expansion of the universe, without negative pressure and with a zero cosmological constant.

Theory estimates that gravitational constant ,G, will be able to change in space-time and fine-structure constant, $\alpha = e^2/\hbar c$, will stay unchanged. This study examines the effect of kinetic potential on bimetric gravity .

**Anahtar kelime**: Bimetric Gravity, Scalar Potential, Kinetic Potential

## SEMBOL ve KISALTMALAR

| | |
|---|---|
| FRW | Friedman- Robertson -Walker |
| t | Zaman |
| WMAP | Wilkinson Microwave Anisotropy Probe |
| $\hat{g}_{\mu v}$ | Bimetrik tensör |
| $g_{\mu v}$ | Gravitasyonel metrik |
| $S_{grav}$ | Gravitasyonel metriğinin oluşturduğu eylem |
| $S_{\emptyset}$ | Skaler alan $\emptyset$'nin oluşturduğu eylem |
| $\hat{S}_M$ | Madde metriğinin oluşturduğu eylem |
| $S$ | Toplam eylem |
| $\Lambda$ | Kozmolojik sabit |
| $\mu$ | Gravitasyonel metrik yoğunluğu |
| $V(\emptyset)$ | Skaler potansiyel |
| $\mathfrak{I}(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v})$ | Kinetik potansiyel |
| $T_{\emptyset}^{\mu v}$ | Enerji-momentum tensörü |
| $\hat{T}^{\mu v}$ | Enerji-momentum tensörü |
| $R^{\mu v}$ | Ricci tensörü |
| $R$ | Ricci scaleri |
| G | Kütle çekim sabiti |
| $G^{\mu v}$ | Einstein tensörü |
| $c$ | Işık hızı (değişebilir) |
| $c_0$ | Işık hızı (değişmez) |
| $H$ | Hubble parametresi |
| $\rho$ | Yoğunluk |
| $\Gamma_{\alpha\beta}^{\mu}$ | Christoffel sembolü |
| $\alpha$ | İnce yapı sabiti |
| VSGW | Değişebilir gravitasyonel dalga hızı çerçevesi |
| VSL | Değişebilir ışık hızı çerçevesi |
| $\vartheta_g$ | Gravitasyonel dalga hızı |
| ESA | Avrupa Uzay Ajansı |
| NASA | Ulusal Havacılık ve Uzay Dairesi |

# 1. GİRİŞ

## 1.1 Giriş

Einstein'ın özel görelilik teorisi iki temel postülaya dayanır. (Sauer 2004)

1-) Bütün fizik kuralları eylemsiz referans çerçevesinde değişmezdir.

2-) Işık hızı bütün eylemsiz referans çerçevelerinde evrensel bir sabittir.

İlk postüla fiziksel olayların bütün eylemsiz referans çerçevelerinde aynı görüneceğini ifade eder. O ölçülebilir bütün nicelikler için aynı sonucu elde eder ve saatlerle ışık hızı ölçümleri iki yolla senkronize edilir.

İkinci postüla bütün eylemsiz referans çerçevelerinde fizik yasalarının aynı göründüğü ve hiç bir çerçevenin özel olmadığını ifade eder. Bu yüzden uygun bir özel görelilik teorisi tarifi için sadece birinci postülayı kabul etmek yeterlidir. Ancak ışık hızı hala bir sabittir. Bu sabit başka bir referans çerçevesi için değişebilir. Uzay zaman koordinatları ışık hızı sabit olduğu için belirlenebilir. Geçmiş, şimdi ve gelecek global konseptte bütün eylemsiz referans çerçeveleri içinde aynıdır. Uzay-zaman içindeki eş zamanlı olaylar bütün eylemsiz referans çerçeveleri içinde meydana gelebilir.

Işık hızı sadece Newton'un durağan çerçevesinde sabittir. Elektromanyetik dalgalar bile ışık hızını aşamayacak limitlerdedir.

Einstein'ın özel görelilik teorisindeki ilk postüla yerel deneyler tarafından gösterilebilir. Fakat ikinci postüla gösterilemez. Einstein'ın özel görelilik teorisindeki ilk postülası kısa uzaklıklarda ya da kozmolojik ölçeklerde iyi kanıtlanmayabilir. Buna rağmen fizik kurallarının yerel Lorentz değişmezliği fiziksel ve matematiksel olarak çekici bir fikirdir. Temel seviyede bu fikir hakkında birkaç sebep vardır.

Üzerinde durmak gerekirse ışık hızını belirlemenin yolları deneylerle mümkün değildir. Fakat fiziksel saatler ve sonlu ışık hızı sinyallerini kullanarak birkaç yöntem ile ışık hızını senkronize edebileceğimizi sanıyoruz. Einstein'ın özel görelilik teorisinin genelinde karşılaşılan ana sebep teorinin kuantum mekaniği ve genel görelilik gibi modern fiziğin iki köşetaşı arasında bağdaşma olmasıdır.

Teorinin tekrardan parametrize edilişinden dolayı önemli bir fiziksel nicelik olarak görünmeyen zaman kavramı genel göreliliğin içindedir.

Bu durum kuantum gravite teorisinin oluşum yapısının nasıl olduğunu anlamak için göze alınabilir araştırma denemelerine yol açabilir. Uzay-zamanı kuantize etmeyi denediğimiz zaman Minkowski ışık konisi ile birleştirilen özel görelilik ve yerel nedensellik hakkındaki klasik fikirlerimizi sürdürmeyi farklı bulacağız. Üstelik kuantum mekaniğinin içindeki zaman bir dış parametredir. Buna karşın özel görelilikteki uzay ve zaman eşit temel taşlardır. (Kowalski 2004.)

Kozmolojide bir hareketli koordinattaki zaman Friedmann, Robertson ve Walker (FRW) uzay-zaman çerçevesi içinde görünür. Zaman $(t)$ evrenin yaşam süresinin ölçümlerinde evrensel bir zaman gibi görünür. FRW metriği mutlak bir zaman gibi görünmeyen evrensel fikir ve hareketli olmayan koordinatların dönüşümünde tekrardan parametrize edilen diffeomorphisme bağlıdır.

Bu fikir göz önüne alınıp kabul edilen standart büyük patlama teorisinin (kozmolojisinin) ilk anlamlı problemi olan değişken ışık hızlarını çözebilir.

Göz önüne aldığımız Einstein'ın genel görelilik ve özel görelilik formulasyonunu modifiye etmeksizin ışık hızının değişiminin mümkün olmadığını anlarız.

