T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL DÜŞÜNME BİÇİMLERİ İLE ÖĞRETMEN VE ÖĞRETMEN ADAYLARININ BU KONUDAKİ GÖRÜŞLERİNİN İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

Ebru KÜKEY

MALATYA-2018

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL DÜŞÜNME BİÇİMLERİ İLE ÖĞRETMEN VE ÖĞRETMEN ADAYLARININ BU KONUDAKİ GÖRÜŞLERİNİN İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

Ebru KÜKEY

Danışman: Prof. Dr. Recep ASLANER

MALATYA-2018

T.C.

İnönü Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Ebru KÜKEY tarafından hazırlanan "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Biçimleri ile Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Bu Konudaki Görüşlerinin İncelenmesi" başlıklı bu çalışma, 11.05.2018 tarihinde yapılan sınav sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

		İmza
Başkan:	Prof. Dr. Murat ALTUN	....
Üye (Tez Danışmanı):	Prof. Dr. Recep ASLANER	....
Üye :	Prof. Dr. Bilal ALTAY	....
Üye :	Dr. Öğr. Üyesi Bahadır KÖKSALAN	....
Üye :	Dr. Öğr. Üyesi Tayfun TUTAK	....

O N A Y

2..../...../201..

Doç. Dr. Niyazi ÖZER

Enstitü Müdürü

ONUR SÖZÜ

Prof. Dr. Recep ASLANER'in danışmanlığında doktora tezi olarak hazırladığım **"Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Biçimleri ile Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Bu Konudaki Görüşlerinin İncelenmesi"** başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün yapıtların hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Ebru KÜKEY

ÖN SÖZ

Araştırmam süresince gerekli yönlendirmeleri yaparak görüş ve düşünceleriyle bana yol gösteren ve her türlü olanağı sağlayan danışman hocam Prof. Dr. Recep ASLANER'e çok teşekkür ediyorum. Tez İzleme Komitesi'nde yer alarak katkılarıyla çalışmamın niteliğinin artmasına yardımcı olan değerli hocalarım Prof. Dr. Bilal ALTAY ve Dr. Öğr. Üyesi Bahadır KÖKSALAN'a teşekkürlerimi sunarım. Tez savunma jürimde bulunarak önerilerini sunan değerli hocalarım Prof. Dr. Murat ALTUN ve Dr. Öğr. Üyesi Tayfun TUTAK'a katkılarından dolayı çok teşekkür ediyorum. Lisans ve lisansüstü eğitimim boyunca daima bana destek olan ve her türlü konuda yardımlarını gördüğüm değerli hocalarıma, ayrıca çalışmam süresince her türlü konuda bana destek olan değerli arkadaşlarıma sonsuz teşekkür ederim.

Hayatımda aldığım kararları her zaman destekleyerek yanımda olan, maddi ve manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, canım annem ve babama, sevgili kardeşlerim Hilal ve Ahmet'e teşekkürlerimin en özelini sunarım.

Son olarak lisansüstü eğitimim süresince beni maddi olarak destekleyen **TÜBİTAK**'a teşekkürü bir borç bilirim.

Ebru KÜKEY
Malatya, 2018

ÖZET

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL DÜŞÜNME BİÇİMLERİ İLE ÖĞRETMEN VE ÖĞRETMEN ADAYLARININ BU KONUDAKİ GÖRÜŞLERİNİN İNCELENMESİ

KÜKEY, Ebru

Doktora, İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Recep ASLANER

Mayıs-2018, XX+289

Bu çalışma, ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme biçimleri ile matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini tahmin etmeye yönelik görüşlerini incelemek amacıyla yapılmıştır. Araştırma, derinlemesine ve ayrıntılı bir şekilde incelemeye dayalı olduğundan nitel araştırma desenlerinden durum çalışması olarak tasarlanmıştır. Çalışma grubu oluşturulurken maksimum çeşitlilik örneklemesi doğrultusunda, çalışmada taraf olabilecek bütün grupların temsil edilmesine dikkat edilmiştir. Bu kapsamda öncelikle, 96 ortaokul öğrencisi ile çalışma yürütülmüş, daha sonra ilköğretim matematik öğretmenliği programının 1, 2, 3 ve 4. sınıflarında okuyan 6'şar matematik öğretmen adayı ve 6 ortaokul matematik öğretmeni ile çalışma gerçekleştirilmiştir. Araştırmada, ortaokul öğrencileriyle birlikte matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünme biçimlerini ve tahminlerini belirleyebilmek amacıyla, her biri matematiksel düşünmenin bir alt boyutuyla ilgili olan 4 tane rutin olmayan problem kullanılmıştır. Problemlere yönelik ayrıntılı çözümler,

yazılı doküman olarak elde edilmiştir. Bunun yanında matematik öğretmen ve öğretmen adaylarıyla problemler üzerine yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler, görüşme formundan faydalanılarak gerçekleştirilmiştir. Burada ise veriler ses kaydı alınarak elde edilmiş ve daha sonra verilerin yazılı dökümü yapılmıştır. Görüşmeler yapılırken araştırmacının gözlem notları da ayrı şekilde toplanarak veri kaynağı olarak incelenmiştir. Ortaokul öğrencileri ile matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünmelerini ayrıntılı bir şekilde incelemek amacıyla yapılan bu çalışmada, nitel analiz yöntemlerinden içerik analizi kullanılmıştır.

Araştırma sonucunda matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma bileşeni kapsamında ortaokul öğrencilerinin, bütün olasılıklara ulaşmadan sadece birkaç örnek vererek problemin çözümünü tamamladıkları görülmüştür. Benzer şekilde özelleştirme probleminde de öğrencilerin genel olarak belirli değerler verip problemin çözümüne ulaşmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Varsayımda bulunma ve özelleştirme problemleri kapsamında öğretmen ve öğretmen adaylarının, öğrencilerin kullandıkları stratejileri yeterli düzeyde tahmin edemedikleri belirlenmiştir. Doğrulama ve ikna etme bileşeni kapsamındaki problemde, öğrencilerin az bir bölümünün farklı durumları uygulamaya çalıştığı görülse de büyük çoğunluğunun daha önce öğrenmiş oldukları formülleri uygulamaya çalıştıkları sonucu elde edilmiştir. Öğretmen ve öğretmen adaylarının doğrulama ve ikna etme bileşenine yönelik tahminleri incelendiğinde, öğretmen adaylarının öğrencilerin belirtmiş oldukları çözüm biçimlerini öğretmenlere göre fazla olarak ifade ettikleri sonucuna ulaşılmıştır. Genelleme problemine yönelik olarak ise öğrencilerin 5 çözüm stratejisini kullandıkları belirlenmiştir. Öğretmen ve öğretmen adaylarının tahminleri araştırıldığında öğretmenlerin en az, 1. sınıf öğretmen adaylarının ise en fazla yorumda bulundukları sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmen adaylarının teorik bilgilerinin, öğretmenlere göre yeterli düzeyde olduğu görülürken uygulamada ise öğretmenlerin daha başarılı olduğu tespit edilmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda, öğretmenlerin meslekleri süresince ve öğretmen adaylarının lisans eğitimine başlamalarıyla birlikte, öğrencilerin düşünme biçimlerini tahmin etmeye yönelik çeşitli etkinliklerin yapılmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

Anahtar Sözcükler: Matematiksel Düşünme, Varsayımda Bulunma, Özelleştirme, Doğrulama ve İkna Etme, Genelleme, Rutin Olmayan Problemler, Problem Çözme, Ortaokul Öğrencileri, Öğretmen Adayı, Matematik Öğretmeni.

ABSTRACT

AN INVESTIGATION OF MATHEMATICAL THINKING STYLES OF MIDDLE SCHOOL STUDENTS WITH THE OPINIONS OF TEACHERS AND PRE-SERVICE TEACHERS ON THIS SUBJECT

KÜKEY, Ebru

PhD., Inonu University, Institute of Educational Sciences
Department of Math Education

Advisor: Prof. Dr. Recep ASLANER

May-2018, XX+289

The present study was conducted to investigate the views of mathematics teachers and pre-service teachers on the prediction of mathematical thinking skills of middle school students. In this process, types of mathematical thinking of middle school students were also investigated. The study is designed as a case study, a qualitative research design, based on an in-depth and detailed analysis. The study group was selected to represent all groups that could be participants in the study with maximum variation sampling method. Thus, the study was initially conducted with 96 middle students. Then, the study was conducted with 6 first, second, third and fourth pre-service mathematics teachers attending primary education mathematics teaching department and 6 middle school mathematics teachers. In the study, four non-routine problems, each related to a mathematical thinking sub-dimension, were used in order to determine the mathematical thinking types and predictions of mathematics teachers, pre-service teachers and middle school students. Detailed solutions to the problems were obtained as written documents. Furthermore, semi-structured interviews on

problems were conducted with mathematics teachers and pre-service teachers using an interview form. The interview data was obtained as audio recordings, and these recordings were then transcribed. During the interviews, the researcher's observation notes were also collected separately and examined. In the present study, conducted to investigate mathematical thinking of middle school students, mathematics teachers and pre-service teachers in detail, content analysis, a qualitative analysis method, was utilized.

In the study, it was determined that the middle school students completed the solution of the problem without considering all possible solutions and only providing a few examples in the assumption component of mathematical thinking. Similarly, in the problem of customization, it was determined that the students generally attempted to solve the problem by assigning certain values. In the scope of assumption and customization problems, it was observed that teachers and pre-service teachers could not predict the strategies used by the students adequately. In the problem of verification and persuasion component, although it was observed that a small percentage of the students attempted to apply different cases, majority of the students attempted to apply previously learned formulas. When the predictions of teachers and pre-service teachers on verification and persuasion component are examined, it was concluded that pre-service teachers expressed the solution methods stated by the students more when compared to the teachers. About the generalization problem, it was determined that the students used the 5 solution strategies. Analysis of the predictions of teachers and pre-service teachers demonstrated that the teachers commented the least and first pre-service teachers commented the most. It was found that the theoretical knowledge levels of pre-service teachers were adequate when compared to teachers, while in practice, the teachers were more successful. Recommendations were made based on the study results. As a result of research, it is thought that it would be useful to perform various activities in order to predict the mathematical thinking styles of the students during the professions of the teachers and during their undergraduate education.

Keywords: Mathematical Thinking, Assumption, Customization, Verification and Persuasion, Generalization, Non-routine Problems, Problem Solving, Middle School Students, Pre-service Teacher, Mathematics Teacher.

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

KISALTMALAR LİSTESİ

MEB **:** Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM **:** National Council of Teachers of Mathematics

TDK **:** Türk Dil Kurumu

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

Gelişen dünyada toplumların ilerlemesi, yaşam boyu öğrenme ile birlikte karşılaşılan olaylar arasındaki bağlantıları kurarak çözebilen bireylerle sağlanabilmektedir. Bireyleri bu amaçlar doğrultusunda yetiştirmek de eğitici konumunda olan kişilerin yeterli donanımda yetiştirilerek geleceğin nesillerini analitik düşünebilen, olaylara çözümler üretebilen, bağlantılar kurabilen bireyler olarak geleceğe hazırlamalarıyla mümkün olacağı düşünülmektedir. Bu şekilde geleceğe daha sağlam adımlarla gidebilen toplumların hazırlanması ve her konuda insanlığa faydalı nesillerin yetiştirilmesi sağlanabilir.

Dünyada bilginin önemi hızla artmakta, bununla birlikte "bilgi" kavramı ve "bilim" anlayışı da değişmekte, teknoloji ilerlemekte, demokrasi ve yönetim kavramları farklılaşmaktadır. Tüm bu değişimlere ayak uydurabilmek için toplumların bireylerden beklediği beceriler değişirken, her alanda olduğu gibi eğitim alanında da değişim gerekmektedir (MEB, 2009a). Bu değişimler çerçevesinde öğrencilerin öğrendikleri bilgileri yaşam şartlarını kolaylaştıracak şekilde kullanmaları büyük önem kazanmaktadır.

Günümüz toplumları, yaşam boyu öğrenme becerilerine sahip; başka bir deyişle sürekli olarak bilgisini yenileyebilen, değişime ayak uydurabilen, gelişmeleri takip edebilen ve bilinçli bir bilgi tüketicisi olmanın yanında bilgi üretebilen bireylere gereksinim duymaktadır (Akkoyunlu ve Kurbanoğlu, 2003). Bu çerçevede; bugünün insanları hızlı düşünen, yaratıcı, neyi öğrenmesi gerektiğini ayırt edebilen, nasıl daha kolay öğrendiğinin farkında olan, yani kendini iyi tanıyan, çok şey bilen değil, ama gereksinim duyduğu bilgiye kolayca ulaşabilen, teknolojiyi kullanabilen bireyler olarak düşünülüyor (Umay, 2004). MEB (2011) Matematik öğretim programında, öğrencilerin;

hızlı değişimlerin olduğu dünyada, öğretim programlarıyla öğrencilerin bugünü ve geleceği anlayabilecek matematiksel bilgi, beceri, tutum ve düşünmelerini geliştirme, karşılaştıkları günlük hayat problemlerini matematiksel akıl yürütme ile çözebilme, matematiği günlük hayat ve diğer derslerle ilişkilendirebilmeleri hedeflenmiştir. Matematiğin özelliklerine bakıldığında ise Matematik dersinin; çocuk ve gençlere günlük hayatın gerektirdiği bilgi ve becerileri kazandırmak, onlara problem çözmeyi öğretmek, olaylarda problem çözme yaklaşımı içinde yer alan düşünme biçimlerini kazandırmak ve geleceğe hazırlamak için gerekli olan araçlardan birisi olduğu görülmektedir (Yıldırım, 2006).

1.1. Problem Durumu

Matematik, düşünmeyi geliştiren önemli araçlardan biri olarak görülmektedir. Bu nedenle, matematik eğitimi, eğitim sürecinin önemli yapı taşlarından birini oluşturmaktadır (Umay, 2003). Matematik öğretim sürecine yönelik olarak belirlenen program ve standartlarda, öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin geliştirilmesinin önemine vurgu yapıldığı görülmektedir. Bu kapsamda NCTM (1989)'de matematik öğretiminin en önemli amaçları arasında karmaşık olan problemleri çözebilme yeteneğini geliştirebilme olarak belirlenmiştir. NCTM (1991) matematik öğretim standartlarında, matematiksel düşünme *"öğrencilere matematiksel düşünme becerisi kazandırmak"* şeklinde ifade edilmiştir. Benzer şekilde NCTM (2000)'de günlük hayatın pek çok alanında matematiği anlama ve kullanma ihtiyacının arttığı, bu nedenle matematiksel düşünme ve problem çözmenin geliştirilmesi gerektiği üzerinde durulmuştur. Ortaöğretim Matematik Dersi programında öğrencilerin, matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirmeyle birlikte matematik terimlerini doğru ve etkili bir şekilde kullanmalarını sağlamak amaçlanmıştır (MEB, 2013). Ayrıca 2017 Matematik Dersi Öğretim Programı genel amaçlarında (MEB, 2017);

> *"Problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecektir.*
>
> *Matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminolojiyi ve dili doğru kullanabilecektir."*

ifadeleri yer almaktadır.

Matematiksel düşünme, herhangi bir konudaki problemlerin çözümüne yardımcı olan ve problemlerin çözümünde matematiksel bilgilerin, kavramların ve süreçlerin doğrudan ya da dolaylı olarak kullanılması olarak düşünülebilir (Henderson ve diğerleri, 2001). Yani matematiksel düşünme, problemlerin çözümünde belirgin olarak veya olmayarak matematiksel yöntem ve tekniklerin kullanılıp uygulanmasıdır (Henderson, 2002). Matematiksel düşünme ve matematiksel düşünme aşamalarının geliştirilmesi problem çözme etkinlikleriyle gerçekleştirilebilir. Problem çözme, matematik öğretim programlarında yer alan temel beceriler arasında yer almaktadır (MEB, 2017). NCTM (1989) problem çözmeyi ilkokul ve matematik öğretim programlarının odağı olarak belirlemiştir.

Bireyler yaşamlarının her aşamasında, karşılaştıkları durumları çözmede farkında olarak veya olmayarak matematiksel düşünmeyi kullanırlar. Yani matematiksel düşünme sadece matematikçilerin değil, günümüzde bütün insanların yaşam boyu kullandıkları bir düşünme biçimidir (Bilitzer, 2003). Gerçek hayat problemlerinin çözümünde, kaçınılmaz olarak kullanılan matematiksel düşünme, matematik eğitiminde önemli bir yere sahiptir, bu nedenle matematik eğitiminin önemli amaçları arasında yer almaktadır (Stacey, 2006).

Matematik eğitiminde öncelikli olarak, problem çözme, akıl yürütme ve iletişim becerileri yer almaktadır. Bu beceriler de matematiksel düşünmenin geliştirilmesinde gerekli olan beceriler olarak kabul edilmektedir (Suzuki, 1998). Aynı zamanda öğretmenlerin derslerde problemleri çözerken; matematiksel bilgi, sezgisel beceriler, akıl yürütme becerileri, matematiğe yönelik olumlu tutum ve inançları gibi özelliklere sahip olmaları gerekmektedir. Bu özelliklerden matematiksel bilgi, sezgisel beceriler ve akıl yürütme becerileri matematiksel düşünmenin en önemli özelliklerini oluşturmaktadır (Stacey, 2006).

Problem çözme uygulamalarıyla, öğrencilerin matematiksel bilgiyi kullanma, hipotez oluşturma, test etme, bulunan sonuçların doğruluğunu kontrol etme, farklı çözüm yolları bulma, soyutlama ve ikna etme gibi becerileri gelişir (MEB, 2009a). Bu aşamada, rutin olmayan problemler oldukça önemli bir yer tutmaktadır. Rutin olmayan problemler, belirli bir formülle çözülmeyen problemlerin çözümünde birden fazla stratejinin kullanılabildiği (De Bock, Verschaffel ve Janssens, 1998), aynı zamanda öğrencinin derste öğrendiğinden daha farklı stratejileri kullanarak matematiksel düşünmenin kullanıldığı problemlerdir (Dunlap, 2001). Bu şekilde alışılmamış problemlerle karşılaşan öğrenciler, problemi parçalama, şekille ifade etme, tahminde bulunma, kontrol etme gibi süreçlerde zorlanmaktadırlar (De Bock, Verschaffel ve Janssens, 1998). Bu aşamaları yaparken çözülen problem, hangi yöntemlerin kullanılacağına karar vermede öğrenciyi matematiksel düşünmeye zorlamaktadır. Bu da problem çözmede öğretmenlerin, öğrencilerin çözüm sonuçlarını değil aynı zamanda çözüm yollarının nasıl olduğunu bilmeleri ve tahmin etmelerini gerekli kılmaktadır (Dunlap, 2001).

Matematiksel düşünme, problemlerin dikkatli bir şekilde çözülmesi, elde edilenlerin deneyimlere aktarılması, düşünülenlerle uygulamalar arasında bağlantı kurulması, problem çözme süreçleri üzerinde uygulamalar yapılması ve matematikle gerçek hayat arasındaki ilişkinin anlaşılmasıyla geliştirilebilir (Keith, 2000). Yani matematiksel düşünme, problem çözme sürecinde problemin cevabının ne olduğundan öte, problemin çeşitli boyutlarıyla ele alınıp incelenmesiyle geliştirilebilir (Ferri, 2003). Matematiksel düşünmenin geliştirilmesiyle bireyi, kendini daha derin anlayışa, bildikleriyle ilgili mantıklı düşünmeye, öğrenmek istedikleriyle ilgili etkili araştırma yapmaya ve kritik değerlendirme yapmaya yönlendirir (Mason, Burton ve Stacey, 1985). Aynı zamanda problemlerle uğraşarak, problem çözme aşamasındaki deneyimleri üzerinde düşünerek, sezgiyle davranışlarını birleştirerek, birbiriyle uyumlu olan aşamaları fark ederek sağlanabilir (Mason, Burton ve Stacey, 1985). Öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirmek bu kadar önemli bir durumken, bu durumu anlamanın da önemli olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin öğrenmelerini geliştirmek, öğrencilerin düşünme ve mantık yürütmelerini anlamakla mümkündür. Öğretmenler öğrencilerin düşündüklerini ne kadar bilirlerse başarı için farklı seçenekler sunabilir (Darling-Hammond, 1994). Benzer şekilde Hughes (2006), matematik öğretiminin etkili bir şekilde yapılabilmesi için, öğretmenlerin, öğrencilerin nasıl öğrendikleri ve nasıl düşündüklerini bilmeleri gerektiğini ifade etmiştir. Bunun yanında öğretmenlerin, öğrencilerin olası çözüm stratejilerini ve nasıl kullandıklarını bilmeleri gerektiğini belirtmiştir.

Öğrencilerin matematiksel düşünmeleri ile ilgili matematiksel davranışları öğretme işinde oldukça önemli bir yerdedir. Bu tür durumların; derslerin planlanması, değerlendirmesi, öğrencilere görev verilmesi, içerikle ilgili öğrencilerle doğrudan etkileşimde bulunması, öğrencilerin sorularını cevaplama ve düzeltmede payı büyüktür (Argün, 2008). Benzer şekilde Hughes (2006), matematik eğitimcilerinin, öğretim esnasında öğrencilerin matematiksel düşünmelerine dikkat etmeleri gerektiğini ve bunlara yönelik olarak eğitimsel kararların alınmasının önemli olduğunu ifade etmiştir. Kaliteli bir öğretim için öğretmenler, alternatif pedagojik yaklaşımlarla ilgili bilgileri öğrenmelerinin yanında öğrencilerinin düşünme biçimlerini bilmelerine oldukça fazla ihtiyaç duymaktadırlar (Hiebert ve Stigler, 2000). Bu nedenle öğretmenleri, matematiksel olarak geliştirmede, örnek olaylar ve öğrenci çalışmaları gibi gerçek durumlar üzerinde çalışmaları sağlamak gerekmektedir (Argün, 2008). Bu çalışmalar aracılığıyla, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme biçimlerini bilmeleri, sınıf içi eğitim ve öğrenci öğrenmelerinde büyük oranda etkili olmaktadır (Fennema ve Franke, 1992; Gardner, 1999).

Matematik öğretiminde uygulamalara yönelik olarak araştırmaların yeterli düzeyde olmaması, derslerde teori ile uygulama arasındaki ilişkinin kurulmamasına ve öğrencilerin matematik öğrenimlerine olumlu katkı sağlanmamasına yol açmaktadır (Ball, 2003). Bu nedenle, matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının, ortaokul öğrencilerin matematiksel düşünmelerini tahmin etmelerinin, verimli bir eğitim öğretim süreci açısından önemli olduğu görülmüş ve bunu ne derecede yapabildikleri araştırılmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Problemleri çözme aşamasında uygulanan belirli bir yol veya yöntem bulunmamaktadır (Santos-Trigo, 1998). Öğrencilerin bir problemi nasıl tanımladıklarını belirlemek, anlamak ve var olan bilgilerini değerlendirmek için öğrencilerin yaptıkları çözümlere yönelik gözlem ya da görüşme yapılmasıyla en iyi çözüme ulaşılabilir. Çünkü matematikte zihin süreçlerini anlamak; ancak kişinin yapmış olduğu aktiviteleri gözlemlemek, problem durumlarını nasıl analiz ettiklerini belirlemek ve hangi stratejileri kullandıklarını tespit etmek ile mümkündür (Czocher, 2013). Bu çalışmada; matematik öğretmenlerinin ve matematik öğretmen adaylarının, ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme yapılarını fark edebilme düzeylerinin araştırılması amaçlanmıştır. Bu kapsamda şu alt amaçlar belirlenmiştir:

1. Ortaokul öğrencileri matematiksel bir problemle karşılaştığında hangi matematiksel düşünme stratejilerini kullanmaktadırlar?
2. Matematik öğretmen adaylarının, ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini fark edebilmeleri ne düzeydedir?
3. Ortaokul matematik öğretmenlerinin, ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini fark edebilmeleri ne düzeydedir?
4. Matematik öğretmen adaylarının ve ortaokul matematik öğretmenlerinin, ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini fark edebilmeleri arasında ne tür farklılıklar vardır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel öğrenmeleri hakkında bilgi sahibi olmaları gerektiği eğitim çevrelerinde kabul edilmekte, bu bilgi ve farkındalığın eğitim öğretim uygulamalarına büyük katkılar sağlayacağı düşünülmektedir (Even ve Tirosh, 2008). Matematiksel kavramların öğrenilmesi sürecinde, öğrencilerin düşüncelerini ifade etme aşamasında öğretmenlerin yönlendirmeleri oldukça önemli bir yere sahiptir (MEB, 2017). Öğretmenler, öğrencilerin öğrenmelerinin yollarını ve öğrenme sürecinde öğrenmeye engel olan durumları bilirlerse, öğrencilerin matematiksel bilgi yapısını, bu bilgi yapısının zihinde nasıl yer aldığını, genellemenin nasıl yapıldığı ve geliştirmek için nelerin yapılabileceği konusunda fikir sahibi olabilirler (Niss, 1999). Bu kapsamda Carpenter, Fennema ve Franke (1996), öğretmen bilgisinin öğrencilerin düşünme biçimlerine yönelik olarak geliştirilmesinin, öğretmenlerin pedagojik bilgilerinin geliştirilmesine olumlu katkı sağlayacağını belirtmişlerdir. Öğrencilerin matematiksel düşünmelerini analiz etmek, öğretmenlerin derslerde uygun kararlar almada ve etkinlikleri geliştirmede oldukça faydalı olmaktadır (Crespo, 2000). Öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini anlamaya çalışmak, derslerin verimli olarak geçmesinin yanında, öğretmenlerin kendi matematiksel bilgi ve öğrenmelerinin de gelişmesini sağlamaktadır (McLeman ve Cavell, 2009).

Öğretmen ve öğrenci eğitiminin birbiriyle sıkı bir ilişki içinde olduğu günümüzde öğrencilerin, günlük yaşamda daha aktif olabilmeleri ve olaylar arasındaki ilişkileri anlayarak, karmaşık durumları basit bir duruma getirmeleri beklenir. Öğrencilerin bu özellikleri kazanmaları için ilkokuldan üniversiteye kadar olan süreçte buna yönelik eğitim almaları büyük önem taşımaktadır. Bu kapsamda öğrencilerin analitik düşünme ve olayları analiz edebilme becerilerinin geliştirilmesi oldukça önemlidir. Matematiksel düşünmenin; var olan fikirleri anlama, düşünceler arasındaki ilişkileri keşfetme ve ilişkilerin dayandıkları temelleri ifade etme (Lutfiyya, 1998) olduğu göz önüne alındığında, öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin geliştirilmesi ve değerlendirilmesi anahtar bir konuma gelmektedir. Burada öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirebilmeleri için öncelikle, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin nasıl analiz edileceği ve değerlendirileceğini bilmeleri gerekmektedir. Bununla beraber geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adayları da, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini değerlendirebilecek bilgiye sahip olmalıdırlar. Öğretmen ve öğretmen adaylarının bu bilgilerinin belirlenmesi ve bu doğrultuda öğretmen eğitiminde yapılacak olan uygulamaların gözden geçirilmesi, daha nitelikli öğretmenlerin yetiştirilmesine olanak sağlayacağı düşünülmektedir.

1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Araştırmada elde edilen veriler, kullanılan ölçme araçları,

2. Belirlenen çalışma grubu ile sınırlıdır.

1.5. Varsayımlar

1. Araştırmada kullanılan problemlerin ortaokul öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini doğru olarak yansıttığı,

2. Araştırmada kullanılan açık uçlu problemlerle ilgili alınan uzman görüşlerinin yeterli olduğu,

3. Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının, veri toplamada ve yorumlamada yeterli olduğu,

4. Çalışma grubunda ortaya çıkabilen ve kontrol altına alınamayan değişkenlerin, çalışmanın sonucunu anlamlı derecede etkilemediği varsayılmıştır.

1.6. Tanımlar

Problem: Amaca ulaşabilmek için yapılacak aşamalardan, en uygun olanının sistemli olarak araştırılmasıdır (Polya, 1973).

Problem Çözme: Belirli bir amaca ulaşabilmek için karşılaşılan zorlukları ortadan kaldırmaya yönelik olarak yapılan çabalardır (Bingham, 1973).

Düşünme: Problem çözme, imgeleme, akıl yürütme, soyutlama ve yargılamanın zihinsel olguların karşılıklı etkileşimiyle oluşan, yeni bir zihinsel temsil sürecidir (Solso, Maclin ve Maclin, 2008). Ayrıca; duyum ve izlenimlerden, tasarımlardan ayrı olarak usun bağımsız ve kendine özgü eylemi; karşılaştırmalar yapma, ayırma, birleştirme, bağlantıları ve biçimleri kavrama yetisidir (TDK, 2018).

Matematiksel Düşünme: Var olan fikirleri anlama, düşünceler arasındaki ilişkileri keşfetme, ilişkilerin dayandıkları temelleri ifade etme ve düşünceleri içeren problemleri çözme becerisidir (Lutfiyya, 1998). Üstesinden geldiğimiz düşüncelerimizi birleştirerek karmaşık yapıları anlamamızı kolaylaştıran dinamik bir süreçtir (Mason, Burton ve Stacey, 2010).

Özelleştirme: Bir problem durumunu anlamak ve açıklayabilmek için sistematik örnekler seçmek ve problemin çözümünde belirlenen örnekleri inceleyerek çözüme ulaşma biçimidir (Burton, 1984).

Genelleme: Öğrencilerin matematiksel düşünme ile problem çözme aşamalarıyla elde ettikleri sonuçları, birkaç örnekten hareketle daha genel durumlarda kullanarak yeniden ifade edilmesi ve genişletilmesidir (Mason, Burton ve Stacey, 1985).

Varsayımda Bulunma: Sonuca ulaşmadan önce belirli sayıda örneğin incelenip, bu örnekler arasındaki ilişkilerin ve örüntülerin belirlenmesi, belirlenen ilişkiler ve örüntülerden yargıya varma sürecidir (Burton, 1984).

Doğrulama ve İkna Etme: Veriler arasındaki ilişkiye dayanarak mantıksal bir çıkarım veya sonucun doğru olduğunu yeterli kanıt gösterip kabul ettirme çabasıdır (Yıldırım, 2014).

İKİNCİ BÖLÜM

KURAMSAL BİLGİLER VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde, araştırmanın konusu ile ilgili kuramsal bilgiye ve bu alanda yapılmış olan ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

2.1. Kuramsal Bilgiler

Bu başlık altında matematik öğretiminde problem çözme, düşünme, matematiksel düşünme ve matematiksel düşünmenin bileşenlerine yönelik kuramsal bilgilere yer verilmiştir.

2.1.1. Matematik ve Matematik Öğretimi

Matematik yalnızca sayıları ve işlemleri öğretmez, aynı zamanda her geçen gün zorlaşan yaşamda, düşünme, olaylar arasında ilişki kurma, tahminde bulunma, akıl yürütme, problem çözme gibi becerileri kazandırarak bireye destek olmaktadır (Umay, 2003). Matematiğin günlük yaşamdaki yerinin oldukça önemli olmasından dolayı matematik, birçok araştırmacı tarafından tanımlanmaya ve açıklanmaya çalışılmıştır. Yapılan tanımlardan bazıları şu şekildedir:

> *“Matematik, insanoğlunun karşılaştığı problemleri çözmek amacıyla kullandığı düşünceler sistemidir (Ardahan, 1990).”*
>
> *“Matematik, insana akıl yürütme alışkanlığı kazandıran bir bilim dalıdır (Başer, 1996).”*
>
> *“Matematik genel olarak cebir, aritmetik ve geometriden oluşan bilim dalıdır (Gözen, 2001).”*
>
> *“Matematik, gerçek dünyanın sınırlılıklarından ve kaçınılmaz hatalarından uzak, sadece insanların istemesinden dolayı hayallerinde olan,*

kavramlarını somut nesneler gibi herkese kabul ettiren, duyarlı, kararlı, tutarlı olan, diğer bilim dallarına göre oldukça kesin, akılcı, renkli ve eğlenceli, bunun yanında estetik olmaya özen gösteren bir sanat veya bilim dalıdır (Umay, 2007).”

“Matematik, düşünme yolu, ilişkilerin ve yapıların çalışması, diziliş ve uyumla açıklanan bir sanattır (Pesen, 2008).”

“Matematikçilere göre, bizi doğruya ve kesin bilgiye götüren düşünme yöntemidir (Yıldırım, 2014).”

“Matematik sayı, şekil, büyüklük ve bunlar arasındaki ilişkiler bilimidir. Bütün insanların kullandığı sembolik dildir. Bilgiyi işleme, bunlardan sonuç çıkarma ve problem çözmenin aktif bir aracıdır. Yakın çevreyi ve dünyayı anlamamıza yardımcı olan, mantıklı düşünmeyi geliştiren sistemdir (Baykul, 2014).”

Yapılan tanımlar incelendiğinde matematiğin; kendine özgü bir dili olduğu ve bu dili bütün insanlığın ortak bir şekilde anlayabildiği, temelde soyut kavramlardan oluştuğu ancak herkes tarafından somut nesneler şeklinde olduğu kabul edildiği görülmektedir. Ayrıca matematik kavramları arasındaki belirli düzen ve örüntüden dolayı da matematiğin akılcı, renkli bir sanat olarak düşünüldüğü belirlenmiştir. Yapılan açıklamalarda görüldüğü gibi matematiğin hayatın her alanında yer almasından dolayı, matematik eğitim ve öğretimi, oldukça önemli bir konuma gelmektedir.

Matematik öğretimi genel olarak, kişiye günlük yaşamda gereken matematiksel bilgi ve becerileri kazandırmak, problem çözmeyi öğretmek ve problemleri çözme aşamaları içinde problemleri anlayabilecek bir düşünme biçimi kazandırmayı amaçlamaktadır (Altun, 2008). Etkili bir matematik öğretimi, öğrencileri güdülemek, onların öğrenmelerini desteklemek, bildiklerinin neler olduğu ve bilmeleri gerekenlerin neler olabileceğini anlamayı ifade etmektedir. Bu kapsamda öğrencilerin karmaşık problemleri çözmeleri, matematiği anlamaları ve etkili bir matematik öğretimiyle mümkündür (NCTM, 2000). Matematik öğretiminin önemi bu şekilde belirtilirken matematik öğretim programının genel amaçları MEB (2017)’de şu şekilde ifade edilmiştir. Öğrenci;

1. Matematiksel okuryazarlık becerilerini geliştirebilecek ve etkin bir şekilde kullanabilecektir.
2. Matematiksel kavramları anlayabilecek, bu kavramları günlük hayatta kullanabilecektir.
3. Problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecektir.
4. Matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminolojiyi ve dili doğru kullanabilecektir.
5. Matematiğin anlam ve dilini kullanarak insan ile nesneler arasındaki ilişkileri ve nesnelerin birbirleriyle ilişkilerini anlamlandırabilecektir.
6. Üstbilişsel bilgi ve becerilerini geliştirebilecek, kendi öğrenme süreçlerini bilinçli biçimde yönetebilecektir.
7. Tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin bir şekilde kullanabilecektir.
8. Kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilecektir.
9. Matematiği öğrenmede deneyimleriyle matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirerek matematiksel problemlere öz güvenli bir yaklaşım geliştirecektir.
10. Sistemli, dikkatli, sabırlı ve sorumlu olma özelliklerini geliştirebilecektir.
11. Araştırma yapma, bilgi üretme ve kullanma becerilerini geliştirebilecektir.
12. Matematiğin sanat ve estetikle ilişkisini fark edebilecektir.
13. Matematiğin insanlığın ortak bir değeri olduğunun bilincinde olarak matematiğe değer verecektir.

Matematik öğretim programının genel amaçları incelendiğinde, öğrencilerin matematiğin genel kavramlarını, dilini ve bilgilerini öğrenmesinin yanında, günlük yaşamda bilinçli bir birey olarak olaylar arasındaki ilişkileri görmelerini sağlamayı, bilgiyi uygulamaya aktarmayı, düşünce yapılarını bu yönde geliştirmeyi vs. hedefleyen bir öğretim programının olduğu görülmektedir. Benzer şekilde Haylock ve Cockburn (2003) da matematik öğretiminin, matematiksel düşünme biçimlerinin öğretilmesi ve geliştirmesine dayalı etkinlikler içermesi gerektiğini vurgulamıştır. Yani okullarda matematik öğretiminin amacının, konuyla ilgili örnekler çözüp onları tekrar etmek olmadığı, gerçek anlamda problem çözme yöntemleri bulup öğrenmek ve bunların ne derecede doğru olduğunu uygulamalı olarak kontrol etmeyi sağlamalıdır (Van De Walle, Karp ve Bay- Williams, 2012).

2.1.2. Problem Çözme

Araştırmacıların pek çoğu problemin matematikte önemli yeri olduğunu ifade edip, ne olduğunu tanımlamaya çalışmışlardır. Bu doğrultuda Polya (1973) problemi, amaca ulaşabilmek için yapılacak aşamalardan, en uygun olanının sistemli olarak araştırılması şeklinde ifade etmiştir. Olkun ve Toluk Uçar (2005), bireyde çözme isteği uyandıran ve çözüm planı bulunmayan, ancak bireyin bilgi ve deneyimlerini kullanarak çözebileceği durumlar olarak tanımlamışlardır. Jonassen (2011) belirsizlik içeren, incelenip çözülmesi gereken durumlar olarak belirtmiştir. Baki (2014), kişiyi karşılaştığında rahatsız eden bir olay karşısında, kendi bilgi ve deneyimi ile çözüm yolu bulma ihtiyacı hissettiği bir durum olarak ifade etmiştir. Schoenfeld (1992) ise problemi, matematikte cevabı bulunması gereken, kafa karıştırıcı ya da çözümü açık bir şekilde kolayca görülemeyen durum olarak tanımlamıştır. Yani en genel anlamıyla, bireyin bir amaca ulaşma yolunda, engeller ile karşılaştığı çatışma durumudur (Morgan, 1995).

Araştırmacıların yapmış oldukları tanımlar incelendiğinde, problemlerin genel olarak öğrencilerin doğrudan sonuca ulaşamadığı ve kafa karıştıran durumlar olduğu, devamında da öğrencide bu durumu çözme isteği uyandırdığı görülmektedir. Altun (2014)’a göre problemler rutin (sıradan) ve rutin olmayan (sıra dışı) problemler şeklinde sınıflandırılabilir.

- Rutin problemler, günlük hayatta sıklıkla karşılaşılan yol-zaman, kar-zarar gibi dört işlem becerisini gerektiren, dört işlem becerilerinin bilinmesi ve doğru bir şekilde uygulanmasıyla çözülebilen problemlerdir. Genellikle gerçek yaşamda karşılaşılan olayların problem haline dönüştürülmüş şekilleridir. Türkçede dört işlem problemi olarak bilinen toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin bir kısmının ya da tümünün doğru olarak kullanılmasıyla problem çözümleri gerçekleştirilebilir (Altun, 2014).

- Rutin olmayan problemler, ilişki, düzen ya da örüntülerin açıklanmasına dayalı olarak oluşturulan problemlerdir. Bu nedenle rutin olmayan problemlerin öğretimi öğrencilerin, olayları inceleme, düzen, örüntü ve ilişki arama eğilimlerini arttırır ve ispat yapabilme düzeylerini geliştirir (Altun, 2014). Bunun yanında öğrencilerin zihinsel yeteneklerini harekete geçirip gerçek düşüncelerinin ortaya çıkarılmasını sağlar (Chapman, 2002). Öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözmesi, matematik uygulamaları arasında en çok istenen ve zaman ayrılan, olmazsa olmaz olarak görülen etkinlik şeklidir (Grossnickle ve Brueckner, 1963; Chapman, 2002, Yazgan, 2002). Aynı zamanda rutin olmayan problemlerle, öğrencilerin dışarıdan gözlenemeyen zihinsel süreçleri ve üst düzey düşünme yetenekleri analiz edilebilir (English, 2007).

NCTM (2000) etkili problemlerin, "*öğrencilerin bulunduğu ortamda oluşan*", "*öğrencilere yeni kavramları öğretmek için ortam hazırlayan*" ve "*öğrencileri strateji geliştirme ve uygulamaları için zorlayan*" nitelikte problemler olduğunu belirtmektedir. Bu nedenle problem çözme, basit işlemleri hatırlama ya da öğrenilmiş süreçleri uygulamadan fazlasını içermekte ve problem çözme becerisi çok uzun bir süreçte gelişmektedir (Lester, 1994).

İnsanlar yaşamı boyunca okulda, çalışma esnasında, günlük hayatta problemlerle karşılaşırlar ve bunları çözmek için uğraşırlar (Blitzer, 2003). Bu nedenle problem çözme, olaylara daha etkili bir şekilde yaklaşabilmek için kilit rol oynamaktadır. Okullarda problem çözmenin öğretilmesi, öğretmenler açısından kişisel, matematiksel ve pedagojik olarak oldukça güç bir durumdur (Burkhardt, 1994). Problem çözmenin önemi bu şekildeyken araştırmacılar problem çözmenin ne olduğu ile ilgili pek çok açıklamada bulunmuşlardır. Bu kapsamda yapılan problem çözme tanımlarından bazıları şu şekilde ifade edilmiştir: Bingham (1973), belli bir amaca ulaşmak için, karşılaşılan zorlukları ortadan kaldırmaya yönelik olarak yapılan çabalar olduğunu belirtmiştir. Mayer (1985)'e göre mevcut problemin çözümüne ulaşabilmek için yürütülen bilişsel etkinliklerdir. Amsel, Langer ve Loutzenhiser (1991), temel becerilerin yeni durumlarda uygulanabilmesi ve kontrolünü gerektiren üst düzey düşünme becerilerini de içeren zihinsel süreç becerisi olarak belirtmiştir. Montague (2008), birçok süreç ve stratejiyi içeren bilişsel karmaşık bir uygulama olduğunu ve sadece doğru sonuca ulaşmayı değil, aynı zamanda geniş süreç ve becerileri kapsayan bir eylem olduğunu ifade etmiştir.

Problem çözme süreci üzerinde en çok kabul gören aşamalandırma, Polya tarafından belirlenen dört aşamalı süreçtir. Bu sürecin aşamaları şu şekilde ifade edilmiştir (Polya 1973):

1. **Problemin anlaşılması:** Problemde nelerin verildiği ve nelerin istendiği açıklanarak özetlenir. Problem, çözen kişinin kendi cümleleriyle ifade edilir.
2. **Çözümle ilgili plan yapılması:** Problemde verilenlerle istenen arasındaki ilişki belirlenmeye çalışılır. Geçmiş deneyimler ve öğrenilen bilgiler ışında nasıl bir yol izleneceği belirlenir. Bu doğrultuda problem çözümü için plan yapılır.
3. **Belirlenen planın uygulanması:** Belirlenen plan, aşamalar halinde uygulanır ve işlemlerin doğruluğuna dikkat edilir.
4. **Çözümün değerlendirilmesi:** Yapılan çözümlerin ne derecede doğru olduğunun yanında çözümün niçin yapıldığının ve çözen kişiye neler kattığının değerlendirmesi yapılır.

Bu aşamaların bilinmesi ve bunlara uygun olarak çalışılması problem çözmeyi kolaylaştırırken çözümü garanti etmemektedir (Altun, 2014). Burada öncelikle problemde ne istenildiği bilinirse sonrasında problemi çözmek için hangi stratejinin seçilmesi gerektiği daha kolay bir şekilde belirlenebilmektedir.

Öğrenciler, problemlerin çözümünde uygun stratejilerini seçerler, aynı zamanda çözüm sürecinde birbirleriyle iletişimde bulunarak istenilen sonuca ulaşırlar (Cai, 2003). Öğrenciler, problemi nasıl çözeceklerini düşünürken, yeni stratejiler belirlemeyi ve bu stratejilerle yeni problemleri çözmeyi öğrenirler. Bu da bir problemin çözümü için tek bir stratejinin bulunmadığını birkaç farklı stratejiyle problemlerin çözülebileceğini göstermektedir (Billstein, Libeskind ve Johnny, 2004).

Problemleri çözerken birbirinden farklı stratejiler kullanılmaktadır. Problem çözme stratejileri, farklı araştırmacılar tarafından sınıflandırılarak problem çözmede hangi stratejilerin kullanılabileceği ifade edilmiştir (Posamentier ve Krulik, 2009; Altun, 2014; Baykul, 2014; Yazgan ve Arslan, 2017). Bu stratejiler, problemin nasıl çözüleceğine yönelik olarak yapılan plan ve örüntüleri ifade etmektedir (Mintzberg, 1994). Baykul (2014) stratejilerin belirlenmesini, problem çözmede başarıya ulaşmak amacıyla kullanılan yollar olarak ifade etmektedir. Problemlerde bir tane strateji kullanılabileceği gibi birden fazla strateji de kullanılabilmektedir (MEB, 2009b). Problem çözme stratejileri çok sayıda olup başlıcaları aşağıda açıklanmıştır.

- **Denklem veya Eşitsizlik Kurma:** Günlük yaşam problemlerinin çözülmesinde denklemlerden ya da eşitsizliklerden faydalanılır. Problem çözme aşamasında bilinmeyen yerine ifadeyi sağlayan değerlerin bulunması gerekir. Aynı zamanda problemler, bir matematiksel cümle ile çözülebileceği gibi birden fazla matematiksel cümleyle de çözülebilir (Baykul, 2014). Ortaokul ve lise öğrencilerinin kullandığı bu strateji, cebirle ilişkili olarak normal program kapsamında öğrenilip öğrencilerin en iyi kullandığı stratejiler arasındadır (Yazgan ve Arslan, 2017).

- **Tahmin ve Kontrol Etme:** Bu strateji problemde verilen bilgilerin, çözümü bulmak için kesin olmadığı durumlarda kullanılmaktadır. Problemin cevabı doğrultusunda tahmin yürütülür ve yapılan tahminin istenen olup olmadığı incelenir. Eğer istenen elde edilmişse cevap bulunmuş olur, aksi bir durumda ikinci tahmine geçilir. Cevap bulunana kadar bu süreç devam eder (Altun, 2014). Başarısız olan bir tahmin, bireyi daha iyi bir tahmine götürebilir ve bu şekilde problemi daha iyi anlamasını ve çözüm üretmesini sağlayabilir (Baykul, 2014). Bunun yanında öğrencilere uygun çalışma becerilerinin kazandırılmasına, öğrencilerin probleme odaklanmasına ve temel becerilerle uygulamalar yapmasına olanak sağlamaktadır (Kalman, 2004). Genellikle elde edilen tahminler için bir liste ya da tablo kullanılır (Posamentier ve Krulik, 2009).

- **Şekil veya Diyagram Çizme:** Problem çözerken verileri destekleyen çizimlerin kullanılmasını içermektedir (Yazgan ve Arslan, 2017). Çözüm sürecinde şekil çizme, problemin anlaşılmasını kolaylaştırdığı ve veriler arasındaki ilişkiyi görmeyi sağladığı için problem çözmede fayda sağlar (Gojak, 2011; Baykul, 2014). Bu strateji tek başına kullanılabileceği gibi başka stratejilerle birlikte de kullanılabilmektedir (Altun, 2014).

- **Tablo Yapma:** Bazı problemlerin çözümünde, verilenleri ya da çözüm aşamasında elde edilen bilgileri tablo halinde düzenlemek, veriler arasındaki ilişkinin görülebilmesini kolaylaştırmaktadır. Bu şekilde, sonuçların bulunması için gerekli kural bulunur ve problem çözülür. Tablo yapılmadığı zaman, sadece özel çözümlerin incelenmesi problemin yanlış çözülmesine sebep olabilir (Altun, 2014). Yani bu stratejiyle, problemdeki bağıntıyı ortaya çıkarıp eksik olan bilgiyi belirlemek amacıyla verilerden bir tablo yapmak hedeflenmektedir (Yazgan ve Arslan, 2017).

- **Rol Yapma:** İlkokul ve ortaokul öğrencileri, özellikle 3 ve 4. sınıf öğrencileri için oldukça uygun bir stratejidir (Posamentier ve Krulik, 2009). Karşılaşılan bir problemde, verilen durumun gerçek bir olaymış gibi yerine getirilmesidir. Problemde verilen durum istenildiği şekilde yerine getirildiğinde problem çözülmüş olmaktadır. Bu strateji dramatizasyonla karıştırılmamalıdır. Dramatizasyonda problem çözülmeyebilir, ancak rol yapmada problem çözülmektedir (Baykul, 2014).

- **Model Kullanma:** Nesneler, nesnelerin benzerleri ve pek çok şekil, matematikte model olarak kullanılabilmektedir. Örneğin, tahtadan, kilden, kartondan malzemelerle çeşitli prizmalar, silindirler, düzlem üzerine çizilmiş üçgenler, herhangi bir dörtgensel şekil, bloklar model olarak kullanılabilmektedir. Modeller aracılığıyla problemler somut hale getirilebildiğinden dolayı çok kullanılmaktadır. Rutin olmayan problemlerin yanında rutin problemlerin çözümünde de kullanılabilmektedir (Baykul, 2014).

- **Sistematik Liste Yapma:** Bazı problemlerin çözülmesi bütün durumların bilinmesini gerektirir. Böyle durumlarda dikkatli bir sırayla liste yapılması çözümü kolaylaştırmaktadır (Altun, 2014). Hazırlanan listeler, saymanın yanında elde edilen verilerin hepsinin dikkate alınmasına da katkı sağlamaktadır (Baykul, 2014). Burada önemli olan öğrencilerin listeleri hazırlayabilmeleri için sık ve tekrar eden durumlarla ilgili bilgi sahibi olmaları gerektiğidir (Muckerheide, Mogill ve Mogill, 1999).

- **Geriye Doğru Çalışma:** Matematiksel öğretimde öğrencilere, probleme giriş bölümünden başlamaları ve eylemleri adım adım yapmaları öğretilmektedir. Ancak bu strateji, ters yönde yapılmaktadır. Öğrenciler, problemin son kısmından başlayarak başlangıçtaki eylemleri elde etmek için koşulları geriye doğru hareket ettirmektedirler. Bu şekilde matematiksel işlemleri tersine çevirerek çözüme ulaşmaya çalışmaktadırlar (Posamentier ve Krulik, 2009).

- **Mantıksal Akıl Yürütme:** Akıl yürütmeye problem çözmenin her aşamasında başvurulmaktadır. Akıl yürütme "*böyle ise şöyle olur, şu sonuç çıkar*" anlamında kullanılmaktadır. Problem çözmede akıl yürütme, bağıntıların ve ilişkilerin ortaya çıkarılmasında oldukça etkilidir (Baykul, 2014). Yapılan bir çıkarım, diğer bir çıkarımın yapılmasına olanak tanır ve süreç bu şekilde devam eder. Yani yapılan bir çıkarım diğer bir çıkarıma yol açar (Posamentier ve Krulik, 2009).

- **Problemi Basitleştirme:** Bazı problemlerin karmaşık ya da verilerin çok büyük olması zor gibi görülmesine neden olmaktadır. Bu tür durumlarda aynı problemin daha basit veya daha küçük sayılardan olan örneklerinin incelenmesi faydalı olacaktır. Yani burada daha basit örnekler çözerek mevcut problemin çözüm yolunu keşfetmek, problemin çözümünü mümkün olan en küçük sayılarla incelemek, sonrasında sayıları giderek büyütmeyle problem çözümünü genelleyerek bulmak hedeflenmektedir (Yazgan ve Arslan, 2017). Yani, bu stratejideki temel amaç, problemin aslının nasıl çözülebileceğine yönelik olarak fikir elde etmektir (Moursund, 2007).

- **Bilinenleri Eleştirici Biçimde İnceleme:** Problemler her zaman düzenli bir biçimde karşımıza çıkmaz, çoğu zaman eldeki verilerden gerekli olanlar seçilerek problemin çözümü gerçekleştirilir. Bazen de çözüm için gerekli verilerin toplanması gerekmektedir. Yani karşılaşılan problemlerde gereksiz bilgiler ya da eksik bilgiler bulunabilmektedir. Bu nedenle problemlerin eleştirici bir biçimde incelenmesi ve problem çözümü için gerekli verilerin seçilerek elde edilmesi gerekmektedir (Baykul, 2014).

- **Bağıntı Bulma:** Bazı problemlerin özel çözümleri sıralandığında aritmetik, geometrik veya daha değişik diziler olduğu görülür. Bu şekildeki problemlerin çözümüne ulaşabilmek, terimlerin hangi kurala göre oluştuğunu görmekle sağlanabilmektedir (Altun, 2014). Problemlerdeki bağıntıların bulunması bazen oldukça kolay olabilirken bazen de zor olabilmektedir. Öğrencilerin bağıntıları bulmalarının en iyi yolu, farklı problemlerdeki bağıntıları görmeye yönelik alıştırma yapılmasıdır (Posamentier ve Krulik, 2009).

- **Eleme:** Bazı problemler, birçok seçeneğin denenip, işe yaramayanların elenmesiyle çözülebilmektedir. Denemeler rastgele olmayıp çözüme ulaşacak şekilde yapılmalıdır. Uygun olmayan denemeler ayrı bir yerde listelenmeli ve tekrar edilmemelidir (Altun, 2014).

- **Farklı Bir Bakış Açısı Benimseme:** Eğer bir probleme farklı bir bakış açısı ile yaklaşılırsa, problem daha etkili ve ilginç bir şekilde çözülebilir. Yani problemi doğrudan açık bir şekilde düşünmek yerine farklı bir bakış açısı ile çözmek için uğraşmak daha hızlı ve etkili sonuçlar verebilir. Bu şekilde çözmek ilginç akıl yürütmeleri ortaya çıkarabilir (Posamentier ve Krulik, 2009).

2.1.3. Düşünme

Düşünme analiz etme, tanımlama, biçimlendirme, varsayımda bulunma, ispatlama ve genelleme gibi süreçlerden oluşmaktadır (Dreyfus, 1990). Bu aşamalar öğrencilerin zihinsel süreçleri açısından oldukça önemlidir. Bu nedenle araştırmacılar düşünmenin verimini arttırabilmek için düşünmenin tanımı ve süreci üzerinde çeşitli açıklamalar yapmışlardır. Hazlitt (1920)'e göre, belirli bir amacı gerçekleştirmek, sonucu görebilmek ve verilen problemi çözebilmektir. Baron (2000), ihtimallerin, olası eylemlerin, inançların ve kişisel amaçların bulunması ve ihtimaller arasında seçim yapmak olarak tanımlamıştır. Ruggerio (2004), genel olarak bireylerin üzerinde belirli kontrole sahip oldukları zihinsel aktiviteler olarak ifade etmiştir. Özden (2011), eldeki bilgilerden farklı bilgilere ulaşma veya eldeki bilgilerin ötesine geçme olarak tanımlamıştır. Yıldırım (2014), hangi konuda ve ne düzeyde olursa olsun bir sorun ya da problemi çözme etkinliği şeklinde açıklamıştır. Solso, Maclin ve Maclin (2008), problem çözme, akıl yürütme, soyutlama, imgeleme ve değerlendirmenin zihinsel özelliklerinin karşılıklı etkileşimiyle oluşmuş, yeni bir zihinsel temsil süreci, bilginin işlendiği zihinsel süreç olarak ifade etmiştir. Rogoff (1990), işlevsel, aktif ve belirli bir hedefi olan eylem olarak tanımlamıştır. TDK (2018), duyum ve izlenimlerden, tasarımlardan ayrı olarak usun bağımsız ve kendine özgü eylemi; karşılaştırmalar yapma, ayırma, birleştirme, bağlantıları ve biçimleri kavrama yetisi olarak tanımlamıştır. Yapılan tanımlar dikkate alındığında düşünmenin, süreç sonunda elde edilen verilerden çok, verilerin nasıl elde edildiği ve süreç boyunca nelerin kullanıldığı olarak ifade edildiği görülmektedir. Vurgulanan temel noktanın düşünme süreci olduğu belirlenmiştir. Doğan (2010) ise düşünmenin tanımı üzerinde iki noktaya vurgu yapmıştır. Düşünmeyi ürün veya sonuç olarak tanımlayanların yanında düşünmeyi süreç olarak tanımlayanların da olduğunu belirtmiştir.

Mayer (1992), düşünmenin tanımı içerisinde 3 temel özelliğe dikkat çekmiştir. Bunlar;

1. Düşünme bilişseldir ve davranışlar aracılığıyla ortaya çıkarılır. Zihinsel ya da bilişsel süreç içerinde gerçekleşir ve dolaylı bir şekilde anlaşılır.
2. Düşünme, bilişsel sistemde var olan bilgiler üzerinde gerçekleşen işlemlerin manipülasyonunu içerir.
3. Düşünme yönlendirilir, problemi çözen davranışla sonuçlanır veya çözüme yöneliktir.

Düşünme süreci, bilinçli olarak en çok kullanıldığı alanlar şu şekilde ifade edilmiştir (Cüceloğlu, 1997):

- Bir problemi çözmek
- Belirli amaçlara ulaşmak
- Bilgi ve olayları anlamlı hale getirmek
- Karşılaşılan bireyleri daha iyi tanımak

Düşünme, insanoğlunun temel özelliklerinden biridir. Bilinçli her insan, düşünme faaliyetlerinde bulunmaktadır. İnsanlar yaşadıkları süreçte problem çözme, karar verme, olayları açıklama, değerlendirme, tahminde bulunma gibi süreçleri gerçekleştirmektedirler (Hughes ve Lavery, 2004). Bu şekilde problemlerin çözümü için ayrı bir düşüncenin oluşumu gerekmektedir. Yani problem çözmenin olduğu bütün durumlarda düşünmenin gerçekleştiği ifade edilebilir (Goldman, 2002). Rogoff (1990) da aynı şekilde düşünme ile problem çözmeyi aynı bağlamda açıklamaktadır. Yani problem çözme düşünmenin aktif olan doğasını vurgulamakta ve insanlar sadece algıları ve becerileri kazanmak yerine, keşfetmekte ve problem çözmekteler.

Düşünme muhakeme, eleştirme, problem çözme gibi zihinsel süreçleri içerip, kavram ve olaylar arasında ilişkiler kurarak sonuç çıkarmaya dayanmaktadır. Yapılan farklı açıklamalara göre düşünme, bir problem ile başlamakta ve süreç boyunca problem çözümü birey için amaca dönüşüp bireyi düşünmeye yönlendirmektedir. Bu şekilde problemle birlikte ortaya çıkan düşünme süreci oluşmaktadır (Kalaycı, 2001). MEB (2013), düşünmenin önemini, soyutlama, genelleme, modelleme ve problem çözme etkinlikleri (ve genel olarak sınıf içi iletişim) boyunca öğrenciye sunulacak destek, doğrudan hazır bilgiyi sunan, doğruyu veya yanlışı dayatmaya çalışan bir anlayışla değil, ipuçları verme veya öğrenciyi düşünmeye yönlendirecek yardımlar şeklinde ifade etmiştir. Düşünme becerisi, sadece insanın karşılaştığı durumlarda göstermiş olduğu performanslar değil, aynı zamanda mevcut durumu başka durumlarda uygulayabilmesidir (McKendree, Small ve Stenning, 2002).

2.1.4. Matematiksel Düşünme

Üst düzey düşünme becerilerine dayalı olan matematiksel düşünmede, matematikçilerin teoremleri nasıl ispatladıklarını anlamanın yerine ispatın yapılması için nasıl tahminde bulunduklarını anlamak çok daha önemlidir (Polya, 1973). Yani matematiksel düşünme matematiğin konusu olmayıp belirli bir süreci kapsamaktadır (Keith, 2000). Matematiksel düşünme genelleme, varsayımda bulunma, tahmin etme, muhakeme, ispatlama ile yeni bilgilere ulaşılmasını sağladığından diğer düşünmelerden ayrılmaktadır (Alkan ve Bukova Güzel, 2005). Matematiksel düşünmenin diğer düşünmelerden ayrılan yönleri ve özelliklerini açıklamaya yönelik çeşitli araştırmalar yapılmaktadır.

Araştırmalarda matematiksel düşünmeyle ilgili yapılan tanımlardan bazıları şu şekildedir.

"Olayları araştırma, elde edilenler üzerinde denemeler yapma, tahminde bulunma, hipotez kurup test etme, veri toplayıp analiz etme *sürecidir (Polya, 1973)."*

"İspatlama, soyutlama ve hipotezler doğrultusunda muhakeme yapabilmedir (Dreyfus, 1990)."

"Öğrenmenin, matematiksel bakış açısını geliştirmektir (Schoenfeld, 1994)."

"Bireyin düşünce dünyasını genişleten, karmaşık fikirler arasındaki ilişkileri görme becerilerini arttıran dinamik bir süreçtir (Keith, 2000)."

"İnsanların günlük hayatta karşılaştıkları olaylara sistematik, doğru ve çabuk yaklaşmalarıdır (Sevgen, 2002)."

"Problem çözümünde doğrudan ya da dolaylı olarak matematiksel *yöntem, kavram ve süreçlerin uygulanmasıdır (Henderson, 2002)."*

"Tahmin etme, betimleme, tümevarım, tümdengelim, genelleme, örnekleme, doğrulama gibi karmaşık süreçlerin birleşimidir (Liu, 2003)."

"Tahmin etme, tümevarım, tümdengelim, genelleme, analoji, *doğrulama ve muhakeme etmeyi içeren karmaşık süreçlerin birleşimidir (Liu ve Niess, 2006)."*

"Bir sorun veya problemi çözme aşamasında doğruya ulaşma çabasıdır (Yıldırım, 2014)."

"Üstesinden gelinen düşünceleri birleştirerek karmaşık yapıları anlamayı kolaylaştıran dinamik bir süreçtir (Mason, Burton ve Stacey, 2010)."

Matematiksel düşünme için yapılan tanımlar göz önüne alındığında, tanımlarda ortak olarak matematiksel düşünmenin bir süreç olduğu vurgulanmaktadır. Süreç aşamasında, belirli bir yöntem çerçevesinde hareket etme ve muhakemeyle çözüme ulaşılacağı sonucuna varıldığı görülmektedir. Bunun yanında Lutfiyya (1998) matematiksel düşünmenin net bir tanımının yapılamayacağını ifade ederek, farklı araştırmacılar tarafından genel olarak matematiksel düşünmenin tahmin etme, problem çözme, tümevarımsal ve tümdengelimsel düşünme, ispatlama gibi özelliklerini kapsayan açıklamalar yapıldığını belirtmiştir. Ayrıca Mason, Burton ve Stacey (2010), yapılan tanımlardan bazılarının problem çözme sürecinde, özgül problemlerin çözümünde kullanılan bilişsel sürece odaklanıldığını, Tall (2002) ise bazı tanımların doğrudan matematiksel kavramların anlaşılması aşamasındaki gelişime dayalı açıklamalar olduğunu belirtmiştir. Burton (1984) matematiksel düşünmenin, matematik konularından ayrı olarak, matematiksel dinamik, süreç ve işlemlerin fonksiyonunu düşünme biçimi olduğunu ifade etmiştir.

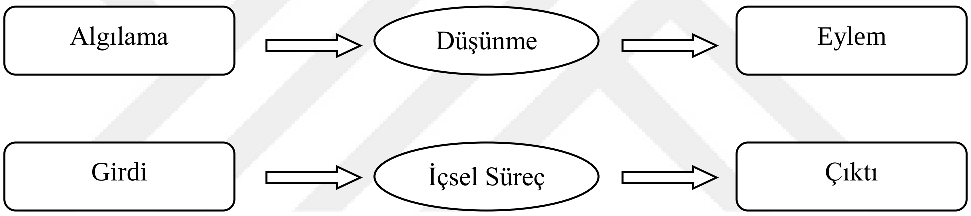
Bir problem ile karşılaşıldığında, problemin cevabını bulmaktansa problemin çeşitli boyutlarla ele alınıp incelenmesi matematiksel düşünmeyi gerektirmektedir (Ferri, 2003). Matematiksel düşünme, problemlerin çözüm aşamasında matematiksel teknik, kavram ve süreçlerin doğrudan ya da dolaylı olarak kullanımını içermektedir (Henderson, 2002). Bu bağlamda matematiksel düşünme becerisi, problemle uğraşma, uğraşma sırasında kazanılan deneyimler üzerinde düşünme, problem tasarlama süreci üzerinde çalışma gibi çeşitli etkinliklerle geliştirilebilir (Hacısalihoğlu, Mirasyedioğlu ve Akpınar, 2003). Benzer şekilde Keith (2000) de matematiksel düşünmenin problemlerin dikkatli bir şekilde çözülmesi, elde edilenlerin deneyimlere aktarılarak düşünme ile hareketler arasında bağlantıların kurulması, problem çözme süreci üzerinde çalışılması ve matematiğin gerçek yaşamlar arasındaki ilişkisinin anlaşılmasıyla geliştirilebileceğini ifade etmiştir. Matematiksel düşünmenin geliştirilmesi, eğitim sistemlerin ileri eğitim sistemleri ile uyum sağlamasında temel noktayı oluşturmaktadır (Mubark, 2005). Bu nedenle literatürde matematiksel düşünmenin nasıl geliştirileceğine yönelik olan önerilerin dikkate alınmasıyla hem eğitim sistemlerinin geliştirilmesi hem de öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin geliştirilmesi sağlanabilir.

Mason, Burton ve Stacey (2010) matematiksel düşünmenin geliştirilmesi için bazı varsayımları belirlemişlerdir. Bu varsayımlar şu şekildedir:

1. Herkes matematiksel olarak düşünebilir.
2. Matematiksel düşünme, farklı problemler üzerinde uygulama yapılarak ve problem çözümündeki zorluklarla uğraşarak geliştirilebilir.
3. Matematiksel düşünme, ilginç, beklenmedik, zıtlık oluşturan durumlarda ortaya çıkar.
4. Matematiksel düşünme, çabalama, sorgulama ve derinlemesine düşünme ile desteklenebilir.
5. Matematiksel düşünme, bireyin içinde bulunduğu çevreyi ve dünyayı anlamasına yardımcı olur.

Matematiksel düşünme verileri, nesneleri ve durumları matematiksel mantıkla değerlendirmeyle elde edilebilir. Bu nedenle matematiksel düşünme bir süreci ifade eder. Bu sürecin girdilerini, düşünen birey, sorun, soruna dayalı veriler ve verileri yorumlama yöntemi oluşturmaktadır. Süreçteki girdiler niteliksel olarak ne kadar yeterliyse matematiksel düşünme de o düzeyde nitelikli olmaktadır (Yıldırım, 2014). Matematiksel düşünme gücü gelişmiş bireyler, iyi birer problem çözücü olarak, matematiksel kavramlara, bu kavramlar arasındaki ilişkilere, matematiksel işlemlere ve bu işlemlere dayalı matematiksel anlamları kavramaya oldukça önem verirler (MEB, 2013).

Tall (1995), matematiksel düşünmenin öğrencilerin çevrelerindeki nesneleri anlama ve nesneler arasındaki ilişkileri belirlemeyle başladığını belirtmiştir. Bu sürecin aşağıda verilen aşamaları takip ederek oluştuğunu ifade etmiştir.



Şekil 1. Düşünme Süreci

Tall (1995)'ın belirlemiş olduğu süreç incelendiğinde bireyin çevreden almış olduğu verilerin değerlendirilmesi sonucu, elde edilen çıktı doğrultusunda harekete geçildiği ve bu süreçte matematiksel düşünmenin kullanıldığı görülmektedir. Burton (1984) matematiksel düşünme sürecinin bir örüntü ile başladığını, bu örüntünün sözel, somut, resimsel ya da sembolik olarak ifade edildiği ve elde edilen örüntünün doğrulanmasıyla sürecin devam ettiğini ifade etmiştir. Blitzer (2003) ise matematiksel düşünmenin döngüsel bir şekilde devam eden bir süreci ifade ettiğini ve bu döngü sürecinde bireylerin sürekli geliştirilmesi gerektiğini belirtmiştir. İfade edilen bütün süreçlerde matematiksel düşünme süreci aşamasında, çevreden alınan verilerin değerlendirilmesi sonucu harekete geçildiği görülmektedir.

Mason, Burton ve Stacey (2010), matematiksel düşünme sürecinin temel dayanağını oluşturan yöntemlerin;

1. Tümdengelim
2. Tümevarım
3. Tahmin etme ve doğrulama olduğunu ifade etmişlerdir.

Bu yöntemler, matematiksel düşünmenin temel noktasını oluşturmasına rağmen, matematiği yeni öğrenenler için uygulanması oldukça zordur. Bu seviyeye ulaşmak için gerekli olan problemleri çözmeye çalışmak kolay değildir ve problem çözümü için yapılan işlemler bilgili ve dikkatli olmayı gerektirir. Bu nedenle öğrencilerin matematiği öğrenmeleri için matematiği anlamaları ve açıklamaları gerekmektedir (Mason, Burton ve Stacey, 2010).

Ferri (2003), bireylerin matematiksel düşünme aşamalarındaki matematiksel düşünme tarzlarını 3 grupta sınıflandırmıştır. Bunlar;

1. Görsel Eğilimliler (Resim, çizelge, grafik, şekillerle düşünme)
2. Analitik Eğilimliler (Semboller kullanıp bütünü parçalı olarak düşünme)
3. Kavramsal Eğilimliler (düzenleme yapma, soyut düşünme ve genelleştirme).

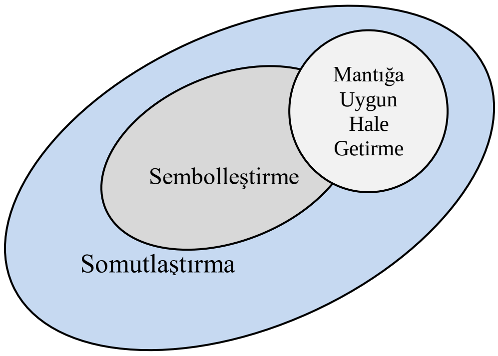
Stacey (2006), matematiksel düşünmeyi iki çift süreçten oluşan karmaşık bir düşünme olarak belirtmiştir. Bu süreçleri;

1. Özelleştirme ve genelleştirme
2. Tahmin etme ve ispatlama olarak belirtmiştir.

Özelleştirme aşamasında özel durumları dikkate alarak örnekler incelenmekte; genelleme aşamasında örnekler arasındaki ilişkilere dayalı olarak genel yapılara ulaşılmaktadır. Tahmin etme aşamasında veriler arasındaki ilişkiler ve sonuçları tahmin etme; ispatlamada da bulunan ifadelerin neden doğru olduğunu bulmak hedeflenmektedir. Ayrıca Stacey (2006), problemlerin bu şekilde çözülmesinde matematiksel düşünmenin kullanılmasının üç önemli yönünün olduğunu belirtmiştir. Bunlar;

1. Matematiksel düşünme, öğretimin önemli amaçlarından biridir.
2. Matematiksel düşünme, matematiği öğrenmede önemli bir yoldur.
3. Matematiksel düşünme, matematiği öğretmek için oldukça önemlidir.

Tall (2005), matematiksel düşünmenin gerçekleştiği düşünce yapısının, somutlaştırma ve sembolik düşünce yapılarının etkileşimi üzerine formal matematik bilgisinin inşa edildiğini ifade etmektedir.



Şekil 2. Somut ve Sembolik Düşünce Üzerine Formal Matematiğin İnşa Edilmesi

Tall (2005) bu düşünme biçimleri şu şekilde açıklamıştır:

- **Somutlaştırma,** çevreden duyusal algılarla alınan yansıma ve düşünmeler arasındaki ilişkiye dayalı kavramsal bütünleştirmeyi ifade etmektedir. Nesneye dayalı olan bu düşünmede, dış dünyadaki nesnelerin gözlemlenmesiyle zihinde oluşan imajlar ile nesnelerin özelliklerini tanımlama, açıklama ve sonuç elde etme vurgulanmaktadır.

- **Sembolleştirme,** matematiksel sembollerin yanında, bu sembollerle matematiksel gelişimin de sağlanması söz konusudur. Nesneler üzerinde yapılan faaliyetler aracılığıyla belirlenen semboller, istenilen kavramları ifade etmektedir.

- **Mantığa uygun hale getirme**, matematiksel kavramları mantığa dayalı ispatlarla belirlenen aksiyomatik yapılar şeklinde mantığa uygun teorileri ifade etmektedir.

Araştırmalarla belirlenen matematiksel düşünme özelliklerine dayalı olarak Mason, Burton ve Stacey (1985) matematiksel düşünmenin öğretimi için oluşturulan ortamda, üç temel öğeye ihtiyaç duyulduğunu belirtmişlerdir.

1. Soru sorma
    - Soruyu tanımlama
    - Tanımları sorma
    - Terimlerin anlamını sorma

2. Zoru başarma isteği
    - Tahminde bulunma
    - İddiaları araştırma
    - Araştırmada değiştirme yapabilme

3. Fikir alışverişi
    - Farklı yaklaşımlar ortaya koyma
    - Tekrar görüşme, yöntem değiştirebilme
    - Tekrar eleştirebilme

MEB (2013) matematik öğretim programında da öğrencilerin varsayımda bulunma ve genelleme yapma gibi matematiksel düşünme süreçlerinin geliştirilebileceği ve kendi aralarında tartışabilecekleri uygun ortamların hazırlanması gerektiğini vurgulamaktadır.

2.1.5. Matematiksel Düşünmenin Bileşenleri

Matematiksel düşünmenin bileşenleri; bilginin özüne ulaşmayı, matematiksel bakış açısına sahip olmayı, problem çözme stratejilerini kullanmayı, bireyin kendi bilgisini etkili kullanmasını, matematiksel etkinliklerle uğraşmayı hedef alarak belirlenmektedir (Schoenfeld, 1992). Bu kapsamda matematiksel bilgi, zihinsel işlemler ve yatkınlık önem kazanmaktadır (Lim ve Hwa, 2006).

Farklı araştırmacıların matematiksel düşünmenin bileşenlerini belirlemeye çalıştıkları görülmektedir. Bunlardan bazıları şu şekildedir:

Mason, Burton ve Stacey (1985) matematiksel düşünmenin;

- Özelleştirme (specializing)

- Genelleme (generalizing)
- Varsayımda bulunma (conjecturing)
- Doğrulama ve ikna etme (justifying and convincing)

  bileşenlerini kapsadığını ifade etmişlerdir.

Tall (2002) matematiksel düşünmenin;

- Soyutlama (abstraction)
- Sentezleme (synthesizing)
- Genelleme (generalizing)
- Modelleme (modelling)
- Problem çözme (problem solving)
- İspat (proof)

  bileşenlerinden oluştuğunu belirtmiştir.

Liu (2003) matematiksel düşünmenin;

- Tahmin edebilme
- Tümevarım
- Tümdengelim
- Örnekleme
- Genelleme
- Analoji
- Formal ve informal olmayan usavurma
- Doğrulama

  bileşenlerinden oluştuğunu belirtmiştir.

Mubark (2005) matematiksel düşünmenin;

- Genelleme
- Tümevarım
- Tümdengelim
- Mantıksal düşünme
- Sembolleri kullanma
- Soyut düşünme

  bileşenleri olarak incelemiştir.

Araştırmacıların belirlemiş oldukları matematiksel düşünme bileşenlerinin ortak noktaları arasında matematiksel düşünmenin, üst düzey düşünme becerisi gerektirdiği ve elde edilen bilgilerin sunulmasının da oldukça önemli olduğu görülmektedir. Belirlenen bileşenlerden ortak olarak özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma, doğrulama ve ikna etme bileşenlerinin bulunduğu belirlenmiştir. Stacey (2006) bu bileşenlerden özelleştirmeyi, örneklere dayalı olarak özel durumları görme; genellemeyi, veriler arasındaki ilişkileri fark etme; varsayımda bulunmayı, veriler arasındaki ilişkilere dayalı olarak tahminde bulunma; doğrulama ve ikna etmeyi de belirlenen durumların neden doğru olduğuna dair sebepler bulma olarak ifade etmiştir. Bu nedenle yapılan çalışmada Mason, Burton ve Stacey (1985)'in belirlemiş olduğu matematiksel düşünme bileşenleri dikkate alınarak incelemeler yapılmıştır.

2.1.5.1. Özelleştirme

Özelleştirme bir problem durumunu anlamak için sistematik örnekleri seçmek ve seçilen bu örnekleri problem üzerinde incelemektir (Burton, 1984). Aynı zamanda bir genellemeye ulaşmayı sağlayacak gerekli verileri bir araya getirme olarak da ifade edilebilir (Mason, Burton ve Stacey, 1985). Problemde verilenlere göre özel durumlar, rastgele bulunabileceği gibi sistematik şekilde ulaşılan genellemeyi test etmeye dayalı olarak da belirlenebilir (Mason, Burton ve Stacey, 1985). Rastgele değer vererek özel durumları bulmak, problemin ne anlama geldiğini ya da verilen durumun doğruluğunu belirlemek için faydalı olurken, sistematik değer vermek ise veriler arasındaki ilişkiyi görmede etkilidir (Mason, Burton ve Stacey, 1985, Mason, Burton ve Stacey, 2010). Bunun yanında, öğrencileri problemde istenen durumlar ile ilgili açıklamaya zorlayarak, onların problemleri daha iyi bir şekilde anlayıp konuyla ilgili fikir sahibi olmalarını sağlanabilir. Öğrencilerin, sonucun neden o şekilde olacağına dair yorum yapabilmelerine olanak tanır (Mason, Burton ve Stacey, 1985). Özelleştirme sürecinde durumlar arasındaki benzer ve karşıt örnekler incelenerek veriler arasındaki ilişkiler bulunmaya çalışılır. Bu şekilde sonuca ulaşılarak bulunan sonucun doğruluğu değerlendirilmiş olur.

2.1.5.2. Genelleme

Genelleme, bireylerin matematiksel düşünme ve problem çözme ile elde ettikleri verileri, veriler arasındaki ilişkilere dayalı olarak birkaç örnekten hareketle daha genel ve kapsamlı olarak uygulanması amacıyla yeniden ifade edilmesidir (Mason, Burton ve Stacey, 1985). Genelleme becerisi, bireyin bir problem çözümünü başka bir problemi oluşturmaya başladığında ve problem çözümünde kullandığında gelişmeye başlar. Bu nedenle genelleme kolay bir süreç değildir. Bu süreçte öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade etmeleri gerekmektedir (Driscoll, 2007). Geliştirilmesi için öğrencilerin, matematiksel bilgi ve deneyimlerini artırmaya yönelik olarak açık uçlu problemlerle uğraşmaları ve pratik yapmaları oldukça önemlidir (Mason, Burton ve Stacey, 1985).

Genelleme sürecinde belirli örneklerden hareketle istenenle ilgili karar verilmeye çalışılır. Bu nedenle genelleme sürecinde özelleştirme de yapılmaktadır (Mason, Burton ve Stacey, 1985). Matematiksel düşünmenin önemli süreçlerini oluşturan özelleştirme ve genelleme sürekli etkileşim halindedir. Özelleştirme süreci problemin anlaşılmasını sağlayarak genellemenin oluşturulmasına ortam hazırlayıp genellemeyi test etmeyi sağlar (Mason, Burton ve Stacey, 1985).

2.1.5.3. Varsayımda Bulunma

Varsayımda bulunma, belirli bir yargıda bulunmadan önce gerekli örnekler incelenip, örnekler arasındaki bağıntı ve ilişkiler keşfedilerek, mevcut bağıntılardan sonuca varma süreci olarak ifade edilmektedir (Burton, 1984). Varsayımları belirleme ve test etme, değerlendirme sonucunda da değiştirme, matematiksel düşünmenin temel dayanak noktasını oluşturmaktadır. Bu nedenle varsayımda bulunma döngüsel bir süreç olarak kabul edilmektedir (Mason, Burton ve Stacey, 1985).

Özelleştirme ve genelleme sürecin farkında olarak ya da olmayarak varsayımda bulunma bileşeni kullanılmaktadır. Bu süreçte bir önermenin doğru olabileceği düşünülerek, doğruluğu araştırılmaktadır. Bu aşamada tahminde bulunma, matematiksel fikirleri formüle etme, hipotez kurma, tahminlerden sonuç çıkarma, gibi zihinsel süreçler kullanılmaktadır (Arslan ve Yıldız, 2010).

2.1.5.4. Doğrulama ve İkna Etme

Doğrulama ve ikna etme bileşeni, savunulan ifadenin nedenini araştırma ve varsayımın doğruluğunun nedenlerini anlamaya dayalıdır (Mason, Burton ve Stacey, 1985). Burada temel nokta olan ispat, bir yargı ya da sonucun doğruluğunu yeterli delil göstererek kabul ettirme olarak ifade edilebilir (Yıldırım, 2014). Elde edilen verileri doğrulamak için kullanılan ispat, matematiksel düşünme açısından oldukça önemli bir yere sahiptir (Knuth, 2002). Bu nedenle ispat, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirerek, kavramları daha iyi bir şekilde anlamalarını ve buldukları sonuçların akla uygun olmasını sağlamaktadır (Hersh, 1993; Gökkurt ve Soylu, 2012). Yani matematiksel ispat verilen problemi çözmek yerine matematiğin doğasını anlamayı, matematiği kullanmayı ve problemde verilenlerin nedenini öğrenmeyi sağlamaktadır (Hersh, 1993). Bu nedenle ispatlama süreci, matematiksel düşünmenin geliştirilmesinde, matematiksel bilginin yapısını ve doğasını anlamada, kavramların tarihsel gelişimlerini öğrenmede, öğrenilen kavramları geliştirmede oldukça önemlidir. Kavramları öğrenmenin yanında ulaşılan bilgilerin başka kaynakları açıklaması ve başka kaynaklar tarafından kullanılması için gerekli açıklamaların nedenlerine dayalı olarak yapılması da matematiksel düşünme süreci açısından önemli bir konumda yer almaktadır.

2.2. İlgili Araştırmalar

Bu başlık altında matematiksel düşünme ile ilgili yurt içinde ve yurt dışında yapılmış olan çalışmalara yer verilmiştir.

2.2.1. Yurt İçinde Yapılmış Çalışmalar

Umay (1992) çalışmasında problem çözme sürecinde, izleme testleriyle sonucun yoklandığı testleri karşılaştırarak, sürecin ölçülmesinin sonucun ölçülmesinden daha farklı davranışları ortaya çıkarıp çıkarmadığını incelemiştir. 81 lise öğrencisinin yer aldığı çalışmada problem çözmenin süreç ve sonuç aşamasını yoklayan iki ölçme aracı kullanılmıştır. Elde edilen verilerin analizi sonucunda süreç aşamasını yoklayan ölçme aracının öğrencilere daha zor geldiği belirlenmiştir. Bunun yanında problem çözmede süreç aşaması ile sonuç aşamasını yoklayan testlerde farklı davranışların ortaya çıkmadığı, benzer davranışların ölçüldüğü görülmüştür.

Dede ve Argün (2004) çalışmalarında öğretmen adaylarının bazı matematiksel kavramları ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri anlamalarını incelemişlerdir. Kavramların öğretimi şeklinde yapılan uygulama sonucunda matematik öğretmen adaylarının ön test ve son test puanları arasındaki farklılık araştırılmıştır. Yapılan analizler sonucunda öğretmen adaylarının ön test sonuçlarında bağıntı, rasyonel sayılar, denklik sınıfı, küme gibi kavramları tanımlamakta zorlandıkları görülmüştür. Bunun yanında son test sonuçlarında ise kavramları tanımlamakta başarıya ulaştıkları belirlenmiştir.

Alkan ve Bukova Güzel (2005) çalışmalarında matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünmelerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Bu kapsamda öğretmen adaylarının matematiksel düşünmelerini belirlemek amacıyla problemler oluşturulmuştur. 64 birinci sınıf öğretmen adayı ile yapılan çalışmada elde edilen veriler sonucunda, öğretmen adaylarının matematiksel düşünme düzeylerinin düşük olduğu belirlenmiştir.

Duran (2005) çalışmasında PISA kapsamında öğrencilere uygulanan matematiksel düşünme ile ilgili bazı bileşenlerin matematiksel düşünme becerilerini yordama gücünü incelemiştir. Yapılan analizler sonucunda okul öncesi eğitim alan öğrencilerin almayan öğrencilere göre daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Bunun yanında erkek öğrencilerinin matematiksel düşünmelerinin kız öğrencilere göre daha iyi olduğu görülmüştür. Matematik başarısını en iyi yordayan değişken olarak belirlenen ders dışı çalışma saatini ise öğrencilerin matematiksel düşünme becerileri açısından etkili bir değişken olarak bulunmamıştır.

Yeşildere (2006) çalışmasında farklı matematiksel güce sahip ortaokul altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme süreçlerini incelemiştir. 798 ortaokul öğrencisi ile gerçekleştirilen çalışmada nitel ve nicel araştırma yöntemleri birlikte kullanılmıştır. Verilerin analizi sonucunda ortaokul öğrencilerinin matematiksel güçlerinin düşük olduğu belirlenmiştir. Bunun nedeni olarak öğrencilerin veriler arasında ilişki kuramamaları ve verilerden değil öznel görüşlerinden hareketle problemleri çözmeye çalıştıkları görülmüştür. Farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünmeleri ve bilgiyi oluşturma süreçleri incelendiğinde ise matematiksel gücü düşük olan öğrencilerin sorunlu bir süreç geçirdikleri diğer öğrencilerin ise daha başarılı oldukları belirlenmiştir.

Yeşildere ve Türnüklü (2007) çalışmalarında ortaokul sekizci sınıfı bitirmiş olan öğrencilerin akıl yürütme ve matematiksel düşünme süreçlerini incelemişlerdir. Yeni mezun olan 262 sekizinci sınıf öğrencisinden açık uçlu problemler aracılığıyla veriler toplanmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin matematiksel akıl yürütmede ve problem çözerken verileri, matematiksel bilgilerle ilişkilendirmede zorlandıkları belirlenmiştir. Bu durumun nedeni olarak öğrencilerin özel görüşlerine dayalı olarak akıl yürütmeleri, veriler arasında ilişki kuramamaları ve düşüncelerini matematiksel verilere dayalı olarak açıklayamamalarından kaynaklandığı ifade edilmiştir.

Bukova Güzel (2008) çalışmasında yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünmelerine olan etkisini incelemiştir. Yarı deneysel bir çalışma olarak yürütülen çalışmada, öğretmen adaylarının matematiksel düşünmelerinin karşılaştırılmasında açık uçlu problemler kullanılmıştır. Analizler sonucunda yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının matematiksel düşünme sürecine olumlu etkide bulunduğu görülmüştür. Genelleme, tahmin etme, hipotezlerde matematiksel modelleme kullanma ve bunlar arasında ilişki kurma yönünden deney grubunun kontrol grubuna göre daha başarılı olduğu tespit edilmiştir.

Taşdemir (2008) çalışmasında yapılandırmacı öğrenme temelli matematiksel düşünme etkinliklerini içeren öğretimle yapılandırmacı öğrenme ve normal öğretime devam eden grupların problem çözme becerileri, akademik başarı ve tutumları üzerine olan etkilerini incelemiştir. Bunun yanında farklı matematiksel düşünme düzeyine sahip öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarını ve hata kaynaklarını belirlemeye çalışmıştır. Araştırmada verilerin analizi sonucunda matematiksel düşünme etkinliklerine dayalı yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrencilerin problem çözme becerilerini, akademik başarılarını ve tutumlarını olumlu etkilediği belirlenmiştir.

Bulut (2009) çalışmasında işbirliğine dayalı yapılandırmacı öğrenme ortamlarında kullanılan bilgisayar cebiri sistemlerinin türev konusunda üniversite birinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme, akademik başarı, kavramsal anlama, problem çözme becerileri, işlemsel beceri ve cinsiyet üzerindeki etkisini incelemiştir. Deney ve kontrol gruplarının oluşturulmasıyla verilerin analizi sonucunda deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Bunun yanında problem çözme ve kavramsal anlamaya yönelik sorularda grupların benzer ortalamaya sahip oldukları görülürken, işlemsel becerilere yönelik olan sorularda bilgisayar cebir sistemlerini kullanan deney grubunun daha başarılı olduğu tespit edilmiştir.

