



T.C.

İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ DİZİLER
VE SERİLER KONUSUNDAKİ HATA VE KAVRAM
YANILGILARININ TESPİT EDİLMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Arzu BURCU DERELİ

MALATYA 2015

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ DİZİLER
VE SERİLER KONUSUNDAKİ HATA VE KAVRAM
YANILGILARININ TESPİT EDİLMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Arzu BURCU DERELİ

Danışman: Prof. Dr. Celal ÇAKAN

Malatya 2015

T.C.
İnönü Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Ana Bilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Arzu BURCU DERELİ tarafından hazırlanan “İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Diziler ve Seriler Konusundaki Hata ve Kavram Yanılgılarının Tespit Edilmesi” başlıklı bu çalışma, 10.09.2015 tarihinde yapılan sınav sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

İmza

Başkan : Prof. Dr. Recep ASLANER

Üye (Tez Danışmanı) : Prof. Dr. Celal ÇAKAN

Üye : Yrd. Doç. Dr. Eyüp İZCİ

O N A Y

...../...../2015

Prof. Dr. Burhanettin DÖNMEZ
Enstitü Müdürü

ONUR SÖZÜ

Prof. Dr. Celal Çakan danışmanlığında yüksek lisans tezi olarak hazırladığım **İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Diziler ve Seriler Konusundaki Hata ve Kavram Yanılgılarının Tespit Edilmesi** başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün yapıtların hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Arzu BURCU DERELİ

ÖN SÖZ

Hayatımda önemli bir döneme sayfa açmamı sağlayan yüksek lisans eğitimimin bir ürünü olan bu çalışmanın ortaya çıkmasında bana yardımcı olan ve beni destekleyen herkese teşekkürlerimi sunmak istiyorum.

Öncelikle bana bu tez konusunu veren ve çalışmalarım esnasında maddî-manevî desteklerini esirgemeyen hocam Prof. Dr. Celal ÇAKAN'a, çalışmalarım sırasında anlayış göstererek yardımcı olan EŞİM'e ve tecrübelerinden istifade ettiğim kardeşim Ebru BURCU YILMAZ'a teşekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca tezimin savunulması esnasında jürimde yer alan Prof. Dr. Recep ASLANER ve Yrd. Doç. Dr. Eyüp İZCİ'ye çalışmamla ilgili vermiş oldukları geribildirimler için özellikle teşekkür ederim.

Ve en özel teşekkür de minik elleri büyük yürekleriyle bana yardımcı olmaya çalışan kızım ve oğluma...

Arzu BURCU DERELİ

ÖZET

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ DİZİLER VE SERİLER KONUSUNDAKİ HATA VE KAVRAM YANILGILARININ TESPİT EDİLMESİ

BURCU DERELİ, Arzu
Yüksek Lisans, İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Celal ÇAKAN
Eylül-2015, İX +56 sayfa

Bu araştırmanın amacı, İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Diziler ve Seriler konularındaki hata ve kavram yanlışlarını tespit etmektir. Bu çalışmaya Türkiye'nin Doğusundaki bir Üniversite'nin, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı'nda öğrenim gören 97 öğrenci dâhil edilmiştir. Çalışmaya alınan öğrencilere beş adet açık uçlu soru sorulmuştur. Sorulara verilen cevaplar Tamamen Doğru, Kısmen Doğru, Kavram Yanılgısı Var, Cevap Yok ve Yanlış Cevap bölümlerinden oluşan 5'li anlama ölçeğine göre incelenmiştir. Cinsiyete göre karşılaştırmalar yapılmıştır.

Araştırmanın sonucunda, bazı sorularda fazla oranda kavram yanlışına düştükleri ortaya çıkmıştır. Ayrıca; Bazı sorularda kız öğrencilerin, bazı sorularda erkek öğrencilerin daha başarılı oldukları belirlenmiştir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Sözcükler: Dizi, Seri, Kavram Yanılgısı, Matematik Öğretimi.

ABSTRACT

THE IDENTIFICATION THE ERRORS AND MISCONCEPTIONS OF THE
ELEMENTARY MATHEMATICS TEACHER CANDIDATES' RELATED TO THE
SEQUENCES AND SERIES

BURCU DERELİ, Arzu
M.S., Inonu University, Institute of Educational Sciences
Mathematical Education

Supervisor: Prof. Dr. Celal ÇAKAN
September-2015, IX +56 page

The aim of this study, is to identify the errors and misconceptions of the Elementary Mathematics Teacher Candidates' Related to the sequences and series. A total of 97 students in the Department of Elementary Mathematics Teacher in the Faculty of Education at a university in the East of turkey enrolled this study. Five open-ended questions were asked to the 97 students in the study. The answers investigated by the scale consisted the following title: Completely True, True, Misconception, No Answer, False. The comparison has been given by gender.

It is found that the students have a lot of misconception in some questions. Also; it is found that in some questions the female students and in some questions the male students have been more successful.

Some various suggestions has been given based on the obtained results.

Key words: Sequence, series, misconception, mathematics education.

İÇİNDEKİLER

ONUR SÖZÜ	i
ÖN SÖZ	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
İÇİNDEKİLER	v
TABLolar LİSTESİ	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ	viii
KISALTMALAR	ix
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı	2
1.3. Problem Cümlesi	2
1.4. Alt Problemler	2
1.5. Araştırmanın Önemi.....	3
1.6. Araştırmanın Varsayımları.....	4
1.7. Araştırmanın Sınırlılıkları	4
1.8. Tanımlar.....	4
BÖLÜM II	6
KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	6
2.1. Kuramsal Çerçeve	6
2.1.1 Matematik ve Öğretimi.....	6
2.1.2 Kavram ve Öğretimi	11
2.1.3 Kavram Yanılgısı.....	13
2.1.4.Kavram Yanılgılarının Nedenleri	15
2.1.4.1. Epistemolojik Nedenler	16
2.1.4.2. Psikolojik nedenler	17
2.1.4.3. Pedagojik Nedenler	18
2.1.5. Kavram Yanılgılarının Çeşitleri	19
2.1.6. Kavram Yanılgılarının Giderilmesi.....	20
2.1.7. Matematik Öğretmeni Yetiştirme.....	21
2.1.5. Analiz Eğitimi ve Dizi ile Seri Kavramları	23

2.2. Yurt İçinde Yapılan alışmalar	25
2.2.1. Dizi ve Serilerle İlgili Yapılan Araştırmalar	25
BÖLÜM III.....	31
YÖNTEM	31
3.1. Araştırmanın Modeli	31
3.2. Çalışma Grubu	31
3.3. Verilerin Toplanması.....	31
3.4. Verilerin Analizi	32
BÖLÜM IV	34
BULGULAR ve YORUMLAR.....	34
4.1. Birinci Alt Probleme Ait Bulgular Ve Yorumlar	34
4.2. İkinci Alt Probleme Ait Bulgular Ve Yorumlar	36
4.3. Üçüncü Alt Probleme Göre Bulgular Ve Yorumlar	39
BÖLÜM V	44
SONUÇ ve ÖNERİLER	44
5.1. Birinci Alt Probleme Göre Sonuç Ve Öneriler	44
5.2. İkinci Alt Probleme Göre Sonuç Ve Öneriler.....	45
5.3. Üçüncü Alt Probleme Göre Sonuç Ve Öneriler	46
KAYNAKÇA.....	47

TABLULAR LİSTESİ

Tablo 4.1: Birinci Sorunun İlk Kısmının Öğrenci Yanıtlarının Cinsiyete Göre Frekans Ve Yüzdeleri:.....	34
Tablo 4.2: Birinci Sorunun İkinci Kısmının Öğrenci Yanıtlarının Cinsiyete Göre Frekans Ve Yüzdeleri:.....	35
Tablo 4.3: İkinci Soru İçin Öğrenci Yanıtlarının Cinsiyete Göre Frekans Ve Yüzdeleri:	36
Tablo 4.4: Dördüncü Soru İçin Öğrenci Yanıtlarının Cinsiyete Göre Frekans Ve Yüzdeleri: ...	38
Tablo 4.5: Üçüncü Soru İçin Öğrenci Yanıtlarının Cinsiyete Göre Frekans Ve Yüzdeleri:	40
Tablo 4. 6: Beşinci Soru İçin Öğrenci Yanıtlarının Cinsiyete Göre Frekans Ve Yüzdeleri:	41

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 4.1: Birinci Soruya Verilen Öğrenci Cevabı.....	36
Şekil 4.2: İkinci Soruya Verilen Öğrenci Cevabı.....	37
Şekil 4.3: Dördüncü Soruya Verilen Öğrenci Cevabı.....	39
Şekil 4.4: Üçüncü Soruya Verilen Öğrenci Cevabı.....	41
Şekil 4.5: Beşinci Soruya Verilen Öğrenci Cevabı.....	42



KISALTMALAR

akt. : Aktaran

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

TDK: Türk Dil Kurumu

vd. : Ve diğlerleri

CSMS: Concepts in Secondary Mathematic And Science



BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın konusu ve problemi, amacı, önemi, varsayımları, sınırlılıkları ve tanımları alt başlıklarına yer verilecektir.

1.1. Problem Durumu

İnsanlık tarihinin en eski bilim dallarından biri olan matematik, her bilim dalı için önemlidir. Birey için, toplum için, bilim ve teknoloji için vazgeçilmez değerdedir. Çünkü bilimsel gerçekler, güvenilir ve kalıcı olmak için matematiğin kesin ve net olan dilini kullanmaktadır.

Öğrenme insanoğlu için ihtiyaç ve süreklilik arz eder. Kalıcı bir öğrenmenin gerçekleşebilmesi için ön öğrenmeyle bağ kurulması gerekir. Ön öğrenmeler olmadan yeni öğrenmeler gerçekleşmesi çok zordur. Bu ön öğrenme şartı matematik konularında oldukça geçerli bir durumdur. Her yanlış öğrenme sonraki öğrenmenin gerçekleşmesini etkileyeceğinden, o öğrenme alanıyla ilgili, sonraki öğrenmeleri de etkileyecek olan kavram yanlışlarının belirlenmesi son derece önemlidir (Barak, 2007).

Yanılgılar bireyin yanlış inanışları ve deneyimleri sonucu ortaya çıkan davranışlarıdır. Doğal olarak, öğrenciler yeni kavramları öğrenirken bunları daha önceki bilgileri üzerine inşa ederler. Sahip oldukları ön birikimler bazen yeni kavramların öğrenilmesinde yanlış öğrenmelere neden olurlar. Bir problemin çözümü veya bir işlemin yürütülmesi öğrencinin mantığına, önceki birikimlerine uygun düşebilir ve yaptıklarının matematiksel geçerliliğinin olmadığını da bilmeyebilir. İşte bu durumda kavram ve işlem yanılgılarının gelişmesi söz konusudur (Baki, 1998).

Öğrencilerin güçlüklerinin ve bu güçlüklerin kaynaklarının farkında olma ve bunları sınıflandırarak düzenleme eğitim öğretim için önemli bir etkidir (Yetkin, 2003). Kavramların öğrencilerde anlamlı bir şekilde öğrenilmemesi, kavram yanılgılarının oluşmasına ve artmasına sebep olmaktadır (Alkan, 2009).

Dursun ve Dede'ye göre (2004) bireyin matematik başarısını olumlu ya da olumsuz olarak etkileyebilecek faktörler şunlardır. Bireyin yaşı, gelişim düzeyi, ilgi ve

ihtiyaçları, zekâ düzeyi, sağlığı, yaşadığı çevre, öğretmen faktörü, okula başlama yaşı, öğretim ortamının niteliği, öğrencinin ders çalışma alışkanlığı, öğretim yöntemleri, matematik dersine yönelik tutumları ve kavram yanlışlarıdır.

Öğrencilerin yanı sıra öğretmenlerdeki mevcut kavram yanlışlarının kavramsal gelişimi olumsuz yönde etkileyeceği de gözardı edilmemelidir. Alkan (2009)'a göre kavram yanlışlarıyla başa çıkabilmenin ilk yolu kavram yanlışlarının farkında olmaktır. Bu nedenle öncelikle öğretmenlerin hizmet öncesi eğitimlerinde kavram yanlışlarının tespit edilip giderilmesi gerekmektedir (Akgün, Gönen ve Yılmaz, 2005).

Eğitim-öğretim alanında yapılan çalışmaların önemli bir bölümü, öğrencilerin kavram yanlışlarını ve bilgi eksikliğini belirlemek ve bunları giderme yolları ile ilgilidir. Çünkü bir önceki bilgiler ve kavramlar, bir sonrakiler için bir basamak oluşturur. Bu durum matematik öğrenimi için de geçerlidir. Öğrencilere matematik kavram bilgilerinin tam olarak verilmesi, kavram yanlışlarının ve bilgi eksikliğini belirlenmesi, bu yanlış ve eksikliklerinin giderilmesi için çözüm yolları aranmalıdır (Küçük ve Demir, 2009).

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dizi ve seri konularında hata ve kavram yanlış dağılımlarını cinsiyet değişkeni açısından incelemek ve çözüm önerileri getirmektir.

1.3. Problem Cümlesi

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dizi ve seriler konularındaki hata ve kavram yanlışlarının cinsiyete göre dağılımı nasıldır? Sorusu bu araştırmanın problem cümlesini oluşturmaktadır. Bu ana problem çerçevesinde araştırmanın amacını gerçekleştirmek için aşağıda sunulan alt problemlere yanıt aranmıştır.

1.4. Alt Problemler

1. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dizi ve seri kavramı ile ilgili hata ve kavram yanlışlarının cinsiyete göre dağılımı nasıldır?

2. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dizinin limiti konusundaki hata ve kavram yanlışlarının cinsiyete göre dağılımı nasıldır?
3. İlköğretim Matematik öğretmen adaylarının dizinin limiti ile serilerin toplamı arasındaki ilişki hakkındaki hata ve kavram yanlışlarının cinsiyete göre dağılımı nasıldır?

1.5. Araştırmanın Önemi

Gerek teknolojide gerek eğitim bilimlerindeki gelişmeler, matematik alanında eğitim ve öğretiminin daha doğru ve hatasız bir şekilde yapılmasını zorunlu kılmıştır. Bu nedenle geleceğin matematik öğretmenlerinin kavram yanlışlığı ve hatalardan uzak bir pozisyonda mesleklerine başlamaları son derece önemlidir. Eğitim ve öğretim alanında akademik bilgi ve beceri ile donanımlı, alanında uzman matematik öğretmenlerinin yetiştirilmesi için kavram yanlışlarının tespiti de önemlidir.

Matematik eğitimi alanında yapılan pek çok araştırmada öğrencilerin temel kavramları yanlış algıladıklarına vurgu yapılmaktadır. Bu yanlış algılamaların tespit edilmesi, müfredat hazırlanması, öğretim yöntem ve materyallerinin seçimi için önemlidir. Öğrenme psikologlarına göre bir insanın bir kavramı öğrenmesinde en önemli faktör o kimsenin kavramlarla ilgili daha önceki bildikleridir. Bu nedenle de kavram yanlışlarının tespiti öğretim için son derece önemlidir (Akbaba Dağ, 2009).

Ülkemizde matematik konuları ile ilgili yapılan zorluk indeksleri çalışmalarında dizi ve seriler ünitesinin zorluk indeksi ilk sıralardadır (Durmuş 2004; Tatar, Okur ve Tuna, 2008; Gürbüz, Toprak, Yapıcı ve Doğan, 2011). Matematik lisans eğitimi alan öğrenciler için analiz dersi önemli bir derstir. Bu temel ders içinde dizi ve seriler de önemli konulardandır. Dizi ve seriler konularını anlamada öğrencilerin zorlanması (Akbayır, 2004; Akgün ve Duru, 2007; Alcock ve Simpson, 2004) bu konulardaki yapılan hata ve kavram yanlışlarını incelemeyi zorunlu kılmıştır.

Eğitim ve öğretimin temel değerlerinden olan öğretmenlerin öğrenim hayatları sırasında sahip oldukları kavram yanlışları tespit etmek ve ortadan kaldırmak çok önemlidir. Gelecekteki sağlam ve doğru matematiksel bilgi ancak bu şekilde öğrencilere aktarılabilir.

Ancak son yıllarda yapılan çalışmalar incelendiğinde, lisans düzeyinde diziler ve seriler konusundaki hata ve kavram yanlışlarını araştırma konusu edinen pek fazla çalışma bulunmamaktadır (Akbayır, 2004). Dolayısıyla analiz konuları içinde önemli bir yeri olan diziler ve serilerdeki kavram yanlışlarını tespit etmek ve cinsiyet değişkeni açısından incelemek bu alandaki boşluğu dolduracağını düşündüğümüz bir çalışmadır. Bu nedenle öğretmen adayları ile yapılan bu çalışma özgün bir çalışmadır.

1.6. Araştırmanın Varsayımları

Bu araştırmanın varsayımları şu şekildedir:

1. Uygulanacak teşhis testi, öğrencilerin dizi ve seri konularındaki hata ve yanlışlarını ortaya çıkarabilecek niteliktedir.
2. Öğrencilerin bu teşhis testine verdikleri yanlış yanıtlar, yaptıkları hataların ve sahip oldukları kavram yanlışlarının göstergesidir.