Karanlık maddenin gündeme ilk kez gelişi Fritz Zwicky'nin çalışmalarıyla olmuştur. 1993 yılında Coma galaksi kümesi üzerinde çalışan Zwicky, küme kinematiğinin sergilediği anormalliğin açıklanabilmesi için gözlenenden daha fazla kütlenin olması gerektiğine dikkat çekmiştir. Karanlık maddenin başlangıçtaki görevi sadece galaksileri ve galaksi kümelerini çekimsel olarak birarada tutmaktı. Bugün ise, başlangıçtaki görevinin yanı sıra, galaksilerin oluşumunu sağlamak ve bazı evrenbilimciler içinde evrenin kapalı bir yapıda olduğunu ispatlamak amacıyla kullanılmıştır. (Bennett C.L. ve arkadaşları 2003).

Karanlık madde, baryonik ve baryonik olmayan şeklinde iki gruba ayrılmıştır ve ayrıca karanlık maddenin beş değişik yapıda yer aldığına inanılmaktadır. Güneş'in yakın komşuluğu, cüce galaksiler, büyük galaksiler, galaksi grupları ve kümeleri, süper galaksi kümeleri.

Son dört yapıda karanlık madde, galaksiler çökmeden önce oluşmuş olmalıdır. Bu durumun tersine, Güneş'in yakın komşuluğundaki karanlık maddenin, Samanyolu oluşurken ve oluştuktan sonra disk biçiminde dağılım göstermiş olması gerekir. Ancak bu öngörünün gözlemlerle tutarlı olup olmadığını henüz gösterilememiştir. Oort ve Bahcall, Güneş yakınlarındaki karanlık maddenin disk biçiminde ve baryonik olması gerektiğine işaret etmektedir.

ESA (Avrupa Uzay Ajansı), evrenin nelerden oluştuğunu belirlemeye yardımcı olmak üzere Planck uydusunu 2001'da uzaya göndermişti. Uydu, bilinen en eski yüzey, yani evrenin bundan milyarlarca yıl önce ışığa şeffaf hale geldiği ilk zamanlardan kalma arka plan gökyüzü üzerindeki hafif sıcaklık farklarını, çok büyük bir hassasiyetle haritalayacaktı. Uzayda her yönde gözlenebilen ve bu nedenle evrensel bir niteliğe sahip olan bu mikrodalga arka plan, evrenin yalnızca özel biçimlerde evrim geçirmiş özel enerji türlerinden meydana gelmiş olması halinde gözleyebileceğimiz, sıcak ve soğuk desenler sergileyen karmaşık bir halıya benziyor. En son açıklanan sonuç raporu, evrenin büyük bir bölümünün aşina olmadığımız, gizemli bir niteliğe sahip karanlık enerjiden meydana geldiğini, geriye kalan kısmın büyük bir bölümünün de yine tuhaf bir biçimde koyu bir renge sahip karanlık maddeden meydana geldiğini yeniden doğruladı. Planck, buna ek olarak, evrenin yaklaşık 13,81 milyar yaşında olduğunu da gayet etkileyici biçimde saptadı. Saptanan bu değer, aralarında NASA'nın WMAP uydusu ile elde edilen rakamların da yer aldığı eski tahminlerden biraz daha büyüktür. Öte yandan Planck tarafından 67,3($\pm 1{,}2$) kilometre/saniye/megaparsek olarak saptanan genişleme hızı daha önceki tahminlerden biraz daha küçüktür. Bu arada Planck'ın oluşturduğu gökyüzü haritasında bazı nitelikler bizim için halen gizemini koruyor. (Planck Collaboration 2013)

### 1.2 Bimetrik Skaler-Tensör Gravite

Bimetrik skaler-tensör gravite (Bimetrik Skaler-Tensör Kütle Çekimi) skaler bir alanla bağlanan $\hat{g}_{\mu v}$ (bimetrik tensör) ve $g_{\mu v}$ (gravitasyonel metrik) şeklinde iki metrik ile belirtilir:

$$\hat{g}_{\mu v} = g_{\mu v} + B\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset$$

Denklemdeki $B$ sabit olup uzunluğun karesi boyutundadır ve pozitif seçilmiştir, $g_{\mu v}$ ise hem koordinat sistemini hem de uzayın eğriliğini belirtir.

Fiziksel bir dejenereliğin ortaya çıkma durumunu engellemek için $\hat{g}_{\mu v}$ için bir sınırlama koymalıyız:

$$Det(\hat{g}_{\mu v}) \neq 0.$$

$\hat{g}_{\mu v}$ madde eyleminin yapısında kullanılacak ve maddesel bir alan üretecektir. Bu teoride $\hat{g}_{\mu v}$ skaler alan ve gravitasyonel metriğin kombinasyonudur. ( Clayton ve Moffat 2001)

Teorinin tatmin edici özelliklerinden biri formalizminin genellikle kovaryant olması (diffeomorphism invariant) ve teoride oluşturulan temel özelliklerle uyumlu olmasıdır. [Clayton ve Moffat 2000-2001]' da bilgilendirildiğimiz gibi eylem şu şekildedir;

$$S = S_{grav} + S_{\emptyset} + \hat{S}_M$$

$S_{grav}$ : gravitasyonel metriğin oluşturduğu eylem

$S_{\emptyset}$ : skaler alan $\emptyset$ 'nin oluşturduğu eylem

$\hat{S}_M$ : madde metriğin oluşturduğu eylem

$$S_{grav} = -\frac{1}{k}\int d_{\mu}(R(g) + 2\Lambda)$$

$$k = 16\pi/c_0^2, \quad \Lambda\text{: Kozmolojik sabit.}$$

Çalıştığımız metriğin işaretleri $(+,-,-,-)$ olup

$$d_{\mu} = d^4x\sqrt{-g} \quad \text{ve} \quad \mu = \sqrt{-g}$$

$\mu = \sqrt{-g}$ : gravitasyonel metrik $g_{\mu v}'$ nin metrik yoğunluğudur.

Aynı şekilde madde metriği $\hat{g}_{\mu v}$ için de $d_{\hat{\mu}}$ ve $\hat{\mu}$ terimleri yazılabilir.