Arslan ve Yıldız (2010) çalışmalarında matematiksel düşünmenin genelleme, özelleştirme, ispatlama ve varsayımda bulunma aşamalarıyla ilgili 11. sınıf öğrencilerinin yaşantılarını belirlemeyi amaçlamışlardır. Belirlenen bu amaç çerçevesinde 24 on birinci sınıf öğrencisiyle çalışma yaprakları üzerinde uygulamalar yapmışlardır. Yapılan incelemeler sonucunda öğrenci başarısının, matematiksel düşünmenin aşamaları ilerledikçe düştüğü belirlenmiştir. Bu kapsamda öğrencilerin ispatlama aşamasında sıkıntı çektikleri görülürken, özelleştirme aşamasında ise sıkıntı çekmedikleri belirlenmiştir. Bunun yanında öğrenci cevaplarının; ispatlama aşamasında geometrik, cebirsel ve aritmetik; varsayımda bulunma ve genelleme aşamalarında cebirsel ve sözel kodlar altında toplandığı görülmüştür.

Karakoca (2011) çalışmasında altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözerken matematiksel düşünmeyi kullanma durumları ve bunların öğrencilerin okul öncesi eğitim alma durumları, matematik başarıları ve cinsiyetleri açısından farklılaşıp farklılaşmadığını incelemiştir. Araştırmanın örneklemini 1114 altıncı sınıf öğrencisi oluştururken, veriler 6 rutin problem ve 6 rutin olmayan problemden oluşan ölçme aracıyla toplanmıştır. Elde edilen verilerin analizi sonucunda öğrencilerin problem çözme sürecinde matematiksel düşünmeyi kullanma durumlarının cinsiyete göre farklılaşmadığı belirlenmiştir. Bunun yanında matematik başarısı ve okul öncesi eğitim alma durumlarına göre ise değişikliklerin olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin problem çözme sürecinde rutin işlemleri kullandıkları ve rutin problemlerin ortalamasının rutin olmayan problemlere göre daha yüksek olduğu belirlenmiştir.

Alkan ve Tataroğlu Taşdan (2011) çalışmalarında matematiksel düşünmeye yönelik olarak matematik öğretmen adaylarının görüşlerini belirlemek ve öğretmen adaylarının görüşlerini farklı sınıf düzeylerine göre karşılaştırmayı amaçlamışlardır. Matematik öğretmen adaylarından; 47 üçüncü sınıf, 56 dördüncü sınıf ve 31 beşinci sınıf öğretmen adayıyla çalışmışlardır. Elde edilen bulgular doğrultusunda matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme ile problem çözme arasındaki bağlantıyı kurabildikleri ve genel hatlarıyla matematiksel düşünmenin çok boyutlu yapısını ortaya koyabildikleri görülmüştür. Fakat problem çözmenin ne olduğuna yönelik olarak, sıradan işlemler ile sonuca ulaşma şeklinde ifade ettikleri belirlenmiştir. Sınıflar karşılaştırıldığında dördüncü sınıf öğretmen adaylarının matematiksel düşünme ve problem çözmeyle ilgili görüşlerinin diğer sınıflara göre daha olumlu olduğu görülmüştür. Muhakeme etme ve problem çözme basamaklarına yönelik olarak ise beşinci sınıf öğretmen adaylarının diğer sınıflara göre beklenene daha yakın ifadelerde bulundukları tespit edilmiştir.

Tuna (2011) çalışmasında yapılandırmacı yaklaşıma dayalı 5E öğrenme modelinin, ortaöğretim 10. sınıf matematik dersi trigonometri öğretimi kapsamında öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin gelişimine, akademik başarılarına ve bilgilerinin kalıcılığına olan etkisini incelemiştir. Deney ve kontrol grupları şeklinde yapılan çalışmada 5E öğrenme modelinin kullanıldığı deney grubunun matematiksel düşünmeleri, akademik başarıları ve bilgilerin kalıcılıklarının kontrol grubuna göre anlamlı düzeyde farklılık gösterdiği belirlenmiştir.

Başaran (2011) çalışmasında üniversite öğrencilerinin öz yeterlilik algılarını, çalışma alışkanlıklarını, problem çözme stratejilerini, matematiksel düşünme becerilerini, akıl yürütme yetkinliklerini ve demografik profillerini incelemiştir. Bu kapsamda hazırlanan ölçme araçlarının faktör yapısının cinsiyete, farklı bölgelere ve sınıf düzeyine göre farklılıkları araştırılmıştır. Verilerin analizi sonucunda kızların erkeklere göre daha fazla anlamaya odaklı olduğu, üniversite üçüncü, dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin ikinci sınıf öğrencilerine göre daha sık düzensiz çalışma alışkanlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Üniversite birinci sınıf öğrencileri ikinci sınıf öğrencilerine göre ileri düzey becerileri daha iyi yaptıkları görülmüştür. Ankara'daki öğrencilerin Kuzey Kıbrıs'taki öğrencilere matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerileri açısından daha başarılı oldukları belirlenmiştir.

Coşkun (2012) çalışmasında matematik öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini gerçekleştirme düzeylerini incelemiştir. 42 matematik öğretmen adayıyla gerçekleştirilen çalışmada, veriler sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre hazırlanmış çalışma yaprakları aracılığıyla elde edilmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının en başarılı oldukları matematiksel düşünme sürecinin genelleme süreci olduğu belirlenmiştir. Soyutlama ve sentezleme süreçlerinde ise sorun yaşadıkları görülmüştür. Bunun yanında sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modelinin üst düzey matematiksel düşünme becerilerini desteklediği elde edilmiştir.

Özdil (2012) çalışmasında matematiksel düşünmenin sınıf içi ve sınıflar arası sürecindeki faktör yapısını, farklı matematiksel düşünmeler arasındaki karşı aşama ilişkileri ve farklı matematiksel düşünmeler arasındaki ilişkilerin sınıf içi ve sınıflar arası aşamalarındaki değişimi incelemiştir. Bu kapsamda; sınıflar arası düşünme yapılarının görüntüsel, eylemsel, algoritmik, biçimsel, belitsel ve cebirsel düşünme tipleri arasındaki ilişkilere aracılık ettiği, sınıf içi düşünme yapılarının kavramsal-şekilsel, yöntemsel-sembolik ve biçimsel-belitsel düşünme tiplerine aracılık ettiği, sınıflar arası aşamada matematiksel düşünme ilişkilerinin döngüsel bir yapıya sahip olduğu belirlenmiştir.

Tataroğlu Taşdan, Çelik ve Erduran (2013) çalışmalarında matematiksel düşünme ve matematiksel düşünmenin geliştirilmesine yönelik olarak matematik öğretmen adaylarının görüşlerini incelemişlerdir. Bu kapsamda son sınıfta öğrenim gören 4 matematik öğretmen adayıyla bireysel ve grup olarak yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Verilerin analizi sonucunda öğretmen adaylarına göre matematiksel düşünmenin geliştirilmesi için etkili soru sorma, problem çözme, günlük hayatla ilişkilendirme gibi konuların önemli olduğu belirlenmiştir.

Keskin, Akbaba Dağ ve Altun (2013) çalışmalarında sekizinci ve on birinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamaları olan özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispatlama aşamalarındaki yaşantılarını araştırmışlardır. Bu kapsamda 2 çalışma yaprağı üzerinde 11 on birinci sınıf ve 14 sekizinci sınıf öğrencisiyle uygulamalar yapmışlardır. Uygulama aşamasındaki gözlemler ve çalışma yapraklarından elde edilen sonuçlar doğrultusunda, hem sekizinci sınıf hem de on birinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamalarından ispat aşamasına doğru gittikçe, kendilerini matematiksel ve sözel olarak ifade etmekte zorlandıkları belirlenmiştir. Bu durum sekizinci sınıf öğrencilerinde daha fazla görülmüştür.

Baş (2013) çalışmasında, modelleme ilkelerine göre hazırlanmış olan bir mesleki gelişim programı kapsamında öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini fark etmelerindeki değişimi incelemiştir. Çalışma, iki lisede görev yapan 4 matematik öğretmeninin program çerçevesinde hazırlanan matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanması ve takibiyle gerçekleştirilmiştir. Takip sonrasında öğretmenlerle toplantılar yapılarak görüşmelerde bulunulmuştur. Analizler sonucunda öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünmelerini fark etmelerinin sürece yayılan bir süreç olduğu belirlenmiştir. Bu gelişim sürecinin farklı öğretmenler için farklı şekilde geliştiği görülmüştür.

Ersoy ve Başer (2013) çalışmalarında öğretmen adaylarının matematiksel düşünmelerini ölçecek likert tipi bir ölçek geliştirmeyi amaçlamışlardır. Ölçek geliştirme aşamaları göz önünde bulundurularak oluşturulan ölçek, öğretmen adaylarının bilişsel boyutta öğrenmelerini belirlemeye yöneliktir. Toplam 25 maddeden oluşan ölçek matematiksel düşünme becerisi, problem çözme, üst düzey düşünme eğilimi ve akıl yürütme alt boyutlarından oluşmaktadır.

Kılıç, Tunç-Pekkan ve Karatoprak (2013) çalışmalarında 6. sınıf öğretim programında bulunan bazı konuları materyal destekli etkinliklerle anlatılmasının öğrencilerin matematiksel düşünmelerine olan etkisini incelemişlerdir. Bu kapsamda 20 öğrenci ile materyal destekli etkinlikler gerçekleştirilmiştir ve etkinlik yaprakları ile uygulamalar yapılmıştır. Verilerin analizi ile materyal kullanımının, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarını olumlu olarak geliştirdiği belirlenmiştir.

Öztürk (2013) çalışmasında matematiksel düşünme odaklı öğretimin matematik öğretmen adaylarının öğretimi planlama becerilerine olan etkisini ve bu kapsamda öğretmen adaylarının görüşlerini incelemiştir. 40 matematik öğretmen adayı ile yapılan çalışma sonucunda matematiksel düşünme odaklı öğretimin öğretmen adaylarının, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini dikkate alarak plan yapmalarını olumlu yönde etkilediği belirlenmiştir. Ayrıca matematik öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmeler sonrasında, öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı planlar yapılmasına yönelik olumlu görüşler ifade ettikleri tespit edilmiştir.

Öztürk ve Akyüz (2013) çalışmalarında matematiksel düşünmeyi hedef alan bir öğretimi çerçevesinde matematik öğretmen adaylarının hazırladıkları planları incelemişlerdir. Matematiksel düşünmeyi temel alan öğretim uygulaması 40 ortaöğretim matematik öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Öğretimden önce ve sonra öğretmen adaylarından bir problem çerçevesinde plan hazırlamaları istenmiştir. Yapılan analizler sonucunda öğretim programından önce ve sonra öğretmen adaylarının hazırlamış oldukları planlar arasında farklılıklar olduğu belirlenmiştir.

Ersoy ve Güner (2014) çalışmalarında sınıf öğretmenliği üçüncü sınıf öğretmen adaylarının matematiksel düşünme düzeylerini ve problem çözme becerilerini incelemişlerdir. Bu amaç doğrultusunda 46 üçüncü sınıf öğretmen adayına Polya'nın problem çözme adımları anlatılarak, öğretmen adaylarının problem çözme becerileri ve matematiksel düşünme düzeyleri incelenmiştir. Elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının uygun stratejiyi seçebildiği, problem çözme becerilerinin geliştiğini ve problem çözmenin matematiksel düşünme üzerinde etkili olduğunu göstermiştir.

Toptaş (2014) çalışmasında sınıf öğretmeni adaylarının, matematiksel düşünme aşamalarına göre "*ayrıt*" kelimesine yönelik açıklamalarını incelemiştir. Çalışmada 195 sınıf öğretmeni adayının yapmış olduğu açıklamalar analiz edilmiştir. Analizler sonucunda bazı öğretmen adaylarının ayrıt terimini 3 aşamada açıklayıp buna uygun olarak çalışma yaprakları hazırladıkları belirlenirken, bazı öğretmen adaylarının ise ayrıt terimini doğru olarak açıklarken uygun çalışma yaprakları hazırlamadıkları görülmüştür. Bunun yanında hem ayrıt terimini doğru olarak açıklamayan hem de uygun çalışma yaprakları hazırlamayan öğretmen adaylarının olduğu da belirlenmiştir.

Tataroğlu Taşdan (2014) çalışmasında matematiksel düşünme çerçevesinde matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerini geliştirmeyi amaçlayan bir öğretim tasarımı oluşturmuştur. Bu kapsamda matematiksel düşünmenin bileşenleri belirlendikten sonra hazırlanan öğretim tasarımının öncesi ve sonrasında öğretmenlerin matematiksel düşünmeyi destekleyen işlenişe ne derecede yer verdikleri ve matematiksel düşünmeye yönelik görüşlerini belirlemiştir. 6 matematik öğretmeni ile yapılan çalışma sonrasında, matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinde önemli ölçüde gelişme olduğu belirlenmiştir.

Tuncay (2015) çalışmasında bir akademisyenin, farklı kıdemdeki ve öğretim seviyesindeki iki matematik öğretmeninin ve iki matematik öğretmen adayının problem çözme aşamalarındaki matematiksel düşünme süreçlerini incelemiştir. Öğretmen ve öğretmen adayları ile akademisyenlerin aldıkları eğitim ve matematiksel düşünmenin tüm boyutları göz önüne alındığında, başarı, başarısızlık ya da alınan eğitim seviyesiyle orantılı bir ilişkinin olmadığı belirlenmiştir. Matematiksel düşünme sürecinden ispatlama boyutunu akademisyenler daha çok kullanırken özelleştirme boyutunu ise öğretmen adaylarının daha sık tercih ettikleri görülmüştür.

Topal (2015) çalışmasında öğrencilerin problem çözme sürecindeki matematiksel düşünme ve mantık yürütmelerini incelemiştir. 260 ortaokul altıncı sınıf öğrencisi ile yapılan çalışmada 6 standart problem ve 6 standart olmayan problem kullanılmıştır. Nitel ve nicel olarak elde edilen verilerin analizi sonucunda öğrencilerin standart algoritmayla çözülebilen problemlerde daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Ancak öğrencilerin, problem çözmede yeterli başarıyı gösteremedikleri görülmüştür.

Yıldırım (2015) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin geometri problemlerine yönelik olarak genelleme ve özelleştirme süreçlerini incelemiştir. 8 ortaokul sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilen çalışmada, beş geometri problemi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin genelleme yapabilme durumlarının farklı problem durumlarına göre değiştiği gözlemlenmiştir. Özelleştirme sürecinde başarıya ulaşan ancak genelleme aşamasında zorlanan öğrencilerin, genel olarak problemde istenen genellemeye ulaştıkları belirlenmiştir. Ayrıca yüksek başarıya sahip öğrencilerin veriler arasında ilişki kurarken birden fazla strateji kullanarak farklı şekillerde genellemelere ulaştıkları görülmüştür.

Karslıgil Ergin (2015) çalışmasında öğrencilerin problem çözme ve kurma süreçlerindeki matematiksel düşünmelerini incelenmiştir. Araştırmanın örneklemini 150 ilkokul dördüncü sınıf, 150 ortaokul beşinci sınıf ve 150 ortaokul altıncı sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Çalışma sonrasında öğrencilerin büyük çoğunluğunun problemi çözme ve doğru stratejiyi belirleme konusunda yeterli olmadıkları belirlenmiştir. Bunun yanında sınıf seviyesinin artmasıyla öğrencilerin problem çözme ve doğru stratejiyi belirleme açısından yeterliklerinin arttığı görülmüştür.

Olgun (2016) çalışmasında öğretmen adaylarının sözel matematik problemlerini çözme performanslarını, görsel-uzamsal yeteneklerini, görsel-uzamsal temsilleri kullanmalarını ve matematiksel düşünme yapılarını incelemiştir. 113 öğretmen adayı ile yapılan araştırmada, farklı matematiksel düşünme yapılarına sahip olan öğretmen adaylarının benzer problem çözme performansları sergiledikleri belirlenmiştir. Bunun yanında farklı tiplerde temsil kullanımının problem çözme performansını etkilediği görülmüştür. Öğretmen adaylarının görsel-uzamsal yetenekleri incelendiğinde ise yalnızca şematik temsil kullanımı ile anlamlı pozitif bir ilişkinin olduğu belirlenmiştir.

Göl (2017) çalışmasında, 12. sınıf fen lisesi öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini özelleştirme, tahmin etme, ispatlama ve genelleme süreçleri açısından incelemiştir. 9 öğrenci ile yapılan çalışmanın verileri açık uçlu problemler aracılığıyla toplanmıştır. Araştırmanın sonucunda, problemlerin zorluk düzeyleri arttıkça öğrencilerin özelleştirme yapma eğilimlerinin artığı, genelleme ve ispat yapma süreçlerin de ise zorlandıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin matematiksel düşünme bileşenlerinden en çok özelleştirme basamağını gerçekleştirirken, daha sonra tahmin ve genelleme basamaklarını yaptıkları görülmüştür. Bu basamaklardan en az olarak ise ispat yapma bileşeninin olduğu tespit edilmiştir.

Kocaman (2017) çalışmasında on birinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme düzeylerini belirleyerek matematiksel düşünmeleri ile matematiğe yönelik başarı ve tutumları arasındaki ilişkiyi incelemiştir. 278 on birinci sınıf öğrencisi ile yapılan çalışmada açık uçlu sorularla birlikte matematiğe yönelik tutum ölçeği kullanılmıştır. Verilerin analizi sonucunda öğrencilerin sorular ve tutum ölçeğinden yüksek puanlar aldıkları görülmüştür. Matematiksel düşünme puanları ile cinsiyet arasında farklılık görülmezken okul türüne göre farklılıkları olduğu belirlenmiştir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde, öğretmen adaylarının matematiksel düşünmelerinin araştırıldığı çalışmalar ile ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünmelerinin araştırıldığı çalışmaların sayısının birbirine yakın olduğu belirlenmiştir. Bunun yanında öğretmenlerle yapılan çalışmaların sayısının nispeten daha az olduğu görülmüştür. Bu açıdan öğretmenlerle yapılan çalışmaların arttırılmasının faydalı olacağı düşünülmektedir. Çalışmaların yöntemleri incelendiğinde ise nicel araştırmaların az tercih edildiği, daha çok nitel yöntemlere dayalı araştırmaların yapıldığı tespit edilmiştir. Özellikle açık uçlu problemlerin kullanıldığı ya da etkinliklere dayalı çalışmaların ön plana çıktığı belirlenmiştir. Bu nedenle matematiksel düşünme odaklı çalışmalarda nitel yöntemlerin ve açık uçlu problemlerin kullanılmasının daha uygun olacağı düşünülmektedir.

2.2.2. Yurt Dışında Yapılmış Çalışmalar

Song ve Ginsburg (1987) çalışmalarında 315 Koreli ve 538 Amerikalı 4 ve 8 yaşlarındaki öğrencilerin matematik performanslarını incelemişlerdir. Veriler, matematiksel düşünmenin formal ve informal düzeylerini ölçmeye yönelik olarak Erken Matematiksel Yetenek testi ile toplanmıştır. Verilerin analizi sonucunda 7 ve 8 yaşlarındaki Koreli öğrencilerin informal matematik performanslarının düşük olmasına rağmen, formal matematiksel performanslarının yüksek olduğu belirlenmiştir. Bunun yanında Koreli öğrencilerin hem kavramsal hem de işlemsel olarak Amerikalı öğrencilerden daha yüksek performans sergiledikleri görülmüştür.

Oers (1996) çalışmasında matematiksel düşünmenin geliştirilmesinde önemli rol oynayan aktiviteleri araştırmıştır. Bu bağlamda çocukların oyun oynarken matematikle bağlantılı olarak kullanmış oldukları etkinliklerin matematiksel olarak anlamlarını incelemiştir. Video kaydıyla elde edilen verilerin analizi ile çocukların oyun esnasında birçok matematiksel kavramları kullandıkları belirlenmiştir. Bu kavramların incelenmesiyle kavramlar ve semboller arasındaki ilişkiler net olarak görülebilir. Dolayısıyla oyun etkinlikleri öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenmede etkili bir öğrenme aracı olarak kullanılabileceği tespit edilmiştir.

Stein, Grover ve Henningsen (1996) çalışmalarında öğrencilerin matematiksel düşünmelerinde ve akıl yürütmelerinde önemli bir etkinlik olan matematiksel görevleri incelemişlerdir. Bu kapsamda 144 matematiksel görev analiz edildi. Bu görevler; çözüm stratejileri, somutlaştırma türleri gibi özellikleri ile bilişsel özellikleri bakımından incelenmiştir. Verilerin analizi sonucunda öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirecek matematiksel görevleri seçtikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin verilen görevleri yerine getirirken uygun sıralamayı tercih ettikleri, ancak üst düzey görevlerde görevler arasındaki ilişkileri açıklamada zorlandıkları görülmüştür.

Draznin (1997) çalışmasında 3 ilkokul öğretmeninin, öğrencilerin matematik günlüklerine nasıl tepki verip yorumda bulunduklarını incelemiştir. Bu kapsamda öğrencilerin matematik günlükleri tutmaları ve öğretmenlerin bu günlüklere vermiş oldukları tepkiler araştırılmıştır. Verilerin analizi sonucunda, öğretmenlerin matematik günlüklerini okumaları, sınıf çalışmalarını planlamalarında kolaylık sağladığı ve derslerin uygulanması aşamasında karar vermelerine yardımcı olduğu belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin matematik günlükleri derslerin değerlendirmesine yönelik olarak öğretmenlere düşünce süreci hakkında fikir sunabileceği ifade edilmiştir.

Lutfiyya (1998) çalışmasında lise öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini geliştirecek bir ölçme aracı geliştirmiş ve öğrencilerinin matematiksel düşünme düzeylerinin sınıf ile cinsiyet açısından nasıl değiştiğini incelemiştir. 239 lise öğrencisi ile yapılan çalışmada, veriler sınıf değişkeni göre incelendiğinde sınıf düzeyi arttıkça matematiksel düşünme seviyelerinin arttığı belirlenmiş, ancak 11. sınıf öğrencilerin 12. sınıf öğrencilerine göre daha yüksek oranda matematiksel düşünme düzeyine sahip olduğu belirlenmiştir. Bunun yanında matematiksel düşünme ile cinsiyet değişkeni arasında herhangi bir ilişkinin olmadığı görülmüştür.

Stenger (1999) çalışmasında üniversite öğrencilerin matematiksel düşünme yetenekleri ile buna yönelik görüşlerini incelemiştir. 137 üniversite öğrencisi ile yapılan çalışmada, öğrenciler matematiksel düşünme düzeyi yüksekten düşüğe doğru ve aynı zamanda olumlu görüşe sahip olandan olumsuz görüşe sahip olana doğru gruplandırılmıştır. Belirlenen gruplardaki her seviyede bulunan öğrencilerin, matematiksel düşünme düzeylerinin düşük olduğu belirlenmiştir.

Vacc ve Bright (1999) çalışmalarında öğretmen adaylarının, öğrencilerin düşünmelerine dayalı matematik öğretim yetenekleri ve inançlarındaki değişiklikleri incelemişlerdir. Bu kapsamda 34 öğretmen adayı ile matematik öğretim metotlarını kapsayan bilişsel yönlendirmeli eğitim yapılmıştır. Yapılan eğitim sonrasında öğretmen adaylarının matematiğe yönelik inançlarında anlamlı ölçüde değişiklikler olduğu belirlenmiştir. Ancak öğrencilerin matematiksel düşünme bilgilerini kullanma yönünden planlama ve öğretimin sınırlı olduğu görülmüştür. Burada öğretmen adaylarının bilişsel olarak matematiksel düşünme ilkelerini kabul edebildikleri, ancak öğretim sırasında yeterince kullanamadıkları tespit edilmiştir.

Cai (2000) çalışmasında Amerika ve Çin'deki 6. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerilerini incelemiştir. Öğrencilerin 6 açık uçlu ve 6 kapalı uçlu problemlere vermiş oldukları cevapların analizi sonucunda, kapalı uçlu problemlerde Çin öğrencilerinin Amerika'daki öğrencilere göre daha yüksek puan aldıkları, açık uçlu problemlerde ise Amerika'daki öğrencilerin daha yüksek düzeyde çözdükleri belirlenmiştir. Veriler nitel olarak analiz edildiğinde Çinli öğrencilerin rutin algoritmaları ve sembolik temsilleri kullandıkları görülmüştür. Amerikalı öğrencilerin ise somut görsel ifadeleri kullandıkları tespit edilmiştir.

Cai (2003) çalışmasında dört, beş ve altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözme süreçlerindeki matematiksel düşünmelerini incelemiştir. Öğrencilerin yapmış oldukları çözümler analiz edildiğinde bütün sınıf düzeyindeki öğrencilerin uygun çözüm stratejileriyle problemleri çözdükleri belirlenmiştir. Bunun yanında sınıf seviyesi arttıkça problemleri doğru cevaplama oranının da arttığı görülmüştür. Sınıflar arasındaki istatistiksel farklılık incelendiğinde ise dört ve beşinci sınıflar arasında anlamlı farklılık görülürken, beş ve altıncı sınıflar arasında anlamlı bir farklılık tespit edilmemiştir.

Baker ve Campbell (2004) çalışmalarında öğrencilerin ispat yaparken karşılaştıkları yaygın sorunları incelenmişlerdir. Öğrencilerin yapmış oldukları ispatlar video kaydına alınarak incelenmiştir. Analizler sonucunda ispat sürecinde, aşamalar arasındaki geçiş sürecine dikkat edilmesi gerektiği belirlenmiştir. Bunun yanında ispat yaparken matematiksel olarak ifade etme noktasının önemli olduğu ifade edilmiştir.

Kamii ve Kato (2005) çalışmalarında anaokulu öğrencilerinin sayısal düzene dayalı bir oyunu oynamalarının, çocukların matematiksel bilgilerini ne yönde etkilediklerini incelemişlerdir. Buna yönelik olarak 14 anaokulu öğrencisinin yaptıkları etkinlikler video kaydına alınarak incelenmiştir. Yapılan gözlemler ve analizler sonucunda, bu etkinliklerin öğrencilerin matematiksel bilgilerini geliştirdikleri belirlenmiştir. Bu kapsamda oyunlarda daha özel kavramlara dikkat çekerek, öğrencilerin matematiksel bilgilerinin geliştirilebileceği ifade edilmiştir.

Lane (2005) çalışmasında öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeye yönelik görüşlerini ve problem çözme yaklaşımlarını etkileyen özelliklere dayalı strateji yapılarını nasıl kullandıklarını incelemiştir. Veriler öğrencilerin yapmış oldukları matematiksel düşünme tanımlarından, öğrenci çalışmalarından ve sınıf gözlemlerinde elde edilmiştir. Matematiksel düşünmeye yönelik yapılan tanımlar analiz edildiğinde, Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi (NCTM) tarafından yapılan tanıma uymayan görüşlerde bulundukları belirlenmiştir. Kullanılan stratejiler incelendiğinde, en çok sistematik tahmin ve kontrol yönteminin tercih edildiği görülmüştür.

Ma'Moon (2005) çalışmasında matematiksel düşünmenin özelliklerini belirleyerek, matematiksel düşünme ve matematik başarısı arasındaki farklı yönleri incelemiştir. Aynı zamanda matematiksel düşünme ile matematik başarısının cinsiyet ve okul değişkeni açısından farklılıklarını araştırmıştır. 20 on birinci sınıf öğrencisi ile yapılan çalışmada veriler, matematiksel düşünme ve matematik başarı testi ile toplanmıştır. Matematiksel düşünmenin özelliklerine yönelik olarak altı durumun olduğu belirlenmiştir. Bunlar; genelleştirme, tümdengelim, tümevarım, sembol kullanımı, mantıksal düşünme ve matematiksel ispat şeklinde ifade edilmiştir. Belirlenen bu özelliklerin üçünde ve toplam test puanında, kız öğrencilerin ortalamalarının erkek öğrencilerin ortalamalarından daha yüksek olduğu görülmüştür. Bunun yanında şehirden uzak yerlerde eğitim gören öğrencilerin puanlarının, şehir ve kırsal kesimde okuyan öğrencilere göre daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Yapılan analizlerde matematiksel düşünmenin belirlenen özelliklerinin tamamının, matematik başarısı açısından önemli olduğu tespit edilmiştir. Bu özelliklerden en etkili olanlar ise matematiksel ispat ve genelleştirme olarak belirlenmiştir. Tümdengelim ve tümevarım özelliklerinin ise en az etkide olduğu görülmüştür.

Foote (2006) çalışmasında matematik öğretim uygulamalarında, çocukların okul dışı etkinliklerinin öğrenmeleri üzerindeki etkisini incelemiştir. Çalışma 6 ilkokul öğretmeninin kendi sınıflarında yer alan öğrencileri incelemeleriyle yapılmıştır. Bu şekilde öğrencilerin okul dışındaki etkinliklerdeki matematiksel düşünmeleri araştırılmıştır. Öğrencilerin okul dışı faaliyetlerinin incelenmesini, 6 öğretmenden 5'i engel olarak görmeyip eğitimi destekleyen durumlar olarak ifade etmişlerdir. Bunun yanında 3 öğretmenin okul dışı etkinlikleri belirledikleri, ancak sınıftaki uygulamalarda bunları kullanmadıkları belirlenmiştir. Ayrıca 5 öğretmen bu etkinliklerle okuldaki çalışmaları tamamlamazken, öğretmenlerin tamamının matematik başarısı yönündeki görüşlerinin geliştiği görülmüştür. Ek olarak öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini göz önüne alarak ders planlarını yaptıkları tespit edilmiştir.

Hughes (2006) çalışmasında öğrencilerin matematiksel düşünmelerinde dikkat edilmesi gereken yollar ve durumları incelemiştir. Bu doğrultuda 10 matematik öğretmen adayının, bir ders kapsamında ders planlarını nasıl hazırladıkları ve nasıl değerlendirdikleri matematiksel düşünme ana kavramı çerçevesinde analiz edilmiştir. Verilerin analizi sonucunda, öğretmen adaylarının ders öncesi ve sonrasında yapmış oldukları ders planlarının matematiksel düşünme açısında geliştiği belirlenmiştir. Öğretmen adaylarından yüksek bilişsel aktiviteleri içeren bir dersi planlarken öğrencilerin düşünmelerine dikkat etmeleri ile uygulama sonrasında hazırladıkları ders planları arasında farklılığın olmadığı görülmüştür. Bu durum, düşük bilişsel düzeye yönelik bir dersi planlarken öğrenci düşüncelerine az olarak dikkat ettiklerini göstermektedir.

Liu ve Niess (2006) çalışmasında matematik tarihi dersi sonrasında, öğrencilerin matematiksel düşünmeyle ilgili görüşlerini incelemiştir. Çalışmada ilk olarak açık uçlu sorularla 44 üniversite öğrencisinin görüşleri alınmış ve rastgele seçilen 9 öğrenciyle bire bir görüşmeler yapılmış. Öğrenciler ile 18 hafta boyunca matematik tarihi dersi işlenmiştir. Derste öğrencilere matematiksel kavramlar, günlük problemler, geçmişten gelen inançlar, matematik yapma hakkında bilgiler verilmiş. Dönem sonunda bütün öğrencilerle açık uçlu soruları cevaplamaları istenmiş ve aynı zamanda bazı öğrencilerle birebir görüşmeler yapılmıştır. Katılımcıların matematik yaparken mantıksal anlamda yaratıcı ve hayal güçlerini kullandıkları belirlenmiştir. Bunun yanında uygulama sonunda, öğrencilerin sonuç odaklı bir matematik yerine süreç odaklı bir matematiği daha çok tercih ettikleri belirlenmiş.

Goggins (2007) çalışmasında öğrencilerin matematiksel düşünmesini anlayabilmede matematiksel bilginin etkililiğini incelemiştir. 4 öğretmen adayıyla yapılan çalışmada, öğretmen adaylarının matematik öğretim bilgilerinin geliştirilmesinin öğrencilerin matematiksel düşünmelerini anlamada oldukça etkili olduğu belirlenmiştir.

Iannone ve Cockburn (2008) çalışmalarında beş ve altı yaşındaki öğrencilerin kavramsal matematiksel düşünmelerini sınıf ortamında nasıl geliştireceklerini incelemişlerdir. Bu bağlamda öğrencilerin kavramsal matematiksel düşünceyi soyutlama ve genellemeyle bağlantılı olarak ve sözel bir şekilde ifade ettikleri yerlerdeki matematiksel düşünmeyi araştırmışlardır. Uygulamada matematiksel cevapların ve bu cevapları öğretmen ve öğrencilerin matematiksel ifadelerinde nasıl yer aldığı belirlenmiştir. Araştırma sonucunda matematiği birbiriyle ilişkili fikirler ile genel yapı ve kalıplarıyla birlikte algılayan öğretmenlerin sınıflarında matematiksel düşünme kavramının öğrenciler tarafından daha tutarlı bir şekilde öğrenildiği belirlenmiştir.

Dunphy (2010) çalışmasında öğretmen adaylarının 4 ve 5 yaşındaki çocuklarla birlikte yapmış oldukları etkinlikleri incelemiştir. 58 öğretmen adayının bulunduğu çalışmada, öğretmen adaylarının çocuklarla yapmış oldukları bire bir görüşmeler analiz edilmiştir. Analizlerde öğretmen adaylarının; çocuklarla olan etkileşimlerini nasıl yansıttıkları, çocukların bu çalışmalara ne düzeyde katıldıkları, çocukların matematikle ilgili düşünceleri değerlendirilmiştir. Analizler sonucunda öğretmen adaylarının çocuklara matematiği etkin bir şekilde nasıl öğretecekleri üzerinde durulması gerektiği belirlenmiştir.

Gazit (2011) çalışmasında 10. sınıf öğrencileri ile öğretmen adayların problem çözme aşamalarındaki mantıksal matematiksel düşünme bağlamında zorlandıkları durumları incelemiştir. Belirlenen zorlukların ilkokuldan sonraki matematiksel bilginin yerine, problemin bilinçli olarak somutlaştırılmasından kaynaklandığı tespit edilmiştir. Problemlerin doğru cevaplanma yüzdeleri incelendiğinde 10. sınıf öğrencilerinin öğretmen adaylarına göre daha yüksek oranda doğru cevapladıkları belirlenmiştir. 10. sınıf öğrencilerinin problemleri incelerken verileri somutlaştırdıkları görülürken, öğretmen adaylarının daha teknik terimler kullandıkları görülmüştür.

Paterson ve Sneddon (2011) çalışmalarında soyut matematik dersinin geleneksel yöntem yerine takım tabanlı öğrenme olarak işlenmesine yönelik olarak matematikçilerin ve matematik eğitimcilerinin yapmış oldukları tartışmaları incelemişlerdir. Matematikçiler bu değişikliği matematiksel düşünme üzerine yoğunlaşma olarak ifade etmişlerdir. Bu kapsamda literatüre dayalı olarak matematiksel düşünmenin nasıl etkin hale getirileceği değerlendirilmiştir. Yapılan değerlendirmeler sonucunda matematiksel düşünmeye dayalı bir öğretime önem verilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Nabb (2013) çalışmasında, rutin olmayan problemlerin çözümü ile ileri matematiksel düşünme kavramının özelliklerinin neler olduğunu incelemiştir. Bu kapsamda 13 öğrencinin, 3 rutin olmayan problem için yapmış oldukları çözümler değerlendirilmiştir. Veriler analiz edildiğinde, öğrencilerin problemlerdeki matematiksel kavram ya da somut verileri değerlendirirken kendilerine özgü çözüm stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir. Bu şekilde problemleri bireyselleştirerek sonuca ulaşmaya çalışmışlardır.

Flake (2014) çalışmasında öğretmen adaylarının matematiksel bilgileri öğretim ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerini profesyonel olarak fark edebilme yeteneklerini incelemiştir. Bunun yanında öğretmen adaylarının matematiksel bilgiyi öğretmenleri ile öğrencilerin matematiksel düşünmeleri fark etmeleri arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Veriler, öğrencilerin farklı matematiksel düşünmelerini fark eden öğretmen adaylarının ve öğrenci cevaplarının video kayıtları ile toplanmıştır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının öğrencilerin vermiş oldukları cevaplara yönelik belirlemiş oldukları öğretim kararları arasında pozitif anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür. Bunun yanında matematiksel bilginin öğretimi ile öğrencilerin matematiksel düşünmelerini fark etme arasında ise bir farklılığın olmadığı belirlenmiştir.

Liu (2014) çalışmasında, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünmelerini fark edebilme düzeylerini ve bu farkındalığın öğretmenlerin eğitimlerini nasıl etkilediğini incelemiştir. Elde edilen verilerin analiziyle, öğretmenlerin öğrenci düşüncesi ve öğretim adaptasyonuna dayalı çeşitli nedenleri fark ettikleri ve öncelikli olarak öğrenci düşünmelerine ve öğretim adaptasyonuna odaklandıklarını göstermiştir. Ayrıca öğrenciler arasında farklı düşünceye sahip öğrencilerin özelliklerini fark ettikleri ve bu yönde farklı yönde öğretimsel düzenleme yaptıkları belirlenmiştir.

Soto (2014) çalışmasında ekran kayıtları yardımıyla öğrencilerin yaptıkları etkinlikleri inceleyerek matematiksel düşünmelerini araştırmıştır. 45 öğrencinin yapmış olduğu etkinlikler sonucunda, ekran kayıtları yardımıyla öğrencilerin birbirlerinin fikirlerinden faydalandıkları ve problem çözümünde kullanmış oldukları stratejileri gözden geçirmelerinde yardımcı olduğu görülmüştür. Ayrıca diğer öğrencilerin düşünme biçimlerini de görmelerini sağladığı için öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirmede faydalı olduğu belirlenmiştir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde genel olarak matematiksel düşünme ile kavramlar, etkinlikler ya da uygulamaların birbirine olan etkisini araştıran çalışmaların yapıldığı görülmektedir. Bunun yanında matematiksel düşünme sürecini araştıran çalışmaların da yapıldığı belirlenmiştir. Bu çalışmaları yaparken çoğunlukla nitel yöntemlerin kullanıldığı, az bir bölümünde nicel yöntemlerin tercih edildiği görülmüştür. Nitel çalışmalarda gözlem, açık uçlu problemler, etkinlikler, görüşme ve uygulamalar ön plana çıkmıştır. Genel olarak matematiksel düşünme ile ilgili çalışmalarda nitel yöntemin kullanılmasının daha uygun olacağı sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmalar genel olarak ilkokul, ortaokul ya da lise öğrencileri ile yapılırken öğretmen adayı ve öğretmenlerle yapılan çalışmaların bulunduğu da belirlenmiştir. Bu nedenle öğretmen ve öğretmen adayları ile yapılan çalışmaların arttırılmasının önemli olduğu düşünülmektedir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

YÖNTEM

Bu bölümde; araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, araştırmanın yapıldığı ortam, verileri toplama süreci, verilerin analizi, araştırmacının rolü, araştırmanın geçerlik ve güvenirlik çalışmalarıyla ilgili bilgiler verilmiştir.

3.1. Araştırma Modeli

Bu araştırma, ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme biçimleri ile matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının, ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme biçimlerini tahmin etmeye yönelik görüşlerinin derinlemesine ve ayrıntılı bir şekilde incelenmesine dayalı olduğundan nitel bir araştırma olarak tasarlanmıştır. Yapılan çalışmada, ortaokul öğrencilerinin, öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünme sürecindeki zihinsel aktivitelerinin ortaya çıkarılması hedeflendiğinden nicel araştırmaların yetersiz kalacağı, bu nedenle ayrıntılı olarak incelemeye olanak sağlayan nitel araştırma tekniklerinden yararlanılmasının daha uygun olacağı düşünülmüştür.

Nitel araştırma, görüşme, gözlem, doküman analizi gibi veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, olayların ve algıların kendi ortamlarında bütüncül ve gerçekçi şekilde ortaya konması amacıyla nitel süreçlerin izlendiği çalışmalardır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Nitel çalışmalar, durumların ve algıların, bulundukları doğal ortamda bütünlüğü bozulmadan, sürece dayalı olarak detaylı bir incelemeye olanak sağlamaktadır (Seale, 2001). Bu şekilde nitel araştırmada başkalarının tecrübeleri ile ilgili bilgi edinmenin yanında, araştırmacının çalışmada keşfedilen durumun iyi ya da kötü şekilde oluşmasını sağlamakta ve çalışmayı etkileyen deneyimlerinin araştırılmasına fırsat verilmektedir (Patton, 2002).

Creswell (2007) nitel araştırma yöntemlerini eylem araştırması, fenomonoloji, gömülü teori, etnografik ve durum çalışmaları olarak ifade etmektedir. Bu çalışmada, öğretmen ve öğretmen adaylarının mevcut deneyimleri çerçevesinde var olan düşüncelerini olduğu şekliyle incelemek amaçlandığından çalışmada, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır.

Nitel durum çalışmalarının en belirgin özelliği bir veya birkaç durumun derin bir şekilde incelenmesidir. Burada, incelenen durumlara ilişkin etkenler bütüncül bir şekilde araştırılarak incelenen durumu nasıl etkiledikleri ve ilgili durumdan nasıl etkilendikleri üzerinde durulur (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Durum çalışmaları katmanlı ya da iç içe olabilmektedir (Patton, 2002). Yapılan çalışmada ortaokul öğrencileri, öğretmen adayları ve öğretmenler olduğu için birden fazla katman incelenmiştir. Bu kapsamda araştırmada durum çalışmalarının alt yöntemlerinden olan bütüncül çoklu durum yöntemi tercih edilmiştir. Bütüncül çoklu durumda, kendi başına bütüncül olarak algılanabilecek birden fazla durumun her biri, kendi içinde bütüncül olarak ele alınıp daha sonra durumların birbiriyle karşılaştırması yapılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu şekilde durum çalışmalarında her bir durum hakkında sistemli, kapsamlı ve derinlemesine bilgi toplanması amaçlanmaktadır (Patton, 2002).

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu, amaçlı örnekleme yöntemleri kapsamında belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme yöntemi birçok farklılığı içeren ana temaları bulup açıklamayı amaçlar (Patton, 2002). Amaçlı örneklem, seçkisiz olmayan bir örnekleme yöntemidir. Bu örnekleme, çalışmanın amacına bağlı olarak bilgi açısından zengin durumların belirlenip derinlemesine inceleme yapılmasını sağlar (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2012). Amaçlı örneklemenin mantığı derinlemesine inceleme ve anlama üzerine yaptığı vurgudan gelmektedir (Patton, 2002).

Yapılan çalışmada amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örneklemesi kullanılmıştır. Maksimum çeşitlilik örneklemesinde amaç, üzerinde çalışılan konuya ilişkin olarak taraf olabilecek bireylerin çeşitliliğini arttırarak bunu çalışmaya maksimum düzeyde yansıtmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bunun yanında araştırılan problemle ilgili kendi içinde benzer olan farklı durumların belirlenip bu durumlar üzerinde çalışma yapılması maksimum çeşitlilik örneklemesi olarak ifade edilebilir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). Çeşitliliği sağlamaktaki amaç genelleme yapmak olmayıp, tam tersine çeşitlilik gösteren durumlar arasında herhangi bir ortak ya da paylaşılan olayın olup olmadığını bulmaya çalışmak ve bu çeşitliliğe göre problemin farklı boyutlarını belirlemektir (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Nitel araştırmalarda örneklem büyüklüğünü belirlemeye yönelik bir kural yoktur. Örneklem büyüklüğü çalışmanın amacına göre neyin kullanışlı olacağı ile eldeki kaynak ve zamana göre belirlenmektedir (Patton, 2002, Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). Burada dikkat edilmesi gereken nokta örneklem büyüklüğünden ziyade belirlenen örneklemin bilgi yüklü olması ile araştırmacının analitik ve gözlemsel yeteneğidir (Patton, 2002).

Maksimum çeşitlilik örneklemesi doğrultusunda çalışmada taraf olabilecek bütün grupların temsil edilmesine dikkat edilmiştir. Bu nedenle ortaokul öğrencileri, matematik öğretmen adayları ve ortaokul matematik öğretmenleri araştırmanın çalışma grubunu oluşturmuştur. Bu kapsamda öncelikle, 96 ortaokul öğrencisi ile çalışma yürütülmüş, daha sonra bir devlet üniversitesi, ilköğretim matematik öğretmenliği programı 1, 2, 3 ve 4. sınıflarında okuyan 6'şar öğretmen adayı ve 6 ortaokul matematik öğretmeni ile çalışma gerçekleştirilmiştir.

Araştırma öncesinde çalışma grubu gönüllülük esasına göre belirlenerek, çalışma grubunda bulunan ortaokul öğrencileri ile matematik öğretmen ve öğretmen adaylarına çalışmanın niçin yapıldığının, çalışmada nelerin yapılacağının ayrıntılı açıklaması yapılmıştır. Ayrıca çalışma grubunda bulunan öğrenci, öğretmen ve öğretmen adaylarının gerçek isimleri gizli tutularak, gerekli bilgilerin verilmesi ve verilerin analizi sırasında belirlenen kodlar kullanılmıştır.

Ortaokul öğrencileri ile yapılan çalışma, sosyo-ekonomik düzeyi farklı olan kesimlerde bulunan okullardan cinsiyet ve sınıf değişkenine göre maksimum çeşitliliği sağlayacak şekilde belirlenmiştir. Bu doğrultuda 6 farklı okul belirlenmiştir. Bu okullar; merkez okul, özel okul, merkeze bağlı köy okulu, ilçe okulu, belde okulu ve köy okulu olacak şekilde tespit edilmiştir. Çalışma her okuldan 16 öğrenci belirlenerek toplam 96 ortaokul öğrencisi ile yapılmıştır. 16 öğrencinin 8'i kadın, 8'i erkek ve 8'i 7. sınıf, 8'i 8. sınıf öğrencisi olarak belirlenmiştir. Bu öğrencilere yönelik gerekli kodlamalar ve ayrıntılı bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 1. Çalışmaya Katılan Ortaokul Öğrencilerinin Özellikleri

Kod	Okul türü	Sınıfı	Cinsiyet	Kod	Okul türü	Sınıfı	Cinsiyet
Ö1	Merkez Okul	7	Kadın	Ö49	Belde Okulu	7	Kadın
Ö2	Merkez Okul	7	Kadın	Ö50	Belde Okulu	7	Kadın
Ö3	Merkez Okul	7	Kadın	Ö51	Belde Okulu	7	Kadın
Ö4	Merkez Okul	7	Kadın	Ö52	Belde Okulu	7	Kadın
Ö5	Merkez Okul	7	Erkek	Ö53	Belde Okulu	7	Erkek
Ö6	Merkez Okul	7	Erkek	Ö54	Belde Okulu	7	Erkek
Ö7	Merkez Okul	7	Erkek	Ö55	Belde Okulu	7	Erkek
Ö8	Merkez Okul	7	Erkek	Ö56	Belde Okulu	7	Erkek
Ö9	Merkez Okul	8	Kadın	Ö57	Belde Okulu	8	Kadın
Ö10	Merkez Okul	8	Kadın	Ö58	Belde Okulu	8	Kadın
Ö11	Merkez Okul	8	Kadın	Ö59	Belde Okulu	8	Kadın
Ö12	Merkez Okul	8	Kadın	Ö60	Belde Okulu	8	Kadın
Ö13	Merkez Okul	8	Erkek	Ö61	Belde Okulu	8	Erkek
Ö14	Merkez Okul	8	Erkek	Ö62	Belde Okulu	8	Erkek
Ö15	Merkez Okul	8	Erkek	Ö63	Belde Okulu	8	Erkek
Ö16	Merkez Okul	8	Erkek	Ö64	Belde Okulu	8	Erkek
Ö17	Özel Okul	7	Kadın	Ö65	Merkez Köy Okulu	7	Kadın
Ö18	Özel Okul	7	Kadın	Ö66	Merkez Köy Okulu	7	Kadın
Ö19	Özel Okul	7	Kadın	Ö67	Merkez Köy Okulu	7	Kadın
Ö20	Özel Okul	7	Kadın	Ö68	Merkez Köy Okulu	7	Kadın
Ö21	Özel Okul	7	Erkek	Ö69	Merkez Köy Okulu	7	Erkek
Ö22	Özel Okul	7	Erkek	Ö70	Merkez Köy Okulu	7	Erkek
Ö23	Özel Okul	7	Erkek	Ö71	Merkez Köy Okulu	7	Erkek
Ö24	Özel Okul	7	Erkek	Ö72	Merkez Köy Okulu	7	Erkek
Ö25	Özel Okul	8	Kadın	Ö73	Merkez Köy Okulu	8	Kadın
Ö26	Özel Okul	8	Kadın	Ö74	Merkez Köy Okulu	8	Kadın
Ö27	Özel Okul	8	Kadın	Ö75	Merkez Köy Okulu	8	Kadın
Ö28	Özel Okul	8	Kadın	Ö76	Merkez Köy Okulu	8	Kadın
Ö29	Özel Okul	8	Erkek	Ö77	Merkez Köy Okulu	8	Erkek
Ö30	Özel Okul	8	Erkek	Ö78	Merkez Köy Okulu	8	Erkek
Ö31	Özel Okul	8	Erkek	Ö79	Merkez Köy Okulu	8	Erkek
Ö32	Özel Okul	8	Erkek	Ö80	Merkez Köy Okulu	8	Erkek
Ö33	İlçe Okulu	7	Kadın	Ö81	Köy Okulu	7	Kadın
Ö34	İlçe Okulu	7	Kadın	Ö82	Köy Okulu	7	Kadın
Ö35	İlçe Okulu	7	Kadın	Ö83	Köy Okulu	7	Kadın
Ö36	İlçe Okulu	7	Kadın	Ö84	Köy Okulu	7	Kadın
Ö37	İlçe Okulu	7	Erkek	Ö85	Köy Okulu	7	Erkek
Ö38	İlçe Okulu	7	Erkek	Ö86	Köy Okulu	7	Erkek
Ö39	İlçe Okulu	7	Erkek	Ö87	Köy Okulu	7	Erkek
Ö40	İlçe Okulu	7	Erkek	Ö88	Köy Okulu	7	Erkek
Ö41	İlçe Okulu	8	Kadın	Ö89	Köy Okulu	8	Kadın
Ö42	İlçe Okulu	8	Kadın	Ö90	Köy Okulu	8	Kadın
Ö43	İlçe Okulu	8	Kadın	Ö91	Köy Okulu	8	Kadın
Ö44	İlçe Okulu	8	Kadın	Ö92	Köy Okulu	8	Kadın
Ö45	İlçe Okulu	8	Erkek	Ö93	Köy Okulu	8	Erkek
Ö46	İlçe Okulu	8	Erkek	Ö94	Köy Okulu	8	Erkek
Ö47	İlçe Okulu	8	Erkek	Ö95	Köy Okulu	8	Erkek
Ö48	İlçe Okulu	8	Erkek	Ö96	Köy Okulu	8	Erkek

Araştırmanın öğretmen adayı grubunu her sınıf düzeyinden 6 öğretmen adayı olmak üzere toplam 24 öğretmen adayı oluşturmuştur. Her sınıf düzeyinde 3 kadın, 3 erkek ve başarı düzeyine göre düşük, orta, yüksek olmak üzere maksimum çeşitliliğin sağlanmasına dikkat edilmiştir. Öğretmen adaylarının başarı ortalamaları bir önceki döneme ait genel not ortalamalarına bakılarak belirlenmiştir. Bu şekilde öğretmen adaylarına ait gerekli kodlamalar ve ayrıntılı bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 2. Matematik Öğretmen Adaylarının Özellikleri

Kod	Sınıf	Cinsiyet	Başarı Ortalaması
ÖA1	1	Kadın	2,83
ÖA2	1	Kadın	3,49
ÖA3	1	Erkek	2,72
ÖA4	1	Kadın	3,17
ÖA5	1	Erkek	3,18
ÖA6	1	Erkek	3,45
ÖA7	2	Erkek	3,47
ÖA8	2	Erkek	3,16
ÖA9	2	Kadın	3,08
ÖA10	2	Kadın	3,49
ÖA11	2	Kadın	2,80
ÖA12	2	Erkek	2,71
ÖA13	3	Kadın	2,75
ÖA14	3	Kadın	3,21
ÖA15	3	Erkek	3,12
ÖA16	3	Erkek	3,37
ÖA17	3	Kadın	3,37
ÖA18	3	Erkek	2,87
ÖA19	4	Erkek	3,75
ÖA20	4	Erkek	3,29
ÖA21	4	Kadın	2,86
ÖA22	4	Kadın	3,44
ÖA23	4	Erkek	2,80
ÖA24	4	Kadın	3,08

Matematik öğretmen grubu incelendiğinde 3 kadın 3 erkek olmak üzere 6 matematik öğretmeni ile çalışma yapılmıştır. Öğretmenlerin ayrıntılı özellikleri ve gerekli kodlamalar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Özellikleri

Kod	Okul Türü	Cinsiyet	Mesleki Deneyim	Eğitim Düzeyi
M1	Merkez Köy	Erkek	8 yıl	Yüksek Lisans
M2	Belde	Kadın	6 yıl	Yüksek Lisans
M3	İlçe	Kadın	4 yıl	Lisans
M4	Merkez	Erkek	5 yıl	Lisans
M5	Merkez	Kadın	3 yıl	Yüksek Lisans
M6	Köy	Erkek	4 yıl	Lisans

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri kaynakları, veri üçgenlemesi kapsamında elde edilmiştir. Üçgenleme yöntemi, çeşitli yöntem ve verilerin bir araya getirilmesiyle araştırmaların güçlendirilmesini sağlamaktadır (Patton, 2002). Nitel araştırmalarda veri çeşitliliğinin sağlanması gözlem, görüşme, doküman gibi veri kaynakları ile elde edilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Araştırmada, ortaokul öğrencileriyle birlikte matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünme biçimlerini ve tahminlerini belirleyebilmek amacıyla 4 tane rutin olmayan problem kullanılmıştır. Problemlere yönelik ayrıntılı çözümler, yazılı doküman olarak elde edilmiştir. Bunun yanında matematik öğretmen ve öğretmen adaylarıyla problemler üzerine yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler, görüşme formundan faydalanılarak gerçekleştirilmiştir. Burada ise veriler ses kaydı alınarak elde edilmiş ve daha sonra yazılı dökümü yapılmıştır. Görüşmeler yapılırken araştırmacının gözlem notları da ayrı şekilde toplanarak veri kaynağı olarak incelenmiştir.

3.3.1. Matematiksel Düşünme Problemlerinin Geliştirilmesi

Araştırmada kullanılan matematiksel düşünme problemleri, ilgili literatür incelenip matematiksel düşünmenin özellikleri ve bileşenleri göz önünde bulundurularak öğrencilerin düşünme süreçlerini yansıtacak şekilde hazırlanmıştır. Hazırlanan problemlerin matematiksel düşünmenin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ile doğrulama ve ikna etme bileşenlerini kapsamasına dikkat edilmiştir. Bu kapsamda 10 tane rutin olmayan matematiksel düşünme problemi oluşturulmuştur (Ek-1). Burada matematiksel düşünmenin bileşenlerinde; ortaokul öğrencileri, matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının ne tür stratejileri kullandıkları araştırılmıştır. Ayrıca matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının, ortaokul öğrencilerinin kullanmış oldukları stratejileri ne düzeyde tahmin edebildikleri araştırılıp incelenmiştir.

Hazırlanan 10 tane rutin olmayan problem öncelikle matematik eğitimi alanında uzman 3 alan eğitimcisine, 3 ortaokul matematik öğretmenine ve 1 dil uzmanına gösterilerek dönütler doğrultusunda gerekli düzenlemeleri yapılmıştır. Uzmanlarla yapılan görüşmelerde, çalışmanın amacından bahsedip bu doğrultuda hazırlanan problemlerde ne tür eksikliklerin olduğu ile nasıl düzeltilebileceğine dayalı olarak uzmanların görüşleri alınmıştır. Uzmanlara yönelik bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4. Uzmanların Özellikleri

Kod	Alan	Eğitim Düzeyi
U1	Matematik Eğitimi	Doktora
U2	Matematik Eğitimi	Doktora
U3	Matematik Eğitimi	Doktora
U4	Matematik Öğretmeni	Yüksek Lisans
U5	Matematik Öğretmeni	Yüksek Lisans
U6	Matematik Öğretmeni	Doktora
U7	Türkçe Eğitimi	Doktora

Hazırlanan 10 rutin olmayan problemin çözümüyle ilgili ortaokul öğrencilerinin, her bölümde 5 problem olmak üzere iki ayrı bölüm şeklinde görüşleri belirlenmiştir. Öğrencilerin problemlerin çözümünde rahat davranmaları için her bir problem, bir A4 kâğıdında olacak şekilde problemler verilmiştir. 60 ortaokul öğrencisi ile birlikte çözülen problemlerin pilot çalışması gerçekleştirilerek değerlendirmesi yapılmıştır. Pilot çalışmada problemlerin amaçlandığı şekilde anlaşılıp anlaşılmadığı, her bir problemin ne kadar zaman aldığı, öğrencilerin çözüm esnasında nerelere odaklandıkları, problemlerin doğru bir şekilde çözülme oranları, kullanılan işlemlerin uzunluğu ve bu durumda öğrencilerin nasıl bir yol izledikleri belirlenmeye çalışılmıştır. Ayrıca problemlerin biçimsel olarak anlaşılmasında engel oluşturan durumlar varsa bunların belirlenip düzeltilmesi hedeflenmiştir. Pilot çalışma kapsamında belirlenen çalışma grubuna ait özellikler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 5. Pilot Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Özellikleri

	7. Sınıf	8. Sınıf	Toplam
Kadın	15	23	38
Erkek	16	6	22
Toplam	31	29	60

Bu işlemler sonucunda 10 tane rutin olmayan problemden 4 tanesinin araştırmanın uygulanması aşamasında kullanılmasına karar verilmiştir (Ek-2). Problemler, pilot çalışma sonucunda yapılan değerlendirmeler ve matematiksel düşünmenin her bir bileşenine karşılık gelmesi dikkate alınarak belirlenmiştir. Bu doğrultuda problemlerin matematiksel düşünme bileşenlerine göre karşılıkları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

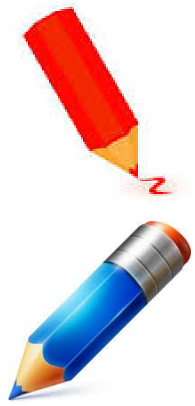
Tablo 6. Problemlerin Matematiksel Düşünme Bileşenlerine Göre Karşılıkları

Problem	**Matematiksel Düşünme Bileşeni**
Birinci Problem	Varsayımda Bulunma
İkinci Problem	Özelleştirme
Üçüncü Problem	Doğrulama ve İkna Etme
Dördüncü Problem	Genelleme

Bu şekilde matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma, özelleştirme, genelleme ile doğrulama ve ikna etme bileşenlerine karşılık birer problem belirlenip matematiksel düşünmenin bütün bileşenleri temsil edilmiştir.

3.3.1.1. Birinci Problem

İlk problem, matematiksel düşünmenin *"varsayımda bulunma"* bileşenine yönelik olarak hazırlanmıştır. Bu problem, ortaokul öğrencilerinin problemin sonucuna ulaşırken verilenlere göre bir kabulden yola çıkıp istenene nasıl ulaştıklarını belirlemek amacıyla oluşturulmuştur. Aynı zamanda problem sonucunda birden fazla cevabın olabileceğini görebilmelerini hedefleyen problem, aşağıda verilmiştir.



Bir kırtasiyede mavi kalemler 2 liraya, kırmızı kalemler ise 3 liraya satılmaktadır. Bu kırtasiyeden bir miktar kalem alan Ahmet, 23 lira ödeme yapmıştır. Buna göre Ahmet'in almış olduğu mavi ve kırmızı kalem sayısının neler olabileceğini bulunuz? Kalem sayılarını nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Problemde öncelikle öğrencilerin kalem fiyatları arasındaki ilişkiyi görmeleri beklenmektedir. Buna bağlı olarak kalem fiyatlarını kullanıp toplam fiyata nasıl ulaşabileceklerini belirlemeleri istenmektedir. Bunu yapmak için de hangi kabulleri belirlediklerini ve bu kabulleri nasıl kullandıklarını araştırmak amaçlanmıştır. Ancak problemin sonucunda bu koşulları sağlayan bütün olasılıkları bulup, bunları matematiksel olarak nasıl ifade edip açıklayacaklarını ayrıntılı bir şekilde ifade etmeleri istenmiştir.

3.3.1.2. İkinci Problem

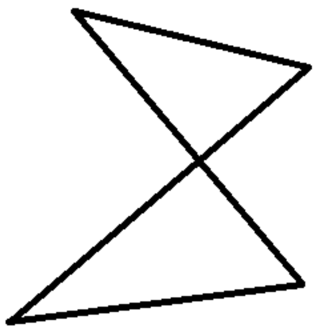
İkinci problem, matematiksel düşünmenin *"özelleştirme"* bileşenine yöneliktir. Bu problemde ortaokul öğrencilerinin problemde verilen değerleri, hangi kriterlere göre değerlendirdiklerini ve özel durumlarda nasıl kullanacaklarını belirlemek hedeflenmektedir. Genel olarak verilen ifadeleri daha küçük ya da özel durumlarda kullanmaları istenmektedir. Bu kapsamda hazırlanan problem aşağıda verilmiştir.

Hilal’in hayvan resimleri koleksiyonu vardır. Koleksiyonunda uğur böceği, solucan ve arı resimleri bulunmaktadır. Koleksiyondaki solucan sayısı; arı ve uğur böceği sayılarının toplamından daha fazladır. Koleksiyonda toplam 10 tane baş ve 18 tane ayak bulunduğuna göre Hilal’in kaç tane uğur böceği vardır? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız. (Uğur böceğinin 6 ayağının, arının da 4 ayağının olduğu kabul edilecektir.)

Bu problemde ortaokul öğrencilerinden öncelikle koleksiyonda bulunan resimlerdeki ayak ve baş sayıları arasındaki ilişkiyi görmeleri istenmektedir. Daha sonra bu ilişkiye bağlı olarak verilen toplam baş ve ayak sayılarından, resimlerin sayısının kaçar tane olabileceğini belirlemeleri gerekmektedir. Burada toplam sayıdan sadece bir tür resmin sayısının ne olabileceğinin bulunması amaçlanmıştır. Ayrıca problemde yapılan işlemlerin matematiksel olarak nasıl ifade edilebileceğinin ayrıntılı olarak açıklanması istenmiştir.

3.3.1.3. Üçüncü Problem

Üçüncü olarak verilen problem, matematiksel düşünmenin *“doğrulama ve ikna etme”* bileşenine yönelik olarak belirlenmiştir. Bu problemde ortaokul öğrencilerinin verilen ifadelerden yola çıkarak öncelikle istenene ulaşmak için nasıl bir yol izleyebileceklerini bulmaları ve bu şekilde buldukları çözüm şeklinin ne derece doğru olduğunu ifade etmeleri istenmektedir. Daha sonra doğru olduğunu ifade ettikleri durumun, neden doğru olduğunu mantıklı bir şekilde açıklamaları beklenmektedir. Tüm aşamalarda kullandıkları ifadeleri, matematiksel olarak ayrıntılı olarak açıklayarak da ikna etme sürecini, ne derece etkili olarak kullandıkları belirlenmeye çalışılmaktadır. Problemin hazırlanmasında Mason, Burton ve Stacey (2010)’in kitabından faydalanılmıştır. Bu doğrultuda hazırlanan üçüncü problem aşağıda verilmiştir.



Yandaki şeklin alanının hesaplanmasına yönelik olarak nasıl bir yol izlenebilir? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Üçüncü problemde, verilen şeklin alanının bulunması aşamasında, öğrencilerin hangi yöntemleri kullandıklarını ve tercihlerini belirlemek amaçlanmaktadır. Burada öğrencilerin belirlemiş oldukları yöntemlerin dayanak noktası ve kendilerinin yöntemlerini ne şekilde kabul ettikleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Devamında ise şeklin alanının nasıl bulunacağına yönelik olarak belirlemiş oldukları yöntemlerin neden kullanıldığını ve bu kullanım şeklinin matematiksel olarak ifadesini, matematiksel kurallar doğrultusunda gerçekleştirerek ifade edip göstermeleri beklenmektedir.

3.3.1.4. Dördüncü Problem

Bu problem, matematiksel düşünmenin *"genelleme"* bileşenine yönelik olarak hazırlanmıştır. Problemde verilenlerin kullanılmasıyla, ilk aşamada verilen kuralların neler olduğunun tespit edilmesi hedeflenmektedir. Daha sonra belirlenen bu kurala dayalı olarak, sonraki aşamalarda hangi durumların oluşabileceğini ve bunları matematiksel olarak nasıl ifade edeceklerini tespit etmek amaçlanmıştır. Bu kapsamda hazırlanan dördüncü problem aşağıda verilmiştir.

Her katta bir görevlinin bulunduğu yedi katlı bir iş merkezinin son katında ofisi olan Can Bey, günlük gazete almaktadır. Bu iş yerinde gazeteler şu kurala göre dağıtılır. Her görevli kendisine ulaşan gazetelerin yarısını o kata dağıtıp kalanını üst kata göndermektedir. En üst katta sadece Can Bey gazete aldığına göre bu iş merkezine günde kaç tane gazete gelmektedir? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Dördüncü problemde ortaokul öğrencilerinden ilk aşamada hangi kuralın verildiğini görmeleri beklenmektedir. Belirlenen bu kural doğrultusunda, daha sonraki aşamalarda sonucun ne olacağını belirleyebilmeleri istenmektedir. Bu kuralları belirlerken matematiksel ifadeleri doğru bir şekilde kullanıp daha genel ifadeleri bulmaları hedeflenmektedir.

3.3.2. Görüşme

Görüşme, sözlü olarak en az iki kişi arasında yapılan bir iletişimdir. Aynı zamanda çalışmada, araştırılan konu çerçevesinde ilgili kişilerden veri toplamak olarak da ifade edilebilir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). Cohen ve Manion (1994) ise görüşmeyi, araştırmacı ve ilgili kişiler arasında geçen, araştırmanın amacına uygun olarak yapılan sözel bir iletişim aracı olduğunu belirtmişlerdir. Bu şekilde yapılan görüşmeler bireylerin fikirleri, deneyimleri, duyguları ve bilgileriyle ilgili doğrudan alıntılar yapılabilmesine olanak sağlanmaktadır (Patton, 2002).

Görüşme türlerini yapılandırılmış, yapılandırılmamış, yarı yapılandırılmış, etnografik ve odak grup görüşmesi olarak ifade edilmiştir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). Çalışma kapsamında matematik öğretmen ve öğretmen adaylarıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmeler, sabit seçenekli cevaplamanın yanında, araştırılan konu ile ilgili derinlemesine inceleme yapmaya olanak sağlayarak her iki durumun birleştirilmesinde etkili bir yoldur (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). Yapılan görüşmelerle matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerini ve ortaokul öğrencilerine yönelik tahminlerini belirlemek amaçlanmıştır.

Araştırmada öncelikle amaç ve alt amaçlar belirlenmiş, bu doğrultuda matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünme biçimlerini belirlemekle birlikte ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini tahmin etmelerine yönelik düşüncelerini ortaya çıkaracak görüşme soruları hazırlanmıştır (Ek-3). Hazırlanan görüşme soruları 3 uzman eğitimci ile tartışılarak soruların, öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşlerini ne düzeyde ortaya çıkarabileceğine yönelik olarak fikir alış verişinde bulunulmuştur. Daha sonra hazırlanan soruların pilot uygulaması, 1 matematik öğretmeni ve 2 öğretmen adayı ile görüşülerek yapılmış ve soruların anlaşılma düzeyi, uygulanmada ne tür zorluklarla karşılaşılacağı, ne kadar zaman alacağı belirlenmiştir. Bu şekilde görüşme sorularına son şekli verilmiştir (Ek-4). Yapılan görüşmelerde görüşme formunda yer alan sorulara ek olarak, görüşmenin gidişatına bağlı olarak ek (sonda) sorular da kullanılmıştır. Görüşmeler sırasında problem çözümleri yapılırken katılımcılara, "*Neden bu şekilde çözmeyi tercih ettin?*", "*Başka türlü nasıl çözülebilirdi?*" gibi katılımcıların düşüncelerini belirleyebilecek ek sorular sorulmuştur. Görüşmeler sırasında verileri eksiksiz olarak elde etmek amacıyla, katılımcıların izni doğrultusunda görüşmelerin ses kayıtları alınmıştır.

3.3.3. Gözlem

Gözlem, araştırmada ihtiyaç duyulan verilerin; insan, toplum veya doğa gibi belirlenmiş olan hedeflere odaklanıp, hedeflerin doğrudan veya bir araç yardımıyla izlenmesiyle toplanması sürecidir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). Bu şekilde elde edilen verilerle gözlenen olayı, olayda geçen etkinlikleri, etkinliklere katılan insanları ve gözlenenlerin bakış açıları betimlenebilmektedir (Patton, 2002).

Gözlem, yapılandırma ölçütüne göre yapılandırılmış gözlem ve yapılandırılmamış gözlem olarak ayrılmaktadır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). Araştırmada öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçleri ve ortaokul öğrencilerine yönelik tahminleri incelendiğinden yapılandırılmamış gözlem uygulanmıştır. Yapılan bu gözlem, gözlemden önce yapılandırılmayarak gözlemciye bilgi toplamada ve kayıt etmede özgürlük tanıyan bir gözlem yöntemidir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). Bu kapsamda problemlerin çözümü sırasında gözlem notları tutulmuştur. Bu aşamada, ortaya çıkan önemli durumlar, düşünme süreçleri açısından ilginç olan veriler, katılımcıların ifade ettiklerini destekleyecek şekilde ele alınarak bu amaç doğrultusunda kullanılmıştır.

3.3.4. Doküman

Doküman, araştırılması hedeflenen olgu ya da olaylarla ilgili bilgi içeren yazılı olan veriler olarak bilinmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Araştırmada, ortaokul öğrencileri ile matematik öğretmen ve öğretmen adaylarıyla problemler üzerine yapılan görüşmeler sırasında, katılımcıların matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkarmak amacıyla problemlerin üzerinde yapmış oldukları ayrıntılı çözümler yazılı veriler olarak elde edilmiştir. Bu doğrultuda elde edilen dokümanlar, nitel veri olarak, gözlem ve görüşmelerden elde edilen verilerle desteklenerek değerlendirilmiştir.

3.4. Veri Toplama Süreci

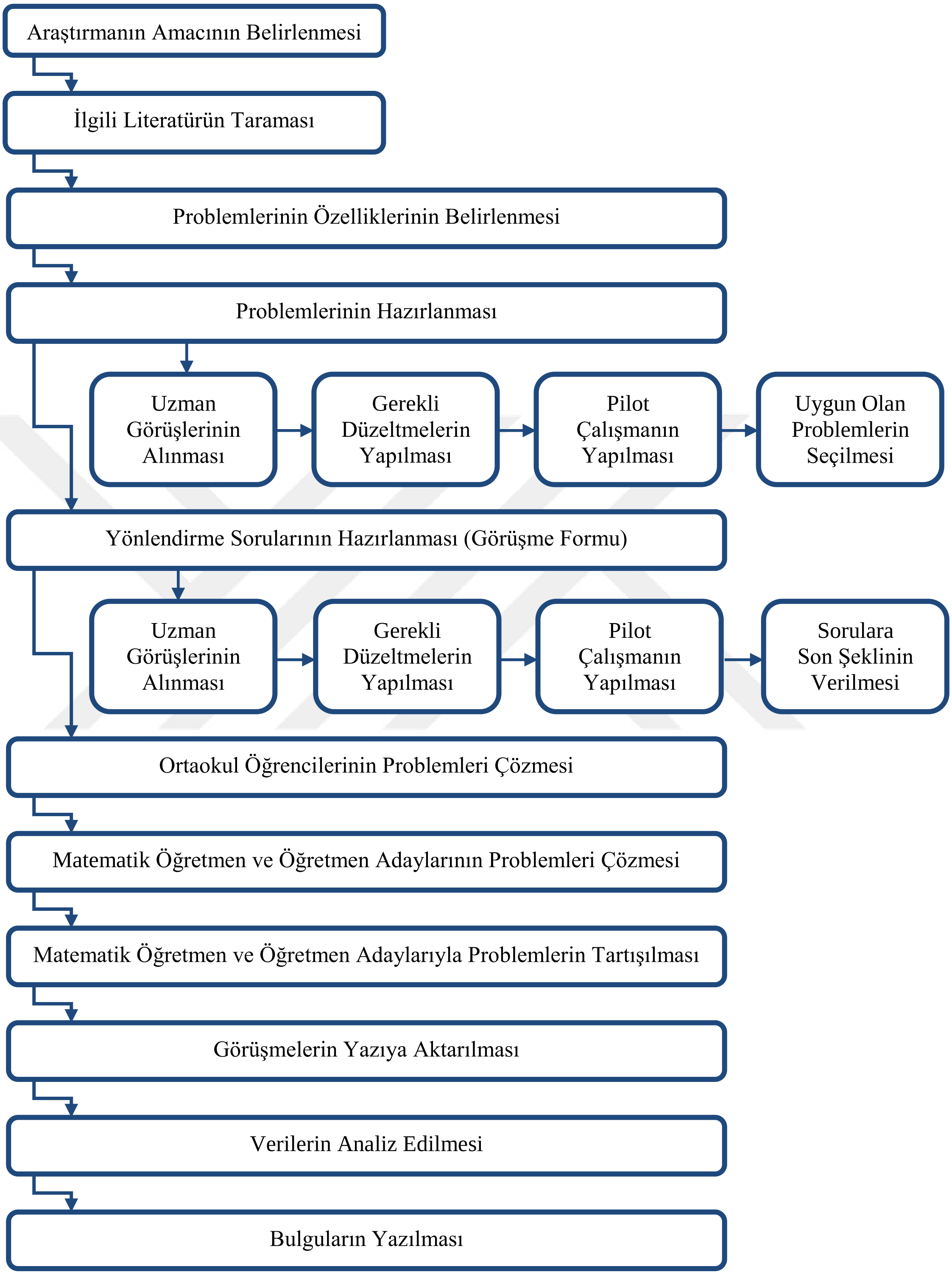
Araştırmanın verileri, 2016-2017 eğitim öğretim yılı süresi içinde toplanmıştır. Ortaokul öğrencileri ile yapılan çalışmalar, okulun belirlediği günlerde okulda; öğretmen ve öğretmen adaylarıyla ise onların uygun oldukları zamanlarda üniversitede gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler yapılmadan önce görüşme yapılan kişiler süreç hakkında bilgilendirilmiş, vermiş oldukları cevapların doğru ya da yanlış olmasının bir öneminin olmadığı, kullanmış oldukları ifadeleri neden kullandıklarının daha önemli olduğu hakkında bilgi verilmiştir. Bu şekilde düşündükleri ifadeleri anlatmalarının öneminden bahsedilmiştir. Aynı zamanda görüşmeler yapılırken veri kaybını önlemek amacıyla, görüşme yapılan kişilerin izni doğrultusunda görüşmelerin ses kayıtları alınmıştır. Elde edilen ses kayıtlarının yazılı hale getirilmesi aşamasında dökümleri yapılırken, katılımcı ile görüşmeci arasında geçen konuşmaların tamamının yazıya yansıtılmasına özen gösterilmiştir.

Matematik öğretmen ve öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmeler, iki oturumda gerçekleştirilmiştir. Her oturumda matematiksel düşünme bileşenleri için hazırlanmış olan 4 problemden 2'si üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Öğretmen ve öğretmen adaylarının problemlerin çözümü için yapmış oldukları çözümler, yazılı olarak alınmıştır. Bunun yanında araştırmacı tarafından önemli görülen durumlar gözlenerek gerekli notlar tutulmuştur. Görüşmeler sırasında öncelikle problemi okumaları ve problem için yapmış oldukları yorumlarla ilgili sesli düşünmeleri, neden bu şekilde düşündüklerini ayrıntılı olarak açıklamaları istenmiştir. Görüşmelerde katılımcılardan, sesli düşünmeleri istendiğinden her biriyle sesli düşünme protokolü tekniği yardımıyla görüşmeler yapılmıştır. Bu protokol, problem çözme gibi çalışmalarda katılımcının zihninden geçenleri, düşünceleri ve bilişsel süreçleri belirleyebilmek amacıyla yapılmaktadır. Bu şekilde katılımcı etkinlikle uğraşırken, görüşmeci etkinliğe dayalı sorular sorarak konu hakkında katılımcının neler düşündüğü ortaya çıkarmaya çalışmaktadır (Patton, 2002). Bu doğrultuda elde edilen veriler ses kayıt cihazları ve araştırmacının notları ile kayıt altına alınmıştır. Bu işlem gerçekleştirilirken süre sıkıntısı olmadığı belirtilerek katılımcıların rahat olmaları istenmiştir. Yapılan görüşmelerin süresine ait bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 7. Görüşme Süreleri

Kodlama	I. Görüşme Süresi	II. Görüşme Süresi
ÖA1	35 dakika 14 saniye	20 dakika 12 saniye
ÖA2	29 dakika 39 saniye	23 dakika 41 saniye
ÖA3	36 dakika 16 saniye	25 dakika 51 saniye
ÖA4	41 dakika 02 saniye	20 dakika 50 saniye
ÖA5	32 dakika 24 saniye	34 dakika 36 saniye
ÖA6	29 dakika 21 saniye	18 dakika 30 saniye
ÖA7	45 dakika 41 saniye	30 dakika 29 saniye
ÖA8	43 dakika 12 saniye	30 dakika 14 saniye
ÖA9	49 dakika 02 saniye	32 dakika 30 saniye
ÖA10	25 dakika 30 saniye	31 dakika 16 saniye
ÖA11	35 dakika 46 saniye	29 dakika 47 saniye
ÖA12	42 dakika 01 saniye	26 dakika 25 saniye
ÖA13	35 dakika 57 saniye	36 dakika 11 saniye
ÖA14	42 dakika 38 saniye	32 dakika 05 saniye
ÖA15	37 dakika 27 saniye	39 dakika 40 saniye
ÖA16	38 dakika 52 saniye	28 dakika 25 saniye
ÖA17	40 dakika 31 saniye	25 dakika 25 saniye
ÖA18	40 dakika 14 saniye	28 dakika 03 saniye
ÖA19	41 dakika 02 saniye	25 dakika 44 saniye
ÖA20	41 dakika 23 saniye	31 dakika 50 saniye
ÖA21	41 dakika 18 saniye	38 dakika 11 saniye
ÖA22	34 dakika 04 saniye	23 dakika 10 saniye
ÖA23	36 dakika 06 saniye	39 dakika 13 saniye
ÖA24	43 dakika 39 saniye	35 dakika 13 saniye
M1	46 dakika 50 saniye	33 dakika 41 saniye
M2	31 dakika 57 saniye	46 dakika 42 saniye
M3	32 dakika 47 saniye	27 dakika 30 saniye
M4	28 dakika 58 saniye	18 dakika 27 saniye
M5	35 dakika 23 saniye	32 dakika 30 saniye
M6	31 dakika 53 saniye	28 dakika 35 saniye

Çalışmada, araştırmanın amacı doğrultusunda süreçte yapılanlarla ilgili genel olarak aşağıda belirtilen aşamalar takip edilmiştir.



Şekil 3. Araştırma Süreci

Şekil 3'de görüldüğü gibi araştırma süreci, araştırmanın amacına yönelik yapılan literatür taraması ile başlamaktadır. Yapılan incelemeler aracılığıyla matematiksel düşünmenin özellikleri doğrultusunda rutin olmayan problemler hazırlanıp gerekli düzeltmelerin yapıldığı pilot çalışma doğrultusunda da asıl çalışmada kullanılacak olan problemler belirlenmiştir. Aynı zamanda görüşmeler için de pilot çalışma yapılmıştır. Yapılan hazırlıklar sonrasında ortaokul öğrencileri ile matematik öğretmen ve öğretmen adaylarıyla çalışmalar yapılmıştır. Elde edilen verilerin analiziyle çalışmanın yazımı tamamlanmıştır.

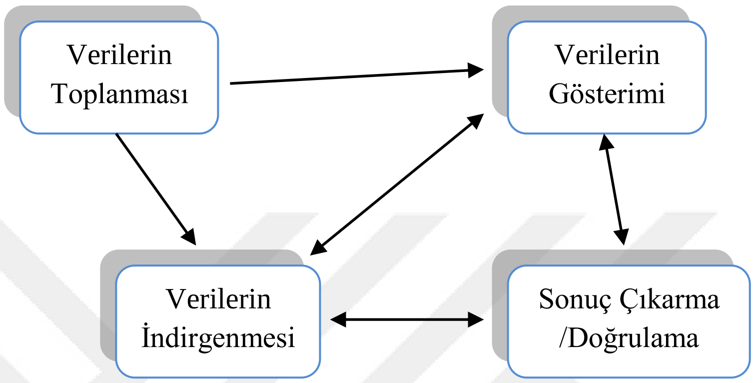
3.5. Verilerin Analizi

Nitel araştırmalar ayrıntılı ve derin konularda çalışmaya olanak tanır. Analizlerde önceden belirlenmiş kategorilerde bir sınırlamanın olmamasını sağlayan çalışmalar nitel araştırmanın açıklığını, derinliğini ve detaycılığını desteklemektedir (Patton, 2002). Bu şekilde araştırılan konu üzerinde bir sınırlama olmadan bütün ayrıntılarıyla derinlemesine analiz imkânı elde edilir.

Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme biçimleri ile öğretmen ve öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik matematiksel düşünme tahminlerini ayrıntılı bir şekilde incelemek amacıyla yapılan bu çalışmada, nitel analiz yöntemlerinden içerik analizi kullanılmıştır. Bu analiz, elde edileni okumaktan daha fazlasını gerektirmektedir (Patton, 2002). İçerik analizi, belirli kurallara dayalı kodlamalarla verilerdeki kelimelerin daha küçük kategorileriyle özetlendiği yinelenebilir, sistematik bir tekniktir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). İçerik analizinin amacı, elde edilen verileri açıklayabilecek ilişkilere ve kavramlara ulaşmaktır. Betimsel analizde özetlenen ve yorumlanan veriler, içerik analizinde daha derin bir şekilde değerlendirilerek betimsel yaklaşımda fark edilmeyen temalar belirlenmiş olur (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

İçerik analizi yaparken kullanılan kavramlardan biri tümevarımsal analizdir. Tümevarımsal analiz, önceden önemli boyutların ne olacağını varsaymadan, analiz boyutlarının ve durumların içinde bulunan ilişkilerden ortaya çıkmasını sağlamaya yöneliktir (Patton, 2002). Ayrıca kodlamalarla verilerin altında yatan temalar ve bu temalar arasındaki örüntüler ortaya çıkarılabilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Nitel araştırmalarda elde edilen verilerin toplanması, analizi ve sonuca ulaşma sürecinde Miles ve Huberman (1994), verilerin toplanmasını, indirgenmesini, görsel hale getirilmesini ve bu doğrultuda sonuç çıkarma/doğrulama süreçlerinin göz önünde bulundurularak araştırmanın yapılmasını önermektedirler. Bu kapsamda Miles ve Huberman (1994)'ın belirtmiş olduğu aşamalardan uyarlanan verilerin analiz sürecine yönelik aşamalar Şekil 4'de belirtilmiştir.



Şekil 4. Verilerin Analiz Süreci

Çalışmada rutin olmayan problemlerin analizi; ortaokul öğrencilerinin, matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının yapmış oldukları çözümlerde hangi stratejileri kullanarak sonuca ulaşmaya çalıştıkları belirlenip temel stratejilerin belirlenmesiyle yapılmıştır. Bu şekilde elde edilen veriler, ilgili kuramsal bilgiler doğrultusunda araştırmacı ve alan uzmanı tarafından temalar ve alt kategorilere ayrılmıştır. Araştırmacı ve alan uzmanı, birbirinden bağımsız olarak çalışıp temaları belirlemişlerdir. Elde edilen temalar, birbirleriyle karşılaştırılarak temaların ortak olan yönleri tespit edilmiştir. Bu şekilde temaların, ortak yönleri doğrultusunda isimlendirmeleri yapılmıştır. Belirlenen temalar arasındaki ilişkiler dikkate alınarak veriler tablolar haline getirilip temaların düzenlemesi yapılmıştır. Ayrıca temalar arasındaki ilişki, şekillerle desteklenerek daha anlaşılır bir şekilde ifade edilmesi sağlanmıştır. Yapılan problem çözümleri ve görüşmelerle ilgili doğrudan alıntılar verilerek de temalar desteklenmiştir.

3.6. Araştırmanın Yapıldığı Ortam

Çalışmada ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme biçimlerini belirlemek amacıyla belirlenen okullarda Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli izinler alınarak (Ek-5) öğrencilerin kendi sınıflarında çalışmalar yapılmıştır. Bu şekilde öğrencilerin yabancı olmadıkları bir ortamda rahat bir şekilde problemleri çözmeleri sağlanmıştır.

Öğretmen ve öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmeler gerekli izinler alınmasıyla birlikte (Ek-6) daha ayrıntılı ve derinlemesine olarak gerçekleştirilmiştir. Yapılan bu görüşmeler araştırmacının çalışma odasında yapılarak araştırmacı ile öğretmen ve öğretmen adaylarının yüz yüze olabilecekleri, araştırmacının yapılanları görmesinin kolay olabileceği bir ortamda gerçekleştirilmiştir. Verilerin toplanması aşamasında alınan ses kayıtlarında sıkıntı olmaması için ses kayıt cihazı da öğretmen ve öğretmen adaylarını rahatsız etmeyecek bir yere koyularak gerekli veriler elde edilmiştir.

3.7. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Araştırmadan elde edilen veriler, araştırmacı ve bir alan uzmanı birbirinden bağımsız olarak kodlamışlardır. Araştırmacı ve alan uzmanının elde ettiği kodlamalar arasındaki uyum düzeyi, Miles ve Huberman (1994)'ın aşağıda belirtmiş oldukları formül ile belirlenmiştir.

$$güvenirlik = \frac{\textit{görüş}\ \text{birliği sayısı}}{\text{görüş birliği sayısı + görüş ayrılığı sayısı}}$$

Bu formülle elde edilen uyum düzeyinin, kabul edilebilir olması için %80 ve üzerinde olmasına dikkat edilmesi gerekmektedir (Miles ve Huberman, 1994). Bu kapsamda elde edilen verilerin ayrı ayrı olarak kodlanmasıyla, kodlayıcılar arasındaki güvenirlik yüzdesinin %94 olduğu belirlenmiştir.

Nitel çalışmaların yaklaşımı, tasarımı ve verileri, nicel araştırmalardan farklı olduğu için nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik amacıyla farklı kriterler kullanılmaktadır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). Nitel araştırmalarda; inandırıcılık (iç geçerlik), aktarılabilirlik (dış geçerlik), tutarlılık (iç güvenirlik) ve teyit edilebilirlik (dış güvenirlik) kavramları çalışmaların geçerlik ve güvenirliğini belirlemede kullanılan kavramlardır (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

3.7.1. İnandırıcılık

Nitel araştırmalarda inandırıcılık, verilerden elde edilen kategorilerin ve yorumların doğrularla örtüşmesine ve gerçeği yansıtmasına dayanır. Bu nedenle araştırmacının, ön yargılı olarak hareket etmeden yansız bir şekilde hareket etmesi gerekmektedir. Araştırmada yapılan uzun çalışmalar ve ayrıntılı olarak alınan alan notları araştırmacının tarafsız bir şekilde hareket etmesini sağlar (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). Bu nedenle inanırlığı sağlama, araştırmacının becerisine, kişiliğine, yeterliğine ve dikkatine bağlı olarak gerçekleşmektedir (Patton, 2002). Bu kapsamda nitel araştırmacı, yaptığı her çalışmanın ve ulaştığı her sonucun devamlı olarak nedenlerini açıklayıcı bir şekilde çalışmada belirtmelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bunu sağlamak için elde edilen veriler tarafsız bir araştırmacı ile birlikte değerlendirilip veriler tartışılmıştır. Tartışılan durumlar birlikte tekrar incelenerek yeniden ele alınmıştır. Bunun yanında araştırmacı, katılımcılarla etkileşimde bulunup incelenen durumları onların bakış açısıyla ele almıştır. Verilerin ayrıntılı olarak açıklanmasıyla, çalışmanın benzer durumlara uygulanabilmesi sağlanmıştır.