1.7. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma;

1. Bu araştırma İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı'nda öğrenim gören ve Analiz III dersini almakta olan 3. sınıf öğretmen adayları ile sınırlıdır.
2. Bu araştırmanın bulguları dizi ve seri konularında beş açık uçlu soruya verdikleri yanıtlarla sınırlıdır.

1.8. Tanımlar

Kavram: Türk Dil Kurumu sözlüğünde kavram, bir nesnenin veya düşüncenin zihnindeki soyut ve genel tasarımı ile nesnelerin ve olayların ortak özelliklerini kapsayan, ortak bir ad altında toplayan soyut ve genel bir fikirdir (TDK, 2010).

Kavram yanılması: “Kişisel deneyimler sonucu oluşmuş bilimsel gerçeklere aykırı olan bilim tarafından gerçekliği kanıtlanmış kavramların öğretilmesini ve öğrenilmesini engelleyici bilgilerdir” (Keçeli, 2007).

Hata: Türk Dil Kurulu (2010)’na göre “hata” yanlış, yanlışlık, istemeyerek ve bilmeyerek yapılan yanlış, kusur, yanılma, yanılğı, suç şeklinde tanımlanmaktadır. Matematikteki hata ise, matematiksel ifadelerin ve fikirlerin yanlış kullanılması ve sonuçlandırılmasıdır (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009).

Dizi: A ; boş olmayan herhangi bir küme olmak üzere, $f: N \rightarrow A$ tanımlı fonksiyonuna bir dizi denir. $n \in N$ için $f(n) = a_n$ ifadesine dizinin n . terimi veya genel terimi denir. Değer kümesi reel sayılar ise diziye reel sayılar dizisi, kompleks sayılardan oluşuyorsa kompleks sayılar dizisi adı verilir. Dizinin değer kümesi $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ şeklindedir. Bir dizi (a_n) ile gösterilir (Yalçınkaya, 2012).

Dizilerin Yakınsaklığı: $a \in R$ olmak üzere, her $\varepsilon > 0$ için, (a_n) dizisinin sonlu sayıda terimi hariç, diğer bütün terimleri a 'nın ε komşuluğunda kalıyor ise, (a_n) dizisi a sayısına yakınsıyor denir. Burada a sayısına dizinin limiti adı verilir (Yalçınkaya, 2012).

Seri: Herhangi bir (a_n) dizisinin terimlerinin toplamına seri adı verilir. Bir seri

$$\sum a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$$

şeklinde gösterilir. Burada a_n terimine serinin genel terimi adı verilir (Yalçınkaya, 2012).

Serinin Toplamı: $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ ifadesine serinin kısmî toplamlar dizisi denir. Eğer (s_n) dizisi bir s sayısına yakınsak ise, bu serinin toplamı s dir denir (Yalçınkaya, 2012).

Serilerin Yakınsaklığı: Bir $\sum a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ serisi verilmiş olsun. $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ olmak üzere; (s_n) dizisi yakınsak ise, $\sum a_k$ serisi yakınsaktır denir (Yalçınkaya, 2012).

BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Kuramsal Çerçeve

2.1.1 Matematik ve Öğretimi

Matematik, etimolojik olarak Grekçe'de mathein ve ikos sözcüklerinden meydana gelmiştir. Mathein, öğrenmek; ikos ise ilgili anlamındadır (Demirtaş, 1986). Matematik bir soyutlama bilimidir ve matematik kavramlar soyutlama sonucu elde edilmektedir (Altun, 2007).

Baykul' a (2005) göre matematik sayı, uzay, şekil ve bunlar arasındaki ilişkilerin bilimidir. Yıldırım'a (2000) göre matematik bireyleri doğruya, kesin bilgiye götüren düşünme yöntemidir. Karaçay'a göre de matematik dil, ırk, din ve ülke tanımadan uygarlıklardan uygarlıklara zenginleşerek geçen sağlam, kullanışlı ve evrensel bir dil, bir ekindir. Yayılma alanına ve derinliğine sınır konamayan bir bilimdir, bir sanattır (Karaçay, 1985).

Matematik aralarında anlamlı ilişkiler bulunan kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan evrensel bir dildir. Bu dilin doğru ve etkili bir şekilde kullanılması, öğrenciler için anlamlı olması ve buna ihtiyaç hissetmeleriyle yakından ilişkilidir (MEB, 2013). Günlük hayatta, matematiği anlayabilme ve kullanabilme önem kazanmakta ve bu ihtiyaç sürekli artmaktadır.

Baykul (2005) ise insanların matematiği nasıl gördükleri ve onun ne olduğu konusundaki düşüncelerini 4 grupta toplamıştır:

1. Matematik, günlük hayattaki problemleri çözmede başvurulan sayma, hesaplama, ölçme ve çizmedir.
2. Matematik, bazı sembolleri kullanan bir dildir.
3. Matematik, insanda mantıklı düşünmeyi geliştiren bir sistemdir.
4. Matematik, dünyayı anlamamızda ve yaşadığımız çevreyi geliştirmede başvurduğumuz bir yardımcıdır.

“ Matematik insan zihninin, çevreden aldığı ilk esin ve ilk hareketle, soyutlama yapmak suretiyle ürettiği bir bilgidir.” Bu bilgi evrendeki diğer olayları (sistemleri) açıklamak için bir model oluşturmaktadır. İleri düzeyde matematik yapmak için çevrenin etkisine ihtiyaç kalmamakta, mevcut matematik materyal ve düşüncenin kendisi yeterli bir çevre oluşturmaktadır. Yani bir yerden sonra matematik kendi sorularını, buna bağlı olarak da araştırmalarını ortaya koymaktadır (Altun, 1998).

Matematiğin ne olduğunu anlatmak zor olsa bile ne olmadığı kolayca söylenebilir: her şeyden önce matematik, hesaplamalardan ibaret değildir. Günlük hayatta kullandığımız matematik yaşadığımız evreni tanıma ve keşfetme gayretidir. Dikkatle incelendiğinde görülüyor ki her şey bir ölçü ve ince hesaplamalar ile takdir edilmiştir.

“ Matematik, akademisyenlerin loş koridorlarda birbirlerinin kulağına fısıldadığı anlaşılmaz kavramlarda oluşan bilgiler yumağı değildir. Matematik hayatı dolu dolu yaşamış insanların sevinçleri, üzüntüleri, başarı ve yenilgileriyle oluşturdukları bir insanlık macerasıdır “(Sertöz, 1999).

Bu ifadeleri özetlersek, çoğunlukla bilimsel çalışmaların sonuçlarını mümkün olduğunca kesin, kısa ve gerçek bir şekilde ifade etmek başkalarına aktarmak için özel bir dile gerek duyulmuştur. Bu gibi çabaların sonucu olarak bugün matematik dili olarak bilinen bir dil gelişmiştir. Matematik dili, sembol harf ve işaretlerle oluşturulmuş özel ve evrensel bir dildir. Bütün teoremler ve formüller bütün ülkelerde aynı şekilde ifade edilir ve aynı uygulama alanlarına sahiptir. Matematiğin bir dil olduğu genelde yaygın, kabul gören bir yargıdır (King, 1998; Renyi, 1999; Yıldırım, 2000; Karaçay, 1985).

Eğer matematik yaşamımızı kolaylaştıran, bize günlük yaşamımızda her an karşımıza çıkan problemlerle baş edebilmek için, mantıklı, akılcı düşünmenin yollarını açan, olayları daha tutarlı, daha yansız değerlendirmemizi sağlayan, yaşamımızı renkli, eğlenceli kılan bir destekse onu anlamaya çalışmak tercihten öte sorumluluk halini almaktadır (Yenilmez ve Can, 2006).

Matematik eğitimi, öğrencilerde analitik düşünceyi ve muhakeme gücünü erken yaşlardan başlayarak geliştirmeye olanak ve fırsatlar sunar. Olayları analiz etme, eleştirel olarak düşünme şeklinde bir yapı oluşturmak için mantıklı ve sistemli düşünme

özelliklerinin matematik eğitimi ve öğrenme-öğretme etkinlikleri ile kazanılması beklenmektedir. Ama bahsedilen bu matematiksel düşünmeye, geleneksel matematik öğretim yöntemleri ile ulaşmak mümkün değildir. Bu konuda birçok öğretmen işin kolayına kaçarak kavramların özelliklerini, konuyla ilgili formülleri, teoremleri hiçbir açıklama yapmadan öğrenciye hazır olarak verip, bunların öğrenciler tarafından ezberlenmesini beklemektedir. Bu durum öğrencilerin, zaten ezber olarak gördüğü matematik dersi için olumsuz tutum geliştirmelerine neden olmaktadır (Özbellek, 2003). Dersi bu şekilde işleyen bir öğretmen, öğrencilerdeki kavram yanlışlarını fark edemez ve bu yanlışlar konular ilerledikçe artar. Sonuç olarak matematiğe karşı olumsuz tutum gelişir (Ertekin, 2002).

Öğrencilerde matematiğe karşı olumlu tutum oluşması, konuları derinlemesine anlamaları, kavram yanlışlarından uzak öğrenmelerin sağlanması matematik derslerinin iyi planlanmasıyla mümkündür. Eğitimin planlanması kaliteyi ve öğrenme başarısını da artırır. Planlı matematik öğretimi aynı zamanda matematiksel düşüncenin değişik disiplinlere uyarlanmasını da mümkün kılar (Moralı, Köroğlu ve Çelik, 2004).

Pek çok araştırmada ortaya konduğu gibi (CSMS, 1993; Köroğlu, 2000) özellikle temel kavramların edinilmesindeki hata ya da eksikler fark edilip düzeltilmezse yaşam boyu yeni bilgilerin yanlış ya da eksik edinilmesine neden olabilmektedir (Moralı, Köroğlu ve Çelik, 2004).

Bu görüşler ışığında diyebiliriz ki bir düşünce, bir yaşam biçimi ve evrensel bir dil olan matematik, günümüzün hızla gelişen dünyasında birey, toplum, bilimsel araştırmalar ve teknolojik gelişmeler için vazgeçilmez bir alandır (Erol, 1989).

Matematik sadece kurallar, semboller, şekiller ve işlemlerden ibaret değildir. İçinde bir anlam bütünlüğü olan düzen ve ilişkiler ağından oluşmaktadır. Ayrıca, matematikle diğer disiplinler ve gerçek hayat arasında da ilişkiler bulunmaktadır. Sözü edilen ilişkilerin kullanılması için oluşturulan ortamlar, öğrencilerin matematiği daha rahat ve daha anlamlı öğrenmelerini sağlayacaktır. Bunun yanı sıra edinilen bilgi ve becerilerin kalıcılıkları artacak, matematiğin gücünün takdir edilmesi sağlanacak, matematikte öz güvenleri artabilecek ve matematiğe yönelik olumlu tutuma sahip olabileceklerdir (MEB, 2013).

Matematiksel kavramların geliştirilmesi belli bir süre sınırı konulmadan süreç içinde gerçekleştirilmelidir. Matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilerin araştırılması, tartışılması ve genelleştirilmesi de aynı süreç içinde ele alınmalıdır. Sınıfta ele alınan bir konunun, matematiğin diğer alanlarıyla ilişkisi araştırılmalıdır. Öğrencilerden, kavram ve kurallar arasında karşılaştırmalar yapmaları istenmeli, onlara somut ve soyut temsil biçimleri arasında ilişkilendirme yapabilecekleri problemler çözdürülmelidir. Ancak belirtilen bu durum okullarda uyulması gereken yıllık planlarla sınırlanmaktadır öğrenciye göre hareket edilememektedir.

Matematik öğretim programında, öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin gelişimine önem verilmektedir. Bunun için öğrencilerde aşağıdaki davranışların geliştirilmesi hedeflenmiştir:

- Kavramsal ve işlemsel bilgiler arasında ilişki kurma
- Matematiksel kavram ve kuralları çoklu temsil biçimleriyle gösterme
- Öğrenme alanları (sayılar ve cebir; geometri; sayma, veri ve olasılık) arasında ilişki kurma
- Matematiği diğer derslerde ve günlük hayatında karşılaştığı konu ve durumlarla ilişkilendirme
- Matematiksel konu, kavram ve fikirler arasında ilişki kurma
- Matematiksel kavramların, işlemlerin ve durumların farklı temsil biçimlerinin (sayısal, sembolik, geometrik/grafiksel vb.) arasında ilişki kurma
- Farklı temsiller (sayısal, sembolik, geometrik/grafiksel vb.) arasında geçişler yapma (MEB, 2013).

Matematik bir soyutlama bilimi olduğundan ve matematiksel bilgilerin çoğunlukla soyut olmasından bu bilgilerin diğer kaynaklardan elde edilmesi oldukça zordur (Altun, Yazgan ve Arslan, 2004). Ayrıca matematiğin kendine özgü dile, sistematige ve içeriğe sahip bir alan olması, anlamlı problem durumlarına dayalı olarak kavram ve ilişkilerin incelenmesi yerine matematiğin soyut ve işlemsel yönü üzerine vurgu yapılması el alınan konunun zor olarak algılanmasına sebep olabilmektedir (Durmuş, 2007). Bu nedenlerle öğretim ve öğrenme sürecinde birtakım sıkıntılar ile başarısızlıklar birlikte gelmektedir.

Matematik öğretiminin temelinde, matematiksel kavramların öğretimi yatmaktadır. Bu nedenle, matematiksel kavramların ne olduğu daha doğrusu ne işe yarayacağına mutlaka bilinmesi gerekir. Bu kavramların güncel hayattan örneklerle desteklenmesi ve somutlaştırılması gerekir. Aksi takdirde, sadece soyut tanımların bilinmesi, anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesini sağlayamaz (Özçifçi, 2007). Bu çeşit bir öğrenmenin olabilmesi için matematiksel kavramların alt ve üst kavramlarıyla olan ilişkilerinin ve birbiriyle olan bağlantılarının ortaya konması gerekir (Dede ve Argün, 2004).

Matematik eğitimcileri matematiksel bilgiyi kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi olarak ikiye ayırmayı faydalı görmekte-dirler. Kavramsal bilgi birey tarafından içsel olarak ve o anda sahip olduğu bilgiye bağlı olarak oluşturulmuş ilişkilerden oluşur. İşlemsel bilgiler ise rutin matematiksel soruları yapmakta kullanılan kural ve işlemlerle matematiksel bilgiyi temsil etmekte kullanılan sembollerini içerir ve aralarında mantıksal bağlar vardır ancak kişinin bunları uygulayabilmesi için mantıksal nedeni anlaması zorunluluğu yoktur. Kavramsal bilgide anlam önemlidir. Bu anlam kişinin mevcut bilgilerini kullanarak yeni bilgiyi açıklamasıdır. Kavramsal bilgi işlemsel bilgiye anlam kazandırarak ona destek olur (Toluk ve Olkun, 2003).

Matematik öğrenmek için hem işlemsel hem de kavramsal bilgiye ihtiyaç vardır. Ancak yapılan araştırmalara bakılırsa matematikte kavramsal bir öğrenmenin ağırlıkta olması gerekirken işlemsel öğrenmeye daha çok ağırlık verilmiştir (Akbaba Dağ, 2009).

Etkili bir matematik öğretimi yapabilmek için, o konulara ilişkin kavramların, öğrenciler tarafından tam olarak kazanılması gerekir. Matematikteki formüller ve genellemeler, öğrencilere hazır olarak verilmemeli, öğrencilerin bunları kendilerinin yaparak, deneyerek bulması esas alınmalıdır (Küçük ve Demir, 2009).

Ülkemizdeki sınavların son yıllarda tarz olarak mantık ve muhakeme ağırlıklı olmaya başlamasına rağmen hala test usulü sınavlar için daha kısa yoldan, daha pratik soru çözümlerine öncelik verilmektedir. Bu nedenle matematiksel kavramların öğretimi tam olarak gerçekleşmemektedir. Bunun sonucunda da matematik öğretimi ezberden öteye geçememektedir (Özçifçi, 2007).

Matematiğin bahsedilen önemi düşünüldüğünde, etkili matematik öğretiminin yapılabilmesi için matematiksel kavramların bir zincirin halkaları gibi birbiriyle ilişkilendirilmesi gerekmektedir (Dede, 2005). Ayrıca eğitim ve öğretimde öğrenme güçlüklerinin tespit edilmesi, konunun öğretimiyle ilgili yöntem ve model belirlemede öğretmene fayda sağlayacaktır (Tatar, 2006).

Matematik eğitimi, matematik öğrenme ve öğretme sürecinin tamamını içine alır. Bu süreçteki bütün etkinlikler zihinsel becerilere yöneliktir (Anıl, 2007). Matematiğin hangi dalında olursa olsun, bir konu anlatıldıktan sonra o konuya ait kavramların, öğrenciden izah etmesi istendiğinde veya sınavlarında anlatılmasını istendiğinde doğru olarak cevap veren öğrenci sayısı çok az olduğu bir gerçektir (Özerdem, 2007). Öğrencilerin bu becerileri kazanmaları onların kavram ve kavramsal yapıları zihinlerinde oluşturmalarıyla yakından ilişkilidir (Özkaya ve İşleyen, 2012).