Skaler alan eylemi;

$$S_{\emptyset} = -\frac{1}{k}\int d_{\mu}[\frac{1}{2}\, g^{\mu v}\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset - V(\emptyset)] \qquad (1.1)$$

şekleindedir. Denklem (1.1)'de eylem boyutsuz seçilmiştir.

$$S_{\emptyset} = -\frac{1}{k}\int d_{\mu}\left[\frac{1}{2}\, g^{\mu v}\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset - V(\emptyset)\right]$$

$$= -\frac{1}{k}\int d^{4}x\sqrt{-g}\quad\left[\frac{1}{2}\, g^{\mu v}\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset - V(\emptyset)\right]$$

$$\delta S_{\emptyset} = -\frac{1}{k}\int\left[\delta\sqrt{-g}\quad\left[\frac{1}{2}\, g^{\mu v}\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset - V(\emptyset)\right]\right.$$

$$\left.+\sqrt{-g}\delta\left[\frac{1}{2}\, g^{\mu v}\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset - V(\emptyset)\right]\right]d^{4}x$$

.

$$T_{\emptyset}^{\mu v} = \frac{1}{k}\left[-\frac{1}{2}\, g^{\mu v}g^{\alpha\beta}\partial_{\alpha}\emptyset\partial_{\beta}\emptyset + V(\emptyset)g^{\mu v} + g^{\mu\alpha}g^{v\beta}\partial_{\alpha}\emptyset\partial_{\beta}\emptyset\right] \qquad (1.2)$$

Yaptığımız işlemlerden sonra skaler alan için kullanacağımız enerji momentum tensörü ve gravitasyonel metrik ile ilgili skaler alanın varyasyonu aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\delta S_{\emptyset}}{\delta g_{\mu v}} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}\, T_{\emptyset}^{\mu v} = -\frac{1}{2}\mu\, T_{\emptyset}^{\mu v}$$

$$\frac{\delta \hat{S}_{M}}{\delta \hat{g}_{\mu v}} = -\frac{1}{2}\hat{\mu}\hat{T}^{\mu v}$$

Enerji momentum tensörü korunum kuralında karşılandığı gibi

$$\hat{\nabla}_{v}\left[\hat{\mu}\hat{T}^{\mu v}\right] = 0$$

olur. Sadece [Clayton ve Moffat 2000-2001]' daki madde alan denkleminin sonucu olarak görülebilir.

$\widehat{\nabla}_{\mu}$ madde metriği ($\widehat{\nabla}_{\alpha}\widehat{g}_{\mu\nu} = 0$) tarafından belirlenen kovaryant türeve uygun bir metriktir.

[Clayton ve Moffat 2000-2001]'da verilen gravitasyonel alan denklemi

$$G^{\mu\nu} = \frac{k}{2}\, T^{\mu\nu}_{\emptyset} + \frac{k}{2}\frac{\widehat{\mu}}{\mu}\widehat{T}^{\mu\nu}$$

olarak verilir.

Gravitasyonel alan denklemlerinin gravitasyonel metrik ile ilgisi olan $\nabla_{\nu}{}'$ ye göre kovaryant türevini alırsak aşağıda gösterildiği gibi Denklem (1.3) elde edilir.

$$\nabla_{\nu} G^{\mu\nu} = 0$$

$$\nabla_{\nu} G^{\mu\nu} = \frac{k}{2}\, \nabla_{\nu} T^{\mu\nu}_{\emptyset} + \frac{k}{2}\nabla_{\nu}\frac{\widehat{\mu}}{\mu}\widehat{T}^{\mu\nu}$$

$$\nabla_{\nu} G^{\mu\nu} = \frac{k}{2}\, \nabla_{\nu}\left[\frac{1}{k}\left[\frac{1}{2} g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta}\partial_{\alpha}\emptyset\partial_{\beta}\emptyset - g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta}\partial_{\alpha}\emptyset\partial_{\beta}\emptyset - V(\emptyset) g^{\mu\nu}\right]\right] + \frac{k}{2}\nabla_{\nu}[\frac{\widehat{\mu}}{\mu}\widehat{T}^{\mu\nu}]$$

$$\vdots$$

$$\nabla_{\nu} G^{\mu\nu} = \nabla^{\mu}\emptyset\nabla^{2}\emptyset - g^{\mu\nu}V'(\emptyset)\nabla_{\nu}\emptyset + k\nabla_{\nu}\left[\frac{\widehat{\mu}}{\mu}\widehat{T}^{\mu\nu}\right] = 0 \qquad (1.3)$$

eşitliği elde edilir.

Skaler alanın dalga denklemi;

$$\nabla^{\mu}\emptyset\nabla^{2}\emptyset - g^{\mu\nu}V'(\emptyset)\nabla_{\nu}\emptyset + k\nabla_{\nu}\left[\frac{\widehat{\mu}}{\mu}\widehat{T}^{\mu\nu}\right] = 0$$ şeklindedir.

Enerji momentum tensörü korunum kurallarına göre yazarsak

$$\widehat{\nabla}_{\nu}\left[\sqrt{-g}\widehat{T}^{\mu\nu}\right] = \nabla_{\nu}\left[\sqrt{-\widehat{g}}\widehat{T}^{\mu\nu}\right] + [\widehat{\Gamma}^{\mu}_{\alpha\beta} - \Gamma^{\mu}_{\alpha\beta}]\sqrt{-\widehat{g}}\widehat{T}^{\alpha\beta} = 0$$

$$\nabla_{\nu}\left[\sqrt{-\widehat{g}}\widehat{T}^{\mu\nu}\right] = -[\widehat{\Gamma}^{\mu}_{\alpha\beta} - \Gamma^{\mu}_{\alpha\beta}]\sqrt{-\widehat{g}}\widehat{T}^{\alpha\beta}$$

$$\widehat{\Gamma}^{\mu}_{\alpha\beta} - \Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} = \frac{B}{I}\nabla^{\mu}\emptyset\nabla_{\alpha}\nabla_{\beta}\emptyset$$

$$\hat{\nabla}_v\left[\sqrt{-g}\hat{T}^{\mu v}\right] = -\frac{B}{I}\nabla^{\mu}\emptyset\nabla_{\alpha}\nabla_{\beta}\emptyset\sqrt{-\hat{g}}\hat{T}^{\alpha\beta}$$

$$\nabla^{\mu}\emptyset\nabla^{2}\emptyset - g^{\mu v}V'(\emptyset)\nabla_{v}\emptyset - k\frac{B}{I}\frac{\hat{\mu}}{\mu}\nabla^{\mu}\emptyset\nabla_{\alpha}\nabla_{\beta}\emptyset\hat{T}^{\alpha\beta} = 0$$

$$\boxed{\nabla^{2}\emptyset - V^{'}(\emptyset) - k\frac{B}{I}\frac{\hat{\mu}}{\mu}\hat{T}^{\mu v}\nabla_{\mu}\nabla_{v}\emptyset = 0}$$

$$\hat{\nabla}_{\mu}\hat{\nabla}_{v}\emptyset = \frac{1}{I}\nabla_{\mu}\nabla_{v}\emptyset \qquad \frac{\hat{\mu}}{\mu} = S$$

$$\boxed{\nabla^{2}\emptyset - V'(\emptyset) - k.S.B.\hat{T}^{\mu v}\hat{\nabla}_{\mu}\emptyset\hat{\nabla}_{v}\emptyset = 0}$$

$$G^{\mu v} = R^{\mu v} - \frac{1}{2}g^{\mu v}R \ , \ S = \frac{\sqrt{-\hat{g}}}{\sqrt{-g}} = \frac{\hat{\mu}}{\mu} \quad \text{ve} \quad \nabla^{2}\emptyset = g^{\mu v}\nabla_{\mu}\nabla_{v}\emptyset$$

$$\hat{g}^{\mu v} = g^{\mu v} - \frac{B}{I}\nabla^{\mu}\emptyset\nabla^{v}\emptyset$$

$$g^{\mu v} = \hat{g}^{\mu v} + \frac{B}{I}\nabla^{\mu}\emptyset\nabla^{v}\emptyset$$

$$I = 1 + Bg^{\mu v}\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset \ , \ K = 1 - B\hat{g}^{\mu v}\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset \ \rightarrow K.I = 1.$$

$$\boxed{\left(g^{\mu v} - S.k.\frac{B}{I}\hat{T}^{\mu v}\right).\nabla_{\mu}\emptyset\nabla_{v}\emptyset - V'(\emptyset) = 0}$$