3.7.2. Aktarılabilirlik

Nitel araştırmalarda aktarılabilirlik, sonuçların genellenebilirliği ile ilgilidir. Ancak burada amaç, belirli bir durumun derinlemesine incelenmesi olduğundan ve geniş bir örneklemi temsil etmediğinden genellenebilirliği düşüktür. Bu nedenle nitel araştırmalarda elde edilen verilerin, analizlerin ve kategorilerle çalışmanın her aşamasının ayrıntılı bir şekilde tanıtılmasıyla çalışma sonuçlarının benzer ortamlara uyarlanabilmesi kolay olması sağlanır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). Bu nedenle çalışmanın her aşaması ayrıntılı bir şekilde ifade edilmiştir. Bu kapsamda çalışmanın yöntemi, çalışma grubunu belirleme kriterleri, bu kriterler doğrultusunda hangi çalışma grubunun belirlendiği, verilerin nasıl elde edildiği, elde edilen verilerin analizinde hangi aşamaların göz önünde bulundurulduğu ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

3.7.3. Tutarlılık

Yapılan çalışmada, araştırma yaklaşımı, verilerin toplanması, analizi aşamalarında yapılan kontrollerle ilgili bilgi verilmesidir. Çalışmanın kontrolleri yapılırken dışarıdan bir gözle bakılır ve verilere dayalı analizlerin tutarlı olup olmadığı incelenir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu kapsamda verilerin toplanması ve analizi aşamalarında yapılanlar, bütün ayrıntılarıyla açıklanıp veriler arasındaki tutarlılık gösterilmiştir.

3.7.4. Teyit Edilebilirlik

Araştırmacının verileri nesnel bir şekilde belirlemesi ve verilerden elde edilen sonuçların gerçeği yansıtması olarak ifade edilebilir. Bunun için çalışmada ulaşılan sonuçların devamlı olarak verilerle teyit edilmesi ve verilerin mantıklı bir şekilde açıklanması gerekmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu çalışmada da verilerin toplanması ve analizi aşamasında nesnel davranılmaya çalışılmış, ayrıca sonuçların elde edilmesi ve doğruluğu aşamasında farklı araştırmacıların görüşlerinden faydalanılmıştır.

3.8. Araştırmacının Rolü

Araştırmacı; araştırmaya katılan kişilerle doğrudan görüşen ve gerektiğinde bu kişilerin deneyimlerine katılan, alanında kazandığı deneyimleri ve bakış açısını, elde ettiği verilerin analizinde kullanan kişidir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Yapılan bu çalışmada araştırmacı, bütün aşamaları planlamış ve yürütülmesinde bizzat görev alarak çalışmanın her aşamasını gerçekleştirmiştir. Çalışma sırasında tarafsız davranarak, yapılan görüşmelerde öğrencilerin, matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünmelerinin ortaya çıkarılmasına yönelik sorularla, bu amacı gerçekleştirmeye çalışmıştır. Yapılan görüşmelerden elde edilen verileri, çalışma sırasında not alarak çalışma sonrasında değerlendirmiştir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde, araştırma problemi çerçevesinde çeşitli veri toplama araçlarıyla elde edilmiş verilerin analizi sonucunda ortaya çıkan bulgu ve yorumlara yer verilmiştir. Bulgular; ortaokul öğrencilerinin problemleri çözüm stratejileri, öğretmen ve öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmelerden elde edilerek, her problem bağlamında analiz edilmiş ve belirli temalar altında sunulmuştur.

4.1. Birinci Probleme Ait Bulgular

Ortaokul öğrencilerine ilk olarak; *"Bir kırtasiyede mavi kalemler 2 liraya, kırmızı kalemler ise 3 liraya satılmaktadır. Bu kırtasiyeden bir miktar kalem alan Ahmet, 23 lira ödeme yapmıştır. Buna göre Ahmet'in almış olduğu mavi ve kırmızı kalem sayısının neler olabileceğini bulunuz? Kalem sayılarını nasıl bulduğunuzu açıklayınız."* problemi sorulmuştur. Matematiksel düşünmenin *"varsayımda bulunma"* bileşeni kapsamında sorulan bu problemle, öğrencilerin çözüme ulaşmak için gerekli bütün olasılıkları görmeleri ve bu olasılıkları uygun matematiksel ifadelerle göstermeleri hedeflenmiştir. Bunun yanında matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının bu probleme yönelik görüşleri incelenmiştir.

4.1.1. Ortaokul Öğrencilerinin Birinci Problemde Kullandıkları Stratejiler

Ortaokul öğrencilerinin vermiş oldukları cevaplar, çözüme ulaşmaları bakımından incelendiğinde şu veriler elde edilmiştir:

Tablo 8. Öğrencilerin Birinci Probleme Yönelik Çözüme Ulaşma Düzeyleri

Çözüme Ulaşma	Frekans
Yanlış Çözüm	15
Yanlış Stratejiyle Doğru Çözüm	1
Doğru Stratejiyle Yanlış Çözüm	2
Kısmen Doğru Çözüm	63
Doğru Çözüm	15
Toplam	96

Tablo 8 incelendiğinde, öğrencilerin büyük bölümünün kısmen doğru cevap (n=63) verdikleri görülmektedir. Bunun yanında doğru çözüm (n=15) ve yanlış çözüm (n=15) yapan öğrenciler aynı sayıdadır. Burada öğrencilerin büyük bölümünün kısmen doğru çözüm yapmaları, problemin birden çok cevap olasılığını bulmaya yönelik olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Öğrencilerin istenen 4 ihtimalden sadece birini ya da ikisini bulup problemin çözümünü tamamladıkları görülmüştür.

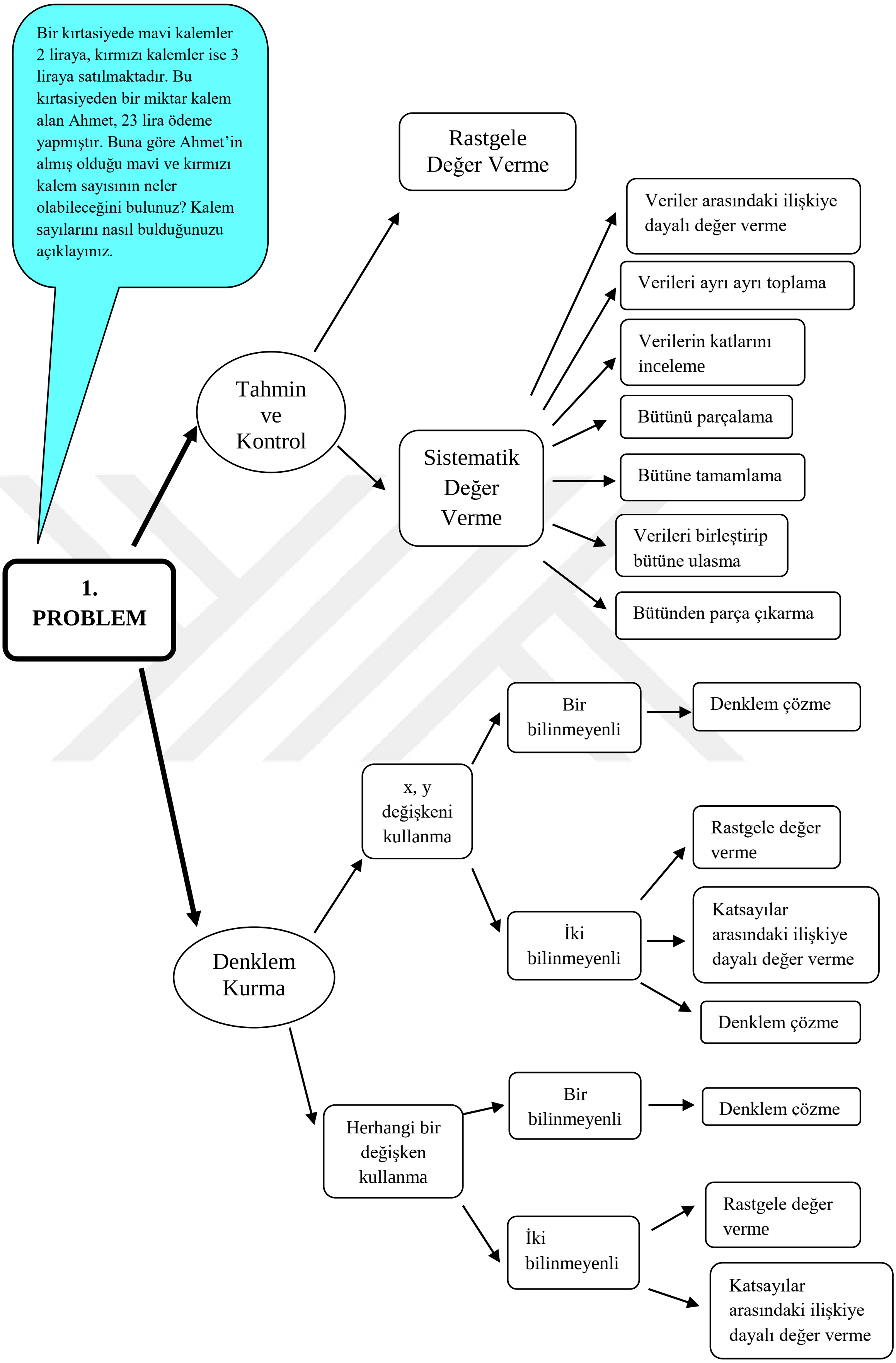
Ortaokul öğrencilerinin vermiş oldukları cevaplar, problemin çözümünü açıklama biçimi yönünden incelendiğinde şu veriler elde edilmiştir:

Tablo 9. Öğrencilerin Birinci Probleme Yönelik Çözümlerini Açıklama Biçimleri

Açıklama Biçimi	Frekans
Sözel İfade Kullanımı	29
Matematiksel İfade Kullanımı	16
Sözel ve Matematiksel İfade Kullanımı	51
Toplam	96

Tablo 9 incelendiğinde öğrencilerin problemi büyük oranda, sözel ve matematiksel ifadeleri birlikte kullanarak (n=51) çözdükleri görülmektedir. Daha sonra sadece sözel ifade kullandıkları (n=29) ve en az ise sadece matematiksel ifade kullandıkları (n=16) belirlenmiştir. Problemin çözüm yapısına bakıldığında, ihtimallerin bulunmasında deneme yanılmanın kullanılması öğrencileri, sözel ve matematiksel ifadeleri birlikte kullanmaya yönelttiği belirlenmiştir.

Öğrencilerin bu probleme yönelik olarak çözüme ulaşma düzeyleri ve problemi açıklama biçimleri incelendikten sonra, çözümlerinde kullandıkları stratejiler araştırılmıştır. Öğrencilerin problemi çözerken kullandıkları stratejilerin neler olduğu Şekil 5'te ayrıntılı bir şekilde verilmiştir.



Şekil 5. Ortaokul Öğrencilerinin Birinci Problemde Kullandıkları Stratejiler

Öğrencilerin kullanmış oldukları stratejiler incelendiğinde, ana tema olarak tahmin ve kontrol ile denklem kurmanın yer aldığı görülmektedir. Tahmin ve kontrol teması altında öğrencilerin problemi çözerken temelde, değer vererek sonuca ulaşmaya çalıştıkları, değer verirken ise kullandıkları işlemlere göre farklı stratejileri kullandıkları belirlemiştir. Bu tema, sistematik ve rastgele değer verme alt temalarına ayrılarak incelenmiştir. Buna göre rastgele değer verme teması tek kategoriden oluşurken, sistematik değer verme teması ise yedi alt kategoriye ayrılmıştır. Bu alt kategoriler, öğrencilerin problemi çözerken kullanmış oldukları işlem basamakları ve sonuca ulaşma yolları dikkate alınarak isimlendirilmiştir. Denklem kurma teması, kullandıkları değişken çeşidine göre iki alt temaya ayrılmıştır. Bu alt temalar, öğrencilerin denklem kurduktan sonra çözüme ulaşma biçimlerine göre alt kategorilere bölünmüştür. Burada, öğrencilerin x, y cinsinde değişkenler kullanırken değer verme yanında denklemi çözmek için uğraştıkları görülürken, x, y dışında herhangi bir değişken kullandıklarında ise denklemi kurduktan sonra sadece değer vererek sonuca ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir.

Öğrencilerin birinci problemi çözerken kullanmış oldukları stratejilerin frekansa göre dağılımları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 10. Birinci Problemde Kullanılan Stratejilerin Frekans Dağılımları

Kullanılan Stratejiler				Frekans
Tahmin ve Kontrol	Rastgele Değer Verme			26
	Sistematik Değer Verme		Veriler arasındaki ilişkilere dayalı değer verme	3
			Verileri ayrı ayrı toplama	23
			Verilerin katlarını inceleme	1
			Bütünü parçalama	7
			Bütüne tamamlama	2
			Verileri birleştirip bütüne ulaşma	4
			Bütünden parça çıkarma	7
Denklem Kurma	x, y Değişkeni Kullanma	Bir Bilinmeyenli	Denklem çözme	3
		İki Bilinmeyenli	Değer verme	8
			Katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verme	3
			Denklem çözme	4
	Herhangi Bir Değişken Kullanma	Bir Bilinmeyenli	Denklem çözme	1
		İki Bilinmeyenli	Değer verme	2
			Katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verme	2

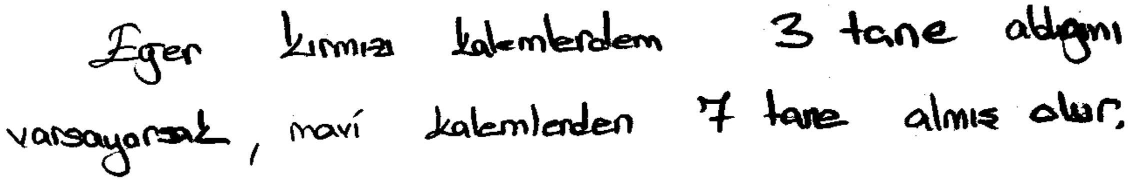
Tablo 10 incelendiğinde öğrencilerin problem çözümünde kullandıkları stratejilerden tahmin ve kontrol ana temasını büyük bölümünün kullandığı (n=73) görülmektedir. Tahmin ve kontrol temasının alt temaları incelendiğinde; sistematik değer verme alt temasını 47, rastgele değer verme temasını ise 26 öğrencinin kullandığı belirlenmiştir. Sistematik değer verme temasının alt kategorileri incelendiğinde, öğrencilerin en çok verileri ayrı ayrı toplama alt kategorisini (n=23) kullandıkları tespit edilmiştir. Daha sonra bütünü parçalama (n=7) ve bütünden parça çıkarma (n=7) alt kategorilerini sıklıkla kullandıkları tespit edilmiştir. Verileri birleştirip bütüne ulaşma (n=4), veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer verme (n=3), bütüne tamamlama (n=2) ve verilerin katlarını inceleme (n=1) alt kategorilerini ise çok az kullandıkları görülmüştür.

Denklem kurma ana temasına bakıldığında, öğrencilerin x, y değişkenlerini (n=18) diğer değişkenlere (n=5) göre daha çok kullandıkları belirlenmiştir. Değişken olarak x, y cinsinden ifadeler kullanırken iki bilinmeyen kullanma (n=15), bir bilinmeyen kullanmaya (n=3) göre daha fazla tercih edilmiştir. Aynı şekilde herhangi bir değişken kullanıldığında da iki bilinmeyen (n=4), bir bilinmeyenden (n=1) daha çok kullanılmıştır. Öğrenciler iki bilinmeyen kullandıklarında x, y değişkenlerini kullanırken en çok denklem kurduktan sonra rastgele değer verdikleri (n=8), daha sonrasında ise denklem çözmeyi (n=4) tercih ettikleri görülmüş ve değişken olarak herhangi bir değişken kullandıklarında ise değer vererek sonuca ulaşmaya çalıştıkları ve denklemi çözmeyi tercih etmedikleri belirlenmiştir. Bunun yanında denklem kurarken bir değişken kullandıklarında değer vermeden, denklemi çözerek sonuca ulaşmaya çalıştıkları tespit edilmiştir.

Birinci problemin tema ve alt temalarına yönelik açıklamalar ve ortaokul öğrencilerinin çözüm yolu örnekleri aşağıdaki verilmiştir.

- **Tahmin ve Kontrol Teması:** Problemin sonucunun ne olacağını "*değer vererek bulma*" ile belirlemeye yönelik ana tema olarak ifade edilmiştir.

    - **Rastgele Değer Verme:** Bu tema, öğrencilerin problemi çözerken herhangi bir çözüm yolunu tercih etmeden sonucun ne(ler) olabileceğini, verilenleri kullanarak değer verip çözüme ulaşmalarına yöneliktir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.

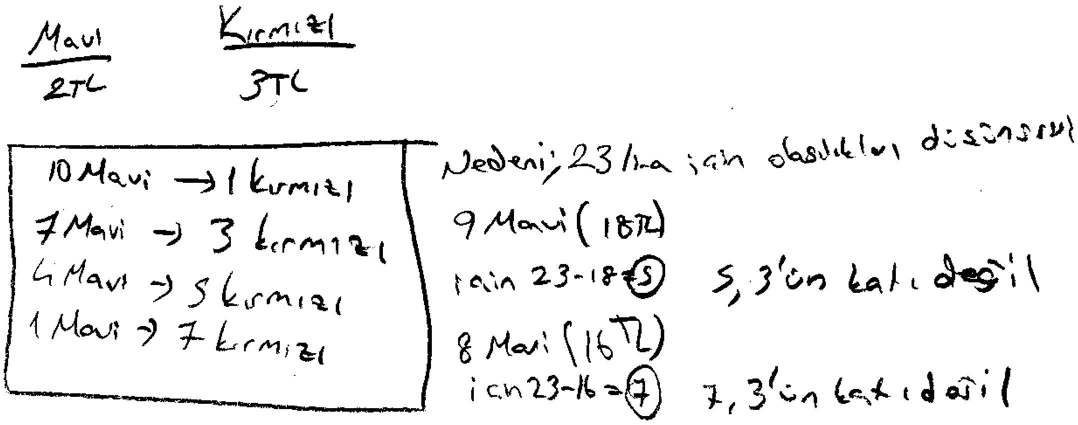


Şekil 6. Ö18'in Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Birinci problem için Ö18'in çözümü incelendiğinde, problemde verilenleri kullanarak sonuca ulaşmaya çalıştığı görülmektedir. Burada öncelikle 3 tane kırmızı kalem alabileceğini düşünmüş ve eğer 3 tane kalem alırsa 7 tane mavi kalem alması gerektiğini bulmuştur. Problemde bulunması gereken 4 ihtimalden ise sadece birini bulduktan sonra diğer ihtimalleri bulmadan problemin çözümünü bitirmiştir.

- **Sistematik Değer Verme:** Bu tema, öğrencilerin problemi mantık çerçevesinde değer vererek çözmelerine yöneliktir. Problemi çözerken çözüme ulaşma aşamalarına göre 7 alt kategoriye ayrılmıştır.

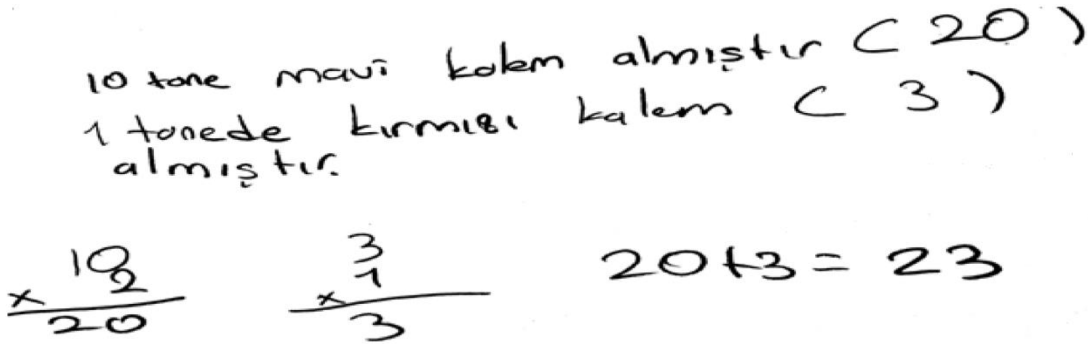
1. **Veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer verme:** Burada öğrenciler, belirli kriterler doğrultusunda verilerin birbirleriyle olan ilişkilerine dayalı olarak değer verip sonuca ulaşmaya çalışmaktadırlar. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 7. Ö30'un Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Birinci problem için Ö30'un çözümü incelendiğinde, değer vererek sonuca ulaşmaya çalıştığı görülmektedir. Ancak burada sonuca ulaşmak için mavi kalemlere değer verdikten sonra kalan sayılarda 3'ün katı olan sayıların kalmasına dikkat ettiği ve bu doğrultuda kırmızı kalemleri bulduğu belirlenmiştir. Problemde istenen 4 durumu da bu şekilde bulmuştur.

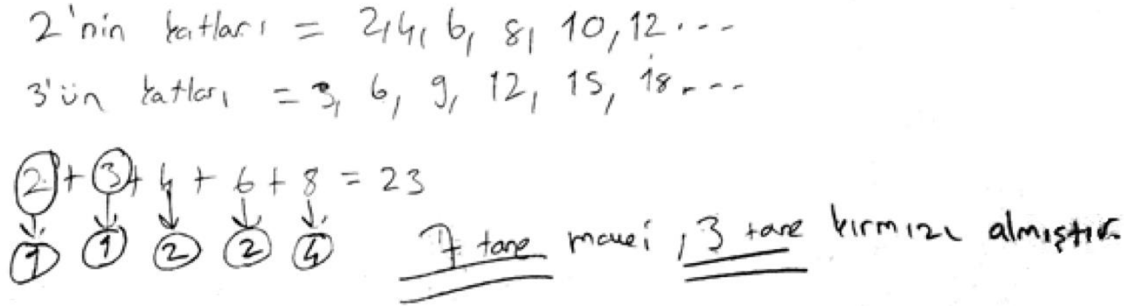
2. **Verileri ayrı ayrı toplama:** Öğrenciler, problemi çözerken değer verip her bir değerin sonucunu işlemsel olarak göstermektedirler. Elde edilen değerlerin toplamının ise bütüne eşit olmasına dikkat ederek sonucu bulmaya çalışmışlardır. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 8. Ö6'nın Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Birinci problem için Ö6'nın yaptığı çözüm incelendiğinde, 10 tane mavi kalem alındığında elde edilen miktarın ne olduğunu bulduğu ve devamında 1 tane kırmızı kalemin miktarını bulduğu görülmektedir. Bulduğu değerlerin toplamının kalemlerin toplam fiyatını verdiğini belirterek çözümü tamamlamıştır. Ancak problemde istenen 4 ihtimalden birini bularak çözümü bitirdiği görülmektedir.

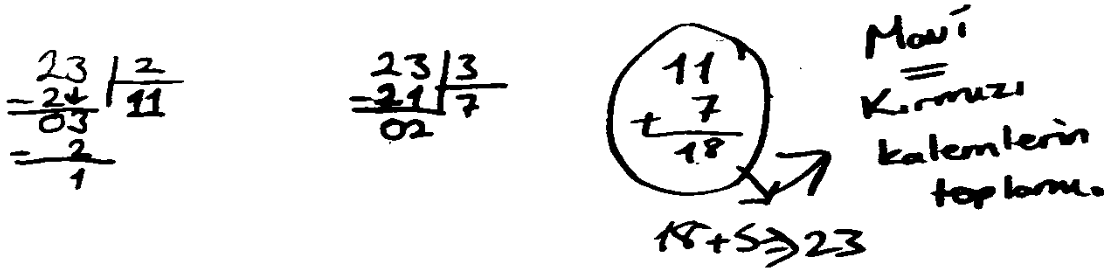
3. **Verilerin katlarını inceleme:** Burada öğrenciler, verilen değerlerin katlarını inceleyerek katlar arasındaki ilişkiye göre değer verip sonuca ulaşılmaktadırlar. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 9. Ö64'ün Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Birinci problem için Ö64'ün yaptığı çözüm incelendiğinde, öncelikle verilen kalem fiyatlarının katlarını belirlediği görülmektedir. Bu katlardan yola çıkarak toplama nasıl ulaşacağını deneyerek bulmuştur. Ancak ihtimallerden birini bularak çözümü tamamlamıştır.

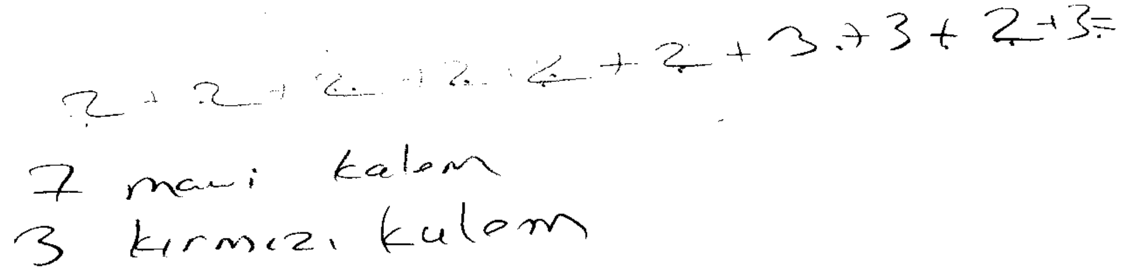
4. **Bütünü parçalama:** Burada, verilen bütünü parçalayarak elde edilen parçalarla sonuca ulaşılmaktadır. Parçaların istenen değeri sağladığı, değer verilerek kontrol edilmektedir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 10. Ö83'ün Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Birinci problem için Ö83'ün çözümü incelendiğinde, verilen toplam miktarı mavi ve kırmızı kalemlerin fiyatına ayrı ayrı bölerek kaçar tane kalem aldığını bulmaya çalıştığı görülmektedir. Ancak bu şekilde yanlış çözüm yaptığı belirlenmiştir.

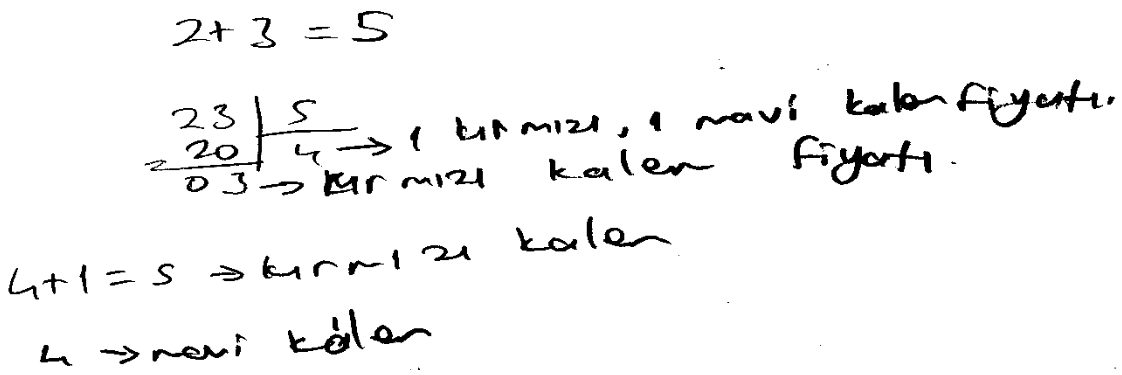
5. **Bütüne tamamlama:** Bu tema, verilen değerleri tek tek deneyerek bütüne ulaşmak için kaç tanenin gerektiğini belirlemeye yöneliktir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm aşağıdaki gibidir.



Şekil 11. Ö15'in Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Birinci problem için Ö15'in yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, mavi ve kırmızı kalem fiyatlarını yan yana belli sayıda yazdığı görülmektedir. Daha sonra bunlardan kaç tane yazdığında toplam ödeme miktarına ulaşacağını tek tek deneyerek bulmaya çalıştığı belirlenmiştir. Toplam miktara ulaştığında da çözümü bitirmiştir. İstenen 4 durumdan birini bulduktan sonra diğer durumları bulmadan sonucu tamamlamıştır.

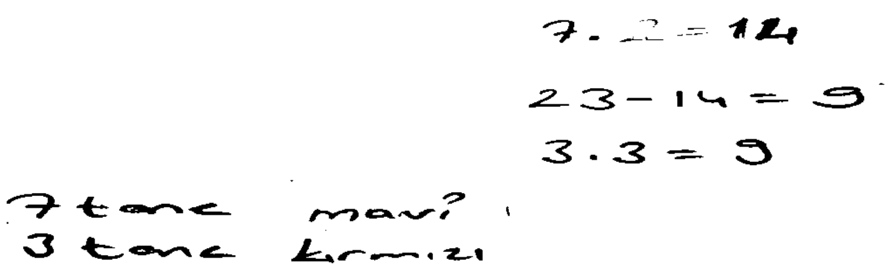
6. **Verileri birleştirip bütüne ulaşma:** Burada, problemde verilen değerleri birleştirilerek bütünün nasıl elde edileceği belirlenmeye çalışılmaktadır. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 12. Ö21'in Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Birinci problem için Ö21'in yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, öncelikle mavi ve kırmızı kalemlerin toplam fiyatının 5 lira olduğunu belirlediği görülmektedir. Daha sonra kalemlere ödenen toplam miktarı bu değere bölerek 4'er mavi ve kırmızı kalem aldığını belirtmiştir. Kalan olarak 3'ün olmasını, bir kırmızı kalemin daha olduğu şeklinde ifade etmiştir. Bu durumu 4 mavi ve 5 kırmızı kalemin alındığı olarak göstermiştir. Ancak problemde istenen diğer olasılıkları bulmadan tek bir durumla çözümü bitirmiştir.

7. **Bütünden parça çıkarma:** Bu temanın odak noktası bütünden parçaların çıkarılmasıyla kalanın, diğer parçaları sağlayıp sağlamadığını deneyip sonuca ulaşmaktır. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 13. Ö50'nin Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Birinci problem için Ö50'nin yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, öncelikle 7 tane mavi kalem aldığında ne kadar ödeme yapması gerektiğini bulmuştur. Bu değeri toplam değerden çıkardığında geriye kalan parçanın 3 tane kırmızı kaleme denk geldiğini göstermiştir. Problemdeki diğer ihtimalleri bulmadan problemin çözümünü tamamlamıştır.

- **Denklem Kurma Teması:** Problemde istenene denklem kurmayla ulaşılmasına yönelik ana tema olarak belirlenmiştir.

  - **x, y Değişkeni Kullanma:** Bu tema, denklemi kurarken değişken olarak x, y cinsinden değişkenler kullanmaya yöneliktir.

    1. Bir bilinmeyenli – Denklem çözme: Burada, problemde verilen değerleri tek değişken cinsinden yazarak denklemi kurup çözmek hedeflemektedir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.

$$2+x+3+x=23$$

$$2x+5=23-5$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}=\frac{18}{2}=9=x$$

$9+2=11$ mavi

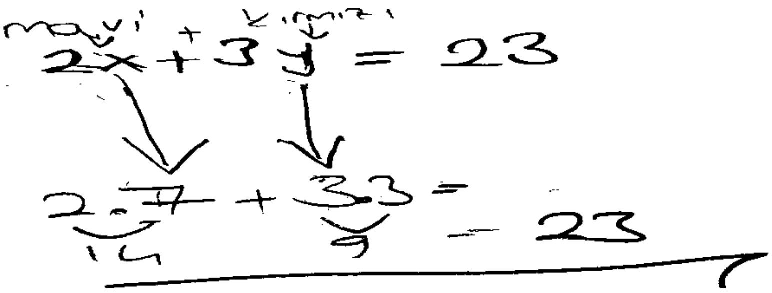
$9+3=12$ kırmızı

$11+12=23$

Şekil 14. Ö39'un Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Birinci problem için Ö39'un yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, denklemi kurarken mavi ve kırmızı kalemlerin fiyatlarının her birine eşit şekilde ekleme yapıp denklemi toplam miktara eşitlemiştir. Bu şekilde bulduğu değere mavi ve kırmızı kalemlerin fiyatını ekleyerek toplam kalem sayısını bulmuştur. Ö39'un yapmış olduğu çözüme hatalı bir şekilde ulaştığı belirlenmiştir.

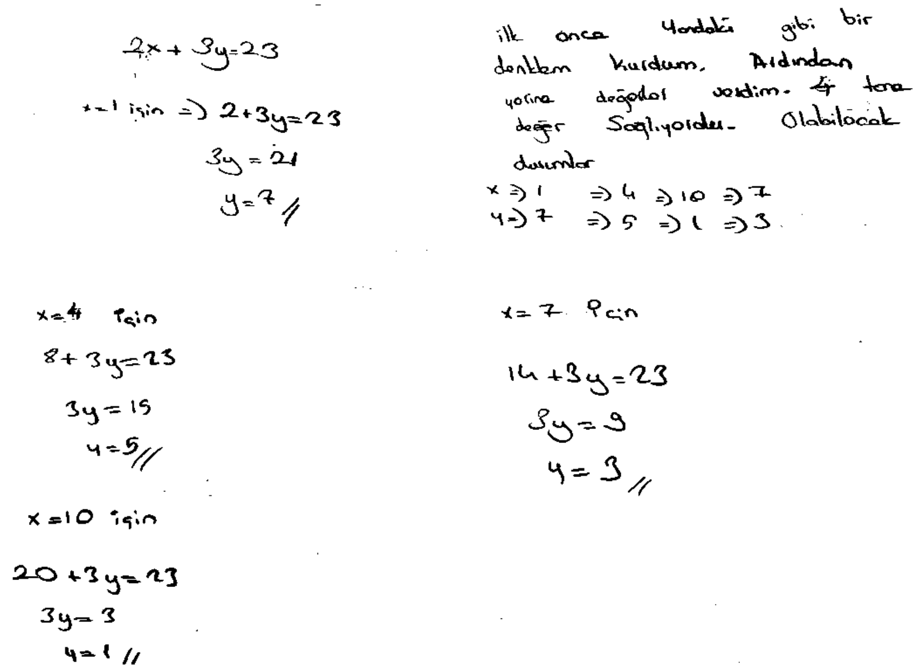
2. İki bilinmeyenli – Değer verme: Burada problemde verilen değerler göre iki bilinmeyenli bir denklemi kurulduktan sonra, denklemde değişkenlere rastgele değerler verip çözüm yapılmaktadır. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 15. Ö47’nin Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Birinci problem için Ö47’nin çözümü incelendiğinde, öncelikle iki bilinmeyenli bir denklem kurduğu görülmektedir. Daha sonra kurduğu denklemde mavi kalem olarak isimlendirdiği x’e 7 değerini, kırmızı kalem olarak isimlendirdiği y’ye ise 3 değerini verdiği belirlenmiştir. Verdiği değerlerin denklemi sağlamasıyla istenen durumlardan bir tanesini bulup çözümü tamamlamıştır.

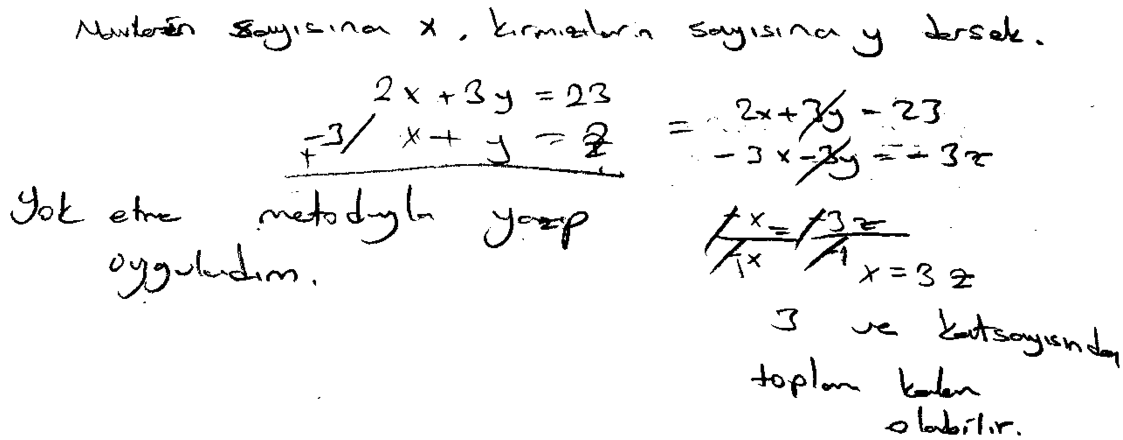
3. İki bilinmeyenli – Katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verme: Burada denklemi iki bilinmeyenli olarak kurduktan sonra değişkenlerden birine değer vererek diğer değişkenin hangi değeri alacağı, veriler arasındaki ilişkiye göre belirlenmeye çalışılmaktadır. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 16. Ö76’nın Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Birinci probleme yönelik olarak Ö76’nın yaptığı çözüm incelendiğinde, iki bilinmeyenli denklemi kurduktan sonra değişkenlerden birine değer verip diğer değişkenin ne olacağını denklemi çözerek bulmaya çalışmıştır. Bu şekilde problemde istenen tüm olasılıkları bularak çözümü tamamlamıştır.

4. İki bilinmeyenli – Denklem çözme: Burada iki bilinmeyenli denklemi kurduktan sonra değişkenlere değer vermeden doğrudan denklem çözülmektedir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.

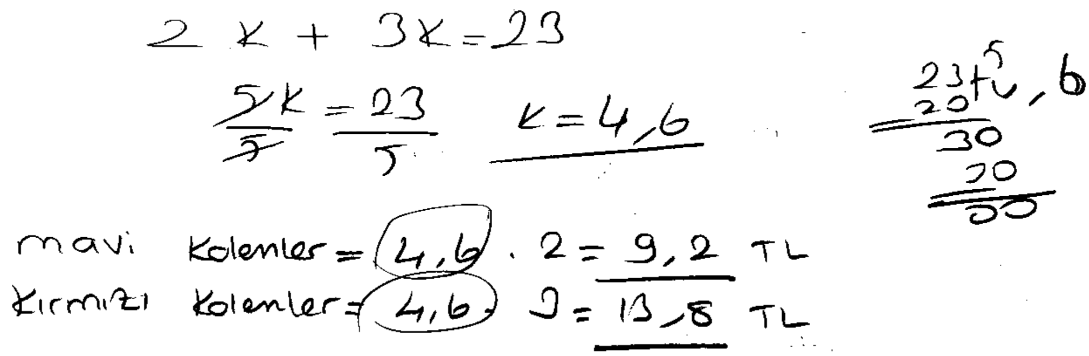

Maviların sayısına x, kırmızıların sayısına y dersek.
$2x + 3y = 23$
$-3/\ x + y = z$
$= 2x + \cancel{3y} = 23$
$-3x - \cancel{3y} = -3z$
Yok etme metoduyla yapıp uyguladım.
$\cancel{-1}x = \cancel{-}3z$, $x = 3z$
3 ve katsayısından toplam kalan olabilir.

Şekil 17. Ö96’nın Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Birinci problem için Ö96’nın yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, mavi ve kırmızı kalemlerin toplam fiyatını denklem kurup belirttikten sonra kalem sayılarının toplamını bir z değişkenine eşitlediği görülmektedir. İki tane denklemi belirleyip denklem sistemini çözmeye çalışmıştır. Ancak denklem çözümünde hata yaparak yanlış sonuç bulup çözümü tamamlamıştır.

- **Herhangi Bir Değişken Kullanma:** Burada problemin çözümünde denklem kurarken x, y değişkenleri dışında başka değişkenlerin kullanılması hedeflenmektedir.

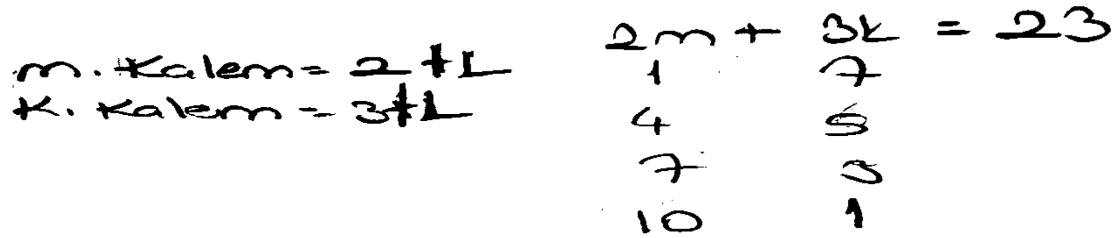
1. Bir bilinmeyenli – Denklem çözme: Problemde verilenleri tek değişken cinsinden yazıp kurulan denklemin çözülmesi amaçlamaktadır. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 18. Ö34'ün Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Birinci probleme yönelik olarak Ö34'ün yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, mavi ve kırmızı kalem sayılarını eşit olarak aldığı görülmektedir. Bu doğrultuda oluşturduğu tek değişkenli denklemi çözerek sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Ancak problemin başında kalem sayılarını eşit kabul etmesi hatalı sonuca ulaşmasına neden olmuştur.

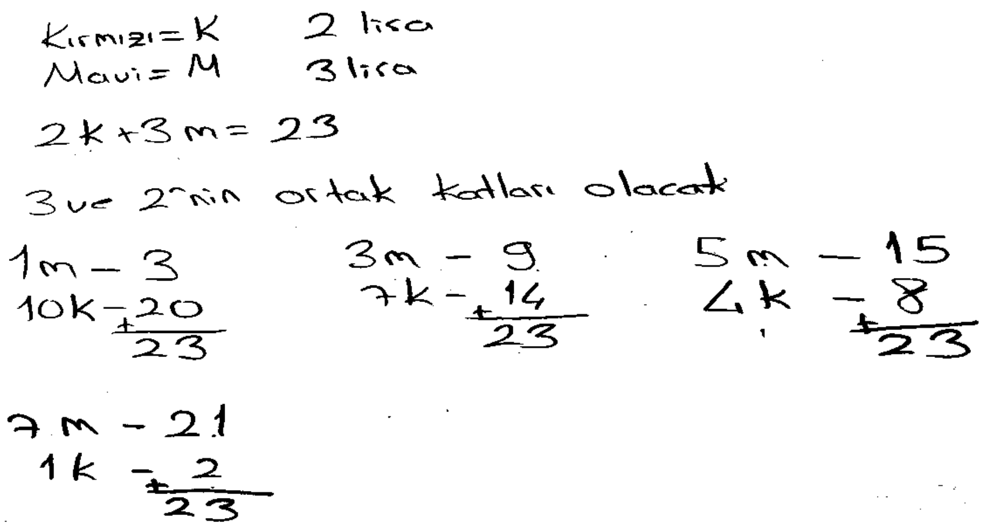
2. İki bilinmeyenli – Değer verme: Problemin çözümünde denklemi iki bilinmeyenli olarak belirledikten sonra değişkenlere değer verilerek sonuca ulaşılmaya çalışılmaktadır. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 19. Ö29'un Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Ö29'un yaptığı çözüm incelendiğinde mavi ve kırmızı kalemleri isimlendirdikten sonra kurduğu denklemde değişkenlere değer vererek çözüme ulaştığı görülmektedir. Problemde istenen bütün olasılıkları bularak çözümü tamamlamıştır.

3. İki bilinmeyenli – Katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verme: Bu temada denklemde değişkenlerden birine değer verirken, diğer değişkeni buna bağlı olarak bulmayı hedeflenmektedir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.

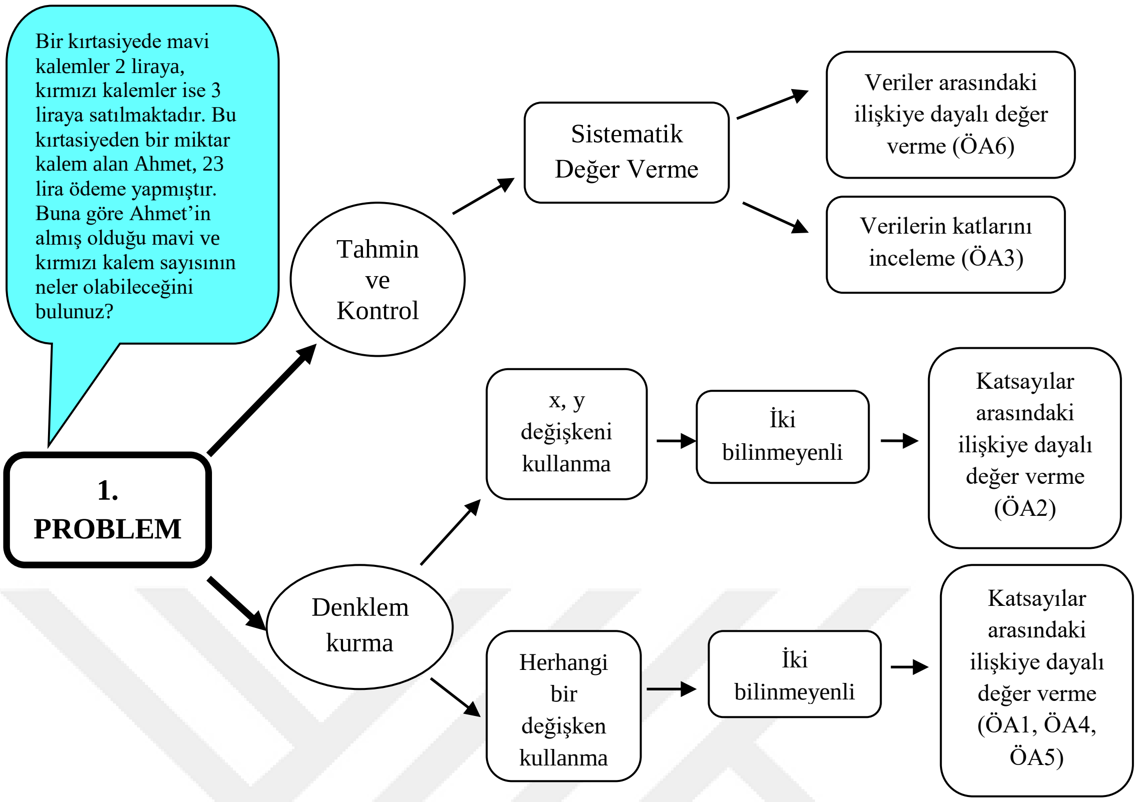


Şekil 20. Ö31'in Birinci Problem için Yaptığı Çözüm

Ö31'in birinci probleme yönelik olarak yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, denklemi kurduktan sonra katsayıların birbiriyle olan ilişkisine göre değişkenlere değer verdiği görülmektedir. Verilen değerlerin denklemi sağlamasına göre problemde istenen tüm durumları bularak problemin çözümünü tamamlamıştır.

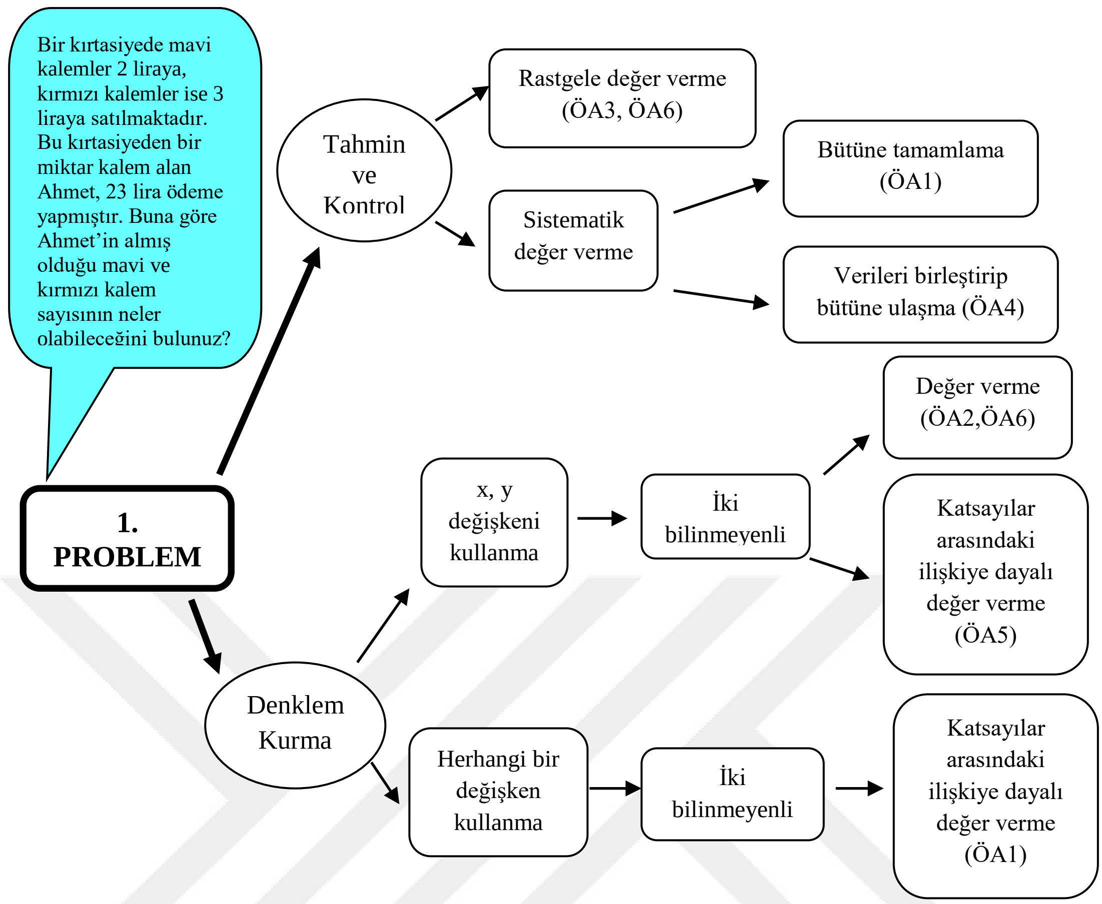
4.1.2. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Probleme Yönelik Görüşleri

Birinci sınıf öğretmen adaylarından ilk önce problemi kendilerinin çözmeleri istenmiştir. Bu kapsamda, problem çözümünde kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 21. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Birinci sınıf öğretmen adaylarının kullandıkları stratejiler incelendiğinde denklem kurmayı daha çok tercih ettikleri görülmektedir. Burada x, y değişkeni vermektense başka bir değişken kullandıkları ve denklemi çözmek yerine katsayılar arasındaki ilişkiye yönelik olarak değer verdikleri belirlenmiştir. Değer vererek çözdüklerinde ise sistematik değer vermeyi kullandıkları, bunlardan da veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer verdikleri ve verilerin katlarını inceledikleri görülmektedir. Bu problemi ortaokul öğrencileri çözerken hangi stratejileri kullanacaklarına yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde ise aşağıdaki bulgular elde edilmiştir.



Şekil 22. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Öğretmen adaylarının, ortaokul öğrencilerinin birinci problemi nasıl çözeceklerine yönelik olarak görüşleri incelendiğinde, ortaokul öğrencilerinin tahmin ve kontrol ile denklem kurma ana temalarını kullanacakları ifade edilmiştir. Tahmin ve kontrol ana teması altında öğrencilerin rastgele değer verecekleri; sistematik değer verdiklerinde ise bütüne tamamlama ile toplam bütün ilişkisi alt kategorilerini kullanacakları belirlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin sistematik değer verme teması altındaki diğer kategorilere yönelik olarak öğretmen adaylarının herhangi bir yorum yapmadıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının denklem kurma ana teması altında ise ortaokul öğrencilerinin kullandıkları değişkenleri ifade ettikleri, kurdukları denklemde ise rastgele değer verecekleri ya da katsayılardaki ilişkiye dayalı olarak değer vereceklerini ifade etmişlerdir. Ancak ortaokul öğrencilerinin bir bilinmeyenli denklem kurmaları ve kurdukları denklemleri çözmelerine yönelik olarak tahminde bulunmadıkları belirlenmiştir.

Birinci sınıf öğretmen adaylarının bu problemi çözmek için ortaokul öğrencilerinin nasıl hareket edecekleri ve ne düşüneceklerine yönelik görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Buna göre Tablo 4’teki veriler elde edilmiştir.

Tablo 11. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Sayılar arasındaki ilişkiyi fark edebilme (ÖA3, ÖA6) Tahmin yeteneğini geliştirme (ÖA4, ÖA5) Katsayılarla işlem yapma (ÖA1) Değer vererek problemi çözebilme (ÖA2) Tek-çift kavramı hakkında bilgi verme (ÖA3) Probleme nasıl yaklaştığını ölçme (ÖA6)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Denklem kurma (ÖA1, ÖA2, ÖA6) Dört işlem (ÖA3) Sayılar-Rakamlar (ÖA4) Miktar (ÖA4) Ödeme (ÖA4) Değişkenleri isimlendirme (ÖA5)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Değişkenleri isimlendirerek (ÖA1, ÖA2) Verilenleri yazarak (ÖA4, ÖA5, ÖA6) Doğrudan değer vererek (ÖA3)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Kolay (ÖA1,ÖA2, ÖA3) Orta (ÖA6) Ortanın biraz üstü (ÖA5) Zor (ÖA4)

Tablo incelendiğinde birinci sınıf öğretmen adayları ilk problemin amacını; ihtimalleri görebilme, sayılar arasındaki ilişkiyi fark edip bu kapsamda değer verip problemi çözebilme, katsayılarla işlem yapma olarak ifade etmişlerdir. Problemin amacına yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının ifadeleri şu şekildedir:

“Tek çift kavramı hakkında bilgi vermek. Çünkü şimdi 2 ve 3’ü vermiş. 2’nin katından tek sayı gelmeyecek. 23 lira olduğu için 3’ün katından tek sayı getirmemiz gerek. Bu kavramlar arasında bir ilişki göstermek istemiş.” (ÖA3)

“Olasılıkları görebilmek, ihtimalleri görebilmek olabilir. Formül oluşturup formüldeki ihtimalleri görebilmek.” (ÖA4)

“Probleme nasıl yaklaştığını ölçmek için sormuştur. Çünkü klasik bir problem gibi durmuyor. Öyle çok fazla değer yok. Mantık gücünü şey yapmak için gerçi

zannetmiyorum da. Buna diyeceğim tek şey bu probleme nasıl yaklaştığını ölçmek için sorulmuş olabilir." (ÖA6)

Öğretmen adayları problemdeki matematiksel kavramların; denklem kurma, değişkenleri isimlendirme ve dört işlem gibi ifadeler olduğunu belirtmişlerdir. Problemde bulunan matematiksel kavramlar üzerine öğretmen adaylarının görüşlerinden bazıları şu şekildedir:

"Denklem kurma, denklemi sağlayıp sağlamadığına bakıyor." (ÖA1)

"Sayı kelimesi geçiyor. Miktar var, ödeme var. Bu, biraz ekonomi biraz matematik." (ÖA4)

"Aklıma ilk şey geldi, 6. sınıfta x, y yerine elma armut diyorduk ya, ilk bu geldi aklıma. Sanki onu kazandırmaya çalışıyormuş gibi." (ÖA5)

Öğretmen adayları, öğrencilerin probleme nasıl başlayacağını ise verileri yazarak başlamak, değişkenleri isimlendirmek, denklem kurmak ve değer vermek şeklinde olduğunu ifade etmişlerdir. Probleme nasıl başlamaya yönelik olarak öğretmen adaylarından bazılarının görüşleri şu şekildedir:

"Okuyarak adım adım başlar. Benim yaptığım gibi mavi kalemler m olsun, kırmızı kalemler k olsun gibi." (ÖA1)

"Mavi ve kırmızı kalemin miktarına ya da fiyatına bir değer vermek zorunda. Bu değere de a'lı b'li x'li y'li bir şey verir. Oradan bir denklem kurar denklemi kurduktan sonra eğer öğretmen üstüne bastırırsa, alabileceği derse, öğrenci oradan değerler verir." (ÖA2)

"İlk soruyu okudu bence anlamaz, ne diyor bu soru diye. Sonra ikinci defa okur belki üçüncü defa, sonra ilk şunu görür mavi kalemler 2 liraymış, kırmızı kalemler 3 lira bunu bir yazar." (ÖA4)

Problemin öğrenci seviyesine uygunluğu incelendiğinde; 3 öğretmen adayının kolay, 1 öğretmen adayının orta, 1 öğretmen adayının ortanın biraz üstü ve 1 öğretmen adayının da zor dediği görülmektedir. Öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

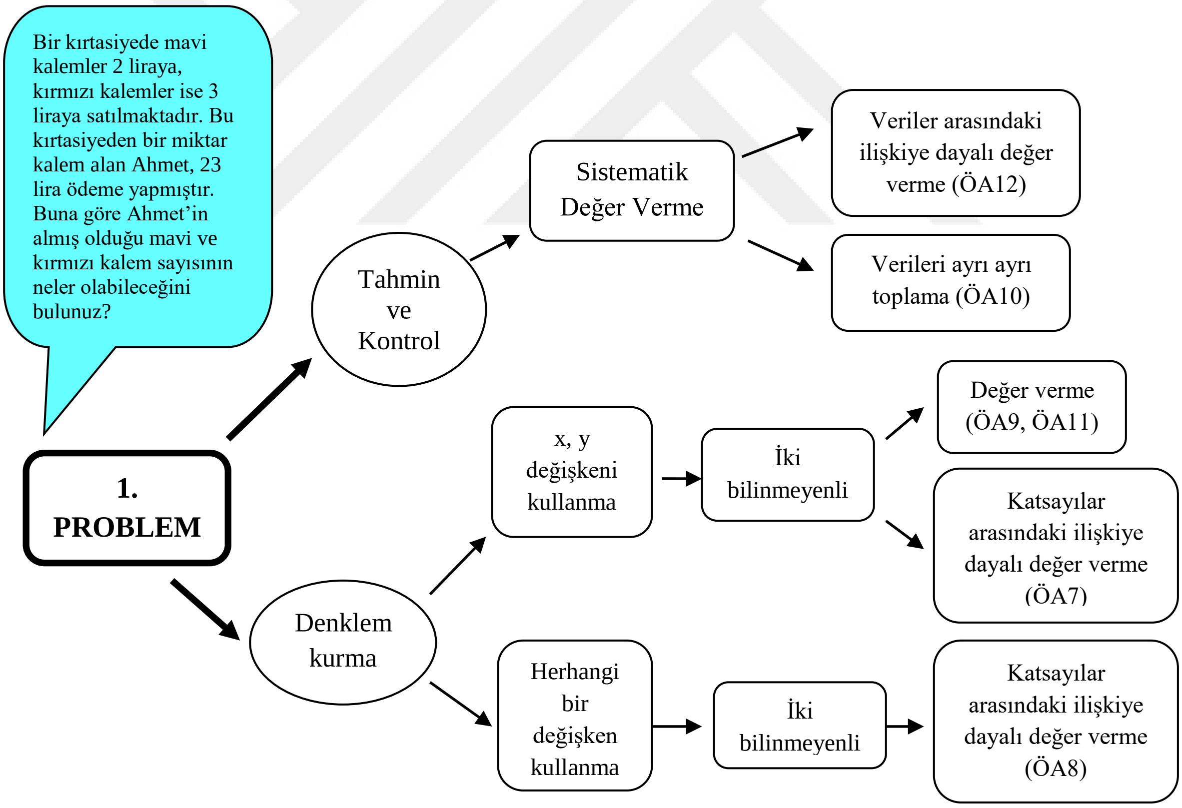
"Kolay bence. Çünkü değer vermek denklem çözmekten daha kolay olduğu için bir denklem oluşturuyor. Zaten en büyük yanlışı değer vermekten yapıyoruz ya." (ÖA1)

"Çok zor değil ama olabileceği kısmı ortalığı karıştırıyor. Neler olur dese aslında çok kolay bir problem, ama öğrenci eğer oraya dikkat etmezse zorlanır. Pek çok öğrenci de yapamaz diye düşünüyorum." (ÖA2)

"Ben de ortaokulda öyle deneme ile çözüyordum. Ama şu liraların miktarı artarsa işte o zaman zor olabilir. Denklemle çözmek isterse iki bilinmeyene dökmek zorunda, onun için orta düzey diyebilirim." (ÖA6)

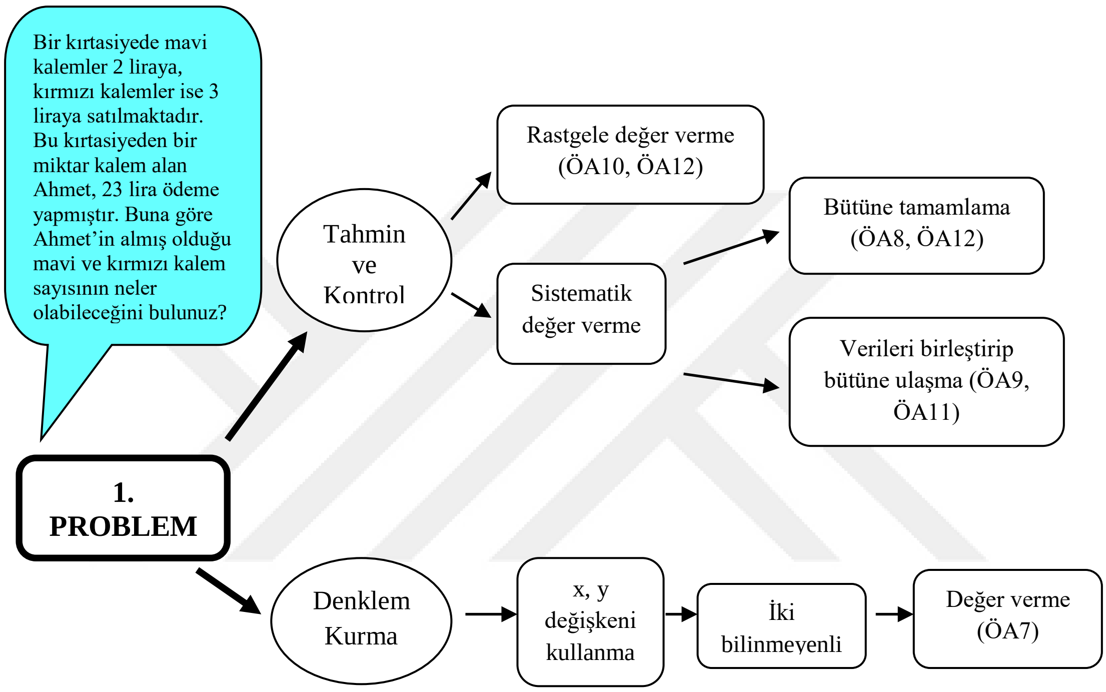
4.1.3. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Probleme Yönelik Görüşleri

İkinci sınıf öğretmen adaylarının birinci probleme yönelik görüşlerinin incelenmesi aşamasında öncelikle öğretmen adaylarından problemi kendilerinin çözmeleri istenmiştir. Bu bağlamda problem çözümünde kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 23. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Öğretmen adaylarının birinci problemi çözüm stratejileri incelendiğinde, tahmin ve kontrol ana teması altında veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer verme ile verileri ayrı ayrı toplayarak çözüme ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Denklem kurma ana teması altında ise x, y türünden değişkenler kullanırken herhangi bir türden değişken de kullandıkları görülmektedir. Burada ise kurdukları denklemleri genel olarak katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verip sonuca ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Denklemleri iki değişken olarak kurup denklemi çözmeden değer vererek sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. İkinci sınıf öğretmen adaylarının birinci problemi ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceğine yönelik olarak görüşleri aşağıdaki şekilde belirtilmiştir.



Şekil 24. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Şekil 24 incelendiğinde ikinci sınıf öğretmen adaylarının, öğrencilerin tahmin ve kontrol ile denklem kurma stratejilerini kullanacaklarını belirtikleri görülmektedir. Ancak 6 öğretmen adayından biri denklem kurma stratejisini ifade ederken 5 öğretmen adayı tahmin ve kontrol stratejini belirtmişlerdir. Denklem kurma stratejisinde x, y türünden iki bilinmeyenli bir denklem kurduktan sonra değişkenlere değer vererek problemin çözüleceği belirtilmiştir. Bunun yanında öğrencilerin denklemi çözmek için uğraşmalarına ve x, y dışında başka türden değişkenler kullanacaklarına yönelik herhangi bir yorumda bulunmadıkları görülmektedir. Tahmin ve kontrol stratejisinde rastgele değer vererek sonuca ulaşılacağı gibi sistematik değer vermede verileri bütüne tamamlama ile verileri birleştirerek bütüne ulaşılmaya çalışılacağı görülmektedir.

Sistematik değer verme alt teması altındaki diğer kategorilerle ilgili görüş belirtmemişlerdir.

İkinci sınıf öğretmen adaylarının birinci probleme yönelik olarak görüşlerinin ne olduğu ve öğrencilerin problemi çözmek için neler yapacakları 4 kategori altında incelenmiştir. Yapılan incelemeler doğrultusunda Tablo 12'deki veriler elde edilmiştir.

Tablo 12. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Tahmin yeteneğini geliştirme (ÖA8, ÖA11, ÖA12) Pratik işlemler yapabilme (ÖA7) Günlük yaşama aktarma (ÖA8) Denklem kurabilme (ÖA9) Bir problemin farklı çözüm yolları olduğunu gösterme (ÖA10) Farklı bakış açısı kazandırma (ÖA12)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Dört işlem (ÖA9, ÖA10, ÖA12) Denklem kurma (ÖA8, ÖA9) Problem çözme (ÖA7) Değişkenleri isimlendirme (ÖA11) Kümeler (ÖA12)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Doğrudan değer vererek (ÖA9, ÖA10) Verilenleri yazarak (ÖA10, ÖA11) Denklem kurarak (ÖA7) Verilenleri somutlaştırarak (ÖA8) Veriler arasındaki ilişkiyi görmeye çalışarak (ÖA12)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Orta (ÖA7, ÖA8, ÖA10) Zor (ÖA9, ÖA11, ÖA12)

Tablo incelendiğinde ikinci sınıf öğretmen adayları problemin amacını; pratik işlem yapmayı öğretmek, tahmin yeteneğini geliştirmek, bir durumda birden çok ihtimalin olabileceğini öğretmek ve farklı bakış açısı kazandırmak şeklinde ifade ettikleri görülmektedir. Yani, problemde ihtimallerin bulunmasının öğrencilerin diğer durumlarda ya da olaylarda da bunu kullanabileceklerini belirtmişlerdir. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Bu soru da pratik işlem yapmaya yönelik, mesela 2 liraya kalem var, 3 liraya kalem var. Kalemlerin toplamı 23 lira. Mesela çocuk der ki ben kaç tane kırmızı kalem almalıyım ki 23 lira yapsın. Acaba nasıl bir ilişki var. Yoksa yanlış mı hesapladım diye çocuk kendi içinde şey yapar." (ÖA7)

"Burada amaç tahmin etmeyi güçlendirmek, tahmin yeteneğini geliştirmek olabilir. Öğrencilerin günlük yaşamda kullandığı matematiksel işlemleri tahmin etme yönünde bir kazanım sağlayabilir." (ÖA8)

"Bir durumda birden çok ihtimalin olabileceğini öğrenciye kazandırmak istemiş olabilir. Bir sorunla karşılaştığı zaman bir çözüm değil de farklı çözümünün de olabileceği olabilir. Olasılık var, ihtimaller var. Bizim gördüğümüz eğitime göre farklı bakış açısı geliştirmek istemiş çocuğa." (ÖA12)

Öğretmen adaylarının problemdeki matematiksel kavramlara yönelik görüşleri incelendiğinde; dört işlem, denklem kurma, bilinmeyen, küme ve problem çözmeyi ifade ettikleri belirlenmiştir. Burada dört işlem ve denklem kurmanın daha çok kullanıldığı görülmektedir. Matematiksel kavramlarla ilgili öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Öğrencinin denklem kurması bu soru üstünde yapması için etkili olacak. Öğrencinin toplama üzerindeki tahmin yeteneği önemli, buradaki bilgilerini kullanır." (ÖA8)

"Çarpma işlemi, çarpma işlemini kullanıp kullanamadığını, sonra bir sorunun iki üç yol olduğunu, deneyerek ispatlıyor." (ÖA10)

"Dört işlem, ama başka kümeler girebilir. Şimdi iki tane malzememiz var, yani kesişimleri olabilir." (ÖA12)

Öğretmen adaylarının, öğrencilerin probleme nasıl başlayacağına dair görüşleri incelendiğinde; doğrudan değer vererek, denklem kurarak verileri somutlaştırarak, veriler arasındaki ilişkileri görmeye çalışarak ya da doğrudan değer vererek problemi çözmeye çalışacakları belirlenmiştir. Bu kategoriye yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Deneyerek. Mesela tek tek deneyerek derki, mavi kalem kırmızı kalem böyle ayırır. Bundan 1 tane mavi kalem alsam geriye kalan 21 lira buna 7 tane kırmızı kalem alır. Oluyormuş bu arada. Tek tek dener dener bulur." (ÖA10)

"Verileri tek tek yazar herhalde. Yazalım. Mantığı şu olacaktır, ben kaç tane mavi kalem almalıyım, kaç tane kırmızı kalem almalıyım. Bunu x, y ile çözer sanırım. x, y'yi hiç kullanmadan sayısal değer verecektir büyük ihtimal. Mavi kalemden 2 tane almış olsam kırmızı kalemden kaç tane almış olurum diye yazar." (ÖA11)

"Hocam bence şunu demeli. 2 bir çift sayı, bölünebilir, bölmesi kolay bir sayıdır. Şimdi 3 de tek sayı, sayımız da bir tek sayı. Ben tekten bir gideyim bakayım, çiftletmeye çalışayım der bence" (ÖA12)

Öğretmen adaylarının problemin ortaokul öğrencilerine uygunluk düzeyi incelendiğinde, 3 öğretmen adayı problemin orta düzeyde bir problem olduğunu belirtirken, 3 öğretmen adayının ise problemin zor olduğunu ifade ettikleri görülmektedir. Burada problemin zor olmasındaki temel nedenin birden fazla ihtimalin bulunmasından kaynaklandığını ifade edilebilir. Bu kapsamda öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

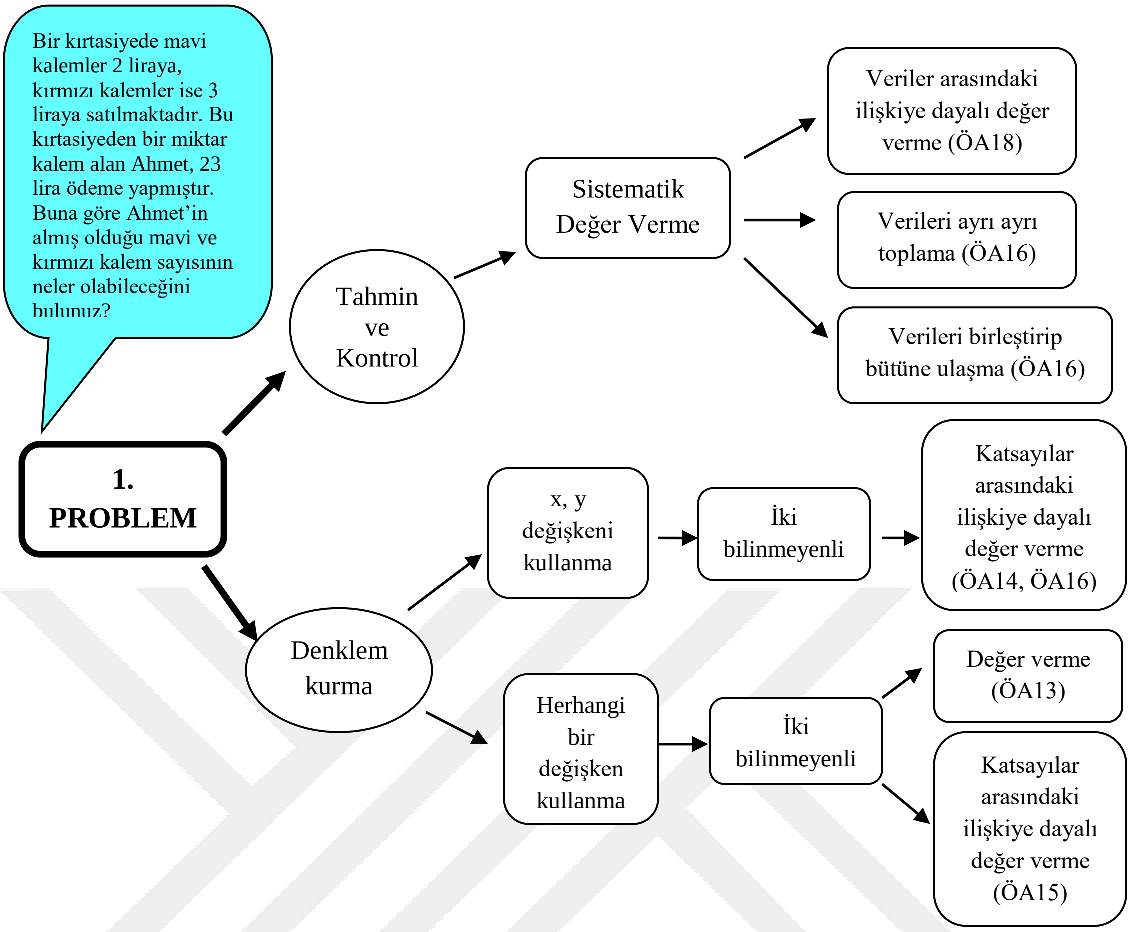
"Zor olmaz ama biraz pratiklik gerekiyor. Benim yaptığım pratikliği yaparsa sıkıntı olmaz." (ÖA8)

"7 ve 8 de ben kendi kardeşim için düşüneyim. Bu soruda baya zorlanır gibime geldi." (ÖA11)

"Yeğenimi düşünürsem çözme ihtimali %40 gibi bir şey. Ortalama düzeyi biraz yüksek olan öğrenciler çözer. Orta seviye öğrencisi için zor bir sorudur bence. Ama çalışmayan bir öğrenci zaten yapamaz bunu, aslında şunu yapar da şu kadar seçeneği ortaya çıkarmaya biraz zorlanır çocuk. 1 tane ya da 2 taneyi bulur ama dördünü bulmak biraz sıkıntı." (ÖA12)

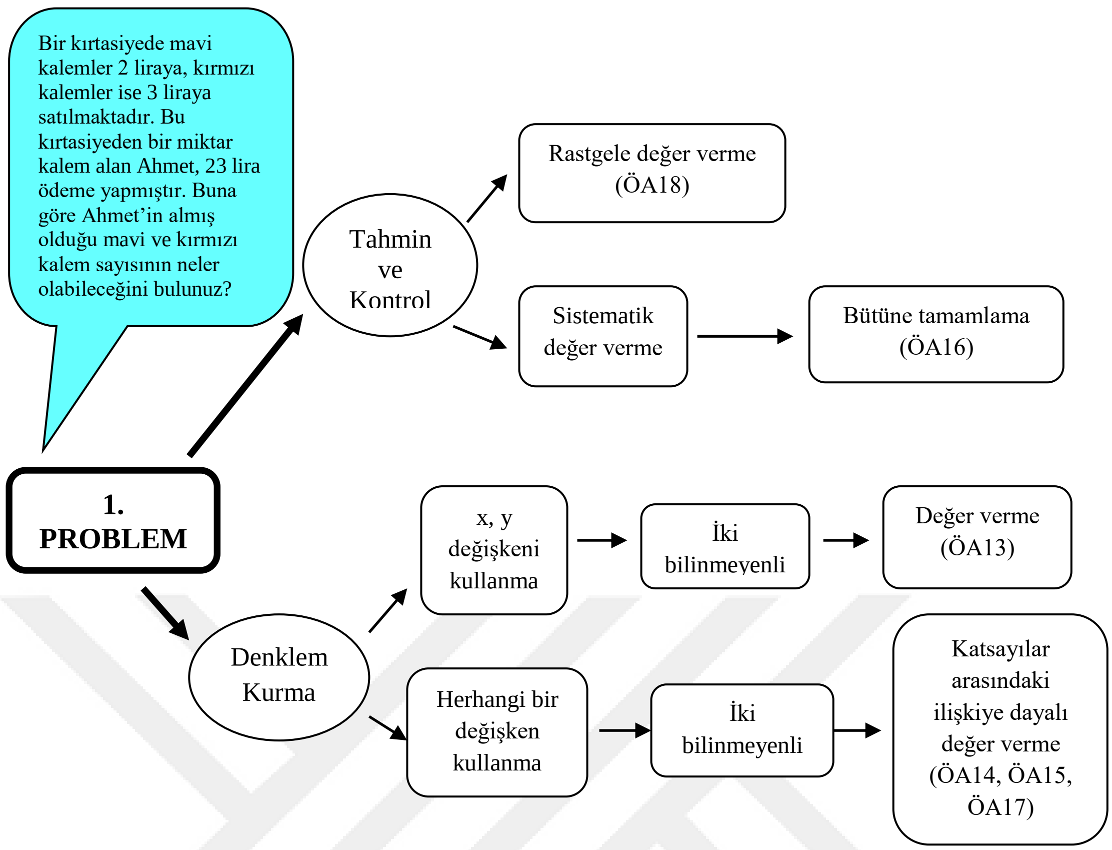
4.1.4. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Probleme Yönelik Görüşleri

Üçüncü sınıf öğretmen adaylarının birinci probleme yönelik görüşleri incelenirken öncelikle problemi kendilerinin nasıl çözeceğine yönelik görüşleri alınmıştır. Bu kapsamda problem çözümünde kullanmış oldukları stratejiler aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 25. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Öğretmen adaylarının kullanmış oldukları stratejiler incelendiğinde tahmin ve kontrol ile denklem kurma ana temasını kullandıkları görülmektedir. Tahmin ve kontrol ana temasında sistematik değer vererek problemi çözmeye çalıştıkları belirlenmiştir. Burada veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer vererek, verileri ayrı ayrı toplayarak ve verileri birleştirip bütüne ulaşarak çözüme ulaşmışlardır. Rastgele değer vererek çözüme ulaşmaya çalışmamışlardır. Denklem kurma ana teması altında iki bilinmeyen kullanmayı tercih ederken, değişken olarak x, y türünden değişken kullanmanın yanında başka değişkenler de kullandıkları belirlenmiştir. Burada da denklemde katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer vererek sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Öğretmen adaylarının, ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceklerine yönelik olarak tahminleri aşağıdaki şekilde belirtilmiştir.



Şekil 26. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Öğretmen adaylarının, ortaokul öğrencilerinin çözümlerine yönelik tahmini stratejileri incelendiğinde, tahmin ve kontrol ile denklem kurma ana temasını belirttikleri görülmektedir. Tahmin ve kontrol ana teması altında rastgele değer verme ile sistematik değer verme temalarını ifade edip, sistematik değer verme temasında ise sadece bütüne tamamlama kategorisini belirtmişlerdir. Ortaokul öğrencilerin tahmin ve kontrol teması altındaki diğer kategorilerle ilgili herhangi bir görüşte bulunmadıkları belirlenmiştir. Denklem kurma ana temasında x, y türünden değişken kullanırken başka türden değişken de kullanabileceklerini ifade etmişlerdir. Burada sadece iki bilinmeyenli denklem kurmayla ilgili tahminde bulunurken bir bilinmeyenli denklem kurmayla ilgili görüş belirtmedikleri görülmüştür. x, y türünden değişken kullanırken değer vermeyle sonuca ulaşmaya çalışırken herhangi bir değişken kullandıklarında ise katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer vererek problemi çözmeye çalışacaklarını ifade etmişlerdir.

Üçüncü sınıf öğretmen adaylarının birinci probleme ilişkin ortaokul öğrencilerinin nasıl hareket edeceklerine yönelik görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Buna göre aşağıdaki tabloda bu kategoriler ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Tablo 13. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Öğrencinin düşünebilme becerisini ölçme (ÖA16, ÖA17, ÖA18) Denklem kurabilme (ÖA14, ÖA17) Probleme nasıl yaklaştığını ölçme (ÖA13) Sayılar arasındaki ilişkiyi fark edebilme (ÖA15) Günlük yaşama aktarma (ÖA16) Değer vererek problemi çözebilme (ÖA17) Tahmin yeteneğini geliştirme (ÖA18)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Denklem kurma (ÖA13, ÖA14, ÖA16) Dört işlem (ÖA15, ÖA17) Birinci dereceden denklemler (ÖA13) İhtimalleri belirleme (ÖA18)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Denklem kurarak (ÖA13, ÖA15) Değişkenleri isimlendirerek (ÖA14, ÖA17) Verilenleri toplayarak (ÖA16) Doğrudan değer vererek (ÖA18)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Orta (ÖA13, ÖA15, ÖA16, ÖA17, ÖA18) Zor (ÖA14)

Tablo incelendiğinde üçüncü sınıf öğretmen adayları problemin amacını; denklem kurabilme, sayılar arasındaki ilişkiyi fark edebilme, günlük yaşama aktarabilme, değer vererek problemi çözebilme, bir durumda birden çok ihtimalin olabileceğini görebilme olarak ifade etmişlerdir. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Mesela soruyu sözel olarak vermiş, bizden denklemini kurup ona göre çözüm yollarını isteyebilir." (ÖA14)

"Öğrenci bunu değer vererek bulduktan sonra şöyle bir şey fark edecek. Yani aslında değer verme yerine düzenli bir şekilde ilerlediğini, 1. 2. yi verdikten sonra 3. 4. sayıyı kafadan bulabileceğini anlayabilir." (ÖA15)

"Günlük yaşamda olabilecek bir şey. Sonuçta bir alışverişte para hesabı var. Günlük yaşamda da bu lazım olabilir diye sorulmuş olabilir." (ÖA16)

Öğretmen adayları problemdeki matematiksel kavramlara yönelik olarak; denklem kurma, dört işlem, ihtimalleri görebilme ve birinci dereceden denklem kavramları olduğunu belirtmişlerdir. Bu yöndeki bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Birinci dereceden kavramlar var, denklem sistemleri, aslında bu biraz da 8. sınıfa göre bir konu." (ÖA13)

"Yani tabii ki toplama çıkarma zaten var. Belli bir oran da söz konusu." (ÖA15)

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacaklarına yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde; denklem kurarak, değişkenleri isimlendirerek, verileri toplayarak ya da doğrudan değer vererek gibi veriler elde edilmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Deneme yanılma yoluyla çözer bir ortaokul öğrencisi. 2m+3k=23 önce en küçük sayıdan başlayarak değer verir. Genelde öyle olur. Değer vermeye çalışır." (ÖA15)

"Şuraya mavi yazar, şuraya kırmızı yazar, ayırt eder teker teker her şeyi. Maviye k olsun der mesela, Kırmızıya da t gibi bir değer verir. Olsun der. Mavi kalemler 2 lira olduğu için buraya 2k der. Diğerine her biri 3 lira olduğu için 3t der. Bunların toplamları 23 olduğunu gösterir." (ÖA17)

Problemin öğrencilerin seviyesine uygunluk düzeyi incelendiğinde öğretmen adaylarından 5'i orta düzeyde bir problem olarak belirlerken, 1 öğretmen adayı problemin zor olduğunu ifade etmiştir. Buna yönelik öğretmen adaylarından bazılarının görüşleri şu şekildedir:

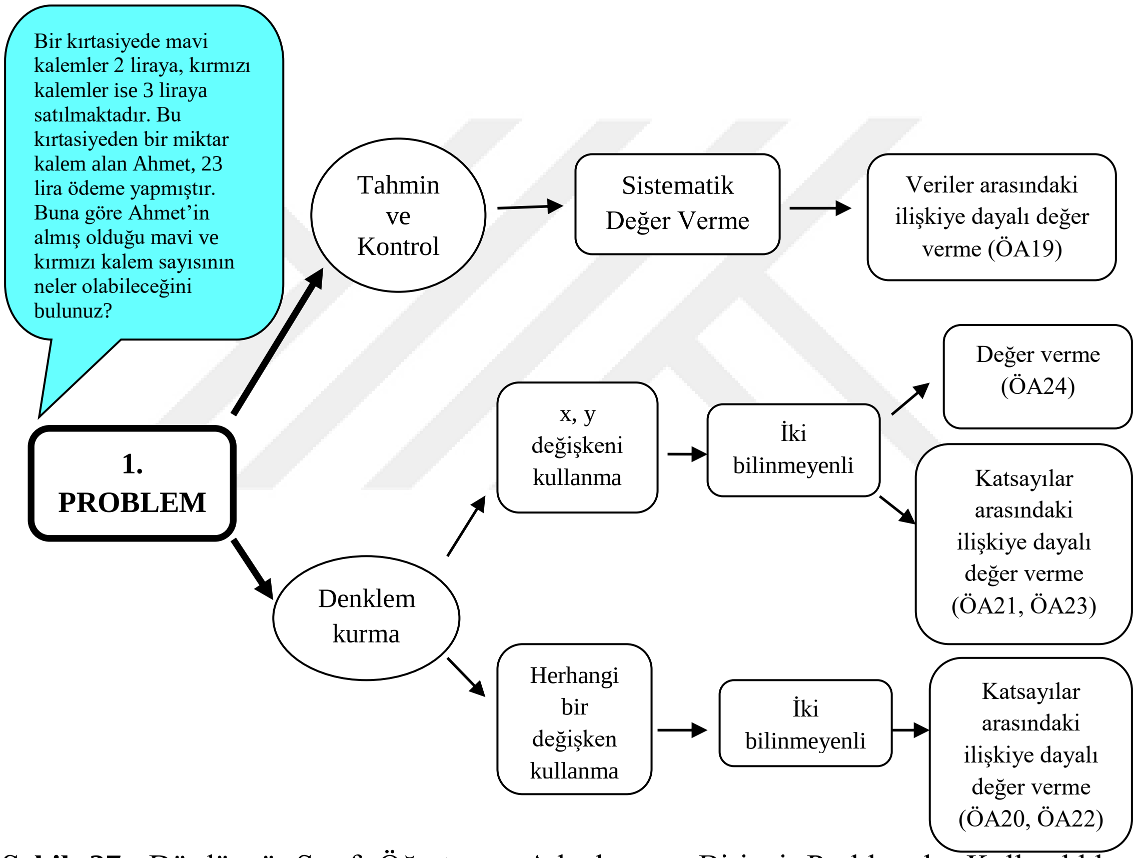
"Eğer bu soruyu ilk defa görüyorsa çözemez. Ama mantığını anlamışsa der buna a derim buna y derim, orta düzey bir öğrenci denklemine gelmese bile bunları yazabilir. Ama konuyu iyi anlayan bir öğrenci bence yapabilir." (ÖA14)

"Ya aslında zor değil ama şöyle değerler çok yüksek de olabilirdi, o zaman nasıl çözebilirdi diye düşünüyorum da sonuçta 23 değil de 500 gibi bir sayı olsaydı çok fazla sayı çıkacaktı. Ama yine aralarında bir ilişki olduğunu görebilseydi, yani o sayıların

düzenli bir şekilde artıp azalıp o şeklide bir seri oluşturup sorunun değerini bulabilirdi." (ÖA15)

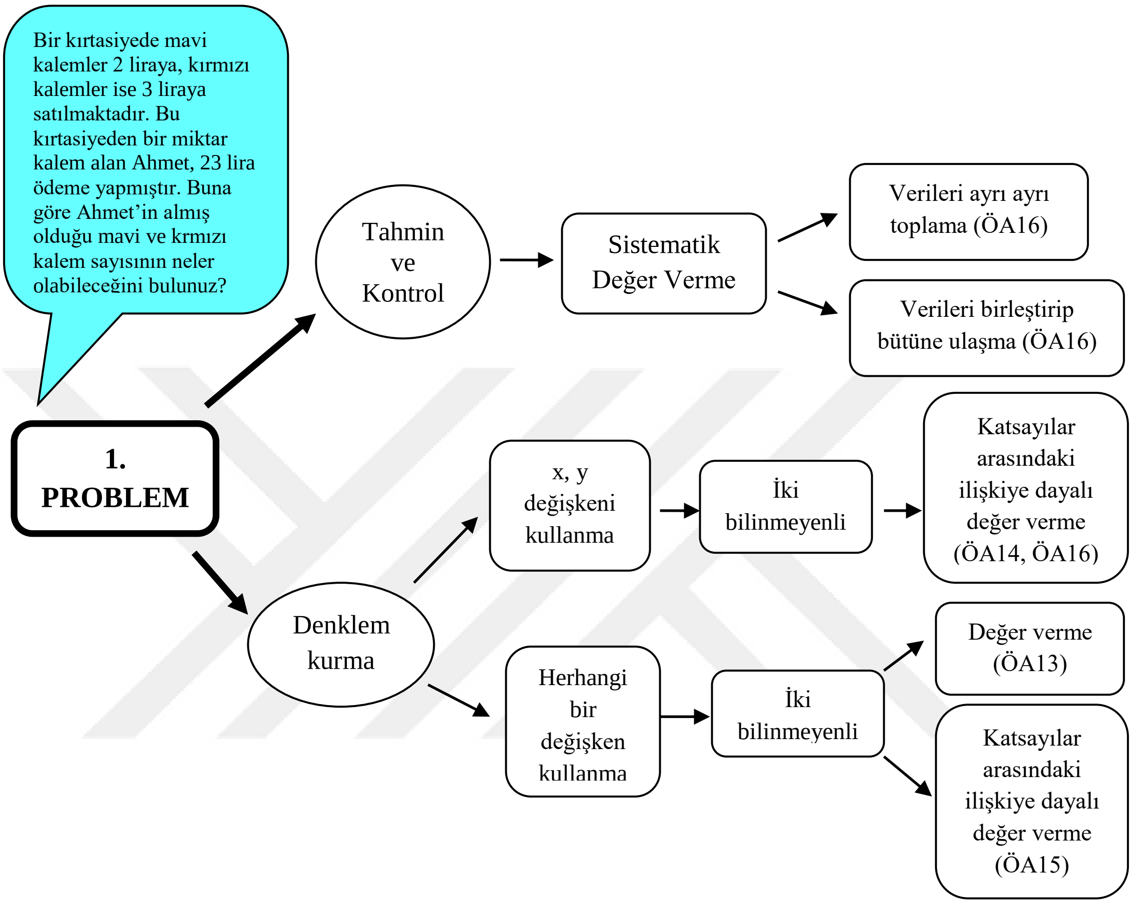
4.1.5. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Probleme Yönelik Görüşleri

Dördüncü sınıf öğretmen adaylarının birinci problemi nasıl çözdükleri ve problemi çözerken kullanmış oldukları stratejilerin neler olduğuna yönelik veriler aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 27. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Şekil 27'de öğretmen adaylarının kullanmış oldukları stratejiler incelendiğinde, tahmin ve kontrol ana teması ile denklem kurma ana temasının kullanıldığı görülmektedir. Tahmin ve kontrol temasında sistematik olarak değer verdikleri ve burada da veriler arasındaki ilişkiye dayalı olarak değer verip sonuca ulaştıkları belirlenmiştir. Denklem kurma teması altında x, y türünden değişken kullanırken, herhangi bir değişken de kullandıkları belirlenmiştir. İki bilinmeyenli denklem kurarken problemin çözümü için denklemde katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı olarak değer verip sonuca ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının, ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceklerine yönelik fikirleri alındığında ise aşağıdaki veriler elde edilmiştir.