2.1.2 Kavram ve Öğretimi

Kavramlar somut eşya, olaylar veya varlıklar değil, onları belirli gruplar altında topladığımızda ulaştığımız soyut düşünce birimleridir. Kavramlar gerçek dünyada değil düşüncelerimizde vardır. Gerçek dünyada ancak örnekleri bulunabilir (Ayas, Köse ve Taş, 2003).

Genel olarak öğrenme, çevresel koşulların değişmesiyle bireyin davranışlarında meydana gelen değişme, kavram öğrenme ise, uyarıyı belli kategorilere ayırarak, zihinde bilgiler oluşturma olarak tanımlanmıştır. Ayrıca, yeterli bir öğrenmede bu bilgilerin davranışlarla bütünleşmesi gerekir. Kavram bilgisi, birey tarafından içsel olarak oluşturulmuş anlamlı ilişkilerdir. Kavramsal bilgide anlam önemli olup, birey varolan bilgilerini kullanarak yeni bilgiyi zihninde yapılandırır, yeni bilgiyle bütünleştirilerek birey tarafından içselleştirilir (Ersoy, 2003; Ülgen, 2001).

İnsanların ürettiği bu kavramlar dünyayı anlamaya ve onunla bütünleşmeye yarayan, sonuçta insanlar arası iletişimi sağlayan ve ilkeler geliştirmeye temel olan bir çeşit bilgi formudur. Eğitim programları çoğu zaman kavramların öğrenilmesiyle ilgilidir (Ülgen, 2004).

Kavram öğretimi, kavramların öğrencilerin zihinde oluşmasını sağlamak amacıyla yapılır. Kavramlar soyut düşünceler olduğundan insan beyninde oluşmasını sağlamak güçtür. Bu nedenle soyut düşüncenin de öğrenilmesinde zorluklar yaşanabilir. Dolayısıyla kavramların somutlaştırarak öğretilmesi anlamlı öğrenmeyi kolaylaştırdığı düşünülür. Kavram öğretiminde kullanılacak anlam çözümleme tabloları, kavram ağları, kavram haritaları ve kavram karikatürleri geliştirilmiştir. Bu materyallerin en büyük özellikleri etkinlikleri öğrencilere yaptırılıp, daha sonra öğretmen tarafından değerlendirilmesidir. Bu materyaller kavram anlatılmadan yapılırsa öğrencilerin kavram ile ilgili ön bilgileri ve kavram yanılgıları tespit edilebilir (Çepni, Ayas, Johnson ve Turgut, 1997).

Kavram öğrenme yapılanma ve yapılandırma işlemidir. Bir öğrenci gördüğü bir objenin adını söyler ise, ya da ona bir olay açıklandığında, o olaya verilen adı söyler ise, öğrencinin bu kavramı kendi zihninde yapılandığı anlamına gelmez. Bu sadece bir tanımadır. Sözcük öğrenmedir (Ülgen, 2004).

Kavram ve ilişkiler bir günde gelişmez, zamanla oluşur. Bir kavramın çok çeşitli anlamları ve diğer kavramlarla olan ilişkileri birbirlerine bağlandığında bilginin hatırlanması ve kullanılması kolaylaşır, yeni kavram ve ilişkilerin öğrenilmesi kolaylaşır, problem çözme becerisi gelişir, tutum ve inançlar olumluya dönüşür ve pozitif döngü kurulur (Toluk ve Olkun, 2003).

Kavramların algılanan özellikleri bireyden bireye değişebilir. İnsanlar dünyadaki gerçekleri kendi geçmiş yaşantılarının etkisi altında, yetenekleri ölçüsünde, değer yargılarına dayalı olarak algılamakta ve değerlendirmektedirler. Kavramlar insanlarla ve onların duygu, düşünce, hareket bütünlüğü içinde edindikleri tecrübeleri ile var olurlar (Coşkun, 2008).

Bütün bu tanımlar kavram oluşumunun beynin soyutlama yeteneğine bağlı olduğunu göstermektedir. Bu durum yaşa ve deneyime bağlı olarak gelişim göstermektedir. Öğretilmek istenen kavramlar bireyin yaş ve yeteneklerine olarak doğru zamanda ve doğru biçimde verilmelidir (Moralı, Köroğlu ve Çelik, 2004).

Bireylerde ise kavramların oluşumu genelleme ve soyutlama ile olur. Soyutlama, özelliği nesneden ayırır, genelleme ise birden çok nesnede ortak kullanılır (Öncül, 2000'den akt. Pesen, 2008). İster genelleme ister soyutlama yoluyla oluşturulsun, kavramların zihinde oluşumu sırasında meydana gelen bazı olumsuz durumlar bireyleri geri dönüşü oldukça zor olan yanlış kavrayışlara sürükleyebilir. Bu yanlış kavrayışlar kavram yanlışlarına sebebiyet verebilir (Özkaya ve İşleyen, 2012).

İnsanlar, yeni şeyler öğrenirken bunları daha önceki bilgileri üzerine inşa ederler ve sahip oldukları bu ön kavramlar bazen yeni kavramların öğrenilmesinde zorluk çıkarır ve böylece yanlış öğrenilmeye neden olurlar. Ayrıca, daha önce sınırlı bir ortamda doğru olan bir kavram, ortam genişletildiği zaman rahatlıkla kavram yanlışlığına dönüşebilir. Kavram yanlışlığı öğrenmeye engel oluşturan kavramsal engeller anlamında kullanılırken, “Hata”, yanıtlardaki yanlışlıklar olarak ele alınmaktadır (Baki ve Bell 1997; Ubuz, 1999b).

Kavramlar, bilgilerin yapı taşlarını, kavramsal ilişkiler de bilimsel ilkeleri oluşturur (Yağbasan ve Gülçiçek, 2003).

2.1.3 Kavram Yanılgısı

Kavram yanlışlığı bireyin doğru olarak kabul edip inanarak ve savunarak kullandığı yanlış kavramlardır. Kavram yanlışlığı rastgele yapılan hatalardan farklı özellikler gösterir. Kişi yaptığı hatayı ufak bir uyarı ile farkedebilir ve düzeltebilir. Ancak belirli bir kavram yanlışlığına sahip birey uyarıldığı zaman önce kendi fikrini savunmaya geçer.

Matematiksel kavram yanlışlığı, bir öğrencinin uzun süreden beri doğru olarak kabul ettiği, birden fazla durumda ortaya çıkan, kolay değişmeyen ve matematiksel gerçeklerle çelişmez (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009). Kavram yanlışlığının en önemli özelliği öğrenciler için bir bilgi niteliği taşımaları ve öğrencilerin bunları diğer bilgilerden farklı görmemesidir (Yağbasan ve Gülçiçek, 2003).

İsmi ne olursa olsun ya da hangi terim kullanılırsa kullanılsın ortada bir gerçek var ki öğrenciler sınıfa gelirken bu alternatif düşüncelerini de beraberlerinde getirmektedirler. Öğrencilerin sahip olduğu bu kavramlar, kendi içlerinde belirli bir bütünlük halinde olduklarından ve günlük hayattaki bazı tecrübelerinden destek aldığından dolayı değiştirilmeye ve olumlu yönde geliştirilmeye dirençlidir. Bu durum, öğrencinin yanlış anlamaya sahip olduğu o kavramın ilişkili olduğu diğer kavramları öğrenmesinde de olumsuz etkiler yapmaktadır (Yenilmez ve Yaşa, 2008).

Öğretmenlerin birçoğu öğrencilerinin zihinlerini tertemiz bir sayfa olarak düşünürler ve bu boş sayfayı doldurmak için rol üstlenirler. Aslında bu doğru değildir. Öğrenciler kendileriyle birlikte önbilgileri de beraberinde getirmektedirler. Öğrencilerin bu şekilde ki deneyimsiz teorileri veya sezgileri kavram yanlışlarının gelişmesine sebep olmaktadır (Yağbasan ve Gülçiçek, 2003). Bingölbali ve Özmantar (2012) göre kavram yanlışlığı ise bireyi sistemli bir şekilde hataya teşvik eden bir kavrayış biçimi olarak kabul edilir.

Yanlış kavramlar öğrencilerin kendi gözlemleri sonucu, uzun bir süreçte geliştirildikleri için bu kavramlar onlara daha yakın ve değerlidirler. Kavram yanlışlarının giderilememesi durumunda, öğrenme sürecinin gerçekleşmesi pek mümkün olmamaktadır (Yağbasan ve Gülçiçek, 2003).

Kavram yanlışlığı bir hata değildir veya bilgi eksikliğinden dolayı yanlış verilen cevap değildir. Kavram yanlışlığı zihinde bir kavramın yerine oturan fakat bilimsel olarak o kavramın tanımından farklı olması demektir. Hatalarının doğru olduklarını sebepleri ile birlikte açıklıyorlarsa ve kendilerinden emin olduklarını söylüyorlarsa o zaman kavram yanlışlığı var diyebiliriz (Yenilmez ve Yaşa, 2008). Yani bütün kavram yanlışlığı birer hatadır ama bütün hatalar birer kavram yanlışlığı değildir. Öğrencilerin yanlış inançları ve deneyimleri sonucu ortaya çıkan davranışlar olarak tanımlanmaktadır.

Ancak öğrencilerde sistematik olarak yaptıkları hatalar varsa bunlar sıradan yapılan bir işlem hatasından farklıdır. Bu tip hatalar bir kavram yanlışlığının varlığına işaret etmektedir. Başka bir deyişle öğrencilerin yaptıkları hatalar yüzeydeki görüntü

olup, bu görüntünün oluşmasını kontrol eden ve oluşmasına kaynaklık eden bir kavram yanılığı söz konusudur denilebilir (Nesher, 1987).

Hatanın bir özelliği de şudur: Hem uzman hem de deneyimsiz kişiler tarafından dikkatsizlik sonucu ve nadiren yapılabilmesidir. Kolay bir şekilde ortaya çıkarılır ve hemen düzeltilebilir (Özkaya ve İşleyen, 2012).

2.1.4.Kavram Yanılığlarının Nedenleri

Kavram yanılığlarının nedenleri hakkında pek çok sınıflandırma mevcuttur. Farklı çalışmalar kavram yanılığları ile ilgili bu nedenleri farklı açılardan değerlendirmiştir.

Aşçı, Özkan ve Tekkaya (2001) 'ya göre kavram yanılığlarının temel nedenleri öğrenci, öğretmen ve ders kitapları olarak üç başlık altında incelenebilir.

- Öğrenci faktörleri: Ön bilgilerin eksikliği, önyargılar, motivasyon ve ilgi eksikliği, bilimsel konularda günlük konuşma dilinin kullanılması gibi etkenlerdir.
- Öğretmen faktörleri: Yetersiz konu bilgisi, kavramların kategorilendirilmesi, detaylara fazla önem verme olarak sıralanabilir.
- Ders kitapları faktörleri: Öğretme sıralaması, hata ve yanlış bilgi içermesi, şekil ve örneklerin eksikliği, konular arasında bağlantı eksikliği olarak sıralanabilir.

Chi (1992) kavram yanılığlarının ana nedenlerini:

- Daha önce edinilen kavramların eksik ya da yanlış anlaşılması,
- Günlük dilde kullanılan kavramların bilimsel dilde farklı işlevlerinin olması,
- Konular ve kavramların öğretilmesinde uygun eğitim ortamlarının oluşturulamaması,
- Kavramların birbiriyle ve günlük hayatla ilişkilendirilememesi olarak açıklamıştır.

Yine Coştu, Ayas ve Ünal (2007) bilgi eksikliği, somutlaştırma amaçlı deneylerin yapılmaması, önceki yanlış deneyim ve düşüncelerin kavram yanlışlarına neden olduğunu belirtmişlerdir.

Diğer yandan kavram yanlışlarının oluşmasında Cansüğü Koray ve Bal (2002) 'e göre aşağıdaki nedenler de etkili olmaktadır:

- Öğrencilerin yeni öğrenme durumlarında kendi ön bilgilerini kullanmasındaki yetersizlik,
- Öğretmenin öğrencilerin zihinlerinde kavramsal değişimi sağlamada başarısızlığa uğraması,
- Kavramların öğrenciler tarafından öğrenilirken belirli durumlarda anlam bütünlüğü kurulamaması nedenlerine de bağlanabilir.

Matematik öğreniminde yaşanan kavram yanlışlarının sebeplerine ilişkin Bachelard'ın (1938) çalışmasından esinlenen Brousseau (1976) ve Cornue (1991) öğrencilerin yaşadığı matematiksel zorlukları ve kavram yanlışlarını;

- Epistemolojik nedenler
- Psikolojik nedenler
- Pedagojik nedenler

olmak üzere 3 nedene bağlamıştır (Akt: Bingölbali ve Özmantar, 2009).

2.1.4.1. Epistemolojik Nedenler

Matematik öğreniminde bazı konular doğası gereği öğrencilere karmaşık bir yapıda görünmektedir. Öğretilen konunun karmaşık yapısından dolayı ortaya çıkan kavram yanlışları literatürde 'epistemolojik engel' olarak belirtilen sebeplerden kaynaklanmaktadır. Bu tarz kavram yanlışlarının, iki karakteristik özelliğinin olduğu belirtilmektedir (Bachelard 1938, Akt. Cornu, 1991).

- Epistemolojik engeller kaçınılmazdır ve öğrenilecek bilginin temel bir parçasını oluşturmaktadır.
- Bu engeller ya da en azından bir kısmı, ilgili kavramın tarihsel gelişiminde de karşılaşmıştır.

Yukarıdaki ifadelerden anlaşılacağı gibi epistemolojik zorluklar bazı kavramların doğasında vardır. Diğer taraftan, ilgili kavramın tarihsel gelişimin sürecinde de yapısına ilişkin engellerle karşılaşmış olabilir. Matematikte, öğrencilere soyut gelen epistemolojik zorluk kapsamında değerlendirilecek birçok konudan bahsedebilir. Tarihi gelişiminde matematikçilerinde anlamlandırmakta zorlandıkları irrasyonel sayılardan π sayısı buna bir örnektir. Mamolo'nun (2007) üniversite öğrencilerine yaptığı çalışmada, öğrencilerin π sayısını sonsuz bir sayı olarak tanımladıkları görülmüştür. Mamolo (2007) öğrencileri bu tür yanlış bir cevaba götüren nedeni ise π sayısında sonsuz basamağın olması şeklinde açıklamıştır. Ayrıca π sayısının sonsuz basamağa sahip olması, bu sayının sayı doğrusunda bir noktaya gelemeyeceği şeklinde bir yanılgıya sevk etmiştir. Üniversite öğrencilerinin yaşadıkları bu sıkıntılar, aslında bu sayıların doğasında olan güçlüklerle ilgilidir (Bingölbali ve Özmantar, 2009).

Epistemolojik engeller ilkokuldan, üniversiteye kadar okutulan birçok matematiksel kavramın yapısında var olabilmektedir. Bu durum aynı zamanda tarihsel süreç içinde matematikçilerinde yaşadıkları zorluklarla benzeşmektedir. Bu açıdan kavramın doğasından kaynaklanan kavram yanılgılarının farkındalığı hem öğrenciye hem de öğretmene çok büyük avantajlar sağlar.

2.1.4.2. Psikolojik nedenler

Kavram yanılgılarının ikinci bir nedeni psikolojik nedenlerdir. Bireyin kavrama yeteneği, işlem becerisi, hazır bulunuşluk düzeyi gibi bilişsel özellikleri, içinde bulunduğu gelişim döneminin biyolojik özellikleri gibi faktörlerin hepsi öğrencinin yeni bir kavramı nasıl öğreneceğini derinden etkilemektedir. Bu nedenlerden dolayı oluşabilecek bir kavram yanılgısının sebepleri psikolojik nedenler kapsamında incelenebilir.

Öğrenciler öğrenme ortamlarına boş levhalar olarak gelmezler (Resnick, 1983). Aksine öğrenciler kendi tecrübeleriyle elde ettikleri bilgi, kavrayış ve teorilerle gelirler. Önbilginin bu öneminden dolayı 'öğrenmeyi etkileyen en önemli faktör öğrencinin o

zamana kadar ne bildiğidir.'denmiştir (Ausubel, 1968; Akt. Bingölbali ve Özmantar, 2009).

Örneğin, Alkan (2009) yaptığı çalışmada çalışmaya katılan öğrencilerin 4:0 işleminin tanımsız olduğunu bilmediklerini belirtmiştir. Başka bir çalışmada Kiriş (2008) öğrencilerin doğrunun tanımını yaparken sonsuzluk kavramını kullandıklarını fakat bununla birlikte doğrunun sınırlı ve ölçülebilir olduğunu ifade ettiklerini söylemiştir. Öğrencilerin sonsuzluk ve tanımsız olma kavramlarını zihinlerinde canlandırmadıklarından bu tür bir zorluk yaşadıklarını söyleyebiliriz. Bu durum da, öğrencilerin içinde buldukları dönemin bilişsel özelliklerinden kaynaklanabilir.