Bir kontrol olarak gerçekten daha uygun bir şekilde alan denklemini yukarıdaki gibi üretilebilir ve alan denklemi ile uyumlu olan $g_{\mu v}$ metriği eğriliği üzerindeki Bianchi yoğunluğunu da gösterilebilir ( Clayton ve Moffat 2000).

### 1.3 Bimetrik Gravite Kozmoloji

Friedmann-Robertson-Walker(FRW) metriği

$$ds^2 = c_0^2 dt^2 - R^2(t)[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta d\emptyset^2] \quad (1.4)$$

olarak verilir. Burada, $r$ boyutsuz ve değişken ve $k: 0, \pm 1$ dir.

FRW metriğini değişebilir ışık hızı çerçevesinde aldığımızda:

$$d\hat{s}^2 = c^2(t) dt^2 - R^2(t)[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta d\emptyset^2] \quad (1.5)$$

$$c^2(t) = c_o I^{1/2} \rightarrow I = 1 + \frac{B}{c_0^2}\dot{\emptyset}^2$$

Korunum kuralı

$$\dot{\rho} + 3H\left(\rho + \frac{p}{c_0^2}\right) = 0 \quad \rightarrow H = \dot{R}/R \quad (1.6)$$

olarak verilir.

Madde-enerji tensörü

$$\hat{T}^{00} = \frac{P}{I}\ ,\ \hat{T}^{0i} = 0,\ \ \hat{T}^{ij} = \frac{p}{R^2}\gamma^{ij} \quad (i,j = 1,2,3) \quad (1.7)$$

şeklinde tanımlanır.

Değişebilir gravitasyonel dalga (VSGW) çerçevesi içindeki zamana bağlı gravitasyonel dalga hızı sabit iken VSL çerçevesindeki zamana bağlı ışık hızının sabit olmadığını görürüz. Bunları da aşağıdaki denklemlerde görebiliriz( Clayton ve Moffat 2002):

$$d\hat{s}^2 = c_0^2 dt^2 - R^2(t)[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta d\emptyset^2]$$

$$ds^2 = \vartheta_g^2 dt^2 - R^2(t)[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta d\emptyset^2]$$

$\vartheta_g : c_0 K^{1/2}$ ve $K: 1 - \frac{B}{c_0^2}\dot{\emptyset}^2$ $\vartheta_g$: gravitasyonel dalganın hızı.

VSGW çerçevesindeki gravitasyonel dalga hızı $\vartheta_g$ şuan ölçülen $c_0$ ışık hızından daha küçüktür ve B>0 olduğu bilinir.

VSL çerçevesi içinde verilen Friedmann denklemi

$$H^2 + \frac{kc_0^2}{R^2} = \frac{8\pi G}{3I^{\frac{1}{2}}}\rho + \frac{1}{3}c_0^2\Lambda + \frac{1}{6}\rho_\emptyset$$

$$\rho_\emptyset = \frac{1}{2}\dot{\emptyset}^2 + c_0^2 V(\emptyset)$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3I^{\frac{1}{2}}}\left(\rho + 3I\frac{\mathcal{P}}{c_0^2}\right) + \frac{1}{3}c_0^2\Lambda - \frac{1}{12}(\rho_\emptyset + 3p_\emptyset) \qquad (1.8)$$

$$p_\emptyset = \frac{1}{2}\dot{\emptyset}^2 - c_0^2 V(\emptyset)$$

VSL çerçevesi içindeki skaler alan denklemi;

$$\frac{1}{c_0^2}\left(1 - \frac{16\pi GB}{c_0^2 I^{\frac{3}{2}}}\rho\right)\ddot{\emptyset} + \frac{3}{c_0^2}H\dot{\emptyset}\left(1 + \frac{16\pi GB}{c_0^4 I^{\frac{1}{2}}}p\right) + V'(\emptyset) = 0$$

VSGW çerçevesinde verilen Friedmann denklemi;

$$H^2 + \frac{c_0^2 kK}{R^2} = \frac{8\pi G}{3}K^{3/2}\rho + \frac{1}{3}c_0^2\Lambda K + \frac{1}{6}\tilde{\rho}_\emptyset$$

$$\tilde{\rho}_\emptyset = \frac{1}{2}\dot{\emptyset}^2 + c_0^2 KV(\emptyset) \qquad , \qquad \tilde{p}_\emptyset = \frac{1}{2}\dot{\emptyset}^2 - c_0^2 KV(\emptyset)$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3}\left(K^{3/2}\rho + \frac{3}{c_0^2}K^{1/2}p\right) + \frac{1}{3}c_0^2\Lambda K - \frac{1}{12}(\tilde{\rho}_\emptyset + 3\tilde{p}_\emptyset) + \frac{1}{2}\frac{\dot{K}}{K}H$$

Bu çerçeve içinde verilen skaler dalga denklemi

$$\frac{1}{c_0^2}\left(1-\frac{16\pi GB}{c_0^2}K^{3/2}\,\rho\right)\ddot{\emptyset}+\frac{3K}{c_0^2}H\dot{\emptyset}\left(1+\frac{16\pi GB}{c_0^4}K^{1/2}\,p\right)+K^2V'(\emptyset)=0$$

olur.

# 2. KİNETİK TERİMLİ BİMETRİK GRAVİTE VE HESAPLAMALAR

## 2.1 Hesaplamalar

Skaler alan denklemi $S_{\emptyset}$;

$$S_{\emptyset} = -\frac{1}{k}\int d_{\mu}\left[\frac{1}{2}g^{\mu v}\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset - V(\emptyset) - \Im\left(g_{\emptyset}^{\mu v}g_{\mu v}\right)\right]$$

$$= -\frac{1}{k}\int d_{x}^{4}\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}g^{\mu v}\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset - V(\emptyset) - \Im\left(g_{\emptyset}^{\mu v}g_{\mu v}\right)\right] \qquad (2.1)$$

Denklem (2.1)'de eylem boyutsuz seçilmiştir.

