TRABZON ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ORTAOKUL MATEMATİK SINIFLARINDAKİ MATEMATİKSEL SÖYLEMLERİN OLUŞUMUNUN İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

Sedef ÇELİK

TRABZON
Eylül, 2019

TRABZON ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ORTAOKUL MATEMATİK SINIFLARINDAKİ MATEMATİKSEL SÖYLEMLERİN OLUŞUMUNUN İNCELENMESİ

Sedef ÇELİK

Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nce Doktora Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Danışmanı

Prof. Dr. Adnan BAKİ

TRABZON

Eylül, 2019

Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma jürimiz tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir. 30 / 09 / 2019

Tez Danışmanı	**: Prof. Dr. Adnan BAKİ**	....
Üye	**: Prof. Dr. Ahmet IŞIK**	....
Üye	**: Prof. Dr. Bülent GÜVEN**	....
Üye	**: Doç. Dr. Tuba AYDOĞDU İSKENDEROĞLU**	....
Üye	**: Doç. Dr. Tuğrul KAR**	....

Onay

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Bülent GÜVEN
Enstitü Müdürü

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalardan bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Trabzon Üniversitesi tarafından kullanılan "bilimsel intihal tespit programı"yla tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

Sedef ÇELİK

30 / 09 / 2019

ÖN SÖZ

Söylem kişiler arasındaki iletişimi sağlar ancak söylemlerin de yetersiz kaldığı yer bu bölüm galiba... Doktora tez çalışmamın sonuna gelerek bu zorlu yolda bana destek olan hocalarıma, arkadaşlarıma ve aileme ne kadar teşekkür etsem azdır. Öncelikle akademik duruşu, bakışı ile her zaman kendisini kendime örnek aldığım ve engin bilgileriyle her defasında kendisinden birçok şey öğrendiğim çok değerli hocam, Prof. Dr. Adnan BAKİ'ye tez çalışmam boyunca tüm destekleri için teşekkür ederim. Doktora tezim sürecinde karşılaşmış olduğum sorunlara geniş bakış açısıyla çözüm üreten ve tezimdeki değerli önerileriyle tezimin daha nitelikli olmasına katkıda bulunan Prof. Dr. Bülent GÜVEN'e teşekkür ederim. Ayrıca tezimle ilgili değerli görüşlerinden dolayı Doç. Dr. Tuba AYDOĞDU İSKENDEROĞLU'na teşekkür ederim.

Akademik hayata atıldığımdan bu yana her türlü akademik faaliyette gelişimimi sağlayan, tezimle ilgili değerli katkılarda bulunan Artvin Çoruh Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalındaki değerli hocalarım: Doç. Dr. Ümit Kul'a; Dr. Öğretim Üyesi Zeki AKSU'ya; tezimle ilgili her konuda olduğu gibi akademik tüm faaliyetlerde de bana yol gösteren ve matematik eğitiminde farklı bakış açısı kazanmamı sağlayan Dr. Öğretim Üyesi Selcen ÇALIK UZUN'a teşekkür ederim.

Gece-gündüz sorularıma bıkmadan cevap veren ve tezimin şekillenmesinde her açıdan katkıda bulunan Dr. Öğretim Üyesi Tuğba ÖZTÜRK'e teşekkür ederim. Ayrıca benimle aynı dönem doktoraya başlayarak birlikte ilerlediğimiz Arş. Gör. Tuğba BARAN KAYA'ya katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Doktora öğrenimim boyunca maddi destek aldığım Tubitak'a desteğinden dolayı teşekkürü bir borç bilirim.

Doktora tezimin uygulanma sürecinde katkıda bulunan, etik kurallar çerçevesinde isimlerini burada açıklayamadığım gizli kahramanlara teşekkür ederim. Ayrıca hayatımdaki her konuda olduğu gibi tezimle de ilgili manevi desteğini esirgemeyen değerli dostum Emel ERKOÇ'a da teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemde sayısız emek harcayan canım annem Fatma ÇELİK ve canım babam Hulusi ÇELİK'e ne kadar teşekkür etsem azdır. İyi ki varsınız...

Eylül, 2019

Sedef ÇELİK

İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ ... **iv**

İÇİNDEKİLER ... **v**

ÖZET ... **xi**

ABSTRACT ... **xiii**

TABLOLAR LİSTESİ ... **xv**

ŞEKİLLER LİSTESİ ... **xix**

HARİTALAR LİSTESİ ... **xxi**

KISALTMALAR LİSTESİ ... **xxii**

1. GİRİŞ ... **1**

1. 1. Araştırmanın Amacı ... 4

1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi ... 5

1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları ... 10

1. 4. Araştırmanın Varsayımları ... 11

1. 5. Tanımlar ... 11

2. LİTERATÜR TARAMASI ... **12**

2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi ... 12

2. 1. 1. Söylem ve Matematiksel Söylem ... 12

2. 1. 1. 1. Söylemle İlgili Genel Yaklaşımlar ... 12

2. 1. 1. 2. Matematiksel Söylemle İlgili Yaklaşımlar ... 15

2. 1. 2. Konu ile İlgili Araştırmalar ... 26

2. 1. 2. 1. Matematiksel İletişim/Etkileşimle İlgili Yapılan Çalışmalar ... 27

2. 1. 2. 2. Matematiksel Dille İlgili Yapılan Çalışmalar ... 29

2. 1. 2. 3. Matematiksel Söylemle İlgili Yapılan Çalışmalar ... 31

2. 2. Literatür Taramasının Sonucu ... 38

2. 2. 1. Matematiksel Söylemin Analiziyle İlgili Literatür Taramasının Sonucu ... 38