Sonuç olarak öğrencilerin, kendilerinin ve dolayısıyla doğalarının ve düşünme biçimlerinin yol açtığı bazı kavram yanlışları söz konusu olabilir. Bu türden kavram yanlışlarının ortaya çıkması kaçınılmazdır ve doğaldır.

2.1.4.3. Pedagojik Nedenler

Kavram yanlışısına neden olan bir diğer faktör de pedagojik nedenlerdir. Seçilen öğretim modelleri, bu modellerin uygulanışı, öğretmenin kullandığı metafor ve analogiler, ders kitapları konuların programlarda ele alınış biçimleri ve sıralanışları gibi faktörler pedagojik nedenler kapsamında düşünülebilir (Bingölbali ve Özmantar, 2009).

Pedagojik kaynaklı gelişebilecek kavram yanlışlarına örnek olarak '10 sayısı ile çarpma kuralı' verilebilir (Tanner, 2000). 10 ile çarpma işlemi öğretilirken ilkökul öğretmenlerinin sıklıkla kullandıkları bir kural mevcuttur. 'Bir sayıyı 10 ile çarpmak demek, çarpılan sayının sonuna bir 0 ilave etmek demektir.' şeklindeki kural, doğal sayıların 10 ve 10'un kuvvetleri ile çarpımında büyük kolaylık sağlarken, ondalık sayıların çarpımı söz konusu olduğunda, kavram yanlışısına ve dolayısıyla hatalara neden olabilmektedir. Bu kuralı aşırı genelleyen bir öğrenci, örneğin $4,6 \times 10$ çarpma işlemini 4,60 şeklinde cevaplayarak hata yapabilmektedir.

Sonuç olarak, öğrencilerde matematik öğrenimine dair var olan kavram yanlışlarının sebebi sadece öğretilecek konunun zorluğu veya öğrencilerin matematiğe

karşı olumsuz yargıları olmayıp, öğretmenin kullandığı yöntem, materyal ve öğretim modelleri gibi pedagojik etkenler de kavram yanlışlarının oluşmasında önemli rol alabilmektedir.

Yukarda izah etmeye çalıştığımız epistemolojik, psikolojik ve pedagojik nedenler tek başına öğrencide kavram yanlışına yol açabilir. Ancak gözden kaçmaması gereken bir nokta da bu sebeplerin iki ya da daha fazlasının da birlikte görülebileceğidir. Bazen bir sebep bazen de birden fazla sebepten dolayı kavram yanlışları oluşur (Bingölbali, Özmantar, 2012).

2.1.5. Kavram Yanlışlarının Çeşitleri

Kavram yanlışları dört ayrı kategoride ele alınabilmektedir. Bunlar;

1. Aşırı genelleme (overgeneralization)
2. Aşırı özelleme (Overspecialization)
3. Yanlış Aktarım (Mistranslation)
4. Kısıtlı Algılama (Limited Conception)

1. Aşırı Genelleme: Belli durumlarda uygulanması doğru sonuç veren kural, prensip veya kavramın diğer durumlarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve bu durumlara yayılmasıdır. Bu tür kavram yanlışına sahip bir öğrenci doğal sayılar için geçerli olan “çarpma işleminin sonucu çarpan ve çarpılandan büyüktür” özelliğini devirli ondalık gösterime sahip olan sayılar için genelleyerek “devirli ondalık gösterime sahip iki sayının çarpımı çarpan ve çarpılandan büyüktür” düşüncesinde olabilmektedir.

2. Aşırı Özelleme: Aşırı genellemenin tersine bir durumda geçerli olan bir kural ve prensibi bu durumun daha özel alt durumu için kısıtlamaktır. Bu tür kavram yanlışına sahip bir öğrenci yakınsaklık kavramı sadece devirli ondalık gösterime sahip sayılar için geçerlidir düşüncesinde olabilir veya devirli ondalık sayılarda yuvarlama yapılabilir düşüncesini devirli sayılara özelleyerek ondalık sayılar yuvarlanamaz düşüncesinde olabilir.

3. Yanlış Tercüme: İşlem, formül, sembol, tablo, grafik ve cümle gibi değişik formlar arası geçişlerde yapılan sistemli hatalar zinciri olarak ifade edilmektedir. Bu tür kavram

yanılıgına sahip öğrenci, yazılışı verilen bir devirli ondalık gösterimi doğru okuyamamakta veya benzer şekilde okunuşu verilen bir devirli ondalık sayısının yazılışını doğru yazamayabilmektedir.

4. Kısıtlı Algılama: Bir kavramın kısıtlı veya olması gerekenden zayıf olarak algılandığı durumlarda ortaya çıkar. Örneğin devirli ondalık gösterime sahip sayıları sonlu olarak düşünen bir öğrenci, devreden kısmın sonsuza kadar gittiğini ihmal etmekte yani devirli sayıları kısıtlı olarak algılamaktadır.

2.1.6. Kavram Yanılıgılarının Giderilmesi

Kavram yanılıgılarının daha sonra düzeltilebilme imkânı olmakla beraber, daha önce oluşmuş bilgiyi değiştirmenin oldukça zor olduğu düşünülmektedir. Çünkü öğrenciler, sahip oldukları bu yanlış kavramları değiştirme hususunda çok tutucudurlar ve değişikliğe direnç gösterirler (Schmidt, 1997; Fellows, 1994; akt. Cansüngü Koray ve Bal, 2002). Hatalar ufak hatırlatmalar ile düzeltilebilirken kavram yanılıgısına sahip bir öğrenciyi ikna etmek çok zordur. Çünkü öğrenci bu yanlış bilgiyi savunmaya başlar. Bu durum öğrencilerin bilimsel olan doğru kavramları öğrenmelerine engel olmaktadır (Cansüngü Koray ve Bal, 2002).

Öğrencilerde var olan kavram yanılıgılarından haberdar olmak ve bunları iyi analiz edebilmek iyi bir öğretmen özelliğidir. Bu kavram yanılıgılarını fark ettikten sonra eğitim ve öğretim sürecinde çözüm yolları aramak gerekir. Bu nedenle kavram yanılıgılarını gidermenin ilk basamağı kavram yanılıgılarını tespit etmektir. Çünkü Kavram yanılıgıları düzeltebilmek için önce belirlemek gerekir.

Bir öğretmen ya da eğitimci için mesele sadece hataların ve buna sebep olan kavram yanılıgılarının ismen bir listesini ortaya çıkarmaktan öte bu listeye sebebiyet veren algıları derinlemesine incelemek, analiz etmek ve gerekli çıkarımları yaptıktan sonra eğitim-öğretim açısından avantaja çevirmek olmalıdır (Zembat, 2008).

Kavram yanılıgıları öğretimde amaçlanan hedeflere ulaşmayı engeller. Bu yüzden yapılması gereken ilk şey kavram yanılıgılarını ortadan kaldırılmasına çalışmak ve oluşmasını en aza indirgeyebilmektir (Eyidoğan ve Güneysu, 2003). Kavram

yanılgılarını tartışan ve açığa çıkaran öğretim stillerini kullanarak kavram yanılgıları sınırlandırılabilir (Moss ve Case, 1999).

Öğrenciler, kendi güçlüklerinin farkında olabilirlerse kavram yanılgılarının üstesinden gelmeye bir adım daha yaklaşmış olurlar. Bu olay, öğrenciler kavramlarını sözlü olarak ifade ederlerken, öğretmenlerin sınıfta öğrencileri dinleme etkinliğine önemle yer vermelerini gerektirir. İyi yönetilen bir sınıfta öğrenciler, yapıcı yönde birbirlerinin durumlarını eleştirecek ve anladıklarını birbirleriyle paylaşacaklardır. Öğrenciler sorulara verilen basit cevaplarla birbirlerine yeni tecrübeler kazandıracaklardır. Bu yöntem ayrıca öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerini ön plana çıkaracaktır. Öğretmenden öğretmene farklılık göstermesine rağmen, küçük tartışma grupları oluşturmak öğrencilerin kendi kavram yanılgılarını tanımlamalarına yardımcı olacak kullanışlı bir seçenektir (Hestenes, 1992; Scott, Asoko ve Driver, 1991; Riche, 2000). Öğrencilere sözlü ifade imkânı sağlamak ve yanlış kavramlarla karşı karşıya getirmek, kavram yanılgılarını aydınlatmak açısından oldukça iyi sonuç veren bir yöntemdir (Yağbasan ve Gülçiçek, 2003).

Öğrencilere, olaylar ve ilişkiler hakkındaki kendi yorumlarını tartışma olanağı sağlanmalı ve öğrenciler, sınıfta yapılan tartışmalardaki fikir ayrılıklarını çözmek için cesaretlendirilmelidir. Çünkü kavramsal değişimi sağlamada bir destek olarak arkadaş gruplarıyla tartışmanın önemi yani öğrencilere, kendi fikirlerini yansıtabilecekleri ve bu fikirleri yeniden değerlendirebilecekleri tartışma fırsatları vermenin etkililiği ispatlanmıştır (Cansüğü ve Bal, 2002).

Öğretim üyelerinin öğretmen adaylarımızın eksikliklerini, kavram yanılgılarını belirlemesi ilerdeki meslek hayatları için çok önemlidir ve bunun için uygun dönütler vermelidirler. Belki de öğretmen adaylarımızın öğrenim hayatları boyunca kavram yanılgılarını ve eksikliklerini tamamlamak için son fırsat olacaktır (Kazıcı, 2008).

2.1.7. Matematik Öğretmeni Yetiştirme

Öğretmenlik mesleği, mesleklerin mesleği olarak tanımlanmayı hak eder (Işık, Çiltaş ve Baş, 2010). Küçükahmet (1992)'e göre öğretmen öğrencisinin öğrenimini

kolaylaştıran bir bireydir. Öğretmen çok bilen bir kişi olmaktan ziyade, bildiğini çok iyi öğretebilen kimsedir (Çelikkaya, 1997; Kuran, 2002). Daha fazla çoğaltılabilecek bu tanımların birleştiği nokta, öğretmenin çok bilgili ve bilgisini aktaran kişi olmasından çok, öğrenmeyi kolaylaştıran ve öğrenmenin yollarını öğreten bir anlayışa sahip olması gerektiğini vurgulamasıdır (Kuran, 2002).

Öğretmenler, çocukları, gençleri ve yetişkinleri seven, öğrencilerine sadece bilgi aktarmakla kalmayıp onlarla iyi bir iletişim kurabilen, öğrencilerine düşünmeyi, araştırma yapmayı, araştırma sonuçlarını yorumlamayı, problem çözmeyi öğreten, onların sosyal, psikolojik, kişilik sorunlarına eğilen ve çözümler arayan, alanında yeterli, kendine güven duyan, öğrencilerine dersini sevdiren, onlara tüm davranışları ile örnek olan, yeniliklere açık, coşkulu insanlar olmalıdırlar. Öğretmen yetiştiren kurumların ortak hedefi bu tanımdaki özellikleri taşıyan öğretmenler yetiştirmektir (Akbayır ve Taş, 2009).

Fennema ve Franke (1992) ise matematik öğretmenlerinin sahip olması gereken bilgi bileşenlerini şu şekilde sınıflandırmıştır:

- Matematik bilgisi,
- Matematiksel temsillerin bilgisi,
- Öğrenci bilgisi,
- Öğretim ve karar verme bilgisi,

Birinci madde matematiğin kavramsal anlaması hakkındadır. Fennema ve Franke (1992) bir öğretmen matematiksel konular hakkında kavramsal anlamaya sahipse bunun sınıf öğretiminde pozitif şekilde etkili olacağını, bu sebepten matematik bilgisine sahip olmanın öğretmenler için önemli olduğunu ileri sürmüştür. Ayrıca, matematik oldukça fazla soyut kavramlar üzerine kurulduğu için matematiksel temsillerin bilgisinin de önemli olduğunu vurgulamış ve öğretmenlerin soyut olan yapıları nasıl anlaşılabilir bir yapıya çevireceğini bilmezlerse öğrencilerine tam bir anlama sağlayamayacaklarını belirtmişlerdir.

Öğretmenleri, kavram öğretiminde kullanılan modern yöntem ve tekniklerden sadece haberdar etmekten ziyade onlara bu teknikleri etkili bir şekilde kullanabilmeleri için hizmet içi eğitim verilmeli ve yapılanmalarına yardımcı olunmalıdır.

Günümüzde artık öğretmenlik mesleği, eğitimle ilgili olan sosyal, kültürel, ekonomik, bilimsel ve teknolojik boyutlar ile alanında özel uzmanlık bilgi ve becerisine sahip olan ve mesleki yeterlilik gerektiren bir uğraşı alanıdır (Şişman ve Acat, 2003).

Matematik eğitimi alanında dünyadaki gelişmelerin üniversiteler aracılığıyla sürekli izlenmesi; bazı yeniliklerin okullara yansıtılması, öğretmen yetiştirme programı içinde yeni bileşenler ve modeller geliştirilmesi gerekmektedir (Ersoy, 2005).

2.1.5. Analiz Eğitimi ve Dizi ile Seri Kavramları

Hacısalıhoğlu ve arkadaşları (2000), analiz ya da İngilizce ismiyle “calculus”u, fonksiyonların diferansiyeli, integrali ve bunlarla ilgili kavramlar ve uygulamalarla uğraşan matematik dalı, diferansiyel ve integral hesabı olarak tanımlamışlardır. Fen bilimleri ve mühendislikteki çoğu öğrenci için analiz (calculus), üniversitedeki matematik eğitimlerinin başlangıç noktasıdır.

Analizin birçok bilim dalı için önemli bir konu olması nedeniyle öğrencilerin analiz kavramlarını anlamaları üzerine pek çok çalışma yapılmaktadır (Barak, 2007). Başlangıç konularında yer alan ve sıkı bir ardışıklık içinde olan analiz konularının kavramsal olarak anlaşılabilmesi, çoğunlukla konuların soyut olmasıyla ve öğrenci başarısızlıklarıyla ilgilidir.

Günümüzdeki araştırmalar üniversitelerdeki matematik programının geliştirilmesi ve reformu konusunda pek çok fikir vermektedir. Ubuz (1999a) son yıllarda analizde çok fazla araştırma yapılmasının nedenlerini:

- “Ezbere işlem uygulamalarına yönelik eğilim”
- “Kavramsal anlamdaki yetersizlik”
- “İleri matematik öğretim ve öğrenimindeki kaliteyi yükseltmek”

başlıkları altında toplamıştır.

Analiz dersi, öğrencilerin soyut matematiksel yapılarla matematiğin uygulamaya dönük kısımları arasında bir köprü rolü üstlenecektir. Bu özelliğine rağmen analiz

dersindeki konular genellikle cebirsel ifade ağırlıklı ve kural merkezli bir öğretimle sunulmaktadır (İpek, 2003).

Bir reel sayı dizisi reel sayıların sıralanmış bir kümesidir. Bir reel sayı dizisinin terimlerinin toplamına bir anlam kazandırıldığından bu toplama bir seri denir. Diziler ve seriler matematiksel analizin en temel kavramlarıdır. Matematikte kavramların belli bir gelişim sırası vardır ve matematiksel kavramlar öğretilirken bu ardışıklığa uyulması gerekir. Diziler ve seriler de daha sonra gelecek olan limit, süreklilik ve türev kavramları ve integral hesaba temel oluşturacaktır (Koçak, 2008).

Cebir kuralları ile ancak sonlu tane sayıyı toplayabiliriz. Buna karşılık matematikte sonsuz sayıda sayının "toplamı" ile de sık sık karşılaşmaktayız. Örneğin, $\frac{1}{3}$ sayısının ondalık açılımı

$$\frac{1}{3}=0,3333\dots=\frac{3}{10}+\frac{3}{10^2}+\frac{3}{10^3}+\dots$$

gibi sonsuz bir toplamdır. Böyle bir toplama, seri kavramı ile anlam kazandırılmıştır. Seri kavramını anlayabilmek için de dizi kavramını bilmek gerekir.

Tanım kümesi \mathbb{N} doğal sayılar kümesi, değer kümesi ise \mathbb{R} gerçel sayılar kümesinden tanımlı bir fonksiyona dizi denir. Dizinin verilebilmesi için her 1, 2, ..., n, ... doğal sayılarına x_1 , x_2 , ..., x_n , ... gibi gerçel sayıların karşı getirilmesi gerekmektedir. x_1, x_2, \dots sayılarına dizinin terimleri, n ye bağlı bir ifade olan x_n ye ise dizinin genel terimi denir. Diziler ya x_1, x_2, x_3, \dots gibi veya x_n genel terimini parantez içine alarak $\{x_n\}$ veya (x_n) gibi de gösterilebilir.

Serilerin matematik ve fen bilimlerinde çok kapsamlı uygulamalara sahip olan karmaşık, sezgiye ters düşen bir yapıya sahip olduğu da düşünülmektedir. Matematikte seriler, bir eğrinin altında kalan alanı hesaplama sürecindeki temel elemanlardan biridir. Tıp ve biyoloji alanında ise ilaçların ve populasyonların dağılımı gibi durumların modellenmesi için çeşitli yollar sağlamaktadır (González-Martín, Nardi ve Biza, 2011). Seri tanımını verecek olursak;

“ (a_n) bir dizi olmak üzere (a_n) terimlerini sırası ile toplayarak yeniden oluşturulan

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$$

ifadesine sonsuz seri veya kısaca seri denir. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ veya $\sum a_n$ şeklinde gösterilir (Stewart,2005, s.573).