Skaler alan denklemi $S_{\emptyset}$'nin $\delta g_{\mu v}$'ye göre değişimi bize enerji-momentum tensörünü verir.

$$\delta S_{\emptyset} = -\frac{1}{k}\int\left[\delta\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}g^{\mu v}\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset - V(\emptyset) - \Im\left(g_{\emptyset}^{\mu v}g_{\mu v}\right)\right]\right.$$
$$\left. + \sqrt{-g}\,\delta\left[\frac{1}{2}g^{\mu v}\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset - V(\emptyset) - \Im\left(g_{\emptyset}^{\mu v}g_{\mu v}\right)\right]\right]d_{x}^{4} \qquad (2.2)$$

$$\delta S_{\emptyset} = -\frac{1}{k}\int\left[\left[\frac{1}{2}\sqrt{-g}\,\delta g_{\mu v}g^{\mu v}\left[\frac{1}{2}g^{\alpha\beta}\partial_{\alpha}\emptyset\partial_{\beta}\emptyset - V(\emptyset) - \Im\left(g_{\emptyset}^{\mu v}g_{\mu v}\right)\right]\right]\right.$$
$$\left. + \sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}\partial_{\mu}\emptyset\partial_{v}\emptyset\delta g^{\mu v} - 0 - \Im'\left(g_{\emptyset}^{\mu v}g_{\mu v}\right)g_{\emptyset}^{\mu v}\right]\delta g_{\mu v}\right]d_{x}^{4}$$

$$\delta S_{\emptyset} = -\frac{1}{k}\int\left[\left[\frac{1}{2}\sqrt{-g}\,\delta g_{\mu v}\left[\frac{1}{2}g^{\mu v}g^{\alpha\beta}\partial_{\alpha}\emptyset\partial_{\beta}\emptyset - V(\emptyset)g^{\mu v} - \Im\left(g_{\emptyset}^{\mu v}g_{\mu v}\right)g^{\mu v}\right]\right]\right.$$
$$\left. + \sqrt{-g}\left[-\frac{1}{2}g^{\mu\alpha}g^{v\beta}\partial_{\alpha}\emptyset\partial_{\beta}\emptyset\delta g_{\mu v} - \Im'\left(g_{\emptyset}^{\mu v}g_{\mu v}\right)g_{\emptyset}^{\mu v}\right]\delta g_{\mu v}\right]d_{x}^{4}$$

$$\delta S_{\emptyset} = -\frac{1}{k}\int \frac{1}{2}\sqrt{-g}\,\delta g_{\mu\nu}\left[\frac{1}{2}g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\emptyset\partial_\beta\emptyset - V(\emptyset)g^{\mu\nu} - \Im\left(g_{\emptyset}^{\mu\nu}g_{\mu\nu}\right)g^{\mu\nu} - g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}\partial_\alpha\emptyset\partial_\beta\emptyset - 2\Im'\left(g_{\emptyset}^{\mu\nu}g_{\mu\nu}\right)g_{\emptyset}^{\mu\nu}\right] d_x^4$$

$$\rightarrow \delta S_{\emptyset} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}\,T_{\emptyset}^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu} \quad \rightarrow \quad \sqrt{-g} = \mu$$

$$\rightarrow \frac{\delta S_{\emptyset}}{\delta g_{\mu\nu}} = -\frac{1}{2}\mu T_{\emptyset}^{\mu\nu}$$

Sonuç olarak enerji-momentum tensörümüz $T_{\emptyset}^{\mu\nu}$

$$T_{\emptyset}^{\mu\nu} = \frac{1}{k}\left[\frac{1}{2}g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\emptyset\partial_\beta\emptyset - V(\emptyset)g^{\mu\nu} - \Im\left(g_{\emptyset}^{\mu\nu}g_{\mu\nu}\right)g^{\mu\nu} - g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}\partial_\alpha\emptyset\partial_\beta\emptyset - \Im'\left(g_{\emptyset}^{\mu\nu}g_{\mu\nu}\right)g_{\emptyset}^{\mu\nu}\right] \tag{2.3}$$

olur.

Denlem (2.3) teki $T_{\emptyset}^{\mu\nu}$ değerini denklem (2.2) de kullanarak denklem (2.2)'yi daha sade bir formda yazarsak:

$$\frac{\delta S_{\emptyset}}{\delta g_{\mu\nu}} = -\frac{1}{2}\mu T_{\emptyset}^{\mu\nu}. \tag{2.4}$$

Yer çekimi eyleminin oluşturduğu alanı içeren denklem (2.1) için yaptığımız işlemlerin aynısını madde metriğinin oluşturduğu alanı içeren denklem için de yaparsak aşağıdaki denklemi elde ederiz:

$$\frac{\delta \hat{S}_{\mu}}{\delta \hat{g}_{\mu\nu}} = -\frac{1}{2}\hat{\mu}\hat{T}^{\mu\nu}\,. \tag{2.5}$$

Gravitasyonel metriğin oluşturduğu alan denklemi için de aynı işlemler yapıldığında aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$\frac{\delta S_{grav}}{\delta g_{\mu\nu}} = -\frac{1}{k}\mu\Lambda g^{\mu\nu}. \tag{2.6}$$

Alan denlemi;

$$S = S_{\emptyset} + \hat{S}_M + S_{grav} \tag{2.7}$$

Alan denkleminin $\delta g_{\mu\nu}$'ye göre değişimi

$$\delta S = \delta S_{\emptyset} + \delta \hat{S}_M + \delta S_{grav} = 0 \tag{2.8}$$

olmalıdır.

Denklem (2.4), (2.5), (2.6)'yı denklem (2.8)' de yerine yazarsak.

$\delta S = 0$ (Minimum eylem ilkesi (Hamilton ilkesi) )

$$\delta S = -\frac{1}{2}\mu T_{\emptyset}^{\mu v} - \frac{1}{2}\hat{\mu}\hat{T}^{\mu v} - \frac{1}{k}\mu\Lambda g^{\mu v} = 0 \tag{2.9}$$

Denklem (2.9)'daki gravitasyonel eylemi minimize ettiğimizde denklem (2.10)'daki Einstein hareket denklemini elde ederiz.

$$G^{\mu v} = \frac{1}{2}\mu T_{\emptyset}^{\mu v} + \frac{1}{2}\hat{\mu}\hat{T}^{\mu v} + \frac{1}{k}\mu\Lambda g^{\mu v} \tag{2.10}$$

$$G^{\mu v} = \frac{k}{2}T_{\emptyset}^{\mu v} + \frac{k}{2}\frac{\hat{\mu}}{\mu}\hat{T}^{\mu v} + \Lambda g^{\mu v} \tag{2.11}$$

Denklem (2.11)'de kozmolojik sabit $\Lambda = 0$ durumu için

$$G^{\mu v} = \frac{k}{2}T_{\emptyset}^{\mu v} + \frac{k}{2}\frac{\hat{\mu}}{\mu}\hat{T}^{\mu v} \tag{2.12}$$