2. 2. 2. Matematiksel Söylemin Konusuyla İlgili Literatür Taramasının Sonucu ... 41

2. 2. 3. Matematiksel Söylemle İlgili Araştırmaları Değerlendiren Çalışmaların Literatür Sonucu ... 43

3. YÖNTEM ... 46
3. 1. Araştırmanın Modeli ... 46
3. 2. Katılımcılar ... 47
3. 3. Verilerin Toplanması ... 48
3. 3. 1. Gözlem ... 49
3. 3. 2. Alan Notları ... 50
3. 3. 3. Görüşme ... 50
3. 3. 4. Video Kayıtları ... 51
3. 3. 5. Veri Toplama Süreci ... 52
3. 3. 5. 1. Araştırmanın Birinci Aşaması: Söylem Tiplerinin ve Matematiksel Zeminin Belirlenmesine Hazırlık Süreci ... 54
3. 3. 5. 2. Araştırmanın İkinci Aşaması: Söylem Tiplerinin ve Matematiksel Zeminin Belirlenip Araştırma Probleminin Şekillenmesi ... 57
3. 4. Verilerin Analizi ... 60
3. 4. 1. Video Analiz Formuna Matematiksel Söylemlerin Yazılması ... 62
3. 4. 2. Matematiksel Söylemlerin Oluşumuna Zemin Hazırlayan Matematiksel Dile Yönelik Ögelerin Belirlenmesi ... 70
3. 4. 3. Matematiksel Söylemlerin Oluşumuna Yönelik Kodlamaların Yapılması ... 74
3. 4. 4. Matematiksel Söylemlerin Oluşumuna Yönelik Verilerin Geçerliliği ve Güvenirliği ... 79
3. 4. 4. 1. Gömülü Teori Yaklaşımında Güvenirlik Süreci ... 81
3. 4. 4. 1. 1. Güvenirlik Sürecinde Dıştan Kodlama ... 83
3. 4. 4. 1. 2. Güvenirlik Sürecinde İçten Kodlama ... 86

4. BULGULAR ... 90
4. 1. Öğretmen Söylem Tipine Yönelik Oluşan Matematiksel Söylemler ... 90
4. 1. 1. Öğretmen Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Söylemler ... 91
4. 1. 1. 1. Öğretmen Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler ... 91
4. 1. 1. 2. Öğretmen Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler ... 94

4. 1. 1. 3. Öğretmen Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler 100
4. 1. 2. Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Söylemler 109
4. 1. 2. 1. Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler 109
4. 1. 2. 2. Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler 112
4. 1. 2. 3. Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler 117
4. 1. 3. Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Söylemler 122
4. 1. 3. 1. Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Motivasyona Yönelik Söylemler 122
4. 1. 3. 2. Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler 127
4. 1. 3. 3. Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler 135
4. 2. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipine Yönelik Oluşan Matematiksel Söylemler 143
4. 2. 1. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Söylemler 143
4. 2. 1. 1. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler 144
4. 2. 1. 2. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler 146
4. 2. 1. 3. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler 154
4. 2. 2. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Söylemler 159
4. 2. 2. 1. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler 159
4. 2. 2. 2. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler 161

4. 2. 2. 3. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler 166
4. 2. 3. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zeminindeki Matematiksel Söylemler 170
4. 2. 3. 1. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zeminindeki Motivasyona yönelik Söylemler 170
4. 2. 3. 2. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylemler.. 174
4. 2. 3. 3. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylemler.. 178
4. 3. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipine Yönelik Oluşan Matematiksel Söylemler 183
4. 3. 1. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Söylemler 183
4. 3. 1. 1. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler 184
4. 3. 1. 2. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipine Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler 188
4. 3. 1. 3. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler 197
4. 3. 2. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Söylemler 203
4. 3. 2. 1. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zemindeki Motivasyona Yönelik Söylemler 203
4. 3. 2. 2. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler 208
4. 3. 2. 3. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler 214
4. 3. 3. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemindeki Matematiksel Söylemler 221
4. 3. 3. 1. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler 221

4. 3. 3. 2. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylemler 232
4. 3. 3. 3. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylemler 248
4. 4. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipine Yönelik Oluşan Matematiksel Söylemler..... 268
4. 4. 1. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Söylemler 268
4. 4. 1. 1. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler 268
4. 4. 1. 2. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler 276
4. 4. 1. 3. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler 293
4. 4. 2. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Söylemler 302
4. 4. 2. 1. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler 302
4. 4. 2. 2. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler 307
4. 4. 2. 3. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler 315
4. 4. 3. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problemler Zeminindeki Matematiksel Söylemler 318
4. 4. 3. 1. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler 318
4. 4. 3. 2. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler 330
4. 4. 3. 3. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler 348