2.2. Yurt İçinde Yapılan Çalışmalar

2.2.1. Dizi ve Serilerle İlgili Yapılan Araştırmalar

Yazgan-Sağ ve Argün (2012) **Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adayları Seri Kavramından Ne Anlıyorlar?** adlı makalede ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının seri kavramı ile ilgili kavramsal anlamalarını incelenmiştir. Araştırma; 2011–2012 öğretim yılında, bir kamu üniversitesinin Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalının ikinci sınıfında öğrenim gören 55 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma verileri, gömülü teori (grounded theory) tekniklerinden biri olan sürekli karşılaştırmalı analiz yöntemi (Strauss ve Corbin, 1998) ile analiz edilmiştir. Öğretmen adaylarının, serinin sınırlı olması, tanım kümesine sahip olması, serinin tekrarlı olması gibi bazı uygun olmayan anlamalara sahip olduğu da görülmüştür. Sonuç olarak seri kavramı ile ilgili güçlüklerin ana kaynağının, adayların bu kavramı dizi kavramı ile karıştırmaları olduğu görülmüştür.

Çiltaş (2011) **Dizi ve Seriler Konusunun Matematiksel Modelleme Yoluyla Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Öğrenme ve Modelleme Becerileri Üzerine Etkisi** isimli çalışmasında, ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıfında okuyan öğrencilerin dizi ve serilerle ilgili zihinsel modelleri belirlenmeğe çalışılmıştır.

Çalışmada, öğrencilerin kavramlar için oluşturdukları zihinsel modeller, gerçek bilimsel modellerle karşılaştırılmıştır. Çalışmanın verileri 10 öğretmen adayı ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerden ve bu görüşmeler esnasında öğretmen adaylarının çizmiş oldukları görselleştirmelerden elde edilmiştir. Araştırma sonunda bazı öğrencilerin diziler, seriler ve bunların özellikleri ile ilgili benzer zihinsel modellere sahip oldukları fakat öğrencilerin gerçek bilimsel modellere uygun olmayan modeller oluşturdukları belirlenmiştir. Öğrencilerin bazılarının ise dizi ve serileri ile ilgili kavramlara yönelik zihinsel model oluşturamadığı ve yorum yapamadıkları gözlenmiştir.

Akbayır (2004) “**Üniversite 2.sınıf Öğrencilerinin Serilerin Tayininde Bazı Yakınsaklık Kriterlerindeki Hataları ve Kavram Yanılgıları**” adlı çalışmasında seriler ve diziler konusuyla ilgili 10 açık uçlu sorudan oluşan bir başarı testi geliştirmiştir. Testin geliştirilme aşamasında her bir sorunun madde ayırıcılık indisine bakılmış ve madde ayırıcılık indeksi 0,20'nin üstünde olan 4 soru çalışma kapsamına alınmıştır. Ayrıca çalışmada öğrenciler tarafından öğrenme düzeylerini, hatalarını ve kavram yanılgılarını cinsiyet açısından incelenmiştir. Araştırmanın örneklemini 2002-2003 öğretim yılında Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Fen Bilgisi ve Matematik Öğretmenliği Programı ikinci sınıf öğrencilerinden toplam 79 öğrenci oluşturmuştur. Yapılan analiz sonucunda kız ve erkek öğrenciler arasında serilerin karakter tayininde her iki bölümde de anlamlı bir farkın olmadığı görülmüştür. Elde edilen hatalar şu şekilde özetlenmiştir:

1. Bir serinin genel terim kavramı yeterince öğrenilmemiş,
2. Yakınsaklık kriterleri birbirine karıştırılmış,
3. Oran kriteri her seri için kullanılmaya çalışılmış,
4. Mukayese (Karşılaştırma) kriteri yeterince anlaşılmamış.

Bilgin ve Akbayır (2002) **İşbirlikli Öğrenmenin Dizi ve Serilerin Öğretimindeki Etkililiği** adlı makalede, işbirlikli öğrenme yöntemi ve geleneksel öğrenme yöntemlerinin genel matematik konularından dizi ve seriler konusunda akademik başarı ve hatırd tutma üzerindeki etkileri incelenmiştir. Denekler Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Fen Bilgisi Öğretmenliği Ana Bilim Dalı 2. sınıf öğrencileridir. Gruplar, deneysel durumu kontrol etmek amacıyla, deney ve kontrol grubu olmak üzere ikiye ayrılmıştır. Deney grubu 30, kontrol grubu 32 öğrenciden oluşturulmuştur. Araştırmada ölçme aracı olarak 7 çoktan seçmeli, 12 doğru yanlış ve 1 tanede klasik soru olmak üzere 20 sorudan meydana gelen Dizi ve seri başarı testi kullanılmıştır. Bu test deneklere ön test ve son test olarak uygulanmış ve aynı test uygulamanın bitiminden iki ay sonra hatırd tutma testi olarak tekrar uygulanmıştır. Oluşturulan problemlere yanıt aramak için veriler t testi ile yoklanmıştır.

Yapılan değerlendirme sonucunda geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubundaki denekler Dizi ve seri başarı testinde işbirlikli öğrenme yönteminin

uygulandığı deney grubundaki deneklerden daha başarılı olmuştur. Fakat hatırd tutma testinde daha önce kontrol grubunun lehine olan anlamlı fark ortadan kalkmıştır.

2.2.2. Öğretmen Adaylarının Kavram Yanılgıları ile İlgili Çalışmalar

Özkaya ve İşleyen (2012) in yaptığı **Fonksiyonlarla İlgili Bazı Kavram Yanılgıları** adlı çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin fonksiyonlarda tanım ve görüntü kümesi ile ilgili sahip oldukları kavram yanılgılarını belirlemektir. 2011-2012 öğretim yılında gerçekleştirilen bu çalışma, ilköğretim matematik öğretmenliği 1. sınıfta öğrenim gören 57 öğrenciyle yürütülmüştür. Araştırmada betimsel yöntem kullanılmıştır. Veriler, araştırmacılar tarafından hazırlanan kavram yanılgısı testi ve yarı yapılandırılmış görüşmelerle toplanmıştır. Elde edilen verilerin analizinden, fonksiyonlardaki tanım ve görüntü kümesini belirlemeye yönelik kavram yanılgıları; cebirsel ve geometriksel olarak iki kategoriye ayrılmıştır. Tanım ve görüntü kümesini cebirsel olarak belirlemede en çok dikkat çeken kavram yanılgısı aşırı genellemedir. Geometriksel olarak belirlemede ise öğrencilerin tanım ve görüntü kümesini grafik altında veya üstünde kalan alan olarak göstermeleridir.

Özerdem (2007) **Lisans Düzeyinde Analitik Geometri Dersindeki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Giderilmesine Yönelik Bir Araştırma** adlı yüksek lisans tezinde öğretmen adaylarının analitik geometri dersindeki kavram yanılgılarının belirlemek, nedenlerini ortaya koymak ve çözüm yolları geliştirmektir. Kavram yanılgılarının belirlenmesi, öğretmen adaylarının sahip oldukları kavram yanılgılarının eğitim gördükleri süre içinde farkına varmaları ve düzeltmeleri için fırsat sağlayacağından oldukça önemlidir. Araştırmanın örneklemi, 2006–2007 öğretim yılı Analitik Geometri I dersi alan 78 matematik öğretmen adayından oluşmaktadır.

Barak (2007) **Limit Konusundaki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi** adlı Balıkesir Üniversitesinde yapmış olduğu yüksek lisans tezinde 2006-2007 öğretim yılının ikinci döneminde, 34 matematik öğretmenliği birinci sınıf, 30 matematik öğretmenliği beşinci sınıf, 12 fen bilgisi öğretmenliği birinci sınıf ve 30 bilgisayar öğretmenliği birinci sınıf öğrencisi olmak üzere, 106 üniversite öğrencisiyle

öğrencilerinin analizinde temel konularından biri olan limit hakkındaki kavram yanlışlıklarını belirlemektir.

İpek, Işık ve Albayrak'ın (2005) **Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesir İşlemleri Konusundaki Kavramsal Performansları** çalışmasının amacı sınıf öğretmeni adaylarının kesir işlemleri konusundaki kavramsal performanslarını belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda hazırlanan kesir işlemleri ile ilgili kavramsal performans testi sınıf öğretmenliği adaylarına uygulanmıştır. Verilerin analizi sonucunda deneklerin kesirler konusundaki toplama ve çıkarma işlemlerindeki kavramsal performansları çarpma ve bölme işlemlerine oranla daha yüksek olduğu tespit edilmiştir.

Moralı, Köroğlu ve Çelik'in (2004) **de Buca Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmen Adaylarının Soyut Matematik Dersine Yönelik Tutumları ve Rastlanan Kavram Yanlışlıkları** çalışmasında, Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmen Adaylarının soyut matematik dersine yönelik tutumlarının, oluşabilecek kavram yanlışlıklarının, bilgi eksikliklerinin tespit edilmesi ve olası oluşma nedenlerinin araştırılması amacıyla 30 çoktan seçmeli sorudan oluşan bir testi Eğitim Fakültesi Orta ve ilköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümlerinde okuyan (63'ü Orta, 214'ü İlköğretim) 277 birinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Test analizleri sonucunda güvenilirliği azaltan sorular değerlendirmeden çıkarılmıştır. Fakat araştırmada tutumların ölçülmesine yönelik bir bulguya rastlanmamıştır. Etkin ve verimli soyut matematik öğretimi için geleceğe yönelik öneriler geliştirilmiştir.

2.3. Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar

Davis ve Vinner (1986) on beş 11. sınıf öğrencisinin limit konusunda sahip oldukları kavram yanlışlığı ile ilgili bir çalışma yapmışlardır. Öğrencilere “matematik mantıklı meydan okumalar için mantıklı cevaplar vermeye dayanan bir ders olarak görülmelidir” fikrine dayanan ve iki sene süren bir eğitim vermişlerdir. Öğrencilere çeşitli türlerde diziler ve onlardan genel terimi göz önünde bulundurdıkları çeşitli özelliklere sahip kendi dizilerini oluşturmalarını ve sonunda bir limit tanımı oluşturmalarını istemişlerdir. Süreç boyunca öğrencilerin limitle ilgili bazı kavram yanlışlıkları olduğu görülmüş ve bu kavram yanlışlıklarının üstesinden gelmeye çalışılmıştır.

Çalışma sonunda öğrenciler, üç tür tanıma ulaşmışlardır: $\varepsilon - N$ tanımı ve diğerleri ise informal fakat dile ve grafiksel gösterime dayanan eş tanımlardır. Daha sonra öğrencilerden bu tanımları kullanarak limit özellikleriyle ilgili basit ispatlar yapmaları istenmiştir. İlk yılın sonunda öğrenciler “tipik teoremleri ispatlayabilmiş, doğru tanımlar yapabilmiş, dizi örnekleri verebilmiş, verilen yanlış bir tanımda söz konusu yanlışlığın nerede olduğunu bulabilmişlerdir. İkinci senenin başlarında, öğrencilere hem “formal tanım” hem de “sezgisel ve informal terimlerle” bir dizinin limitinin tanımını yapmalarının istendiği bir sınav yapılmıştır.

Davis ve Vinner (1986) öğrencilerin kavram yanlışlarını belirlemek için cevapları analiz etmiş ve öğrencilerin hatalarını aşağıdaki gibi 9 kategoride toplamışlardır.

- 1) Dizinin limit değerine ulaşmadığı,
- 2) tam monoton bir dizi ise günlük hayattaki anlama sahip olan “limit değerine yaklaşma” ifadesine göre dizilerin hep monoton dizi olduğu,
- 3) Limiti sınırla karıştırma (her dizisi için limitin alt ya da üst sınır olması),
- 4) Dizinin “son” terime sahip olduğunu, gibi bir ifadenin olduğunu varsayma,
- 5) Verilen bir dizi için onlara “hemen hemen tüm terimlerinin limit değerine gittiğini” söylendiğini varsayma,
- 6) $f(x_0)$ ile ifadelerini karıştırma, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ ifadelerini karıştırma,
- 7) Dizilerin açık ve uygun bir deseninin veya basit bir cebirsel formülünün olduğunu varsayma, 8) Geçici sıranın son derece önemli olan rolünü ihmal etme (İlk önce bir N değeri seçme ve $n > N$, $L - \varepsilon \leq a_n \leq L + \varepsilon \forall \varepsilon > 0$ için doğru olacağını bulma),
- 9) n 'in sonsuza yaklaşmaması gerçeği ve dizisinin L sayısına yaklaşıp yaklaşamayacağı sorusunu karıştırmadır.

Davis ve Vinner (1986) ilk 7 kategoriyi kısmen öğrencilerin ön öğrenmelerinden kaynaklandığı için saf kavram yanlışları olarak tanımlar. Dil kullanımının özellikle limite benzer kelimelerin gerçek sınır, hız limiti gibi önemli bir etkiye sahip olduğunu belirtmiştir.

Alcock ve Simpson (2004) İngiltere’de bir üniversitenin matematik bölümü birinci sınıfında okuyan öğrencilerin dizi ve serilerin yakınsaması üzerine bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada öğrencilerin dizi ve serilerin yakınsamaları hakkında görsel olarak kullandıkları eğilimler araştırılmıştır. 18 öğrenci ile yarı yapılandırılmış 32 mülakatlar yapılmış ve çalışma sonucunda öğrencilerin matematiksel hesaplamaları kullanabilmelerinde görselleştirmenin önemli olduğu sonucunu çıkarmışlardır.



BÖLÜM III

YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışma, nicel araştırma yaklaşımlarından betimleme çalışması olarak desenlenmiştir. Betimsel çalışmalar, olayı var olduğu gibi araştırmaya ve var olan durumu belirlemeye çalışan araştırmalardır. Bu tür araştırmalarda, ele alınan olaylar ve durumlar ayrıntılı bir şekilde ele araştırılmakta, daha önceki olaylar ve durumlarla ilişkisi incelenerek “ne” oldukları betimlenmeye çalışılmaktadır. Betimsel araştırmalar genellikle tarama (survey) araştırmaları olarak da bilinmektedir (Tanrıöğen, 2012).

Bu araştırmada Analiz III dersini alan öğretmen adaylarının diziler seriler konularındaki hatalarını ve kavram yanlışlarını belirlemek amaçlandığından betimleme çalışması araştırmanın amacına uygun bulunmuştur.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırma, 2012-2013 Eğitim Öğretim yılı güz döneminde İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı'nda öğrenim gören öğretmen adaylarının katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmaya 97 öğretmen adayı katılmış olup bunlardan 65'i kız 32'si erkektir. Katılımcıların belirlenmesinde dizi ve serilerle ilgili dersi almaları önemli görülmüştür. Diziler ve seriler konusu İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında 3. Sınıf güz döneminde Analiz III dersi kapsamında okutulmakta olup, çalışma bu dersi alan öğretmen adaylarının katılımıyla gerçekleştirilmiştir.

Çalışmaya gönüllü olan öğretmen adaylarıyla çalışılmıştır. Çalışmanın yapıldığı üniversitede 3. sınıfta 2 şube bulunmaktadır. Tüm şubelerde aynı öğretim üyesi dersi yürütmüş olup dersler aynı içerik ve yöntemle işlenmiştir.

3.3. Verilerin Toplanması

Çalışmada öğretmen adaylarının diziler ve seriler konusunda yaptıkları kavram yanlışlarını ve hatalarını incelemek amacıyla İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı 3. Sınıfta okutulan Analiz III dersi konusundaki kazanımlara uygun olarak,

yedi açık uçlu sorudan oluşan bir kavram yanılgısı teşhis testi geliştirilmiştir. Sorular hazırlanırken daha önceki yıllarda Analiz III dersini alan öğretmen adaylarının ara sınav ve final sınav sorularına verdikleri yanıtlar incelenerek diziler ve seriler konusunda yaptıkları hatalar ve yanılgıya düştükleri noktalar tespit edilmiştir. Ayrıca, soruların hazırlanması aşamasında matematik ve matematik eğitimi alanlarında uzman öğretim üyelerinin görüşleri alınmıştır. Daha sonra elde edilen verilerden yararlanarak öğretmen adaylarının diziler ve seriler konusundaki yanılgılarını ortaya çıkararak nitelikte aşağıdaki yedi açık uçlu soru hazırlanmıştır. Teşhis testindeki sorular şu şekildedir:

1. Dizi nedir? Seri nedir? Bir örnekle açıklayınız.
2. $a_k = \left(\frac{(-1)^k}{k}\right)$ dizisinin limitini araştırınız.
3. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$ serisi yakınsak mıdır? Neden?
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[2 + 1 + \frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \frac{2}{5} + \dots + \frac{2}{n}\right] = ?$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{\frac{1}{k}}$ serisinin karakterini inceleyiniz. Sebebini açıklayınız.
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^k}{k!}$ serisinin karakterini inceleyiniz.
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k}$ serisi yakınsak mıdır? Sebebini açıklayınız.