Şekil 28. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik tahminleri incelendiğinde tahmin ve kontrol ile denklem kurma ana teması altında yorumlarda bulundukları belirlenmiştir. Tahmin ve kontrol ana temasında sistematik olarak değer vererek problemi çözecekleri, burada da verileri ayrı ayrı toplama ve verileri birleştirip bütüne ulaşma şeklide çözümde bulunacaklarını ifade etmişlerdir. Ancak diğer kategoriler ile ilgili herhangi bir yorumda bulunmamışlardır. Denklem kurma ana temasında değişken olarak iki türlü değişken kullanılacağını gösterirken, denklem kurarken iki bilinmeyen kullanılacağını ifade etmişlerdir. Burada kurulan denklemleri katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı olarak çözeceklerini belirtmişlerdir.

Dördüncü sınıf öğretmen adaylarının birinci probleme ilişkin ortaokul öğrencilerinin nasıl hareket edeceklerine yönelik görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Buna göre aşağıdaki tabloda bu kategoriler ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Tablo 14. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Birinci Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Pratik işlemler yapabilme (ÖA19, ÖA20. ÖA22) Tahmin yeteneğini geliştirme (ÖA19, ÖA20, ÖA23) Farklı bakış açısı kazandırma (ÖA19) Sayılar arasındaki ilişkiyi fark edebilme (ÖA19) Denklem kurabilme (ÖA21) Günlük yaşama aktarma (ÖA22) Soyut düşünebilme (ÖA24)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Dört işlem (ÖA19, ÖA20, ÖA21, ÖA24) Denklem kurma (ÖA20, ÖA21, ÖA22, ÖA24) Bölme, bölünebilme (ÖA19, ÖA21, ÖA23) Problem çözme (ÖA21) Soyutu somuta çevirme (ÖA21) Miktar (ÖA22) Sayılar-Rakamlar (ÖA22) EKOK (ÖA23) Değer verme (ÖA24)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Doğrudan değer vererek (ÖA19, ÖA23) Denklem kurarak (ÖA21, ÖA22) Değişkenleri isimlendirerek (ÖA20) Verilenleri yazarak (ÖA24)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Kolay (ÖA20) Orta (ÖA23) Zor (ÖA19, ÖA21, ÖA22, ÖA24)

Yukarıdaki tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının problemin amacına yönelik görüşlerinin; pratik işlemler yapma, bir durumda birden çok ihtimalin olabileceğini görebilme, öğrencileri çok yönlü düşündürme, sayılar arasındaki ilişkiyi fark edebilme, günlük yaşama aktarma gibi ifadelerin olduğu belirlenmiştir. Buna yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri aşağıda verilmiştir.

“Olasılıkla ilgili şeyler olabilir. Çocuğun olasılık yapma becerisini, dört işlem becerisi önemli burada. Onu da ölçmek için yapılmış olabilir.” (ÖA20)

"Bilinmeyenleri yerleştirmeye çalışıyor önce. Daha sonra belli bir sayıya sabitliyor. Daha sonra buradan da o bilinmeyenleri bulmaya çalışıyor." (ÖA21)

"Çocuğun işlem kabiliyetini artırmak diyebilirim ama bir de günlük yaşama aktarma yani günlük yaşama aktarma daha yattık çünkü kalem çocukların aldıkları bir şey olduğu için olabilir." (ÖA22)

Problemde bulunan matematiksel kavramlar için öğretmen adayları çoğunlukla; bölme, bölünebilme, dört işlem, denklem kurma ifadelerini kullanmışlardır. Bunun yanında problem çözme, soyutu somuta çevirme, değer verme, miktar, sayılar gibi kavramların da olduğunu belirtmişlerdir. Buna yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Denklem var, yerine yazma var. Dört işlem var." (ÖA20)

"Yani denklemler var, bölme bölünebilme, problem zaten başlı başına var. Ondan sonra başka ne var. Dört işlem var. Soyut bir şeyi somuta çevirme var." (ÖA21)

"Bölünebilme var sanki başka ne var. Ekok da mı var." (ÖA23)

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacaklarına yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşlerinin; doğrudan değer vererek, değişkenleri isimlendirerek, denklem kurarak ve verileri yazarak şeklinde olduğu belirlenmiştir. Buna yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri aşağıdaki gibidir.

"23'ten 3'ü çıkarırım. 20 derim, 20'yi 2'ye bölerim. 10 derim. "Buldum hocam" derim biter. Bu soruyu okuyamam bile mesela neler olabileceğini dikkat etmem." (ÖA19)

"Maviye x der kırmızıya y der. Sonra derki x tane 2 lirayla y tane 3 lira 23 lira eder der. Buradan değerleri yerine koyarak yapar." (ÖA20)

"Deneyerek. Bizim gibi denklem kurmaz sanmıyorum deneye deneye gider." (ÖA23)

Problemin öğrencilerin seviyesine uygunluk düzeyi incelendiğinde, öğretmen adaylarından 4'ü problemin zor olduğunu belirtirken, biri kolay diğer ise orta güçlükte bir problem olduğunu ifade etmiştir. Buna yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

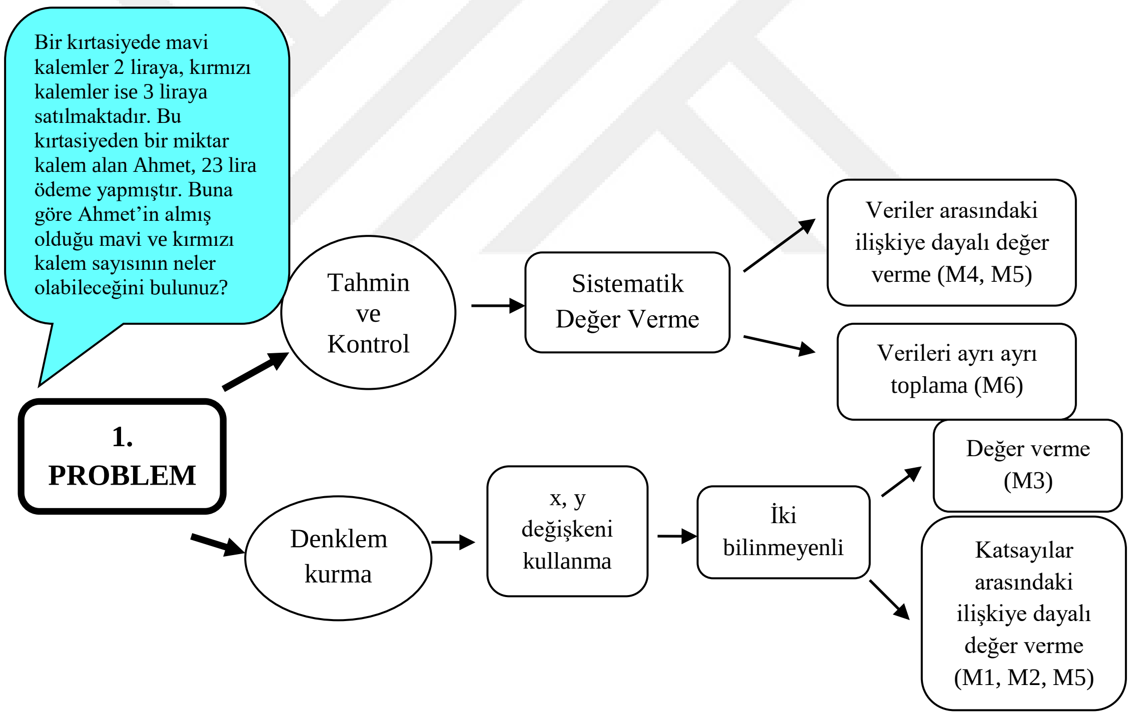
"Yani tek bir yönüyle değil birçok yönüyle matematik düşünmesi lazım. Bence üst düzey yetenekte çıkarabileceğimiz öğrenciler varsa onu görmemizi sağlayan bir soru örneğidir." (ÖA19)

"Şimdi bu 23 lira düşük bir miktar olursa yapabilirler, deneyerek. Ama fazla olursa zorlanabilirler. Mesela 300-400 lira olsaydı zorlanırlardı." (ÖA20)

"Orta düzeyde bir öğrenci aynen benim yaptığım şekilde çözebilir ama böyle tam alt yapısı olmayan öğrencilerin çözebileceğini sanmıyorum." (ÖA20)

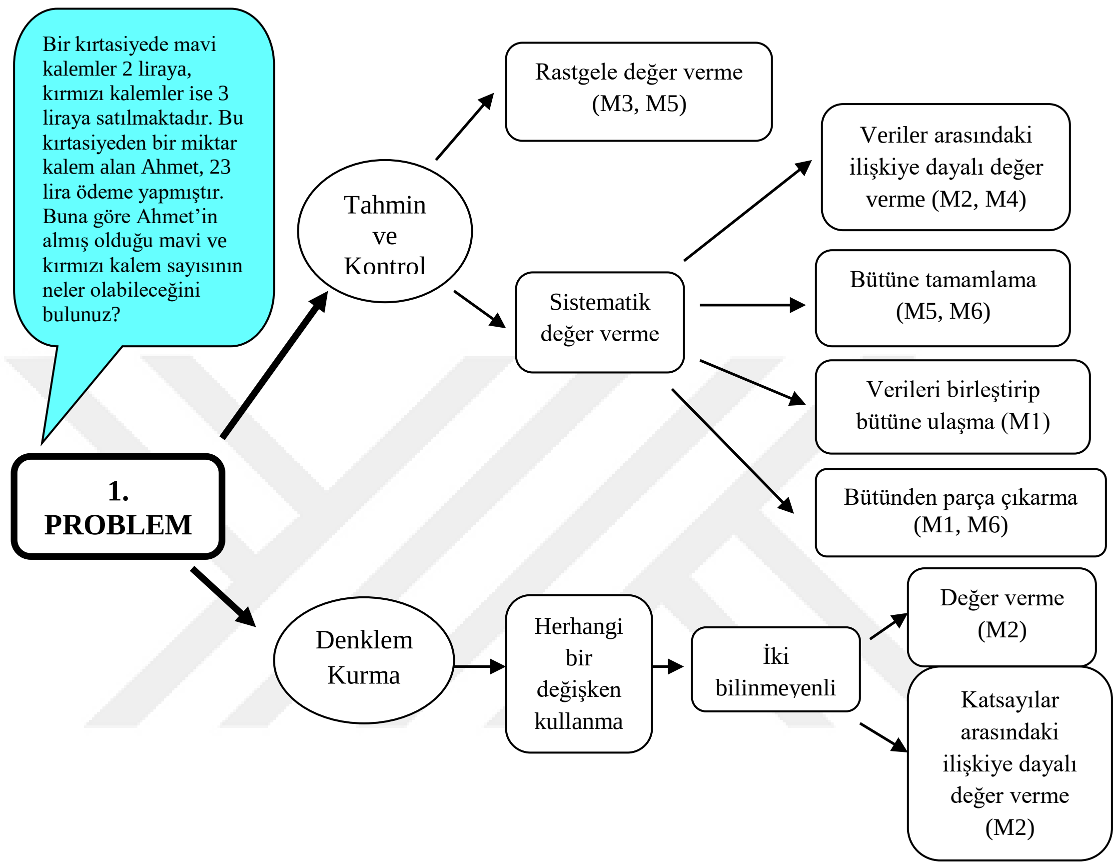
4.1.6. Matematik Öğretmenlerinin Birinci Probleme Yönelik Görüşleri

Matematik öğretmenlerinin birinci problemi nasıl çözdükleri ve problemi çözerken kullanmış oldukları stratejilerin neler olduğuna yönelik veriler aşağıdaki şeklide verilmiştir.



Şekil 29. Matematik Öğretmenlerinin Birinci Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Matematik öğretmenlerinin çözümleri incelendiğinde, belirlenen ana temaları kullandıkları görülmektedir. Tahmin ve kontrol ana teması altında sistematik değer vererek veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer verip ya da verileri ayrı ayrı toplayarak sonuca ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Denklem kurma ana teması altında x, y değişkenlerini kullanarak iki bilinmeyenli denklemler elde etmeye çalıştıkları görülmektedir. Burada da katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer vererek ya da doğrudan değer vererek problemi çözmeye çalışmışlardır. Matematik öğretmenlerinin, öğrencilerin nasıl çözeceklerine yönelik görüşleri ise aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 30. Matematik Öğretmenlerinin Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Matematik öğretmenlerinin öğrencilerin çözümüne yönelik tahminleri incelendiğinde, tahmin ve kontrol ana teması altında rastgele değer verme ile sistematik değer verme temalarının ikisini de kullandıkları görülmektedir. Sistematik değer verme kategorileri incelendiğinde ise öğrencilerin yapmış olduğu 7 kategoriden 4'ü hakkında görüşte bulunmuşlardır. Denklem kurma ana teması altında ise değişken türü olarak x, y'yi kullandıkları ve iki bilinmeyenli denklem kurmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Kurulan denklemlerde de rastgele değer vererek ya da katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verip çözüm yapmışlardır. Öğrencilerin yapmış olduğu başka değişken kullanma ve kurulan denklemleri çözmeye çalışmak üzere herhangi bir görüşte bulunmamışlardır.

Matematik öğretmenlerinin birinci probleme ilişkin ortaokul öğrencilerinin nasıl hareket edeceklerine yönelik görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Buna göre aşağıdaki tabloda bu kategoriler ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Tablo 15. Matematik Öğretmenlerinin Birinci Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Bir problemin farklı çözüm yolları olduğunu gösterme (M2, M5, M6) Cebirsel ifadelerde değişkenlerin alabileceği değerleri öğrenciye buldurma (M1) Pratik işlemler yapabilme (M1) İki değişkeni aynı anda düşünebilme (M1) İki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi kurabilme (M3) Denklem kurabilme (M4) Öğrencileri mantıklı düşünmeye sevk etme (M4) Problemi çözme aşamalarını zihinde canlandırabilme (M4) Tahmin yeteneğini geliştirme (M5)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Cebirsel ifadeler (M1, M2) Sayılar-Rakamlar (M5, M6) Dört işlem (M2) Denklem kurma (M2) Doğrusal ilişki (M3) Bütünsel düşünme (M3) Fiyat (M4) Örüntü (M6) Problem çözme (M6)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Denklem kurarak (M2, M4) Verilenleri toplayarak (M1) Doğrudan değer vererek (M2) Bir kırtasiyede olduğunu hayal ederek (M3) Veriler arasındaki ilişkiyi görmeye çalışarak (M5) Verilenleri somutlaştırarak (M6)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Orta (M2, M3, M4, M5) Zor (M1, M6)

Matematik öğretmenlerinin birinci problemin amacına yönelik görüşleri incelendiğinde 3 öğretmenin, farklı çözüm yolları olduğunu gösterebilme olarak ifade ettiği belirlenmiştir. Bunun yanında pratik işlemler yapabilme, iki değişken arasındaki ilişkiyi belirleyebilme, denklem kurabilme, problem çözme aşamalarını zihinde canlandırabilme gibi ifadeleri kullandıkları görülmüştür. Buna yönelik olarak öğretmenlerin görüşleri şu şekildedir:

“Cebirsel ifadelerde değişkenlerin alabileceği değerleri öğrenciye buldurmayı hedefliyor.” (M1)

“İnsanın düşünce gücünü geliştirmek, farklı yollardan farklı değerler vererek sonuca ulaşmanın ve tek bir çözümün olmayacağını anlarım.” (M2)

“Öğrenci acaba farklı durumları görebiliyor mu, bir sorunun farklı çözüm yöntemleri var mı şeklinde.” (M5)

Problemdeki matematiksel kavramlara yönelik olarak öğretmenler; cebirsel ifadeler, sayılar, dört işlem, denklem kurma, doğrusal düşünme gibi ifadelerde bulundukları görülmüştür. Bu kapsamda öğretmenlerin görüşleri şu şekildedir:

“Cebirsel ifadeler, işlem yeteneği ve iki değişkeni aynı anda düşünebilme.” (M1)

“Bana göre ilk göreceğim şey doğrusal ilişkidir. İki değişkenin birbirine göre doğrusal ilişkisini kanıtlamaktır. Bir de bütünsel düşünme var, çocuğun tek parçadan değil de iki parçanın birlikte birbirine bağlı değiştiğini görmesi gerekiyor.” (M3)

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacağına yönelik olarak öğretmenler; verilenlerin denklemini kurarak, verileri toplayarak, doğrudan değer vererek, veriler arasındaki ilişkiyi görmeye çalışarak, verileri somutlaştırarak gibi ifadelerde bulundukları görülmüştür. Bu bağlamda öğretmenlerin bazılarını görüşleri şu şekildedir:

“İlk olarak buradaki sayıları toplayıp ya da çıkarak bir şeyler elde etmeye çalışır.” (M1)

“Denklem konusunu iyi bilen bir çocuk denklemi yazarak değer verip çözer. Ya da nesneleri fiyatla ilişkilendirerek doğrudan değer vererek çözebilir.” (M2)

“1 tane mavi kalem 2 lira, geriye 21 lira kalır. 3 liralık kalemden kaç tane alabilirim diye düşünür 7 tane. 2 tane alsam der ve gider.” (M4)

Matematik öğretmenlerinden 4’üne göre bu problem orta güçlükte olarak ifade edilmiştir. 2 öğretmene göre ise zor bir problem olarak görülmüştür. Öğretmenlerden bazılarının görüşleri şu şekildedir:

"Zor, çünkü ortaokul öğrencisi iki değişkeni aynı anda yerine yazıp değer sağlamada zorlanıyor. Tek değişkeni bile bulmada zorlanıyorken iki değişken daha da zorluyor onları." (M1)

"Normalde zor bir soru demem. Düşünce gücü yüksek olan öğrenciler için kolay bir soru. Genel anlamda orta bir soru." (M2)

4.1.7. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Probleme Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Birinci problemi ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceklerine ve kullanacakları stratejilerin neler olacağına yönelik olarak matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşlerinin karşılaştırılmasına yönelik tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 16. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Strateji Tahminlerinin Karşılaştırılması

Gruplar	Strateji Tahminleri	
	Tahmin ve Kontrol	**Denklem Kurma**
I. Sınıf Öğretmen Adayları	• Rastgele değer verme • Bütüne tamamlama • Verileri birleştirip bütüne ulaşma	• Değer verme (x,y – 2 bilinmeyen) • Katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verme (x,y – 2 bilinmeyen) • Katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verme (herhangi bir değişken – 2 bilinmeyen)
II. Sınıf Öğretmen Adayları	• Rastgele değer verme • Bütüne tamamlama • Verileri birleştirip bütüne ulaşma	• Değer verme (x,y – 2 bilinmeyen)
III. Sınıf Öğretmen Adayları	• Rastgele değer verme • Bütüne tamamlama	• Değer verme (x,y – 2 bilinmeyen) • Katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verme (herhangi bir değişken – 2 bilinmeyen)
IV. Sınıf Öğretmen Adayları	• Verileri birleştirip bütüne ulaşma • Bütünden parça çıkarma	• Değer verme (x,y – 2 bilinmeyen) • Değer verme (herhangi bir değişken – 2 bilinmeyen) • Katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verme (herhangi bir değişken – 2 bilinmeyen)
Matematik Öğretmenleri	• Rastgele değer verme • Bütüne tamamlama • Verileri birleştirip bütüne ulaşma • Bütünden parça çıkarma	• Değer verme (herhangi bir değişken – 2 bilinmeyen) • Katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verme (herhangi bir değişken – 2 bilinmeyen)

Ortaokul öğrencilerinin birinci problem için yaptıkları çözümler incelendiğinde çözümlerinin tahmin ve kontrol ile denklem kurma ana teması altında toplandığı belirlendi. Tahmin ve kontrol ana temasında rastgele değer verme ve sistematik olarak değer verme temaları oluşturuldu. Rastgele değer verme alt kategorilere ayrılmazken sistematik değer verme teması 7 kategoriye ayrıldı.

Matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının tahmin stratejileri incelendiğinde, tahmin ve kontrol ana teması altında rastgele temasını IV. sınıf öğretmen adayları kullanmazken diğer grupların kullandığı belirlenmiştir. Sistematik değer verme temasını, ortaokul öğrencilerinin kullanmış olduğu 7 kategoriden; I, II ve IV. sınıf öğretmen adaylarının 2 tanesini kullandığı, III. sınıf öğretmen adaylarının 1 tanesini kullandığı ve matematik öğretmenlerinin ise 3 tanesini kullandığı görülmektedir. I ve II. sınıf öğretmen adaylarının aynı kategorileri kullandıkları, matematik öğretmenlerinin ise öğretmen adaylarının kullanmış oldukları kategorilerinin tamamını kullanarak tahminde bulundukları belirlenmiştir. Kullanılan kategoriler; bütüne tamamlama, bütünden parça çıkarma ve verileri birleştirerek bütüne tamamlama şeklindedir. Matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının genel olarak bütün parça ilişkisine dikkat ederek tahminde bulundukları gözlenirken, ortaokul öğrencilerinin yapmış olduğu veriler arasındaki ilişkiye dikkat ederek yaptıkları çözümler ile ilgili herhangi bir yorum yapmadıkları tespit edilmiştir.

Denklem kurma ana teması altında ortaokul öğrencileri değişken olarak x, y'yi kullanırken herhangi bir değişken de kullanmışlardır. Bu değişkenlerle hem bir bilinmeyenli hem de iki bilinmeyenli denklemler oluşturup çözüme ulaşmaya çalışmışlardır. Burada kurulan denklemleri rastgele değer vererek, katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer vererek ya da denklemi çözerek problemi çözümünü yapmışlardır.

Matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının tahminleri incelendiğinde, bütün grupların iki bilinmeyenli denklemler kurdukları görülmüştür. I. sınıf öğretmen adaylarının x, y türünden değişken kullanarak değer verdikleri ya da iki farklı türde değişken kullanıp katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verdikleri belirlenmiştir. II. sınıf öğretmen adaylarının sadece x, y türünden değişken kullanarak değer verdikleri, III. ve IV. sınıf öğretmen adaylarının her iki türden değişken kullanarak değer verip ya da katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verdikleri görülmüştür. Matematik öğretmenlerinin ise x, y türünden değişken kullanmadan herhangi bir değişken kullanıp değer vererek ya da katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer vererek problemin çözümünü yapmaya çalışmışlardır. Burada ortaokul öğrencilerinin bir bilinmeyenli denklemler kurmaya çalıştıkları, ancak hiçbir grubun buna yönelik bir yorumda bulunmadıkları belirlenmiştir. Aynı zamanda ortaokul öğrencileri kurulan denklemleri çözmeye uğraştıkları, matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının buna yönelik de yorum yapmadıkları görülmüştür. Ortaokul öğrencileri her iki türde değişken kullanırken, öğretmen adaylarının bunu tahmin etmeleri, matematik öğretmenlerinin ise yorum yapmamaları dikkat çekicidir.

Matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının problemin amacına yönelik görüşlerinin karşılaştırmasına ait bulgular aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 17. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Birinci Problemin Amacına Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Katsayılarla işlem yapma	✓				
Değer vererek problemi çözebilme	✓		✓		
Tek-çift kavramı hakkında bilgi verme	✓				
Sayılar arasındaki ilişkiyi fark edebilme	✓		✓	✓	
Tahmin yeteneğini geliştirme	✓	✓	✓	✓	✓
Probleme nasıl yaklaştığını ölçme	✓	✓			
Pratik işlemler yapabilme		✓		✓	✓
Günlük yaşama aktarma		✓	✓	✓	
Denklem kurabilme		✓	✓	✓	✓
Bir problemin farklı çözüm yolları olduğunu gösterme		✓			✓
Farklı bakış açısı kazandırma		✓		✓	
Öğrencinin düşünebilme becerisini ölçme			✓		
Soyut düşünebilme				✓	
Cebirsel ifadelerde değişkenlerin alabileceği değerleri öğrenciye buldurma					✓
İki değişkeni aynı anda düşünebilme					✓
İki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi kurabilme					✓
Öğrencileri mantıklı düşünmeye sevk etme					✓
Problemi çözme aşamalarını zihinde canlandırabilme					✓

Tablo 17 incelendiğinde I. sınıf öğretmen adaylarının problemin amacını genel olarak sayıların birbiriyle olan ilişkisine dayalı yorumlarda bulundukları ve ihtimalleri öğrencilerin görme durumlarını belirleyebilme olarak belirtmişlerdir. Bunun yanında değer vererek problemi çözme ve öğrencilerin probleme nasıl yaklaştıklarını belirlemek amacıyla hazırlanmış bir problem olduğunu ifade etmişlerdir. Burada sayıların teklik çiftlik durumuna yönelik olarak diğer öğretmen adayları ve öğretmenler yorum yapmazken I. sınıf öğretmen adayları bunun da olabileceğini belirttikleri görülmektedir.

II. sınıf öğretmen adayları genel olarak bir durumda birden çok ihtimalin olabileceği üzerinde durmuşlardır. Bunun yanında denklem kurma, farklı bakış açısı kazandırma gibi durumları da belirtmişlerdir. I. sınıf öğretmen adaylarından farklı olarak problemin matematiksel durumlarla günlük yaşamı ilişkilendirme üzerine bir amacının da olduğunu ifade etmişlerdir.

III. sınıf öğretmen adayları problemin amacını; sayıların birbiriyle ilişkisine dayalı olduğunu, bunun yanında ihtimaller üzerine hazırlanmış ve öğrencilerin bu ihtimalleri görebilmesi üzerine hazırlanmış bir problem olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca II. sınıf öğretmen adayları gibi matematikle günlük yaşam arasındaki ilişkiye dayalı bir problem olduğunu belirtmişlerdir. Burada III. sınıf öğretmen adaylarının problemin amacını, I. ve II. sınıf öğretmen adaylarının belirttiklerinin birleşimi olarak ifade ettikleri görülmektedir.

IV. sınıf öğretmen adayları problemin amacını; sayılar arasındaki ilişkiyi görebilme, belirli bir durumda ihtimalleri bulabilme ve matematiği günlük yaşama aktarma olarak ifade ettikleri belirlenmiştir. Bu ifadeler I, II ve III. sınıf öğretmen adayları tarafından da belirtilmiştir. Ancak IV. sınıf öğretmen adayları bunlara ek olarak soyut düşünebilme ve öğrencileri çok yönlü düşündürmek amacıyla hazırlanmış olduğunu ifade etmişlerdir.

Matematik öğretmenlerinin kullanmış oldukları ifadelerin öğretmen adaylarından daha farklı olduğu belirlenmiştir. Bu kapsamda matematik öğretmenleri problemin amacını; değişkenlerin alabileceği değerleri belirleme, değişkenlerin birbiriyle olan ilişkisi, farklı çözüm yolları, problem çözme aşamaları gibi ifadelerde bulunmuşlardır. I. sınıf öğretmen adayları hariç diğer bütün gruplar problemin amacında denklem kurabilmenin de olabileceğini belirtmişlerdir.

Matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının problemde bulunan matematiksel kavramlar, öğrencilerin probleme nasıl başlayacakları ve problemin öğrenci seviyesine uygunluk düzeyine yönelik görüşleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 18. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Birinci Problemdeki Matematiksel Kavramlara Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Denklem kurma	✓	✓	✓	✓	✓
Dört işlem	✓	✓	✓	✓	✓
Sayılar-Rakamlar	✓			✓	✓
Miktar	✓			✓	
Ödeme	✓				
Değişkenleri isimlendirme	✓	✓			
Problem çözme	✓			✓	✓
Kümeler		✓			
Birinci dereceden denklemler			✓		
İhtimalleri belirleme			✓		
Bölme, bölünebilme				✓	
Soyutu somuta çevirme				✓	
EKOK				✓	
Değer verme				✓	
Cebirsel ifadeler					✓
Doğrusal ilişki					✓
Bütünsel düşünme					✓
Fiyat					✓
Örüntü					✓

Problemdeki matematiksel kavramların neler olduğuna yönelik olarak matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde I. ve II. sınıf öğretmen adaylarının denklem kurma, dört işlem gibi benzer ifadeleri kullandıkları, diğer öğretmen ve öğretmen adaylarından farklı olarak değişkenleri isimlendirme şeklindeki kavramı belirttikleri görülmüştür. III. sınıf öğretmen adaylarının diğer gruplara göre daha az yorum yaptıkları ve denklem kurma, dört işlem, ihtimalleri belirleme ifadelerinde bulundukları belirlenmiştir. IV. sınıf öğretmen adaylarının I, II ve III. sınıf öğretmen adaylarına paralel olarak; denklem kurma, dört işlem, problem çözme gibi ifadeleri kullandıkları görülmüştür. Ancak farklı olarak soyutu somuta çevirme, bölme-bölünebilme kavramlarını da ifade ettikleri belirlenmiştir. Matematik öğretmenleri öğretmen adayları gibi dört işlem ve denklem kurma kavramlarını kullanmışlardır. Fakat çoğunlukla öğretmen adaylarından farklı kavramları kullandıkları görülmüştür. Bunlar; cebirsel ifade, doğrusal ilişki, bütünsel düşünme, örüntü şeklindeki ifadelerdir.

Tablo 19. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Birinci Probleme Nasıl Başlanacağına Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Değişkenleri isimlendirerek	✓		✓	✓	
Doğrudan değer vererek	✓	✓	✓	✓	✓
Verilenleri yazarak	✓	✓		✓	
Denklem kurarak		✓	✓	✓	✓
Verilenleri somutlaştırarak		✓			✓
Veriler arasındaki ilişkiyi görmeye çalışarak		✓			✓
Verilenleri toplayarak			✓		✓
Bir kırtasiyede olduğunu hayal ederek					✓

Ortaokul öğrencilerinin probleme nasıl başlayacaklarına yönelik olarak matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde I. sınıf öğretmen adaylarının; değişkenleri isimlendirerek, doğrudan değer vererek ve verilenleri yazarak ifadelerini kullandıkları belirlenmiştir. II. sınıf öğretmen adayları I. sınıftan farklı olarak; denklem kurarak, verileri somutlaştırarak, veriler arasındaki ilişkileri görmeye çalışarak ifadelerini kullanmışlardır. Ancak değişkenleri isimlendirme kavramını kullanmamışlardır. III. sınıf öğretmen adayları da değişkenleri isimlendirme, denklem kurma, değer verme, verilenleri yazma ifadelerini kullanmışlardır. II. sınıfların kullanmış oldukları verileri somutlaştırma, veriler arasındaki ilişkileri görme ifadelerini ise kullanmadıkları görülmüştür. IV. sınıf öğretmen adaylarının III. sınıf öğretmen adaylarıyla genel olarak aynı kavramları kullandıkları belirlenmiştir. Matematik öğretmenleri ise denklem kurarak ya da değer vererek ifadelerini kullanmışlardır. Ancak farklı olarak öğrencilerin kendilerini kırtasiyeye gitmiş olarak hayal edeceklerini ve verilenleri somutlaştırmaya çalışacaklarını da belirtmişlerdir.

Tablo 20. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Birinci Problemin Güçlük Düzeyine Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Kolay	✓			✓	
Orta	✓	✓	✓	✓	✓
Ortanın Biraz Üstü	✓				
Zor	✓	✓	✓	✓	✓

Problemin ortaokul öğrencilerinin seviyesine uygunluk düzeyi incelendiğinde de I ve IV. sınıf öğretmen adaylarının problemi kolay ve üstü zorlukta bir problem olduğunu belirttikleri, II ve III. sınıf öğretmen adayları ve matematik öğretmenlerinin orta ve üzeri güçlükte bir problem dedikleri görülmüştür.

4.2. İkinci Probleme Ait Bulgular

Ortaokul öğrencilerine ikinci olarak *"Hilal'in hayvan resimleri koleksiyonu vardır. Koleksiyonunda uğur böceği, solucan ve arı resimleri bulunmaktadır. Koleksiyondaki solucan sayısı; arı ve uğur böceği sayılarının toplamından daha fazladır. Koleksiyonda toplam 10 tane baş ve 18 tane ayak bulunduğuna göre Hilal'in kaç tane uğur böceği vardır? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız. (Uğur böceğinin 6 ayağının, arının da 4 ayağının olduğu kabul edilecektir.)"* problemi sorulmuştur. Matematiksel düşünmenin *"özelleştirme"* bileşeni doğrultusunda sorulan bu problemle, öğrencilerin ayrıntılara dikkat ederek genel ifadeleri ele alıp özel durumlarda bunlara dayalı yorumlar yapmaları hedeflenmektedir. Bu bağlamda elde ettikleri verileri matematiksel olarak gösterip problemi çözmeleri istenmiştir. Ayrıca matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının bu probleme yönelik görüşleri incelenmiştir.

4.2.1. Ortaokul Öğrencilerinin İkinci Problemde Kullandıkları Stratejiler

Ortaokul öğrencilerinin vermiş oldukları cevaplar, çözüme ulaşmaları bakımından incelendiğinde şu veriler elde edilmiştir:

Tablo 21. Öğrencilerin İkinci Probleme Yönelik Çözüme Ulaşma Düzeyleri

Çözüme Ulaşma	Frekans
Yanlış Çözüm	21
Yanlış Stratejiyle Doğru Çözüm	0
Doğru Stratejiyle Yanlış Çözüm	9
Kısmen Doğru Çözüm	0
Doğru Çözüm	66
Toplam	96

Yukarıdaki tablo incelendiğinde, öğrencilerin büyük çoğunluğun problemi doğru olarak (n=66) çözdüğü görülmektedir. Bunun yanında diğer öğrencilerin problemi ya yanlış çözdükleri (n=21) ya da doğru stratejiyle başlayıp yanlış çözdükleri (n=9) belirlenmiştir. Yanlış stratejiyle başlayıp doğru çözüm ya da kısmen doğru çözüm yapmadıkları tespit edilmiştir. Burada problemin seçeneklerden oluşmaması ve tek bir sonucun olması, bu seçeneklerin ortaya çıkmamasına neden olmuştur.

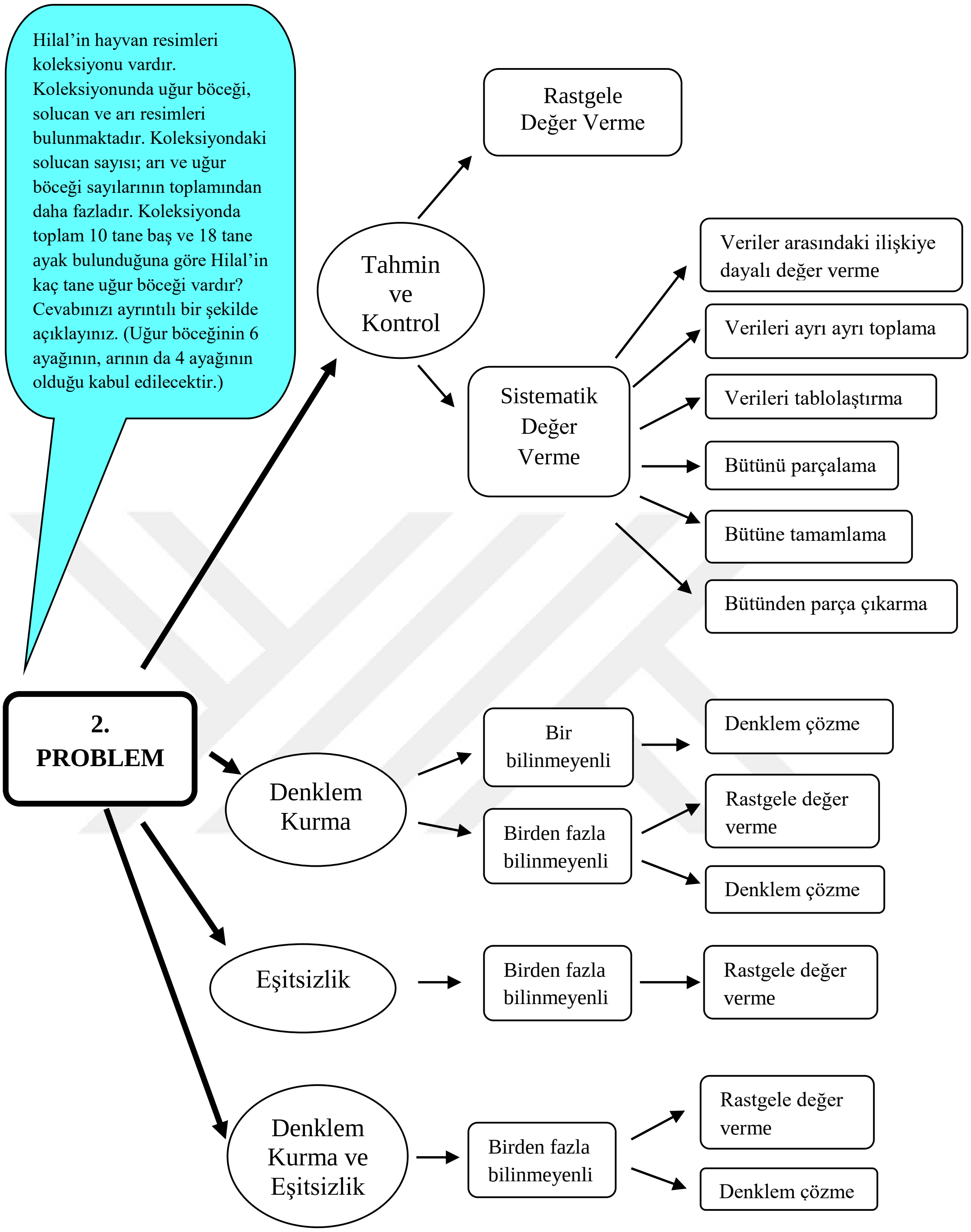
Ortaokul öğrencilerinin vermiş oldukları cevaplar, problemin çözümünü açıklama biçimi yönünden incelendiğinde aşağıdaki veriler elde edilmiştir.

Tablo 22. Öğrencilerin İkinci Probleme Yönelik Çözümlerini Açıklama Biçimleri

Açıklama Biçimi	Frekans
Sözel İfade Kullanımı	32
Matematiksel İfade Kullanımı	9
Sözel ve Matematiksel İfade Kullanımı	48
Şekil ve Matematiksel İfade Kullanımı	1
Tablo ve Sözel İfade Kullanımı	2
Tablo ve Matematiksel İfade Kullanımı	1
Tablo, Sözel ve Matematiksel İfade Kullanımı	3
Toplam	96

Tablo incelendiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun problemi çözerken sözel ve matematiksel ifadeleri birlikte kullandıkları (n=48) görülmektedir. Daha sonra ise büyük çoğunluğunun sözel ifadelerden yola çıkarak (n=32) problemi çözmeye çalıştıkları belirlenmiştir. Sadece matematiksel ifade kullanarak çözenlerin sayısı ise 9'dur. En az oranda tercih edilen ise tablo, sözel ve matematiksel ifade kullanımı (n=3), tablo ve sözel ifade kullanımı (n=2), tablo ve matematiksel ifade kullanımı (n=1) ile şekil ve matematiksel ifade kullanımı (n=1) olarak tespit edilmiştir. Problemin matematiksel düşünmenin özelleştirme bileşenine bağlı olarak, öğrencilerin ağırlıklı olarak sözel ve matematiksel ifadeleri kullandıkları görülmektedir.

Ortaokul öğrencilerinin ikinci problemde çözüme ulaşma düzeyleri ve çözümlerini açıklama biçimleri incelendikten sonra problemi çözerken kullanmış oldukları stratejiler doğrultusunda hazırlanmış olan strateji temaları aşağıdaki şekilde ayrıntılı bir şekilde verilmiştir.



Şekil 31. Ortaokul Öğrencilerinin İkinci Problemde Kullandıkları Stratejiler

Ortaokul öğrencilerinin ikinci problemi çözmek için kullandıkları stratejiler belirli temalar altında birleştirildiğinde; tahmin ve kontrol, denklem kurma, eşitsizlik, denklem ve eşitsizliğin birlikte kullanıldığı stratejiler olmak üzere 4 ana tema oluşmaktadır. Tahmin ve kontrol teması, rastgele değer verme ile sistematik değer verme alt temalarına ayrılmaktadır. Burada sistematik değer verme teması; veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer verme, verileri ayrı ayrı toplama, verileri tablolaştırma, bütünü parçalama, bütüne tamamlama ve bütünden parça çıkarma alt kategorilerine ayrılmaktadır. Denklem kurma ana teması bilinmeyen sayısına göre bir bilinmeyenli teması denklem çözme kategorisine ayrılırken, birden fazla değişkenin kullanıldığı durumda değer verme ile denklem çözme kategorileri bulunmaktadır. Denklem kurma ile denklem kurma ve eşitsizliğin birlikte kullanıldığı temalarda birden fazla değişken kullanılmıştır. Eşitsizlik teması, değer verme alt kategorisine ayrılırken; denklem kurma ve eşitsizlik teması, değer verme ve denklem çözme alt kategorilerine ayrılmaktadır.

Ortaokul öğrencilerinin kullanmış oldukları stratejiler belirlendikten sonra bu stratejilere ait öğrenci frekanslarına yönelik tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 23. İkinci Problemde Kullanılan Stratejilerin Frekans Dağılımları

Kullanılan stratejiler			Frekans
Tahmin ve kontrol	Rastgele değer verme		22
	Sistematik değer verme	Veriler arasındaki ilişkilere dayalı değer verme	7
		Verileri ayrı ayrı toplama	11
		Verileri tablolaştırma	5
		Bütünü parçalama	3
		Bütüne tamamlama	1
		Bütünden parça çıkarma	13
Denklem Kurma	Bir bilinmeyenli	Denklem çözme	3
	Birden fazla bilinmeyenli	Rastgele değer verme	13
		Denklem çözme	3
Eşitsizlik	Birden fazla bilinmeyenli	Rastgele değer verme	9
Denklem Kurma ve Eşitsizlik	Birden fazla bilinmeyenli	Rastgele değer verme	5
		Denklem çözme	1

Tablo 23 incelendiğinde, ikinci probleme yönelik olarak belirlenen 4 ana stratejiden en çok kullanılanın tahmin ve kontrol stratejisi (n=62) olduğu belirlenmiştir.

Daha sonra denklem kurma (n=19), eşitsizlik (n=9), denklem kurma ve eşitsizliğin birlikte kullanımı (n=6) olduğu görülmektedir.

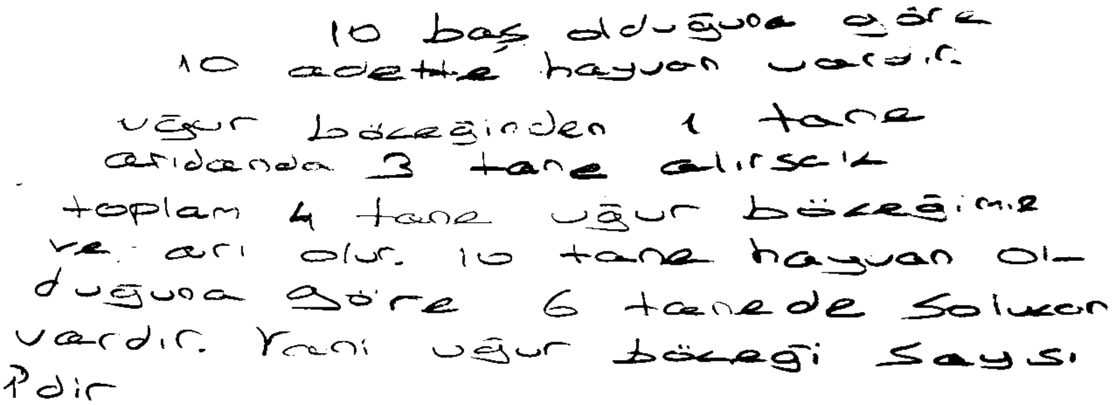
Tahmin ve kontrol stratejisi incelendiğinde; sistematik değer verme temasının (n=40) rastgele değer verme temasına (n=22) göre daha çok tercih edildiği belirlenmiştir. Sistematik değer verme temasında oluşan 6 kategoriden en çok bütünden parça çıkarma (n=13) kullanılırken, en az bütüne tamamlamanın (n=1) tercih edildiği görülmüştür.

Denklem kurma ana temasında bir bilinmeyenle birlikte birden fazla bilinmeyenin de kullanıldığı görülmektedir. Bunun yanında eşitsizlik ile denklem kurma ve eşitsizliğin birlikte kullanıldığı ana temalarda sadece birden fazla bilinmeyenin kullanıldığı belirlenmiştir. Denklem kurma ana teması altında en çok değer vermenin (n=13) tercih edildiği tespit edilmiştir. Eşitsizlik ana temasında sadece değer verme stratejisi (n=9) kullanılmıştır. Denklem kurma ve eşitsizliğin birlikte kullanıldığı ana temada ise en çok değer vermenin (n=5) tercih edildiği belirlenmiştir.

İkinci problemin tema ve alt temalarına yönelik açıklamalar ve ortaokul öğrencilerinin çözüm yolu örnekleri aşağıda verilmiştir.

- **Tahmin ve Kontrol Teması:** Problemin sonucunun ne olacağını değer verip bulmaya yönelik ana tema olarak belirlenmiştir.

  - **Rastgele Değer Verme:** Bu tema altında öğrenciler problemi çözmek için rastgele değer verip sonucun hangi değerlerle sağlanacağını deneyerek bulmaya çalışmaktadırlar. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.

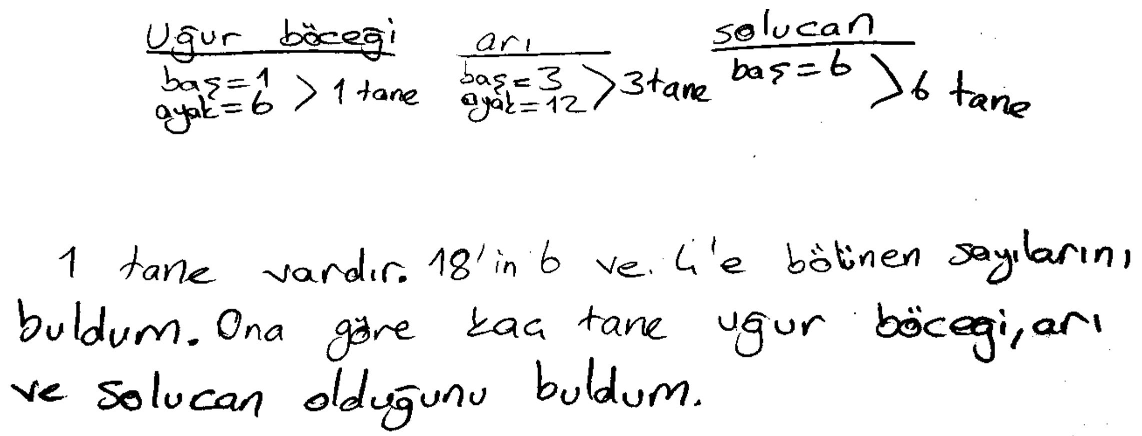


Şekil 32. Ö23'ün İkinci Problem için Yaptığı Çözüm

İkinci problem için Ö23'ün yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, problemi çözmek için zihinden değerler verdiği görülmektedir. Bu değerlerin problemde verilen şartları sağladığını ifade edip sonucun bu doğrultuda verdiği değerler olduğunu belirtmiştir.

- **Sistematik Değer Verme:** Bu tema altında öğrenciler sonuca ulaşmak için verilerin birbirleriyle olan bağlantılarına göre değerler vermektedirler. Bu çerçevede, verdikleri değerleri ifade ederken izlemiş oldukları yollara göre tema, 6 alt kategoriye ayrılmaktadır.

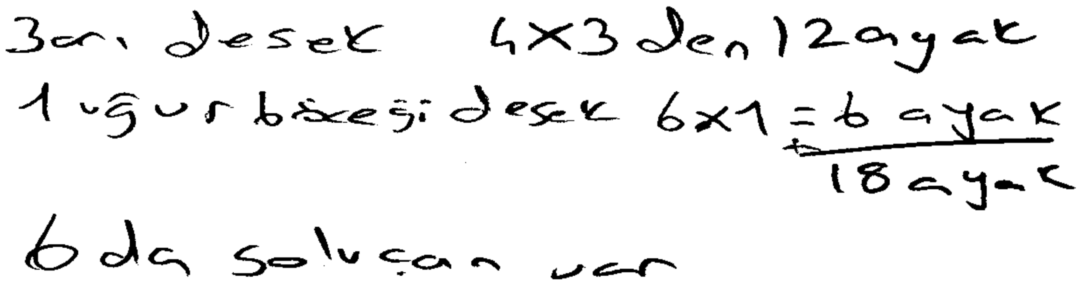
  1. **Veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer verme:** Bu kategori, problemi çözerken verilerin birbiriyle olan bağlantılarına dayalı değer verip sonuca ulaşmaya yöneliktir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 33. Ö33'ün İkinci Problem için Yaptığı Çözüm

Ö33'ün ikinci problem için yaptığı çözüm incelendiğinde, toplam ayak sayısı ile arı ve uğur böceğinin ayak sayıları arasında bir ilişki bulmaya çalıştığı görülmektedir. Bu doğrultuda değer verip koleksiyonda bulunan hayvanların sayılarını bulmuştur.

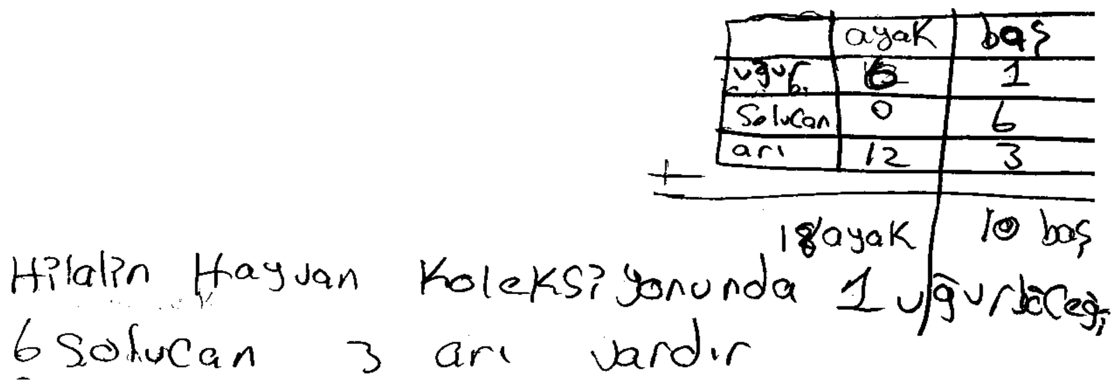
2. **Verileri ayrı ayrı toplama:** Bu kategoride problem, değer verme temelinde çözülürken işlemler sonucunda elde edilen veriler toplanarak sonuca ulaşmaya yöneliktir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 34. Ö32'nin İkinci Problem için Yaptığı Çözüm

İkinci problem için Ö32'nin yapmış olduğu çözüm incelendiğinde değer vererek problemi çözmeye çalıştığı görülmektedir. Verdiği değerler sonucunda elde ettiği verileri toplayarak problemde verilen değerin sağlandığını göstermiştir.

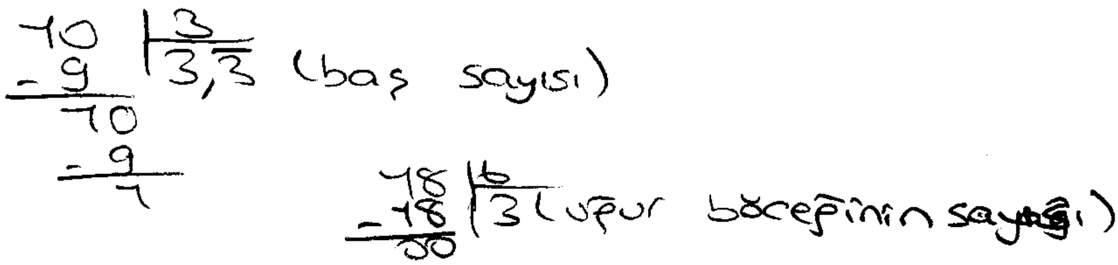
3. **Verileri tablolaştırma:** Bu kategori, problemde sonuca ulaşmak için verilen bilgilerin daha düzenli bir şekilde ifade edilebilmesi için verileri tablo üzerinde göstermeye yöneliktir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 35. Ö87'nin İkinci Problem için Yaptığı Çözüm

Ö87’nin ikinci problem için yapmış olduğu çözüm incelendiğinde değer vererek sonuca ulaşmaya çalıştığı ve elde ettiği verileri bir tabloda ifade ederek düzenli bir hale getirdiği görülmektedir.

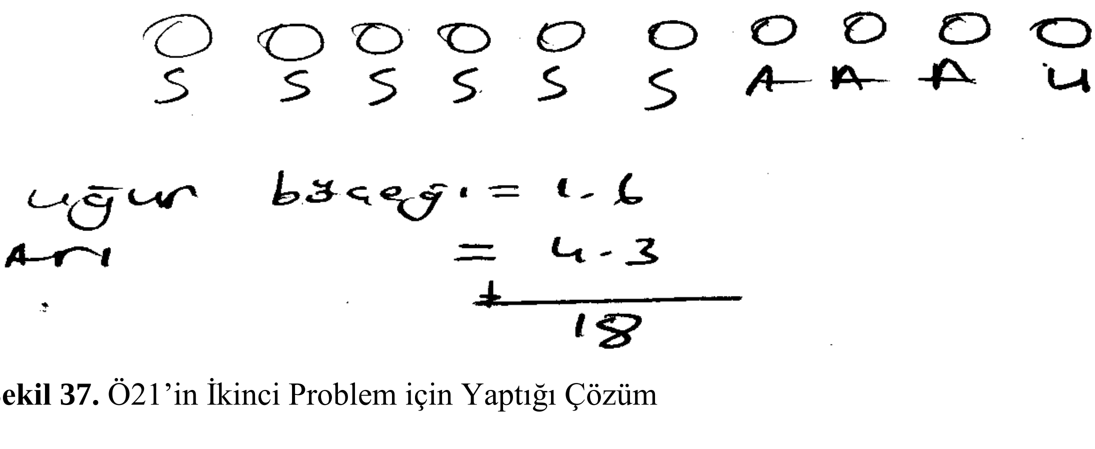
4. **Bütünü parçalama:** Bu kategori, problemde verilenleri bölerek daha küçük verilerle sonuca ulaşmaya yöneliktir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 36. Ö1’in İkinci Problem için Yaptığı Çözüm

İkinci problem için Ö1’in yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, problemde verilen toplam baş sayısını hayvan sayısına bölerek her birinin ne kadar olduğunu bulmaya çalıştığı görülmektedir. Aynı şekilde toplam ayak sayısını da uğur böceğinin ayak sayısına bölerek uğur böceğinin sayısına ulaşmaya çalıştığı belirlenmiştir.

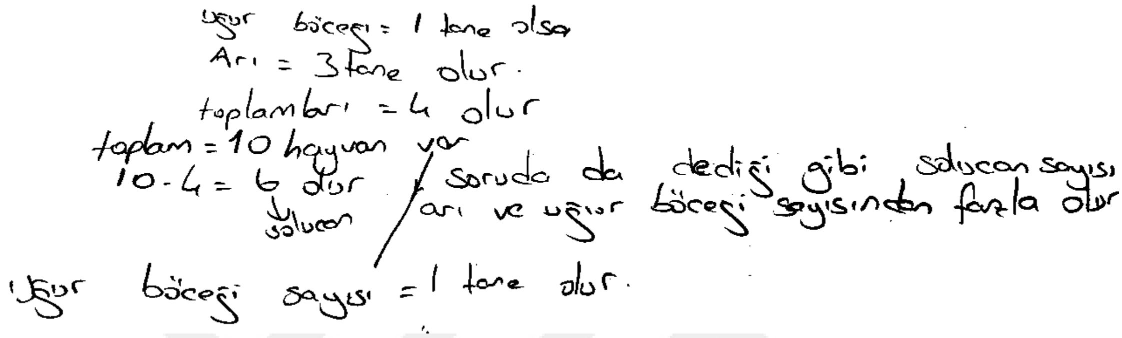
5. **Bütüne tamamlama:** Bu kategori, problemde verilenleri kullanıp bütüne nasıl ulaşılacağına yöneliktir. Burada kaç tane verinin yan yana getirilmesiyle bütünün elde edileceği belirlenmeye çalışılmaktadır. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 37. Ö21’in İkinci Problem için Yaptığı Çözüm

Ö21'in yapmış olduğu çözüm incelendiğinde değer vererek kaç tane solucan, arı ve uğur böceğinin bir araya gelmesiyle problemde verilenlerin sağlanacağını belirlemeye çalıştığı görülmektedir. Sayıları belirledikten sonra ayak sayılarını sayarak toplam ayak sayının elde edildiğini göstermiştir.

6. **Bütünden parça çıkarma:** Bu kategori, problemde verilenleri elde edilen diğer verilerden ayrı olarak düşünüp isteneni bulmaya yöneliktir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.

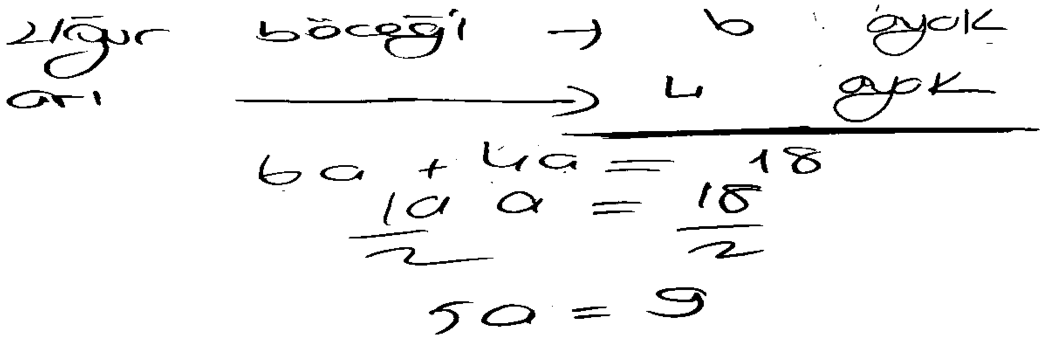

uğur böceği = 1 tane olsa
Arı = 3 tane olur.
toplamları = 4 olur
toplam = 10 hayvan var
10 - 4 = 6 olur / Sorudada dediği gibi solucan sayısı
solucan / arı ve uğur böceği sayısından fazla olur
uğur böceği sayısı = 1 tane olur.

Şekil 38. Ö57'nin İkinci Problem için Yaptığı Çözüm

Ö57'nin yapmış olduğu çözüm incelendiğinde önce değer vererek hayvan sayılarını belirlediği, daha sonra elde ettiği hayvan sayısını toplam hayvan sayısından çıkararak solucan sayısını bulduğu görülmektedir.

- **Denklem Kurma Teması:** Problemde istenene, denklem kurmayla ulaşılmasına yönelik ana tema olarak belirlenmiştir.

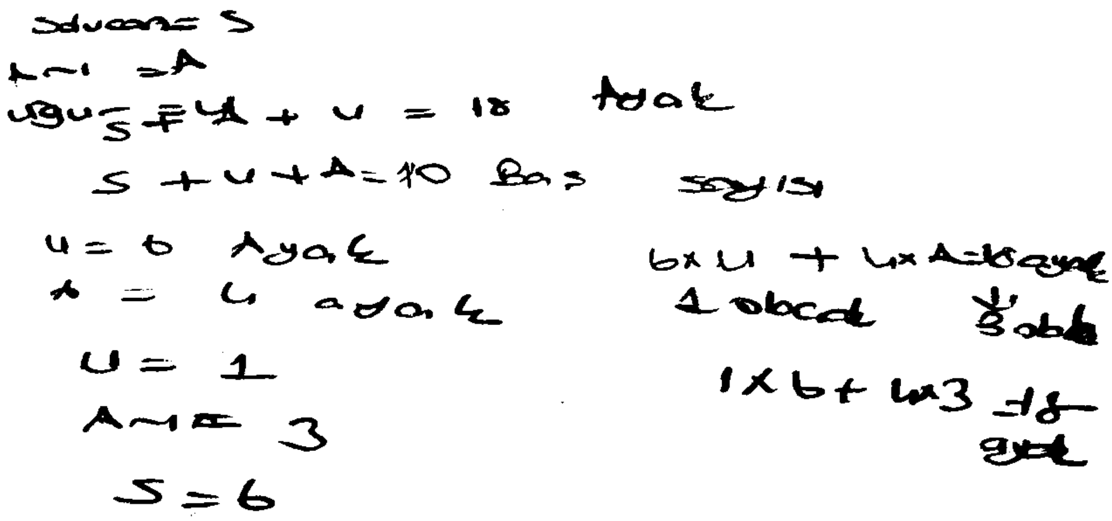
1. **Bir bilinmeyenli - Denklem çözme:** Bu kategori, denklem kurma teması altında bir bilinmeyenli olarak oluşturulan denklemi çözmeye yöneliktir. Bu strateji için örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 39. Ö34’ün İkinci Problem için Yaptığı Çözüm

Ö34’ün yapmış olduğu çözüm incelendiğinde uğur böceği ve arı sayılarını eşit kabul edip aynı şekilde isimlendirdiği görülmektedir. Bu şekilde elde ettiği denklemi çözerek sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Ancak sayıları eşit almasındaki hatadan dolayı denklem çözümü sonucunda problemde isteneni bulamadığı görülmektedir.

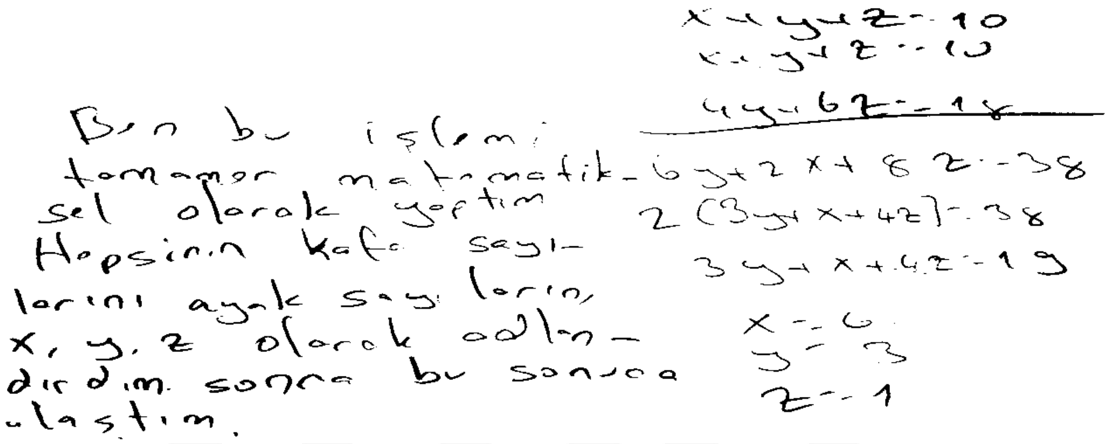
2. **Birden fazla bilinmeyenli – Rastgele değer verme:** Bu kategori, birden fazla değişkenle oluşturulan denklemi çözmeden, denklemde değişkenlere rastgele değerler verip denklemi sağlayan değerlerin bulunmasına yöneliktir. Bu strateji için örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 40. Ö19’un İkinci Problem için Yaptığı Çözüm

Ö19’un yaptığı çözüm incelendiğinde, problemde verilenlere uygun olarak denklem kurduğu görülmektedir. Denklemi kurduktan sonra hangi değerlere karşılık denklemin sağlandığını belirleyebilmek için değerler vermiştir. Bu şekilde problemde istenen sonucu bulmaya çalışmıştır.

3. **Birden fazla bilinmeyenli - Denklem çözme:** Bu kategori, birden fazla değişkenle oluşturulan denklemlerin, denklem çözme basamaklarını kullanıp çözerek sonucun bulunmasına yöneliktir. Bu strateji için örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.

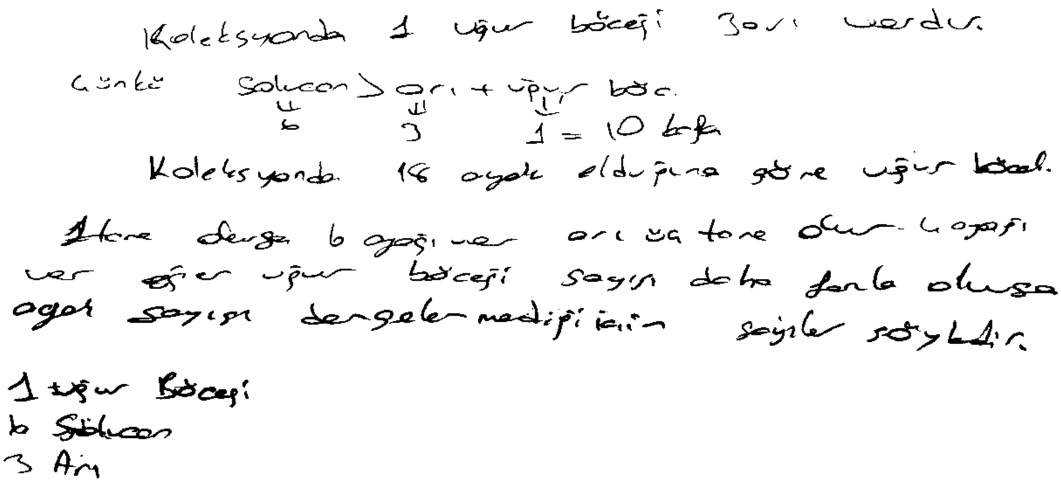


Şekil 41. Ö80’in İkinci Problem için Yaptığı Çözüm

Ö80’in yapmış olduğu çözüm incelendiğinde problemde verilenlere göre iki denklem kurduğu görülmektedir. Kurduğu denklemleri denklem çözme basamaklarına göre düzenlemek için uğraştığı ve bu şekilde sonuca ulaşmaya çalıştığı belirlenmiştir.

- **Eşitsizlik Teması:** Problemde istenene eşitsizlik sistemi kurmayla ulaşılmasına yönelik ana tema olarak belirlenmiştir.

  - **Birden fazla bilinmeyenli – Rastgele değer verme:** Bu kategori, problemde verilenlere göre eşitsizlik kurup, kurulan eşitsizlikte değer verilerek sonucun bulunmasına yöneliktir. Strateji için örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.

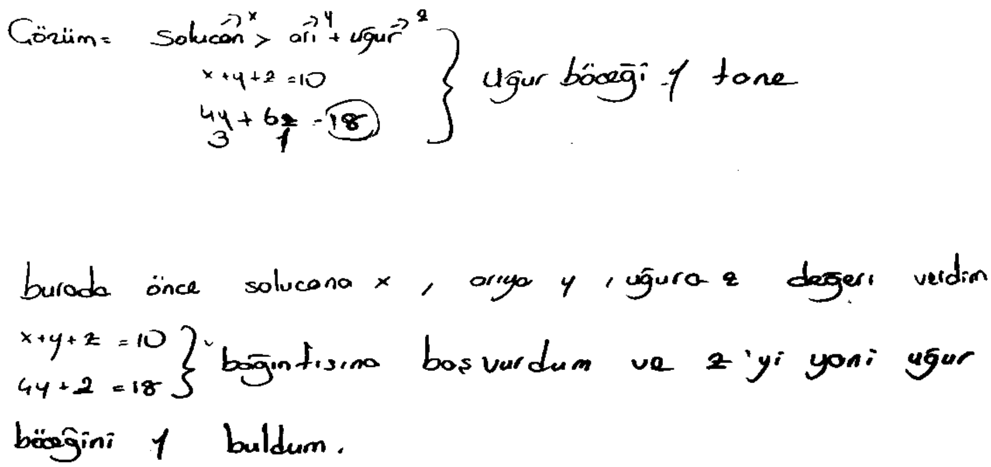


Şekil 42. Ö45’in İkinci Problem için Yaptığı Çözüm

Ö45’in yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, problemde verilenlere uygun olarak eşitsizlik kurduğu görülmektedir. Daha sonra kurulan eşitsizlikte problemde verilen şartları sağlayacak değerlerin hangisi olduğunu belirlemiştir. Bulduğu değerlerin eşitsizliği sağlayıp sağlamadığını kontrol ederek problemin sonucuna ulaşmaya çalıştığı tespit edilmiştir.

- **Denklem ve Eşitsizlik Teması:** Problemde istenene denklem ve eşitsizliği birlikte kurarak her ikisinin değerlendirilmesiyle sonuca ulaşılmasıdır.

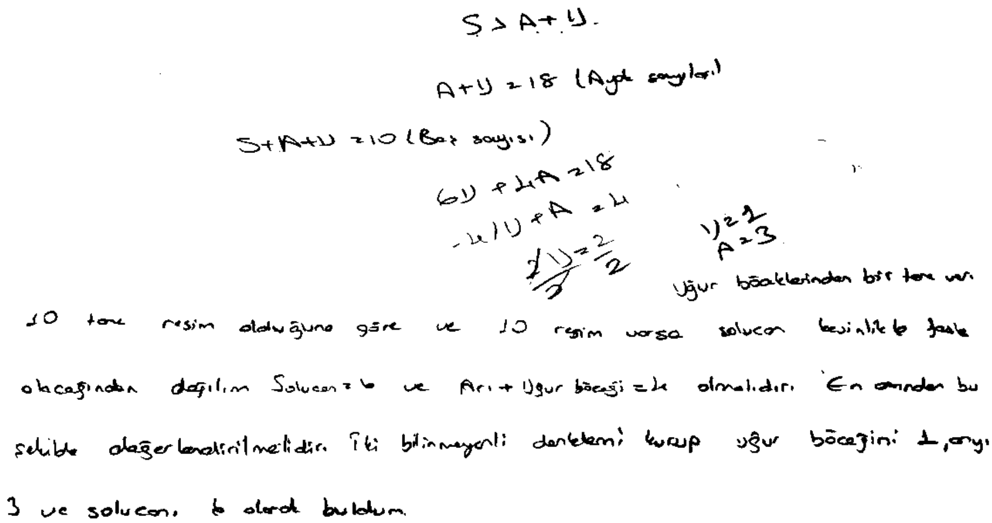
1. **Birden fazla bilinmeyenli – Rastgele değer verme:** Bu kategori, aynı problem içinde denklem kurma ve eşitsizliğin kullanılıp, elde edilen ifadelerin problemdeki verilere göre değer verilerek çözülmesine yöneliktir. Strateji için örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 43. Ö77’nin İkinci Problem için Yaptığı Çözüm

Ö77’nin yaptığı çözüm incelendiğinde, problemde verilenlere göre hem denklem kurduğu hem de bir eşitsizlik yazarak problemi çözmeye çalıştığı görülmektedir. Oluşturduğu denklem ve eşitsizliklerde verdiği değerleri yerine koyarak verilerin birbirini sağlayıp sağlamadığını kontrol etmiştir. Bu şekilde problemde istenen çözüme ulaşmaya çalışmıştır.

2. **Birden fazla bilinmeyenli – Denklem çözme:** Bu kategori, oluşturulan denklem ve eşitsizliğin çözülmesiyle problemde istenene ulaşmaya yöneliktir. Strateji için örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.

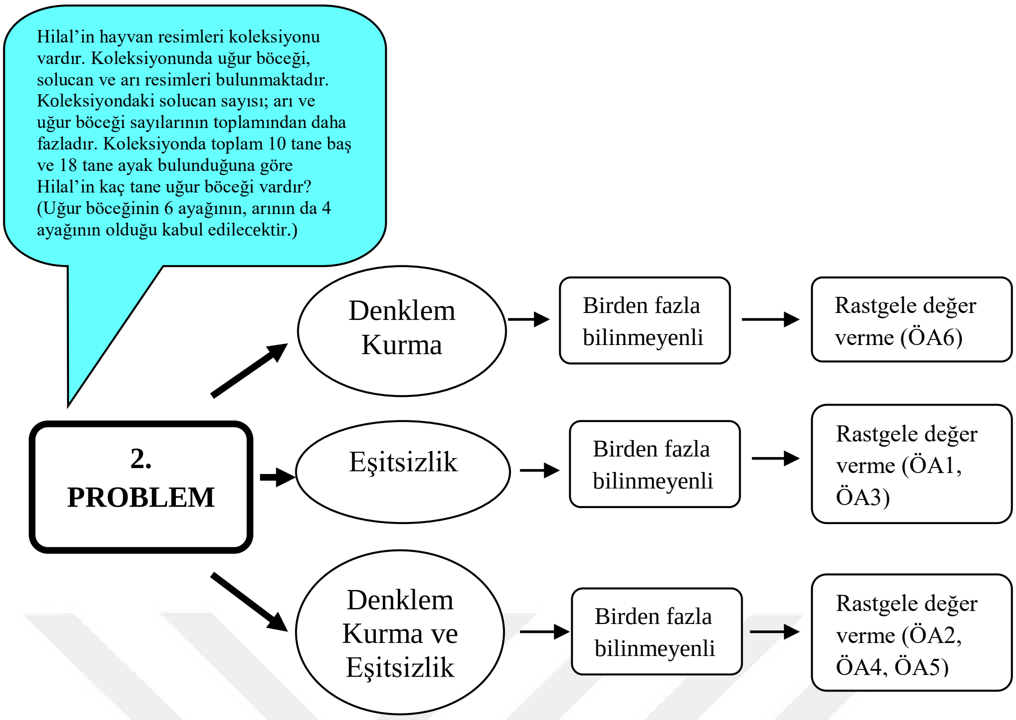


Şekil 44. Ö63’ün İkinci Problem için Yaptığı Çözüm

Ö63’ün yaptığı çözüm incelendiğinde eşitsizlikten faydalanarak ikinci bir denklem oluşturduğu görülmektedir. Daha sonra elde ettiği denklemle problemde verilen denklemi birlikte çözerek hayvan sayılarına ulaştığı görülmektedir. Burada eşitsizlikten ve denklemlerden faydalanarak sonuca ulaşmıştır.

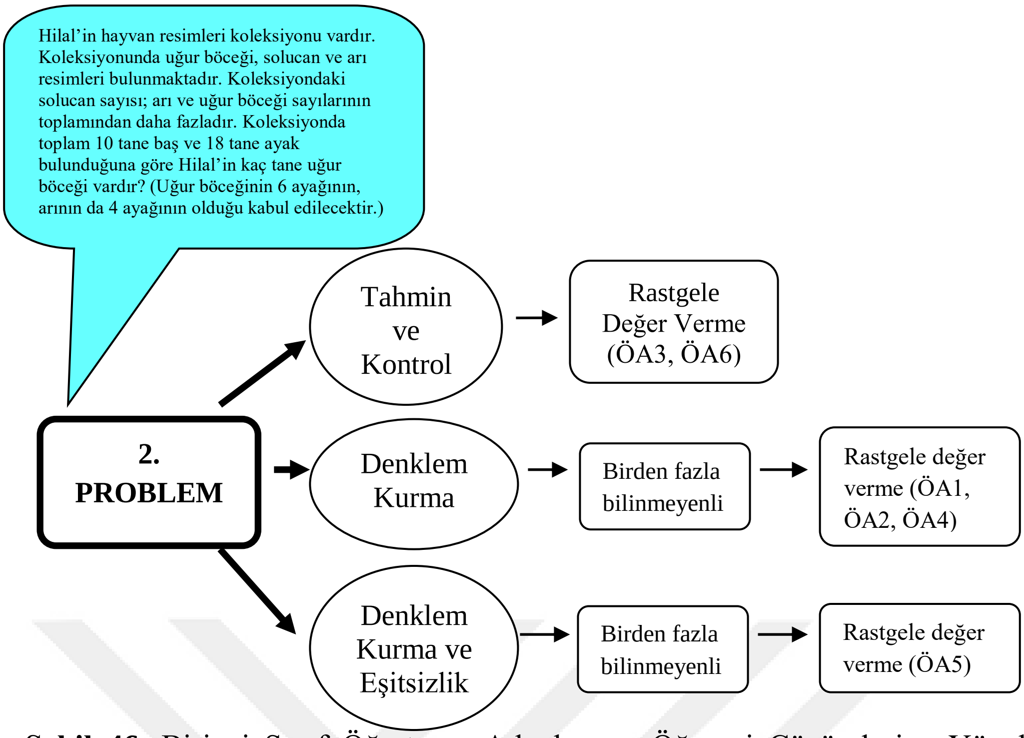
4.2.2. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Probleme Yönelik Görüşleri

Birinci sınıf öğretmen adaylarından ikinci problemle ilgili görüşleri alınırken ilk olarak problemi kendilerinin nasıl çözeceklerine yönelik fikirleri alınmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 45. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Birinci sınıf öğretmen adaylarının ikinci problemi çözerken kullanmış oldukları stratejiler incelendiğinde tahmin ve kontrol ana temasını kullanmadan, denklem kurma, eşitsizlik, denklem kurma ve eşitsizliği birlikte kullanma ana temalarını kullandıkları görülmektedir. Kullandıkları bütün stratejilerde birden fazla değişken kullanıp, problem çözümü için rastgele değerler vererek sonuca ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Burada kurulan denklem ve eşitsizliklerin nasıl çözüleceğine yönelik girişimlerde bulundukları, ancak bir sonuca ulaşamadıklarında değer vererek problemin sonucunu elde ettikleri belirlenmiştir. İkinci problemi ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceklerine yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri ise aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 46. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Birinci sınıf öğretmen adaylarının ikinci probleme yönelik strateji tahminleri incelendiğinde, ortaokul öğrencilerinin yapmış oldukları 4 ana temadan tahmin ve kontrol, denklem kurma ile denklem kurma ve eşitsizlik temalarını kullanacaklarını ifade ettikleri görülmektedir. Tahmin ve kontrol ana temasında rastgele değer vererek, diğer temalarda ise birden fazla değişken kullanarak oluşturulan ifadelerde değerler verilip problemin sonucuna ulaşılacağını ifade etmişlerdir. Tahmin ve kontrol ana temasında sistematik değer vermeye dönük olarak herhangi bir yorumda bulunmadıkları belirlenmiştir. Diğer temalarda da değer vererek çözüme ulaşılacağını belirtirken, çözmek amaçlı ifadelerde bulunmadıkları tespit edilmiştir.

Birinci sınıf öğretmen adaylarının ikinci probleme yönelik olarak; problemin amacı, problemdeki matematiksel kavramlar gibi durumlarla ilgili görüşleri incelenmiştir. Bu kapsamda aşağıdaki veriler elde edilmiştir.

Tablo 24. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Dikkati ölçebilme (ÖA4, ÖA5) İhtimalleri düşünebilme (ÖA4, ÖA5) Zihinde canlandırabilme (ÖA1) Öğrenci seçme (ÖA2) Paylaştırabilme (ÖA3) Formül ya da kuralın dışına çıkabilme (ÖA4) Kafa karıştırarak psikolojik baskı yapma (ÖA6)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Denklem kurma (ÖA1, ÖA2, ÖA6) Eşitsizlik (ÖA1, ÖA3) Dört işlem (ÖA3) Fazla (ÖA4) Toplam (ÖA4) Sayılar-Rakamlar (ÖA4) Paranteze alma (ÖA5) Değer verme (ÖA5) Modelleme (ÖA6)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Değişkenleri isimlendirerek (ÖA2, ÖA4) Denklem kurarak (ÖA1) Doğrudan değer vererek (ÖA3) Verilenleri yazarak (ÖA5) Veriler arasındaki ilişkiyi görmeye çalışarak (ÖA6)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Orta (ÖA3, ÖA5) Zor (ÖA1, ÖA2, ÖA4, ÖA6)

Tablo incelendiğinde birinci sınıf öğretmen adaylarının problemin amacına yönelik görüşlerinin; dikkati ölçebilme, ihtimalleri düşünebilme, zihinde canlandırabilme, verileri durumlar arasında paylaştırabilme olarak ifade ettikleri görülmektedir. Buna yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

“Zihninde canlandırmayı amaçlamış olabilirler.” (ÖA1)

“Paylaştırma, çünkü solucan sayısı arı ve uğur böceği sayısından fazla demiş. Ona göre oluşturmamız gerek soruyu.” (ÖA3)

“Dikkatini ölçmek, çünkü en sonda bizim bildiğimiz ya da tahmin edebileceğimiz uğur böceğinin 4 ayağı vardır. O yüzden bu parantezi okumadım, o yüzden dikkat ölçmek için iyi bir soru. Parantez içindeki değer dikkat için önemli. Diğer sorudaki gibi

burada da rakamsal değerleri verme veya ihtimalleri düşünme, bir formülün ya da kuralın dışına çıkma tarzında diyeyim." (ÖA4)

İkinci problemde yer alan matematiksel kavramlarla ilgili öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde, çoğunluğunun denklem kurma ve eşitsizlik kavramına ait işaretleri söyledikleri görülmektedir. Bunun yanında dört işlem, sayılar, paranteze alma, değer verme gibi ifadeleri de kullandıkları belirlenmiştir. Bu kapsamda öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Denklem kurma, başka da pek bir şey yok. Zihninde canlandırıyor arının toplamlarını. Büyüktür-küçüktür işareti başka da bir şey görmüyorum." (ÖA1)

"Denklemler, temel kavramlar, modellemenin olduğunu söyleyebilirim." (ÖA6)

Öğretmen adaylarının, öğrencilerin probleme nasıl başlayacaklarına yönelik görüşleri incelendiğinde; doğrudan değer vererek, değişkenleri isimlendirerek, denklem kurarak, verilenleri yazarak ya da veriler arasındaki ilişkileri görmeye çalışarak ifadelerini kullandıkları belirlenmiştir. Buna yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Aslında ilk başta burayı okuyarak değil de parantez içini gördükten sonra başlar. Çünkü ben resme baktığımda uğur böceğinin 4 tane ayağının olduğunu düşünmüştüm. 6 ayağı var demiş. Sonra net olsun diye hoca denklemi oluşturur." (ÖA1)

"Hangi hayvanın ne kadar ayağı var der ama o soru da zaten belirtilmiş. Her hayvana bir isim koyar, uğur böceğine u der mesela. Arıya a der." (ÖA2)

"Öğrenci öncelikle başlardan gitmeye başlar çünkü hepsinin başı var. 3 ihtimalli olandan başlar ve çözemez soruyu. Bu sefer ayağa yönelir. Ayakta da solucanın ayağının olmadığını gördüğünde de yine değerler vererek çözebilir." (ÖA6)

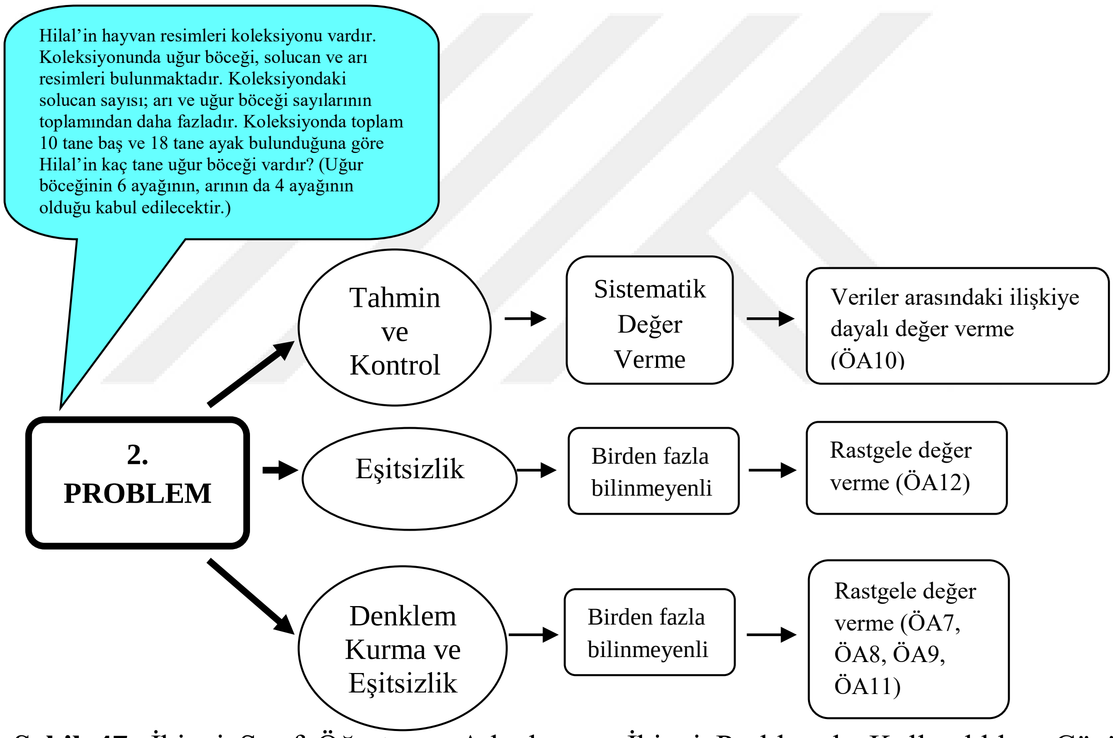
Öğretmen adaylarına göre problemin öğrenci seviyesine uygunluğu incelendiğinde, 4 öğretmen adayının probleme zor dediği, 2 öğretmen adayının ise probleme orta güçlükte bir soru dediği belirlenmiştir. Problemin zor olarak ifade edilmesini, problemde birçok değişkenin bulunduğu ve öğrencilerin bu değişkenleri birbirleriyle ilişkilendirmede zorlanacakları şeklide ifade etmişlerdir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Biraz zor olabilir ayaklarla kafaları falan, mesela az önce ben karıştırdım, çünkü baya şey var ya hangisine neyi verdiğini karıştırabilir." (ÖA1)

"Bence bunu da yapabilir. İşin içinde mantık var çünkü." (ÖA3)

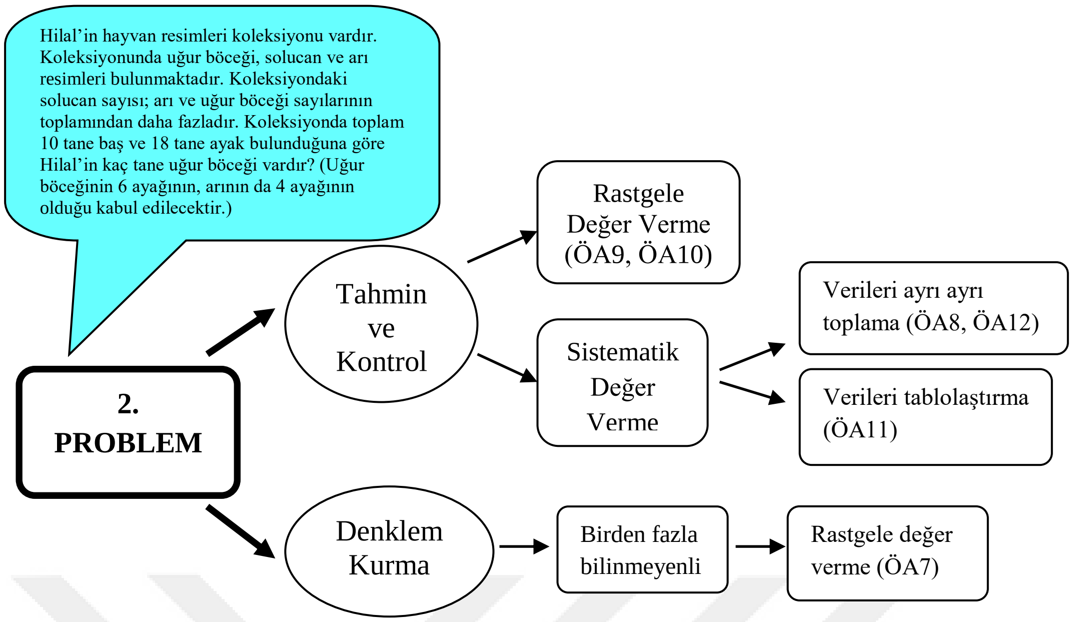
4.2.3. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Probleme Yönelik Görüşleri

İkinci sınıf öğretmen adaylarının, ikinci probleme yönelik olarak görüşleri incelenirken öncelikle problemi kendilerinin nasıl çözecekleriyle ilgili fikirleri alınmıştır. Bu kapsamda öğretmen adaylarının kullanmış oldukları çözüm stratejiler aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 47. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Öğretmen adaylarının kullanmış oldukları stratejiler incelendiğinde 4 öğretmen adayının denklem ve eşitsizliği birlikte kullanarak verileri düzenledikleri, daha sonra değer vererek problemin sonucunu bulmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Bir öğretmen adayı eşitsizliği kullanarak değer verirken, bir öğretmen adayı ise problemde verilenlerin arasındaki ilişkiye bağlı olarak değer verip sonuca ulaşmaya çalıştığı tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının, ortaokul öğrencilerinin problemi nasıl çözeceklerine yönelik olarak görüşlerinin incelenmesiyle aşağıdaki şekil elde edilmiştir.