Daha önce denklem (2.3)'te tanımlanan $T_{\emptyset}^{\mu v}$'yi yukarıdaki denklemde yerine yazarsak

$$G^{\mu v} = \frac{k}{2}\left[\frac{1}{k}\left[\frac{1}{2}g^{\mu v}g^{\alpha\beta}\partial_{\alpha}\emptyset\partial_{\beta}\emptyset - V(\emptyset)g^{\mu v} - \Im\left(g_{\emptyset}^{\mu v}g_{\mu v}\right)g^{\mu v}\right.\right.$$
$$\left.\left. - g^{\mu\alpha}g^{v\beta}\partial_{\alpha}\emptyset\partial_{\beta}\emptyset \quad - 2\Im'\left(g_{\emptyset}^{\mu v}g_{\mu v}\right)g_{\emptyset}^{\mu v}\right]\right] + \frac{k}{2}\frac{\hat{\mu}}{\mu}\hat{T}^{\mu v}$$

$\nabla_{v}G^{\mu v} = 0$ olduğunda;

$$\nabla_{v}G^{\mu v} = \frac{k}{2}\nabla_{v}\left[T_{\emptyset}^{\mu v}\right] + \frac{k}{2}\nabla_{v}\left[\frac{\hat{\mu}}{\mu}\hat{T}^{\mu v}\right] = 0$$

olmalıdır. Buradan,

$$\frac{k}{2}\nabla_v\left[\frac{1}{k}\left[\frac{1}{2}g^{\mu v}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\emptyset\partial_\beta\emptyset - V(\emptyset)g^{\mu v} - \mathfrak{I}\left(g_\emptyset^{\mu v}g_{\mu v}\right)g^{\mu v}\right.\right.$$
$$\left.\left. - g^{\mu\alpha}g^{v\beta}\partial_\alpha\emptyset\partial_\beta\emptyset \quad - 2\mathfrak{I}'\left(g_\emptyset^{\mu v}g_{\mu v}\right)g_\emptyset^{\mu v}\right]\right] + \frac{k}{2}\nabla_v\left[\frac{\hat{\mu}}{\mu}\,\hat{T}^{\mu v}\right] = 0$$

$$= \frac{1}{2}g^{\mu v}g^{\alpha\beta}\nabla_v\left[\partial_\alpha\emptyset\partial_\beta\emptyset\right] - g^{\mu v}V'(\emptyset)\nabla_v\emptyset - g^{\mu v}\mathfrak{I}'\left(g_\emptyset^{\mu v}g_{\mu v}\right)g_{\mu v}\nabla_v\left(g_\emptyset^{\mu v}\right)$$
$$- g^{\mu\alpha}g^{v\beta}\nabla_v\left[\partial_\alpha\emptyset\partial_\beta\emptyset\,\right] \quad - 2\mathfrak{I}'\left(g_\emptyset^{\mu v}g_{\mu v}\right)\nabla_v\left[\partial^\mu\emptyset\partial^v\emptyset\right]$$
$$- 2\mathfrak{I}''\left(g_\emptyset^{\mu v}g_{\mu v}\right)g_\emptyset^{\mu v}g_{\mu v}\nabla_v\left[\partial^\mu\emptyset\partial^v\emptyset\right] + k\nabla_v\left[\frac{\hat{\mu}}{\mu}\,\hat{T}^{\mu v}\right] = 0$$

$$= \frac{1}{2}\nabla^\mu\left[\partial^v\emptyset\partial_v\emptyset\right] - V'(\emptyset)\nabla^\mu\emptyset - 4\mathfrak{I}'\left(g_\emptyset^{\mu v}g_{\mu v}\right)\nabla_v\left[\partial^\mu\emptyset\partial^v\emptyset\right] - \nabla_v\left[\partial^\mu\emptyset\partial^v\emptyset\right]$$
$$- 2\mathfrak{I}'\left(g_\emptyset^{\mu v}g_{\mu v}\right)\nabla_v\left[\partial^\mu\emptyset\partial^v\emptyset\right] - 2\mathfrak{I}''\left(g_\emptyset^{\mu v}g_{\mu v}\right)g_\emptyset^{\mu v}\nabla_v\left[\partial_v\emptyset\partial^v\emptyset\right]$$
$$+ k\nabla_v\left[\frac{\hat{\mu}}{\mu}\,\hat{T}^{\mu v}\right] = 0$$

$$= \frac{1}{2}\nabla^\mu\left[\partial^v\emptyset\partial_v\emptyset\right] - V'(\emptyset)\nabla^\mu\emptyset - 6\mathfrak{I}'\left(g_\emptyset^{\mu v}g_{\mu v}\right)\nabla_v\left[\partial^\mu\emptyset\partial^v\emptyset\right] - \nabla_v\left[\partial^\mu\emptyset\partial^v\emptyset\right]$$
$$- 2\mathfrak{I}''\left(g_\emptyset^{\mu v}g_{\mu v}\right)g_\emptyset^{\mu v}\nabla_v\left[\partial_v\emptyset\partial^v\emptyset\right] + k\nabla_v\left[\frac{\hat{\mu}}{\mu}\,\hat{T}^{\mu v}\right] = 0$$

olur.

$$\nabla_v G^{\mu v} = \frac{1}{2}\nabla^{\mu}[\partial^{v}\emptyset\partial_{v}\emptyset] - V'(\emptyset)\nabla^{\mu}\emptyset - 6\Im'\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)\nabla_{v}[\partial^{\mu}\emptyset\partial^{v}\emptyset]$$
$$- \nabla_{v}[\partial^{\mu}\emptyset\partial^{v}\emptyset] - 2\Im''\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)g_{\emptyset}^{\mu v}\nabla_{v}[\partial_{v}\emptyset\partial^{v}\emptyset]$$
$$+ \underbrace{k\nabla_{v}\left[\frac{\hat{\mu}}{\mu}\,\hat{T}^{\mu v}\right]}_{\downarrow\downarrow}$$

$$\nabla_{v}\left[\sqrt{-\hat{g}}\hat{T}^{\mu v}\right] = -\underbrace{\left[\hat{\Gamma}^{\mu}_{\alpha\beta} - \Gamma^{\mu}_{\alpha\beta}\right]}_{\downarrow\downarrow}\sqrt{-\hat{g}}\hat{T}^{\alpha\beta}$$

$$\hat{\Gamma}^{\mu}_{\alpha\beta} - \Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} = \frac{B}{I}\nabla^{\mu}\emptyset\nabla_{\alpha}\emptyset\nabla_{\beta}\emptyset$$

$$\nabla_{v}\left[\sqrt{-\hat{g}}\hat{T}^{\mu v}\right] = -\sqrt{\hat{g}}\hat{T}^{\alpha\beta}\,\frac{B}{I}\nabla^{\mu}\emptyset\nabla_{\alpha}\emptyset\nabla_{\beta}\emptyset \tag{2.13}$$