Hazırlanan teşhis testi tüm öğrencilere uygulanmadan önce, Analiz III dersini almış olan 13 öğretmen adayına uygulanarak sorularda anlaşılmayan noktalar ve soruların, öğrencilerin yaptıkları hataları ve yanılgılarını belirlemedeki potansiyeli belirlenmeye çalışılmıştır. Bu ön uygulamadan sonra, 6. ve 7.sorular çıkarılmıştır. Teşhis testi 2012-2013 öğretim yılı güz döneminde Analiz III dersini alan öğretmen adaylarına dönem sonunda uygulanmıştır.

3.4. Verilerin Analizi

Çalışmadan elde edilen veriler, nitel araştırmalarda sıklıkla kullanılan içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Öğrencilerin yanıtlar, Abraham, Williamson ve Westbrook (1994) tarafından geliştirilen 5'li anlama düzeyi ölçeğine göre, tekrarlanan ifadeler beş grupta kodlanarak analiz edilmiştir.

Veri analizi aşamasında öğretmen adaylarının cevapları doğru ve hatalı cevap olmak üzere 2 kategoride ele alınmıştır. Doğru cevaplar tamamen doğru ve kısmen doğru cevaplar şeklinde ele alınmıştır. Kısmen doğru cevaplarda öğretmen adayı çözüm için gerekli bilgiye sahip olmasına ve doğru çözüm yolunu belirlemesine rağmen sonuca ulaşamamıştır. Hatalı cevap veren öğretmen adaylarının cevapları kavram yanlılığı var ve yanlış cevaplar şeklinde ele alınmıştır. Veri sunumu esnasında örnek çözümlere yer verilmiştir.



BÖLÜM IV

BULGULAR ve YORUMLAR

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerinin incelenmesi sonucu elde edilen bulgular ve yorumlara yer verilmiştir. Her soru ayrı ayrı incelenmiş ve elde edilen verilere göre yorumlanmıştır.

4.1. Birinci Alt Probleme Ait Bulgular Ve Yorumlar

İki parçadan oluşan 1. soru “Dizi nedir? Seri nedir? Bir örnekle açıklayınız.” şeklindeydi. Burada amaç, konu ile ilgili kavramların tanımını yapabilme durumlarını ölçmektir. Öğrencilerin 1. soru ilk kısmına olan vermiş oldukları yanıtların 5’li anlama ölçeğine göre frekans ve yüzdeleri tablo 4.1’de verilmiştir.

Tablo 4.1: Birinci Sorunun İlk Kısmının Öğrenci Yanıtlarının Cinsiyete Göre Frekans Ve Yüzdeleri:

Soru 1	Kız		Erkek		Toplam	
	F	%	F	%	F	%
Doğru	28	43.07	9	28.13	37	38.14
Kısmen Doğru	7	10.77	2	6.25	9	9.28
K.Y Var	5	7.69	4	12.5	9	9.28
Cevap Yok	3	4.62	4	12.5	7	7.22
Yanlış Cevap	22	33.84	13	40.62	35	36.08
Toplam	65	100	32	100	97	100

“Dizi” kavramının tanımı için verilen cevaplara bakıldığında 65 kız öğrencinin 28’i, 32 erkek öğrencinin 9’u doğru cevap vermiş. Toplamda ise 97 öğrencinin 37 ‘si, yüzde olarak da %38.14 ‘ü doğru cevap vermiştir. Yanlış cevaplar incelendiğinde 65 kız öğrencinin 22’si, 32 erkek öğrencinin 13’ü yanlış cevap vermiştir. Toplamdaki 97 öğrenci de ise 35’i yanlış cevap vermiş bu durum yüzde olarak % 36.08 olmaktadır. Sorunun yanıtını 4 kız, 3 erkek öğrenci olmak üzere toplamda 7 öğrenci cevapsız bırakmıştır. Buradan anlaşılıyor ki dizi kavramını formal tanımını yapmada ciddi bir yetersizlik vardır. Burada dizi tanımı için kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre daha başarılı olduğunu söyleyebiliriz.

Kavram yanlışlarına bakıldığında tablo 4.1 deki verilere göre erkek öğrencilerin daha fazla kavram yanlışına düştükleri görülmektedir. Toplamda bakıldığında 97

öğrencide % 9.28 oranına karşılık gelmektedir. Bu durumda dizi kavramının matematiksel olarak tanımını yapmada eksikliklerin yanında şekil 4.1 de görüldüğü üzere kavramlarla ilgili temel yanlışlar da mevcuttur. Öğrencilerin 1. sorunun ikinci kısmına olan ‘Seri nedir?’ için vermiş oldukları yanıtların 5’li anlama ölçeğine göre frekans ve yüzdeleri tablo 4.2’de verilmiştir.

Tablo 4.2: Birinci Sorunun İkinci Kısmının Öğrenci Yanıtlarının Cinsiyete Göre Frekans Ve Yüzdeleri:

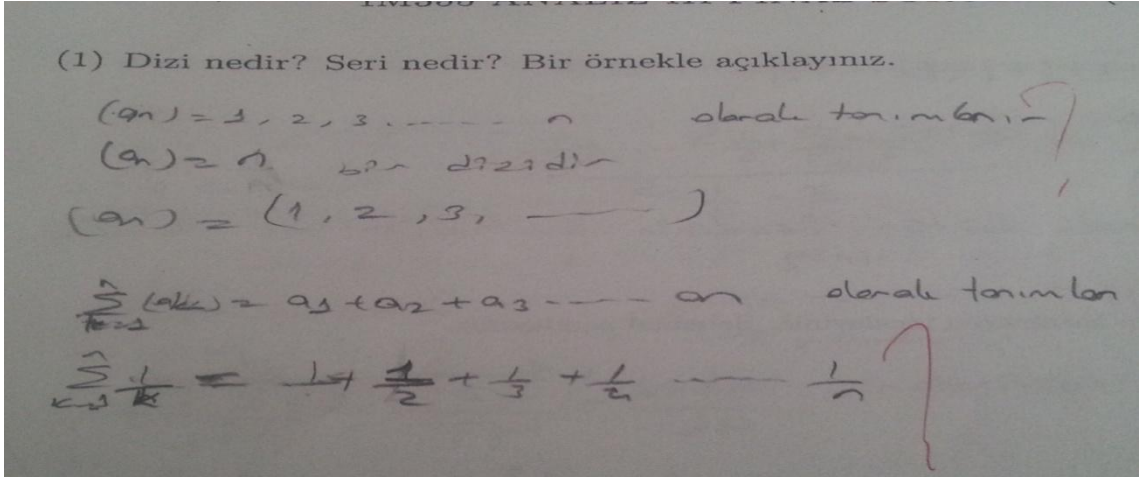
Soru 1	Kız		Erkek		Toplam	
	F	%	F	%	F	%
Seri Nedir?						
Doğru	42	64.62	6	18.75	48	49.84
Kısmen Doğru	6	9.23	7	21.88	13	13.40
K.Y Var	4	6.15	7	21.88	11	11.34
Cevap Yok	4	6.15	5	15.61	9	9.27
Yanlış Cevap	9	13.85	7	21.88	16	16.49
Toplam	65	100	32	100	97	100

‘Seri’ kavramı için verilen cevaplar incelendiğinde 65 kız öğrencinin 42’si, 32 erkek öğrencinin 6 sı doğru cevap vermiştir. Yüzde olarak bakıldığında kız öğrencilerin % 64.62 ‘si, erkek öğrencilerin % 18.75’i doğru cevap vermiştir. Toplamda ise 97 öğrencinin 48’i yani yüzde olarak %49.48 ‘i doğru cevaplamıştır.

Yanlış cevaplar incelendiğinde kız öğrencilerin 9’u, erkek öğrencilerin 7’si yanlış cevap vermiştir. Toplamda ise 97 öğrencinin 16’sı, yüzde olarak da % 16.49 ‘u yanlış cevap vermiştir.

Kavram yanlışlığı maddesine bakıldığında 65 kız öğrenciden 4’ü, 32 erkek öğrenciden 7’si; başka bir deyişle kız öğrencilerin % 6.15’i, erkek öğrencilerin % 21.88’i kavram yanlışlığına düşmüştür. Bu oranlar çok yüksek olmamakla birlikte seri kavramı için öğretmen adaylarında yani öğrencilerde kavramla ilgili yanlışlar olduğu görülmektedir.

Seri kavramında da kız öğrencilerin, erkek öğrencilere göre daha başarılı ve daha az yanlışlığa sahip oldukları anlaşılmaktadır. Buna göre kız öğrenciler, erkek öğrencilere göre daha fazla doğru cevap vermiştir. Bir öğrencinin 1.soruya verdiği bir yanlış cevap örneği şu şekildedir:



Şekil 4.1: Birinci Soruya Verilen Öğrenci Cevabı

Burada görüldüğü gibi, doğal sayılar kümesinden reel sayılar kümesine bir fonksiyon olarak tanımlanması gerekirken dizinin tanımı yapılamamıştır. Serinin tanımı ise, sonsuz bir toplam olması gerekirken sonlu toplam olarak verilmiştir.

4.2. İkinci Alt Probleme Ait Bulgular Ve Yorumlar

Öğretmen adaylarına uygulanan sorular içinde 2. ve 4. sorular bu alt problemi hedeflemektedir. Her iki soru için ayrı ayrı tablolardaki veriler incelenmiştir.

İkinci soru $a_k = \lim (-1)^k / k$ dizisinin limitini araştırınız? Şeklindeydi. Öğretmen adaylarının verdiği cevapların 5'li anlama ölçeğine göre frekans ve yüzdeleri tablo 4.3 de verilmiştir.

Tablo 4.3: İkinci Soru İçin Öğrenci Yanıtlarının Cinsiyete Göre Frekans Ve Yüzdeleri:

Soru 2	Kız		Erkek		Toplam	
	F	%	F	%	F	%
$\lim (-1)^k / k = ?$						
Doğru	15	23.08	9	28.13	24	24.74
Kısmen Doğru	4	6.15	4	12.50	8	8.25
K.Y Var	16	24.61	7	21.87	23	23.71
Cevap Yok	15	23.08	6	18.75	21	21.65
Yanlış Cevap	15	23.08	6	18.75	21	21.65
Toplam	65	100	32	100	97	100

Öğrencilerin verdiği cevaplar incelendiğinde bu soruya 65 kız öğrenciden 15'i, 32 erkek öğrenciden 9'u doğru cevap vermiştir. Yüzde olarak karşılaştırıldığında kız

öğrencilerin % 23.08 'i, erkek öğrencilerin %23.13'ünün doğru cevap verdiği görülmektedir.

Yanlış cevaplar incelendiğinde 15 kız öğrenci ile 6 erkek öğrenci yanlış cevap vermiştir. Yüzde olarak kız öğrencilerin %23.08'i, erkek öğrencilerin %18.75'i, yanlış cevap vermiştir. Bu verilerden erkek öğrencilerin bu soru için daha başarılı olduğunu görmekteyiz.

Kavram yanlışlığı maddesine bakıldığında kız öğrencilerin 16'sı yüzde olarak %24.61'i; erkek öğrencilerin 7'si yüzde olarak ise erkek öğrencilerin %21.87'si bu soru için kavram yanlışlığına sahiptir.

Ayrıca bu soru için cevap vermeyen öğrenci sayısı ise 15 kız, 6 erkek öğrencidir. Toplamda 21 öğrenci cevap vermemiş boş bırakmıştır .Toplamda incelendiğinde, 97 öğrencinin 24'ü doğru cevap,21'u yanlış cevap vermiş yine 21 öğrenci ise cevap vermemiştir. Yüzde olarak tüm öğrencilerin % 24.74'ü doğru cevap, %21.65'i yanlış cevap vermiştir. Yine toplamda kavram yanlışlığına bakıldığında 23 öğrenci yüzde olarak ise bu oran % 23.71 olduğu söylenebilir. Burada göstermektedir ki öğrenciler de dizilerin limiti konusunda hem bilgi eksikliği hem de kavram yanlışlığı mevcuttur.

Bir öğrencinin 2.soruya verdiği bir yanlış cevap örneği şu şekildedir:

(2) $a_k = ((-1)^k / k)$ dizisinin limitini araştırınız.

$$a_k = (-1)^k \cdot \frac{1}{k}$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} = 0$$

Şekil 4.2: İkinci Soruya Verilen Öğrenci Cevabı

Burada verilen cevap “sıfır” olarak doğru ancak, dizinin diğer parçası $(-1)^k$ yi dikkate almadan işlem yaptığı için, doğru kabul edilmemiştir. Beklenen açıklama; “Sınırlı bir dizi ile sıfıra yakınsak bir dizinin çarpımı sıfıra gider” teoreminin kullanılmasıydı.

Öğretmen adaylarına uygulanan 4.soru $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot 2 \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right]$ değerini hesaplayınız? şeklindeydi. Bu soru için Öğretmen adaylarının yani öğrencilerin verdiği cevaplar 5’li anlama ölçeğine göre frekans ve yüzdeleri tablo 4.5 de verilmiştir.

Tablo 4.4: Dördüncü Soru İçin Öğrenci Yanıtlarının Cinsiyete Göre Frekans Ve Yüzdeleri:

Soru 4	Kız		Erkek		Toplam	
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot 2 \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right] = ?$	F	%	F	%	F	%
Doğru	16	24.62	7	21.88	23	23.71
Kısmen Doğru	7	10.77	2	10.77	9	9.27
K.Y Var	18	27.69	12	37.5	30	30.93
Cevap Yok	4	6.15	1	3.12	5	5.25
Yanlış Cevap	20	30.77	10	31.25	30	30.93
Toplam	65	100	32	100	97	100

Bu soru için doğru cevaplar incelendiğinde kız öğrencilerin 16’sı, erkek öğrencilerin 7’si doğru cevap vermiştir. Yüzdelerine bakıldığında kız öğrencilerin %24.62’si, erkek öğrencilerin % 21.88 ‘si doğru cevap vermiştir.

Yanlış cevaplar incelendiğinde 20 kız öğrenci ile 10 erkek öğrenci yanlış cevap vermiştir. Yüzde olarak kız öğrencilerin %30.77 ‘si, erkek öğrencilerin %31.25 ‘i yanlış cevap vermiştir. Bu verilerden kız öğrencilerin bu soruda daha başarılı olduğu söylenebilir.

Kavram yanılgısı maddesine bakıldığında kız öğrencilerin 18’i yüzde olarak %27.69’u; erkek öğrencilerin 12’si yüzde olarak % 37.5’u bu soru için kavram yanılgısına sahiptir. Buradan erkek öğrencilerin dizinin limiti hakkında daha çok kavram yanılgısına düştükleri anlaşılmaktadır.

Toplamda 97 öğrencinin 23’ü doğru cevap,30’u yanlış cevap vermiş, 5 öğrenci ise cevap vermemiştir. Yüzde olarak tüm öğrencilerin % 23.71’i doğru cevap, % 30.93’ü yanlış cevap vermiştir. Yine toplamda kavram yanılgısına bakıldığında % 30.93’ü kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Bu ifadelerde göstermektedir ki dizilerin limiti konusunda öğrencilerde kavram yanılgısı mevcuttur.

Bir öğrencinin 4.soruya verdiği bir yanlış cevap örneği şu şekildedir:

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\frac{2}{1} + \frac{2}{2} + \frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \frac{2}{5} + \dots + \frac{2}{n} \right] = ?$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(2 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} \right) \right)$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} \right) = 0 \cdot \infty$ belirsizliği

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n})}{\frac{n}{2}} = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği

= l'Hospital işleminden

$\frac{(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n})' }{(\frac{n}{2})'}$

$\frac{1}{2}$

5) $\sum_k 3^{1/k}$ serisinin karakterini inceleyiniz. Sebebini açıklayınız.

Şekil 4.3: Dördüncü Soruya Verilen Öğrenci Cevabı

Bu sorunun çözümünde; öğrencinin “yakınsak olan bir dizinin aritmetik ortalaması alınarak elde edilen yeni dizi de aynı değere yakınsaktır” teoremi kullanmasını bekleniyor. Bu teoremi kullanmadan çözüm mümkün ancak çok zordur. Burada görülüyor ki, öğrenci bu teoremi hatırlamadığı için uzun yoldan çözmeye çalışmış ancak hata yapmıştır.

4.3. Üçüncü Alt Probleme Göre Bulgular Ve Yorumlar

Öğretmen adaylarına uygulanan sorular içinde 3. ve 5. sorular bu alt problemi hedeflemektedir. Her iki soru için ayrı ayrı tablolardaki veriler incelenmiştir.

Uygulanan 3.soru $\sum 1/k$ Serisi yakınsak mıdır? şeklindeydi. Bu soruda beklenen dizilerdeki yakınsaklık kriterlerinden farklı olarak serilerle ilgili uygun teoremlerin kullanılmasıdır. Buna göre öğretmen adaylarının verdiği cevaplar 5’li anlama ölçeğine göre frekans ve yüzdeleri tablo 4.5 de verilmiştir.