Şekil 48. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Ortaokul öğrencilerinin ikinci problemi nasıl çözeceklerine yönelik olarak öğretmen adaylarının tahminleri incelendiğinde; 4 ana temadan 2 tanesi ile ilgili yorum yaptıkları görülmektedir. 5 öğretmen adayı tahmin ve kontrol ana temasını ifade ederken, 1 öğretmen adayı ise denklem kurma ana teması ile ilgili yorum yapmıştır. Tahmin ve kontrol ana temasında rastgele değer verme ve sistematik değer verme temalarını kullanarak, sistematik değer verme temasında bulunan 6 kategoriden ise 2'si hakkında görüşte bulunulmuştur. Genel olarak verileri düzenleme üzerine yorum yaparken bütünle ilgili herhangi bir yorum yapmadıkları belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının ikinci problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 25. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Denklem kurabilme (ÖA7, ÖA9, ÖA11) Veriler arasında ilişki kurabilme (ÖA8, ÖA10) Hayvanları tanıtma (ÖA10, ÖA12) İhtimalleri düşünebilme (ÖA11, ÖA12) Problem çözebilme (ÖA7) Düşünme becerilerini geliştirebilme (ÖA7) Eşitsizlik kavramını pekiştirebilme (ÖA8) Pratik işlemler yapabilme (ÖA8) Farklı dersler arasında ilişki kurabilme (ÖA10) Değer vererek problemi çözebilme (ÖA11) Öğrencinin konuyu anladığını belirleyebilme (ÖA12) Anlama yeteneğini geliştirebilme (ÖA12)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Dört işlem (ÖA8, ÖA9, ÖA10, ÖA12) Problem çözme (ÖA7) Eşitsizlik (ÖA8) Denklem kurma (ÖA8) Oran orantı (ÖA9) İlişkilendirme (ÖA10) Bilinmeyen (ÖA11) Değer verme (ÖA12)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Verilenleri yazarak (ÖA9, ÖA11, ÖA12) Denklem kurarak (ÖA7) Tablo oluşturarak (ÖA8) Verilenleri somutlaştırarak (ÖA10)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Orta (ÖA8) Zor (ÖA7, ÖA9, ÖA10, ÖA11, ÖA12)

Tablo incelendiğinde problemin amacı olarak öğretmen adaylarının; denklem kurabilme, veriler arasında ilişki kurabilme, ihtimalleri düşünebilme, düşünme becerilerini geliştirebilme, eşitsizlik kavramını pekiştirebilme, farklı dersler arasında ilişki kurabilme, pratik işlemler yapabilme, anlama yeteneğini geliştirebilme gibi ifadeler kullandıkları görülmektedir. Buna yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

“Bence denklem kurma, problem çözme, zihinsel süreçlerin geliştirilmesi var.” (ÖA7)

“Eşitsizlik kavramının pekiştirilmesi hedeflenmiş olabilir. Çünkü demiş ki, solucan sayısı arı ve uğur böceği sayıları toplamından fazladır. Burada eşitsizlik hâkimiyeti gerekiyor. Bacak ve kafa sayısından bahsetmiş, bacak sayısıyla kişi sayısının nasıl ilişkilendirileceğini görmeyi hedeflemiş. Çarpmayla ya da bölmeyle. Her bir arının 4 ayağı varsa çarpmayla arının kaç ayağı olduğunu bulabilir. Çarpma ve toplama üzerindeki hâkimiyeti.” (ÖA8)

“Bir soruda farklı kavramları bir araya getirerek, bir ayak bir başa göre değerlendirir. O yüzden bir soruda farklı kavramları buldurmaya çalışıyor. Hayvanları daha iyi tanıtmaya. Mesela, ben burada uğur böceğinin 6 ayağının olduğunu bilmiyordum. İşte bilmediğim için soruda 6 ayaklı olduğunu veriyor, o yüzden mesela hayvanlarla ilgili bilgi sahibi de olunabiliyor. Bir açıdan şeye de girebiliyor fene girebiliyor. Bir ders için de farklı bir ders işleniyor.” (ÖA10)

Problemdeki matematiksel kavramlar incelendiğinde, 4 öğretmen adayının dört işlem olarak ifade ettiği belirlenmiştir. Bunun yanında öğretmen adayları; problem çözme, eşitsizlik, denklem kurma, ilişkilendirme, değer verme gibi kavramların olduğunu söylemişlerdir. Matematiksel kavramlara yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

“Problem çözme, zihinsel becerileri falan gelişiyor.” (ÖA7)

“Çarpma tablosunu kafasında canlandırırdı. Burada farklı bakış açısı var. Sonra farklı kavramları birleştirme var.” (ÖA10)

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacakları incelendiğinde, 3 öğretmen adayının verilenleri yazarak dediği belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen adayları; denklem kurarak, tablo oluşturarak, verileri somutlaştırarak öğrencilerin probleme başlayacaklarını ifade etmişlerdir. Buna yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

“Önce x+y+z=10 yazar. Sonra da ayak sayısını göz ardı eder. Uğur böceğinin 6 ayağı var, o zaman bir uğur böceğini 6 ile çarparız. Arının 4 ayak. Toplam 18.” (ÖA7)

“Hayvanların ayaklarını tek tek bu şekilde yaparak. Çünkü ayak sayısını bilmeden yapamaz. Çünkü baş sayısı tamam hepsinde birer tane tamam ama burada ayak sayısını bilmediği için ayak sayısından başlar.” (ÖA10)

“Paragraf sorularında biraz daha dikkat ağırlıklı olduğu için burada şu vardı, burada bu vardı. Yani bunu kesinlikle yazması lazım, sadeleştirmesi lazım soruyu, çünkü karışık bir soru. Birinin ayağı var, birini başı var, biri 4, biri 6. Öğrenci biraz düşünür.” (ÖA12)

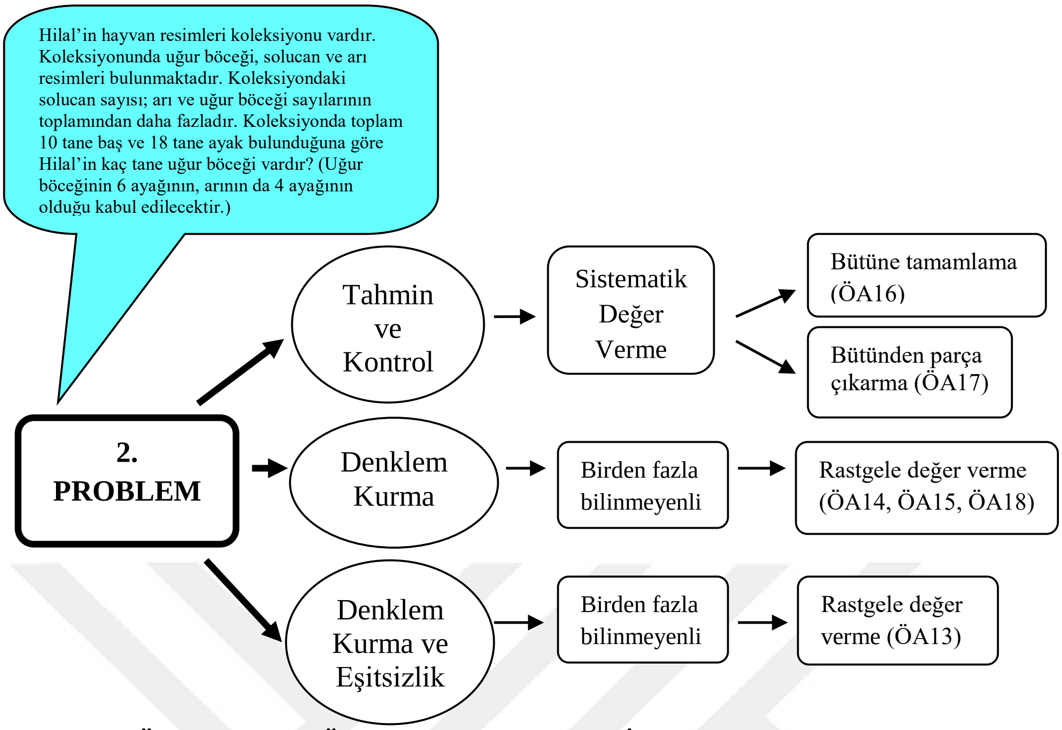
Problemin öğrenci seviyesine uygunluğu incelendiğinde 5 öğretmen adayının problemin zor olduğunu ifade ettikleri belirlenmiştir. 1 öğretmen adayı ise problemin öğrenciler için orta güçlükte olduğunu dediği görülmüştür. Buna yönelik bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

“Çok fazla zor bir soru değil, çok kolay da değil. O öğrencinin tahmin edip edemeyeceğine bağlı. Eşitsizlik kısıtlaması kolaylaştırıyor. Yapar yani bir öğrenci kesinlikle yapar.” (ÖA8)

“Bu diğerine göre daha uğraştırıcı çünkü 2 farklı kavram var dediğim gibi hani daha karmaşık gelebilir. O yüzden bu soruya ilk baktıklarında bu soru çok zormuş deme ihtimalleri çok yüksek ama hayvan resimleri ya da ayakları göz önüne getirildiği zaman yapılabilir. Ama diğerine göre daha zor.” (ÖA10)

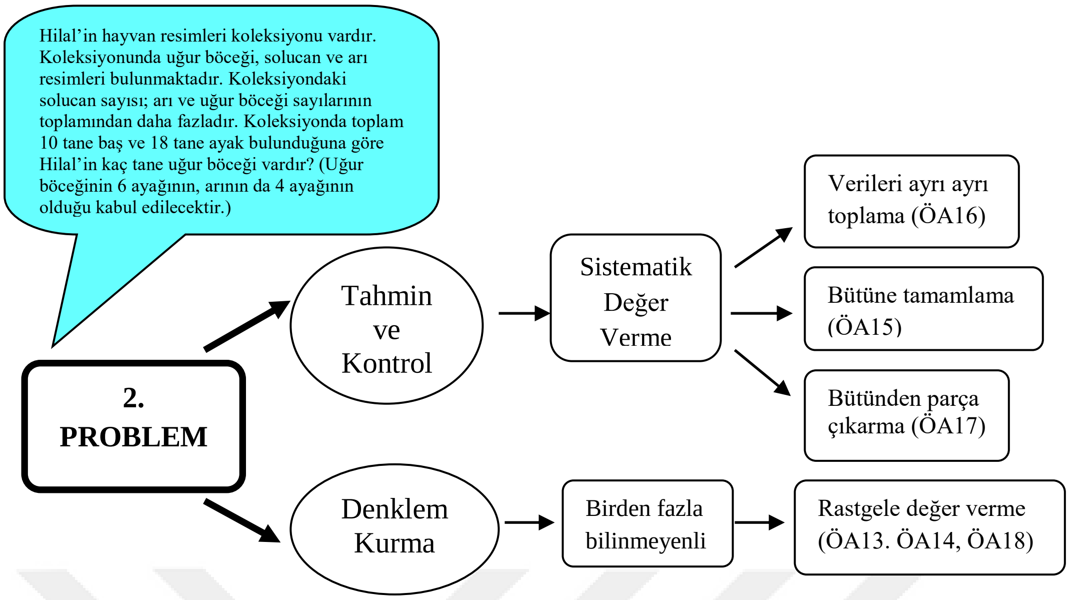
4.2.4. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Probleme Yönelik Görüşleri

Üçüncü sınıf öğretmen adaylarının, ikinci probleme yönelik olarak görüşleri incelenirken öncelikle problemi kendilerinin nasıl çözecekleriyle ilgili fikirleri alınmıştır. Bu kapsamda öğretmen adaylarının kullanmış oldukları çözüm stratejiler aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 49. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Üçüncü sınıf öğretmen adaylarının ikinci problem için kullanmış oldukları stratejileri incelendiğinde, belirlenen 4 ana temadan 3'ünü kullandıkları belirlenmiştir. Burada 3 öğretmen adayının denklem kurma ana teması altında değer vererek problemi çözdükleri görülmüştür. Tahmin ve kontrol ana temasında bütüne tamamlama ile bütünden parça çıkarma kategorilerine göre problemi çözmüşlerdir. Ayrıca denklem kurma ve eşitsizliği birlikte kullanıp değer vermeyle problemin çözümünü yapmışlardır. Öğretmen adaylarının, ikinci problemi ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceklerine yönelik olarak görüşleri incelendiğinde aşağıdaki şekil elde edilmiştir.



Şekil 50. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Üçüncü sınıf öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik olarak strateji tahminleri incelendiğinde, belirlenen 4 ana temadan tahmin ve kontrol ile denklem kurma olmak üzere 2 ana temayı ifade ettikleri belirlenmiştir. Tahmin ve kontrol ana teması altındaki 6 kategoriden; verileri ayrı ayrı toplama, bütüne tamamlama ve bütünden parça çıkarma olmak üzere 3 kategoriyi kullanmışlardır. Diğer kategoriler hakkında herhangi bir yorum yapmadıkları belirlenmiştir. Denklem kurma ana teması altında ise birden fazla değişken kullanarak denklemi oluşturacakları, daha sonra denklemdeki değişkenlere değerler vererek problemi çözeceklerini ifade etmişlerdir.

Öğretmen adaylarının ikinci problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 26. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Denklem kurabilme (ÖA13, ÖA14) Veriler arasında ilişki kurabilme (ÖA13, ÖA15) Mantık yürütebilme (ÖA15, ÖA17) Düşünme becerilerini geliştirebilme (ÖA16, ÖA18) Zihinde canlandırabilme (ÖA16) Çok boyutlu düşünebilme (ÖA16) Verileri düzenli hale getirebilme (ÖA18)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Denklem kurma (ÖA13, ÖA14, ÖA15, ÖA16) Mantık yürütme (ÖA15) Somutlaştırma (ÖA15) İlişkilendirme (ÖA15) Bilinmeyen (ÖA15) Dört işlem (ÖA15, ÖA17) Değer verme (ÖA18)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Denklem kurarak (ÖA13, ÖA18) Değişkenleri isimlendirerek (ÖA14) Verilenleri somutlaştırarak (ÖA15) Verilenleri yazarak (ÖA16) Doğrudan değer vererek (ÖA17)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Kolay (ÖA15) Orta (ÖA18) Zor (ÖA13, ÖA14, ÖA16, ÖA17)

Tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının problemin amacına yönelik olarak; denklem kurabilme, veriler arasında ilişki kurabilme, mantık yürütebilme, düşünme becerilerini geliştirebilme, çok boyutlu düşünebilme, verileri düzenli hale getirebilme gibi ifadelerde bulundukları görülmektedir. Buna yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Öğrenciye şunu anlatmak istemiş bence. İki türlü denklem kuracaksın, bu iki türlü denklemde de ayakla başa dikkat edeceksin. Baş dediğim kişi sayısı olur, ayak dediğim de bu kişi sayısına bağlı olarak toplam." (ÖA13)

"Mantık yürütmeyi bir ileri seviyeye taşımış gibi. Çünkü burada çarpımlarının toplamı 18 olan iki ayrı sayı var ve de onlara değerler veriyoruz, ayak sayılarından yola çıkarak. Üstüne bir de solucan sayısının onların toplamından daha fazla olduğunu bulacağız." (ÖA15)

"Öğrencinin kafasında canlandırmasını yine düşünebilme yeteneğini geliştirebilme amacında olabilir. Çift yönlü düşünme, hem baş sayısı hem ayak sayısı demiş. O biraz şey olabilir. Hani mesela baş sayısı olsaydı, ayak sayısını da tercih etmiş." (ÖA16)

Problemdeki matematiksel kavramlara yönelik olarak öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun denklem kurma dediği belirlenmiştir. Bunun yanında mantık yürütme, somutlaştırma, ilişkilendirme, bilinmeyen, dört işlem ve değer verme kavramlarının da olduğunu öğretmen adayları ifade etmişlerdir. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Denklemler var, değer verme var, denklem kurma yani." (ÖA13)

"Bir hayvan sayısı verilmemiş ve baş sayısı verilmiş. Yani burada mantık yürütme, matematiksel mantık yürütme var. Hayvan sayısının baş sayısına eşit olabileceğini düşündürmek için böyle bir şey yapılmış. Ayak sayısı verilerek bir denklem kurma söz konusu. Dediğim gibi bir ilişkilendirme var, toplamın ve çarpmanın bulunduğu, bir bilinmeyen ve iki bilinmeyen var." (ÖA15)

"Denklem kurma mesela olabilir mi, mesela şey dersek arıların ayak sayısı 4, uğur böceğinin de 6 demiştik. 4x+6y=18 yazsak" (ÖA16)

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacakları incelendiğinde öğretmen adaylarının; denklem kurarak, değişkenleri isimlendirerek, verileri somutlaştırarak, verilenleri yazarak ve doğrudan değer vererek şeklinde ifade ettikleri görülmektedir. Öğretmen adaylarının buna yönelik görüşleri şu şekildedir:

"Uğur böceği yine u falan derdi, s,a. zaten burası belli. U+a+s=10" (ÖA14)

"Ortaokul öğrencisi uğur böceği ve arıyı çizip ayaklarını toplayabilir. Toplamını 18'e eşitlemeye çalışıyor eşit mi değil mi diye denemeye çalışıyor. Ve bakıyor 2 uğur böceği ve 2 arı verdiğinde olmuyor. Sonra bir uğur böceği veriyor sayısına bakarak. 1 uğur böceği ve 3 tane de arı çiziyor ve 6 artı 12 den 18 tane ayak olduğunu buluyor çocuk. Yani bence çocuk böyle düşünür." (ÖA15)

"Hocam teker teker dener. Mesela eğer anlamışsa zaten solucanın diğerlerinden fazla ve ayak sayısının olmadığını solucanı fazla tutar. Mesela şöyle der, işte 7 olsun 8 olsun ya da 6 olsun der ilk başta. Ondan sonra arıya geçer arının ayakları 4 tane, 18 tane ayak olduğuna göre 4 le mesela çarpar derki arı 2 olsun. Böyle bu şekilde bence kafadan gider." (ÖA17)

Problemin öğrenci seviyesine yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde, 4 öğretmen adayının problemin zor olduğunu ifade ettikleri belirlenmiştir. 1 öğretmen adayı problemin orta seviyede olduğunu belirtirken, 1 öğretmen adayı ise kolay olduğunu söylemiştir. Öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

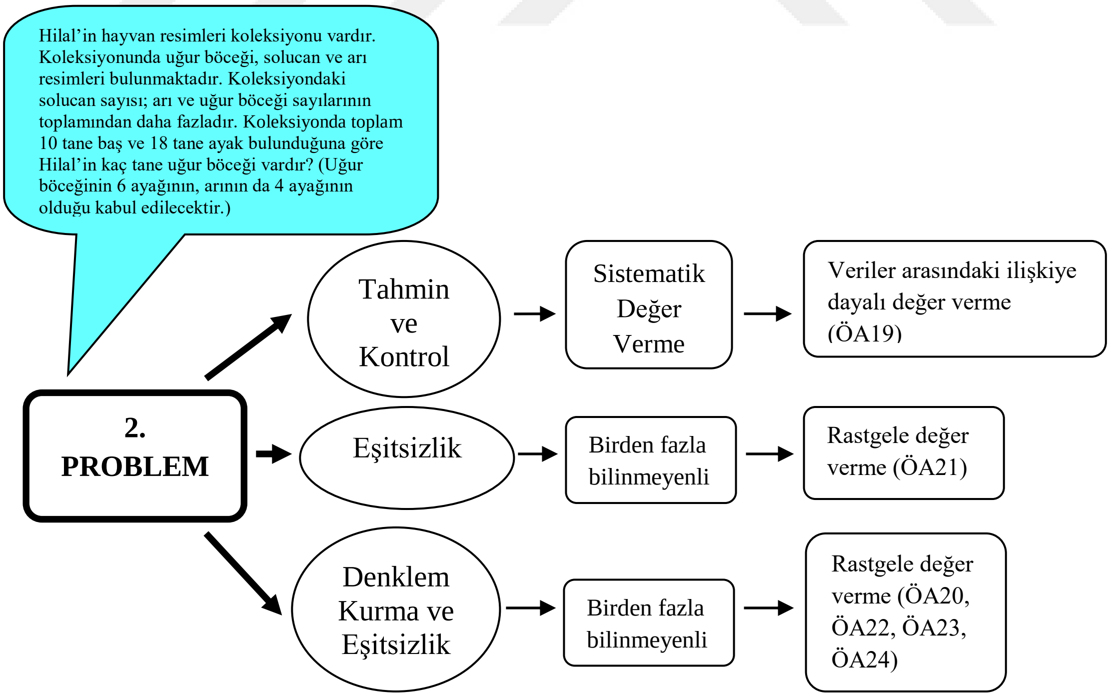
"Bence zor. Niye zor, öğrenci iki denklemi aynı anda yapabilir mi? Mesela benim ders anlattığım sınıfta bu soruyu bir kişi çözebilirdi. 10-12 kişilerdi, bir kişi çözebilirdi bu soruyu." (ÖA13)

"Bence kolay, çözülebilecek bir soru." (ÖA15)

"Hocam öğrenci teker teker yaparak bulabilir. Yapabilir." (ÖA18)

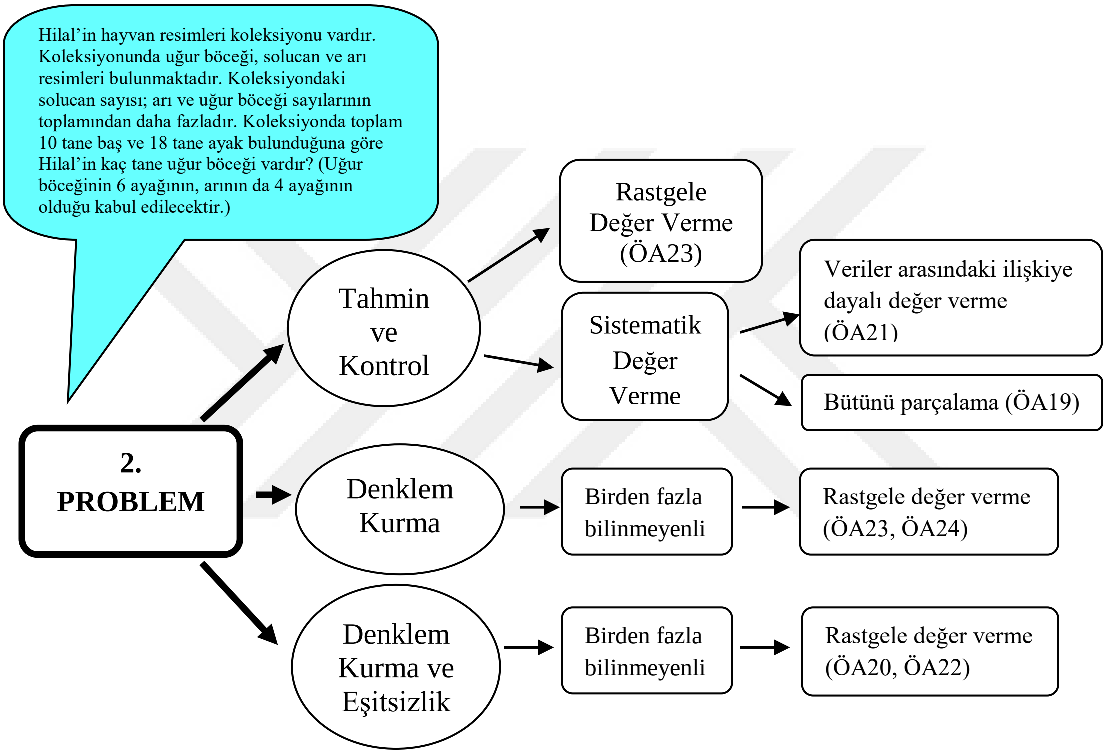
4.2.5. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Probleme Yönelik Görüşleri

Dördüncü sınıf öğretmen adaylarının, ikinci probleme yönelik olarak görüşleri incelenirken ilk olarak problemi kendilerinin nasıl çözecekleriyle ilgili fikirleri alınmıştır. Bu kapsamda öğretmen adaylarının kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 51. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Dördüncü sınıf öğretmen adaylarının, ikinci problemi nasıl çözecekleri incelendiğinde 4 öğretmen adayının denklem kurma ve eşitsizliği birlikte kullanıp, elde edilenlere değer vererek problemin çözümünü yaptıkları belirlenmiştir. Bunun yanında 1 öğretmen adayı sadece eşitsizliği kullanıp değer vererek problemi çözerken, 1 öğretmen adayı ise tahmin ve kontrol ana teması altında veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer vererek problemi çözmeye çalışmıştır. İkinci problemi ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceklerine yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşler alındığında aşağıdaki veriler elde edilmiştir.



Şekil 52. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerinin çözümlerine yönelik tahminleri incelendiğinde, belirlenen 4 ana temadan 3'ü hakkında yorum yaptıkları görülmektedir. Bunlar tahmin ve kontrol, denklem kurma ile denklem kurma ve eşitsizliğin birlikte kullanımıdır. Sadece eşitsizliğin kullanımı ile ilgili herhangi bir yorum yapmamışlardır. Tahmin ve kontrol ana teması altında rastgele değer vermenin yanında sistematik değer verme temasını da kullanmışlardır. Sistematik değer verme temasının 6 kategorisinden ise veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer verme ile bütünü parçalama kategorileriyle ilgili yorumda bulunmuşlardır. Denklem kurma ile denklem kurma ve eşitsizliğin birlikte kullanımıyla ilgili olarak verileri düzenledikten sonra değer vererek problemin sonucuna ulaşacaklarını ifade etmişlerdir.

Öğretmen adaylarının ikinci problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 27. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının İkinci Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Matematikle günlük hayatı ilişkilendirebilme (ÖA19, ÖA20)
	Eşitsizlik kavramını pekiştirebilme (ÖA22, ÖA24)
	Denklem kurabilme (ÖA22, ÖA24)
	Dikkati ölçebilme (ÖA20)
	Pratik işlemler yapabilme (ÖA21)
	Mantık yürütebilme (ÖA23)
	Veriler arasında ilişki kurabilme (ÖA23)
	Değer vererek problemi çözebilme (ÖA24)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Eşitsizlik (ÖA19, ÖA22, ÖA23, ÖA24)
	Dört işlem (ÖA19, ÖA20, ÖA21, ÖA23)
	Denklem kurma (ÖA20, ÖA22, ÖA23, ÖA24)
	Değer verme (ÖA20, ÖA24)
	Denklem çözme (ÖA21, ÖA23)
	Bölme-bölünebilme (ÖA19)
	Değişkenleri isimlendirme (ÖA20)
	Mantık yürütme (ÖA21)
	Bilinmeyen (ÖA21)
	Sayılar (ÖA22)
	Fazla (ÖA22)
	Toplam (ÖA22)
	İlişkilendirme (ÖA24)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Doğrudan değer vererek (ÖA19, ÖA21, ÖA23)
	Denklem kurarak (ÖA22, ÖA24)
	Değişkenleri isimlendirerek (ÖA20)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Orta (ÖA19, ÖA21)
	Ortanın biraz üstü (ÖA20, ÖA23)
	Zor (ÖA22, ÖA24)

Tablo incelendiğinde problemin amacına yönelik olarak öğretmen adaylarının; matematikle günlük yaşamı ilişkilendirme, eşitsizlik kavramını pekiştirebilme, denklem kurabilme, dikkati ölçebilme, pratik işlemler yapabilme, mantık yürütebilme, veriler arasında ilişki kurabilme, değer vererek problemi çözebilme gibi ifadeler kullandıkları görülmektedir. Problemin amacına yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Çevredeki canlıları kullanarak hani eğitimin amaçları vardır. Güncellik ya da hayatilik hayattan örnekler verilerek çevreden örnekler verilerek öyle bir soru yazılmış. Yine bu soru da amaç, amacına baktığımda hocam bölme bölünebilme kurallarını iyi bir şekilde öğrenmiş bir kişi tarafından direk yapılacak bir soru." (ÖA19)

"Şimdi bir defa mantığını kullanması gerekiyor bir yerde. Bir kere baş meselesi kaç tane kafa vardır. Çünkü hepsinde kafa vardır. Kafa deyince direk kendisini ifade eder. Ayak gibi bir şey değildir zaten kendisini ifade eder. Bunu düşünmesi lazım. Zaten ayak sayıları verilmiş." (ÖA23)

"Şimdi öncelikle yine soruyu denkleme dökme tarzında bir şeyler var. Onun haricinde şu büyüklük küçüklük eşitsizlik kavramı falan da var. Yani kullandığı şeye bağlı aslında. Daha sonra yine aynı şekilde değer verme olması lazım. Değer verdikten sonra işte kurduğumuz eşitsizliğe bakacağız." (ÖA24)

Öğretmen adaylarına göre problemde bulunan matematiksel kavramlar; bölme-bölünebilme, büyüktür-küçüktür ifadeleri, dört işlem, denklem kurma, denklem çözme, değişkenleri isimlendirme, değer verme, mantık yürütme, bilinmeyen, eşitsizlik gibi kavramlardır. Buna yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Büyüklük küçüklük ifadesini bilecek, ondan sonra onu bulduk, yine bölme ve bölünebilme ifadelerini de bilmesi lazım. Onları da söylerim, söyleyemeden duramam çünkü tam bölünebilme falan onlar var onu da bilmesi lazım. Bir de toplama çıkarma kavramlarını iyi bilmesi lazım. Bazen öğrenciler toplama çıkarma da yapamıyor." (ÖA19)

"Hayat bilgisi, bir kere mantık var, ondan sonra dört işlem var, yok etme metodu var ama geniş bir çapta hani, 2 ile 3 ü toplamıyorsun da artık hani 1 solucan işte 1 arı 1 uğur böceği alta iniyorsun bilinmeyenler var, ona göre uygulamaya sağlıyorsun." (ÖA21)

"Eşitsizlik var ama çocuk onu fark etmez ortaokul öğrencisi yani. Sonra yine değer verme yönteminden ilerleyecek. Denklem kurmaya çalışacak. Birden fazla

denklemi birbiriyle ilişkilendirmeye çalışacak çünkü basit de olsa bu da bir denklem sayılır. Şimdi o iki denklem arasında bir ilişki bulmaya çalışacak" (ÖA24)

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacaklarına yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde; doğrudan değer vererek, denklem kurarak ve değişkenleri isimlendirerek ifadelerini kullandıkları belirlenmiştir. Bu kapsamda öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Şimdi uğur böceğinin sayısına x dedim, arının sayısına y dedim. Çünkü ikisini de bilmiyoruz. Solucanın sayısına da z diyelim. Hepsini bir parametrik kullanalım. Parametrik kullanmamız çok saçma olur. Harflendirelim sadece. Hepsini bir harflendirirdim zorlanmamak için." (ÖA20)

"Önce şu denklemleri yazabilir. Büyüklük ve toplam, ama bilmiyorum kesin bir şey diyemiyorum açıkçası. Ama bir de şunu yapar denklemde ayak sayısına solucanı da ekleyip denklemi kurabilir. Daha sonra denklemleri ortak çözebilir desek, çocuk böyle yapabilir mi bilmiyorum ama daha sonra sağlamasını yapar değer vererek." (ÖA22)

"18 tane ayak varsa 4 tanesi arı derse geriye kaldı 14. 14, 6 ya bölünmez. Geriye kalan diyelim ki uğur böceği desek olmaz. Yani 8 ayak var desek 18 taneden 10 tane kalıyor. O da 6 ya bölünmez. Demek ki der arıdan hareket etmeyeyim. Bir de uğur böceğinden yapmaya çalışayım der. Yani yine tek tek dener bence." (ÖA23)

Problemin öğrenci seviyesine uygunluğu incelendiğinde; 2 öğretmen adayının orta düzeyde, 2 öğretmen adayının ortanın biraz üstünde ve 2 öğretmen adayının ise zor bir problem dedikleri belirlenmiştir. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Çözebilir. Sorunun güçlük derecesi, fazla zor değil. Yani bölme bölünebilmeye hakimse bir de büyüklük, küçüklük kavramlarına hakimse zaten tek değer olduğu için fazla onu zorlamaz ama düşündürür." (ÖA19)

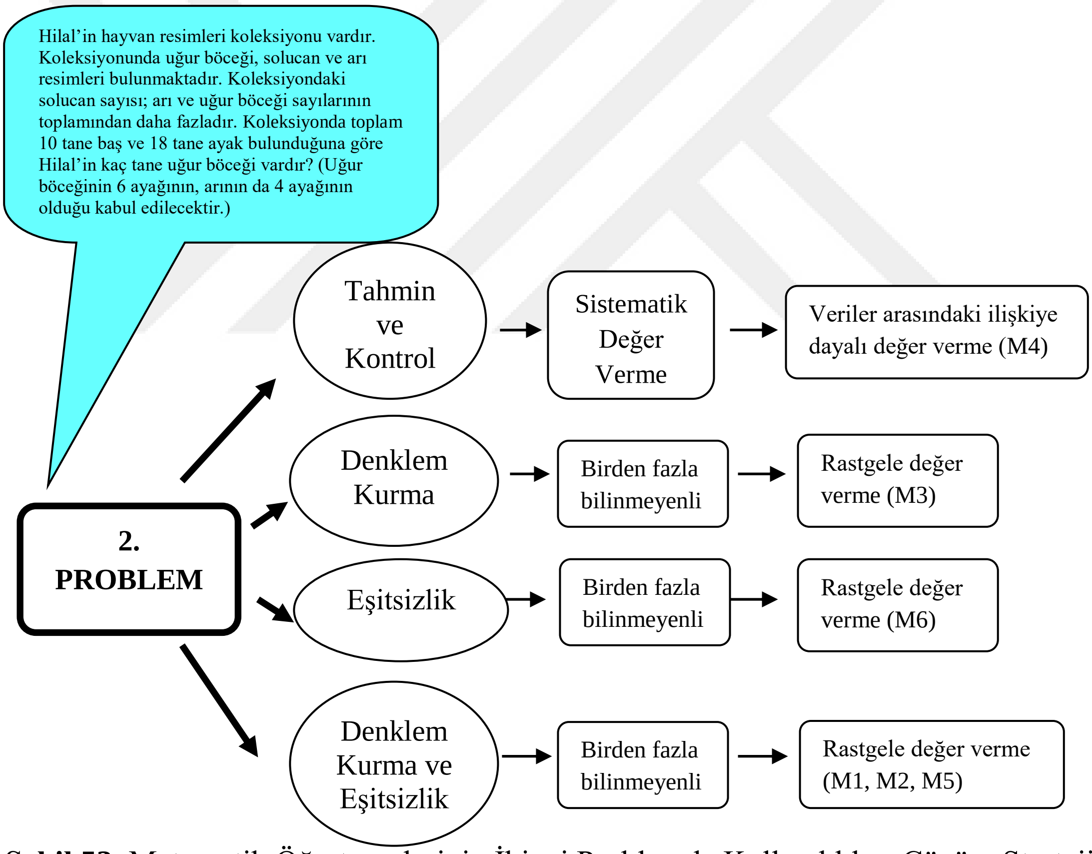
"Çocuklara göre yani bence ortanın biraz üstü. Yani çünkü burada bir baş meselesini bir kere düşünmesi gerekiyor. Yani başın direk canlının kendisi olduğunu düşünmesi gerekiyor. Burada biraz zorlanabilir. Bir de solucanda ayak olmadığı aklına gelmeyebilir. Acaba var mı yok mu tarzında gibi bir şey düşünebilir. Çünkü burada ifade edilmemiş yani. Başka ne söylenebilir, bu şekilde." (ÖA23)

"Bu soru bence diğerine göre zor. Çünkü neden, 3 şeye dikkat etmesi lazım. Çünkü öğrenciler mesela bir tane bile bir detay oluyor ya mesela onu bile görmüyorlar.

Sen üzerine basıp vurgulamadığın zaman. Sen üzerine basıp vurguladığın zaman çok zeki öğrenciler şey yapıyor, ha hoca oraya dikkat etti falan. Ama şimdi burada hem ikisinin toplamı ondan fazla olduğu, hem baş sayısı hem ayak sayısı baya zor bir soru bence. Çok zor bir soru." (ÖA24)

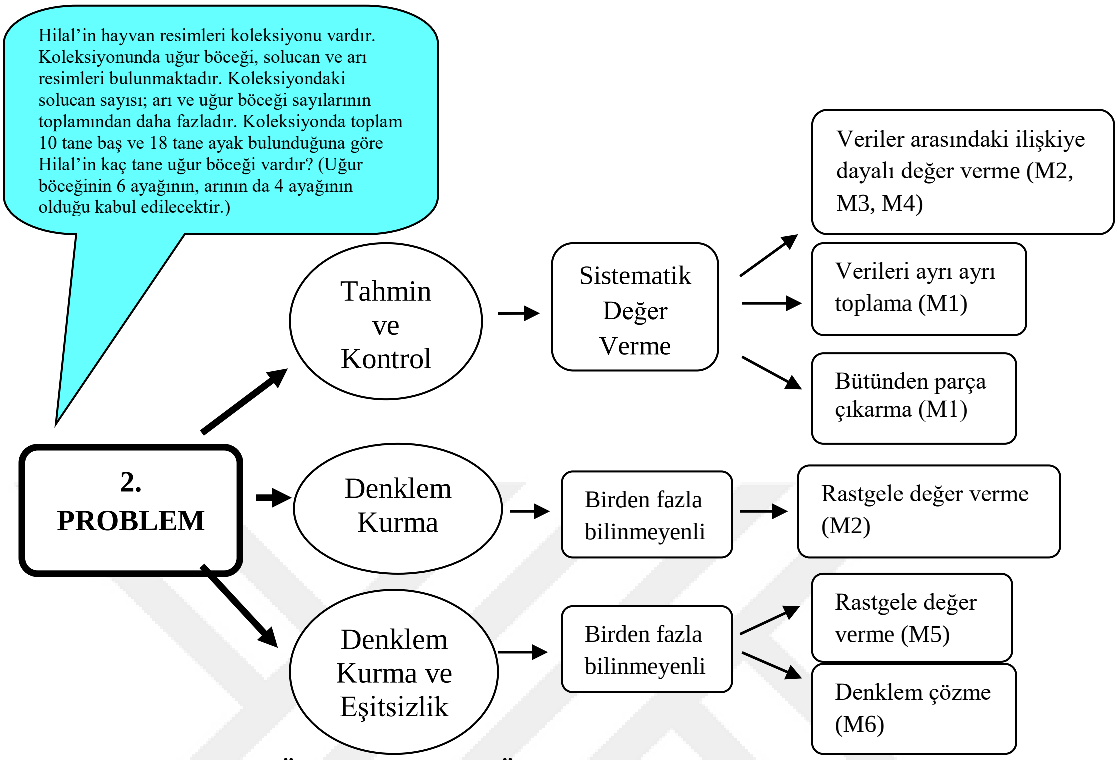
4.2.6. Matematik Öğretmenlerinin İkinci Probleme Yönelik Görüşleri

Matematik öğretmenlerinin, ikinci probleme yönelik olarak görüşleri incelenirken öncelikle problemi kendilerinin nasıl çözecekleriyle ilgili fikirleri alınmıştır. Bu kapsamda öğretmenlerin kullanmış oldukları çözüm stratejiler aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 53. Matematik Öğretmenlerinin İkinci Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Matematik öğretmenlerinin ikinci problem için yapmış oldukları stratejiler incelendiğinde 4 ana temayı da kullandıkları belirlenmiştir. Tahmin ve kontrol ana temasında sistematik değer vererek veriler arasındaki ilişkiye bağlı olarak çözüme ulaşmaya çalışmışlardır. Denklem kurma ile eşitsizlik ana temalarında değer vererek problemi çözmüşlerdir. 3 öğretmen adayı ise denklem kurma ve eşitsizliği birlikte kullanarak değer verip sonuca ulaşmıştır. Öğretmenlerin, ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceklerine yönelik olarak görüşlerinin incelenmesiyle aşağıdaki şekil elde edilmiştir.



Şekil 54. Matematik Öğretmenlerinin Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Matematik öğretmenlerinin ortaokul öğrencilerine yönelik strateji tahminleri incelendiğinde, belirlenen 4 ana temadan 3'ü ile ilgili yorum yaptıkları belirlenmiştir. Tahmin ve kontrol ana teması altında rastgele değer verme temasını kullanmadıkları, sistematik değer verme temasını ise kullandıkları görülmüştür. Sistematik değer verme temasının 6 kategorisinden; veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer verme, verileri ayrı ayrı toplama ve bütünden parça çıkarma kategorilerini kullanmışlardır. Denklem kurma temasından birden fazla değişken kullanarak değer verip problemin sonucuna ulaşmaya çalışmışlardır. Denklem kurma ve eşitsizliği birlikte kullandıklarında ise değer vermenin yanında denklemleri çözmeye çalışarak da problem için çözüm yapacakları yönünde görüşte bulunmuşlardır.

Matematik öğretmenlerinin ikinci problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 28. Matematik Öğretmenlerinin İkinci Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Veriler arasında ilişki kurabilme (M2, M3) Dikkati ölçebilme (M4, M6) Cebirsel ifadelerde değişkenlerin alabileceği değerleri belirleyebilme (M1) Cebirsel ifadelerde işlem yeteneğini ölçebilme (M1) Eşitsizlik kavramını pekiştirebilme (M1) Düşünme becerilerini geliştirebilme (M2) Neden-sonuç arasındaki ilişkiyi görebilme (M2) Farklı bakış açısı kazandırma (M2) Verileri uygun bir şekilde kullanabilme (M5) Verileri düzenli hale getirebilme (M6)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Cebirsel ifade (M1, M2) Dört işlem (M1, M2) Denklem kurma (M2, M6) Sayılar-rakamlar (M4, M5) Toplam (M4, M5) Eşitsizlik (M1) İlişkilendirme (M3) Tümdengelim (M3) Denklem çözme (M6)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Doğrudan değer vererek (M1, M2, M3, M4) Verilenleri yazarak (M5) Değişkenleri isimlendirerek (M6)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Orta (M2, M3) Zor (M1, M4, M5, M6)

Tablo incelendiğinde matematik öğretmenlerinin problemin amacı için; cebirsel ifadelerde değişkenlerin alabileceği değerleri belirleyebilme, cebirsel ifadelerde işlem yeteneğini ölçebilme, veriler arasında ilişki kurabilme, düşünme becerilerini geliştirebilme, farklı bakış açısı kazandırma, dikkati ölçebilme verileri uygun bir şekilde gösterebilme, verileri düzenli hale getirebilme gibi ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Bu doğrultuda bazı öğretmenlerin görüşleri şu şekildedir:

"İlişkilendirme, zihinsel yürütmeyi zihinsel düşünmeyi geliştirme olabilir, bence geliştirir de. Yine değer vererek aslında burada tek bir değere vardığını ama farklı

değerleri de deneyerek sonucun pozitif mi negatif olduğunu birkaç yerden destekleyerek görmek gerekiyor. Ayak sayılarıyla hayvan sayılarını ilişkilendirip buradan bir denklem oluşturmanın bir de esas hayvan sayılarının toplamının kaç olduğunu düşünerek ikinci bir denklem oluşturup bağlantısal düşünmeyi, yine nedensel sonuçsal bir ilişkiye varıyor." (M2)

"Değişkenler arasındaki ilişkiyi söylemek. 3 tane birbirinden farklı bilinmeyenin birbiriyle olan ilişkisini yani çocuğun ilişkilendirme düzeyini ölçen bir soru. Önce başı vermiş, başta hepsini düşünmek zorundayım, ama ayakta çocuk acaba solucanın ayağının olmadığı ama arı ile uğur böceğinin ayağının olduğunu iki değişkene düşüyor. İki değişken az bilinmeyenin olduğu yerden başlayarak çok bilinmeyenin olduğu yere ulaşması gerekiyor." (M3)

*"Bu sorunun amacı tamamen, bilgileri toplu düzenli bir şekilde yazma. Ben başta çözerken çözemedim, ikinci etapta çözdüm. Niye çözdüm, solucan büyüktür arı artı uğur böceği yazdım. Ondan sonra soruyu nasıl çözdüm, solucanın hiç ayağı yok, toplam 18 ayağı bunlara dağıttım. Burada da 1*6 3*4 olur. Sorunun amacı düzenli bir şekilde dikkatli bir öğrencinin çözebileceği bir soru. Düzenli ve sistematik yazmak gerekiyor."* (M6)

Problemdeki matematiksel kavramlar için matematik öğretmenleri; cebirsel ifade, dört işlem, denklem kurma, denklem çözme, eşitsizlik, tümdengelim, ilişkilendirme gibi ifadeleri kullanmışlardır. Bu kapsamda bazı öğretmenlerin görüşleri şu şekildedir:

"Dört işlem, soyut düşünmeye geçiş olduğu için cebirsel ifade, denklemlerle ilişkilendirebiliyoruz." (M2)

"İlişkilendirme, tümdengelim. Yani doğrusal düzeyde olan iki değişkenin birbiri arasındaki ilişkiyi gösteriyor. Yani bir değişkenin diğerine göre nasıl değiştiğini inceliyor." (M3)

Matematik öğretmenlerine göre ortaokul öğrencilerinin ikinci probleme nasıl başlayacaklarına yönelik görüşleri incelendiğinde; 4 öğretmenin doğrudan değer vererek olarak ifade ettikleri belirlenmiştir. Bunun yanında verileri yazarak ve değişkenleri isimlendirerek de ortaokul öğrencilerinin probleme başlayabilecekleri tespit edilmiştir. Bu kapsamda bazı öğretmenlerin görüşleri şu şekildedir:

"Öğrenci ya baştan ya ayaktan başlayarak toplamlarını düşünecek, tek tek değer vererek sonuca ulaşacak." (M3)

"Önce verilenleri, neler verilmiş onları yazar." (M5)

"Bu soru denklem sorusu olduğu için direk solucan sayısına x, arı sayısına y, uğur böceği sayısına z der, ondan sonra denklemleri teker teker yerine koyup soruyu çözer." (M6)

Problemin zorluk düzeyi incelendiğinde; 4 öğretmen problemi zor olarak belirtirken, 2 öğretmen ise kolay bir problem olduğunu ifade etmiştir. Buna yönelik bazı öğretmenlerin görüşleri şu şekildedir:

"İlişkilendirmeyi yapan öğrenci için orta zorlukta kolay gelecektir." (M2)

"Zor olabilir. 10 tane başın 10 tane hayvan olduğunu anlamayabilir ya da solucanların ayağı var kabul edebilir." (M4)

4.2.7. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Probleme Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

İkinci problemi ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceklerine ve kullanacakları stratejilerin neler olacağına yönelik olarak matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşlerinin karşılaştırılmasına yönelik tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 29. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Strateji Tahminlerinin Karşılaştırılması

Gruplar	Strateji Tahminleri			
	Tahmin ve Kontrol	**Denklem Kurma**	**Eşitsizlik**	**Denklem Kurma ve Eşitsizlik**
I. Sınıf Öğretmen Adayları	• Rastgele değer verme	• Değer verme-(birden fazla bilinmeyen)	•	• Değer verme-(birden fazla bilinmeyen)
II. Sınıf Öğretmen Adayları	• Rastgele değer verme • Verileri ayrı ayrı toplama • Verileri tablolaştırma	• Değer verme-(birden fazla bilinmeyen)	•	•
III. Sınıf Öğretmen Adayları	• Verileri ayrı ayrı toplama • Bütüne tamamlama • Bütünden parça çıkarma	• Değer verme-(Birden fazla bilinmeyen)	•	•
IV. Sınıf Öğretmen Adayları	• Rastgele değer verme • Veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer verme • Bütünü parçalama	• Değer verme-(Birden fazla bilinmeyen)	•	• Değer verme-(birden fazla bilinmeyen)
Matematik Öğretmenleri	• Veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer verme • Verileri ayrı ayrı toplama • Bütünden parça çıkarma	• Değer verme-(birden fazla bilinmeyen)	•	• Değer verme-(birden fazla bilinmeyen) • Denklem çözme

Tablo incelendiğinde matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının, belirlenen 4 ana temadan tahmin ve kontrol, denklem kurma ile denklem kurma ve eşitsizliğin birlikte kullanıldığı tema olmak üzere 3 ana tema ile ilgili yorum yaptıkları görülmektedir. Eşitsizlik teması ile ilgili herhangi bir yorum yapmadıkları belirlenmiştir.

Tahmin ve kontrol ana teması altında II. ve IV. sınıf öğretmen adaylarının rastgele değer verme ile sistematik değer verme temalarını kullandıkları görülürken, III. sınıf öğretmen adayları ile matematik öğretmenlerinin sadece sistematik değer verme temasını kullandıkları belirlenmiştir. I. sınıf öğretmen adayları ise sadece rastgele değer verme temasını kullanmışlardır.

Değer verme ana teması altında belirlenmiş olan bir bilinmeyenli denklemi çözme ile ilgili grupların yorum yapmadıkları görülmektedir. Bunun yanında birden fazla değişkenle kurulan denklemlerin çözümü ile ilgili de görüşte bulunmamışlardır. Gruplar birden fazla değişkenin kullanıldığı denklemlerle ilgili görüşlerini ifade etmişlerdir.

Denklem kurma ve eşitsizliğin birlikte kullanıldığı ana temada ise I ve IV. sınıf öğretmen adayları ve matematik öğretmenleri yorumda bulunurken, II ve III. sınıf öğretmen adaylarının yorumda bulunmadıkları görülmektedir. Bu kapsamda yorum yaparken I ve IV. sınıf öğretmen adaylarının denklemleri çözmeden rastgele değer vererek sonuca ulaşacaklarına yönelik tahminde bulundukları, matematik öğretmenlerinin ise hem değer vererek hem de elde edilen ifadeleri çözerek öğrencilerin sonuca ulaşmaya çalışacaklarını ifade ettikleri belirlenmiştir.

Matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının problemin amacına yönelik görüşlerinin karşılaştırmasına yönelik bulgular aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Tablo 30. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının İkinci Problemin Amacına Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Zihinde canlandırabilme	✓		✓		
Öğrenci seçme	✓				
Paylaştırabilme	✓				
Dikkati ölçebilme	✓			✓	✓
İhtimalleri düşünebilme	✓	✓			
Formül ya da kuralın dışına çıkabilme	✓				
Kafa karıştırarak psikolojik baskı yapma	✓				
Denklem kurabilme		✓	✓	✓	
Problem çözebilme		✓			
Düşünme becerilerini geliştirebilme		✓	✓		✓
Eşitsizlik kavramını pekiştirebilme		✓		✓	✓
Veriler arasında ilişki kurabilme		✓	✓	✓	✓
Pratik işlemler yapabilme		✓		✓	
Hayvanları tanıtma		✓			
Farklı dersler arasında ilişki kurabilme		✓			
Değer vererek problemi çözebilme		✓		✓	
Öğrencinin konuyu anladığını belirleyebilme		✓			
Anlama yeteneğini geliştirebilme		✓			
Mantık yürütebilme			✓	✓	
Farklı bakış açısı kazandırma			✓		✓
Verileri düzenli hale getirebilme			✓		✓
Matematikle günlük hayatı ilişkilendirebilme				✓	
Cebirsel ifadelerde değişkenlerin alabileceği değerleri belirleyebilme					✓
Cebirsel ifadelerde işlem yeteneğini ölçebilme					✓
Neden-sonuç arasındaki ilişkiyi görebilme					✓
Verileri uygun bir şekilde kullanabilme					✓

Tablo incelendiğinde I. sınıf öğretmen adaylarının ikinci problemin amacına yönelik olarak zihinde canlandırabilme, dikkati ölçme, paylaştırabilme, ihtimalleri görebilme, öğrenci seçme ya da kafa karıştırarak psikolojik baskı yapma gibi ifadeler kullandıkları görülmektedir. Öğretmen adaylarının genel olarak birden fazla durumu belirleyebilme üzerinde durdukları, diğer gruplardan farklı olarak ise öğrenci seçme ve kafa karıştırarak psikolojik baskı yapma amaçlarını ifade ettikleri belirlenmiştir.

II. sınıf öğretmen adayları; denklem kurabilme, değer vererek problem çözebilme, düşünme becerilerini geliştirebilme, veriler arasındaki ilişkiyi görebilme, ihtimalleri görebilme, eşitsizlik kavramının pekiştirilmesi, farklı derslerle ilişki kurabilme, hayvanları tanıtma gibi ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının genel olarak denklem kurma, ihtimaller ve ilişki üzerinde durdukları görülmektedir. Diğer gruplardan farklı olarak farklı dersler arasında ilişki kurabilme ve hayvanları tanıtma gibi amaçlardan bahsettikleri belirlenmiştir.

III. sınıf öğretmen adayları; denklem kurabilme, mantık yürütebilme, zihinde canlandırabilme, veriler arasındaki ilişkiyi görebilme, düşünme becerilerini geliştirme, çok boyutlu düşünme gibi ifadelerde bulundukları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının genel olarak denklem kurabilme, ilişkiyi görebilme ve düşünmeyi geliştirme üzerinde durdukları görülmektedir. Diğer grupların ifadeleriyle birlikte incelendiğinde, bu tür amaçların diğer gruplar tarafından ifade edilenlerle paralellik gösterdiği söylenebilir.

IV. sınıf öğretmen adayları ikinci problemin amacına yönelik olarak; dikkati ölçebilme, denklem kurabilme, mantık yürütebilme, eşitsizlik kavramını pekiştirebilme, ilişki kurabilme, matematikle günlük yaşamı ilişkilendirebilme gibi özelliklerden bahsetmişlerdir. Öğretmen adaylarının genel olarak denklem kurma, mantık ve ilişki kurma üzerine özelliklerden bahsettikleri görülmektedir. Diğer gruplardan farklı olarak matematikle günlük yaşam arasında ilişki kurabilmeye yönelik bir amacının olduğunu ifade etmişlerdir.

Matematik öğretmenleri bu problemin amacı için; cebirsel ifadelerde değişkenlerin alabileceği değerleri belirleyebilme, eşitsizlik kavramı, düşünme becerilerinin geliştirilmesi farklı bakış açısı kazandırabilme, neden sonuç ilişkisini görebilme, verileri düzenli hale getirip kullanabilme gibi ifadeler kullanmışlardır. Öğretmenler genel olarak cebirsel ifadeler, eşitsizlik kavramı, farklı bakış açısı kazandırabilme gibi ifadeler kullandıkları görülmektedir. Diğer gruplardan farklı olarak ilk defa cebirsel ifade terimini kullandıkları belirlenmiştir. Bunun yanında neden-sonuç ilişkisini görebilme olarak da diğer gruplardan farklı ifadeler kullandıkları tespit edilmiştir.

Matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının problemde bulunan matematiksel kavramlar, öğrencilerin probleme nasıl başlayacakları ve problemin öğrenci seviyesine uygunluk düzeyine yönelik görüşleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 31. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının İkinci Problemdeki Matematiksel Kavramlara Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Denklem kurma	✓	✓	✓	✓	✓
Eşitsizlik	✓	✓		✓	✓
Dört işlem	✓	✓	✓	✓	✓
Fazla	✓			✓	
Toplam	✓			✓	✓
Sayılar-Rakamlar	✓			✓	✓
Paranteze alma	✓				
Değer verme	✓	✓	✓	✓	
Modelleme	✓				
Problem çözme		✓			
Oran orantı		✓			
İlişkilendirme		✓	✓	✓	✓
Bilinmeyen		✓	✓	✓	
Mantık yürütme			✓	✓	
Somutlaştırma			✓		
Bölme-bölünebilme				✓	
Değişkenleri isimlendirme				✓	
Denklem çözme				✓	✓
Cebirsel ifade					✓
Tümdengelim					✓

Matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının, ikinci problemde bulunan matematiksel kavramlara yönelik görüşleri incelendiğinde, modelleme kavramını sadece I. sınıf öğretmen adaylarının ifade ettikleri görülmektedir. II. sınıf öğretmen adayları ise farklı olarak ilişkilendirme, bilinmeyen, oran orantı kavramlarını kullanmışlardır. I ve II. sınıf öğretmen adaylarının belirtmedikleri mantık yürütme ve somutlaştırma kavramlarını III. sınıf öğretmen adayları ifade etmiştir. Kavram seçenekleri bakımından en çok yorumu IV. sınıf öğretmen adayları yapmıştır. IV. sınıf öğretmen adaylarının diğer öğretmen adaylarından farklı olarak büyüktür-küçüktür ifadeleri, değişkenleri isimlendirme ve bölme-bölünebilme kavramlarını ifade ettikleri belirlenmiştir. Matematik öğretmenleri ise cebirsel ifade ve tümdengelim ifadelerini ek olarak söylemişlerdir.

Tablo 32. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının İkinci Probleme Nasıl Başlanacağına Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Denklem kurarak	✓	✓	✓	✓	
Değişkenleri isimlendirerek	✓		✓	✓	✓
Doğrudan değer vererek	✓		✓	✓	✓
Verilenleri yazarak	✓	✓	✓		✓
Veriler arasındaki ilişkiyi görmeye çalışarak	✓				
Tablo oluşturarak		✓			
Verilenleri somutlaştırarak		✓	✓		

İkinci probleme ortaokul öğrencilerinin nasıl başlayacaklarına yönelik olarak öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde bütün grupların temelde değişkenleri isimlendirerek ya da doğrudan değer vererek şeklinde ifadeler kullandıkları tespit edilmiştir. I, II ve III. sınıf öğretmen adaylarının farklı durumları ifade ettikleri belirlenmiştir. I. sınıf öğretmen adaylarının verileri yazarak ve veriler arasındaki ilişkileri görmeye çalışarak şeklinde yorumda bulundukları, II ve III. sınıf öğretmen adaylarının ise verileri yazarak ya da verileri somutlaştırarak ifadelerini kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca bütün öğretmen adayları gruplarının denklem kurarak dedikleri görülürken, öğretmenlerin denklem kurarak ifadesini kullanmadıkları tespit edilmiştir. Problemin ortaokul öğrencilerinin düzeyine uygunluğuna yönelik öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşleri karşılaştırıldığında aşağıdaki tablo elde edilmiştir.

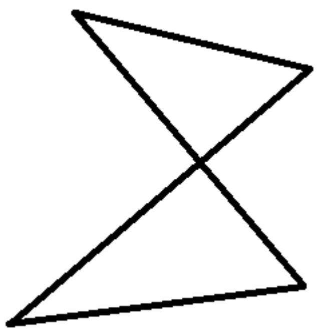
Tablo 33. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının İkinci Problemin Güçlük Düzeyine Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Kolay			✓		
Orta	✓	✓	✓	✓	✓
Ortanın biraz üstü				✓	
Zor	✓	✓	✓	✓	✓

Problemin ortaokul öğrencilerinin seviyesine uygunluğu incelendiğinde ise III. sınıf öğretmen adayları hariç diğer gruplarının orta ve zor olduğu şeklinde değerlendirmelerde bulundukları belirlenmiştir. III. sınıf öğretmen adaylarının ise kolay, orta ve zor olduğunu ifade ettikleri tespit edilmiştir.

4.3. Üçüncü Probleme Ait Bulgular

Ortaokul öğrencilerine üçüncü olarak;



Yandaki şeklin alanının hesaplanmasına yönelik olarak nasıl bir yol izlenebilir? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

problemi sorulmuştur. Matematiksel düşünmenin *"doğrulama ve ikna etme"* bileşeni doğrultusunda sorulan bu problemle, öğrencilerin var olan bilgileriyle bir çözüm yolu bulmaları ve bu çözüm yolunun açıklamasıyla çözümün doğru olduğunu ispatlamaya çalışmaları istenmiştir. Bu kapsamda yapılan çözümleri matematiksel olarak ifade ederek problemi çözmeleri gerekmektedir. Bu doğrultuda ortaokul öğrencilerin çözümleri ile birlikte matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının probleme yönelik görüşleri incelenmiştir.

4.3.1. Ortaokul Öğrencilerinin Üçüncü Problemde Kullandıkları Stratejiler

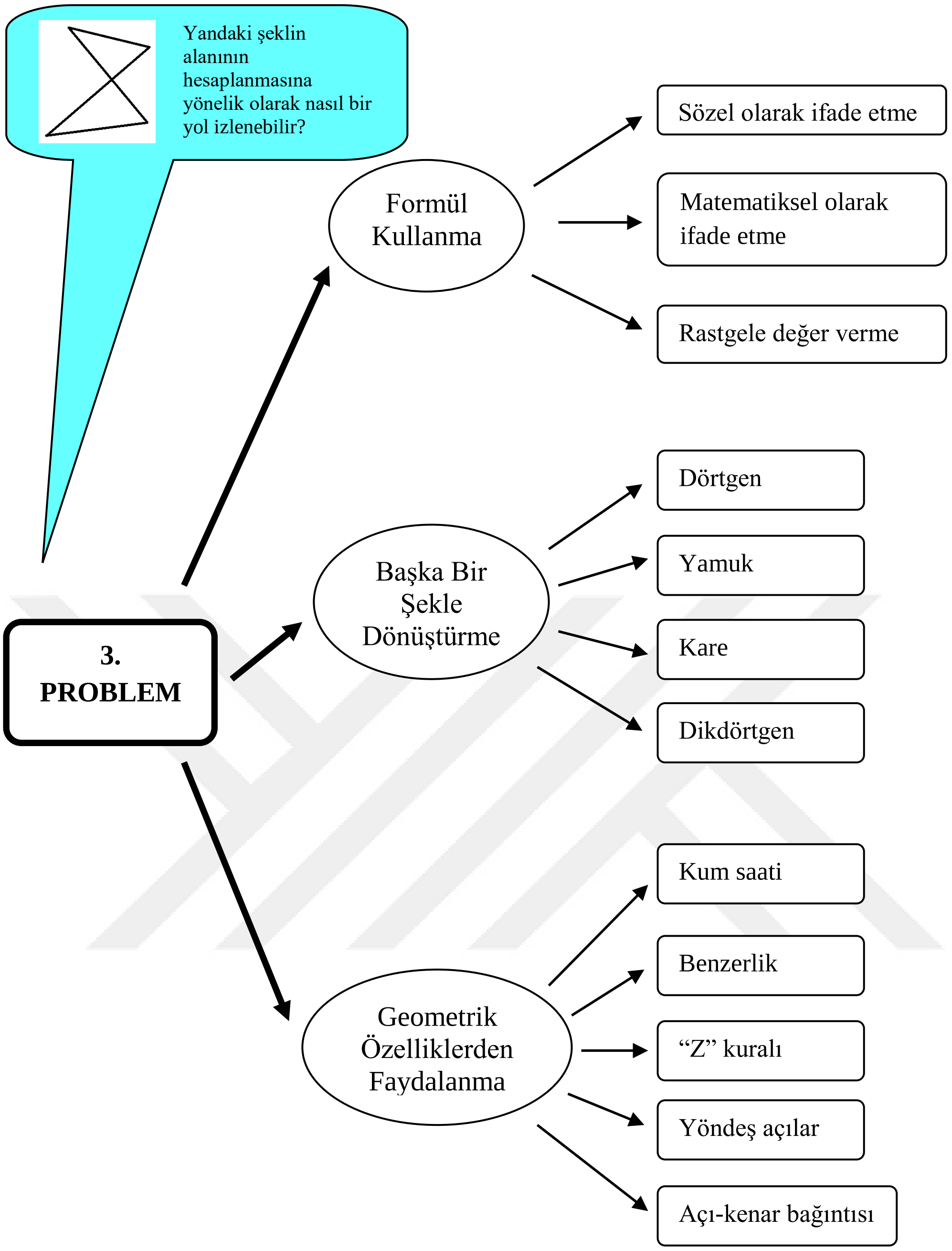
Ortaokul öğrencilerinin vermiş oldukları cevaplar, problemin çözümünü açıklama biçimi yönünden incelendiğinde şu veriler elde edilmiştir:

Tablo 34. Öğrencilerin Üçüncü Probleme Yönelik Çözümlerini Açıklama Biçimleri

Açıklama Biçimi	Frekans
Sözel İfade Kullanımı	38
Sözel ve Matematiksel İfade Kullanımı	10
Şekil ve Sözel İfade Kullanımı	29
Şekil ve Matematiksel İfade Kullanımı	5
Şekil, Sözel ve Matematiksel İfade Kullanımı	14
Toplam	96

Tablo incelendiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun sadece sözel ifadeler kullanarak (n=38) problemin çözümünü yapmaya çalıştıkları görülmektedir. Daha sonra, yine sözel ifade ağırlıklı olarak şekille de çözümün yapılmaya çalışıldığı (n=29) tespit edilmiştir. Şekil, sözel ve matematiksel ifadeleri birlikte kullanarak problemle uğraşan öğrencilerin sayısı 14 olarak belirlenmiştir. Sözel ve matematiksel ifadelerin birlikte kullanımı 10 öğrenci tarafından yapılmıştır. En az olarak ise şekil ve matematiksel ifadelerin birlikte kullanımının (n=5) tercih edildiği belirlenmiştir. Sadece matematiksel ifadenin kullanımının ise tercih edilmediği tespit edilmiştir. Problemin şekil üzerinde ve açıklamaya dayalı olmasının bunda etkili olduğu düşünülmektedir.

Ortaokul öğrencilerinin üçüncü problemde çözümlerini açıklama biçimleri incelendikten sonra problemi çözerken kullanmış oldukları stratejiler doğrultusunda hazırlanmış olan strateji temaları aşağıdaki şekilde ayrıntılı bir şekilde verilmiştir.



Şekil 55. Ortaokul Öğrencilerinin Üçüncü Problemde Kullandıkları Stratejiler

Ortaokul öğrencilerinin üçüncü problem için yaptıkları çözümler incelendiğinde, çözümlerin 3 ana tema altında toplandığı görülmektedir. Belirlenen bu ana temalar; formül kullanma, başka bir şekle dönüştürme ve geometrik özelliklerden faydalanma şeklindedir. Formül kullanma ana teması; sözel olarak ifade etme, matematiksel olarak ifade etme ve rastgele değer verme olmak üzere 3 temaya ayrılmıştır. Başka bir şekle dönüştürme ana temasında öğrenciler verilen şekli bilindik başka şekillere dönüştürerek yorum yapmışlardır. Bu kapsamda dörtgen, yamuk, kare ve dikdörtgen şeklinde alt temalar oluşmuştur. Geometrik özelliklerden faydalanma ana temasında ise kum saati, benzerlik, "Z" kuralı, yöndeş açılar ve açı-kenar bağıntısı olmak üzere 6 alt tema belirlenmiştir.

Ortaokul öğrencilerinin kullanmış oldukları stratejiler belirlendikten sonra bu stratejilere ait öğrenci frekanslarına yönelik tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 35. Üçüncü Problemde Kullanılan Stratejilerin Frekans Dağılımları

Kullanılan Stratejiler		Frekans
Formül Kullanma	Sözel olarak ifade etme	37
	Matematiksel olarak ifade etme	28
	Rastgele değer verme	6
Başka Bir Şekle Dönüştürme	Dörtgen	1
	Yamuk	9
	Kare	2
	Dikdörtgen	3
Geometrik Özelliklerden Faydalanma	Kum saati	7
	Benzerlik	9
	"Z" kuralı	5
	Yöndeş açılar	2
	Açı-kenar bağıntısı	2

Tablo incelendiğinde üçüncü problem için belirlenen 3 ana temadan en çok formül kullanmanın (n=71) tercih edildiği görülmektedir. Bu temada formüllerin sözel olarak ifade edilerek (n=37) sonucun bulunacağını ifade edenlerin sayısı, en fazla olarak belirlenmiştir. Daha sonra formüllerin matematiksel olarak ifade edilip (n=28) sonuca ulaşılacağını belirtenler gelmektedir. Bu ana tema altında en az olarak belirlenen, formüllerde değişkenlere rastgele değerler vererek (n=6) sonucun elde edileceğini ifade edenler yer almaktadır.

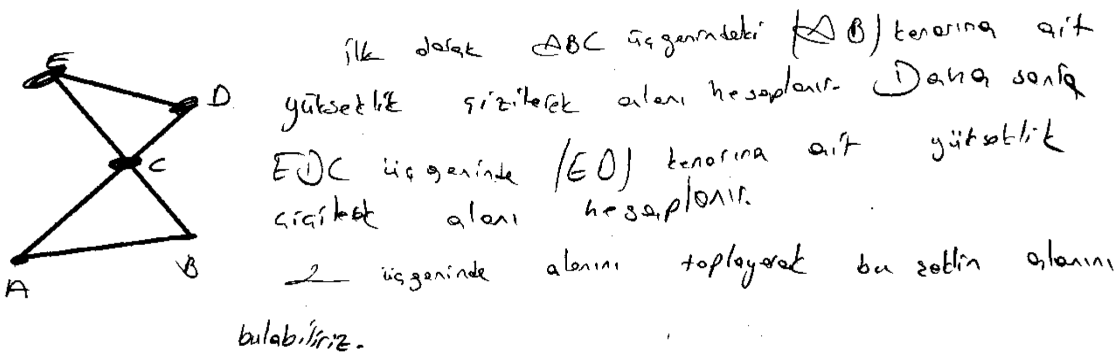
Ana temalardan ikinci olarak, geometrik özelliklerden faydalanarak (n=24) sonuca ulaşma tercih edilmiştir. Burada en çok benzerliğin (n=9) kullanıldığı görülmektedir. Daha sonra ise kum saati (n=7) ve "Z" kuralı (n=5) ile sonuca ulaşılmaya çalışılmıştır. En az olarak ise açı-kenar bağıntısı ve yöndeş açıların 2'şer öğrenci tarafından kullanıldığı görülmektedir.

En az tercih edilen ana tema, verilen şekli başka bir şekle dönüştürme (n=15) olduğu görülmektedir. Bu ana tema altında en çok tercih edilenin, şekli yamuk olarak (n=9) ifade ederek sonuca ulaşma biçimi olduğu belirlenmiştir. Daha sonra ise şekli dikdörtgen (n=3), kare (n=2) ya da dörtgen (n=1) şekillerine dönüştürerek sonucun elde edileceği ifade edilmiştir.

Üçüncü problemin tema ve alt temalarına yönelik açıklamalar ve ortaokul öğrencilerinin çözüm yolu örnekleri aşağıdaki verilmiştir.

- **Formül Kullanma:** Burada, problemde istenen sonucu bulmak için problem üzerinde değişiklik yapmadan, verilenlere dayalı olarak var olan formüllerden hangilerinin kullanılması gerektiğini belirlemek gerekmektedir. Bu ana tema sözel olarak ifade etme, matematiksel olarak ifade etme ve rastgele değer verme temaları olarak gruplandırılmıştır.

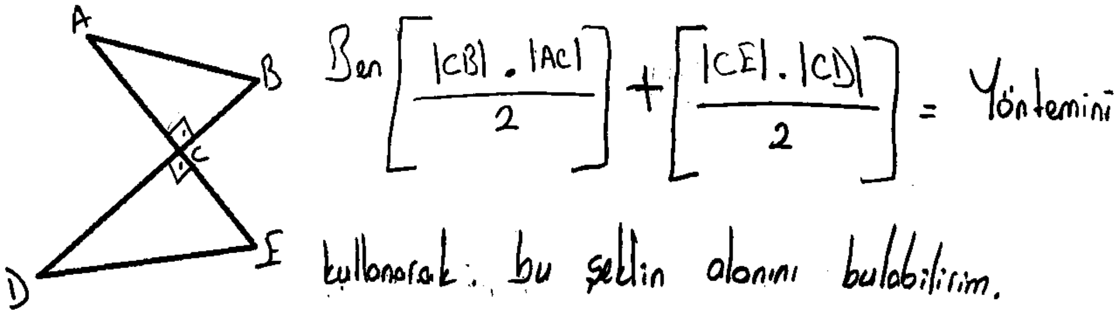
1. **Sözel olarak ifade etme:** Bu temada, problem çözümü için öğrencilerin formül kullanmayı tercih etmektedirler, ancak formülü kullanırken formülü matematiksel olarak ifade etmeden sözel olarak söylemektedirler. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 56. Ö53'ün Üçüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö53'ün üçüncü problem için yaptığı çözüm incelendiğinde, şekli iki ayrı üçgen olarak düşündüğü görülmektedir. Daha sonra üçgenlerin alanını bulmak için belirlediği tabanlara ait yükseklikleri çizerek alanın hesaplanacağını ifade etmiştir. Bu şekilde formül kullanarak alanın bulunabileceğini sözel olarak ifade ettiği görülmektedir.

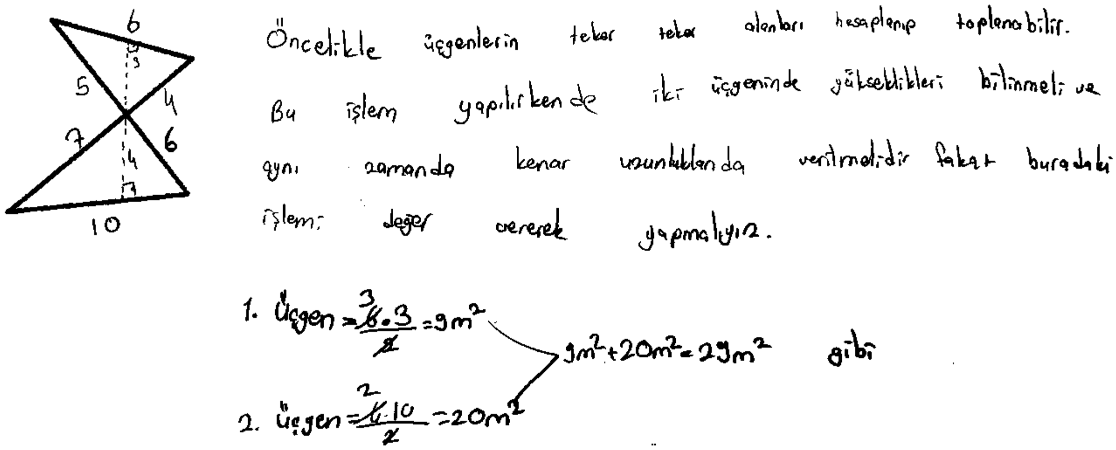
2. **Matematiksel olarak ifade etme:** Bu tema, verilen şeklin alanını bulurken, alan için gerekli formülleri düşünüp o formüller ile alanın bulunabileceğinin ifade edilmesine yöneliktir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 57. Ö77'nin Üçüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö77'nin yaptığı çözüm incelendiğinde şekli iki ayrı üçgen olarak düşündüğü görülmektedir. Ayrıca üçgenlerin kenarlarının kesişim noktalarını dik olarak kabul etmiştir. Dik olduğu takdirde alan formülü uygulanarak alanın bulunacağını ifade etmiştir. Bunu da matematiksel olarak göstererek nasıl hesaplanacağını göstermiştir.

3. **Rastgele değer verme:** Bu tema, formül kullanma ana teması altında değer vermeye yöneliktir. Burada şekil için belirlenen formül sonrasında formülde değişkenlere rastgele değer verilerek alanın sonucun ne olabileceğinin belirlenmesi hedeflenmektedir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.

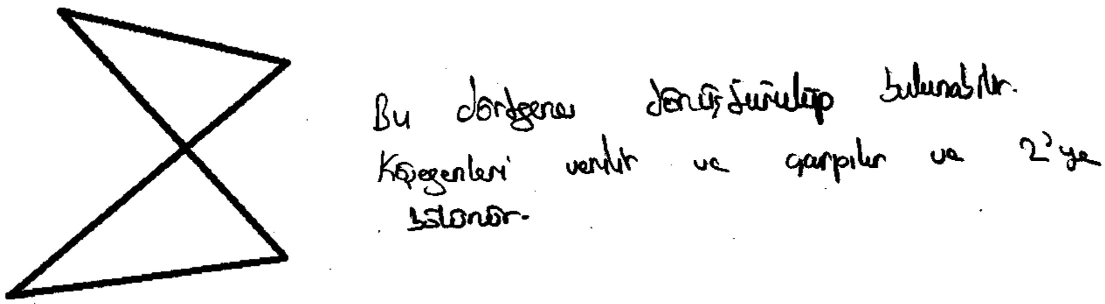


Şekil 58. Ö78'in Üçüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö78'in yaptığı çözüm incelendiğinde, öncelikle şekli iki ayrı üçgen olarak kabul ettiği görülmektedir. Daha sonra üçgenin alan formülünü kullanmıştır. Burada alanı bulurken tabana ait yükseklik çizerek sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Ancak formülde kullanılan değişkenlere rastgele değerler vererek sonucun kaç olacağını hesaplamıştır. Bu işlemi iki ayrı üçgen için yaparak toplamlarının şeklin alanı olduğunu ifade edip sonucun bu şekilde bulunacağını belirtmiştir.

- **Başka Bir Şekle Dönüştürme:** Bu ana tema, problemde verilenlere dayalı olarak istenene ulaşmak için verilenleri başka bir duruma dönüştürüp bu şekilde sonuca ulaşmaya yöneliktir.

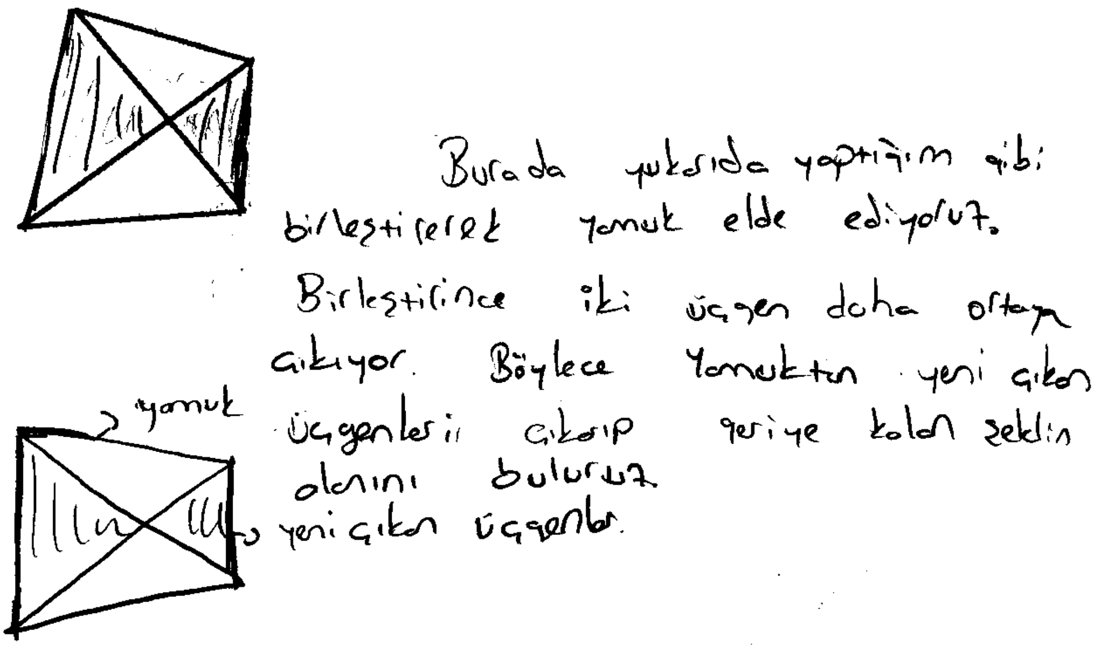
1. **Dörtgen:** Bu tema, problemde verilen şekli başka bir şekle dönüştürürken dörtgen şeklinin elde edilmesine yöneliktir. Bu strateji için örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 59. Ö3'ün Üçüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö3'ün yaptığı çözüm incelendiğinde şekli düzgün bir şekil olan dörtgene çevirerek alanın bulunabileceğini ifade ettiği görülmektedir. Ayrıca dörtgene çevirdikten sonra hangi formülün kullanılabileceği üzerinde yorum yaptığı belirlenmiştir.

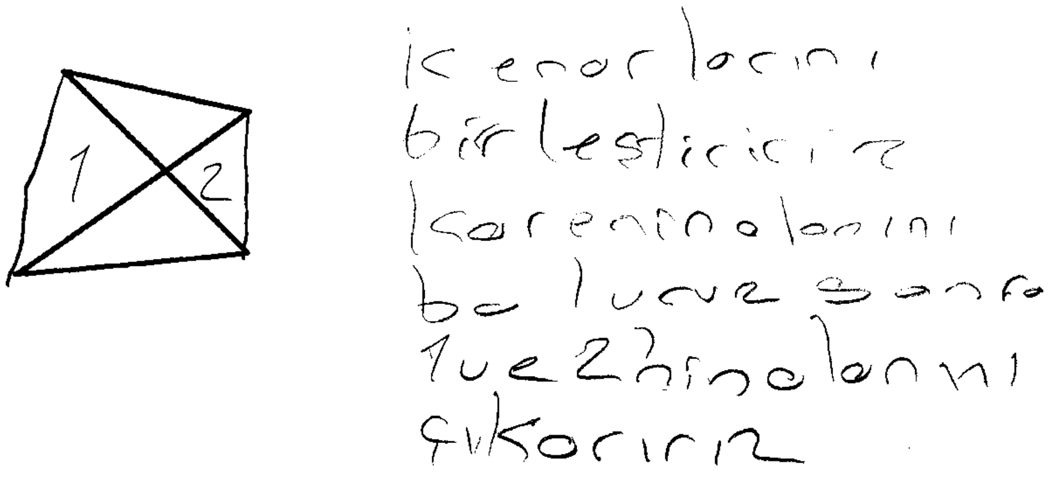
2. **Yamuk:** Bu tema, problemde verilen şekli başka bir şekle dönüştürürken yamuk şeklinin elde edilmesine yöneliktir. Bu strateji için örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 60. Ö71'in Üçüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö71'in yaptığı çözüm incelendiğinde, öncelikle şekli yamuğa dönüştürdüğü görülmektedir. Elde edilen yamuk şeklinde problemde verilenlerden fazla olarak yeni üçgenlerin oluştuğunu belirtmiştir. Bu nedenle problemde verilen şeklin alanını bulabilmek için yamuk şeklinin alanından sonradan oluşan üçgenlerin çıkarılmasıyla istenen şeklin alanının bulunabileceğini ifade etmiştir.

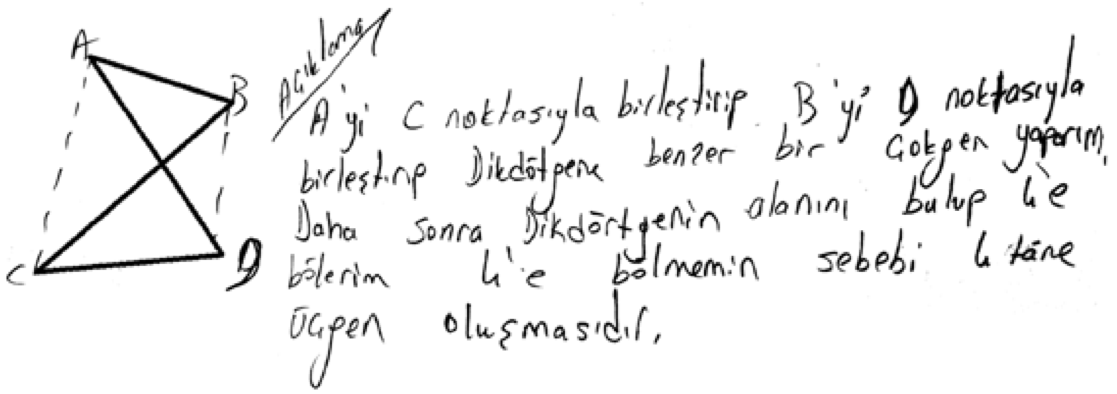
3. **Kare:** Bu tema, problemde verilen şekli başka bir şekle dönüştürürken kare şeklinin elde edilmesine yöneliktir. Bu strateji için örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 61. Ö24'ün Üçüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö24’ün yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, verilen şeklin köşelerinin birleştirilmesiyle kare şeklinin elde edildiğini kabul ettiği görülmektedir. Oluşan karenin alanından kenarda 1 ve 2 olarak isimlendirdiği fazla üçgenlerin alanlarının çıkarılmasıyla problemde verilen şeklin alanının bulunabileceğini ifade ettiği belirlenmiştir.

4. **Dikdörtgen:** Bu tema, problemde verilen şekli başka bir şekle dönüştürürken dikdörtgen şeklinin elde edilmesine yöneliktir. Bu strateji için örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.