$$\nabla_v G^{\mu v} = \frac{1}{2}\nabla^{\mu}[\partial^{v}\emptyset\partial_{v}\emptyset] - V'(\emptyset)\nabla^{\mu}\emptyset - 6\Im'\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)\nabla_{v}[\partial^{\mu}\emptyset\partial^{v}\emptyset]$$
$$- \nabla_{v}[\partial^{\mu}\emptyset\partial^{v}\emptyset] - 2\Im''\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)g_{\emptyset}^{\mu v}\nabla_{v}[\partial_{v}\emptyset\partial^{v}\emptyset]$$
$$- k\frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{B}{I}\hat{T}^{\alpha\beta}\nabla^{\mu}\emptyset\nabla_{\alpha}\emptyset\nabla_{\beta}\emptyset = 0$$

$$\nabla_v G^{\mu v} = \frac{1}{2}(\nabla^{v}\emptyset\nabla_{v}\emptyset) - V'(\emptyset) - 6\Im'\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)g_{\mu v}[\partial^{\mu}\emptyset\partial^{v}\emptyset] - g_{\mu v}[\partial^{\mu}\emptyset\partial^{v}\emptyset]$$
$$- 2\Im''\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)g_{\emptyset}^{\mu v}g_{\mu v}[\partial_{v}\emptyset\partial^{v}\emptyset] - k\frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{B}{I}\hat{T}^{\mu v}\nabla_{\mu}\emptyset\nabla_{v}\emptyset = 0 \tag{2.14}$$

Daha önce denklem (1.7)' de belirtildiği gibi

$$\hat{T}^{00} = \frac{P}{I}\,, \qquad \hat{T}^{0i} = 0,\;\; \hat{T}^{ij} = \frac{p}{R^{2}}\gamma^{ij} \quad (i,j = 1,2,3)$$

$$G^{\mu v} = \frac{k}{2}T_{\emptyset}^{\mu v} + \frac{k}{2}\frac{\hat{\mu}}{\mu}\,\hat{T}^{\mu v}$$

Eğer $\mu \neq v$ ise $G^{\mu v} = 0$ yada $\mu = v$ ise $G^{\mu v}$ nin bir çözümü vardır.

Bu tezde $G^{\mu v}$ nin sadece zaman boyutuyla ilgileniyoruz bundan dolayı bizim için sadece $\mu = v = 0$ olduğu durumlar önemlidir.

Denklem (2.12)'ye (Gravitasyonel alan denklemi) göre

$$G^{00} = \frac{k}{2} T_{\emptyset}^{00} + \frac{k}{2}\frac{\hat{\mu}}{\mu}\,\hat{T}^{00} \tag{2.15}$$

$$3\left[\left(\frac{\dot{R}(t)}{R(t)}\right)^2 + \frac{k}{R(t)^2}\right].\frac{1}{c^4}$$
$$= \frac{k}{2}\left[-\frac{1}{k}\left[\frac{1}{2}\frac{1}{c^4}\dot{\emptyset}^2 + V(\emptyset)\frac{1}{c^2} + \Im\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)\frac{1}{c^2} + 2\Im'\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)\dot{\emptyset}^2\right]\right]$$
$$+ \frac{k}{2}\frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{\rho}{I}$$

$$3\left[\left(\frac{\dot{R}(t)}{R(t)}\right)^2 + \frac{k}{R(t)^2}\right].\frac{1}{c^4}$$
$$= -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\frac{1}{c^4}\dot{\emptyset}^2 + V(\emptyset)\frac{1}{c^2} + \Im\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)\frac{1}{c^2} + 2\Im'\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)\dot{\emptyset}^2\right]$$
$$+ \frac{k}{2}\frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{\rho}{I}$$

$$\left(\frac{\dot{R}(t)}{R(t)}\right)^2 + \frac{k}{R(t)^2}$$
$$= -\frac{1}{6}\left[\frac{1}{2}\dot{\emptyset}^2 + V(\emptyset)c^2 + \Im\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)c^2 + 2\Im'\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)\dot{\emptyset}^2 c^4\right]$$
$$+ \frac{k}{6}c^4\frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{\rho}{I} \tag{2.16}$$

$$H^2 = -\frac{1}{6}\left[\frac{1}{2}\dot{\emptyset}^2 + V(\emptyset)c_0^2 I + \Im\left(g_\emptyset^{\mu v} g_{\mu v}\right)c_0^2 I + 2\Im'\left(g_\emptyset^{\mu v} g_{\mu v}\right)\dot{\emptyset}^2 c_0^4 I^2\right] + \frac{k}{6}c_0^4 I^2 \frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{\rho}{I} - \frac{k}{R(t)^2}$$

Denklem (2.14)'e (Dalga denklemi) göre

$$\frac{1}{2}\left(\ddot{\emptyset} - 3\frac{\dot{R}(t)}{R(t)}\dot{\emptyset}\right) - V'(\emptyset) - 6\Im'\left(g_\emptyset^{\mu v} g_{\mu v}\right)c^2\ddot{\emptyset} - 2\Im''\left(g_\emptyset^{\mu v} g_{\mu v}\right)\dot{\emptyset}^2 c^2\left(\ddot{\emptyset} - 3\frac{\dot{R}(t)}{R(t)}\dot{\emptyset}\right) - k\frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{B}{I}\frac{\rho}{I}\ddot{\emptyset} = 0$$

$$\frac{1}{2}\left(\ddot{\emptyset} - 3H\dot{\emptyset}\right) - V'(\emptyset) - 6\Im'\left(g_\emptyset^{\mu v} g_{\mu v}\right)c^2\ddot{\emptyset} - 2\Im''\left(g_\emptyset^{\mu v} g_{\mu v}\right)\dot{\emptyset}^2 c^2\left(\ddot{\emptyset} - 3H\dot{\emptyset}\right) - k\frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{B}{I}\frac{\rho}{I}\ddot{\emptyset} = 0 \qquad (2.17)$$

olur. (2.16) ve (2.17) denklemleri bizim Friedmann denklemlerini tanımlar.

## 2.2 Sonuçlar

VSL ÇERÇEVESİNDE

$c(t) = c_0 I^{1/2}$

Denklem (2.12)'ye (Gravitasyonel alan denklemi) göre;

$$\left(\frac{\dot{R}(t)}{R(t)}\right)^2 + \frac{k}{R(t)^2} = -\frac{1}{6}\left[\frac{1}{2}\dot{\emptyset}^2 + V(\emptyset)c^2 + \mathfrak{J}\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)c^2 + 2\mathfrak{J}'\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)\dot{\emptyset}^2 c^4\right] + \frac{k}{6}c^4 \frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{\rho}{I}$$

$$H^2 + \frac{k}{R(t)^2} = -\frac{1}{6}\left[\frac{1}{2}\dot{\emptyset}^2 + V(\emptyset)c_0^2 I + \mathfrak{J}\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)c_0^2 I + 2\mathfrak{J}'\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)\dot{\emptyset}^2 c_0^4 I^2\right] + \frac{k}{6}c_0^4 I^2 \frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{\rho}{I}$$

olarak elde edilir.