Tablo 4.5: Üçüncü Soru İçin Öğrenci Yanıtlarının Cinsiyete Göre Frekans Ve Yüzdeleri:

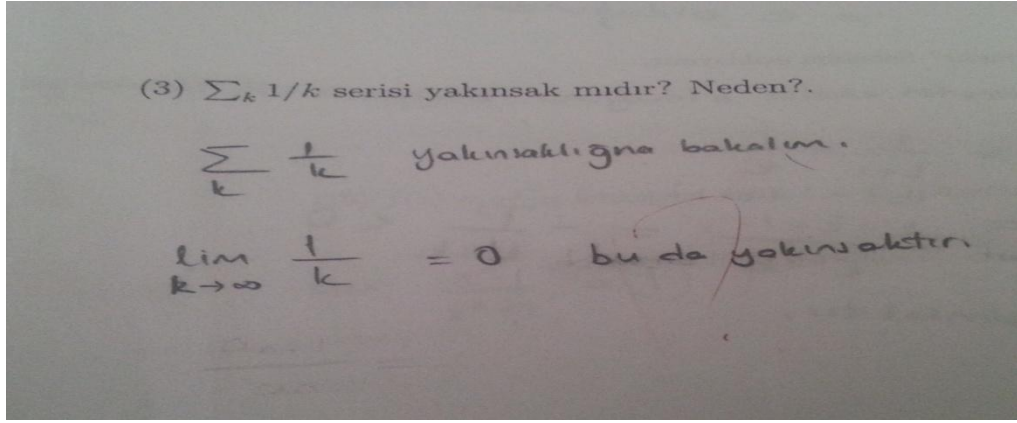
Soru 3	Kız		Erkek		Toplam	
	F	%	F	%	F	%
$\Sigma 1/k$ Serisi Yakınsak mıdır?						
Doğru	37	56.92	17	53.13	54	55.67
Kısmen Doğru	5	7.69	4	12.5	9	9.28
K.Y Var	16	24.62	4	12.5	20	20.62
Cevap Yok	-	-	2	6.25	2	2.06
Yanlış Cevap	7	10.77	5	15.62	12	12.37
Toplam	65	100	32	100	97	100

3. soruya verilen yanıtlar incelendiğinde kız öğrencilerin 37'si, erkek öğrencilerin 17'si doğru cevap vermiştir. Yüzde olarak kız öğrencilerin %56.92'i, erkek öğrencilerin %53.12'si bu soruya doğru cevap vermiştir. Bu sorunun doğru yanıtları cinsiyet açısından karşılaştırıldığında kız öğrenciler erkek öğrencilerden daha başarılıdır denilebilir.

Yanlış cevaplara bakıldığında erkek öğrencilerin daha çok yanlış cevap verdikleri görülmektedir. Bu soruya sadece 2 öğrenci cevap vermemiştir. Ancak kavram yanlışlığına bakıldığında kız öğrencilerde %24.62, erkek öğrencilerde ise %12.5 bir sonuca ulaşılmıştır. Buna göre kız öğrenciler bu soruda daha çok kavram yanlışlığına sahiptir.

Bu soruda toplamda 97 öğrencinin 54'ü doğru cevap vermiştir. Yüzde olarak tüm öğrencilerin % 55.67'si doğru cevap vermiştir. 97 öğrencide toplamda 12 öğrenci yanlış cevap vermiştir. Bu da tüm öğrencilerin % 12.37 'sini oluşturmaktadır. Kavram yanlışlığına bakıldığında toplamda 97 öğrencinin 20'si yani % 20.62 kavram yanlışlığına düşmüştür. Bu da gösteriyor ki serilerin karakterleri ile dizilerin karakterlerini belirlemede kullanılan kriterler karıştırılmıştır.

Öğrenci cevapları incelendiğinde 3.soruya verilen bir yanlış cevap örneği şu şekildedir:



Şekil 4.4: Üçüncü Soruya Verilen Öğrenci Cevabı

Bu Soru İle İlgili Teorem: $\sum a_k$ yakınsaksa $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0$ dir. Ancak bu teoremin karşıtı her zaman doğru değildir. Yani; Sonuç (a_k) dizisi 0 a yakınsamıyorsa $\sum a_k$ serisi ıraksaktır. $\sum \frac{1}{k}$ serisi için $a_k = \frac{1}{k}$ olup, $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} = 0$ dir. Ancak $\sum \frac{1}{k}$ serisi yakınsak değildir.

Burada görüldüğü gibi, soruda $\frac{1}{k}$ seri olmasına rağmen dizi gibi düşünülmüş ve limitin sıfır çıkması serinin yakınsaklığı için yeterli sayılmıştır. Ancak bu bilgi dizilerin genel terimi için geçerli bir durumdur. Bu durumda genel teriminin limitinin sıfır olması serinin yakınsaklığını hakkında bize kesin bilgi vermez.

5.soru $\sum_k 3^{\frac{1}{k}}$ serisinin karakterini inceleyiniz sebebini açıklayınız? şeklindeydi. Bu soru için verilen yanıtların frekans ve yüzdeleri tablo 4.6 da verilmiştir.

Tablo 4. 6: Beşinci Soru İçin Öğrenci Yanıtlarının Cinsiyete Göre Frekans Ve Yüzdeleri:

Soru 5	Kız		Erkek		Toplam	
	F	%	F	%	F	%
$\sum_k 3^{\frac{1}{k}}$ Yakınsak mıdır?						
Doğru	20	30.77	11	34.38	31	31.96
Kısmen doğru	8	12.31	1	3.12	9	9.28
K.yanılgısı var	26	40	16	50	42	43.29
Cevap yok	3	4.61	1	3.12	4	4.12
Yanlış cevap	8	12.31	3	9.38	11	11.34
Toplam	65	100	32	100	97	100

Bu soruya verilen doğru cevaplar incelendiğinde kız öğrencilerin 20'si, erkek öğrencilerin 11'i doğru cevap vermiştir. Bu durum yüzde olarak kız öğrencilerin %30.77'si, erkek öğrencilerin % 34.38 'i olarak görülmektedir.

Yanlış cevaplara bakıldığında kız öğrencilerin 8'i, erkek öğrencilerin 3'ü yanlış cevap vermiştir. Yine kız öğrencilerin % 12.31'i, erkek öğrencilerin % 9.38'i yanlış cevap vermiştir. Buradan erkek öğrencilerin bu soru için daha başarılı olduğu söylenebilir.

Bu soru için 8 kız öğrenci ve 3 erkek öğrenci cevap vermemiştir. Kavram yanlışlığına incelendiğinde kız öğrencilerin 26'sı yüzde olarak %40 'si, erkek öğrencilerin 16'sı yüzde olarak da % 50 'si kavram yanlışlığına sahiptir. Bu oranlar oldukça yüksektir. Bu soru için erkek öğrenciler kız öğrencilere göre daha fazla kavram yanlışlığı vardır.

Toplamda 97 öğrencinin 31'i doğru, 11'i yanlış ve yine 11'i boş bırakmıştır. Toplamda yüzde olarak incelendiğinde bu soru için öğrencilerin %31.95'i doğru cevap,% 11.34'ü yanlış cevap vermiş ve % 43.29'u da kavram yanlışlığına düşmüştür.

Bir öğrencinin 5.soruya verdiği bir yanlış cevap örneği şu şekildedir.

(5) $\sum_k 3^{1/k}$ serisinin karakterini inceleyiniz. Sebebini açıklayınız.

$$\sum_{k=1}^{\infty} 3^{1/k}$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} 3^{1/k} = \lim_{k \rightarrow \infty} 3^{1/k + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n}$$

$$= \lim_{k \rightarrow \infty} 3^0 = 1$$

$\alpha \leq 1$ olduğundan α testinden ~~gelmektedir~~

(6) $\sum_k \frac{(k)^k}{k!}$ serisinin karakterini inceleyiniz.

$$\frac{3^{k+1}}{3^{k+1}} = 3^{k+1} - 3^k$$

Şekil 4.5: Beşinci Soruya Verilen Öğrenci Cevabı

Bu sorunun çözümünde beklenen öğrencinin, “genel teriminin limiti sıfır değilse seri ıraksaktır” teoremini kullanmasıdır. Buna göre; aslında bu öğrenci doğru başlamış ve genel terimin limitini doğru hesaplamıştır. Ancak; yorumu yaparken bu seriyi harmonik seri ile karıştırarak hata yapmıştır. Bu durum seri ve ilgili önerme ve teoremlerin tam anlaşılmadığını göstermektedir.



BÖLÜM V

SONUÇ ve ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde elde edilen sonuçlar alt problemlere göre sıralanıp bu sonuçlar doğrultusunda önerilere yer verilmiştir.

5.1. Birinci Alt Probleme Göre Sonuç Ve Öneriler

Dizi ve seri kavramlarının tanımları için verilen yanlış cevapların fazla olması, derslerde bu tanımların öğrenciler tarafından tam olarak öğrenilmediği ve soyut kaldığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının çoğunun matematik dilini kullanmakta yetersiz olduğu gözlenmiştir.

Yazgan-Sağ ve Argün (2012) de yaptıkları çalışmada da benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Elde edilen bulgulara göre, ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel sembolleri ve mantıksal açıklamaları formal biçimde kullanırken zorlandıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının, serinin sınırlı olması, serinin tanım kümesine sahip olması, serinin tekrarlı olması gibi bazı uygun olmayan anlamalara sahip olduğu da görülmüştür. Sonuç olarak seri kavramı ile ilgili güçlüklerin ana kaynağının, adayların bu kavramı dizi kavramı ile karıştırmaları olduğu görülmüştür (Schwarzenberger ve Tall, 1978). Ayrıca seri kavramının tam olarak ne anlama geldiği ile görsel bir imajlarının olmadığı da yapılan bu araştırma ile belirlenmiştir.

Matematik eğitimi alanında yapılan araştırmalarda da görüldüğü gibi (McDonald, Mathews ve Strobel, 2000; Sierpiska, 1987; Tall ve Vinner, 1981) öğretmen adaylarının seri ile ilgili kavramsal anlamalarında birçok güçlüğüne sahip oldukları yapılan bu araştırmada da görülmüştür.

Dizi ve seri kavramları için:

- 1) Kavram tanımları ile ilgili yeterince etkinlik yapılmalıdır. Tanımları pekiştirecek ilgili örnekler çoğaltılmalıdır. Serinin diziden farkını ve aralarındaki ilişkiyi fark ettirecek uygulamalar çoğaltılmalıdır.
- 2) Matematik derslerinde bir kavramın öğrencilere doğrudan verilmesi, kavramın öğrenilmesini ve içselleştirilmesini zorlaştırmaktadır (Van de Walle, 1998).

Bunun yerine kavram öğretimi matematiksel modellerle zenginleştirilerek öğrenme zorlukları giderilebilir (Çiltaş ve Işık, 2012). Matematiksel modelleme kavramları somutlaştırmaya ve daha anlamlı öğrenmeye yardımcı olur.

- 3) Öğrencilerin kavram yanlışlarını tespit etmek için; öğrencilere, sonuca dayalı testler yerine, olayların sebebini ve sürecini açıklamaya yönelik soruların sorulması faydalı olabilmektedir. Öğrencilerden kavramları kendi kelimeleri ile ifade etmeleri istenmelidir. Bu şekilde sınıfta kendilerini ifade etmelerine imkân sağlanırsa kavram yanlışlarını ortaya çıkarmak mümkün olur (Yenilmez ve Yaşa, 2008).

5.2. İkinci Alt Probleme Göre Sonuç Ve Öneriler

Etkin ve kalıcı bir matematik öğretimi kavramsal ve işlemsel matematik arasındaki denge ile mümkündür. Son yıllarda matematik eğitiminde, kavram öğretimine büyük önem verildiği görülmektedir. Bunun en önemli nedenleri arasında; kavramsal öğrenmenin kalıcı bir öğrenme olduğu kabulü yer almaktadır. Teknolojinin hızlı gelişmesinden dolayı tüm bilgileri öğrenmek çok zor olduğundan kavramsal olarak temel bilgileri kazanmak daha önemlidir (Akbulut ve Işık, 2005).

İlköğretim matematik öğretmen adaylarıyla yapılan bu çalışmada dizilerin limiti ile ilgili teorem bilgi ve kavramların yeterince anlaşılmadığı görülmüştür. Ayrıca öğrenciler formal bilgiyi tam kavrayamamış ve ifade edememişlerdir. Derslerin anlatımı sırasında kavramsal öğrenmeye önem vermekle beraber teoremlerin ispatlarının özümsemesi öğrencilerde öğrenme güçlüklerini ve çeşitli kavram yanlışlarını azaltacaktır. Bunun için;

1. Limitin tanımı ve hesabı ile ilgili uygulamalar çoğaltılmalıdır.
2. Limit ile ilgili teoremler ve uygulamaları konusunda yeterli alıştırmaya yapılmalıdır.
3. Birbiriyle ilgili teoremler arasındaki bağlantılar iyi kurulmalı ve öğrenciler tarafından iyi anlaşılmalıdır.

5.3. Üçüncü Alt Probleme Göre Sonuç Ve Öneriler

Serilerde karakter tayini bilgisi bakımından kız öğrenciler erkek öğrencilere göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının dizi ve seri kavramı ile ilgili kavramsal hata ve yanılgıları nedeniyle serilerin karakterlerinde ciddi yanılgılar ortaya çıkmıştır. Seriler, dizi gibi düşünülmüş ve dizilerdeki geçerli uygulama ve teoremler kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının bir serinin genel teriminin limiti ile serinin toplamı arasında doğru bir ilişki kuramadıkları testteki sorulara verdikleri yanıtlardan anlaşılmaktadır.

Akbayır (2004) çalışmasında öğrencilerin serilerde karakter tayinindeki hataları, kavram yanılgılarının var olduğu çalışmamızı destekler niteliktedir. Ancak cinsiyet açısından serilerde karakter tayini bilgisi bakımından kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür. Yine Bu sonuç Alcock ve Simpson (2004-2005)'un İngiltere'de serilerin yakınsaması üzerine yapmış oldukları çalışma ile de örtüşmektedir.

Yapılan çalışmaların (Akgün ve Duru, 2007; Akbayır, 2004; Alcock ve Simpson, 2004) sonuçlarına göre diziler ve seriler konusunda geleneksel öğretimin yetersiz kaldığı söylenebilir. Bununla beraber çalışma öncesinde belirlenen öğrenme güçlüklerinin, matematiksel modelleme yönteminin öğretilmesi ve uygulanması ile büyük ölçüde azaldığı fakat geleneksel öğretimin yapıldığı öğrencilerinde belirlenen öğrenme güçlüklerinin devam ettiği ve bunun başarı testi sonuçlarını da etkilediği belirlenmiştir (Çiltaş, 2011).

Öğretmen adaylarına üniversite öğretimi boyunca kavram yanılgıları ve öğrenme güçlükleri ile ilgili dersler verilmektedir. Bu derslerin içeriğinin daha etkili ve kalıcı olması sağlanmalı ve zorunlu ders olmalıdır.

Bu araştırmada kullanılan veri toplama araçlarından farklı veri toplama araçlarıyla daha büyük bir örnekleme araştırmalar yapılabilir. Hatta öğretmen adayları ile yapılan bu çalışma, mesleğe yeni başlayan ve tecrübeli öğretmenler ile yapılabilir ve iki grup arasında benzerlikler ve farklılıklar karşılaştırılabilir.