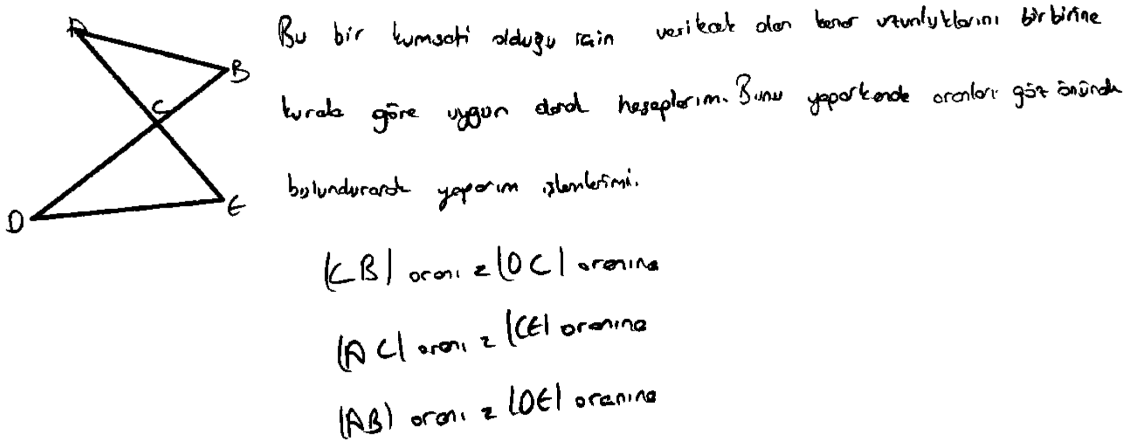


Şekil 62. Ö91’in Üçüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö91’in yapmış olduğu çözüm incelendiğinde öncelikle problemde verilen şeklin köşelerini harflendirdiği görülmektedir. Daha sonra verilen köşelerin birleştirilmesiyle bir dikdörtgenin elde edildiğini ifade etmiştir. Elde edilen dikdörtgenin alanının bulunup, bu alanın 4 tane üçgenden oluşmasından dolayı dikdörtgenin alanının 4’e bölünmesiyle şeklin alanının bulunabileceğini belirtmiştir.

- **Geometrik Özelliklerden Faydalanma:** Bu ana tema, problemde verilenlere dayalı olarak sonuca ulaşmak için formül kullanılmadan ya da dönüştürme yapılmadan geometrik özellikleri kullanmaya yöneliktir.

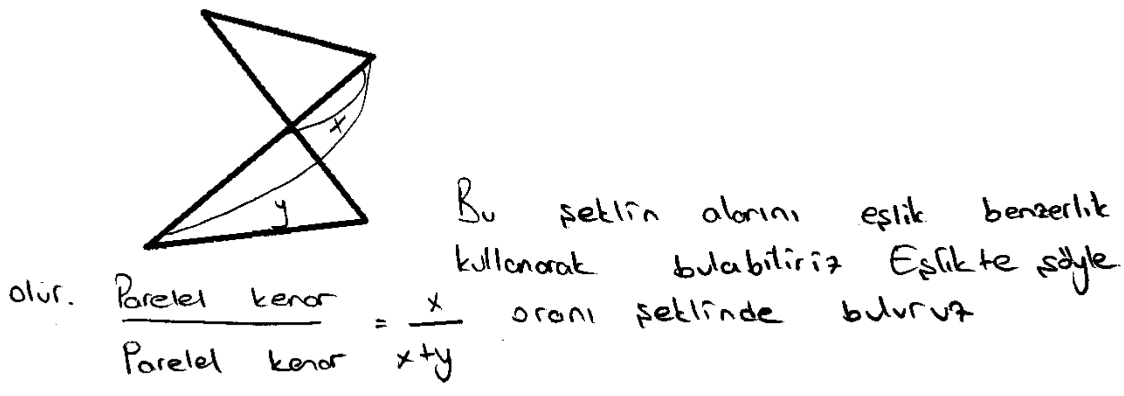
1. **Kum saati:** Tema, problemde sonuca ulaşmak için kum saati olarak ifade edilen geometrik özellikten faydalanmaya dayalıdır. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 63. Ö63'ün Üçüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö63'ün yaptığı çözüm incelendiğinde, öncelikle verilen şeklin köşelerini harflendirdiği görülmektedir. Daha sonra şeklin kum saatine benzemesinden dolayı kum saati uygulanacağını ifade etmiştir. Ancak kum saati kuralının uygulanabilmesi için gerekli olan paralellik özelliği ile ilgili herhangi bir yorum yapmamıştır. Paralel olduğu kabul edilirse bu özellikten faydalanarak gerekli oranlamanın yapılabileceğini, bu şekilde kenarlar bulunarak alanın hesaplanabileceğini belirtmiştir.

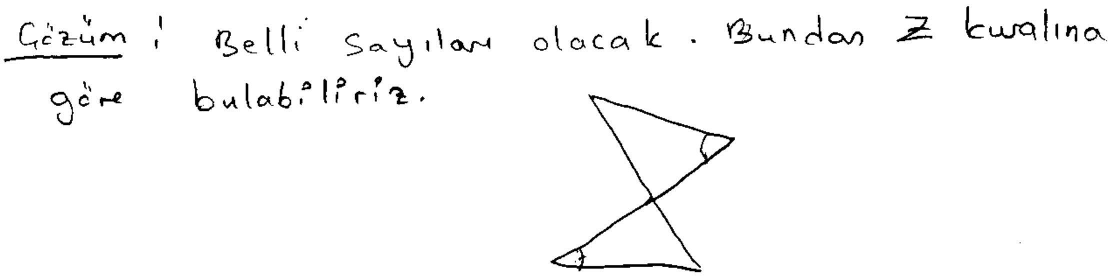
2. **Benzerlik:** Tema, problemde verilen şeklin özelliklerine göre benzerlik yapılmasını ve bu doğrultuda istenene ulaşmaya yöneliktir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 64. Ö94'ün Üçüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö94'ün yaptığı çözüm incelendiğinde, şeklin alanını bulmak için kenarlar arasında benzerlik yapılması gerektiğini ifade ettiği görülmektedir. Ancak benzerlik için gerekli şartları sağlayıp sağlamadığını kontrol etmemiştir. Benzerliğin nasıl yapılacağını gösterdikten sonra alanının nasıl bulunacağına yönelik olarak herhangi bir yorumda bulunmamıştır.

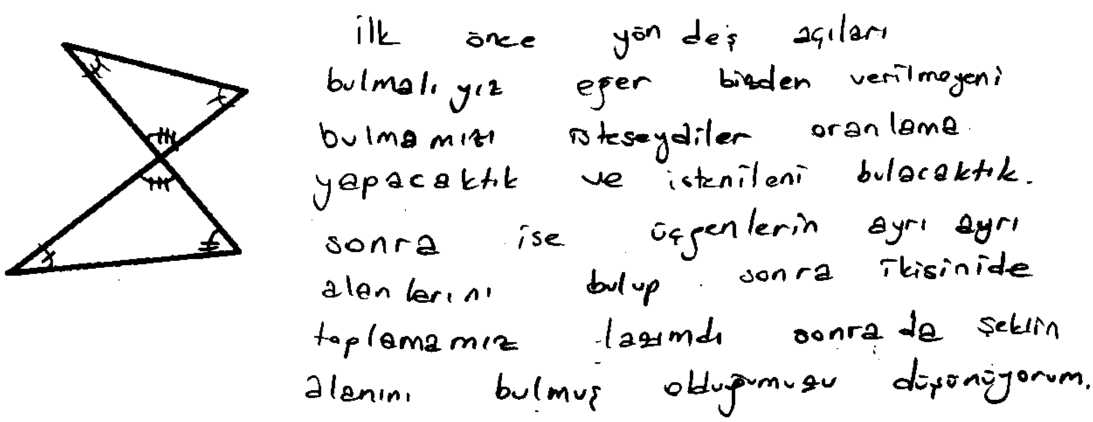
3. **"Z" kuralı:** Tema, problemde verilenlere dayalı olarak sonuca ulaşmak için Z kuralının uygulanmasına yöneliktir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 65. Ö42'nin Üçüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö42'nin yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, öncelikle şeklin alanının bulunabilmesi için belli sayılar olması gerektiğini ifade ettiği görülmektedir. Sayıların bulunması için de "Z" kuralının uygulanabileceğini belirtmiştir. "Z" kuralında temel noktanın açıların aynı olması gerektiğini göstermiştir. Ancak "Z" kuralı için gerekli ön şart olan paralellik hakkında herhangi bir yorum yapmamıştır. Ayrıca sayılar elde edildikten sonra alanın nasıl bulunacağını ifade etmemiştir.

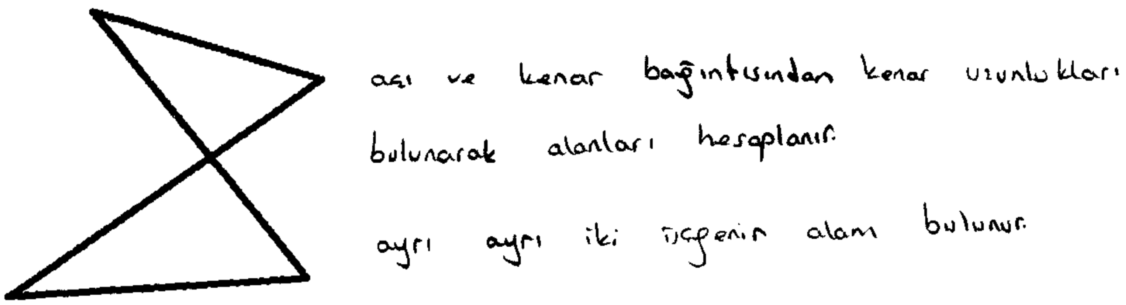
4. **Yöndeş açılar:** Tema, problemde verilenlere dayalı olarak sonuca ulaşmak için yöndeş açıların kullanılmasına yöneliktir. Bu strateji için örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 66. Ö43'ün Üçüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö43’ün yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, öncelikle şekli iki ayrı üçgen olarak düşündüğü görülmektedir. Bunun yanında şeklin alanını bulmak için gerekli olan verilerin bulunması gerektiğini ifade etmiştir. Verilerin bulunması amacıyla yöndeş açılardan faydalanabileceğini belirtmiştir. Ancak açıların yöndeş olabilmesi için gerekli olan paralellik şartı ile ilgili herhangi bir yorumda bulunmamıştır. Verilerin elde edilmesiyle üçgenlerin alanlarının ayrı ayrı bulunabileceği ifade etmiştir. Bu şekilde üçgenlerin alanlarının toplanmasıyla şeklin alanının bulunabileceğini belirtmiştir.

5. **Açı-kenar bağıntısı:** Tema, problemde isteneni bulmak için açı-kenar bağıntılarından faydalanmaya yöneliktir. Bu strateji için örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.

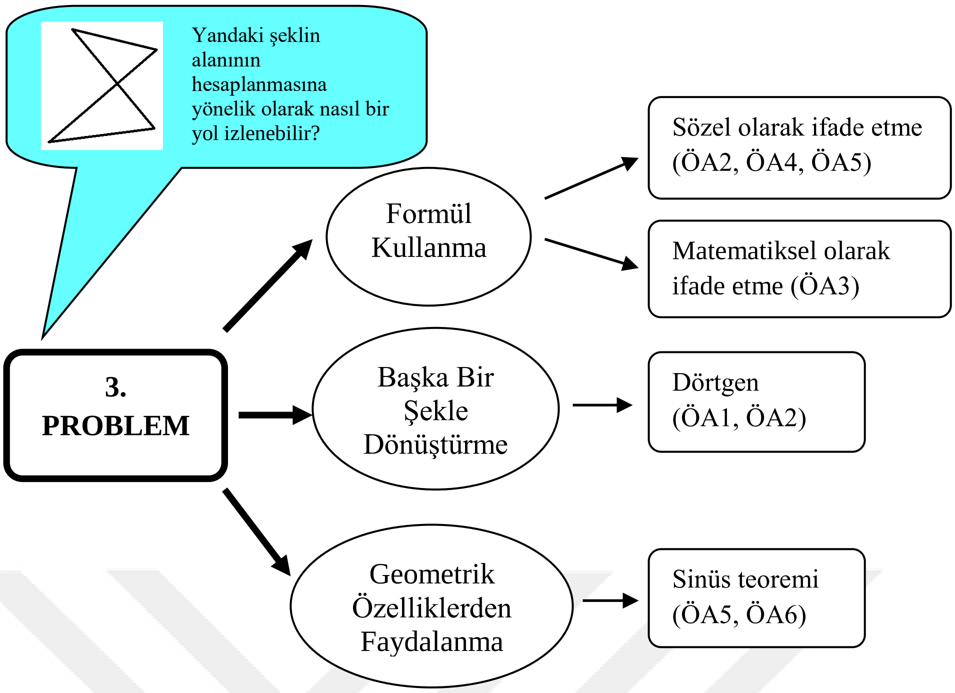


Şekil 67. Ö62’nin Üçüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö62’nin yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, öncelikle şekli iki ayrı üçgen olarak ifade ettiği görülmektedir. Üçgenlerin alanlarını bulmak için kenar uzunluklarının bilinmesi gerektiğini belirtmiştir. Kenar uzunluklarını bulabilmek amacıyla açı-kenar bağıntılarından faydalanabileceğini ifade etmiştir. Kenarların bilinmesiyle üçgenlerin alanları bulunup toplanarak şeklin alanının bulunabileceğini belirtmiştir.

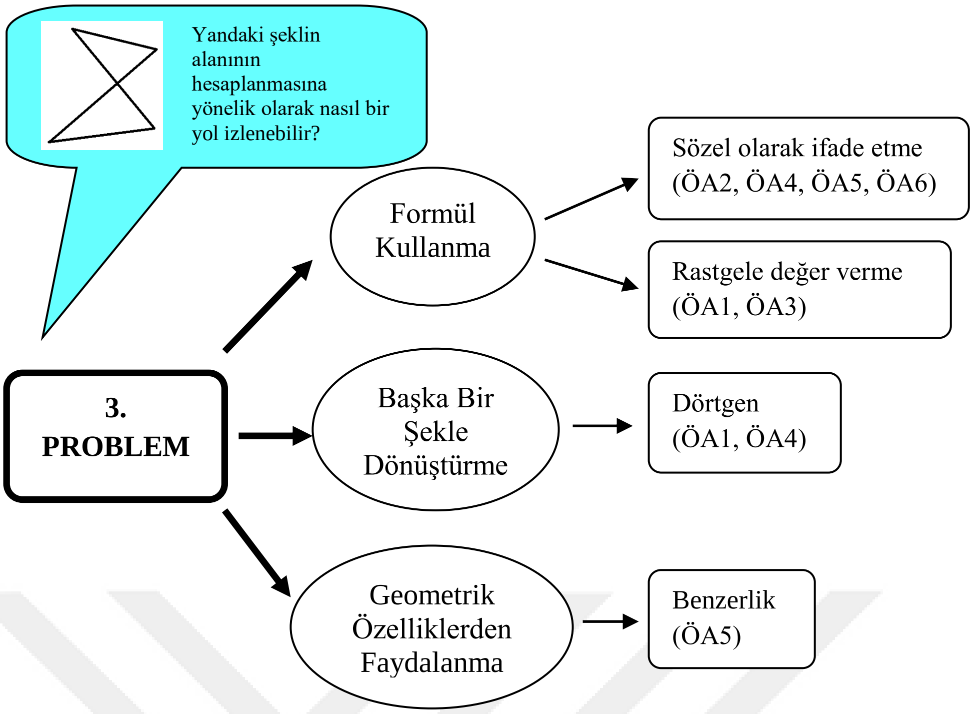
4.3.2. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Probleme Yönelik Görüşleri

Birinci sınıf öğretmen adaylarından üçüncü problemle ilgili görüşleri alınırken ilk olarak problemi kendilerinin nasıl çözeceklerine yönelik fikirleri alınmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 68. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Birinci sınıf öğretmen adaylarının üçüncü probleme yönelik çözüm stratejileri incelendiğinde, belirlenen 3 ana temayı da kullandıkları görülmektedir. Formül kullanma ana temasında, formülleri sözel olarak ve matematiksel olarak ifade etmişlerdir. Problemde verilen şekli başka şekle dönüştürme ana temasında, sadece dörtgene dönüştürmeyi tercih etmişlerdir. Geometrik özelliklerden faydalanma ana temasında ise açılardan faydalanarak sinüs teoremiyle alanın bulunabileceğini belirtmişlerdir. Üçüncü problemi ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceklerine yönelik olarak tahminleri ise aşağıda verilmiştir.



Şekil 69. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Birinci sınıf öğretmen adaylarının üçüncü problemi ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceklerine yönelik strateji tahminleri incelendiğinde, ortaokul öğrencilerinin yapmış olduğu 3 ana temayı da ifade ettikleri görülmektedir. Formül kullanma ana temasında belirlenen 3 temadan; sözel olarak ifade etme ve rastgele değer verme temaları olmak üzere 2 tema hakkında yorum yapmışlardır. Verilen şekli başka bir şekle dönüştürme ana temasında sadece dörtgene dönüştürme şeklinde ifade de bulunmuşlardır. Diğer şekiller hakkında yorum yapmamışlardır. Geometrik özelliklerden faydalanma ana temasında ise sadece benzerliği ifade ettikleri görülmektedir. Diğer geometrik özelliklerden bahsetmedikleri belirlenmiştir.

Birinci sınıf öğretmen adaylarının, üçüncü problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 36. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Probleme nasıl yaklaştığını görebilme(ÖA2,ÖA5, ÖA6) Farklı bakış açısı kazandırabilme (ÖA1, ÖA4) Problemdeki eksiklikleri bulabilme (ÖA1) Yorum yapabilme yeteneğini geliştirebilme (ÖA1) Düşünme becerisini geliştirebilme (ÖA1) Yükseklik çizmeyi öğretebilme (ÖA3) Olumsuz önyargıyı kırabilme (ÖA4) Öğrencinin düşünme biçimini görebilme (ÖA4)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Üçgen (ÖA1, ÖA2, ÖA5) Alan (ÖA2, ÖA4, ÖA5) Kenar (ÖA2, ÖA3) Açı (ÖA2) Yükseklik (ÖA3) Dört işlem (ÖA3) Alan hesabı (ÖA4) Sinüs teoremi (ÖA6) Alan formülü (ÖA6)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Kenarların verildiğini kabul ederek (ÖA1) Alan formüllerini düşünerek (ÖA2) Doğrudan değer vererek (ÖA3) Şeklin özelliklerini anlamaya çalışarak (ÖA4) Yüksekliği belirleyerek (ÖA5) Şeklin kenarları isimlendirerek (ÖA6)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Kolay (ÖA1, ÖA2, ÖA4, ÖA5) Orta (ÖA3) Zor (ÖA6)

Tablo incelendiğinde birinci sınıf öğretmen adaylarının üçüncü problemin amacına yönelik görüşleri incelendiğinde; öğrencilerin nasıl bir yol izleyeceğini görebilme, farklı bakış açısı kazandırabilme, yorum yapabilme yeteneğini geliştirebilme öğrencilerin düşünme biçimlerini görebilme gibi yorumlarda bulundukları görülmektedir. Bu kapsamda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şeklidedir.

"Çocuğun sorudaki eksiklikleri bulması istenmiştir belki. Normal şartlarda böyle çözülür, bunlar verilseydi eğer normalini hatırlaması ve ona göre yorumlar yapması istenmiş." (ÖA1)

"Öğrenciye herhangi bir kenardan diklik çizmeyi, o dikin nerden çizileceğini görmesini sağlamak." (ÖA3)

"Öğrencinin düşünme tarzını görebilmek için, belki soruyu soranın böyle bir niyeti yoktur ama ben olsam öğrencinin önyargısı olup olmadığını ölçmek için de bu soruyu sorabilirim. Çünkü ben ilk gördüğümde, şekil bir şeye benzemiyor, hiçbir şey verilmemiş dedim, ben bunu çözemem. Nasıl çözeyim, yine de bir bakayım dedim halbuki soru çok kolay. Üzerinde işlem yapmamızı istemiyor sadece mantık yürütmemizi istiyor. Ben olsam önyargılı olup olmadığını sormak için sorardım ama başka biri sorsa muhtemelen çocuğun kafasını geliştirme, bakış açısını görmek için sorar. Acaba bir tane yolu vardır başka yolu yoktur mu diyor yoksa birçok farklı yollar da görebiliyor mu, bakış açısı geniş mi yoksa dar mı onun için sorulmuş." (ÖA4)

Öğretmen adaylarının problemdeki matematiksel kavramlara yönelik görüşleri incelendiğinde; genel olarak üçgen, açı, kenar, alan, yükseklik, alan hesabı gibi ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Buna yönelik bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir.

"Sadece üçgen dışında hiçbir şey görmüyorum." (ÖA1)

"Sinüs alan teoremi, basit alan formülü, üçgenlerle ilgili teoremler olabilir." (ÖA6)

Ortaokul öğrencilerinin probleme nasıl başlayacaklarına yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde; kenarların verildiğini kabul ederek, alan formülünü kullanarak, doğrudan değer vererek, şeklin özelliklerini anlamaya çalışarak ya da yüksekliği belirlemeye çalışarak gibi ifadeler kullandıkları görülmektedir. Buna yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir.

"Normalde kenarları verilseydi ben de bunu bir dörtgene tamamlayıp normal dörtgenin içinden kalan fazlalıkları çıkartıp bulurdum der. Ya da açıları verilseydi dikme indirme ortamı bulsaydım öyle de bulabilirdim." (ÖA1)

"İlk şekli uzun bir inceler, hiç soruyu okumadan, bu şekilden ne sorulabilir, bu şekilden ne çıkabilir diye, şekle bakar. Sonra soruyu okur. Sonra soru ona kolay geleceğinden direk yazmaya başlar. Okuduğu anda cevap zaten kafasında oluşacaktır. Hemen cevabı yazmaya başlar." (ÖA4)

“Bence ortaokul öğrencisi için ilk aklına gelen herhangi bir kenara ait yüksekliğin verilmesi, o verildiği zaman bulabilir. Onlar da büyük ihtimalle iki ayrı üçgen olarak düşünürler.” (ÖA5)

Birinci sınıf öğretmen adaylarına göre problemin öğrenci seviyesine uygunluğu incelendiğinde ise 4 öğretmen adayının problemin kolay olduğunu ifade ettikleri görülmektedir. Bunun yanında birer öğretmen adayının ise problemin orta ve zor olduğunu belirttikleri görülmektedir. Bu kapsamda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir.

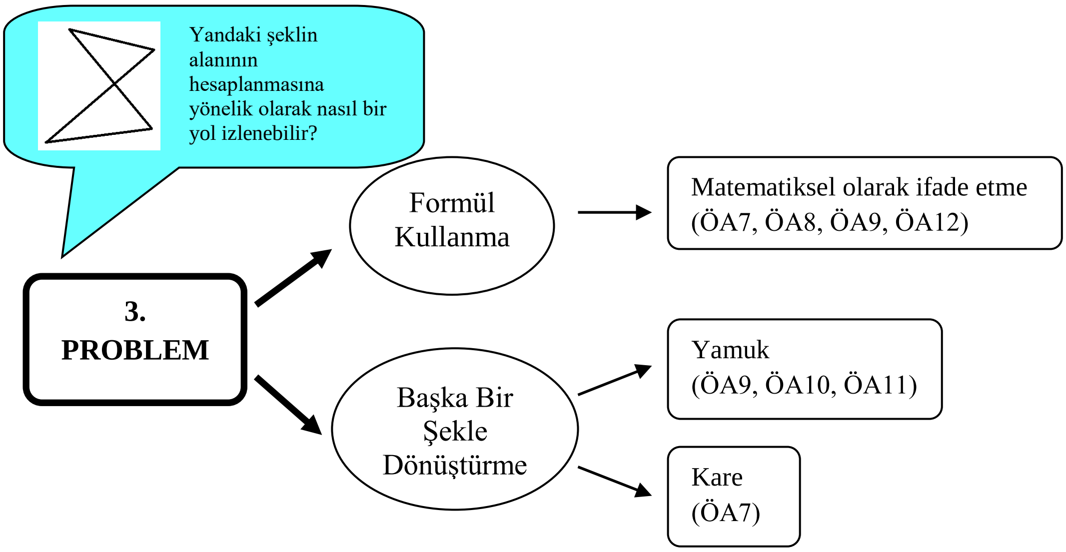
“Biraz zorlayabilir, görmede sıkıntı yaşayabilir.” (ÖA3)

“Zor görünümlü kolay. İlk bakıldığın da yazılardan çok şekil dikkat çekiyor. Değişik bir üçgen, göz korkutucu. Zor görünür ama içine girdiği zaman aslında çok kolay.” (ÖA4)

“Çok zor, çünkü hiçbir sayısal veri yok, o zaman sinüs alan formülü öğretiliyor mu ki öğretilmiyor. Ondan dolayı çok zor.” (ÖA6)

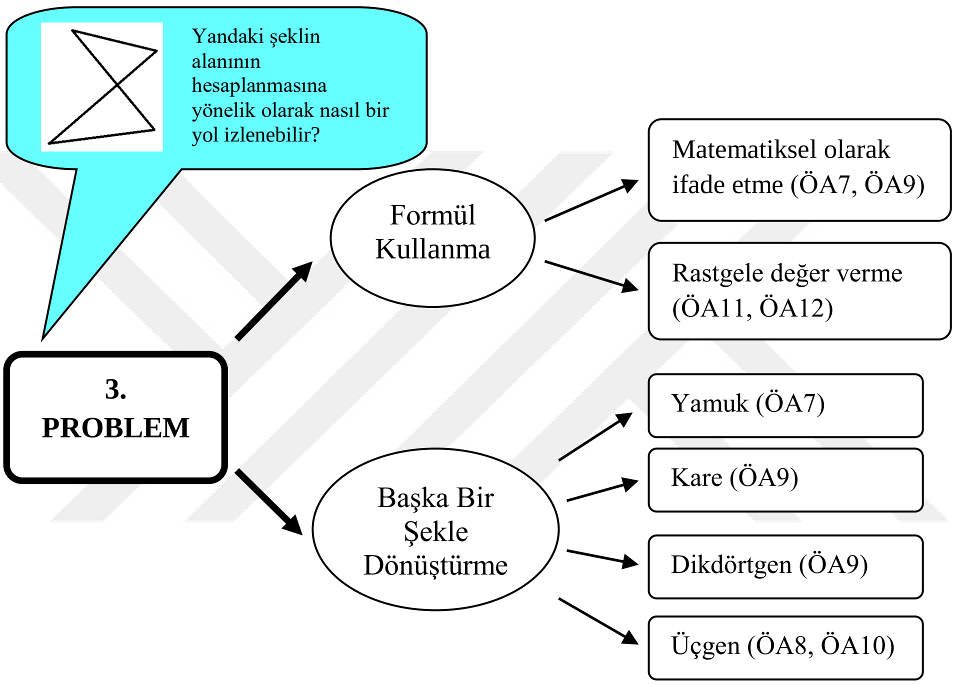
4.3.3. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Probleme Yönelik Görüşleri

İkinci sınıf öğretmen adaylarından üçüncü problemle ilgili görüşleri alınırken ilk olarak problemi kendilerinin nasıl çözeceklerine yönelik fikirleri alınmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 70. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

İkinci sınıf öğretmen adaylarının üçüncü probleme yönelik çözüm stratejileri incelendiğinde, belirlenen 3 ana temadan; formül kullanma ve şekli başka şekle dönüştürme olmak üzere 2 ana temayı kullandıkları görülmektedir. Formül kullanma ana temasında 4 öğretmen adayının, formülü matematiksel olarak ifade etme temasını kullandıkları belirlenmiştir. Diğer alt temaların kullanılmadığı görülmektedir. Şekli başka bir şekle dönüştürme ana temasında ise şekli yamuk ve kareye dönüştürerek alanın bulunabileceğini ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarının problemi ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceklerine yönelik tahminleri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 71. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik tahminleri incelendiğinde; belirlenen 3 ana temadan formül kullanma ve şekli başka bir şekle dönüştürme olmak üzere 2 ana tema üzerine yorum yaptıkları görülmektedir. Formül kullanma ana teması altında belirlenen alt temalardan, formülü matematiksel olarak ifade etme ve rastgele değer verme üzerine görüşlerini ifade ettikleri belirlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin kullanmış oldukları formülü sözel olarak ifade etme alt temasına yönelik olarak herhangi bir yorumda bulunmamışlardır. Şekli başka bir şekle dönüştürme ana teması altında ise yamuk, kare, dikdörtgen ve üçgen şekillerini kullandıkları belirlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin kullanmış oldukları dörtgen şeklini kullanmadıkları, öğrencilerin kullanmadıkları üçgen şeklini ise kullandıkları tespit edilmiştir.

İkinci sınıf öğretmen adaylarının, üçüncü problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 37. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Üçgen alanını bulabilme (ÖA8, ÖA9, ÖA12) Yükseklik çizmeyi öğretebilme (ÖA9, ÖA12) Uzunlukları tahmin edebilme (ÖA8, ÖA10) Hayal edebilmesini sağlama (ÖA8, ÖA10) Bilgiyi kullanabilme (ÖA7) Kapalı bir şekli açık olarak düşünebilme (ÖA8) Alan hesabı için hazırbulunuşluk seviyesini belirleyebilme (ÖA10) Düşünme becerisini geliştirebilme (ÖA11) Üçgen tabanını belirleyebilme (ÖA12) Şeklin özelliklerini anlayabilme (ÖA12)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Üçgen (ÖA7, ÖA10, ÖA11, ÖA12) Alan (ÖA7, ÖA11, ÖA12) Açı (ÖA7) Kenar (ÖA7) Benzerlik (ÖA7) Alan hesabı (ÖA8) Üçgenin alanı (ÖA9) Yamuk (ÖA10) Yükseklik (ÖA12)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Yüksekliği belirleyerek (ÖA7, ÖA12) Şeklin alanını tarayarak (ÖA8) Üçgenler arasındaki bağıntıyı görmeye çalışarak (ÖA9) Alanları tahmin etmeye çalışarak (ÖA10) Doğrudan değer vererek (ÖA11)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Kolay (ÖA7) Orta (ÖA9, ÖA11) Zor (ÖA8, ÖA10, ÖA12)

Tablo incelendiğinde ikinci sınıf öğretmen adaylarının üçüncü problemin amacı için; bilgiyi kullanabilme, uzunlukları tahmin edebilme, öğrencinin hayal edebilmesini sağlama, üçgen ya da problemde verilen şeklin alanını bulabilme, hazırbulunuşluk düzeyini görebilme, taban kavramını fark edebilme gibi ifadeler kullandıkları görülmektedir. Buna yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir.

"İki ayrı şeklin alanını toplayarak tek bir şeklin alanını elde etme. Alt alanları toplayabilme diye ifade edeyim. Üçgenin alanının hesaplamasını kazandırma. Belki şey düşünür öğrenci, bunu böyle kafasında canlandırır, açar, açarsa nasıl bir şekil oluşur. Şekil katlanmış gibi gözüküyor, katlanmış şekli açık olarak kurgulayabilir. Bunu açarsa nasıl bir şekil olabileceğini düşünür. Belki uzunlukları tahmin etme, hayal etme ve üretme. Bir şeyler hayal edecek ki üretsin. Üretkenliği sağlayabilir." (ÖA8)

"Öğrenciye buldurmaya çalışılmıştır. Zaten alan kavramı biliniyor. Alan için neler gerekli mesela. Taban, yükseklik ve yüksekliğin de olması için düz şekil olması gerekiyor. O yüzden herhalde bu soruda istenen, öğrenci kendi bulabilecek mi alanı falan. Bence bu soruda şey kendi biçimsiz bir şeyin alanını bulabilmek için öğrencinin beyninde oluşturmaya çalışmışlardır herhalde. Çünkü genelde sayılar olduğu için, tamam üçgenin alanı taban çarpı yükseklik bölü iki ama burada öyle bir şey yok. Yükseklik kesin değil, dik olduğu bile kesin değil. O yüzden bunu o şekilde benzetme ya da sayıları kendilerinin oluşturtmaya çalışmış da olabilir." (ÖA10)

"Düşündürmek sadece hocam, beyni çalıştırmak üzerine bir soru, sonuç odaklı değil. Sadece öğrencilerin fikrini merak eden bir hocanın soracağı bir soru." (ÖA11)

Problemde yer alan matematiksel kavramlar ile ilgili öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde; üçgen, açı, kenar, alan, alan hesabı, yamuk, yükseklik gibi ifadeler kullandıkları görülmektedir. Buna yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir.

"Üçgen var, açı var, uzunluk var, alan var, benzerlik var, hepsi var hocam." (ÖA7)

"Üçgenin alanı, üçgenin alanını iki tane farklı şeklin alanı şeklinde vermiş. Farklı olarak üçgenleri nasıl görebilir, onu belirtmeye çalışmış." (ÖA9)

"Üçgen var, eğer tamamlarsak yamuk var. Bunları zaten o yaştaki bir öğrenci bilir." (ÖA10)

Ortaokul öğrencilerinin probleme nasıl başlayacaklarına yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri; yüksekliği belirleyerek, şekilde yer alan üçgenlerin birbirleriyle olan ilişkilerini görmeye çalışarak, alanları tahmin etmeye çalışarak ya da alan için gerekli olan değerlere doğrudan değerler vererek sonuca ulaşmaya çalışarak şeklindedir. Bu kapsamda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir.

"Öğrenci olsam direk buradan dikme çizerdim. Sonra üçgenin alanından h_1 h_2 falan, ama öğrenci böyle yapmaz. Yüksekliklere h_1 h_2 falan değil de x, y der." (ÖA7)

"İki üçgeni eşit alabilir. Üçgenin alanını formülden biliyor. İki tane bundan yapar, toplar yani." (ÖA9)

"Ben öğrenci olsam bunlara direk değer verirdim, mesela şurası h_1, şurası h_2 derdim, tabana da bir değer verirdim, hiç düşünmez direk değeri yazardım. Sayısal değer verirdim kafama göre." (ÖA11)

Öğretmen adaylarından 3'ü problemin öğrenci seviyesi için zor olduğunu ifade ederken, 2 öğretmen adayı orta, 1 öğretmen adayı ise kolay olduğunu belirtmiştir. Bu kapsamda öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir.

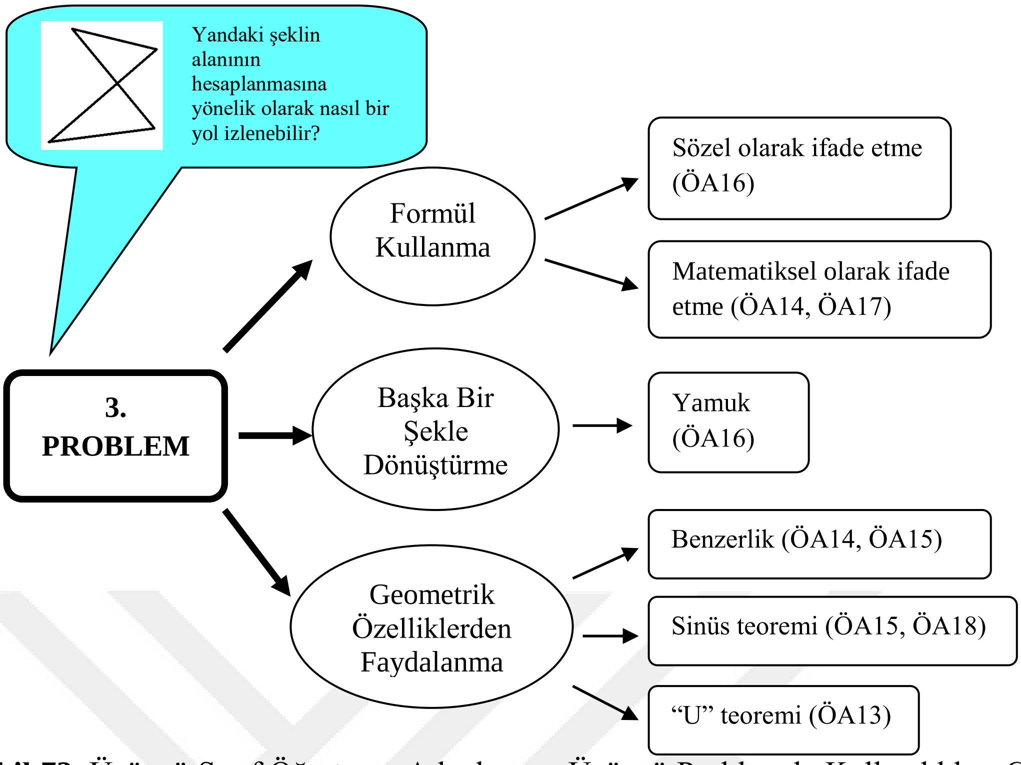
"Galiba bu diğerlerine göre daha basit çünkü birçok çözüm yolu var." (ÖA7)

"Soru zor ya da kolay bir soru değil. Sadece düşündürmek amaçlı olduğu için yorum yapılabilir." (ÖA11)

"Zor bir soru ama öğrencinin anlamasında zorluk, yoksa ihtimalleri bulabilir. Öğrenci soruyu anlamayabilir. Hatta çok zor bir soru deyip, bu nasıl yapacağım deyip boş bırakır." (ÖA12)

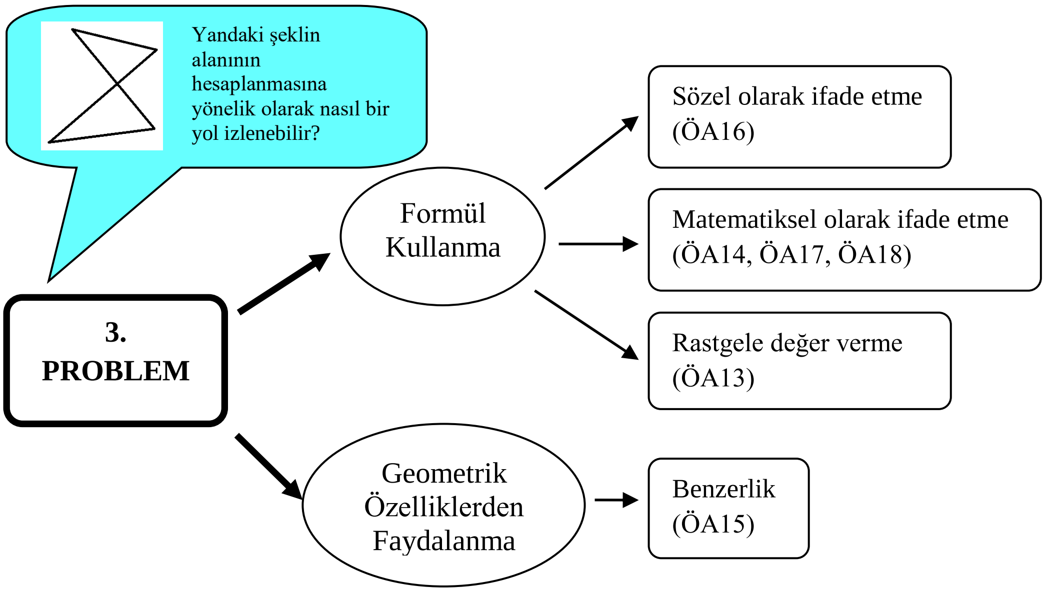
4.3.4. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Probleme Yönelik Görüşleri

Üçüncü sınıf öğretmen adaylarından üçüncü problemle ilgili görüşleri alınırken öncelikle problemi kendilerinin nasıl çözeceklerine yönelik fikirleri alınmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 72. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Üçüncü sınıf öğretmen adaylarının problemi çözüm biçimleri incelendiğinde belirlenen 3 temayı da kullandıkları görülmektedir. Formül kullanma ana temasında sözel olarak ve matematiksel olarak ifade etme temalarını kullanmışlardır. Problemde verilen şekli başka bir şekle dönüştürme ana temasında, sadece şekli yamuk şekline dönüştürerek sonuca ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Geometrik özelliklerden faydalanma ana temasında ise benzerlik, sinüs teoremi ve "U" teoreminin kullanılarak sonucun elde edilebileceğini ifade etmişlerdir. Ortaokul öğrencilerinin problemi nasıl çözeceklerine yönelik tahminleri ise aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 73. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik tahminleri incelendiğinde; belirlenen 3 ana temadan formül kullanma ile geometrik özelliklerden faydalanma ana temaları üzerinde yorum yaptıkları görülmektedir. Formül kullanma ana temasında yer alan sözel olarak ifade etme, matematiksel olarak ifade etme ve rastgele değer verme alt temalarıyla ilgili yorumda bulunmuşlardır. Geometrik özelliklerden faydalanma ana temasında, sadece benzerlik üzerinde durdukları belirlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin kullanmış olduğu kum saati, "Z" kuralı, açı-kenar bağıntısı ve yöndeş açılarla ilgili herhangi bir yorum yapmadıkları görülmektedir. Başka bir şekle dönüştürme ana teması üzerinde ise herhangi bir yorum yapmadan problemin çözümü için fikir beyan etmemişlerdir.

Üçüncü sınıf öğretmen adaylarının, üçüncü problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 38. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Alan hesabı için hazırbulunuşluk seviyesini belirleyebilme (ÖA14, ÖA15) Probleme nasıl yaklaştığını görebilme (ÖA16, ÖA18) Düzgün olmayan şekillerin alanının bulunabileceğini gösterme (ÖA13) Ne yapılması gerektiğini görebilme (ÖA13) Sayısal veri olmadan da düşünebilme (ÖA14) Düşünme becerisini geliştirebilme (ÖA15) Üçgen alanını bulabilme (ÖA17)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Alan (ÖA13, ÖA14, ÖA16, ÖA17) Kenar (ÖA14, ÖA15) Oran-orantı (ÖA14, ÖA18) Benzerlik (ÖA15, ÖA18) Üçgenin alanı (ÖA16, ÖA17) Kenar bağıntısı (ÖA13) Açı (ÖA15) Büyüklük küçüklük (ÖA15) Yükseklik (ÖA17) Taban (ÖA17) Sinüs teoremi (ÖA18)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Alan formüllerini düşünerek (ÖA13, ÖA16) Şeklin köşelerini isimlendirerek (ÖA14) Üçgenler arasındaki bağıntıyı görmeye çalışarak (ÖA15) Yüksekliği belirleyerek (ÖA17) Şeklin kenarlarını isimlendirerek (ÖA18)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Orta (ÖA13, ÖA16) Zor (ÖA14, ÖA15, ÖA17, ÖA18)

Tablo incelendiğinde üçüncü sınıf öğretmen adaylarının problemin amacını; düzgün olmayan şekillerin alanının bulunacağını gösterme, sayısal veri olmadan da bir şeyler yapabilme, ne yapılması gerektiğini görebilme, düşünme becerilerini geliştirebilme, hazırbulunuşluk seviyelerini belirleyebilme şeklinde ifade ettikleri görülmektedir. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Açı verilmeden sadece kenarlarla nasıl bulabiliriz. Çünkü açı verilirse tek bir açı iki kenar ya da üç kenar verilirse biz bunlarla alanı nasıl bulabiliriz. Üç kenar

verilirse "U" kuralından yaparız, bir açı verilirse sinüs teoreminden yaparız. Yani öğrenciye çok fazla bir şey vermeden öğrenci kaç yöntemle nasıl çözebiliyor, bence bunu ölçmeye çalışıyor. Yani öğrenciye şunu mu demek ister acaba, illa düzgün bir şekle gerek yok. Yamuk da olsa düzgün bir şekil olmasa da o şeklin alanını bulabilirsin, bulacaksın gibisinden bir şey mi anlatmak istemiş olabilir mi acaba. Öğretmen anlatırken de ilk başta hemen sayıyı vermez, bu nasıl bulunuyor, a.b.c der a,b,c verilirse nasıl bulunur bunları yazar yani. Bence bunu yapmak ister." (ÖA13)

"Amaç sayısal olmadan da düşünebilmesidir. İlla böyle sayı yerine de kendisinin bir şeyler vermesini sağlamaya çalışmasıdır." (ÖA14)

"Acaba şu bildiklerimi gözden geçirmek mi istiyor, acaba nasıl çözer, alanı eşit mi diye. Veya farklı bir yol izlemeyi mi düşünüyor. Acaba extra bir düşünceye mi itmeye çalışıyor yoksa bildiklerimizi tekrar etmemizi mi sağlıyor diye düşünüyorum yani. Tabi ki bu bir extra düşünme, düşünmeye çekme yöntemi soruda. İnsanı alıştırdığından farklı bir şeye zorlarsan gelişir." (ÖA15)

Öğretmen adayları problemdeki matematiksel kavramların; alan, kenar, kenar bağıntısı, açı, benzerlik, yükseklik, taban, sinüs teoremi şeklinde olduğunu ifade etmişlerdir. Buna yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Şöyle geometriyle ilişkilendirelim bakalım ne olabilir. Açı kenar ya da matematiksel kavramlar, tabi eğer benzerlik olduğunu düşünürsek oran da söz konusu. Yani büyüklük küçüklük var. Öyle açı kenar falan başka bir şey düşünmüyorum matematiksel, uzunluk falan yani başka yok." (ÖA15)

"Alan kavramı var özellikle, birinci şey. Üçgenin alanı kavramı var. Yükseklik kavramı var, taban kavramı var." (ÖA17)

"İşte benzerlik var, teoremler var burada sinüs teoreminden mesela ben yaptım. Teoremleri kullanmadım ama var, benzerliği kullanmadım ama var, açılardan oranlama yapması var. Alan oranlanması." (ÖA18)

Öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerinin probleme nasıl başlayacaklarına yönelik görüşleri incelendiğinde; hangi alan formülünün kullanılacağını düşünerek, şeklin kenarlarını ve köşelerini isimlendirerek, üçgenler arasında ilişki bulmaya çalışarak, yüksekliği belirleyerek şeklinde görüşlerde bulundukları belirlenmiştir. Buna yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Hoca burada ne sayı vermiş ne bir şey harf bile yok diyecek. Dur bari der harfi falan yazayım. Alan istiyor bizden. Söylenir söylenir kendi kendine. Ya der kendi bir harf verebilir, diyelim burası h olursa burası 2h olur. Bu yoldan gidebilir." (ÖA14)

"Yani bir bağlantı bulmaya çalışır, eğer yeteri kadar geometri bilgisi varsa iki üçgen arasında bağıntı bulmaya çalışır. Ya benzerlikten ya da açıdan." (ÖA15)

"İlk olarak rakamlarının olmamasına şaşırır. Ondan sonra alan formülleri aklına gelebilir. Üçgenin alanı, karenin alanı gibisinden. Yamuğun alanı da olabilir. Orda üçgenin alanını zaten biliyorsa taban çarpı yükseklik bölü iki en basit olan formülü. Formül aklına gelir." (ÖA16)

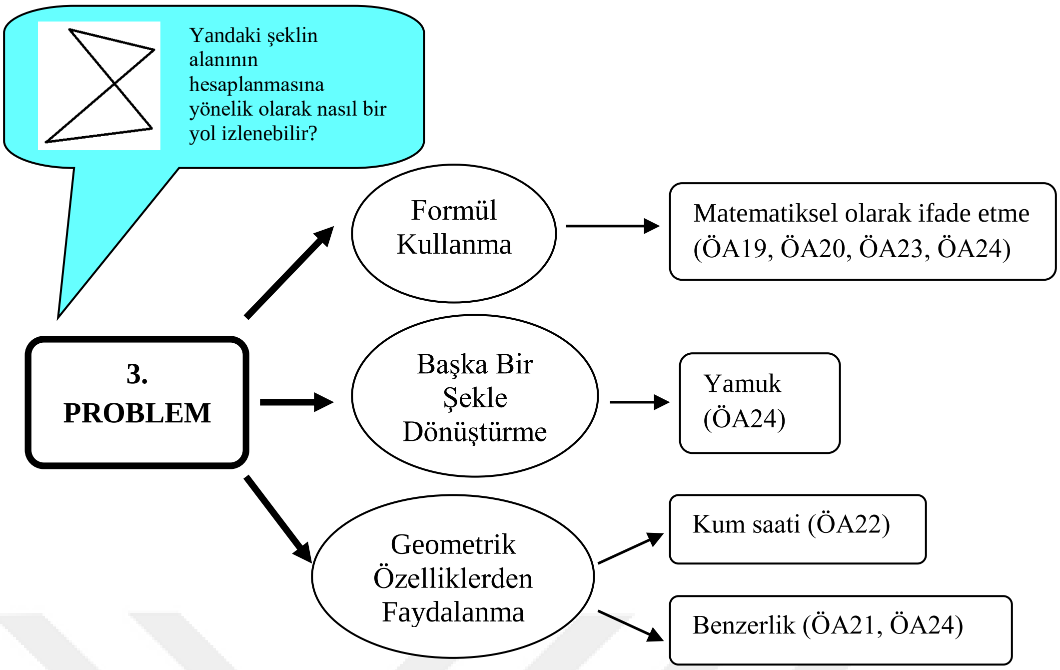
Öğretmen adaylarına göre problemin öğrenci seviyesine göre zorluk düzeyi incelendiğinde, 4 öğretmen adayının problemin zor olduğunu ifade ettiği görülmektedir. Ayrıca 2 öğretmen adayı ise orta düzeyde olduğunu belirtmiştir. Bu kapsamda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Bence çok zor değil ya, orta seviye de bir soru. Öğrenciler çok zorlanmaz yani. Şimdi zaten çalışkan bir öğrenciyse şu alan formülü mutlaka aklına gelir." (ÖA13)

"Bence soru çocuğu aşar hocam. Hiçbir şey verilmemiş ya, çocuk böyle soruya bakar. Matematik bilgisinin çok iyi olması lazım." (ÖA18)

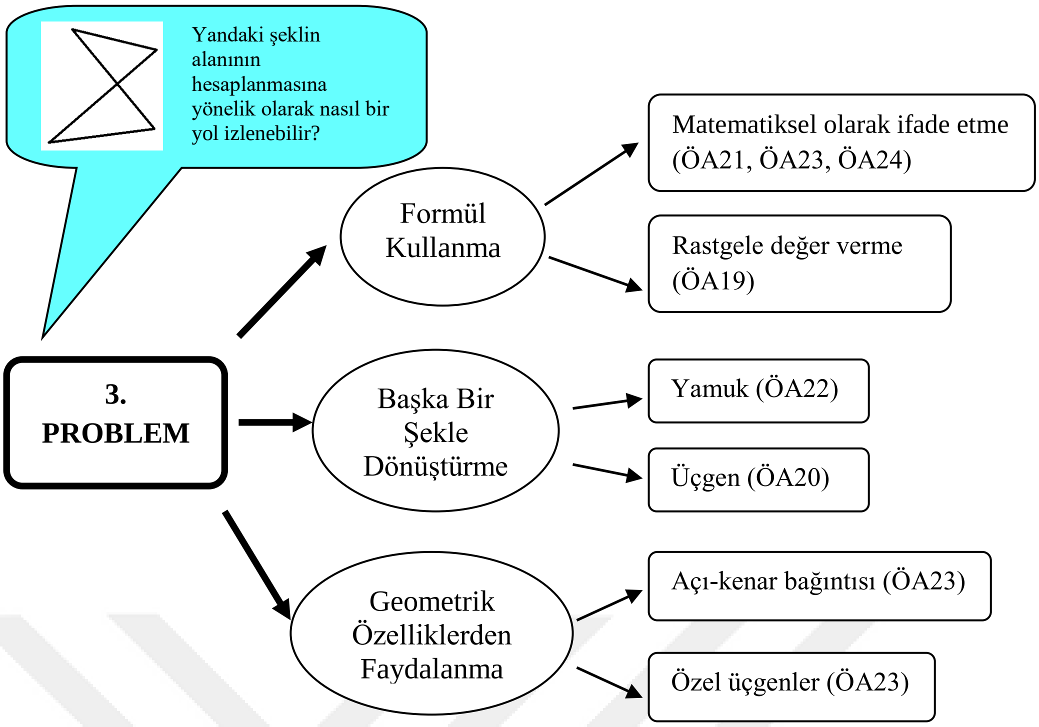
4.3.5. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Probleme Yönelik Görüşleri

Dördüncü sınıf öğretmen adaylarından üçüncü problemle ilgili görüşleri alınırken öncelikle problemi kendilerinin nasıl çözeceklerine yönelik fikirleri alınmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 74. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Dördüncü sınıf öğretmen adaylarının üçüncü problem için yaptıkları çözümler incelendiğinde, belirlenen 3 ana temayı da kullandıkları görülmektedir. Formül kullanma ana temasında, sadece problemde isteneni matematiksel olarak ifade etikleri görülmektedir. Başka bir şekle dönüştürme ana temasında, şekli yamuk olarak yeniden oluşturarak problemin çözülebileceğini belirtmişlerdir. Geometrik özelliklerden faydalanma ana temasında ise kum saati ve benzerlik özelliklerinin kullanılmasıyla sonucun elde edileceği ifade edilmiştir. Öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceklerine yönelik tahminleri ise aşağıda verilmiştir.



Şekil 75. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik strateji tahminleri incelendiğinde, ortaokul öğrencilerin yapmış oldukları çözümlerle belirlenen 3 ana temayı da ifade ettikleri görülmektedir. Formül kullanma ana temasında, matematiksel olarak ifade etme ve rastgele değer verme alt temalarını belirtmişlerdir. Sözel olarak ifade etme alt teması ile ilgili herhangi bir yorumda bulunmamışlardır. Başka bir şekle dönüştürme ana temasında, problemde verilen şekli yamuk ya da üçgene dönüştürerek çözülebileceğini belirtmişlerdir. Ayrıca ortaokul öğrencilerin yapmış oldukları dörtgen, kare ve dikdörtgen şekillerini ifade etmedikleri görülmektedir. Geometrik özelliklerden faydalanma ana temasında ise ortaokul öğrencileriyle ortak olarak açı-kenar bağıntılarını ifade etmişlerdir. Bunun dışında özel üçgenlerden de faydalanılabileceğini ifade ettikleri tespit edilmiştir. Diğer özellikler ile ilgili yorum yapmadıkları belirlenmiştir.

Dördüncü sınıf öğretmen adaylarının, üçüncü problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 39. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Üçüncü Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Alan hesabı için hazırbulunuşluk seviyesini belirleyebilme (ÖA19, ÖA23, ÖA24) Öğrencinin kendi problemini oluşturup çözebilmesi (ÖA19) Şekli düzgün bir şekle dönüştürebilme (ÖA20) Neyi, ne için yaptığını öğretebilme (ÖA21) Geometrik özelliklerin hangisini sağlandığını gösterebilme (ÖA21) Hayal edebilmesini sağlama (ÖA22) Üçgen tabanını belirleyebilme (ÖA24) Yükseklik çizmeyi öğretebilme (ÖA24) Farklı bakış açısı kazandırabilme (ÖA24)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Alan (ÖA19, ÖA20, ÖA21, ÖA22, ÖA23, ÖA24) Üçgen (ÖA20, ÖA21, ÖA22, ÖA23, ÖA24) Benzerlik (ÖA21, ÖA22, ÖA24) Üçgenin alanı (ÖA19, ÖA20) Açı (ÖA19, ÖA21) Pisagor teoremi (ÖA19) Yöndeş açılar (ÖA19) Yükseklik (ÖA20) Dört işlem (ÖA20) Kenar (ÖA23)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Şeklin kenarlarını isimlendirerek (ÖA20, ÖA24) Açılara değer vererek (ÖA19) Yüksekliği belirleyerek (ÖA21) Başka bir şekle dönüştürerek (ÖA22) Üçgenler arasındaki bağıntıyı görmeye çalışarak (ÖA23)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Kolay (ÖA19, ÖA20, ÖA21) Zor (ÖA22, ÖA23, ÖA24)

Tablo incelendiğinde problemin amacına yönelik olarak öğretmen adaylarının; öğrencinin kendi problemini oluşturup çözebilmesi, öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesini belirleyebilme, şekli başka bir şekle dönüştürebilme, üçgenin tabanını belirleyebilme ve yükseklik çizebilme gibi ifadelerde bulundukları görülmektedir. Bu ifadeler doğrultusunda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Hiçbir sayı vermeden, işte öğrenciye kendi problemini kendisi yazdırıp ondan sonra çözüme de yine kendisi gidiyor. Buluş yoluyla öğrenmemiydi bu. Aynen böyle

yapılabilir kendine göre soruyu hazırlayıp hani ben bunun alanını nasıl bulabilirim diye düşünür. Bana ne verilseydi bana yardımcı olur. Ondan sonra alan bilgisini ölçer. Toplamasını yapar bulurlar.” (ÖA19)

“Yani büyük ihtimal şöyle bir şey var. Şeye alışmışız ya işte bir yükseklik verir, açı vermez tabanı verir toplarsın. Ama şunu bilmezsin hani geometrinin belli püf noktaları vardır, paralellik vardır. Onun gibi sen burada paralellik ne işe yarar çocuğa öğretemezsen yani gidip de geometri sorusunda herkesin çözdüğü şeyi çözer. Mühim olan neyi ne için yaptığını öğretmek öyle değil mi. Açıların nasıl bir orana geldiğini bilmezse ya da ne bileyim mesela benzerlik de genelde açı kenar benzerliği çok karıştırılır. Hani kenar kenar benzerliğine göre, orda bile önemlidir. A açısı ile C açısının şöyle durması ki bunlar birbirinin aynısıdır denir. İşte bunları hep böyle gösteriyorsun çocuğa.” (ÖA21)

“Şimdi bence öncelikle şunu düşünmesini ister öğrencinin. Bir geometrik şeklin alanını bulmak için ne yaparız şeklinde. Ama şimdi şekil biraz tam değil ya, dik kesmemiş ya da düzgün değil. İşte alan bulmak için bize neler gerekiyor. Biraz onu buldurmaya yönelik olabilir. Çünkü direk alan buldurmak istese dik verir değer verir alanı ister yani. Daha düzgün şekil verir derki bunun alanını bulun hani ezberden gidiyor gibi olur. Ama burada biraz ezberden ziyade şey var, işte taban gerekiyor, yükseklik gerekiyor, işte bunun hangisi taban hangisi yükseklik biraz onu buldurmaya yönelik olduğunu düşünüyorum açıkçası.” (ÖA24)

Dördüncü sınıf öğretmen adaylarına göre problemdeki matematiksel kavramlar incelendiğinde genel olarak alan, üçgen ve benzerlik ifadelerini kullandıkları görülmektedir. Bunun yanında yöndeş açılar, yükseklik ve dört işlem gibi kavramları da belirttikleri tespit edilmiştir. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

“Burada alan bilgisi lazım, üçgende alan bilgisi lazım, eğer açılara girecek olan bir kişi varsa üçgenin açılarına girmesi lazım. Pisagoru bilmesini de oradan da ölçecek. Ondan sonra yöndeş açılar kurallarını bilmesi lazım. Bunun yöndeş olmadığını görmesi lazım. Açılara girerse çok yönlü düşünmesini sağlamış olur. Ama açılara girmese direk basit yoldan direk yapar gider.” (ÖA19)

“Alan, üçgenin alanını bilmesi lazım, üçgeni bilmesi lazım, yüksekliği bilmesi lazım. O üçgenin alanını bilmesi lazım, dönüştürmeyi bilmesi lazım. Tabi dört işlem yani bunları biliyordur zaten.” (ÖA20)

"Alan, geometri, geometrinin üçgenler kısmı, benzerlik konusu olabilir." (ÖA22)

Öğretmen adaylarının probleme nasıl başlanacağına yönelik olarak; açılara değer vererek, şeklin kenarlarını isimlendirerek, yüksekliği belirleyerek şekli başka bir şekle dönüştürerek gibi ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Bu kapsamda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Verilmiş gibi düşüneceğiz, kendine göre şu açıları verir. Kendine göre sayıları verir. Vereyim, ne verebilirim bakayım bunlar yöndeş açılarda değil, bu açılar eşit de olmaz. Bir sürü açı kavramını öğretebiliyor bu soru." (ÖA19)

"Eğer geometriye ilgisi varsa şöyle yapabilir. Buradan bir yükseklik indirir. Buraya da a der. Bu uzunluğu da a çarpı uzunluk bölü iki alanı verir diyebilir." (ÖA21)

"Yani üçgenler birbirini dik mi keser, kesinlikle sorar bunu, tabi değerlere göre soruya göre değişir ama. Mesela aradaki açı verilmiş mi, arada açı verilmişse oradan ayrı bir değer bulabilir." (ÖA23)

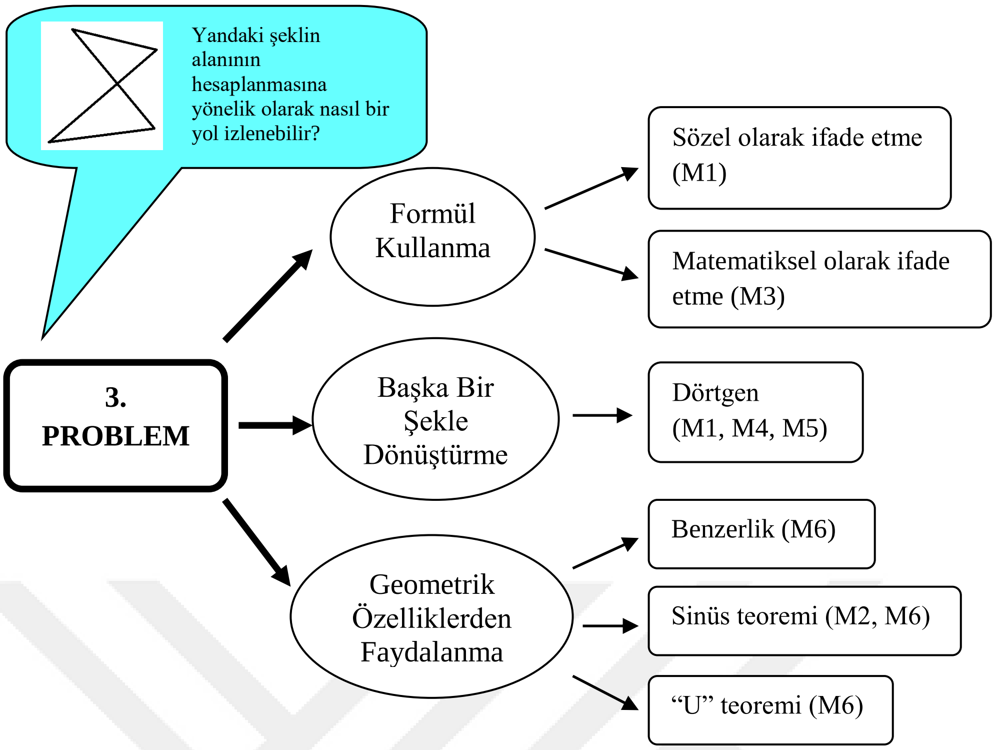
Problemin öğrenci seviyesine uygunluğu öğretmen adaylarının görüşleri doğrultusunda incelendiğinde; 3 öğretmen adayının problemin kolay olduğunu belirttiği görülmektedir. Bunun yanında 3 öğretmen adayı da zor olan bir problem olduğunu ifade etmiştir. Buna yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Bu soru aynen bu şekilde verilirse, kendine göre tabanını yüksekliğini verir, kendi değerlerini verir. Hiç açıyı içine katmadan sonucu kolayca bulabilir." (ÖA19)

"Şimdi çocuklar test tekniğine alışık bir şık verirseniz çok rahat yaparlar. Ama şık vermezseniz direk yorum yap derseniz, hani bilmiyorum yaratıcılık güçlerine bağlı ama onlar için de zor biraz. Bence çocuklar hiçbir şey yapmamışlardır." (ÖA22)

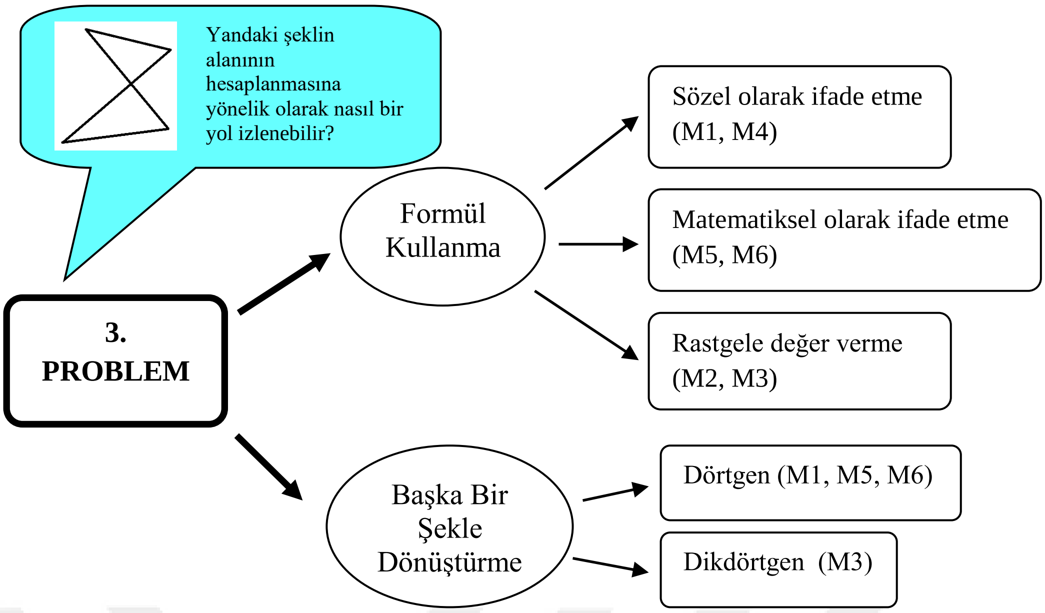
4.3.6. Matematik Öğretmenlerinin Üçüncü Probleme Yönelik Görüşleri

Matematik öğretmenlerinin üçüncü problemle ilgili görüşleri alınırken ilk olarak problemi kendilerinin nasıl çözeceklerine yönelik fikirleri alınmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 76. Matematik Öğretmenlerinin Üçüncü Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Matematik öğretmenlerinin çözüm stratejileri incelendiğinde 3 ana temayı da kullandıkları görülmektedir. Formül kullanma ana temasında, formülleri sözel olarak ve matematiksel olarak ifade ettikleri belirlenmiştir. Başka bir şekle dönüştürme ana temasında, sadece dörtgen şeklini kullandıkları tespit edilmiştir. Geometrik özelliklerden faydalanma ana temasında ise benzerlik, sinüs teoremi ve "U" teoremini kullanmışlardır. Matematik öğretmenlerinin ortaokul öğrencilerine yönelik olarak strateji tahminleri ise aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 77. Matematik Öğretmenlerinin Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Öğretmenlerin strateji tahminleri incelendiğinde ortaokul öğrencilerinin kullanmış olduğu ana temalardan formül kullanma ve başka bir şekle dönüştürme ana temalarının kullanıldığı görülmektedir. Formül kullanma ana temasında belirlenen alt temaların tamamı ile ilgili yorum yapmışlarıdır. Başka bir şekle dönüştürme ana temasında dörtgen ve dikdörtgen şekillerini kullanmışlardır. Öğrencilerin kullanmış olduğu yamuk ve kare şekilleri ile ilgili herhangi bir yorumda bulunmamışlardır. Bunun yanında geometrik özelliklerden faydalanma ana teması hakkında yorumda bulunmadıkları görülmektedir.

Matematik öğretmenlerinin, üçüncü problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 40. Matematik Öğretmenlerinin Üçüncü Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Probleme nasıl yaklaştığını görebilme (M1, M2, M5, M6) Düşünme becerisini geliştirebilme (M3, M4) Üçgen alanını bulabilme (M1) Hayal edebilmesini sağlama (M3) Şekli düzgün bir şekle dönüştürebilme (M3) Öğrencinin düşünme biçimini görebilme (M4) Alan hesabı için hazırbulunuşluk seviyesini belirleyebilme (M4) Problemdeki eksiklikleri bulabilme (M5) Analitik düşünmesini sağlama (M6) Verilenlerden bütünü elde edebilme (M6)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Üçgen (M1, M4, M6) Alan hesabı (M1, M2, M5) Alan (M2, M4, M6) Dört işlem (M1, M2) Kenar (M2, M4) Trigonometri (M2) Tümevarım (M3) Açı (M4, M6)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Alan formüllerini düşünerek (M4, M5, M6) Şeklin özelliklerini anlamaya çalışarak (M1) İki ayrı üçgen olarak değerlendirerek (M2) Başka bir şekle dönüştürerek (M3)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Kolay (M1, M3) Zor (M2, M4, M5, M6)

Tablo incelendiğinde matematik öğretmenlerinin problemin amacı için; öğrencinin nasıl bir yol izleyeceğini görebilme, düşünme becerisini geliştirme, öğrencinin düşünme biçimini görebilme, hazırbulunuşluk seviyesini belirleyebilme gibi ifadeler kullandıkları görülmektedir. Bu doğrultuda bazı öğretmenlerin görüşleri şu şekildedir:

"Sorunun amacı zaten alan hesabı yaptırmak, nasıl bir yol izlersiniz şeklinde sorulduğu için alan hesabı yaptırmak. Bu alan hesabını parçalayarak mı yoksa bütünden parçaya giderek mi şekilde hesap ettirmek." (M1)

“Çocuğun iki farklı parçayı birleştirip tek parçaya çevirme gücünü ölçme olabilir. Çünkü çocuk bu şeklin alanını bilmiyor, ama bunun ayrı alanını bunun ayrı alanını biliyor. Bütünü parçalara ayırarak ayrı ayrı hesaplanmasını yapıyoruz. Hiçbir sayı verilmediği için çocuğun hayal gücünü ölçmeye çalışıyor, çocuk bu problemi nasıl farklı teknikler kullanıyor, bunu ölçmek için hazırlanmış. Çocuğun düşünme becerisini ölçmek için sorulmuştur muhtemelen.” (M3)

“Bu sorunun amacı, çocuğun analitik becerisini görebilme, hani çocuğun bu soruyu nasıl sorabileceği, çocuğun bir soruyu nasıl uygulayabileceği, çocuğun bir soruyu hangi soru kalıplarıyla karşılaştıracağını, onları bulabilmesi. Benim en beğendiğim soru kalıbı bu. Çünkü çocuk cevabı değil, soruyu öğreniyor. Çocuk böyle bir şekil gördüğü zaman ilk aklına ne gelir, ne sorulabilir. Bir nevi bu tümevarım gibi oluyor, küçük sonuçlarla büyük sonuç elde ediyor.” (M6)

Matematik öğretmenlerine göre problemde yer alan matematiksel kavramlar incelendiğinde; üçgen, alan, alan hesabı, dört işlem, kenar, trigonometri, tümevarım, açı gibi kavramların ifade edildiği görülmektedir. Buna yönelik olarak bazı öğretmenlerin görüşleri aşağıdaki gibidir:

“Üçgen, alan hesabı, matematiksel işlem gibi kavramlar diyebilirim.” (M1)

“Alan, kenar ölçme uzunluk ilişkisi, yine dört işlem her zamanki gibi, trigonometriyle ilişkilendirebiliyoruz.” (M2)

“Parçadan bütüne gidebilmeyi, yani verilen verileri küçük parçalara ayırıp, küçük parçaların toplamının aslında büyük parçayı ifade ettiğini anlayabilme.” (M3)

Ortaokul öğrencilerinin probleme nasıl başlayacakları incelendiğinde; 3 öğretmenin formülleri düşünerek dedikleri belirlenmiştir. Ayrıca şeklin özelliklerini anlamaya çalışarak, iki ayrı üçgen olarak düşünerek, başka bir şekle dönüştürerek gibi ifadeler de kullandıkları görülmektedir. Bu kapsamda bazı öğretmenlerin görüşleri şu şekildedir:

“Önce verilen şeklin neden oluştuğunu anlamaya çalışır. Üçgenlerden mi veya başka bir şekil mi, burada üçgenler olduğunu görür ona göre adımını atar.” (M1)

“Bunu ayrı ayrı iki üçgen olarak değerlendirir, bu üçgenlerin alanlarını bulup şeklin alanını bulacağını düşünür.” (M2)

“Öğrencinin problemi ilk gördüğünde aklına bir şey gelmeyebilir. Geldiğinde de önce ezberci yöntemle bulmaya çalışır. Üçgenin alan formülünden bir şeyler yapmaya

çalışabilir. Ama eğer ki bu soruyu farklı bir şekle tamamlayıp çözmeye çalışsa, bu sefer o farklı şeklin alanından bir şeyler yapamaya çalışacaktır." (M5)

Problemin ortaokul öğrencilerinin seviyelerine uygunlukları öğretmenlere göre incelendiğinde, 4 öğretmenin problemin zor olduğunu ifade ettiği görülmektedir. 2 öğretmenin ise problemin kolay olduğunu ifade ettiği belirlenmiştir. Buna yönelik olarak bazı matematik öğretmenlerinin görüşleri aşağıdaki gibidir.

"Eğer öğrenciye bunun alanı kaçtır dersek zor, ama bunun alanının bulunması için ne yaparsın dersek kolay. Çocuğun düşünme becerisini ölçüyorsun zaten, çocuktan net beklenen bir cevap yok." (M3)

"Çok zor derler, çözemezler, hocam bunun kenarları nerde diye bağırırlar bence. Hocam kenarları unutmuşsunuz, hocam yüksekliği unutmuşsunuz derler." (M4)

4.3.7. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Probleme Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Üçüncü problemi ortaokul öğrencilerinin nasıl çözeceklerine ve kullanacakları stratejilerin neler olacağına yönelik olarak matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşlerinin karşılaştırılmasına yönelik tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 41. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Strateji Tahminlerinin Karşılaştırılması

Gruplar	Strateji Tahminleri		
	Formül Kullanma	**Başka Bir Şekle Dönüştürme**	**Geometrik Özelliklerden Faydalanma**
I. Sınıf Öğretmen Adayları	• Sözel olarak ifade etme • Rastgele değer verme	• Dörtgen	• Benzerlik
II. Sınıf Öğretmen Adayları	• Matematiksel olarak ifade etme • Rastgele değer verme	• Yamuk • Kare • Dikdörtgen • Üçgen	•
III. Sınıf Öğretmen Adayları	• Sözel olarak ifade etme • Matematiksel olarak ifade etme • Rastgele değer verme	•	• Benzerlik
IV. Sınıf Öğretmen Adayları	• Matematiksel olarak ifade etme • Rastgele değer verme	• Yamuk • Üçgen	• Açı-kanar bağıntısı • Özel üçgenler
Matematik Öğretmenleri	• Sözel olarak ifade etme • Matematiksel olarak ifade etme • Rastgele değer verme	• Dörtgen • Dikdörtgen	•

Matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik strateji tahminleri karşılaştırıldığında, I ve IV. sınıf öğrencilerinin belirlenen 3 ana temayı da ifade ettikleri görülmektedir. II. sınıf öğretmen adayları ile matematik öğretmenlerinin, formül kullanma ve başka bir şekle dönüştürme ana temalarını kullandıkları, III. sınıf öğretmen adaylarının ise formül kullanma ve geometrik özelliklerden faydalanma ana temalarını kullandıkları belirlenmiştir.

Formül kullanma ana teması altındaki alt temaların kullanımları incelendiğinde III. sınıf öğretmen adayları ile matematik öğretmenlerinin sözel olarak ifade etme, matematiksel olarak ifade etme ve rastgele değer verme olmak üzere bütün alt temaları ifade ettikleri belirlenmiştir. II ve IV. sınıf öğretmen adayları matematiksel olarak ifade etme ve rastgele değer verme alt temalarını kullanırken, I. sınıf öğretmen adaylarının ise sözel olarak ifade etme ve rastgele değer verme alt temalarını kullandıkları belirlenmiştir.

Başka bir şekle dönüştürme ana teması altındaki temalara bakıldığında I. sınıf öğretmen adaylarının sadece dörtgene dönüşümü yapılacağını söyledikleri, IV. sınıf öğretmen adaylarının yamuk ile üçgen, matematik öğretmenlerinin ise dörtgen ve dikdörtgen ifadelerini kullandıkları görülmüştür. II. sınıf öğretmen adayları yamuk, kare, dikdörtgen ve üçgen olmak üzere şeklin, 4 şekle dönüştürülebileceğini ifade ettikleri belirlenmiştir. III. sınıf öğretmen adayları ise herhangi bir yorumda bulunmamışlardır.

Geometrik özelliklerden faydalanma ana temasında ise I ve III. sınıf öğretmen adaylarının benzerlik özelliğini kullandıkları görülürken, IV. sınıf öğretmen adaylarının açı-kenar bağıntısı ve özel üçgenleri kullandıkları belirlenmiştir. II. sınıf öğretmen adayları ile matematik öğretmenlerinin ise herhangi bir yorum yapmadıkları belirlenmiştir.

Matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının problemin amacına yönelik görüşlerinin karşılaştırmasına yönelik bulgular aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Tablo 42. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Üçüncü Problemin Amacına Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Problemdeki eksiklikleri bulabilme	✓				✓
Farklı bakış açısı kazandırabilme	✓			✓	
Düşünme becerisini geliştirebilme	✓	✓	✓		✓
Probleme nasıl yaklaştığını görebilme	✓		✓		✓
Yükseklik çizmeyi öğretebilme	✓	✓		✓	
Olumsuz önyargıyı kırabilme	✓				
Öğrencinin düşünme biçimini görebilme	✓				
Bilgiyi kullanabilme		✓			
Üçgen alanını bulabilme		✓	✓		✓
Kapalı bir şekli açık olarak düşünebilme		✓			
Uzunlukları tahmin edebilme		✓			
Hayal edebilmesini sağlama		✓			
Alan hesabı için hazırbulunuşluk seviyesini belirleyebilme		✓	✓	✓	✓
Üçgen tabanını belirleyebilme		✓		✓	
Şeklin özelliklerini anlayabilme		✓			
Düzgün olmayan şekillerin alanının bulunabileceğini gösterme			✓		
Ne yapılması gerektiğini görebilme			✓		
Sayısal veri olmadan da düşünebilme			✓		
Öğrencinin kendi problemini oluşturup çözebilmesi				✓	
Şekli düzgün bir şekle dönüştürebilme				✓	✓
Neyi, ne için yaptığını öğretebilme				✓	
Geometrik özelliklerin hangisini sağlandığını gösterebilme				✓	
Hayal edebilmesini sağlama				✓	✓
Öğrencinin düşünme biçimini görebilme					✓
Analitik düşünmesini sağlama					✓
Verilenlerden bütünü elde edebilme					✓

Tablo incelendiğinde I. sınıf öğretmen adaylarının problemin amacı için problemdeki eksiklikleri belirleyebilme, öğrenciye farklı bakış açısı kazandırabilme, düşünme becerilerinin geliştirilmesi, nasıl bir yol izlenebileceğini görebilme gibi ifadeler kullandıkları görülmektedir. Öğretmen adaylarının diğer gruplardan farklı olarak öğrencilerin matematiğe karşı olan olumsuz önyargılarını ortadan kaldırmak için sorulabilecek bir problem olduğunu söyledikleri tespit edilmiştir.

II. sınıf öğretmen adaylarının, şeklin alanını bulabilme, şeklin kenarlarını ve yüksekliklerini belirleyebilme, bu doğrultuda hayal edebilmelerini sağlama, hazırbulunuşluk seviyelerini belirleyebilme ve düşünme becerilerini geliştirebilme gibi ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Diğer gruplardan farklı olarak ise öğrencilerin önceden sahip oldukları bilgiyi kullanabilmeyi söyledikleri görülmüştür.

III. sınıf öğretmen adaylarının, şeklin alanını bulabilme, hazırbulunuşluk seviyelerini belirleyebilme, nasıl bir yol izleneceğini görebilme, düşünme becerilerini geliştirebilme şeklinde görüşlerini belirtikleri görülmektedir. Diğer gruplardan farklı olarak ise öğrencilere düzgün olmayan şekillerinde alanının bulunabileceğini gösterebilme ifadesini kullandıkları belirlenmiştir.

IV. sınıf öğretmen adaylarının öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerini belirleyebilme, düşünme becerilerinin geliştirilmesi, taban ve yüksekliği belirleyebilme, öğrencinin hayal edebilmesini sağlama gibi görüşlerde bulundukları belirlenmiştir. Farklı olarak, öğrencinin kendi problemini oluşturması ve bu doğrultuda elde edilen problemin çözümünün sağlanmasını ifade ettikleri tespit edilmiştir.

Matematik öğretmenleri ise alanın belirlenebilmesi, düşünme becerilerinin geliştirilmesi, hayal edebilmelerinin sağlanması, şekli başka bir şekle dönüştürmenin sağlanabilmesi, problemdeki eksiklerin bulunabilmesi gibi ifadeler kullanmışlardır. Öğretmen adaylarından farklı olarak, şekilde verilenlere göre bütünü elde etmenin sağlanabilmesi olarak ifade etmişlerdir.

Problemin amacı için ifade edilenler incelendiğinde öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesinin belirlenebilmesini I. sınıf öğretmen adayları hariç diğer tüm grupların kullandıkları görülmektedir. Öğrencilerin hayal edebilmesini sağlayabilme amacını, II ve IV. sınıf öğretmen adayları ile matematik öğretmenlerinin ifade ettikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin düşünme becerilerinin geliştirilmesini ise tüm gruplarının ifade ettikleri tespit edilmiştir.

Matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının problemde bulunan matematiksel kavramlar, öğrencilerin probleme nasıl başlayacaklarına ve problemin öğrenci seviyesine uygunluk düzeyine yönelik görüşleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 43. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Üçüncü Problemdeki Matematiksel Kavramlara Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Üçgen	✓	✓		✓	✓
Açı	✓	✓	✓	✓	✓
Kenar	✓	✓	✓	✓	✓
Alan	✓	✓	✓	✓	✓
Yükseklik	✓	✓	✓	✓	
Dört işlem	✓			✓	✓
Alan hesabı	✓	✓			✓
Sinüs teoremi	✓		✓		
Alan formülü	✓				
Benzerlik		✓	✓	✓	
Üçgenin alanı		✓	✓	✓	
Yamuk		✓			
Kenar bağıntısı			✓		
Oran-orantı			✓		
Büyüklük küçüklük			✓		
Taban			✓		
Pisagor teoremi				✓	
Yöndeş açılar				✓	
Trigonometri					✓
Tümevarım					✓

Matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının üçüncü problemde bulunan matematiksel kavramlarına yönelik görüşleri incelendiğinde bütün grupların birbirlerine benzer ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Bu kapsamda üçgen, açı, kenar, yükseklik, taban, yamuk, benzerlik, açı kenar bağıntıları, dört işlem, yöndeş açılar gibi kavramları kullanmışlardır. Ancak geometrik özellikleri I. sınıf öğretmen adayları hariç diğer gruplar kullandıkları görülmüştür. Bunun yanında tümevarım kavramını ise sadece matematik öğretmenlerinin kullandıkları tespit edilmiştir.

Tablo 44. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Üçüncü Probleme Nasıl Başlanacağına Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Kenarların verildiğini kabul ederek	✓				
Alan formüllerini düşünerek	✓		✓		✓
Doğrudan değer vererek	✓	✓			
Şeklin özelliklerini anlamaya çalışarak	✓				✓
Yüksekliği belirleyerek	✓	✓	✓	✓	
Şeklin kenarları isimlendirerek	✓		✓	✓	
Şeklin alanını tarayarak		✓			
Üçgenler arasındaki bağıntıyı görmeye çalışarak		✓	✓	✓	
Alanları tahmin etmeye çalışarak		✓			
Şeklin köşelerini isimlendirerek			✓		
Açılara değer vererek				✓	
Başka bir şekle dönüştürerek				✓	✓
İki ayrı üçgen olarak değerlendirerek					✓

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacakları incelendiğinde bütün grupların benzer şekilde kenarlara değerler vererek, alan formüllerini düşünerek, doğrudan değer vererek, yüksekliği belirleyerek, şeklin özelliklerini düşünerek, iki ayrı üçgen olarak düşünerek gibi ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Problemin güçlük düzeyine yönelik görüşlere ait veriler ise aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 45. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Üçüncü Problemin Güçlük Düzeyine Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Kolay	✓	✓		✓	✓
Orta	✓	✓	✓		
Zor	✓	✓	✓	✓	✓

Problemin öğrenci seviyesine uygunluğu incelendiğinde I. ve II. sınıf öğretmen adaylarının kolay, orta ve zor olarak ifade ettikleri görülürken, IV. sınıf öğretmen adayları ile matematik öğretmenlerinin kolay ve zor olarak ifade ettikleri belirlenmiştir. III. sınıf öğretmen adayları ise problemin öğrenci seviyesine uygunluğunu orta ya da zor olarak belirledikleri tespit edilmiştir.

4.4. Dördüncü Probleme Ait Bulgular

Ortaokul öğrencilerine dördüncü olarak *"Her katta bir görevlinin bulunduğu yedi katlı bir iş merkezinin son katında ofisi olan Can Bey, günlük gazete almaktadır. Bu iş yerinde gazeteler şu kurala göre dağıtılır. Her görevli kendisine ulaşan gazetelerin yarısını o kata dağıtıp kalanını üst kata göndermektedir. En üst katta sadece Can Bey gazete aldığına göre bu iş merkezine günde kaç tane gazete gelmektedir? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız."* problemi sorulmuştur. Matematiksel düşünmenin *"genelleme"* bileşeni kapsamında sorulan bu problemle, öğrencilerden problemde verilenlerden belirli bir kural elde etmeleri ve bu kural doğrultusunda sonuca ulaşmaları istenmektedir. Bu bağlamda, verilerin belirli bir düzen doğrultusunda ilerlediğini görmeleri hedeflenmektedir. Aynı zamanda matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının problemle ilgili görüşleri de incelenmiştir.

4.4.1. Ortaokul Öğrencilerinin Dördüncü Problemde Kullandıkları Stratejiler

Ortaokul öğrencilerinin dördüncü probleme vermiş oldukları cevaplar, çözüme ulaşmaları bakımından incelendiğinde şu veriler elde edilmiştir:

Tablo 46. Öğrencilerin Dördüncü Probleme Yönelik Çözüme Ulaşma Düzeyleri

Çözüme Ulaşma	Frekans
Yanlış Çözüm	30
Yanlış Stratejiyle Doğru Çözüm	0
Doğru Stratejiyle Yanlış Çözüm	16
Kısmen Doğru Çözüm	0
Doğru Çözüm	50
Toplam	96

Yukarıdaki tablo incelendiğinde, öğrencilerin büyük çoğunluğun problemi doğru olarak (n=50) yaptığı görülmektedir. Bunun yanında diğer öğrencilerin problemi ya yanlış çözdükleri (n=30) ya da doğru stratejiyle başlayıp yanlış sonuca ulaştıkları (n=16) belirlenmiştir. Yanlış stratejiyle başlayıp doğru çözüm ya da kısmen doğru çözüm yapmadıkları tespit edilmiştir. Burada problemin seçeneklerden oluşmaması ve tek bir sonucun olması bu seçeneklerin ortaya çıkmamasına neden olduğu söylenebilir.