Denklem (2.14)'e (Dalga denklemi) göre;

$$\ddot{\emptyset}\left[\frac{1}{2} - 6\mathfrak{J}'\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)c^2 - 2\mathfrak{J}''\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)\dot{\emptyset}^2 c^2 - k\frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{B}{I^2}\rho\right] - \left[\frac{3}{2}\frac{\dot{R}(t)}{R(t)}\right]\dot{\emptyset} + \left[6\frac{\dot{R}(t)}{R(t)}\mathfrak{J}''\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)c^2\right]\dot{\emptyset}^3 - V'(\emptyset) = 0$$

$$\ddot{\emptyset}\left[\frac{1}{2} - 6\mathfrak{J}'\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)c_0^2 I - 2\mathfrak{J}''\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)\dot{\emptyset}^2 c_0^2 I - k\frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{B}{I^2}\rho\right] - \left[\frac{3}{2}H\right]\dot{\emptyset} + \left[6H\mathfrak{J}''\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)c_0^2 I\right]\dot{\emptyset}^3 - V'(\emptyset) = 0$$

olarak elde edilir.

VSGW ÇERÇEVESİNDE

$v_g(t) = c_0 K^{1/2}$

Denklem (2.12)'ye (Gravitasyonel alan denklemi) göre;

$$H^2 + \frac{k}{R(t)^2} = -\frac{1}{6}\left[\frac{1}{2}\dot{\emptyset}^2 + V(\emptyset)c_0^2 K + \mathfrak{J}\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)c_0^2 K + 2\mathfrak{J}'\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)\dot{\emptyset}^2 c_0^4 K^2\right] + \frac{k}{6} c_0^4 K^2 \frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{\rho}{I} \quad (2.18)$$

olarak elde edilir.

Denklem (2.14)'e (Dalga denklemi) göre

$$\ddot{\emptyset}\left[\frac{1}{2} - 6\mathfrak{J}'\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)c_0^2 K - 2\mathfrak{J}''\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)\dot{\emptyset}^2 c_0^2 K - k\frac{\hat{\mu}}{\mu}\frac{B}{I^2}\rho\right] - \left[\frac{3}{2}H\right]\dot{\emptyset} + \left[6H\mathfrak{J}''\left(g_{\emptyset}^{\mu v} g_{\mu v}\right)c_0^2 K\right]\dot{\emptyset}^3 - V'(\emptyset) = 0 \quad (2.19)$$

olarak elde edilir.

# YORUM

Değişen gravitasyonel dalga hızı ve değişen ışık hızlarına izin veren kovaryant (diffeomorphism invariant) gravite teorisine uygun yapılan problem BGT formalizmi içinde çözülebildi. Madde tensörü için hareketli $\hat{g}_{\mu\nu}$ çerçevesinde jeodezik üzerinde parçacıkların hareketlerine öncülük edebilen uygun bir korunum kuralı inşaa edilebilir. Bu çerçevede ışık hızı sabittir ve gözlemciler başka bir ışık sinyali tarafından haberdar edilebilir. $g_{\mu\nu}$ metriği tarafından belirlenen uzay-zaman içindeki bir gözlemci zaman ile değişen gravitasyonel dalganın hızını, evrenin ivmelenmesini ve gelecekteki bir kozmolojik çerçevenin var olduğunu zanneder.

Bir diğer taraftan $g_{\mu\nu}$ metriği hareketli olarak seçildiği zaman gravitasyonel dalganın hızı sabittir ve gözlemciler başka bir gravitasyonel dalga ile (gelecekte) iletişim halinde olabilecektir. O zaman $\hat{g}_{\mu\nu}$ metriği çerçevesindeki bir gözlemci geçmiş evren içindeki $c(t)'$ nin artmasından dolayı süpernovanın sönüşünü, ışık hızının artışı için kozmolojik çerçeve olmaksızın evrenin yavaşlamasını gözlemleyebilecektir.

Yaptığımız hesaplarda, kinetik potansiyelin Friedmann denklemlerine önemli katkılar sunduğunu görülebilir.[Denklem (2.18) ve (2.19)]

BGT'nin sonuçlarının birçok ilgi çekici yönü vardır; yıldızların çökme davranışları ve yüksek enerji dalgalarının doğası BGT yardımıyla araştırılabilir.

BGT'nin kuantum gravite içinde olası rolü araştırmaya açıktır. Bu aslında BGT'nin evrenin anlaşılmasına yönelik alternatif bir teori olduğunu söyler.

**KAYNAKÇA**

Bennett C.L. ve Arkadaşları. (2003). First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP[1]) Observations:Preliminary Maps and Basic Results. Astrophys.J.Suppl.148:1, arXiv:astro-ph/0302207v3.

Clayton M. A. and Moffat J.W. 2001. A Scalar-Tensor Cosmological Model with Dynamical Light Velocity. Phys. Lett. B506, 177, arXiv :gr-qc/0101126 v2.

Clayton M. A. and Moffat J. W. 2000. Scalar-Tensor Gravity Theory for Dynamical LightVelocity. Phys.Lett. B477, 269, arXiv:gr-qc/9910112.

Clayton M. A. and Moffat J.W. 2002. Vector Field Mediated Models of Dynamical Light Velocity. Phys.Lett. D11, 187, arXiv:gr-qc/0003070.

Clayton M. A. And Moffat J.W. 2003. Scale Invariant Spectrum From Variable Speed Of Light Metric In A Bimetric Gravity Theory. JCAP 0307:004. Arxiv:gr-qc:0304058.

Kowalski J. 2004. Introduction to Doubly Special Relativity. Lect.Notes Phys.669:131-159, arXiv:hep-th/0405273v1.

Moffat J.W. 2002. Bimetric Gravity Theory, Varying Speed of Light and the Dimming of Supernovae. Int.J.Mod.Phys. D12, 281-298. arXiv:gr-qc/0202012v5.

Moffat J.W. 2013. Bimetric Gravity, Variable Speed of Light Cosmology and Planck 2013. arXiv:gr-qc/1306.5470.

Planck Collaboration. Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. arXiv:1303.5062v1[astro-ph.CO]..

Planck Collaboration. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters. arXiv:1303.5076v1 [astro-ph.CO].

Sauer T. 2004. Albert Einstein's 1916 Review Article on General Relativity[1]. arXiv:physics/0405066v1 [physics.hist-ph]