KAYNAKÇA

- Abraham, M. R. Williamson, V. M. ve Westbrook, S. L.(1994) “A crossage study of the understanding of five understanding of concepts”, *Journal of Research in Science Teaching*, 31,147-165.
- Akbaba Dağ, S. (2009). *Sınıf Öğretmeni Adaylarının Temel Matematik I-İ Derslerine İlişkin Kavram Yanılgılarının İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi. Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Akbayır, K. (2004). “Üniversite 2. Sınıf Öğrencilerinin Serilerin Tayininde Bazı Yakınsaklık Kriterlerindeki Hataları ve Kavram Yanılgıları”, *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(2), 443-450.
- Akbayır, K. ve Taş, Z. (2009). “Türkiye’de Matematik Eğitimi ve Öğretmen Yetiştirmeye Yönelik Öğretmen Adaylarının Görüşleri”, *Journal of Qafqaz University*, Number: 26, 190-197.
- Akbulut, K. ve Işık, A. (2005). Limit Kavramının Anlaşılmasında Etkileşimli Öğretim Stratejisinin Etkinliğinin İncelenmesi Ve Bu Süreçte Karşılaşılan Kavram Yanılgıları. *Kastamonu Eğitim Dergisi Ekim 13(2)*, 497-512.
- Akgün, L. ve Duru, A. (2007). Misunderstanding and difficulties in learning sequence and series: a case study. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*, 11(2), 75–85.
- Akgün, A. Gönen, S. ve Yılmaz, A. (2005). Fen Bilgisi Öğretmen Adaylarının Karışımların Yapısı ve iletkenliği Konusundaki Kavram Yanılgıları, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 1–8
- Alcock, L. and Simpson, A. (2004). Convergence of sequences and series: interactions between visual reasoning and the learner’s beliefs about their own role. *Educational Studies in Mathematics*, 57, 1–32.
- Alkan, R. (2009). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersi rasyonel sayılar konusu ile ilgili hata ve kavram yanılgılarının analizi*. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara

- Altun, M. Yazgan, Y. ve Arslan, Ç.(2004). Lise Matematik Ders Kitaplarının Kullanım Şekli ve Sıklığı. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi dergisi XVII (2)*, 131-147.
- Altun, M. (1998). *Eğitim Fakülteleri Ve İlköğretim Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi*. 6. Baskı Alfa Yayınları Bursa
- Altun, M. (2007). *Orta Öğretimde Matematik Öğretimi*. 1.baskı, Aktüel Alfa Akademi BaskıAlfa Yayınları Bursa
- Anıl, Ş. (2007). *Mutlak Değer Konusundaki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Giderilmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi. Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Ausbel, D.P.(1968). *Educational Psychology: A Cognitive View*.New York: Holt, Rinehart And Winston.
- Ayas, A. Köse, S. ve Taş, E. (2003). “Bilgisayar Destekli Öğretimin Kavram Yanılgıları Üzerine Etkisi: Fotosentez”. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 2(14),106112.
- Aşçı, Z. Özkan, Ş. ve Tekkaya, C.(2001). “Student’s Misconceptions About Respiration”. *Eğitim Ve Bilim*. 26(120), 29–36.
- Aşçı,, G.(1938). *La Formation De L’esprit Scientifique*. Paris: Libraire Philosophique J. Vrin.
- Baki, A. (1998). *Cebirle İlgili İşlem Yanılgılarının Değerlendirilmesi*, III. Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu, Trabzon.
- Baki, A. ve Bell, A. (1997). *Ortaöğretim Matematik Öğretimi*. Y.Ö.K yayınları.
- Barak, B. (2007) *Limit Konusundaki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde Matematik Öğretimi* (8.baskı) Ankara: Pegem A Yayıncılık

- Bilgin, T. ve Akbayır, K. (2002). “İşbirlikli Öğrenmenin Dizi ve Serilerin Öğretimindeki Etkililiği”, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, Ankara Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
- Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F. (2012). *İlköğretimde Matematiksel Zorluklar Ve Çözüm Önerileri*: Ankara: Pegem Akademi.
- Brousseau, G. (2002). *Theory Of Didactical Situations In Mathematics (Didactique Des Mathematiques)*, 1970-1990_Dordrecht, Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Cansüngü Koray, Ö. ve Bal, Ş.(2002), “Fen Öğretiminde Kavram Yanılgıları ve Kavramsal Değişim Stratejisi”. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 10(1),83-90.
- Chi, M.T.H. (1992). "Conceptual change within and across ontological categories Examples from learning and discovery in science. In R. Giere (Ed)e *Cognitive Models of Science: Minnesota Studies in the philosophy of Science Minneapolis*, MN: University of Minnesota Press, 129- 160.
- Cornu, B.(1991). Limits. In D. Tall (Ed.),*Advanced Mathematical Thinking*. Boston: Kluwer.
- Coşkun, O. (2008). *Modüler aritmetik kavramı ile ilgili öğrenme güçlüklerinin belirlenmesi*. Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi, Erzurum.
- Coştu, B. Ayas, A. Ünal, S.(2007) Kavram Yanılgıları Ve Olası Nedenleri: Kaynama Kavramı, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 15(1) , 123-136.
- CSMS (1993). *Childrens' Understanding of Mathematics*, 11-16, Athenaum Press Ltd.
- Çelikkaya, H. (1997). *Eğitime Giriş*. İstanbul: Alfa Basım Yayın Dağıtım.
- Çepni, S. Ayas, A. Johnson, D. ve Turgut, M. F. (1997). *Fizik Öğretimi*. YÖK/ Dünya Bankası, Ankara.
- Çiltaş, A. (2011) *Dizi ve Seriler Konusunun Matematiksel Modelleme Yoluyla Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Öğrenme ve Modelleme Becerileri Üzerine Etkisi*, Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

- Çiltaş, A. ve Işık, A. (2012) *İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Dizi ve Serilerle İlgili Zihinsel Modellerinin Belirlenmesi*. Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi Cilt-Sayı: 14-2 Yıl: 2012
- Davis, R. ve Vinner, S. (1986) “The notion of limit: Some seemingly unavoidable misconception stages”, *Journal of Mathematical Behavior*, 5281-5303.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2004), “Matematiksel Düşüncenin Başlangıç Noktası: Matematiksel Kavramlar”, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi, Eğitim Yönetimi Dergisi*, 9, 338-355.
- Dede, Y. (2005), Değişken Kavramı Üzerine, *Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(1), 139-148.
- Demirtaş, A. (1986). *Ansiklopedik Matematik Sözlüğü*. Ankara: Bilim Teknik Kültür Yayınları.
- Durmuş, S. (2004). Matematikte öğrenme güçlüklerinin saptanması üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(1), 125–128.
- Durmuş, S. (2007). Matematikte Öğrenme Güçlüğü Gösteren Öğrencilere Yönelik Öğretim Yaklaşımları. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. Web: <http://efd.mehmetakif.edu.tr/arsiv/haziran2007/sonsayi/76-83.pdf> adresinden 28 Mayıs 2011’ da alınmıştır.
- Dursun, S. ve Dede, Y. (2004). Öğrencilerin Matematikte Başarısını Etkileyen Faktörler: Matematik Öğretmenlerinin Görüşleri Bakımından, *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 217–230.
- Erbaş, A. K. Çetinkaya, B. ve Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanlışları. *Eğitim ve Bilim*, 24(152), 44–59.
- Ersoy, Y. (2003). Matematik Okur Yazarlığı II. : Hedefler, Geliştirilecek Yetiler Ve Beceriler. <http://www.matder.org.tr> (2003, Ekim 24).

- Ertekin, E. (2002). *Denklem Öğretimindeki Hata ve Yanılguların Teşhisi ve Alınması Gereken Tedbirler*, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Ersoy, Y. (2005) Üniversite- Okul Proje İşbirliği I-: Teknoloji-Destekli/yardımlı matematik öğretimi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*. 18, 160-171.
- Erol, E. (1989). *Matematik Dersinde Bulgulama*. İstanbul: FKM Yayınları.
- Eyidoğan, F. ve Güneysu, S. (2003). “İlköğretim 8. Sınıf Fen Bilgisi Kitaplarındaki Kavram Yanılgularının İncelenmesi”. V. Fen Bilimleri Ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı, WebDokümanı: http://old.fedu.metu.edu.tr/ufbmek5/b_kitabi/PDF/Fen/Bildiri/t72_d.pdf Alınma tarihi: 3 Ağustos 2010.
- Fellows, N. J. (1994), A Window into Thinking: Using Student Writing to Understand Conceptual Change in Science Learning. *Journal of Research in Science Teaching*, 31(9), 985-1001.
- Fennema, E. ve Franke, M. (1992). Teachers’ knowledge and its impact in: D.A. Grouws (Ed) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (New York: Macmillan Publishing).
- González-Martín, A. S., Nardi, E., & Biza, I. (2011). Conceptually driven and visually rich tasks in texts and teaching practice: the case of infinite series. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(5), 565-589.
- Gürbüz, R. Toprak, Z. Yapıcı, H. ve Doğan S. (2011). Ortaöğretim Matematik Müfredatında Zor Olarak Algılanan Konular ve Bunların Nedenleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi* 10(4):1311-1323.
- Hacısalıhoğlu, H. H., Hacıyev, A., Sabuncuoğlu, A., Brown, L. M., İbikli, E. ve Brown, S. (2000). *Türk Dil Kurumu Matematik Terimleri Sözlüğü*. Ankara: Bizim Büro Basımevi Yayın Dağıtım.
- Hestenes, D. (1992). Modeling Games in the Newtonian World. *American Journal of Physics*. 60(8), 732.

- İpek, A.S. (2003). *Kompleks sayılarla ilgili kavramların anlaşılmasında görselleştirme yaklaşımının etkililiğinin araştırılması*. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- İpek, A.S. Işık, C. ve Albayrak, M. (2005). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesir İşlemleri Konusundaki Kavramsal Performansları. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, Sayı:11, 537-547*.
- Işık, A. Çiltaş A. ve Baş, F. (2010). Öğretmen Yetiştirme ve Öğretmenlik Mesleği. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi 14 (1): 53-62*.
- Keçeli, V. (2007). *Karmaşık Sayılarda Kavram Yanılgısı Ve Hata ile Tutum Arasındaki ilişki* Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Karaçay, T. (1985). *Matematik Öğretiminin Bugünkü Durumu ve Değerlendirilmesi* Web:<http://www.baskent.edu.tr/~tkaracay/agera/egitim/ortamat.html> adresinden 20 Nisan 2010 ' da alınmıştır.
- Kazıcı, Y.(2008) *Fen Ve Matematik Öğretmen Adaylarının Vektör Uzayları Teorisinde Kavram Yanılgılarının Tespit Edilmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Van.
- King, J. P. (1998). *Matematik Sanatı* (5. Basım). TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları Ankara: Nurel Matbaacılık.
- Kiriş, B. (2008). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerin “nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem” konularında sahip oldukları kavram yanılgıları ve bu yanılgı nedenlerinin belirlenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın.
- Kuran, K. (2002). *Öğretmenlik Mesleğine Giriş. (1.Baskı)*. Ankara: Mikro Yayınları 22, Eğitim Serisi 11, 253-278.
- Küçükahmet, L. (1992). *Öğretim İlke ve Yöntemleri.*(4.Baskı) .Ankara:
- Koçak, M. (2008).<http://www.2.ogu.edu.tr//mkocak/> Eskişehir Osmangazi üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Ve Bilgisayar Bilimleri

- Köroğlu, H. Tarhan, L. Kesercioğlu, T. Cavaş, B. Keşan, C. Serin, O. Moralı, S. Ceylan, A. Boyacıoğlu, H. ve Balım, A. G. (2000). *The use of computer technology in seventh grade science topics which contain mathematics*. Fifth International Special Education Congress 24-28 July 2000 The University of Manchester, England.
- Küçük, A. ve Demir, B. (2009). İlköğretim 6–8. Sınıflarda Matematik Öğretiminde Karşılaşılan Bazı Kavram Yanılgıları Üzerine Bir Çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112.
- Mamolo, A. (2007). *Infinite magnitude vs. infinite representation: intuitions of 'Infinite Numbers'*. Electronic proceedings for the 10th special Interest group of the mathematical association of America on Research in Undergraduate mathematics education. <http://cresmet.asu.edu/crume2007/papers/mamolo.pdf> adresinden 4 Nisan 2013 de alınmıştır.
- McDonald, M., Mathews, D. Ve Strobel, K. (2000). *Understanding sequences: A tale of two objects*. In E. Dubinsky, A. Schoenfeld, ve J. Kaput, (Eds.), *Research in collegiate mathematics education IV* (pp. 77-102). Providence, RI: American Mathematical Society
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). *T.C. Milli eğitim bakanlığı talim terbiye kurulu Başkanlığı, ortaöğretim matematik (9.10.11 ve 12. sınıflar) dersi öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Moralı S. Köroğlu, H. ve Çelik, A. (2004). *Buca Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmen Adaylarının Soyut Matematik Dersine Yönelik Tutumları ve Rastlanan Kavram Yanılgıları*. Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24(1), 161-175.
- Moss, J. ve Case, R.(1999). Developing Children's Understanding of the Rational Numbers: A New Model and an Experimental Curriculum. *University of Toronto Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 122–147. Canada.
- Nesher, P. (1987). Towards An Instructional Theory: The Role Of Student's Misconceptions. For The Learning Of Mathematics, 7(3), 33-40.
- Öncül, R. (2000), *Eğitim ve Eğitim Bilimleri Sözlüğü*, İstanbul: MEB Yayınları.

- Özçifçi, R. (2007). *Rasyonel sayıların öğretimindeki hatalar ve alınması gereken tedbirler*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Özbellek, G.(2003). *İlköğretim 6. ve 7. Sınıf Düzeyindeki Açık Konusunda Karşılaşılan Kavram Yanılgıları, Eksik Algılamaların Tespiti ve Giderilme Yöntemleri*, Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Özerdem, E.(2007).*Lisans Düzeyinde Analitik Geometri Dersindeki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi Ve Giderilmesine Yönelik Bir Araştırma*, Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Özkaya M. ve İşleyen, T. (2012). Fonksiyonlarla İlgili Bazı Kavram Yanılgıları. *Çankırı Karatekin Üniversitesi. Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi* 3(1), 01-32.
- Pesen, C. (2008). Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 157-168.
- Renyi, A. (1999). *Matematik Üzerine Diyaloglar*. (1.Basım). Ankara: Dost Kitabevi Yayınları.
- Resnick, L.(1983). Mathematics And Science Learning: A New Conception. *Science*, 220, 447-478.
- Riche, R. D. (2000). Strategies for Assisting Students Overcome Their Misconceptions in High School Physics. Memorial University of Newfoundland Education 6390.
- Schmidt, H. J. (1997), Students' Misconceptions' Looking for a Pattern, *Science Education*, 81,123-135.
- Scott, P. H. Asoko, H. M. ve Driver, R. H. (1991). Teaching for conceptual change: A review of strategies. In R. Duit, F. Goldberg. ve H. Niedderer (Eds.), *Research in Physics Learning: Theoretical Issues and Empirical Studies* (pp. 310-329). Kiel, Germany: University of Kiel.
- Sertöz, S. (1999). *Matematiğin Aydınlik Dünyası*. İstanbul: Tübitak Popüler Bilim Kitapları 36

- Sierpinska, A. (1987). Humanities students and epistemological obstacles related to limits. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 371-397.
- Schwarzenberger, R.L.E. ve Tall, D.O. (1978). Conflicts in the learning of real numbers and limits, *Mathematics Teaching*, 8(2), 44-49.
- Strauss, A. ve Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. London: Sage.
- Stewart, J. (2005). *Calculus: Concepts and contexts*. Belmont, CA: Thomson Corporation.
- Şişman, M. ve Acat, M. B. (2003). Öğretmenlik Uygulaması Çalışmalarının Öğretmenlik Mesleğinin Algılanmasındaki Etkisi. *Fırat Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 13(2), 235-250.
- Tall, D. ve Vinner, S. (1981). Concept images and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.
- Tanner, H. ve Jones, S. (2000). *Becoming a successful teacher of Mathematics*. London: Routledge/Falmer.
- Tanrıöğen, A. (2012). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*, Ankara: Anı Yayıncılık.
- Tatar, E. (2006). *İkili işlem ile ilgili öğrenme güçlüklerinin belirlenmesi ve 4MAT yönteminin başarıya etkisi*. Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Erzurum.
- Tatar, E. Okur, M. ve Tuna, A. (2008). Ortaöğretim matematiğinde öğrenme güçlüklerinin saptanması üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(2), 507-516.
- Türk Dil Kurumu. (2010). *Güncel Türkçe Sözlük*. Ankara: TDK.
- Toluk, Z. ve Olkun, S. 2003. *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. , Ankara: Anı Yayıncılık
- Ubuz, B. (1999a), "Genel matematikte (Calculus) öğrenci hataları", *Matematik Dünyası*, 5, 9-11.
- Ubuz, B. (1999b). 10. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Temel Geometri Konularındaki Hataları Ve Kavram Yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 95-104.

- Ülgen, G. (2001). *Kavram geliştirme*. Ankara: Pegem Yayıncılık, 109.
- Ülgen, G.(2004), *Kavram Geliştirme Kuramlar ve Uygulamalar*. Ankara: Nobel Yayıncılık
- Van De Walle, J. A., (1998). *Elementary school mathematics: teaching developmentally*. Longman: New York.
- Yağbasan, R. ve Gülçiçek, Ç.(2003). Fen Öğretiminde Kavram Yanılgılarının Karakteristiklerinin Tanımlanması. *Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dergisi*,13(1), 102-120.
- Yalçınkaya, İ. (2012). *Analiz III (Diziler ve Seriler)*. Konya: Dizgi Ofset.
- Yazgan-Sağ, G ve Argün, Z.(2012) *Ortaöğretim matematik öğretmen adayları seri kavramından ne anlıyorlar?* X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi. Niğde.
- Yenilmez, K. ve Can, S., 2006. Matematik Öğretimi Dersine Yönelik Görüşler. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22, 47–59.
- Yenilmez, K. ve Yaşa, E.(2008) İlköğretim Öğrencilerinin Geometrideki Kavram Yanılgıları. *Uludağ üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dergisi XXI (2), 461-48*.
- Yetkin, E. (2003). Student Difficulties In Learning Elementary Mathematics. *ERIC Digest, ERIC Clearinghouse for Science Mathematics and Environmental Education*
- Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel Düşünme*, (3. Basım). İstanbul: Remzi Kitapevi.
- Zembat, İ.Ö. (2008). Kavram yanılgısı nedir? Özmentar M.F., Bingölbali E.ve Akkoç H. (Editörler). *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi. 41-60.