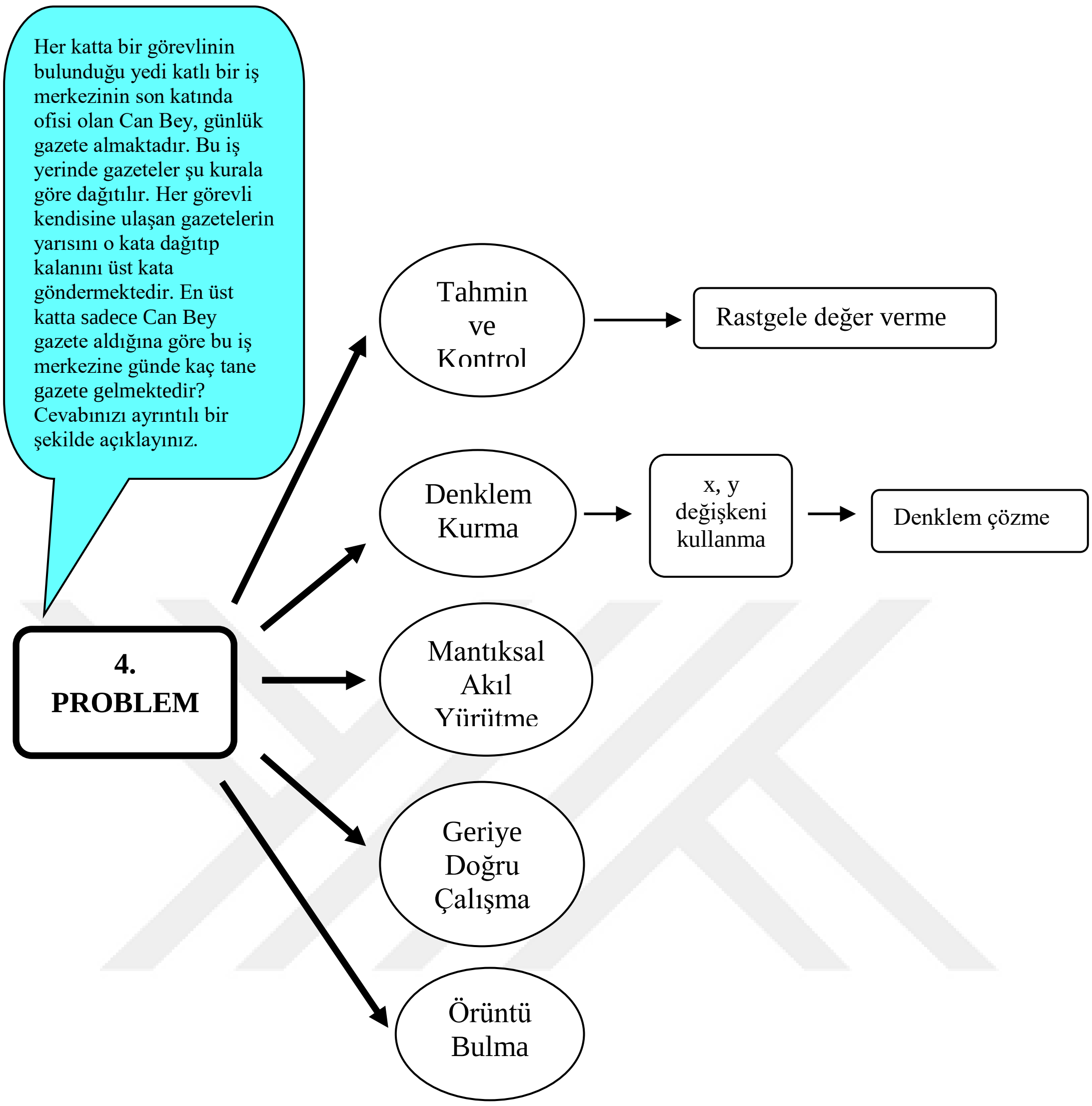
Ortaokul öğrencilerinin vermiş oldukları cevaplar, problemin çözümünü açıklama biçimi yönünden incelendiğinde aşağıdaki veriler elde edilmiştir:

Tablo 47. Öğrencilerin Dördüncü Probleme Yönelik Çözümlerini Açıklama Biçimleri

Açıklama Biçimi	Frekans
Sözel İfade Kullanımı	11
Matematiksel İfade Kullanımı	4
Sözel ve Matematiksel İfade Kullanımı	25
Şekil ve Sözel İfade Kullanımı	4
Şekil ve Matematiksel İfade Kullanımı	10
Şekil, Sözel ve Matematiksel İfade Kullanımı	42
Toplam	96

Tablo incelendiğinde ortaokul öğrencilerinin büyük çoğunluğunun şekil, sözel ve matematiksel ifadeleri birlikte kullanarak (n=42) problemi çözmeye çalıştıkları görülmektedir. Daha sonra ise sözel ve matematiksel ifadeleri birlikte kullanarak (n=25) problemi çözmüşlerdir. Bunun yanında sözel ifade kullanımı 11 iken, şekil ve matematiksel ifade kullanımı 10 olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin problemi çözerken problemi açıklama biçimlerinde en az olarak sözel ifade kullanımı (n=4) ile şekil ve sözel ifadenin birlikte kullanımının (n=4) tercih edildiği belirlenmiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun şekil kullanarak problemi çözmeye çalıştıkları görülmektedir. Bunun sebebi olarak öğrencilerin problemi somutlaştırarak çözmeleri gerekliliğini hissetmelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Ortaokul öğrencilerinin dördüncü problemde çözüme ulaşma düzeyleri ve çözümlerini açıklama biçimleri incelendikten sonra problemi çözerken kullanmış oldukları stratejiler doğrultusunda hazırlanmış olan strateji temaları aşağıdaki şekilde ayrıntılı olarak verilmiştir.



Şekil 78. Ortaokul Öğrencilerinin Dördüncü Problemde Kullandıkları Stratejiler

Ortaokul öğrencilerinin dördüncü problem için yapmış oldukları çözümler incelendiğinde 5 ana temanın ortaya çıktığı görülmektedir. Tahmin ve kontrol ana temasında doğrudan değer vererek sonuca ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Denklem kurma ana temasında x, y değişkenlerine bağlı bir bilinmeyenli denklem kurarak problemi çözmeye çalışmışlardır. Mantıksal akıl yürütme, geriye doğru çalışma ve örüntü bulma ana temalarında alt temalar oluşmadan benzer şekilde problemin çözümü için uğraştıkları ortaya çıkmıştır.

Ortaokul öğrencilerinin kullanmış oldukları stratejiler belirlendikten sonra bu stratejilere ait öğrenci frekanslarına yönelik tablo aşağıda verilmiştir.

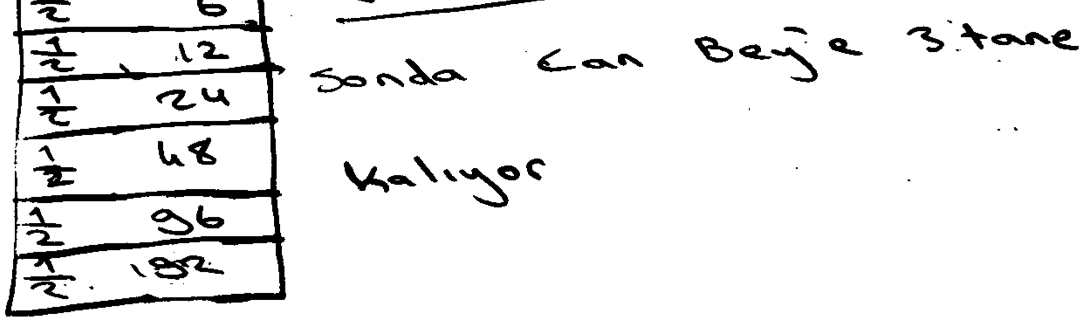
Tablo 48. Dördüncü Problemde Kullanılan Stratejilerin Frekans Dağılımları

Kullanılan Stratejiler	Frekans
Tahmin ve Kontrol	16
Denklem Kurma	8
Geriye Doğru Çalışma	61
Mantıksal Akıl Yürütme	10
Örüntü Bulma	1

Tablo incelendiğinde dördüncü problem için ortaokul öğrencilerinin büyük çoğunluğunun geriye doğru çalışma stratejisini (n=61) kullandıkları görülmektedir. Bunun temel sebebi olarak problemde verilenlerin problemin son aşamasında yer almasından dolayı, öğrencilerin bilinenden yola çıkmak istemelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Ayrıca tahmin ve kontrol (n=16), mantıksal akıl yürütme (n=10) ve denklem kurmanın (n=8) da tercih edildiği belirlenmiştir. Ancak örüntü bulma temasının bir öğrenci tarafından kullanıldığı da tespit edilmiştir.

Dördüncü problemin temalarına yönelik açıklamalar ve ortaokul öğrencilerinin çözüm yolu örnekleri aşağıdaki verilmiştir.

- **Tahmin ve Kontrol:** Bu temada öğrenciler, problemde istenene ulaşmak için verilenler arasındaki ilişkiye dikkat etmeden, belirlenen şartları sağlayacak değerleri rastgele vererek hangi değerin sonucu sağladığını kontrol etmektedirler. Bu şekilde problemdeki şartları sağlayacak olan değeri bulmaya çalışmaktadırlar. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimleri aşağıdaki gibidir.



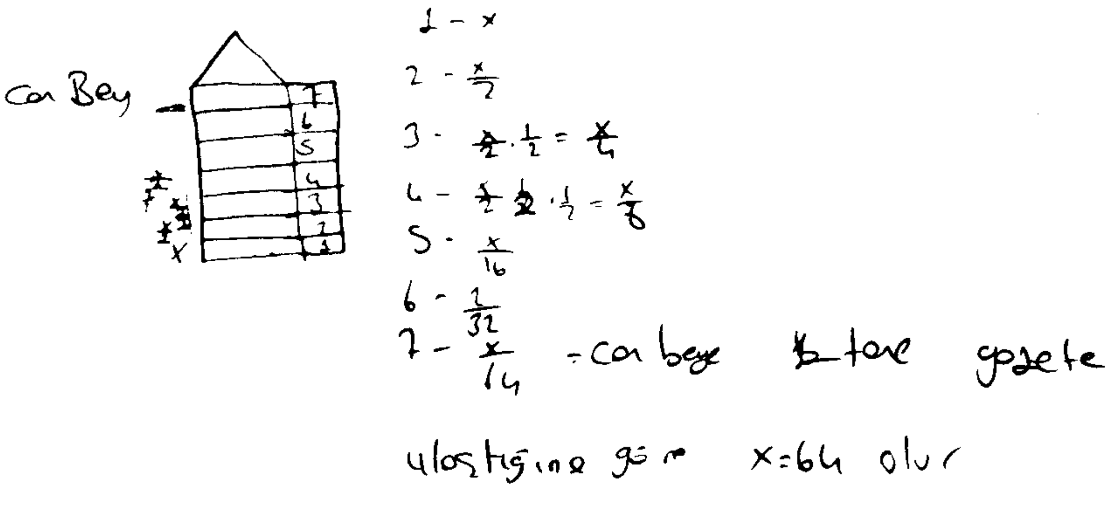
Şekil 79. Ö55'in Dördüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö55’in yaptığı çözüm incelendiğinde öncelikle iş merkezine gelen gazete sayısını 192 olarak belirlediği görülmektedir. Daha sonra problemde verilen kurala dayalı olarak dağıtım yapıldığında Can Beye 3 gazete kaldığını ifade etmiştir. Ancak bu durum problemde verilenlerle uyuşmamaktadır. Bu şekilde doğru sonuca varamadığı belirlenmiştir.

Şekil 80. Ö59’un Dördüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö59’un yaptığı çözüm incelendiğinde iş merkezine gelen gazete sayısını 384 olarak kabul ettiği görülmektedir. Bu şekilde en üst katta dağıtılan gazete sayısını 6 olarak bulduğu belirlenmiştir. Ancak bu sayının problemde verilenlerle aynı olmadığını görünce iş merkezine gelen gazete sayısının 384 olduğunu ifade etmeden çözümü bitirdiği görülmektedir.

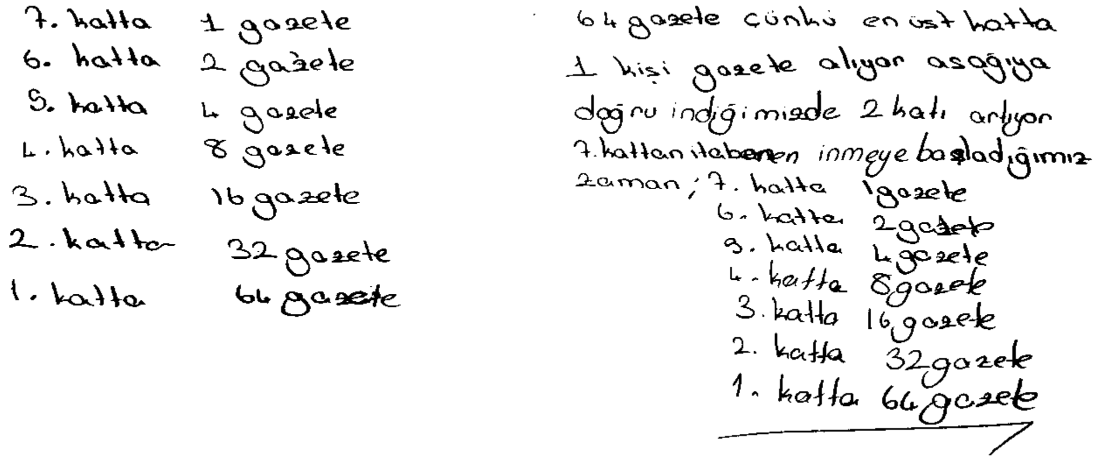
- **Denklem Kurma:** Bu tema, problemde verilenlere dayalı olarak denklem kurmaya yöneliktir. Bu şekilde kurulan denklemin çözülmesiyle problemde istenen değerin bulunması hedeflenmektedir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 81. Ö89’un Dördüncü Problem için Yaptığı Çözüm

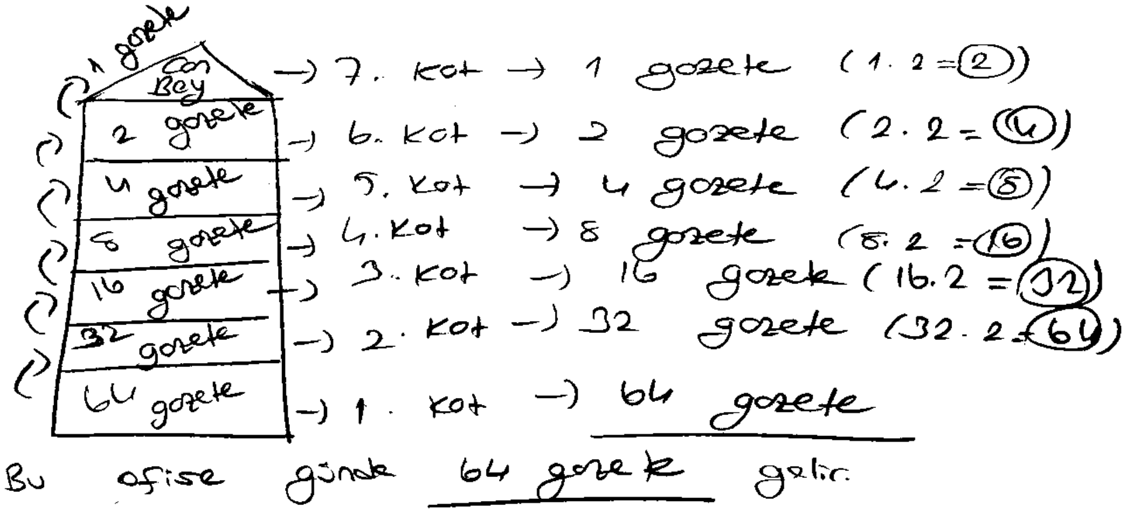
Ö89’un yaptığı çözüm incelendiğinde, 7 katlı bir iş merkezi çizdiği ve bu iş merkezine gelen gazete sayısını x olarak belirlediği görülmektedir. Daha sonra gazetelerin yarısının dağıtılmasıyla en üst kata kalan gazete sayısını x'e bağlı olarak bulmuştur. Bu şekilde elde ettiği ifadeyi bire eşitleyerek iş merkezine gelen gazete sayısını bulup 64 şeklinde ifade etmiştir.

- **Geriye Doğru Çalışma:** Bu tema, problemde verilenlerin değerlendirilmesiyle verilen kuralın ters bir şekilde uygulanmasına yöneliktir. Problemin başlangıç bölümünde verilenlerin olmaması ve sonuç kısmında verilenlerin olması öğrenciyi, problemde verilen işlemin tersini yapmaya yöneltmektedir. Bu şekilde, verilen kuralın tersinin yapılmasıyla problemde istenene ulaşılması hedeflenmektedir. Bu stratejiye yönelik örnek çözüm biçimleri aşağıdaki gibidir.



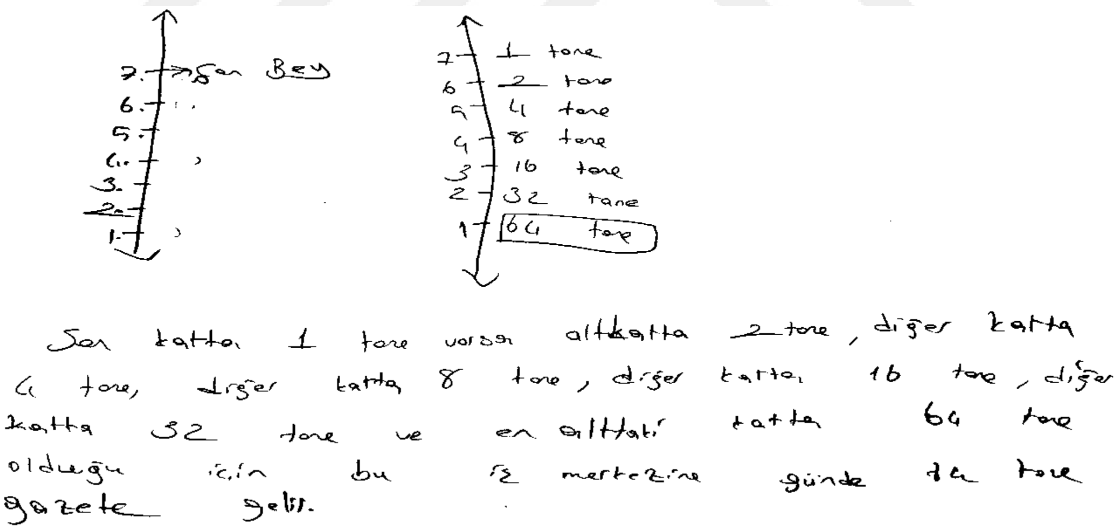
Şekil 82. Ö28'in Dördüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö28'in yaptığı çözüme bakıldığında, şekil çizmeden katlara kaçar tane gazete sayısının geleceğini teker teker ifade ettiği görülmektedir. Bunu yaparken öncelikle en üst katta bir tane gazetenin dağıtıldığına odaklandığı belirlenmiştir. İşlemlerini yaparken ayrıntıya girmeden doğrudan sonuçları yazarak sonucu bulmaya çalışmıştır. Bu şekilde en üst katta bir kişinin gazete almasından dolayı, iş merkezine 64 gazetenin geldiğini ifade etmiştir.



Şekil 83. Ö34'ün Dördüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö34'ün yaptığı çözüm incelendiğinde öncelikle verilenleri somutlaştırmak için 7 katlı bir iş merkezi çizerek şekil üzerinde verilenleri belirttiği görülmektedir. Problemde verilenleri değerlendirirken işlemlere tersten başladığı belirlenmiştir. Bunun yanında işlemlerini ayrıntılı bir şekilde ifade edip bu şekilde sonuca ulaştığı tespit edilmiştir.



Şekil 84. Ö53'ün Dördüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö53'ün yaptığı çözüme bakıldığında, problemde verilenleri somutlaştırmak için şekil çizdiği ve bu şekil üzerine verileri yerleştirdiği görülmektedir. Verilerin açıklamasını ayrıntılı bir şekilde yaparak geriye doğru gelmiştir. Bu şekilde iş merkezine gelen gazete sayısının ne kadar olduğunu bulmuştur.

- **Mantıksal Akıl Yürütme:** Bu temada, problemin çözümünde mantık yürüterek verileri birbiriyle ilişkilendirmeyle sonuca ulaşmak hedeflenmektedir. Stratejiye yönelik örnek çözüm biçimleri aşağıdaki gibidir.

7.7=49'dur. Çünkü yedi kat var
ve bir hafta yedi gün olduğundan
7 ile 7'yi çarptım ve cevap=49 buldum.
Bu iş merkezine günde 49 gazete
geliyor.

Şekil 85. Ö5'in Dördüncü Problem için Yaptığı Çözüm

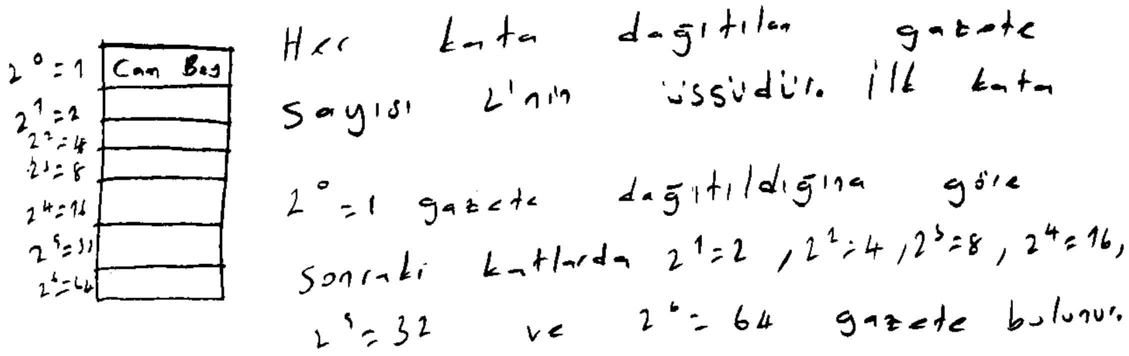
Ö5 yaptığı çözümde, 7 katlı iş merkezi ile haftanın 7 günü arasında bir bağlantı kurmaya çalıştığı görülmektedir. Bu bağlantı sonucunda iş merkezine gelen gazete sayısını 49 olarak ifade ettiği belirlenmiştir. Ancak yapmış olduğu bağlantının hatalı olmasından dolayı sonucu yanlış bulduğu tespit edilmiştir.

Her katta 1 görevli varsa ve ofis 7 katlıysa
kişi başına 1 gazete düştüğü için ofise her gün
7 tane gazete gelmiş olur. Çükü kişi başına
düşen 1 gazetedir.

Şekil 86. Ö42'nin Dördüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö42'nin yaptığı çözümde, görevli sayısı ile 7 katlı iş merkezi arasında bir bağıntı kurmaya çalıştığı görülmektedir. Her görevlinin bir gazete aldığını kabul edip ve iş merkezi 7 katlı olduğundan dolayı iş merkezine 7 gazetenin geldiğini ifade etmiştir. Ancak kurduğu bu bağlantının hatalı olmasından dolayı sonucu doğru olarak bulamamıştır.

- **Örüntü Bulma:** Bu tema, problemde veriler arasında bir bağıntı kurarak belirli bir düzen çerçevesinde kural oluşturmasına dayalıdır. Bu şekilde, ulaşmak için belirlenen kural çerçevesinde istenene kolayca ulaşabilmektedir. Stratejiye yönelik örnek çözüm şekli aşağıdaki gibidir.

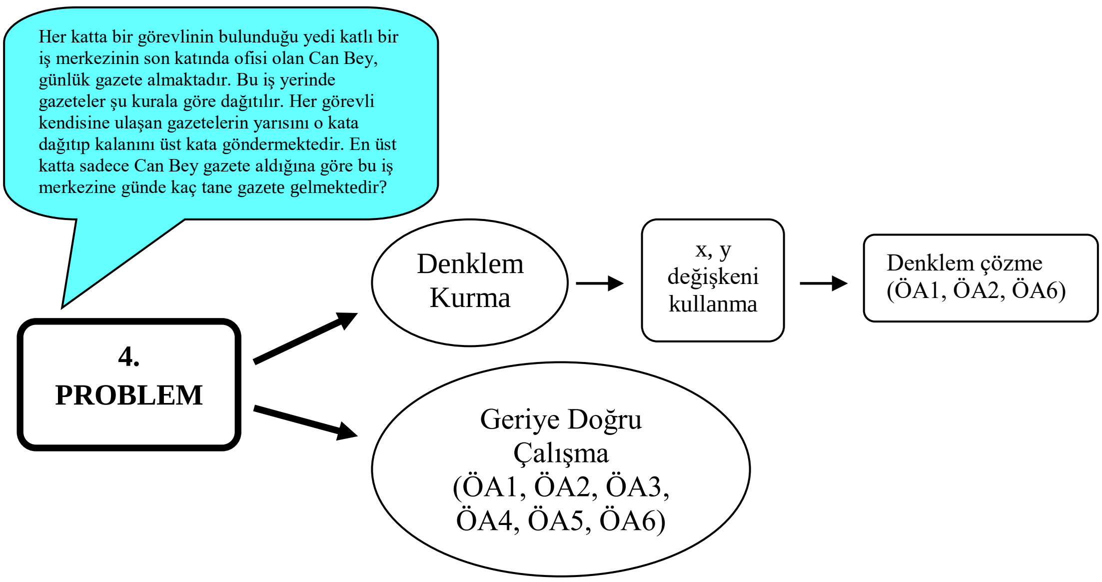


Şekil 87. Ö79'un Dördüncü Problem için Yaptığı Çözüm

Ö79'un yapmış olduğu çözüm incelendiğinde öncelikle problemde verilmiş olan kuralı belirli bir düzen içinde belirlemeye çalıştığı görülmektedir. Bu şekilde problemde kural olarak verilen, yarısının dağıtılması ifadesini 2'nin üssü olarak ifade ettiği belirlenmiştir. Bu şekilde belirlediği kuralla iş merkezine gelen gazete sayısını kolaylıkla bulabilmiştir.

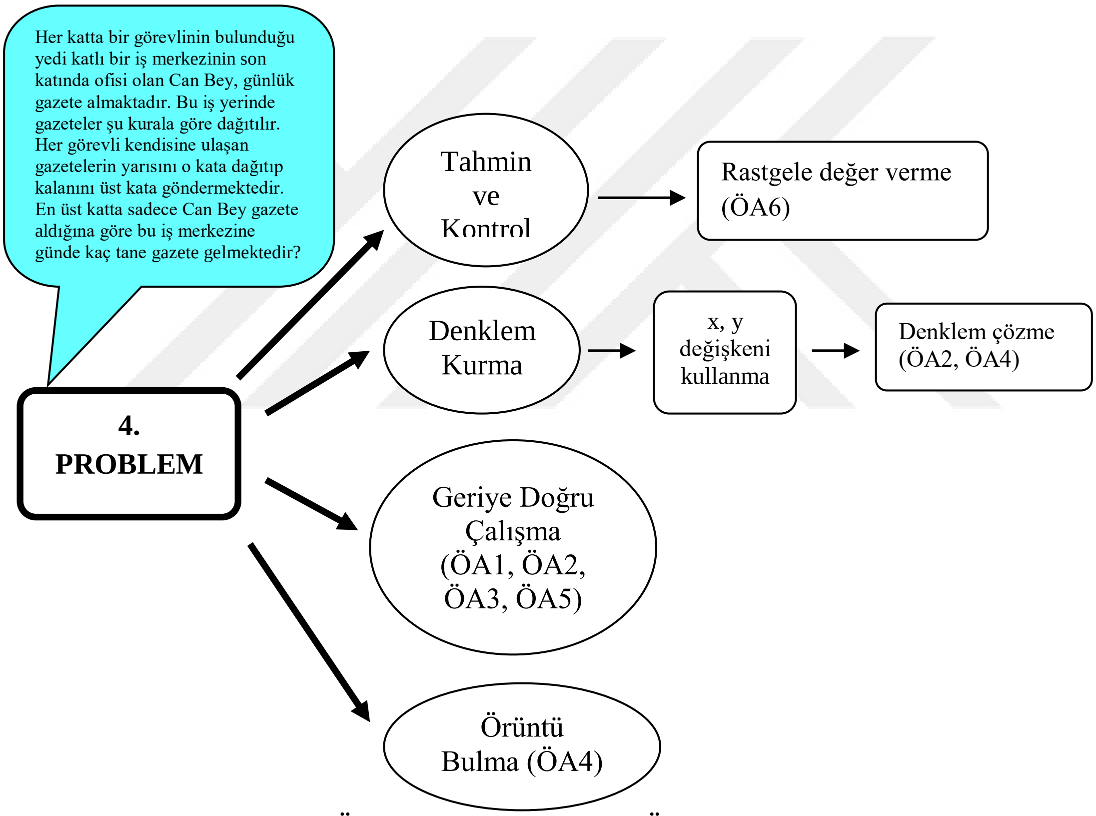
4.4.2. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Probleme Yönelik Görüşleri

Birinci sınıf öğretmen adaylarından dördüncü problemle ilgili görüşleri alınırken öncelikle problemi kendilerinin nasıl çözeceklerine yönelik fikirleri alınmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 88. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Birinci sınıf öğretmen adaylarının dördüncü problemi nasıl çözdükleri incelendiğinde belirlenen 5 ana temadan denklem kurma ve geriye doğru çalışma olmak üzere iki ana temayı kullandıkları belirlenmiştir. Denklem kurma ana temasında, x, y türünden değişken kullanarak elde edilen ifadenin çözümüyle sonuca ulaştıkları görülmüştür. Geriye doğru çalışma ana temasında ise problemde verilenlere göre problemin sonundan itibaren geriye doğru gelerek sonuca ulaştıkları tespit edilmiştir. Denklem kurma ana temasını 3 öğretmen adayı tercih ederken geriye doğru çalışma ana temasını ise öğretmen adaylarının tamamının tercih ettiği görülmektedir. Birinci sınıf öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik strateji tahminleri incelendiğinde ise aşağıdaki şekil elde edilmiştir.



Şekil 89. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Birinci sınıf öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik strateji tahminleri incelendiğinde belirlenen 5 ana temadan tahmin ve kontrol, denklem kurma, geriye doğru çalışma ve örüntü bulma olmak üzere 4 ana tema üzerinde yorum yaptıkları belirlenmiştir. Birer öğretmen adayı tahmin ve kontrol ile örüntü bulma ana temalarını ifade ederken, 2 öğretmen adayı x, y değişkenine bağlı denklemin kurulmasıyla denklem çözümüne dayalı olarak tespitlerde bulunmuşlardır. 4 öğretmen adayının ise geriye doğru çalışma üzerinde durdukları belirlenmiştir. Bunun yanında mantıksal akıl yürütme üzerinde herhangi bir yorum yapmadıkları görülmektedir.

Birinci sınıf öğretmen adaylarının, dördüncü problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri belirlenen kategoriler altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 49. Birinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Bölme işlemini kavratabilme (ÖA1) Dikkati ölçebilme (ÖA2) Üslü sayıları öğretebilme (ÖA3) Problemin nasıl çözüldüğünü gösterebilme (ÖA4) Düşünme becerisini geliştirebilme (ÖA5) Tersten düşünebilme (ÖA6) Sözel ifadeyi matematiksel ifadeye dönüştürebilme (ÖA6)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Dört işlem (ÖA1, ÖA2, ÖA3) Denklem kurma (ÖA1, ÖA2, ÖA5) Mantık yürütebilme (ÖA1) Tersten gelme (ÖA1) Üslü sayılar (ÖA3) Sayı (ÖA4) Yarı (ÖA4) Kaç tane (ÖA4) Problem çözme (ÖA5) Bölme-bölünebilme (ÖA6)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Problemin sonundan hareket ederek (ÖA1, ÖA2, ÖA3, ÖA5) Verilenleri yazarak (ÖA4) Verilenleri matematiksel olarak ifade ederek (ÖA6)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Kolay (ÖA2, ÖA3, ÖA4) Orta (ÖA1, ÖA5) Zor (ÖA6)

Tablo incelendiğinde birinci sınıf öğretmen adaylarının problemin amacı için düşünme becerisinin geliştirilmesi, problemin sonundan başına doğru gelebilmesi, sözel ifadeyi matematiksel ifadeye dönüştürebilmesi, üslü sayıları öğretebilme, dikkati ölçme gibi görüşlerde bulundukları görülmektedir. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Öğrenci dikkat ediyor mu etmiyor mu, çünkü mesela görevliyle başladı olaya, görevliyle ilgili bir soru dedim. Ona bakmıştır yani." (ÖA2)

"Bu soru biraz x'li y'li değil de düşünmeyi gerektiren bir soru. Doğru düşünmediği zaman bunun cevabını 7 de bulabilir." (ÖA5)

"Öğrenci acaba sondan başlayarak problemi çözebiliyor mu, okuduklarını matematik diline çevirebiliyor mu?" (ÖA6)

Öğretmen adaylarının problemde bulunan matematiksel kavramlara yönelik görüşleri alındığında mantık yürütme, denklem kurma, problem çözme, üslü sayılar, bölme-bölünebilme, dört işlem gibi ifadeler elde edilmiştir. Buna yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri aşağıdaki şekildedir.

"Çarpma, tersten gelme, mantık kurma, denklemi birbirine eşitleme var." (ÖA1)

"Bana soracak olursanız sadece çarpma var ama denklemle çözülebilecek bir soru." (ÖA2)

"Üslü sayılar, çarpma, görme de işin içine girebilir, sağlama yapmak isterse. Başka da bir durum gözükmüyor." (ÖA3)

Probleme öğrencilerin nasıl başlayacakları incelendiğinde 4 öğretmen adayının problemin sonundan hareket ederler şeklinde ifade ettikleri görülmektedir. Bunun yanında verilenleri yazarak ve verilenleri matematiksel olarak ifade ederek şeklinde ifadeler de kullandıkları belirlenmiştir. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Bence x'lerle uğraşmaz, 1, 2 katı şeklinde ilerler. En son sayının belli olduğu kattan başlamak gelir. Çünkü x'lerle uğraşınca insanın neye ne verdiği bazen karışabiliyor. Bilinenden yarımken iki katını alıyoruz ya, o yüzden tersten başlamıştır diye düşünüyorum." (ÖA1)

"İyi bir öğrenci hiçbir bilgiyi kaçırmamak için önce bilgilerin hepsini yazar. Genelde öğrenciler sorunun tamamını okuyor, ondan sonra aklında kaldığı kadarıyla çözüyor. Önce sorunun tamamını okuyor, genel olarak öğreniyor." (ÖA4)

"Eğer şekilli yapacaksa benim gibi bir apartman çizmeye başlayabilir. Ama öğrenciler ikiye ayrılacaktır. Ama ilkin ben bunları nasıl sayısal bir ifadeye dönüştürebilirim düşüncesiyle kalır." (ÖA6)

Problemin öğrenci seviyesine uygunluğu incelendiğinde 3 öğretmen adayının problemin kolay olduğunu ifade ettikleri belirlenmiştir. Bunun yanında 2 öğretmen adayı problem için orta düzeyde derken, 1 öğretmen adayının ise zor bir problem dediği görülmektedir. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

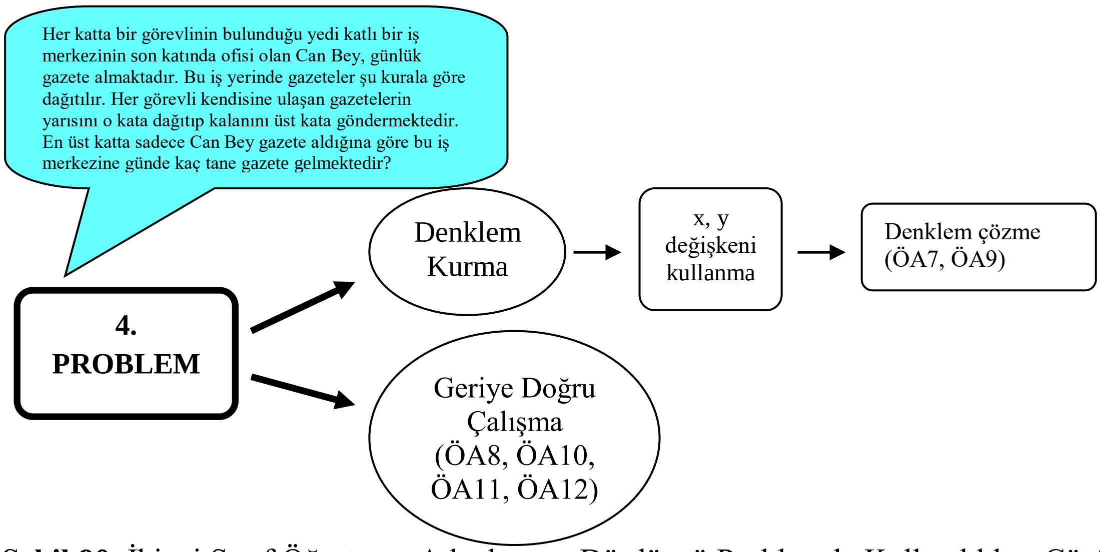
"Zor değil. Çünkü aslında düzeye göre değişir de orta düzeyde mantık yürüterek doğru yapılabilecek bir soru." (ÖA1)

"Bence yapar, 2'nin katlarını alabiliyorsa yapar." (ÖA3)

"Zor, çünkü en başta öğrenci nerden başlayacağını bilemez, acaba toplam gazeteden mi, yoksa Can Beyin olduğu kattan mı başlamalı. Bir kere öğrenciler ikiye ayrılacak. Seçimlerine göre. Can Beyden başlayan buraya iki derse veya 3 derse belki de çok farklı şeyler olabilir." (ÖA6)

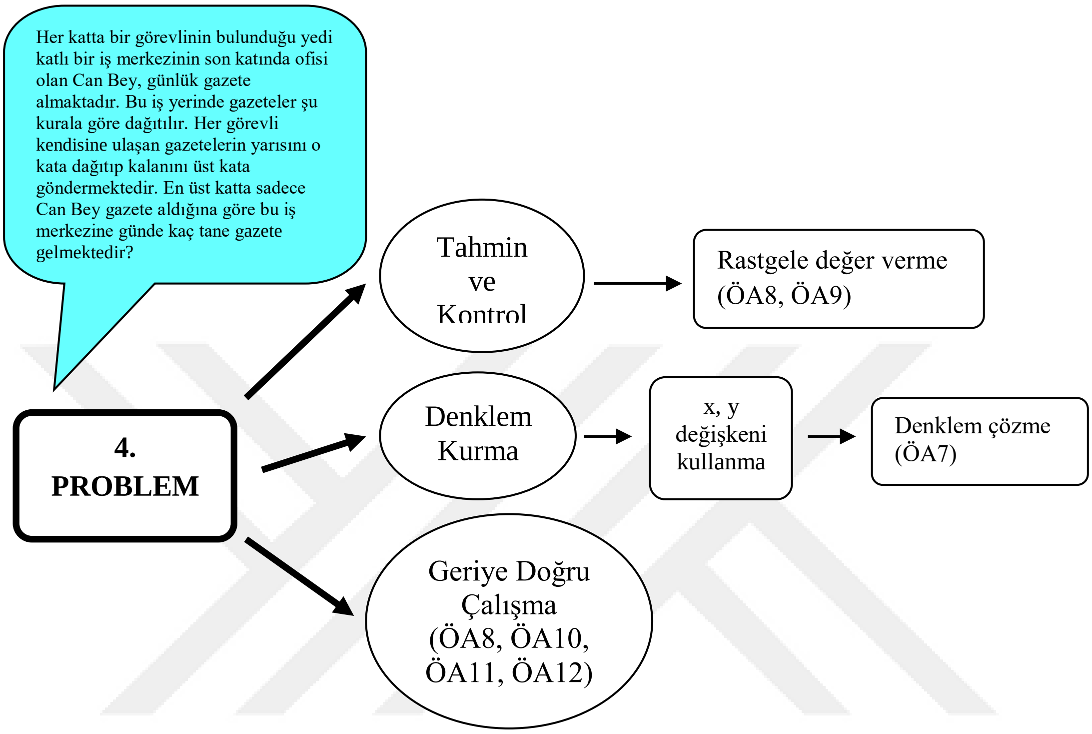
4.4.3. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Probleme Yönelik Görüşleri

İkinci sınıf öğretmen adaylarından dördüncü problemle ilgili görüşleri alınırken ilk olarak problemi kendilerinin nasıl çözeceklerine yönelik fikirleri alınmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 90. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Öğretmen adaylarının yapmış oldukları çözümler incelendiğinde 5 ana temadan denklem kurma ve geriye doğru çalışma stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir. Denklem kurma ana temasında x, y türünden değişken kullanıp elde edilen denklemlerin çözülmesiyle sonucu elde etmeye çalışmışlardır. Geriye doğru çalışma ana temasını ise 4 öğretmen adayının tercih ederek problemi çözdükleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik strateji tahminleri ise aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 91. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Öğretmen adaylarının öğrencilere yönelik strateji tahminleri incelendiğinde belirlenen 5 ana temadan tahmin ve kontrol, denklem kurma ve geriye doğru çalışma olmak üzere 3 ana temayı kullandıkları belirlenmiştir. Tahmin ve kontrol ana temasını 2 öğretmen adayının tercih ederek yorumda bulundukları görülmektedir. Denklem kurma ana temasında x, y türünden değişkenle elde edilen denklemin çözülmesiyle sonuca ulaşılmasını ise 1 öğretmen adayının ifade ettiği tespit edilmiştir. 4 öğretmen adayının ise geriye doğru çalışma stratejisi üzerinde yorum yaptıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının bu ana temalar dışında yer alan mantıksal akıl yürütme ve örüntü bulma ana temaları üzerinde ise herhangi bir yorum yapmadıkları görülmektedir.

İkinci sınıf öğretmen adaylarının dördüncü problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri, belirlenen kategoriler altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 50. İkinci Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Tersten düşünebilme (ÖA8, ÖA10, ÖA11) Problem çözme becerisini geliştirebilme (ÖA7) Günlük hayatla ilişkilendirebilme (ÖA7) Bölme işlemini kavratabilme (ÖA9) Parçadan bütüne gidebilme (ÖA10) Kat ilişkisini anlayabilme (ÖA12) Üslü sayıları öğretebilme (ÖA12)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Dört işlem (ÖA7, ÖA8, ÖA9, ÖA10) Mantık yürütme (ÖA7, ÖA11) Üslü sayılar (ÖA9, ÖA12) Bilinmeyen (ÖA7) Denklem kurma (ÖA7) Oran-orantı (ÖA8) Örüntü (ÖA10) Ardışık sayılar (ÖA10) Yarı (ÖA10) Katlar (ÖA12)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Verilenleri somutlaştırarak (ÖA8, ÖA11) Problemin sonundan hareket ederek (ÖA10, ÖA12) Doğrudan değer vererek (ÖA9) Değişkenleri isimlendirerek (ÖA7)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Kolay (ÖA7, ÖA10, ÖA11, ÖA12) Orta (ÖA8) Zor (ÖA9)

Tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının problemin amacına yönelik olarak çoğunlukla tersten düşünebilme ifadesini kullandıkları görülmektedir. Bunun yanında problem çözme becerisini geliştirebilme, günlük hayatla ilişkilendirebilme, parçadan bütüne gidebilme, üslü sayılar, katlar, bölme işlemini kavratabilme gibi ifadeler de kullandıkları belirlenmiştir. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Amacı, problem çözme becerisini geliştirmek. Mesela günlük hayatla ilişkilendirme de olabilir." (ÖA7)

"Bence tersten düşünme yeteneğinin kazandırılması. Nasıl tersten düşünme, en üste bir gazete ulaşıyor, en baştaki veriyi bilmiyoruz ama sondaki veriyi biliyoruz. Öğrenci bunu tersten düşünecek, iki katını ala ala aşağı indiği zaman gazete sayısına ulaşacak." (ÖA8)

"Genelde soruyu bütünden parçaya alıyoruz ama burada parçadan bütüne almamız gerekiyor. Tam tersini düşündürmeye çalışmış bence. Çünkü genelde parçalıyoruz. Ama burada küçükten genele gidiyoruz. Ama ben bu soruyu görsem, çok uzun derim, niye bu kadar uzun derdim. Kısa sorulara alışkınız ya, tek tek çözüyoruz ondan." (ÖA10)

Öğretmen adaylarının problemdeki matematiksel kavramlar için genel olarak dört işlem, mantık yürütme ve üslü sayılar kavramlarını kullanıldıkları görülmektedir. Bunların yanında denklem kurma, oran-orantı, örüntü, ardışık sayılar gibi ifadelerin de kullanıldığı belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının kavramlara yönelik görüşleri şu şekildedir:

"Bölme var, çok işlem var, denklem sistemi var, bilinmeyeni çözme var, mantık yürütme var." (ÖA7)

"Her zaman ki gibi çarpım tablosu, ardışık sayılar var, belli bir dizi olabilir, o sıra diziler yok ama temelde vardır. Sayıların yarısını alma var." (ÖA10)

"Matematiksel kavram bence yok. Tamamen sözele gitmiş gibi tamamen mantık, hani x, y, z, gibi verebileceğim bir değer yok. Ayrıca tablo yok. Sadece modelleme yapılabilir." (ÖA11)

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacaklarına yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri alındığında çoğunlukla verilenleri somutlaştırarak ve problemin sonundan hareket ederek gibi ifadeler kullanıldığı belirlenmiştir. Bunların yanında değişkenleri isimlendirerek ve doğrudan değer vererek gibi ifadelerin de kullanıldığı görülmüştür. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri aşağıdaki gibidir.

"Bilinmeyen sorusu olduğu için demiş ki kaç tane gazete var. Nasıl bir şekilde çözeceğini düşünür ilk başta. Nasıl bir çözüm yolu olacağını düşünür. Sonra nasıl bir sistem kuracağına bakar. Burada tek bir bilinmeyen var, ikinci bilinmeyene gerek yok. Ona da x derim. Soruyu daha sonra okur. Kuralı okur." (ÖA7)

"Belli bir sayıdan gider bence. Mesela ne der, diyelim ki 70 tane gelmiş olsun diye düşünür. Bir sayı düşünür. Yine oran orantı düşünür." (ÖA9)

"Öğrenci binayı çizer bence, ben olsam binayı çizerdim. En üstte zaten Can Bey var. Daha sonrasında soruyu defalarca okurdum gibime geliyor. Altını çizerdim büyük ihtimalle. Büyük ihtimalle ilk önce aşağıdan başlarım ve baya uğraştıktan sonra bir sonuca varamayacağımı görürüm. Sonrasında sorunun diğer tarafına gelirim, bunla uğraştıktan sonra. En üstte sadece Can Bey olduğunu gördükten sonra aşağı doğru inmeye başlar. Devamı gelir. O dönemde zihinsel olarak değil de somut olarak düşünmek çok daha rahat geliyor. Biz bile bazen öyleyiz. O yüzden canlandırmak geliyor insanın aklına." (ÖA11)

Problemin öğrenci seviyesine uygunluğu incelendiğinde ise 4 öğretmen adayının kolay bir problem olduğunu belirttikleri görülmektedir. Birer öğretmen adayının ise problem için orta ve zor bir problem olduğunu ifade ettikleri tespit edilmiştir. Buna yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri ise şu şekildedir:

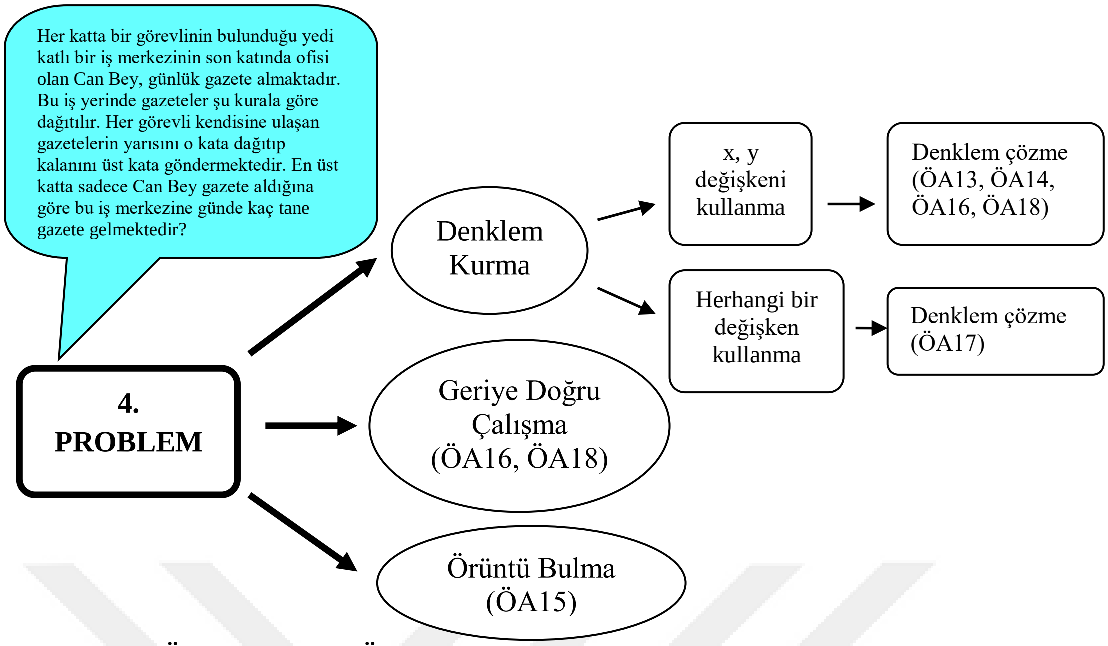
"Zor değil ama anlamak da biraz zaman harcar. Anladıktan sonra zaten tersten düşünecektir." (ÖA8)

"Yine burada bir şey var ve bir kaç tane bir şey yapacaksın. İşlem yapacaksın. Bir de mesela, sadece Can Beyin aldığını yazıyor. Yani bir tane kaldığını söylenmiyor. Can Beyin sadece aldığını söylüyor. Orda mesela onu düşünmez. Yukarıda da Can Bey alıyor yazıyor ya onu düşünmeyebilir. Çözemez herhalde." (ÖA9)

"Bence kolay, yapabilirler, çünkü direk aşamalı basitten karmaşığa gidecek o yüzden yapabilirler." (ÖA10)

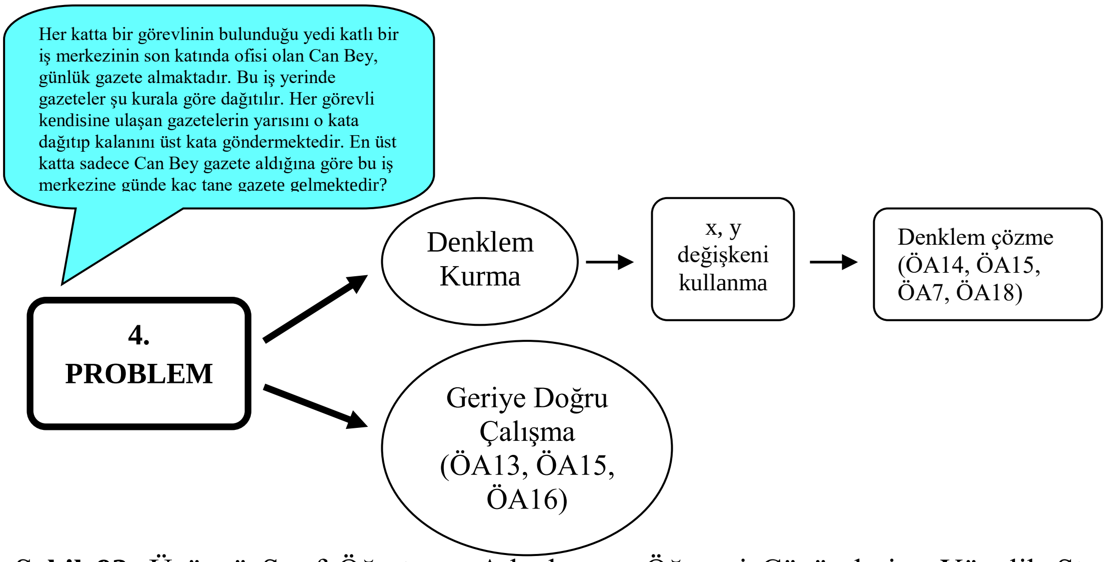
4.4.4. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Probleme Yönelik Görüşleri

Üçüncü sınıf öğretmen adaylarının dördüncü problemle ilgili görüşleri alınırken öncelikle problemi kendilerinin nasıl çözeceklerine yönelik fikirleri alınmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 92. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Üçüncü sınıf öğretmen adaylarının dördüncü problem için yapmış oldukları çözümler incelendiğinde, önceden belirlenen 5 ana temadan denklem kurma, geriye doğru çalışma ve örüntü bulma olmak üzere 3 ana temayı kullandıkları belirlenmiştir. Bu temalar arasında en çok denklem kurma teması kullanılmıştır. 5 öğretmen adayı tarafından kullanılan denklem kurma temasından x, y türünden değişkenin yanında herhangi bir değişken de kullanılmıştır. Geriye doğru çalışma ve örüntü bulma ana temalarının ise birer öğretmen adayı tarafından kullanıldığı belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik strateji tahminlerine incelendiğinde ise aşağıdaki şekil elde edilmiştir.



Şekil 93. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik strateji tahminleri incelendiğinde, 5 ana temadan denklem kurma ve geriye doğru çalışma olmak üzere 2 ana tema üzerinde yorum yaptıkları belirlenmiştir. Denklem kurma ana temasını 4 öğretmen adayı yorumlarken burada x, y değişkeni kullanarak elde edilen denklemlerin çözümünü yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Geriye doğru çalışma ana temasını ise 3 öğretmen adayının tercih ettiği tespit edilmiştir. Ortaokul öğrencilerinin kullanmış oldukları tahmin ve kontrol, mantıksal akıl yürütme ve örüntü bulma üzerine ise herhangi bir yorum yapmadıkları belirlenmiştir.

Üçüncü sınıf öğretmen adaylarının, dördüncü problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 51. Üçüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Tersten düşünebilme (ÖA13, ÖA18) Dikkati ölçebilme (ÖA14) Denklem kurabilme (ÖA14) Sayı örüntüsünü görebilme (ÖA15) Verileri genelleştirebilme (ÖA15) Geometrik artışı öğretebilme (ÖA16) Bölme işlemini kavratabilme (ÖA17)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Örüntü (ÖA13, ÖA14) Dört işlem (ÖA15, ÖA17) Oran-orantı (ÖA16, ÖA17) Denklem kurma (ÖA13) Üslü sayılar (ÖA14) Üs kavramı (ÖA15) Geometrik seri (ÖA15) Bilinmeyen (ÖA15) Kesir (ÖA17) Yarı (ÖA17) Bütünden parçaya gitme (ÖA18)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Verilenleri somutlaştırarak (ÖA14, ÖA16, ÖA18) Problemin sonundan hareket ederek (ÖA13, ÖA15) Değişkenleri isimlendirerek (ÖA17)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Kolay (ÖA16, ÖA17) Orta (ÖA13, ÖA15, ÖA18) Zor (ÖA14)

Tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının problemin amacını tersten düşünebilme, dikkati ölçme, denklem kurabilme, sayılar arasındaki bağıntıyı görebilme, ifadelerin genelleştirilmiş halini kullanabilme, geometrik artışı öğrenebilme şekilde belirttikleri görülmektedir. Bu kapsamda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Çocuğun hem dikkatini ölçüyor bu soru, çünkü mesela bir dikkatsizlik tüm soruyu etkiler. Sonra bir denklem bir bilinmeyenden 7 basamaklı bir çözüm yolu üretmesi lazım." (ÖA14)

"Yani yine görüyoruz, bir geometrik seri şeklinde ilerliyor bu. Yani öyle bir bağıntı söz konusu, bunu görebilmek olabilir. Sonuçta sonsuza kadar da gidebilirdi bu.

Öyle de bulabilirdik. Bence şu mantığı yürütebilmek önemli. Hani 1, 2, 4, 8 değil de 2'nin kuvvetleri şeklinde gittiğini görmek gerekir. Yani burada bir geometrik seri var. Toplam sembolü şeklinde yazılıp kolayca bulunabilir." (ÖA15)

"Bunda şey var, hep yarısını dağıttığı için geometrik artış diyebilir miyiz? Hani belli aynı oranda artış ya da azalma var." (ÖA16)

Üçüncü sınıf öğretmen adaylarına göre problemde bulunan matematiksel kavramlar incelendiğinde dört işlem, oran-orantı, örüntü, denklem kurma, üslü sayılar, kesir, bilinmeyen, geometrik seri gibi kavramların olduğu belirlenmiştir. Bu kapsamda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Mesela burada bir dizi kurulma olabilir. Başka, hep x/2 ile çarpılmış. Ondan sonra başka, üslü sayılar var. Sonra daire sayısı ile yarısı ifadesi orantılı mesela." (ÖA14)

"Yani sorunun çözümünü düşünürsek, üs kavramı var, bir geometrik seri söz konusu, zaten toplama olmazsa olmazımız. Bir de denklem şeklinde çözersek bilinmeyen de olabilir. Bir eşitleme söz konusu olabilir, son katı 1'e eşitleyerek. Yani öyle. Bir sıralamada söz konusu katları arasında." (ÖA15)

"Kesir kavramı var, yarısı kavramı var. Sonra oran orantı var mesela hani denklem oluştururken 1'e eşitleme var ya, böyle de olabilir. Yani benim öğrettiklerim de özel ders verdiğim öğrenciler de öyle yapıyorlardı." (ÖA17)

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacakları incelendiğinde 3 öğretmen adayının verilenleri somutlaştırarak dediği belirlenmiştir. 2 öğretmen adayının ise problemin sonundan hareket ederek şeklinde görüşte bulunduğu görülmüştür. 1 öğretmen adayı da değişkenleri isimlendirerek şeklinde ifade ettiği belirlenmiştir. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Bence alır, bir daire çizer, iş yeri. Der bu da 7 katlı. Hani görsel olması daha iyi olur. Şimdi bu kata x kadar geldi, bu aldı yarısını dağıttı. Yani toplamda şuraya x/2 geldi. Bundan kalan ne oldu x/2. x/4, x/8, şimdi ben konuyu öğrendim ya, o yüzden çözüyorum. İşte böyle sırayla gider." (ÖA14)

"Yani genelleme kullanarak sorunun çözümünü bulacağını düşünür. Somut olduğu için düşünmek de kolay yani bir ortaokul öğrencisi için. Basamak basamak geri gelerek ikinin katları şeklinde toplama yoluyla bulabileceğini düşünür ve bulur." (ÖA15)

"Hepsine isim verir. Mesela 1. kat der, en son 7. kata kadar belirler böyle. İlk başta o da benim gibi bir değer verir. Bilinmeyen bir şey, x olsun. Yarısını o kata dağıtıp kalanını üst kata göndermektedir. Yarısını dediği için yine teker teker yarısını yapar." (ÖA17)

Öğretmen adaylarına göre problemin ortaokul öğrencilerinin seviyesine uygunluğu incelendiğinde 3 öğretmen adayının orta düzeyde bir problem olduğunu belirttikleri görülmüştür. Bunun yanında 2 öğretmen adayının kolay dediği, 1 öğretmen adayının da zor bir problem olduğunu belirttiği tespit edilmiştir. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

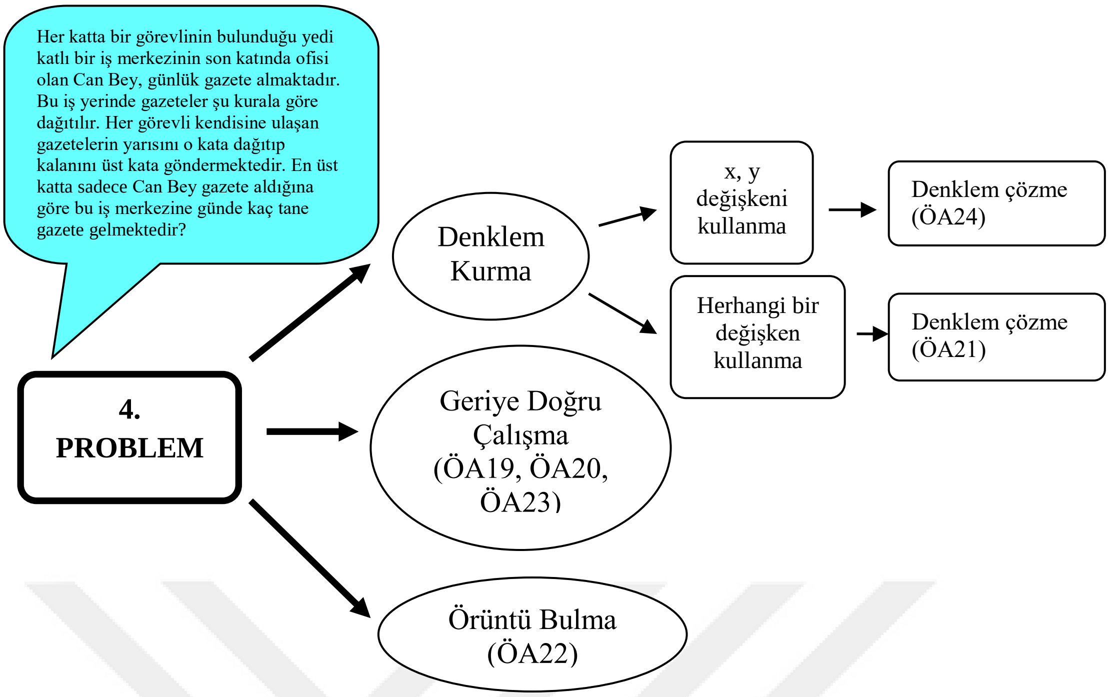
"Zor bir soru, çözemez. Yarıya kadar gelir. Ama bu soruyu mantık olarak benzeyen bir soru çözmüşse der ki, bu mantık böyle ona benzer çözebilir. Çözebilir aslında ama ilk gördüğü bir soruysa çözemez." (ÖA14)

"Yani öğrenci çözebilir bence, soru zor değil. Öğrenci çözer. Ortaokul öğrencisinin bence yukarıdan başlayıp çarpa çarpa toplayacağını düşünüyorum." (ÖA15)

"Bu hani aradaki oran basit olduğu için öğrenci yapabilir. Yapılabilecek bir soru. Aradaki oran sadece 2 katı olduğu için." (ÖA16)

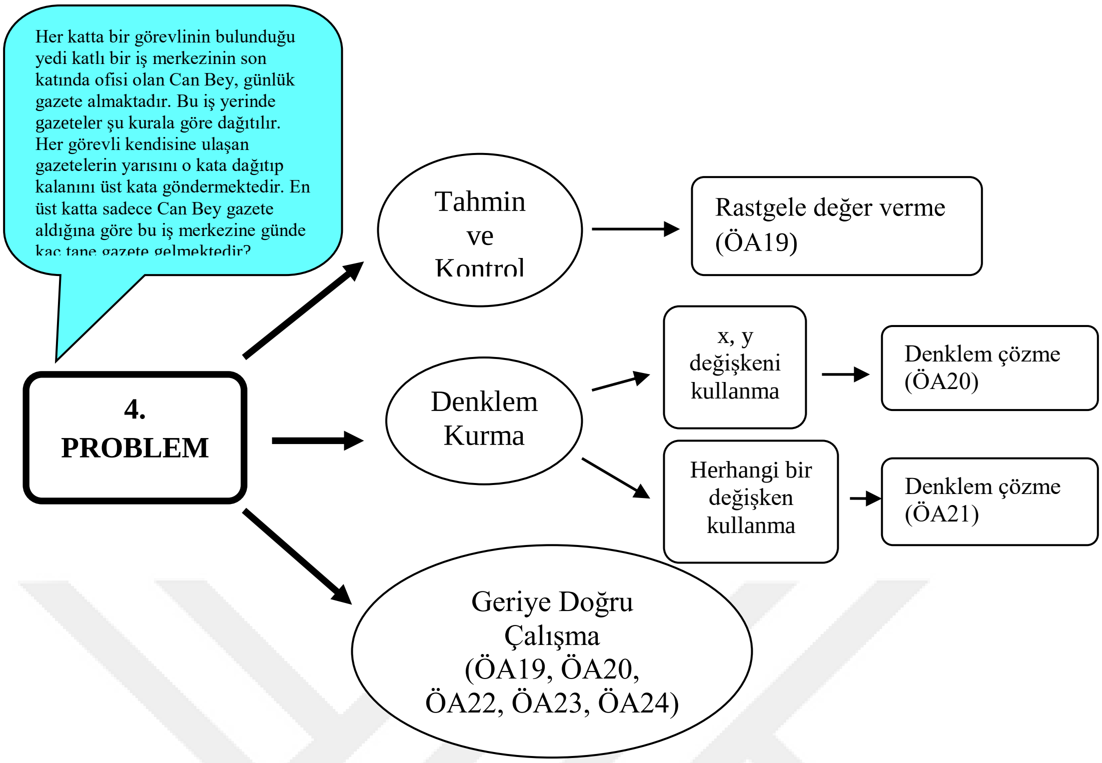
4.4.5. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Probleme Yönelik Görüşleri

Dördüncü sınıf öğretmen adaylarından dördüncü problemle ilgili görüşleri alınırken ilk olarak problemi kendilerinin nasıl çözeceklerine yönelik fikirleri alınmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 94. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Dördüncü sınıf öğretmen adaylarının problemi çözerken kullanmış oldukları stratejiler incelendiğinde belirlenen 5 ana temadan denklem kurma, geriye doğru çalışma ve örüntü bulma olmak üzere 3 ana temanın kullanıldığı görülmektedir. Denklem kurma ana temasında x, y türünden değişkenlerle birlikte herhangi bir değişkenin de birer öğretmen adayı tarafından kullanıldığı belirlenmiştir. Geriye doğru çalışma ana teması 3 öğretmen adayı tarafından tercih edilirken, örüntü bulma ana temasının ise bir öğretmen adayı tarafından kullanılarak problemin çözümü gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik strateji tahminleri ise aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 95. Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Öğretmen adaylarının strateji tahminleri incelendiğinde belirlenen 5 ana temadan tahmin ve kontrol, denklem kurma ve geriye doğru çalışma olmak üzere 3 ana temanın kullanıldığı görülmektedir. En çok tercih edilen temanın, geriye doğru çalışma ana temasının olduğu ve 5 öğretmen adayı tarafından kullanıldığı belirlenmiştir. Denklem kurma ana temasında iki türlü değişkenin, birer öğretmen adayı tarafından ifade edildiği görülmektedir. Tahmin ve kontrol ana temasının ise bir öğretmen adayı tarafından tercih edildiği belirlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin kullanmış olduğu mantıksal akıl yürütme ve örüntü bulma ana temaları üzerinde ise herhangi bir yorum yapmadıkları tespit edilmiştir.

Dördüncü sınıf öğretmen adaylarının, dördüncü problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri 4 kategori altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 52.Dördüncü Sınıf Öğretmen Adaylarının Dördüncü Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Kat ilişkisini anlayabilme (ÖA20, ÖA23) Mantık yürütebilme (ÖA20, ÖA21) Parçadan bütüne gidebilme (ÖA19) Üslü sayıları öğretebilme (ÖA22) Sayı örüntüsünü görebilme (ÖA23) Verileri genelleştirebilme (ÖA24)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Kat (ÖA19, ÖA21, ÖA23) Dört işlem (ÖA20, ÖA21) Denklem kurma (ÖA21, ÖA24) Üslü sayılar (ÖA21, ÖA22) Rasyonel sayılar (ÖA20) Matematiksel ifade (ÖA20) Kesir (ÖA21) Örüntü (ÖA23) Somutlaştırma (ÖA24)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Değişkenleri isimlendirerek (ÖA21, ÖA22, ÖA23, ÖA24) Verilenleri somutlaştırarak (ÖA19, ÖA20)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Kolay (ÖA19, ÖA21, ÖA22, ÖA23) Orta (ÖA20, ÖA24)

Tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının problemin amacı için katlar ve üslü sayıları öğretebilme, sayılar arasındaki örüntüyü fark edebilme, mantık yürütebilme, verileri genelleştirebilme, parçadan bütüne gidebilme gibi ifadeler kullandıkları görülmektedir. Bu doğrultuda bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

“Problemin amacı, parçadan bütüne doğru gitmek. Çünkü en üst katta Can Bey bir tane gazete alıyor ya, ona göre bir sistem verilmiş. Yarısını dağıtıyor falan filan diye. Yukardan aşağıya doğru gittikçe parçadan aşağıya bütüne doğru giderek çözüm yapılabilir, bu amaçlanmıştır.” (ÖA19)

“Bu sorunun amacı bence, katları ne kadar biliyor öğrenci ya da mantık yürütme olabilir. Çünkü 7 katlı bir binanın son katında Can Bey oturduğu için acaba aşağıdan mı dağıtacak, yukarıdan mı inecek.” (ÖA20)

“Şimdi, burada biraz bir dizi seri oluşturma gibi bir şey mi var acaba. Ama ortaokuldaki bir öğrenci için dizi seri kavramları uzak kalır. Burada böyle ardışık sayı

ilerlemesi gibi bir şeyler olur herhalde. Muhtemelen öğrencinin bir kural koyup ona göre çözmesini istediği bir soru." (ÖA24)

Dördüncü sınıf öğrencilerine göre problemde yer alan matematiksel kavramlar incelendiğinde kat, denklem kurma, dört işlem, üslü sayılar, kesir, örüntü, somutlaştırma gibi kavramların olduğu belirlenmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

"Bu sorudaki matematiksel kavramlar ikiye çarpma kuralı, çarpma kuralını bilmesi lazım. Çift çift gitmeyecekti. İkinin katı olanları bilmesi lazım. Yani bu soruda ben onu görüyorum. Bir de düşünüyor. Kuralı iyi bilecek, kurala göre gidecek." (ÖA19)

"Kat var, yani 2'nin katı var zaten. Onun dışında eğer n/2 n/4 falan diye giderse basit kesirlerde toplamayı falan kullanabilir. Daha sonra burada yine denklem çıkar, denklem yapabilir. Buradan da dört işlem çıkar. Bunun dışında, bu çocukların kullandığı başka bir şey yok ki ne yapsınlar. Bilimsel gösterim yapamaz burada. Belki üslü sayılar diyebilirim ama üslü sayılar olmuyor ki bakayım, aa oluyor üslü sayılar da olur." (ÖA21)

"Öncelikle kalem sorusundaki gibi sadece denklem kurmaya yönelik değil. Çünkü öğrencinin düşünmesi lazım, işleme hiç geçmeden önce biraz olayı gözünde canlandırması lazım. İşte 7 kat var, buranın üstünde şu var. 1 tane gelse şurada şu kadar var. Biraz düşünmesi lazım." (ÖA24)

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacakları incelendiğinde 4 öğretmen adayının değişkenleri isimlendirerek dediği belirlenmiştir. 2 öğretmen adayının ise öğrencilerin verilenleri somutlaştırarak probleme başlayacaklarını ifade ettikleri görülmektedir. Buna yönelik olarak öğretmen adaylarının görüşleri aşağıdaki gibidir.

"Öğrenci de aynen benim gibi çözer, apartman çizer. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 katlı iş merkezi çizer, apartman demeyelim iş merkezi geçiyor problemde. En üste Can Bey yazar. 1 gazete der. Ondan sonra kurala bakar, kurala göre aşağı inerek sonucu bulur." (ÖA19)

"Şimdi derki mesela en üst katta 1 tane varsa, altta yarısı kadar geldiğine göre aşağıda 2 tane vardır der, bu şekilde gider. Katları şöyle yazar ve belirtir." (ÖA24)

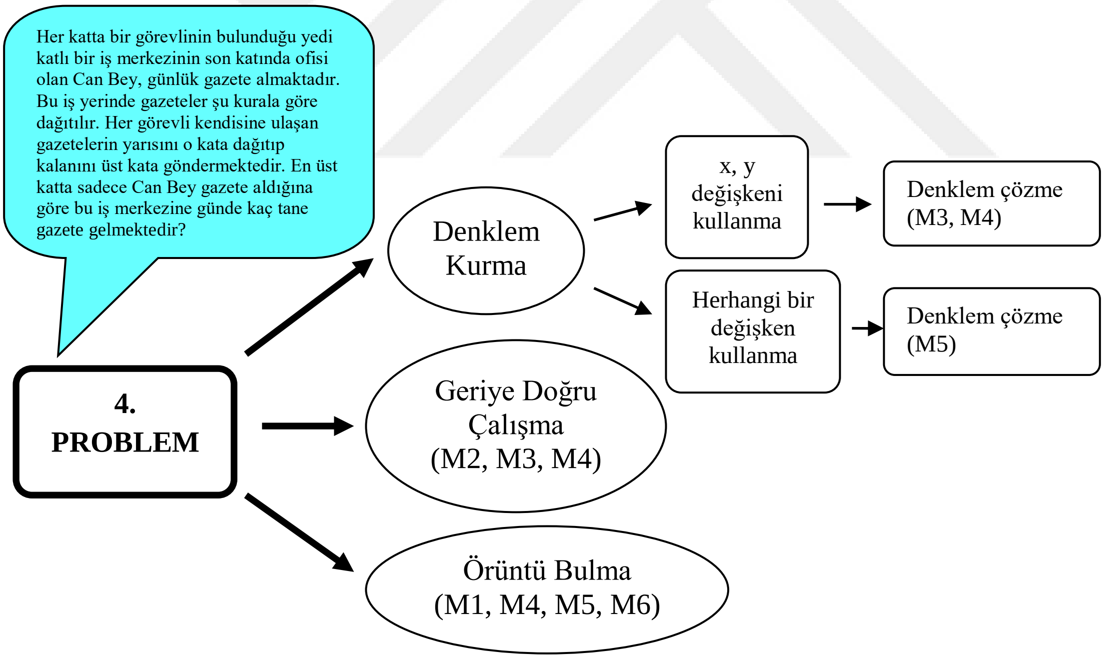
Problemin öğrenci seviyesine uygunluk düzeyi incelendiğinde 4 öğretmen adayının kolay bir problem olduğunu ifade ettikleri belirlenmiştir. 2 öğretmen adayı ise problemi orta düzeyde bir problem olarak nitelendirmişlerdir. Buna yönelik olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri aşağıdaki şekildedir.

"Bence orta derecede bir soru. Çalışmayanlar uğraşırlar, baya uğraşırlar. Ama zeki olanlar hemen tık tık çözer, benim gibi." (ÖA20)

"Bence kolay, yani bunu 6. sınıftan itibaren her öğrenci çözebilir diye düşünürüm. Kolay bir problem." (ÖA23)

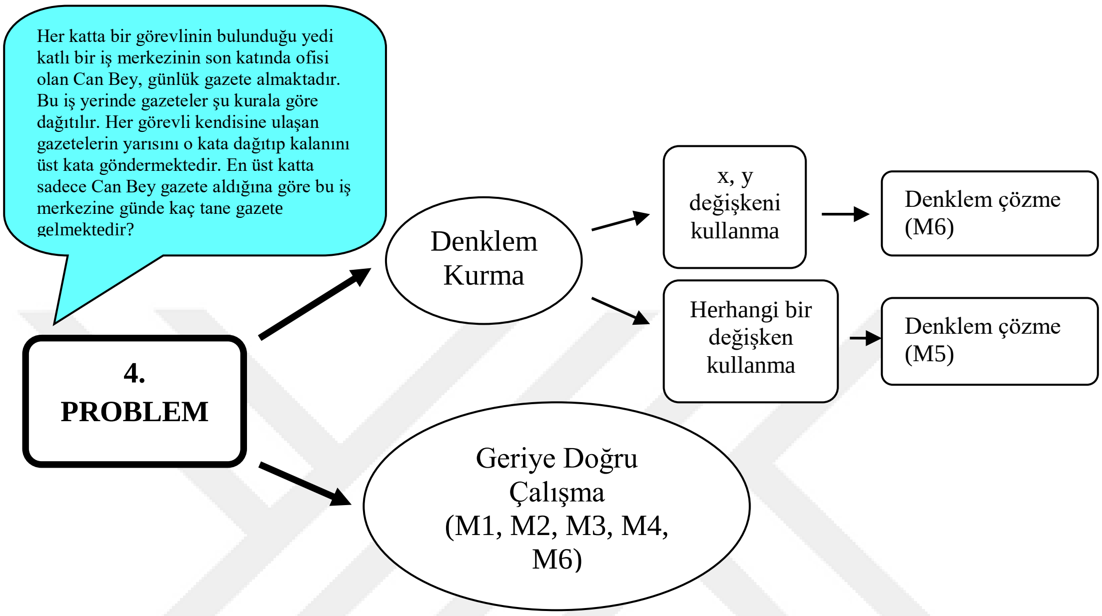
4.4.6. Matematik Öğretmenlerinin Dördüncü Probleme Yönelik Görüşleri

Matematik öğretmenlerinin dördüncü problemle ilgili görüşlerinde öncelikle problemi kendilerinin nasıl çözeceklerine yönelik fikirleri alınmıştır. Bu doğrultuda öğretmenlerin kullanmış oldukları çözüm stratejileri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 96. Matematik Öğretmenlerinin Dördüncü Problemde Kullandıkları Çözüm Stratejileri

Matematik öğretmenlerinin dördüncü problemi nasıl çözdükleri incelendiğinde 5 ana temadan denklem kurma, geriye doğru çalışma ve örüntü bulma olmak üzere 3 ana temanın kullanıldığı belirlenmiştir. Denklem kurma ana temasında x, y türünden değişken kullanan 2 öğretmenin olduğu görülürken, herhangi bir değişkeni kullananın ise bir öğretmen olduğu tespit edilmiştir. Geriye doğru çalışma ana temasının 3 öğretmen tarafından ifade edildiği, en çok tercih edilen tema olan örüntü bulma ana temasının ise 4 öğretmen tarafından kullanıldığı tespit edilmiştir. Öğretmenlerin ortaokul öğrencilerine yönelik strateji tahminleri ise aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 97. Matematik Öğretmenlerinin Öğrenci Çözümlerine Yönelik Strateji Tahminleri

Öğretmenlerin strateji tahminleri incelendiğinde belirlenen 5 ana temadan denklem kurma ve geriye doğru çalışma ana temaları üzerinde yorum yaptıkları belirlenmiştir. Denklem kurma ana temasından her iki türde de değişken kullanan birer öğretmenin olduğu belirlenmiştir. Geriye doğru çalışma ana teması ise 5 öğretmen tarafından tercih edilerek büyük oranda kullanıldığı tespit edilmiştir. Bunların yanında ortaokul öğrencilerinin kullanmış olduğu tahmin ve kontrol, mantıksal akıl yürütme ve örüntü bulma ana temaları üzerinde ise herhangi bir yorum yapmadıkları görülmektedir.

Matematik öğretmenlerinin, dördüncü problemin yapısı ile ilgili olarak görüşleri belirlenen kategori altında incelenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 53. Matematik Öğretmenlerinin Dördüncü Probleme Yönelik Görüşleri

	Yorumlar
Problemin Amacı	Tersten düşünebilme (M3, M5) Üslü sayıları öğretebilme (M1) Sayı örüntüsünü görebilme (M1) Kat ilişkisini anlayabilme (M2) Bir önceki adımla bir sonraki adımı ilişkilendirebilme (M2) Olayın başı ile sonunu birlikte düşünebilme (M2) Parçadan bütüne gidebilme (M3) Problemin nasıl çözüldüğünü gösterebilme (M4) Dikkati ölçebilme (M6) Bölme işlemini kavratabilme (M6)
Problemde Geçen Matematiksel Kavramlar	Üslü sayılar (M1, M6) Kat (M2, M5) Gazete sayısı (M4, M5) Örüntü (M1) Bütünden parçaya gidebilme (M2) Parçadan bütüne gidebilme (M2) Dört işlem (M2) Tersten gelme (M3)
Öğrenci Çözüme Nasıl Başlar	Problemin sonundan hareket ederek (M1, M2, M4, M6) Verilenleri somutlaştırarak (M3, M5)
Problemin Öğrenci Seviyesine Uygunluk Düzeyi	Kolay (M1, M3, M6) Orta (M2, M4, M5)

Tablo incelendiğinde öğretmenlerin problemin amacı için üslü sayıları öğretebilme, sayılar arasındaki örüntüyü görebilme, bölme işlemini kavratabilme, bütün parça ilişkisini fark edebilme, dikkati ölçebilme gibi ifadeler kullandıkları görülmektedir. Öğretmenlerin problemin amacına yönelik görüşleri aşağıdaki gibidir.

“Yarım, tam, iki katı, yarısı kavramları arasındaki ilişkiyi anlayabilmelerini sağlamak. Bir önceki adım ile bir sonraki adımı ilişkilendirebilmek. Olayın en başı ile en sonunu birlikte düşünebilmek.” (M2)

“Tersten giden bir işlemi düze çevirme yöntemi nasıldır. Eğer deseydi ki buraya 64 gazete gelmiştir, Can Beye kaç tane kalır, çocuk bunu çok rahat yapardı. Ama sorudaki gibi olduğunda çocuk tersten düşünme becerisini, düzden giden bir işlemi terse nasıl çevirir bunu anlamaya çalışılmış.” (M3)

"Çocukların soruyu algılayabilmesi, problemi kafasında kurabilmesi, bir de düşünebilmesi, matematik problemlerinin hepsinde problemi düşünmek vardır." (M4)

Öğretmenlerin problemde bulunan matematiksel kavramların neler olduğuna yönelik görüşleri incelendiğinde üslü sayılar, örüntü, kat, bütün parça ilişkisi, dört işlem, tersten gelme gibi kavramları kullandıkları belirlenmiştir. Buna yönelik olarak bazı öğretmenlerin görüşleri şu şekildedir:

"Kat ilişkisi, bütünden parçaya gitme ya da parçadan bütüne gitme, bölme ya da çarpma." (M2)

"Yapılan bir işlemin tersten gitme becerisini ölçüyor. İşlemin sonundan gidebilme becerisini ölçüyor. Parçadan bütüne gitme oluyor sanırım. Çocuk cevaptan bütüne nasıl gider acaba. Sorunun başlığını istiyor, sorunun ana temasını istiyor." (M3)

Öğretmenlere göre ortaokul öğrencilerinin probleme nasıl başlayacakları incelendiğinde 4 öğretmenin problemin sonundan başlayarak şeklinde görüşlerini ifade ettikleri belirlenmiştir. 2 öğretmen ise verilenleri somutlaştırarak şekilde yorumda bulunmuşlardır. Bu kapsamda bazı öğretmenlerin görüşleri aşağıdaki gibidir.

"Önce şekli gözünde canlandırır. Zaten bizim matematikte en temel amacımız soruyu şekle dökerek öğrenciye göstermektir. Zaten soruyu gözünde canlandıran çocuk, soruyu %99 yapıyor. Canlandırmadığı zaman yapamıyor." (M3)

"En son kattan başlar. En son kata bir diyecek, biri iki üzeri sıfıra eşitleyecek. Her kata indiği zaman tersten çözer bu soruyu. Aşağıdan yukarı çıkması biraz daha zor, yukarıdan aşağıya doğru iner. Yarıya düştüğüne göre, tersi 2 ile çarpılması, bu şekilde üs olarak yazar. 1. kata gelen toplam gazete sayısı iki üzeri altı tanedir diyecek. En üstten, 7. kattan 1. kata doğru iner. Çünkü çocuğun aşağıdan yukarı gelmesi daha zor, üstten aşağı inmesi daha kolay." (M6)

Problemin öğrenci seviyesine uygunluğu incelendiğinde 3 öğretmenin problemin kolay olduğunu ifade ettikleri görülürken, benzer şekilde 3 öğretmenin de orta düzeyde bir problem olduğunu ifade ettikleri belirlenmiştir. Bu doğrultuda bazı öğretmenlerin görüşleri aşağıdaki şekildedir.

"Bu soruların hepsi birazcık düşünmeyi gerektiren sorular. Kolay sorular diyemeyiz bunlara. Ama öğrencinin çözebileceği bir soru bence çözer." (M4)

"Bu soru biraz daha kolay bir soru, diğerlerine göre, çünkü soruyu anladıktan sonra, soruyu çok basit bir şekilde çözebiliyorsun. Çocuğun burada bilmesi gereken tek bir kazanım var, tabanları aynı olduğunda üsten bir düşüreceksin her kat için." (M6)

4.4.7. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Probleme Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Dördüncü problemi ortaokul öğrencilerinin çözereken kullanacakları stratejilerin neler olacağıyla ilgili olarak matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşlerinin karşılaştırılmasına yönelik tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 54. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Strateji Tahminlerinin Karşılaştırılması

Gruplar	Strateji Tahminleri				
	Tahmin ve Kontrol	Denklem Kurma	Geriye Doğru Çalışma	Mantıksal Akıl Yürütme	Örüntü Bulma
I. Sınıf Öğretmen Adayları	✓	✓	✓		✓
II. Sınıf Öğretmen Adayları	✓	✓	✓		
III. Sınıf Öğretmen Adayları		✓	✓		
IV. Sınıf Öğretmen Adayları	✓	✓	✓		
Matematik Öğretmenleri		✓	✓		

Tablo incelendiğinde tahmin ve kontrol ana temasını I, II ve IV. sınıf öğretmen adaylarının yorumladıkları ve bu doğrultuda tahmini öğrenci çözümlerini yaptıkları görülmektedir. III. sınıf öğretmen adayları ile matematik öğretmenlerinin ise bu ana tema hakkında herhangi bir yorum yapmadıkları belirlenmiştir.

Denklem kurma ana temasını I, II, III ve IV. sınıf öğretmen adaylarıyla matematik öğretmenlerinin yorumladıkları belirlenmiştir. Bütün grupların bu tema üzerinde yorum yapması dikkat çekicidir. Benzer şekilde geriye doğru çalışma ana temasıyla ilgili de bütün gruplar yorumda bulunmuşlardır.

Örüntü bulma ana teması ile ilgili sadece I. sınıf öğretmen adaylarının yorumda bulundukları belirlenirken, diğer grupların hiçbirinin bu tema ile ilgili yorumda bulunmadıkları görülmektedir. Mantıksal akıl yürütme ana teması ile ilgili ise hiçbir grup, herhangi bir yorumda bulunmamıştır.

Matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının problemin amacıyla ilgili olarak görüşlerinin karşılaştırmasına yönelik bulgular aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 55. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Dördüncü Problemin Amacına Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Bölme işlemini kavratabilme	✓	✓	✓		✓
Dikkati ölçebilme	✓		✓		✓
Üslü sayıları öğretebilme	✓	✓		✓	✓
Problemin nasıl çözüldüğünü gösterebilme	✓				✓
Düşünme becerisini geliştirebilme	✓				
Tersten düşünebilme	✓	✓	✓		✓
Sözel ifadeyi matematiksel ifadeye dönüştürebilme	✓				
Problem çözme becerisini geliştirebilme		✓			
Günlük hayatla ilişkilendirebilme		✓			
Parçadan bütüne gidebilme		✓		✓	✓
Kat ilişkisini anlayabilme		✓		✓	✓
Denklem kurabilme			✓		
Sayı örüntüsünü görebilme			✓	✓	✓
Verileri genelleştirebilme			✓	✓	
Geometrik artışı öğretebilme			✓		
Mantık yürütebilme				✓	
Bir önceki adımla bir sonraki adımı ilişkilendirebilme					✓
Olayın başı ile sonunu birlikte düşünebilme					✓

Birinci sınıf öğretmen adaylarının dördüncü problemin amacını üslü sayıları bölmeyi öğretebilme, tersten düşünebilme, dikkati ölçme, düşünme becerisinin geliştirilmesi gibi ifadeler kullandıkları görülmektedir. Diğer gruplardan farklı olarak sözel ifadeyi matematiksel ifadeye dönüştürebilme ifadesini kullandıkları belirlenmiştir.

İkinci sınıf öğretmen adayları üslü sayıları ve bölmeyi öğretebilme, tersten düşünebilme, parçadan bütüne doğru gidebilme, problem çözme becerisini geliştirebilme gibi ifadeler kullanmışlardır. Diğer gruplardan farklı olarak matematiği günlük yaşama aktarma ifadesini kullandıkları görülmektedir.

Üçüncü sınıf öğretmen adayları tersten düşünme, dikkati ölçme, bölme işlemini kavratabilme gibi ifadeler kullandıkları tespit edilmiştir. Diğer gruplardan farklı olarak denklem kurabilme, verilerin genelleştirilmesini sağlayabilme, sayılar arasındaki bağıntıyı görebilme ifadelerini kullandıkları tespit edilmiştir.

Dördüncü sınıf öğretmen adaylarının katlar konusunu kavratabilme, sayı örüntüsünü görebilme, verileri genelleştirebilme, parçadan bütüne gidebilme gibi ifadeler kullanmışlardır. Diğer gruplardan farklı olarak mantık yürütebilme ifadesini kullanmışlardır.

Matematik öğretmenleri dördüncü problemin amacı için üslü sayıları öğretebilme, sayı örüntüsünü görebilme, kat ilişkisini anlayabilme, dikkati ölçme, parçadan bütüne gidebilme gibi kavramlar kullanmışlardır. Öğretmen adaylarından farklı olarak bir önceki adımla bir sonraki adımı birlikte düşünebilme, olayın başı ile sonunu birlikte düşünebilme gibi ifadeleri kullandıkları görülmektedir.

Matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının problemde bulunan matematiksel kavramlar, öğrencilerin probleme nasıl başlayacaklarına ve problemin öğrenci seviyesine uygunluk düzeyine yönelik görüşleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 56. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Dördüncü Problemdeki Matematiksel Kavramlara Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Dört işlem	✓	✓	✓	✓	✓
Mantık yürütme	✓	✓			
Tersten gelme	✓				✓
Denklem kurma	✓	✓	✓	✓	
Üslü sayılar	✓	✓	✓	✓	✓
Sayı	✓				
Yarı	✓	✓	✓		
Kaç tane	✓				
Problem çözme	✓				
Bölme-bölünebilme	✓				
Bilinmeyen		✓	✓		
Oran-orantı		✓	✓		
Örüntü		✓	✓	✓	✓
Ardışık sayılar		✓			
Katlar		✓		✓	✓
Üs kavramı			✓		
Geometrik seri			✓		
Kesir			✓	✓	
Bütünden parçaya gitme			✓		✓
Rasyonel sayılar				✓	
Matematiksel ifade				✓	
Somutlaştırma				✓	
Parçadan bütüne gidebilme					✓
Gazete sayısı					✓

Birinci sınıf öğretmen adaylarının problemin matematiksel kavramlarına yönelik olarak dört işlem, mantık yürütme ve denklem kurma gibi kavramları kullandıkları görülmüştür. Diğer öğretmen adaylarından ve öğretmenlerden farklı olarak, bölme bölünebilme, problem çözme, sayı, tersten gelme ifadelerini kullanmışlardır. İkinci sınıf öğretmen adayları örüntü, üslü sayılar, denklem kurma kavramlarının yanında farklı olarak ardışık sayılar ve mantık yürütme kavramlarını kullanmışlarıdır. Üçüncü sınıf öğretmen adayları farklı olarak üs kavramı ve geometrik seri kavramlarına vurgu yapmışlardır. Dördüncü sınıf öğretmen adayları diğer gruplardan farklı olarak rasyonel sayılar, matematiksel ifade, somutlaştırma, kavramlarını öne çıkarmışlardır. Matematik öğretmenleri ise öğretmen adaylarından farklı olarak parçadan bütüne gidebilme ve gazete sayısı kavramlarını kullanmışlardır.

Tablo 57. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Dördüncü Probleme Nasıl Başlanacağına Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Problemin sonundan hareket ederek	✓	✓	✓		✓
Verilenleri yazarak	✓				
Verilenleri matematiksel olarak ifade ederek	✓				
Değişkenleri isimlendirerek		✓	✓	✓	
Verilenleri somutlaştırarak		✓	✓	✓	✓
Doğrudan değer vererek		✓			

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacaklarına yönelik olarak öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşlerine bakıldığında, problemin sonundan başlama ifadesini IV. sınıflar hariç diğer grupların kullandıkları görülmektedir. Verilenleri yazma ve verilenleri matematiksel olarak ifade etme kavramlarını sadece I. sınıf öğretmen adayları kullanmıştır. Problemi doğrudan değer verme ifadesini ise sadece II. sınıf öğretmen adaylarının ifade ettiği görülmüştür.

Tablo 58. Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Dördüncü Problemin Güçlük Düzeyine Yönelik Görüşlerinin Karşılaştırılması

Temalar	I. S.	II. S.	III. S.	IV. S.	M. Ö.
Kolay	✓	✓	✓	✓	✓
Orta	✓	✓	✓	✓	✓
Zor	✓	✓	✓		

Dördüncü problemin güçlük düzeyine yönelik olarak I, II ve III. sınıf öğretmen adaylarının öğrenci seviyelerine göre kolay, orta ya da zor bir problem olacağını belirttikleri tespit edilmiştir. IV. sınıf öğretmen adayları ile matematik öğretmenlerinin ise problemin öğrenci seviyesine göre zor olmadığı, kolay ya da orta güçlükte bir problem olduğunu ifade ettikleri belirlenmiştir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışma, ortaokul öğrencilerin matematiksel düşünme biçimleri ile matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini tahmin etmeye yönelik görüşlerini incelemek amacıyla yapılmıştır. Bu kapsamda matematiksel düşünme bileşenlerine yönelik olarak hazırlanan 4 problem ile ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme biçimleri ile matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının düşünceleri incelenmiştir.

5.1.1. Birinci Problemden Elde Edilen Sonuçlar ve Tartışma

Matematiksel düşünmenin *"varsayımda bulunma"* bileşenine yönelik olarak hazırlanan problemi, ortaokul öğrencilerinin büyük bölümünün kısmen doğru olarak çözdükleri belirlenmiştir. Bu durumun, problemde birden çok cevap olasılığının bulunması istenirken, öğrencilerin sadece birkaç seçeneği ifade edip problemi tamamlamalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer olarak Karakoca (2011) da çalışmasında birden fazla çözümün olduğu problemlerde öğrencilerin tek cevap vererek çözümü tamamladıklarını ifade etmiştir. Özer ve Arıkan (2002) ile Arslan ve Yıldız (2010) ise yaptıkları çalışmalarda lise öğrencilerinin varsayımlarını belirli sayısal değerlerle deneyerek çözüme ulaşmaya çalıştıklarını belirlenmişlerdir. Buradan öğrencilerin, bütün olasılıkları bulmadan istenen durumun sağlandığı birkaç örneği bulmalarıyla problemi tamamladıklarını düşündükleri sonucuna ulaşılabilir. Ayrıca doğru stratejiyle başlayıp yanlış çözüm yapan öğrenciler de bulunmaktadır. Bu durum öğrencilerin stratejiyi tahmin etmelerinin doğru sonuca ulaşacakları anlamına gelmediğini göstermektedir. Yapılan çalışmalarda da (Rudder, 2006; Erbaş ve Okur, 2012; Ersoy ve Güner, 2014) benzer durumların olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilerin büyük çoğunluğunun, problem çözümlerini ifade ederken sözel ve matematiksel ifadeleri birlikte kullandıkları görülmüştür. Bunun, öğrencilerin herhangi bir varsayımda bulunurken yaptıkları matematiksel ifadeleri, sözel ifadelerle açıklama gereği hissettiklerinden kaynaklandığı düşünülebilir. Benzer durum Arslan ve Yıldız (2010) ile Keskin, Akbaba Dağ ve Altun (2013)'un çalışmalarında da görülmüştür. Bu çalışmalarda varsayımda bulunma bileşeni ile ilgili ortaokul öğrencilerinin sözel ifadeleri kullandıkları belirlenmiştir.

Ortaokul öğrencilerinin problemi çözerken kullanmış olduklarını stratejiler incelendiğinde, tahmin ve kontrol ile denklem kurma ana temalarını tercih ettikleri görülmüştür. Tahmin ve kontrol ana temasında, rastgele ya da sistematik değer vererek problemi çözmeye çalıştıkları belirlenmiştir. Sistematik değer verirken çözüm biçimlerine göre 7 farklı yol tercih ettikleri sonucuna ulaşılmıştır. Denklem kurma ana temasında ise denklemleri kurarken x, y türünden değişken kullanmanın yanında başka değişkenler de kullandıkları görülmüştür. Ayrıca x, y türünden iki bilinmeyenli denklemler kurduklarında bu denklemleri çözmeye çalıştıkları ancak başka değişkenler kullanarak iki bilinmeyenli denklemler kurduklarında ise denklem çözümüyle uğraşmadıkları belirlenmiştir. Benzer şekilde Kieran (1992), öğrencilerin denklemlerde zorlamalarını, kullanılan harfleri anlayamamalarından kaynaklandığını belirtmiştir. Ayrıca Küchemann (1978), öğrencilerin harflerin farklı kullanımlarını anlamada zorlandıklarını ifade etmiştir. Ersoy ve Güner (2014) yaptıkları çalışmada, bu çalışmayla ortak olarak öğrencilerin tahmin ve kontrol temasını kullandıkları görülmüştür. Altun ve Arslan (2006) çalışmasında da benzer şekilde tahmin ve kontrol stratejisi ortak olarak belirlenmiştir. Karacaoğlu (2015) ise ortaokul öğrencilerinin cebirsel problemleri çözerken, ters işlem, sistematik dağıtma, bölme sonrası düzenleme ve denklem kurma deneme yanılma stratejilerini kullandıkları sonucuna ulaşmıştır.

Öğrencilerin temalardan en çok tahmin ve kontrol stratejisini kullandıkları belirlenmiştir. Bu stratejide ise sistematik değer verme temasının sıklıkla tercih edildiği tespit edilmiştir. Problemde seçenek olarak istenen cevap olasılıklarının bulunmasından dolayı, öğrencilerin değer vererek sonuca ulaşmayı daha çok kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Benzer şekilde Karakoca (2011) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin, matematiksel açıklama yerine örnek vererek problemleri çözmeye çalıştıklarını belirtmiştir.

Matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerine yönelik varsayımda bulunma bileşeni kapsamında strateji tahminleri incelendiğinde, bütün grupların belirlenen iki ana temayı da ifade ettikleri görülmüştür. Tahmin ve kontrol ana temasında ortaokul öğrencilerinin kullanmış oldukları rastgele değer verme temasını, IV. sınıf öğretmen adayları dışında diğer grupların kullandıkları belirlenmiştir. Sistematik değer verme teması altında öğretmen ve öğretmen adaylarının belirttikleri stratejilerin, aynı stratejiler olduğu tespit edilmiştir. Bu tema altında belirlenen 7 stratejiden öğretmenler 3 tanesini belirtirken, öğretmen adaylarının 1 ya da 2 tanesini ifade ettikleri sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum öğretmenlerin deneyimleri doğrultusunda, öğretmen adaylarına göre daha fazla yorum yapabildiklerini göstermektedir. Benzer olarak Kılıç (2011) çalışmasında öğretmen adaylarının, yeterli düzeyde öğrenci düşünme biçimlerini tahmin edemedikleri sonucuna ulaşmıştır.

Denklem kurma ana temasında ortaokul öğrencilerinin x, y türünden ya da başka türden değişkenlerle denklem kurdukları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarından II. sınıf öğretmen adayları dışındaki diğer öğretmen adaylarının x, y türünden ve başka türden değişkenleri kullandıkları tespit edilmiştir. II. sınıf öğretmen adaylarının sadece x, y türünden değişken kullandıkları görülmüştür. Matematik öğretmenlerinin ise herhangi bir türden değişken kullanarak tahminde bulundukları tespit edilmiştir. Bu durum öğretmen adaylarının fazla deneyime sahip olmadıkları için bütün olasılıkları düşünebildikleri, ancak öğretmenlerin konuyu basit anlatmayı tercih etmelerinden dolayı x, y türünden değişken yerine başka türden değişken kullanmayı tercih ettikleri şeklinde yorumlanabilir.

Öğrencilerin kullanmış oldukları bilinmeyen sayısına göre öğretmen ve öğretmen adaylarının tahminleri incelendiğinde, bütün grupların iki bilinmeyenli denklem kurdukları belirlenmiştir. Ancak öğrencilerin denklemleri kurarken iki bilinmeyenli denklemlerin yanında bir bilinmeyenli denklemler de kurmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Bu durumun öğretmen ve öğretmen adaylarının denklem kurma sürecinde öğrencilerin düşünme biçimlerini tahmin etmede zorlandıklarını göstermektedir.

Öğrencilerin problemi değer vererek, veriler arasındaki ilişkiyi araştırarak ya da kurdukları denklemi çözerek sonuca ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Öğretmen ve öğretmen adaylarının tahminleri ise değer verme ve veriler arasındaki ilişkiyi inceleme şeklindedir. Grupların, denklem çözme durumuna yönelik tahminde bulunmamaları dikkat çekicidir. Yapılan görüşmelerde öğretmen ve öğretmen adaylarının denklem çözmenin zor olduğunu düşündüklerinden dolayı öğrencilerin bu stratejiyi tercih etmeyeceğini ifade ettikleri sonucu elde edilmiştir.

Problemin amacına yönelik olarak öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde, bütün grupların problemin öğrencilerin tahmin yeteneğini geliştirdiği noktasında birleştiği görülmektedir. Problemin matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma bileşenine yönelik olması, bu durumun oluşmasında etkili olduğu düşünülmektedir. Ayrıca günlük yaşama aktarma ifadesini öğretmenler ve I. sınıf öğretmen adaylarının kullanmadıkları II. sınıf öğretmen adaylarından itibaren diğer grup öğretmen adaylarının kullandıkları belirlenmiştir. Problem çözme sürecinde günlük yaşamla ilişki kurmanın önemine yönelik olarak English (1998), öğrencilerin bilgilerini günlük yaşama aktarmalarının, problem çözme becerilerini geliştireceğini ifade etmiştir. Öğretmen adaylarının eğitim derslerini II. sınıftan itibaren daha yoğun bir şekilde almalarının bu duruma sebep olduğu düşünülebilir. Denklem kurabilme ifadesini I. sınıf öğretmen adayları dışındaki diğer grupların ifade ettiği tespit edilmiştir. Cebirsel ifadeler şeklindeki ifadeleri ise sadece öğretmenlerin kullandıkları belirlenmiştir. Burada öğretmenlerin konulara hâkimiyetlerinin daha fazla olmasından dolayı denklemleri ifade ederken, cebirsel ifadeleri kullandıkları sonucu elde edilmiştir. Benzer şekilde, yapılan çalışmalar da öğretmen adaylarının, öğrenci düşünme biçimlerine yönelik pedagojik alan bilgilerinin yeterli olmadığını göstermektedir (Tirosh, 2000; Bergqvist, 2005).

Problemdeki matematiksel kavramlara yönelik olarak, denklem kurma ve dört işlem ifadelerini bütün grupların kullandıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının genel olarak benzer kavramları ifade ettikleri, ancak soyutu somuta çevirme ifadesini IV. sınıf öğretmen adaylarının belirttikleri tespit edilmiştir. Bu durum, öğretmen adaylarının eğitimde matematik dersleri için önemli bir nokta olan somuta çevirme durumunu daha kalıcı bir şekilde öğrendiklerini göstermektedir. Ancak öğretmenlerin bundan bahsetmemesi dikkat çekicidir. Öğretmenlerin cebirsel ifade, örüntü gibi daha matematik konularına yakın kavramları kullandıkları görülmüştür. Öğretmenlerin konuların dağılımına, öğretmen adaylarından daha hâkim olmaları böyle bir sonucun ortaya çıkmasına neden olduğu düşünülmektedir. Benzer olarak Yeşildere (2007) çalışmasında öğretmen adaylarının matematiksel kavramlara yönelik olarak yeterli düzeyde bilgi sahibi olmadıkları sonucuna ulaşmıştır. Kavram öğretiminin öğrencilerin başarıları için önemli bir yere sahip olduğu Lubinski, Fox ve Thomason (1998) da çalışmalarında belirterek, öğretmenlik süreçlerinde kavram öğretiminin oldukça önemli olduğunu ifade etmişlerdir.

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacakları incelendiğinde, bütün grupların ortak bir şekilde doğrudan değer vererek ifadesini kullandıkları tespit edilmiştir. Problemin varsayımda bulunma bileşenine yönelik olması bu sonucun ortaya çıkmasına neden olmuştur. Arslan ve Altun (2007) da öğrencilerin herhangi bir problemle karşılaştıklarında problemi inceleyip, verilen sayılarla işlemleri hızlı bir şekilde yapıp çözüm yapmadan doğrudan sonuca gitme eğiliminde olduklarını belirtmişlerdir. Gruplar arasında farklı olarak öğretmenlerin, öğrencilerin kırtasiyeye gittiklerini hayal etmesi şeklinde problemi, öğrencilerin günlük yaşamda yapıyormuş gibi düşünmeleri şeklinde ifade ettikleri görülmüştür. Bu da öğretmenlerin konu anlatımlarında öğrencileri olayı yapıyormuş gibi düşünerek anlatmaları nedeniyle ortaya çıktığını göstermektedir. Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde de bu durum, öğretmenlerin ifadeleriyle desteklenmektedir. Bu durum öğretmenlerin deneyim kazanmalarının, öğrencilerin konuları farklı bir şekilde öğrenmelerini sağladığını göstermektedir. Öğretmen adaylarının eğitim bilgilerinin teorik olarak istenilen düzeye olmasının, uygulamada yeterli olacakları anlamına gelmediğini olarak ifade edilebilir.

Problemin öğrenci seviyesine uygunluk düzeyi incelendiğinde, I ve IV. sınıf öğretmen adaylarının kolay, orta ya da zor olabileceğini ifade ettikleri; diğer grupların ise orta ya da zor olabileceğini belirttikleri tespit edilmiştir. Bu durum gruplar arasında değişkenlikler olduğunu göstermektedir.

5.1.2. İkinci Problemden Elde Edilen Sonuçlar ve Tartışma

Matematiksel düşünmenin *"özelleştirme"* bileşeni kapsamında hazırlanan ikinci problemi, ortaokul öğrencilerinin büyük bölümünün doğru olarak çözdüğü belirlenmiştir. Matematiksel düşünmenin diğer bileşenlerine göre özelleştirme bileşeni kapsamında hazırlanan problemin doğru yapılma oranının daha yüksek olduğu görülmüştür. Benzer şekilde Arslan ve Yıldız (2010) çalışmalarında 11. sınıf öğrencilerinin özelleştirme ile ilgili problemleri çözerken sıkıntı yaşamadıklarını tespit etmişlerdir. Benzer sonucu Tall (2008) ve Keskin, Akbaba Dağ ve Altun (2013) da belirtmiştir. Yıldırım (2015) ise ortaokul öğrencilerinin özelleştirme sürecinde zorlanmadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Öğrencilerin problemde özel durumları örneklendirerek, isteneni örneklerle ilişkilendirip problemin çözümünü kolaylıkla gerçekleştirdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerden bazıları doğru stratejiyle başlamalarına rağmen yanlış sonuca ulaştıkları belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin problemin mantığı anladıklarını, ancak işlemsel olarak yeterli seviyede olmadıkları şeklinde yorumlanabilir. Öğrencilerin bu durumuna benzer olarak çeşitli araştırmalar da mevcuttur (Rudder, 2006; Erbaş ve Okur, 2012; Ersoy ve Güner, 2014).

Öğrencilerin çözüm biçimleri incelendiğinde sözel ve matematiksel ifadeleri birlikte kullananların çoğunlukta olduğu görülmüştür. Daha sonra ise sadece sözel ifade kullanarak problemi çözenlerin geldiği belirlenmiştir. Ancak bunlarla birlikte şekil, tablo kullanan öğrencilerin de bulunduğu belirlenmiştir. Bu durumun öğrencilerin problemin çözümüne yönelik görüşlerini ifade ederken sözel ifadeleri kullandıkları ve sözel örnekleri vermek için matematiksel ifadeleri kullanmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Problem çözümünde kullanılan ana stratejiler tahmin ve kontrol, denklem kurma, eşitsizlik, denklem kurma ile eşitsizliğin birlikte kullanımı olarak belirlenmiştir. Tahmin ve kontrol ana teması rastgele değer verme ve sistematik değer verme temalarına ayrılmıştır. Sistematik değer verme, öğrencilerin çözüm biçimlerine göre 6 alt kategoriye ayrılmıştır. Denklem kurma ana teması, çeşitli bilinmeyenlerin kullanıldığı denklemlerin çözülmesiyle belirlenmiştir. Ancak öğrencilerin, bir bilinmeyenli denklemleri doğrudan çözmeye çalıştıkları ve birden fazla bilinmeyen içeren denklemleri ise denklem çözmenin yanında değer vererek de sonuca ulaşmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Eşitsizlik ana temasında birden fazla bilinmeyenli eşitsizlikler kurarak değer vermeye çalıştıkları görülmüştür. Denklem kurma ve eşitsizliğin birlikte kullanıldığı ana temada ise birden fazla değişken kullanarak denklem çözmenin yanında, değer vererek problemin sonucuna ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Bu stratejiler arasında en çok tercih edilenin tahmin ve kontrol ana temasının olduğu tespit edilmiştir. En az olarak ise denklem kurma ve eşitsizliğin birlikte kullanıldığı ana temanın olduğu görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin veriler arasındaki özel durumları düşünerek değerler verip sonucun ne olabileceğini belirlemeye çalıştıklarını göstermektedir. Burada kullanılan stratejilerle Ersoy ve Güner (2014)'in çalışmasında kullanılan stratejilerden tahmin ve kontrol ile eşitsizlik temalarının ortak olduğu belirlenmiştir. Altun ve Arslan (2006) çalışmasında ise tahmin ve kontrol stratejisinin birlikte kullanıldığı belirlenmiştir.

Öğretmen ve öğretmen adaylarının özelleştirme bileşeni kapsamında strateji tahminleri incelendiğinde tahmin ve kontrol ana teması altında rastgele değer vermeyi öğretmen adaylarının kullandıkları ancak öğretmenlerin kullanmadıkları görülmüştür. Sistematik değer vermede ise öğrencilerin kullanmış oldukları 6 kategoriden, öğretmenlerin 3'ünü, öğretmen adaylarının ise 1 ya da 2'sini tahmin ettikleri belirlenmiştir. Bu durum öğretmenlerin öğretmen adaylarına göre daha fazla seçenekleri ifade edebildiklerini göstermektedir. Bu durum matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma bileşeninde de benzer olarak tespit edilmiştir.

Denklem kurma ana temasında, bütün grupların aynı şekilde birden fazla bilinmeyenli denklemler kurarak değer verdikleri belirlenmiştir. Ancak öğrencilerin denklemleri çözmeye çalıştıklarını tahmin etmede başarılı olamamışlardır. Öğretmen ve öğretmen adaylarının çok değişkenli denklemlerin çözümünü zor olarak düşünmelerinden dolayı öğrencilerin bu stratejiyi tercih etmeyeceklerini belirttikleri görülmüştür. Ancak öğrencilerin konuları zor olarak düşünmeden bildikleri stratejileri uygulamaktan kaçınmadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Burada öğrencilerin konuları zor olarak düşünmedikleri, öğretmen ve öğretmen adaylarının kendi olumsuz önyargılarıyla öğrencilere konuları anlatmamaları gerektiği görülmektedir.

Öğrencilerin eşitsizlik ana temasını kullanarak problemin sonucuna ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir, ancak hiçbir öğretmen ya da öğretmen adayının bu temayı kullanmadığı görülmüştür. Eşitsizlik ve denklem kurma temalarının birlikte kullanımını ise I ve IV. sınıf öğretmen adayları ile matematik öğretmenlerinin ifade ettiği belirlenmiştir. Burada öğrencilerin kullanmış oldukları denklem çözerek sonuca ulaşma ifadesini ise sadece matematik öğretmenlerinin kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Genel olarak öğretmen ve öğretmen adaylarının özelleştirme bileşeni kapsamında strateji tahminleri incelendiğinde öğretmenlerin, öğrencilerin kullandıkları seçenek tahminlerine daha çok ulaştıkları belirlenmiştir. Ancak öğrencilerin düşünme seviyelerine yönelik olarak öğretmen adaylarının basite ulaşma konusunda daha başarılı oldukları görülmüştür. Bu konuda Tirosh (2000) ise öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerini yeterince tahmin edemediklerini ifade etmiştir. Tirosh (2000)'un çalışması, bu çalışmadaki öğretmenlerin daha çok seçeneği tahmin etmeleri ancak öğretmen adaylarının seçenek konusunda yetersiz kalmaları sonucuyla örtüşmektedir. Ancak öğrencilerin yaptıkları basit çözümlerde ise öğretmen adaylarının daha başarılı olduğu görülmüştür.

Problemin amacına yönelik olarak öğrenci seçme ya da öğrencilerin düşüncelerini karıştırmaya yönelik bir problem şeklindeki ifadeyi sadece I. sınıf öğretmen adaylarının belirttikleri görülmüştür. Buna gerekçe olarak da problemin zor olduğunu ve problemde birçok değişkenin bulunduğunu ifade etmişlerdir. Farklı dersler arasında ilişki kurabilme ifadesini II. sınıf öğretmen adayları ve günlük yaşamla ilişkilendirme ifadesini IV. sınıf öğretmen adayları kullanmıştır. Öğretmenler ise cebirsel ifadeleri anlayabilme ve neden sonuç ilişkisini görebilme gibi ifadeleri belirtmişlerdir. Öğretmen adaylarının eğitim bilgilerini daha sıklıkla kullandıkları görülürken, öğretmenlerin matematik terimlerini kullanmayı tercih ettikleri görülmüştür. Bu durum öğretmen adaylarının aldıkları eğitim derslerinin yeni olması nedeniyle bilgilerinin üzerinden zaman geçmediği, ancak öğretmenlerin matematik konularına dönük terimlerine daha hâkim oldukları şeklinde yorumlanabilir. Bu kapsamda, elde edilen sonuca paralel olarak Tirosh (2000), öğretmenlere öğrencilerin olası stratejilerini anlamanın, mesleğe başlamadan önce kazandırılması gerektiğini ifade etmiştir. Ancak kazandırılan bu bilgilerin devamının sağlanması gerekmektedir.

Problemdeki matematiksel kavramlar için öğretmen ve öğretmen adaylarının denklem kurma, eşitsizlik ve dört işlem gibi kavramları ifade ettikleri belirlenmiştir.

Cebirsel ifade ve tümdengelim ifadelerini ise öğretmenlerin kullandığı görülmüştür. Bu durum öğretmen adaylarının, öğretmenlere göre daha genel terimleri kullandıklarını, öğretmenlerin daha öznel terimleri ifade ettiklerini göstermektedir. Bu kapsamda öğretmenlerin matematiksel kavramlarını daha iyi ifade edebildikleri görülmektedir. Matematiksel kavramların önemiyle ilgili Tall (1993), matematiksel kavramların yeterli bir şekilde anlaşılmamasının öğrenme güçlüklerine yol açtığını belirtmiştir. Benzer şekilde başka çalışmalarda da matematiksel kavramların, etkili öğrenme için önemli olduğu belirlenmiştir (Dowker, 1997; Baker ve Czarnocha, 2002; Camacho, 2002).

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacakları araştırıldığında denklem kurarak ifadesini öğretmen adaylarının kullandıkları belirlenmiştir. Bunun dışındaki ifadelerde öğretmen ve öğretmen adaylarının benzer ifadeleri belirttikleri görülmüştür. Problemin öğrenci seviyesine uygunluğu olarak da öğretmen ve öğretmen adaylarının aynı olarak orta ya da zor bir problem olduğunu düşüncesini ifade ettikleri sonucuna ulaşılmıştır.

5.1.3. Üçüncü Problemden Elde Edilen Sonuçlar ve Tartışma

Matematiksel düşünmenin *"doğrulama ve ikna etme"* bileşenine yönelik olarak hazırlanan problemde, öğrencilerden belirli bir cevap istenmemiştir. Sadece kabul ettikleri stratejileri matematiksel kurallar çerçevesinde doğru bir şekilde anlatmaları gerektiğinden, öğrencilerin probleme yönelik yaptıkları açıklamalar incelenmiştir. Öğrencilerin problemi çözüm biçimleri incelendiğinde, büyük bölümünün sözel ifadeler tercih ettikleri görülmektedir. Daha sonra ise sözel ve şekli birlikte kullanıp açıklama yaptıkları tespit edilmiştir. Bu durum, doğrulama ve ikna etme bileşeni bağlamında öğrencilerin yaptıklarını anlatma gereksinimi duyduklarından sözel ifadeleri sıklıkla kullanma ihtiyacı hissettikleri şeklinde düşünülebilir. Benzer şekilde Arslan ve Yıldız (2010), lise öğrencilerinin doğrulama sürecinde şekil çizerek isteneni ifade ettikleri sonucuna ulaşmıştır. Yeşildere (2006) ise çalışmasında öğrencilerin düşüncelerini, kanıtlar sunarak açıklamalar yapmayı tercih etmedikleri sonucuna ulaşmıştır.

Öğrencilerin üçüncü problemde kullanmış oldukları stratejiler formül kullanma, verilen şekli başka bir şekle dönüştürme ve geometrik özelliklerden faydalanma ana temaları olarak belirlenmiştir. Formül kullanma ana temasında elde edilen formülün ifade ve çözümlerine göre 3 alt tema belirlenmiştir. Başka bir şekle dönüştürme ana temasında, problemdeki şeklin dörtgen, yamuk, kare ve dikdörtgene dönüştürülmesiyle 4 alt tema belirlenmiştir. Geometrik özelliklerden faydalanma ana temasında ise kullanılan özelliklere göre 5 alt tema oluşturulmuştur.

Öğrencilerin en çok formül kullanma ana temasını, burada da belirlenen formülleri sözel ifade etmeyi fazlasıyla tercih ettikleri görülmüştür. Formül kullanmanın en fazla kullanılması, öğrencilerin şekil üzerinde birbiriyle bağlantılı özellikleri araştırmanın yerine ezbere yönelik çözüm yaptıkları, çözüm yolları üzerinde düşünmeden alıştıkları çözüm biçimleriyle sonuca ulaşmaya çalıştıkları şeklinde yorumlanabilir. Benzer durum başka çalışmalarda da (Stacey, 1989; Verschaffel, De Corte ve Lasure, 1994; Greer 1997; Tanışlı ve Özdaş, 2009; Yıldırım, 2015) görülmüştür. Öğrencilerin en az ise şekli başka bir şekle dönüştürmeye çalıştıkları belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin problemde istenenin farklı bir yapıya dönüştürülmesi durumunda daha çok önceki öğrendiklerini tekrarlayarak bilindik bir çözüm üretmeye çalıştıklarını göstermektedir. Farklı yapılar arasında bağlantı kurmaya yönelik olarak çözüm üretmeye çalışan öğrenci sayısının ise az olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu kapsamda Yıldırım (2015) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin üçgen çizimine odaklandıklarını ve özel durumlara dayalı sonuçlar elde ettiklerini bulmuştur. Bu durum, çalışmada tema olarak belirlenen başka bir şekle dönüştürme stratejisiyle paralellik göstermektedir. Ersoy ve Güner (2014)'in yapmış oldukları çalışmada kullanılan stratejilerle, bu çalışmada belirlenen temalar arasında ortak olan temaların bulunmadığı görülmüştür. Ayrıca varsayımda bulunma ve özelleştirme problemlerinde kullanılan tahmin ve kontrol temasının kullanılmadığı tespit edilmiştir. Bu durum doğrulama ve ikna etme bileşenin de değer vererek çözümün yapılamayacağını göstermektedir. Bu durum Yıldırım (2015)'ın çalışmasında elde edilen öğrencilerin tahmin yapmaya fazla yönelmedikleri sonucuyla benzerlik göstermektedir.

Öğretmen ve öğretmen adaylarının *"doğrulama ve ikna etme"* bileşeni kapsamında strateji tahminleri incelendiğinde, öğretmen adaylarının formül kullanma ana temasında yer alan alt temalardan ikisi ile ilgili yorumda bulundukları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin ise 3 alt tema üzerinde yorumda bulundukları görülmüştür. Başka bir şekle dönüştürme ana teması altında belirlenen şekillerle ilgili en çok yorumu II. sınıf öğretmen adaylarının yaptığı belirlenmiştir. Öğretmenler ise dörtgen ve dikdörtgen olmak üzere iki şekil üzerinde fikir yürütmüşlerdir. Geometrik özelliklerden faydalanma ana temasında ise öğretmen adayları ortaokul öğrencileri kadar çeşitli yorum yapmadıkları, öğretmenlerin ise herhangi bir yorum da bulunmadıkları belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin genel olarak matematik bilgisine yönelik sonuçlar çıkarmalarında öğretmenler başarılı olurken, bilgileri kullanarak başka veriler elde etmelerinde ise öğretmen adaylarının yorumda bulundukları ancak öğretmenlerin yorumlayamadıklarını göstermektedir. Öğretmen ve öğretmen adaylarının yoruma açık stratejiler yerine daha çok formül kullanmayı tercih etmeleri ezbere yönelik eğitim aldıkları şeklinde yorumlanabilir. Bu durum Doruk ve Kaplan (2013) çalışmasında da öğretmen adaylarının kanıt yaparken ezber ve sonuç ağırlıklı bir yaklaşım benimsemeleriyle paralellik göstermektedir. Başka çalışmalarda da öğretmen adaylarına verilen öğretmen merkezli eğitimin, öğretmen adaylarını ezbere yönelttiği ifade edilmiştir (De Villiers, 2003; Güven ve Karataş, 2005). Ayrıca Hadjidemetriou ve Williams (2002) ise öğretmenlerin, öğrencilerin yaptıkları çizimlere yönelik düşüncelerini tahmin etmede başarılı olamadıkları sonucuna ulaşmıştır.

Problemin amacına yönelik olarak öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde, matematiğe karşı olan olumsuz önyargıyı kırabilme ifadesini I. sınıf öğretmen adaylarının kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca genel olarak öğrencilerin düşünme biçimlerine yönelik açıklamalarda bulunmuşlardır. Hazırbulunuşluk kavramın II. sınıf öğretmen adaylarından itibaren bütün grupların kullandıkları tespit edilmiştir. Bu da eğitim derslerinin etkili olmaya başlamasıyla grupların bu çerçevede yorumlar yaptıklarını göstermektedir. Öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirebilme ifadesini ise bütün grupların ifade ettiği belirlenmiştir. Problemde şekil kullanmanın faydasına yönelik olarak Hoffer (1981), görsel öğelerde bulunan dolaylı veya doğrudan gizlenen durumların öğrencilerin görülmesinin, öğrencilerin düşünme biçimlerini fark etmeyi sağladığını ifade etmiştir. Bunun dışında grupların benzer ifadeler kullandıkları görülmüştür.

Problemdeki kavramlara yönelik olarak öğretmen ve öğretmen adaylarının üçgen, açı, kenar, alan, yükseklik gibi alan hesabında kullanılan temel özellikleri ortak olarak belirttikleri tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin öğretmen adaylarından farklı olarak trigonometri ve tümevarım kavramlarını kullandıkları görülmüştür. Bu durum öğretmenlerin, öğretmen adaylarından karmaşıklık yönünden daha farklı kavramlar kullandıklarını göstermektedir. Benzer olarak Işık (2011) çalışmasında, öğretmen adaylarının problemlerin kavramsal analizinde güçlükler yaşadıklarını belirtmiştir.

Öğrencilerin problemin çözümüne nasıl başlayacakları incelendiğinde, bütün grupların benzer şekilde kenarlara değerler vererek, alan formüllerini düşünerek, doğrudan değer vererek, yüksekliği belirleyerek, şeklin özelliklerini düşünerek, iki ayrı üçgen olarak düşünerek gibi ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Ancak öğrencilerin kenarlara doğrudan değerler vererek çözmelerini sadece I. sınıf öğretmen adayları tahmin edebilmiştir. Bu şekilde doğrudan değer vererek basit bir şekilde çözüme ulaşmayı I. sınıf öğretmen adaylarının diğer öğretmen adaylarından ve öğretmenlerden daha kolay bir şekilde düşünebildikleri anlaşılmaktadır. Burada öğrencilerin rastgele değerler vermeleri, Işık ve Kar (2011)'ın çalışmasında elde edilen rutin problemleri çözerken ortaokul öğrencilerinin rastgele işlemler yapmaları sonucuyla benzerlik göstermektedir.

Problemin öğrenci seviyesine uygunluğu incelendiğinde I ve II. sınıf öğretmen adaylarının kolay, orta ve zor olarak ifade ettikleri görülürken, IV. sınıf öğretmen adayları ile matematik öğretmenlerinin kolay ve zor olarak ifade ettikleri belirlenmiştir. Bu durum genel olarak öğretmen ve öğretmen adaylarının benzer yorumlarda bulunduklarını göstermektedir.

5.1.4. Dördüncü Problemden Elde Edilen Sonuçlar ve Tartışma

Matematiksel düşünmenin *"genelleme"* bileşeni kapsamında hazırlanan dördüncü problemi ortaokul öğrencilerinin yapma düzeyleri incelendiğinde, öğrencilerin yaklaşık yarısının doğru çözüm yaptığı belirlenmiştir. Diğer problemlere göre başarının kısmen de olsa düştüğü görülmüştür. Bu durum Keskin, Akbaba Dağ ve Altun (2013)'un çalışmasıyla da paralellik göstermektedir. Alkan ve Bukova Güzel (2005) ise genelleme sürecinde öğretmen adaylarının sıkıntı yaşadıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca öğrencilerden bazılarının doğru stratejiyle başlayıp yanlış çözüm yaptıkları belirlenmiştir. Ancak diğer problemlere göre burada, doğru stratejinin yanında yanlış çözüm yapanların sayısının daha fazla olduğu belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin işlemsel olarak yeterli düzeyde olmadıkları şeklinde yorumlanabilir.

Benzer durum çeşitli çalışmalarda da (Rudder, 2006; Erbaş ve Okur, 2012; Ersoy ve Güner, 2014) ifade edilmiştir.

Öğrencilerin problem çözümlerini açıklama biçimlerine bakıldığında öğrencilerin büyük kısmının şekil, sözel ve matematiksel ifadeleri birlikte kullandıkları görülmüştür. Burada öğrencilerin problemi şekille ifade etmeleri gereksiniminin çoğunlukta olduğu sonucu elde edilmiştir. Bu durumun problemin yapısından dolayı şekille çözmenin daha kolay olacağını düşünmelerinden kaynaklandığı söylenebilir. Aynı zamanda problem çözümü, sözel ifadelerle bu durumun desteklenmesi ve matematiksel çıkarımda bulunmaları sürecini oluşturmaktadır. Bu kapsamda Arslan ve Yıldız (2010) çalışmalarında ortaokul öğrencilerin genelleme sürecinde sözel ifade kullanmayı tercih ettikleri sonucuna ulaşmışlardır. Akkan ve Çakıroğlu (2012) çalışmasında ortaokul 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin problem çözerken genelleme sürecinde çizelge ya da tablo kullanarak verileri düzenlediklerini ifade etmişlerdir. Ayrıca Swafford ve Langrall (2000) tablo kullanarak problem çözmenin, sonuca ulaşma bakımından genel bir bakış kazandıracağını belirtmişlerdir.

Öğrencilerin problemleri çözerken kullanmış oldukları stratejiler tahmin ve kontrol, denklem kurma, mantıksal akıl yürütme, geriye doğru çalışma ve örüntü bulma olarak belirlenmiştir. Tahmin ve kontrol ana temasında rastgele değer vererek sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Denklem kurmada ise x, y türünden değişkenlerle kurulan denklemlerin çözülmesiyle problemde istenene ulaşmak için çabaladıkları görülmüştür. Öğrencilerin büyük bölümünün geriye doğru çalışma stratejisini tercih ettiği belirlenmiştir. Örüntü bulma stratejisi ise çok az kullanılmıştır. Çalışmadan farklı olarak Stacey (1989), Rico (1996) ve Ma (2007) çalışmalarında öğrencilerin sayı örüntülerini elde etmeye çalıştıkları sonucuna ulaşmışlardır. Genelleme bileşeni kapsamında belirlenen temaların Ersoy ve Güner (2014)'in çalışmalarında belirlenen tahmin ve kontrol ile mantıksal akıl yürütme temalarıyla ortak olarak kullanıldığı tespit edilmiştir. Altun ve Arslan (2006) yaptıkları çalışmada ise tahmin ve kontrol ile geriye doğru çalışma stratejilerinin ortak olduğu belirlenmişlerdir.

Öğretmen ve öğretmen adaylarının *"genelleme"* bileşeni kapsamında strateji tahminleri incelendiğinde denklem kurma ve geriye doğru çalışma stratejilerini bütün grupların ifade ettikleri görülmüştür. Öğretmenlerin, öğrencilerin kullanmış oldukları 5 temadan 2’sini tahmin ettikleri belirlenmiştir. II, III ve IV. sınıf öğretmen adaylarının iki ya da üç temayı ifade ettikleri ortaya çıkmıştır. I. sınıf öğretmen adaylarının ise 4 temadan bahsetmeleri dikkat çekicidir. I. sınıf öğretmen adaylarının diğer gruplardan farklı olarak örüntü bulma temasını belirttikleri görülmüştür. Öğrencilerin kullanmış oldukları mantıksal akıl yürütme temasını ise hiçbir grubun ifade etmediği belirlenmiştir. Elde edilen bu sonuçlar, öğretmenlerin en az, I. sınıf öğretmen adaylarının ise en fazla tahminde bulundukları sonucunu göstermektedir. Öğrencilerin yapmış oldukları çözüm biçimleri bakımından I. sınıf öğretmen adaylarının diğer gruplara göre oldukça başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuçlarla benzer olarak Bergqvist (2005) çalışmasında öğretmenlerin, öğrenci düşünme biçimlerini yeterli düzeyde anlayamadıkları sonucuna ulaşmıştır.

Problemin amacına yönelik olarak öğretmen ve öğretmen adaylarının genel olarak dikkati ölçme, tersten düşünebilme, üslü sayıları öğretebilme gibi benzer ifadeleri söyledikleri belirlenmiştir. Farklı olarak I. sınıf öğretmen adaylarının sözel ifadeyi matematiksel ifadeye dönüştürebilme, II. sınıf öğretmen adaylarının günlük hayatla ilişkilendirebilme, III. sınıf öğretmen adaylarının geometrik artışı öğretebilme, IV. sınıf öğretmen adaylarının mantık yürütme ve öğretmenlerin olayın başlangıç ve sonunu görebilme ifadelerini kullandıkları görülmüştür. Problemdeki matematiksel kavramları incelerken dört işlem ve üslü sayılar ifadelerini bütün grupların ortak olarak kullandıkları belirlenmiştir. Bunun dışında denklem kurma, örüntü, katlar, gibi ifadeler çoğunlukla kullanılmıştır.

Öğrencilerin probleme nasıl başlayacaklarına yönelik olarak öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşlerine bakıldığında, problemin sonundan başlama ifadesini IV. sınıflar hariç diğer grupların kullandıkları görülmüştür. Problemin yapısından dolayı öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının büyük bölümü, öğrencilerin problemin sonundan başlayacaklarını ifade ettikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin bu şekilde yapabilmelerindeki temel faktör, problemi görsel olarak görmeye çalışmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer şekilde Presmeg (1992), görselleştirmenin problemin veya kavramın anlaşılmasında fayda sağlayacağını ifade etmiştir. Verilenleri yazma ve verilenleri matematiksel olarak ifade etme kavramlarını sadece I. sınıf öğretmen adayları kullanmıştır. Problemi doğrudan değer verme ifadesini ise II. sınıf öğretmen adaylarının belirttiği sonucuna ulaşılmıştır.

Dördüncü problemin güçlük düzeyine yönelik olarak I, II ve III. sınıf öğretmen adaylarının öğrenci seviyelerine göre kolay, orta ya da zor bir problem olacağını belirttikleri tespit edilmiştir. IV. sınıf öğretmen adayları ile matematik öğretmenlerinin ise problemin öğrenci seviyesine göre zor olmadığı, kolay ya da orta güçlükte bir problem olduğunu ifade ettikleri belirlenmiştir. Bu durum IV. sınıf öğretmen adaylarıyla öğretmenlerin benzer görüşlere sahip olduklarını ve diğer öğretmen adaylarından farklı olarak problemi değerlendirdiklerini göstermektedir.

5.2. Öneriler

Bu bölümde çalışmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda gerekli önerilerde bulunulmuştur. Matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma bileşenini ortaokul öğrencilerinin doğru çözme durumları incelendiğinde, öğrencilerin bütün olasılıklara ulaşmadan sadece birkaç örnek vererek problemin çözümünü tamamladıkları görülmüştür. Benzer şekilde özelleştirme probleminde de öğrencilerin genel olarak belirli değerler vererek problemin çözümüne ulaşmaya çalıştıkları, tüm durumlar yerine belirlenen birkaç değerle çözümü bitirdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin problem çözümünün belli bir kısmını tamamlayıp, kalanı hakkında yorum yapmamalarının önüne geçebilmek için öğrencilerin derslerde, birkaç çözümü olan ve birden fazla cevap istenen problemler çözmeleri faydalı olacaktır. Bunu sağlayabilmek için öğretmen adaylarının bu yönde yetiştirilmesi ve okullarda bu tür problemlerin çözümüne önem verilmesi gerektiği düşünülmektedir.

Varsayımda bulunma ve özelleştirme problemleri kapsamında öğretmen ve öğretmen adaylarının, öğrencilerin kullandıkları stratejileri yeterli düzeyde tahmin edemedikleri belirlenmiştir. Bu kapsamda öğretmen adaylarının kısmen de olsa öğrenciler gibi basit düşünebildikleri ancak öğretmenlerin yetersiz kaldıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin problemlerin zor olduğunu düşünmeden çeşitli stratejileri kullandıkları görülürken, öğretmen ve öğretmen adaylarının bu tür durumları ifade edemedikleri tespit edilmiştir. Bu nedenle öğretmen adaylarının lisans eğitime başlamalarıyla birlikte öğrencilerin düşünme biçimlerini tahmin etmeye yönelik çeşitli etkinliklerin yapılmasının faydalı olacağı düşünülmektedir. Öğretmenlerin de matematiksel düşünmenin geliştirilmesine yönelik etkinliklere katılmaları faydalı olabilir. Ayrıca öğretmen ve öğretmen adaylarının kendi fikirlerini öğrencilere benimsetmeye çalışmadan, öğrencilerin serbest bir şekilde fikirlerini ifade ettikleri bir eğitim ortamın sağlanması amacıyla çeşitli çalışmaların yapılması uygun olabilir.

Doğrulama ve ikna etme bileşeni kapsamındaki problemde, öğrencilerden daha önce karşılaşmadıkları bir problem durumunda çözüm için nasıl bir yol izleyecekleri ve bunu nasıl ifade edecekleri araştırılmıştır. Burada öğrencilerin az bir bölümünün farklı durumları uygulamaya çalıştığı görülse de büyük çoğunluğunun daha önce öğrenmiş oldukları formülleri uygulamaya çalıştıkları söylenebilir. Burada öğrencilerin ezbere yönelik bir çözüm yaptıkları anlaşılmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin ezbere dayalı olmayacak şekilde hareket etmeleri için öğrencilerin farklı düşüncelerinin teşvik edilmesi gerekmektedir. Öğretmen ve öğretmen adaylarının bu bilince sahip olmaları, bu durumun sağlanmasında oldukça önemli bir rol oynamaktadır. Bu çerçevede öğretmenlerin derslerde öğrencilerin problem çözümlerini birbirlerine açıklayabildikleri, farklı çözüm yollarını görebildikleri, formül kullanmak yerine kendi çözüm stratejilerini oluşturabildikleri, kabul ettikleri çözümün doğruluğunu kontrol edebildikleri, öğrencilerin kendi aralarında tartışarak çözümler üzerinde fikirler üretebildikleri fırsatlar oluşturmalıdırlar. Öğretmen adaylarının da buna yönelik deneyim kazanabilmeleri için gerekli uygulamaların yapılması gerektiği düşünülmektedir. Uygulamalar kapsamında öğretmen adaylarının, öğrencilerle daha fazla etkileşimde bulunmalarını sağlayacak çalışmaların yapılması bu ihtiyacı karşılayabilir.

Öğretmen ve öğretmen adaylarının doğrulama ve ikna etme bileşenine yönelik tahminleri incelendiğinde, öğretmen adaylarının öğrencilerin belirtmiş oldukları çözüm biçimlerini öğretmenlere göre fazla olarak ifade ettikleri sonucuna ulaşılmıştır. Genelleme problemine yönelik olarak ise öğrencilerin 5 çözüm stratejisini kullandıkları belirlenmiştir. Öğretmen ve öğretmen adaylarının tahminleri araştırıldığında öğretmenlerin en az, I. sınıf öğretmen adaylarının ise en fazla yorumda bulundukları sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum öğrenci cevap olasılıklarını çoğaltmada zaman geçtikçe üretkenliğin azaldığını göstermektedir. Bunun önüne geçmek amacıyla öğretmenlerin süreç içerisinde aktif olarak etkinliklere katılmalarının sağlanmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının teorik bilgilerinin, öğretmenlere göre daha iyi düzeyde olduğu görülürken uygulamada ise öğretmenlerin daha başarılı olduğu tespit edilmiştir. Bu durumda öğretmen adaylarının uygulamaya dönük bilgilerinin, öğretmenlerin ise teorik bilgilerinin arttırılmasının faydalı olacağı düşünülmektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının ortaokul müfredatında yer alan matematiksel kavramlara yönelik eksikliklerinin olduğu belirlenmiştir. Bu nedenle lisans düzeyinde işlenen derslerde ortaokul müfredatında yer alan matematiksel kavramların öğretimine ağırlık verilmesinin, öğretmen adaylarının meslek yaşamları için faydalı olacağı düşünülmektedir. Aynı zamanda matematiksel düşünme etkinliklerinin nasıl hazırlanıp uygulanacağı noktasında seçmeli derslerin açılmasıyla öğretmen adaylarının daha tecrübeli hale gelmeleri sağlanabilir.

Öğrencilerin matematiksel düşünmenin tüm bileşenlerini geliştirecek problemlere ders kitaplarında yer verilmesiyle, öğrencilerin bu tür problemlere yönelik deneyim kazanmaları sağlanabilir. Öğrencilerin doğrulama ve ikna etme ile genelleme bileşenlerinde biraz daha zorlandıkları göz önüne alındığında hazırlanan problem ve etkinliklerin bu bileşenlerin geliştirilmesine yönelik olarak diğer bileşenlere göre daha fazla ağırlık verilmesinin etkili olabileceği düşünülmektedir. Ayrıca öğretmenlerin derslerde, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ortaya çıkaracak öğretim yöntemlerine ağırlık vermeleri faydalı olabilir.

Araştırmanın daha farklı gruplarla klinik mülakat şeklinde yapılmasıyla, daha derinlemesine ve farklı sonuçlar elde edilebilir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin bir süreç içinde nasıl değiştiğinin gözlemlendiği çalışmalar yapılabilir. Aynı zamanda matematiksel düşünme bileşenlerinin ayrı ayrı olarak gelişmesini sağlayacak etkinliklerin ne tür özelliklere sahip olması gerektiğine yönelik araştırmaların yapılması faydalı olabilir. Matematiksel düşünmeyi ölçebilecek araçların özelliklerini belirleyecek çalışmaların öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirme açısından önemli olduğu düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim,* 37(165), 104-120.

Akkoyunlu, B. ve Kurbanoğlu, S. (2003). Öğretmen adaylarının bilgi okuryazarlığı ve bilgisayar öz-yeterlik algıları üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 1-10.

Alkan, H. ve Bukova Güzel, E. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 221-236.

Alkan, H. ve Tataroğlu Taşdan, B. (2011). Farklı sınıf düzeylerindeki matematik öğretmen adaylarının gözünden matematiksel düşünme. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(2), 107-137.

Altun, M. (2008). *İlköğretim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi* (5. basım). Bursa: Aktüel Yayınları.

Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi* (10. basım). Bursa: Aktüel Yayınları.

Altun, M. ve Arslan, Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Uludağ Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(1), 1-21.

Amsel, E., Langer, R. and Loutzenhiser, L. (1991). Do lawyers reason differently from psychologists? A comparative design for studying expertise. In R. J. Sternberg and P. A. Frensch (Eds.), *Complex Problem Solving: Principles and Mechanisms* (pp. 223-250). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Ardahan. H. (1990). Matematik öğretimi, *Selçuk Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, sayı:4.

Argün, Z. (2008). Lise matematik öğretmenlerinin yetiştirilmesinde mevcut yargılar, yeni fikirler. *TÜBAV Bilim Dergisi,* 1(2), 89–95.

Arslan, Ç. ve Altun, M. (2007). Learning to solve non-routine mathematical problems. *İlköğretim Online*, 6(1), 50-61.

Arslan, S. ve Yıldız, C. (2010). 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin aşamalarındaki yaşantılarından yansımalar. *Eğitim ve Bilim*, 35(156), 17-31.

Baker, D. and Campbell, C. (2004). Fostering the development of mathematical thinking: observations from a proofs course. *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics, Undergraduate Studies,* 14(4), 345-353.

Baker, W. and Czarnocha, B. (2002). *Written meta-cognition and procedural knowledge*. Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics, University of Crete, Hersonissos Crete, Greece.

Baki, A. (2014). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (5. basım). Ankara: Harf Eğitim.

Ball, D. L. (2003). *Mathematics proficiency for all students: Towards a strategic research development program in mathematics education.* Santa Monica, CA: Rand.

Baron, J. (2000). *Thinking and deciding* (Third edition). ABD: Cambridge University Press.

Baş, S. (2013). *Bir mesleki gelişim programı çerçevesinde öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini fark etme becerilerinin incelenmesi,* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Başaran, S. (2011). *Üniversite öğrencilerinin matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerileriyle ilgili duyuşsal ve demografik etmenlerin araştırılması,* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Başer, N. (1996). *Ders geçme ve kredi sisteminde lise için bir matematik başarı testi tasarımı ve uygulanabilirliğinin araştırılması*, Yayımlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İzmir.

Baykul, Y. (2014). O*rtaokulda matematik öğretimi (5-8. sınıflar)* (2. basım). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Bergqvist, T. (2005). How students verify conjectures: Teachers' expectations. *Journal of Mathematics Teacher Education, 8,* 171–191.

Billstein, R., Libeskind, S. and Johnny, L. (2004). *A problem solving approach to matematics for elementary school teachers.* New York: Addison Wesley Longman.

Blitzer, R. (2003). *Thinking mathematically*. New Jersey: Prentice Hall.

Bingham, A. (1973). *Çocuklarda problem çözme yeteneklerinin geliştirilmesi***. (**Çev. A. Ferhan Oğuzkan), İstanbul: Milli Eğitim Basımevi.

Bukova Güzel, E. (2008). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerine olan etkisi. *e-Journal of New World Sciences Academy,* 3(4), 678-688.

Burkhardt, H. (1994). Mathematical applications in school curriculum. In T. Husen and T. N. Postlethwaite (Eds.), *The international encyclopedia of education* (2. edition) (pp. 3621-3624). Oxford/New York: Pergamon Press.

Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(l), 35-49.

Bulut, M. (2009). *İşbirliğine dayalı yapılandırmacı öğrenme ortamlarında kullanılan bilgisayar cebir sistemlerinin matematiksel düşünme, öğrenci başarısına ve tutumuna etkisi,* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (11. basım). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Cai, J. (2000). Mathematical thinking involved in U.S.and Chinese students' solving of process-constrained and process-open problems, *Mathematical Thinking and Learning,* 2(4), 309-340.

Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: An exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* 34 (5), 719-737.

Camacho, J. E. D. (2002). *Comparing declarative and procedural learning strategies under a problem based learning approach*. Unpublished Doctoral Dissertation. United States International University, San Diego.

Carpenter, T. P., Fennema, E. and Franke, M. L. (1996). Cognitively guided instruction: A knowledge base for reform in primary mathematics instruction. *The Elementary School Journal*, 97(1), 3-20.

Chapman, O. (2002). Teaching Word Problems: What High School Teachers Value. *Proceeding of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group the Psycology of Matematics Education*, 1(4), 26-29.

Cohen, L. and Manion, L. (1994). *Reserach methods in education* (4. edition). London: Routledge.

Coşkun, S. (2012). *Üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre tasarlanmış çalışma yaprakları yardımıyla* *incelenmesi*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Crespo, S. (2000). Seeing more than right and wrong answers: Prospective teachers' interpretations of students' mathematical work. *Journal of Mathematics Teacher Education, 3*, 155-181.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: choosing among five approaches* (2. edition). London: Sage Publications.

Cüceloğlu, D. (1997). *İyi düşün doğru karar ver* (18. basım). İstanbul: Sistem Yayıncılık.

Czocher, J. A. (2013). Where does the calculus go? An investigation of how calculus ideas are used in later coursework. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technologj*, 44(5), 673-684.

Darling-Hammond, L. (1994). *Professional Development Schools: Schools for Developing a Profession.* New York: Teachers College Press.

De Bock, D., Verschaffel, L. and Janssens, D. (1998). The predominance of the linear model in secondary school students' solutions of word problems involving length and area of similar plane figures. *Educational Studies in Mathematics*, 35(1), 65-83.

Dede, Y. ve Argün, Z. (2004). Matematiksel düşüncenin başlangıç noktası: Matematiksel kavramlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi,* 39, 338-355.

De Villiers, M. (2003). *Rethinking proof with Geometer's Sketchpad 4*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

Doğan, N. (2010). *Eğitimde yeni yönelimler*, Demirel, Ö. (Editör), Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Doruk, M. ve Kaplan, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının dizilerin yakınsaklığı kavramı üzerine ispat değerlendirme becerileri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi (Journal of Research in Education and Teaching), 2*(1), 231-240.

Dowker, A. (1997). Young children's addition estimates. *Mathematical Cognition*, 3(2), 141–154.

Draznin, S. Z. (1997). *A window into mathematical thinking: teachers' reflections on students' journal writing.* Unpublished doctor's thesis, National-Louis University, Chicago.

Dreyfus, D. (1990). www.bu.edu./wcp/papers/TKno/TKnoStar.htm (erişim tarihi:10.05.2016)

Driscoll, M. (2007). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Dunlap, J. (2001). Mathematical thinking. http://Ctzalehamn-Mathematicalthinking (erişim tarihi: 23.05.2014)

Dunphy, E. (2010). Exploring young children's (mathematical) thinking: preservice teachers reflect on the use of the one-to-one interview. *International Journal of Early Years Education*, 18(4), 331-347.

Duran, N. (2005). *Matematiksel düşünme becerilerine ilişkin bir araştırma,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), 83-106.

English, L. D. (2007). Children's strategies for solving two and three dimensional combinatorial problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 255-273.

Erbaş, A. K. ve Okur, S. (2012). Researching students' strategies, episodes, and metacognitions in mathematical problem solving. *Quality and Quantity: International Journal of Methodology*, 46(1), 89–102.

Ersoy, E. ve Başer, N. (2013). Matematiksel düşünme ölçeğinin geliştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi,* 21(4), 1471-1486.

Ersoy, E. ve Güner, P. (2014). Matematik öğretimi ve matematiksel düşünme. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi,* 3(2), 102-112.

Even, R. and Tirosh, D. (2008). Teacher knowledge and understanding of students' mathematical learning and thinking. In L.D. English (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd Edition, pp:202-222). New York: Routledge.

Fennema, E. and Franke, M.L. (1992). Teachers' knowledge and ıts impact' in D.A Grouws (ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, (147-164). New York: Macmillan Publishing Company.

Ferri, R. B. (2003). Mathematical thinking styles-An emprical study, www.erzwiss.unihamburg.de/Personal/Gkaiser/pdf-dok/borrom2.pdf (erişim tarihi: 09.05.2015)

Flake, M. W. (2014). *An investigation of how preservice teachers' ability to professionally notice children's mathematical thinking relates to their own mathematical knowledge for teaching.* Unpublished doctor's thesis, the Graduate Faculty of the University of Kansas, Lawrence.

Foote, M. Q. (2006). *Supporting teachers in situating children's mathematical thinking within their lived experience.* Unpublished doctor's thesis, University of Wisconsin-Madison.

Gardner, H. (1999). *Intelligence reframed*, New York: Basic Books.

Gazit, A. (2011). Carpenter, tractors and microbes for the development of logical–mathematical thinking – the way 10th graders and pre-service teachers solve thinking challenges. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(8), 1033-1040.

Goggins, L. L. (2007). *Eliciting elementary preservice teachers' mathematical knowledge for teaching using instructional tasks that include children's mathematical thinking.* Unpublished doctor's thesis, the University of Delaware.

Gojak, L. (2011). *What's Your Math Problem!?!: Getting to the Heart of Teaching Problem Solving*. Huntington Beach, Ca: Shell Education.

Goldman, D. (2002). Mathematics=Content + process+ product, but do „thinking skills fit in?, *AMT*, 58(4), 38-44.

Gökkurt, B. ve Soylu, Y. (2012). Üniversite öğrencilerinin matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 1(4), 56-64.

Göl, R. (2017). *12. sınıf fen lisesi öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerinin özelleştirme, tahmin, ispat ve genelleme basamakları bağlamında incelenmesi,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Üniversitesi, Uşak.

Gözen, S. (2001). *Matematik öğretimi*. İstanbul: Evrim Yayınevi.

Greer, B. (1997). Modeling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7, 293-307.

Grossnickle, F. E. and Brueckner, L. J. (1963). *Discovering meanings in elementary school mathematics*. New York: Holt, Rinehart and Wiston.

Güven, B. ve Karataş, İ. (2005). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile oluşturmacı öğrenme ortamı tasarımı: Bir model, *İlköğretim-Online, 4*(1), 62-72.

Hacisalihoğlu, H. H., Mirasyedioğlu, S. ve Akpınar, A. (2003). *Matematik öğretimi*. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.

Hadjidemetriou, C. and Williams, J. (2002). Teachers' pedagogical content knowledge: Graphs from a cognitivist to a situated perspective. In A. D. Cockburn and E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 57–64). Norwich, UK.

Haylock, D. and Cockburn, A. (2003). *Understanding mathematics in the lower primary years*. London: Paul Champman Publishing.

Hazlitt, H. (1920*). Thınkıng as a scıence*, New York: Button Company.

Henderson, P. (2002). *Materials development in support of mathematical thinking*. http://portal.acm.org/citation.cfm?id=783001 (erişim tarihi: 16.11.2015)

Henderson, P. B., Baldwin, D., Dasigi, V., Dupras, M., Fritz, J., Ginat, D., Goelman, D., Hamer, J., Hitchner, L., Lloyd, W., Marion, B., Riedsel, C., Walker, H. (2001). *Striving for Mathematical Thinking*. ITiCSE 2000 Working Group Report, SIGCSE Bulletin - Inroads, 33(4), 114-124.

Hersh, R. (1993). Proving is convincing and explaining. educational studies in mathematics, 24(4), 389-399. http://Link.Springer.Com/Article/10.1007/Bf01273372 (erişim tarihi: 14.09.2016)

Hiebert, J. and Stigler, J. W. (2000). A proposal for improving classroom teaching: Lessons from the TIMSS video study. *The Elementary School Journal*, 3-20.

Hoffer, A. (1981), Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher*, 74, 11-18.

Hughes, E. K. (2006). *Lesson planning as a vehicle for developing pre-service secondary teachers' capacity to focus on students' mathematical thinking*. Unpublished Ph.D. Thesis, University of Pittsburgh, School of Education, Department of Instruction and Learning, Pittsburgh.

Hughes, W. and Lavery, J. (2004). *Critical thinking: an ıntroduction to the basic skills*. Fourth Edition. Canada.

Iannone, P. and Cockburn, A. D. (2008). "If you can count to ten you can count to infinity really": fostering conceptual mathematical thinking in the first year of primary school. *Research in Mathematics Education*, 10(1), 37-51.

Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 41*, 231-243.

Işık, C. ve Kar, T. (2011). İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı algılama ve rutin olmayan problem çözme becerilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 12(1), 57-72.

Jonassen, D. H. (2011). *Learning to solve problems: A handbook for designing problem-solving learning environments*. Taylor and Francis Group, New York.

Kalaycı, N. (2001). *Sosyal bilgilerde problem çözme ve uygulamalar*. Ankara: Gazi Kitabevi.

Kalman, R. (2004). The value of multiple solutions. *Mathematics Teaching in the Middle School, 10*(4), 174–179.

Kamii, C. and Kato, Y. (2005). Fostering the development of logico-mathematical thinking in a card game at ages 5–6. *Early Education and Development*,16(3), 367-384.

Karacaoğlu, A. (2015). *6-8. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme stratejileri ve hatalarının analizi*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

Karakoca, A. (2011). *Altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözmede matematiksel düşünmeyi kullanma durumları,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Karslıgil Ergin, G. (2015). *Öğrencilerin problem çözme ve kurma süreçlerindeki matematiksel düşünmelerinin incelenmesi,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.

Keıth, D. (2000). Finding your inner mathematician. *Chronicle of Higher Education*, 47(5), 5-6.

Keskin, M., Akbaba Dağ, S. ve Altun, M. (2013). 8. ve 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamalarındaki davranışlarının karşılaştırılması. *Journal of Educational Sciences*, 1, 33-50.

Kılıç, H. (2011). Preservice secondary mathematics teachers' knowledge of students. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*, *2*(2), 17–35.

Kılıç, P., Tunç-Pekkan, Z. ve Karatoprak, R. (2013). Materyal kullanımının matematiksel düşünme becerisine etkisi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama,* 9(4), 544-556.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning.* New York: Macmillan.

Knuth, E. J. (2002). Proof as a tool for learning mathematics. *Mathematics Teacher, 95(7)*, 486-490.

Kocaman, M. (2017). *Lise 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerilerinin incelenmesi,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in Scholl*, 7(4), 23-26.

Lane, C. P. (2005). *Mathematical thinking and the process of specializing.* Unpublished doctor's thesis, M.S. University of Cincinnati.

Lester, F. K. (1994). Musing about mathematical problem solving researchs: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660-675.

Lim, C. S. and Hwa, T. Y. (2006). Promoting mathematical thinking in the malaysian classroom: Issues and challenges. *APEC-Tsukuba International Conference,* Tokyo and Sapporo, Japan.

Liu, P. H. (2003). Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching?. *The Mathematics Teacher*, 96(6), 416-421.

Liu, Y. (2014). *Teachers' in-the-moment noticing of students' mathematical thinking: a case study of two teacher,* Unpublished doctor's thesis, The University of North Carolina.

Liu, P. H. and Niess, M. L. (2006). An exploratory study of college students' views of mathematical thinking in a historical approach calculus course. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(4), 373-406.

Lubinski, C. A., Fox, T. and Thomason, R. (1998). Learning to make sense of division of fractions: One K-8 pre-service teacher's perspective. *School Science and Mathematics*, 98(5), 247-253.

Lutfiyya, L. A. (1998). Mathematical thinking of high school in nebraska. *International Journal of Mathematics Education and Science Technology*, 29(1), 55-64.

Ma, H. L. (2007). The potential of patterning activities to generalization. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, and D. Y. Seo (Eds.), *Proceeding of the 31th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 225-232). Seoul: PME.

Ma'Moon, M. M. (2005). *Mathematical thinking and mathematics achievement of students in the year 11 scientific stream in Jordan*, Unpublished doctor's thesis, The University of Newcastle.

Mason, J., Burton, L. and Stacey, K. (1985). *Thinking mathematically*. Revised Edition. England: Addison-Wesley Publishers, Wokingham.

Mason, J., Burton, L. and Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (Second edition). Harlow England: Pearson Education Limited.

Mayer, R. (1985). Implications of cognitive psychology for ınstruction in mathematical problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Mulitiple Research Perspectives* (pp. 123-138). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition.* New York: W. H. Freeman and Company.

McKendree, J., Small, C. and Stenning, K. (2002). The role of representation ın teaching and learning critical thinking. *Educational Review***,** 54(1), 57-67.

McLeman, L. K. and Cavell, H. A. (2009). Teaching fractions. *Teaching Children Mathematics*, 15(8), 494-501.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2009a). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2009b). *Mesleki Eğitim ve Öğretim Sisteminin Güçlendirilmesi Projesi, Çocuk Gelişimi ve Eğitimi, Üstün Zekâ ve Özel Yetenekli Çocuklar*. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2011). *Ortaöğretim matematik (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) dersi öğretim programı ve ortaöğretim seçmeli matematik (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) dersi öğretim programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Milli Eğtim Bakanlığı. (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2017). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis* (2. edition). London: Sage Publications.

Mintzberg, H. (1994). *The rise and fall of strategic planning*. Basic Books.

Montague, M. (2008). Math problem solving for middle school studnets with disabilities. The access center improving outcomes for all students K-8.

Morgan, C. T. (1995). *Psikolojiye giriş (10. basım).* Hacettepe Üniversitesi Psikoloji Bölümü Yayınları, Ankara.

Moursund, D. G. (2007). *Introduction to problem solving in the ınformation age*. Eugene, Oregon: Information Age Education.

Mubark, M. (2005). *Mathematical thinking and mathematical achievement of students in the year of 11 scientific stream in Jordan*, Unpublished doctor’s thesis, New Castle.

Muckerheide, P., Mogill, A. T. and Mogill, H. (1999). In search of a fair game. *Mathematics and Computer Education, 33*(2), 142.

Nabb, K. A. (2013). *An empirical grounded theory approach to characterizing advanced mathematical thinking in college calculus,* Unpublished doctor’s thesis, Graduate College o f the Illinois Institute o f Technology, Chicago.

National Council Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards.* Reston, VA.

National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics.* Reston, VA.

National Council of the Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA.

Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics,* 40, 1-24.

Oers, B. V. (1996). Are you sure? Stimulating mathematical thinking during young children's play. *European Early Childhood Education Research Journal,* 4(1), 71-87.

Olgun, B. (2016). *Matematik öğretmeni adaylarının sözel problemleri çözümü: Görsel-uzamsal yetenekler, temsil kullanımı ve matematiksel düşünme yapıları,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.

Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2005). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi* (3. basım), Ankara: Maya Akademi.

Özden, Y. (2011). *Öğrenme ve öğretme* (11. basım)**.** Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Özdil, U. (2012). *Türev kavramındaki matematiksel düşünmenin çok aşamalı yapısal modeli,* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Özer, Ö. ve Arıkan, A. (2002). *Lise matematik derslerinde öğrencilerin ispat yapma düzeyleri*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Egitimi Kongresi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Öztürk, G. (2013). *Matematiksel düşünme odaklı öğretim: Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının planlama becerileri ve görüşleri,* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Öztürk, G. ve Akyüz, G. (2013). Öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeye odaklı öğretimi planlama becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi,* 21(3), 841-864.

Paterson, J. and Sneddon, J. (2011). Conversations about curriculum change: mathematical thinking and team-based learning in a discrete mathematics course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* 42(7), 879-889.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods* (3. edition). London: Sage Publications.

Pesen, C. (2008). *Yapılandırmacı yaklaşıma göre matematik öğretimi* (4. basım). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Polya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton, N.J.: Princeton Uni. Press.

Posamentier A. S. and Krulik, S. (2009). *Problem solving mathematics in grades 3-6.* California: Corwin A Sage Company.

Presmeg, N. C. (1992). Prototypes, metaphors, metonymies, and imaginative rationality in high school mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 23(6), 595-610.

Rico, L. (1996). The role of representation systems in the learning of numerical structures. In L. Puig, & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th conference* *of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 1, pp. 87–102). Valencia: University of Valencia.

Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking: cognitive development in social context*. NY: Oxford Press.

Rudder, C. A. (2006). *Problem solving: case studies investigating the strategies used by secondary American and Singaporean students*, Ph.D. thesis, Florida State University.

Ruggiero, V. R. (2004). *The art of thinking: A guide to critical and creative thought* (7. basım). ABD: Pearson Longman.

Santos-Trigo, M. (1998). Instructional qualities of a successful mathematical problem solving class. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(5), 631 – 646.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. (Ed. D.A. Grouws). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of The National Council of Teachers of Mathematics*. (pp.334-370). Newyork: Macmillan.

Schoenfeld, A. H. (1994). Reflections on doing an teaching mathematics. In Alan H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving* (pp. 53-70). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Seale, C. (1999). *The quality of qualitative research*, London: Sage publications.

Sevgen, B. (2002). *Matematiksel düşünce yapısı ve gelişimi*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Solso, R. L., Maclin, O. H. and Maclin, M. K. (2008). *Cognitive psychology*. Boston: Allyn and Bacon.

Song, M. J. and Ginsburg, H. P. (1987). The development of informal and formal mathematical thinking in Korean and U.S. children. *Child Development, 58*(5), 1286-1296.

Soto, M. M. (2014). *Documenting students' mathematical thinking through explanations and screencasts,* Unpublished doctor's thesis, The University of California, California.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, *20*(2), 147-164.

Stacey, K. (2006). What is mathematical thinking and why is it ımportant? *APECTsukuba International Conference,* Tokyo and Sapporo, Japan. http://www.apecneted.org/resources/files/12_3-4_06_1_Stacey.pdf (erişim tarihi: 12.04.2015)

Stein, M. K., Grover, B. W. and Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: an analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal,* 33(2), 455-488.

Stenger, C. L. (1999). *Characterization of university students' mathematical Thinking.* Unpublished doctor's thesis, The University of Missouri-Kansas City, Lawrence.

Suzuki, K. (1998). *Measuring "to think mathematically": cognitive characterization of achievement levels in performance-based assesment*. Dissertation, UMI: AAT 9912391

Swafford, J. O. and Langrall, C. W. (2000). Grade 6 students' pre-instructional use of equations to describe and represent problem situations. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(1), 89–112.

Tall, D. (1993). Students' difficulties in calculus, proceedings of working group 3 on students' difficulties in calculus. *ICME-7*, Quebec, Canada, 13–28.

Tall, D. (1995). Cognitive growth in elemantary and advanced mathematical thinking, plenarylecture. *Conference of the International Group for the Psychology of Learning Mathematics,* Recife, 1, 161.

Tall, D. (2002). *Advanced mathematical thinking*. USA: Kluwer Academic Publishers.

Tall, D. O. (2005). The transition from embodied thought experiment and symbolic manipulation to formal proof. *Proceedings of Kingfisher Delta'05, Fifth Southern Hemisphere Symposium on Undergraduate Mathematics and Statistics Teaching and Learning.* 1-16. Australia.

Tall, D. (2008). *The historical and individual development of mathematical thinking: Ideas that are setbefore and met-before.* Plenary presented at Colóquio de Histório e Tecnologia no Ensino Da Mathemática, UFRJ, Brazil.

Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemede kullandıkları stratejiler. *Educational Sciences: Theory and Practice, 9*(3), 1453-1497.

Taşdemir, A. (2008). *Matematiksel düşünme becerilerinin ilköğretim öğrencilerinin fen ve teknoloji dersindeki akademik başarıları, problem çözme becerileri ve tutumları üzerine etkileri,* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Tataroğlu Taşdan, B. (2014). *Matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerini matematiksel düşünmeyi destekleme bağlamında geliştirmeyi amaçlayan bir öğretim tasarımı,* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Tataroğlu Taşdan, B., Çelik, A. ve Erduran, A. (2013). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin geliştirilmesi hakkındaki görüşlerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi,* 21(4), 1487-1504.

Tirosh, D. (2000). Enhancing pre-service teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.

Topal, A. (2015). *Ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin standart bir algoritmayla çözülebilen ve çözülemeyen problemlerde kullandıkları matematiksel düşüncelerinin incelenmesi,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.

Toptaş, V. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının 'ayrıt' terimini matematiksel düşünce gelişim aşamalarına göre açıklamalarının incelenmesi. *International Journal of Science Culture and Sport,* 1, 255-265.

Tuna, A. (2011). *Trigonometri öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modelinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve akademik başarılarına etkisi,* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Tuncay, H. A. (2015). *Matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sivas.

Türk Dil Kurumu Büyük Türkçe Sözlüğü Online (2018). http://www.tdk.gov.tr/ (erişim tarihi: 25.01.2018).

Umay, A. (1992). *Matematiksel düşünmede süreci ve sonucu yoklayan testler arasında bir karşılaştırma,* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234–243.

Umay, A. (2004). Matematik eğitiminde değişim. http://www.matder.org.tr (erişim tarihi: 07.02.2017)

Umay, A. (2007). *Eski arkadaşımız okul matematiğinin yeni yüzü.* Ankara: Aydan Web Tesisleri.

Vacc, N. N. and Bright, G. W. (1999). Elementary preservice teachers' changing beliefs and instructional use of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education,* 30(1), 89-110.

Van De Walle, J., Karp, K. S. and Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çeviri Editörü Soner Durmuş), (7. basım), Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Verschaffel, L., De Corte, E. and Lasure, S., (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction* 4, 273–294.

Yazgan, Y. (2002). *İlköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri üzerine bir çalışma*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Yazgan, Y. ve Arslan, Ç. (2017). *Matematiksel sıradışı problem çözme stratejileri ve örnekleri* (2. basım). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi,* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24(2), 61-70.

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. B. (2007). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 40(1), 181-213.

Yıldırım, A.ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. basım). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, C. (2014). *Matematiksel düşünme* (10. basım). İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yıldırım, D. (2015). *Ortaokul öğrencilerinin geometrik problemlerdeki matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Yıldırım, K. (2006). *Çoklu zeka kuramı destekli kubaşık öğrenme yönteminin ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin matematik dersindeki akademik başarı, benlik algısı ve kalıcılığa etkisi.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

EKLER

Ek-1: Pilot Çalışmada Kullanılan Problemler

I. BÖLÜM

SINIF:

Problem 1.

Ayasofya Müzesi

Galata Kulesi, Ayasofya Müzesi'nden 8 metre daha yüksektir. Yapılardan birinin yüksekliği 34 metre daha kısa olsaydı; Galata Kulesi, Ayasofya Müzesi'nin 3 katı yükseklikte olacaktı. Bu bilgilerden faydalanarak kulenin ve müzenin yüksekliklerini bulunuz. Her iki yüksekliği nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Galata Kulesi

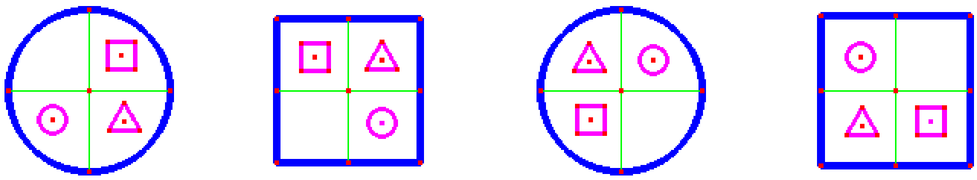
Problem 2.

Bir kırtasiyede mavi kalemler 2 liraya, kırmızı kalemler ise 3 liraya satılmaktadır. Bu kırtasiyeden bir miktar kalem alan Ahmet, 23 lira ödeme yapmıştır. Buna göre Ahmet'in almış olduğu mavi ve kırmızı kalem sayısının neler olabileceğini bulunuz? Kalem sayılarını nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Problem 3.

Şekilde verilen çarklar gün, hafta ve ay gösteriminde kullanılmaktadır. Küçük çark bir tam dönüş yaptığında 1 gün, ortanca çark bir tam dönüş yaptığında 1 hafta ve büyük çark ise bir tam dönüş yaptığında 1 ay geçmektedir. Bu durumda 1 yılda bu çarkların kaç tam dönüş yaptığını bulunuz? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Problem 4.



…

1. Şekil 2. Şekil 3. Şekil 4. Şekil 5. Şekil

Yukarıdaki şekiller arasındaki ilişkiler incelendiğinde 5. şeklin nasıl olacağını bulunuz. Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Problem 5.

Kızgın bir keçi, yeşil bir alanda dikdörtgen biçimindeki bir kulübenin köşesine bağlanmış şekilde otlanmaktadır. Bu kulübenin taban uzunlukları, 3 metre genişliğinde ve 4 metre uzunluğundadır. Keçinin bağlandığı ipin uzunluğu ise 5 metredir. Bu durumda keçinin otlayabileceği alanın maksimum değeri hakkında ne söylenebilir? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

II. BÖLÜM

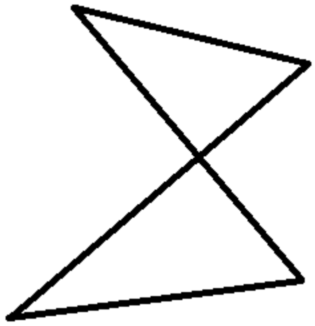
SINIF:

Problem 1.



Hilal'in hayvan resimleri koleksiyonu vardır. Koleksiyonunda uğur böceği, solucan ve arı resimleri bulunmaktadır. Koleksiyondaki solucan sayısı; arı ve uğur böceği sayılarının toplamından daha fazladır. Koleksiyonda toplam 10 tane baş ve 18 tane ayak bulunduğuna göre Hilal'in kaç tane uğur böceği vardır? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız. (Uğur böceğinin 6 ayağının, arının da 4 ayağının olduğu kabul edilecektir.)

Problem 2.



Yandaki şeklin alanının hesaplanmasına yönelik olarak nasıl bir yol izlenebilir? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

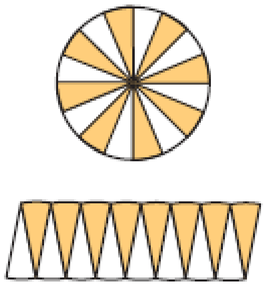
Problem 3.

Bir okulda resim yarışması düzenlenmiştir. Yarışmaya katılan öğrencilerin sayısı 41’den fazla ve 53’ten azdır. Yarışmaya katılan öğrencilerin resimleri gruplandırıldığında 6’lı gruplar oluşturulurken, 7’li gruplar oluşturulamamaktadır. Buna göre resim yarışmasına katılan öğrenci sayısı kaçtır? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Problem 4.

Her katta bir görevlinin bulunduğu yedi katlı bir iş merkezinin son katında ofisi olan Can Bey, günlük gazete almaktadır. Bu iş yerinde gazeteler şu kurala göre dağıtılır. Her görevli kendisine ulaşan gazetelerin yarısını o kata dağıtıp kalanını üst kata göndermektedir. En üst katta sadece Can Bey gazete aldığına göre bu iş merkezine günde kaç tane gazete gelmektedir? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Problem 5.



Şekildeki gibi bir daire 16 parçaya ayrılmıştır. Daha sonra bu parçalardan paralelkenar elde edilmiştir. Paralelkenarın tabanı ve yüksekliğiyle daire arasındaki ilişkiyi inceleyerek dairenin alanının nasıl bulunabileceğini ifade ediniz. Çözümünü ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Ek-2: Asıl Çalışmada Kullanılan Problemler

Problem 1.

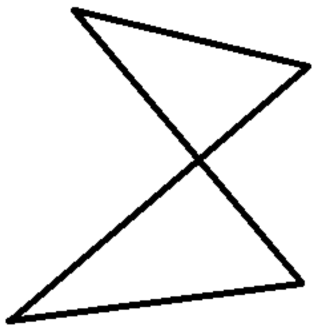
Bir kırtasiyede mavi kalemler 2 liraya, kırmızı kalemler ise 3 liraya satılmaktadır. Bu kırtasiyeden bir miktar kalem alan Ahmet, 23 lira ödeme yapmıştır. Buna göre Ahmet'in almış olduğu mavi ve kırmızı kalem sayısının neler olabileceğini bulunuz? Kalem sayılarını nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Problem 2.



Hilal’in hayvan resimleri koleksiyonu vardır. Koleksiyonunda uğur böceği, solucan ve arı resimleri bulunmaktadır. Koleksiyondaki solucan sayısı; arı ve uğur böceği sayılarının toplamından daha fazladır. Koleksiyonda toplam 10 tane baş ve 18 tane ayak bulunduğuna göre Hilal’in kaç tane uğur böceği vardır? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız. (Uğur böceğinin 6 ayağının, arının da 4 ayağının olduğu kabul edilecektir.)

Problem 3.



Yandaki şeklin alanının hesaplanmasına yönelik olarak nasıl bir yol izlenebilir? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Problem 4.

Her katta bir görevlinin bulunduğu yedi katlı bir iş merkezinin son katında ofisi olan Can Bey, günlük gazete almaktadır. Bu iş yerinde gazeteler şu kurala göre dağıtılır. Her görevli kendisine ulaşan gazetelerin yarısını o kata dağıtıp kalanını üst kata göndermektedir. En üst katta sadece Can Bey gazete aldığına göre bu iş merkezine günde kaç tane gazete gelmektedir? Cevabınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Ek-3: Taslak Görüşme Soruları

Taslak Görüşme Soruları

1. Bu problemde ne hedeflenmektedir?
2. Bu problemi nasıl çözdün? Niçin böyle bir yol tercih ettin?
3. Bu problem, farklı olarak nasıl çözülebilir?
4. Problemin kolaylığı ya da zorluğu hakkında ne düşünüyorsun?
5. Öğrenci problemi çözmeye nasıl başlar?
6. Problemi çözerken öğrencinin aklına ilk ne gelir?
7. Problemi çözerken öğrenci kendi kendine hangi soruları sorar?
8. Öğrenci bu şekilde çözerken nasıl düşünür? Bunu nasıl belirler?
9. Öğrenci problemde hedeflenen matematiksel kavramları ne şekilde anlar?
10. Soruları çözmek için öğrencilerin neler yapabileceğini düşünüyorsunuz?
11. Niçin böyle düşünüyorsun?

Ek-4: Asıl Görüşme Soruları

Asıl Görüşme Soruları

1. Bu problemde ne hedeflenmektedir?
2. Bu problemi nasıl çözdün? Niçin böyle bir yol tercih ettin?
3. Bu problem, farklı olarak nasıl çözülebilir?
4. Öğrenci problemi çözmeye nasıl başlar?
5. Öğrenci bu şekilde çözerken nasıl düşünür? Bunu nasıl belirler?
6. Öğrenci problemde hedeflenen matematiksel kavramları ne şekilde anlar?
7. Problemleri çözmek için öğrencilerin neler yapabileceğini düşünüyorsunuz?
8. Problemin kolaylığı ya da zorluğu hakkında ne düşünüyorsun? Niçin böyle düşünüyorsun?

Ek-5: Milli Eğitim Müdürlüğü İzin Belgesi

T.C
ELAZIĞ VALİLİĞİ
Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 79137285-604.01.01-E.4983698 11.04.2017
Konu : Araştırma İzni

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :a) MEB'e Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri 2012/13 sayılı Genelgesi,
b)İnönü Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 27/03/2017 tarih ve 50235129-100-E.6806 sayılı yazısı.

Danışmanlığını Prof. Dr. Recep ASLANER'in, yaptığı İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora öğrencisi Ebru KÜKEY'in, "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Biçimleri Hakkında Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Düşüncelerinin İncelenmesi" konulu doktora tezinin Görüşme Formu çalışmasına veri oluşturmak amacıyla yapacağı Görüşme Formu çalışmasını Müdürlüğümüze bağlı İlimizdeki tüm merkez ortaokullarda görev yapmakta olan Matematik öğretmenlerine ve bu okullarda öğrenim gören öğrencilere yönelik anket ve uygulama izin isteği, ilgi (b) yazı ile bildirilmiştir.

Konu ile ilgili olarak Müdürlüğümüz AR-GE Biriminde MEB'e bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma ve Araştırma Desteğine Yönelik İzin ve Uygulama Genelgesi'ne bağlı olarak oluşturulmuş olan Bilimsel Araştırma İzni Değerlendirme Komisyonu 11/04/2017 tarihinde Müdürlügümüz Strateji Geliştirme Şubesi AR-GE Biriminde toplanarak başvuru hakkında gerekli incelemeyi yapmıştır. Söz konusu Görüşme Formu, uygulama çalışmasının Müdürlüğümüze bağlı İlimiz merkezindeki tüm ortaokullarda görev yapmakta olan Matematik öğretmenlerine ve bu okullarda öğrenim gören öğrencilere yönelik gönüllülük esasına dayalı olarak, okul idarelerinin izni alınarak, çalışmaların eğitim öğretimi aksatmayacak şekilde **17 Nisan 2017 - 12 Mayıs 2017** tarihleri arasında yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

İlhan MAKİNİST
Müdür a.
Şube Müdürü

OLUR
11.04.2017
Ahmet BAĞLITAŞ
Vali a.
Milli Eğitim Müdürü

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı İle Aynıdır.
12/04/2017
Peyman DEVECİ
Memur

Akpınar Mah.Kolordu Cad.No:5 23100 /ELAZIĞ
Elektronik Ağ: http://elazig.meb.gov.tr
e-posta: elazigmem@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: A.AKARSU-V.H.K.İ.
Tel : (0 424) 238 50 24
Faks : (0 424) 233 36 70

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 35cc-32b1-32ee-9b85-37c0 kodu ile teyit edilebilir.

Ek-6: Fırat Üniversitesi İzin Belgesi

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Genel Sekreterlik

Sayı :11611387/402.03.01/
Konu :Uygulama İzni (Ebru KÜKEY)

EĞİTİM FAKÜLTESİ DEKANLIĞINA

İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora öğrencisi Ebru KÜKEY'in, Prof. Dr. Recep ASLANER danışmanlığında yürütmüş olduğu "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Biçimleri Hakkında Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Düşüncelerinin İncelenmesi" başlıklı doktora tez çalışması kapsamında Fakülteniz İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim gören öğrencilere uygulama yapması hususunda;

Bilgileriniz ile gereğini rica ederim.

e-imzalıdır.
Prof. Dr. Sadettin TANYILDIZI
Rektör V.

EK :
Yazı (31 sayfa)

Fırat Üniversitesi Rektörlüğü 23119 ELAZIĞ/TÜRKİYE Ayrıntılı bilgi için irtibat : Saliha Temiz
Tel: 0 (424) 237 00 00 Faks: 0424 2122717
E-Posta: : Elektronik ağ:http://www.firat.edu.tr