5. TARTIŞMA 359
5. 1. Matematiksel Söylemin Dış Yapısına Yönelik Tartışma 359
5. 2. Matematiksel Söylemin İç Yapısına Yönelik Tartışma.................................. 371
5. 2. 1. Öğretmen Söylem Tipinde Yatay Matematiksel Söylem Aşamalarının Tartışılması.. 371
5. 2. 2. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinde Yatay Matematiksel Söylem Aşamalarının Tartışılması.. 378
5. 2. 3. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinde Yatay Matematiksel Söylem Aşamalarının Tartışılması.. 383
5. 2. 4. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinde Yatay Matematiksel Söylem Aşamalarının Tartışılması.. 393
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER 403
6. 1. Sonuçlar 403
6. 1. 1. Matematiksel Terminolojiye Göre Matematiksel Söylemlerin Oluşumu.. 420
6. 1. 2. Görsel Aracılara Göre Matematiksel Söylemlerin Oluşumu 424
6. 1. 3. Soru/Problem Çözümüne Göre Matematiksel Söylemlerin Oluşumu.... 429
6. 2. Öneriler 436
6. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler 436
6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Çalışmalara Öneriler... 440
7. KAYNAKLAR 442
8. EKLER 466
9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ.. 580

ÖZET

Ortaokul Matematik Sınıflarındaki Matematiksel Söylemlerin Oluşumunun İncelenmesi

Son yıllarda ulusal ve uluslararası öğretim programlarda matematiksel iletişimin önemine dikkat çekilmektedir. Bu bağlamda matematiksel söylem ve matematiksel dil iletişimi sağlamada köprü görevi görmektedir. Literatüre göre matematiksel söylemin matematiğin kendine ait dilini kapsayan öğretmen ve öğrenciler arasında etkileşimi sağladığı bilinmektedir. Matematiksel söylem, matematiksel içerikle sınıf içindeki öğretmen veya öğrencilerin söylemlerinin her biridir. Matematiksel söylemin bu yönü nedeniyle matematik eğitimi araştırmacıları da bu konuya oldukça önem vermektedir. Matematik derslerinin söylem analizindeki teorilere göre veya matematiksel söylemin kendi içindeki teorilere göre analizlerinin yapıldığı çalışmalar bulunmaktadır. Ancak yapılan bu çalışmalar incelendiğinde matematiksel söylemin analizinde tek bir bakış açısının ele alındığı görülmektedir. Ayrıca bu çalışmalarda matematiksel söylemin analiz edilmesini sağlayacak kapsamlı bir teorik çerçevenin olmadığı belirlenmiştir. Dolayısıyla matematiksel söylemlerin, öğrenme-öğretme süreci nasıl kılavuzladığını; hangi söylem göstergelerinin sınıf içindeki iletişimi nasıl sağladığına ilişkin bir araştırmaya ihtiyaç duyulmaktadır. Ayrıca matematiğin kendine ait diline göre söylem göstergelerinin nasıl oluştuğu ve bu söylem göstergelerinden hareketle öğretmen ve öğrenciler arasında etkileşimin nasıl olduğunun açıklanması gerekmektedir. Bu bağlamda bu araştırmada ortaokul matematik sınıflarındaki öğrenciler ile öğretmenleri arasında oluşan matematiksel söylemlerinin matematiksel zemine göre nasıl oluştuğunun belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırma 2015-2016 ve 2016-2017 yıllarında gözlem yapılarak pilot çalışma ve asıl çalışma olarak iki aşamadan oluşmaktadır. Pilot çalışmada dokuz farklı öğretmenin dersi toplamda 205 dersi gözlemlenirken; asıl çalışmada altı farklı öğretmenin yaklaşık 135 dersi gözlemlenmiştir. Gözlem yapılan her bir derste alan notları detaylı bir şekilde tutulmuş ve gerek görülen bazı matematiksel söylemlerin oluşumu üzerine öğretmenlerle ayaküstü mülakatlar yapılmıştır. Veri toplama sürecinden sonra, veri analizi sürecinde öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söylemleri arasında gömülü olan bir teori olduğu fark edilmiştir. Bu bağlamda veri analizi süreci gömülü teori aşamalarına uygun bir şekilde gerçekleşmiştir. Açık kodlama, eksensel ve seçici kodlama ile matematiksel söylem tiplerinin oluşumundaki göstergelerle matematiksel oluşumlarını yansıtan bir teori ortaya çıkmıştır. Bu teoriye giden kodlamaların güvenirliği araştırmacı ve iki matematik eğitimcisiyle birlikte yapılmıştır. Verilerin güvenirlik sürecinden sonra, bazı söylem göstergelerinin bir kaçının birleşmesi, ayrılması ya da isimlendirilmesi netlik kazanmıştır.

Araştırmanın sonucunda ortaya çıkan teoriye göre matematiksel söylemin dikey ve yatay boyutları olduğu açığa çıkmıştır. Matematiksel söylemin dikey boyutu, *Öğretmen, Öğretmen-Sınıf, Öğretmen-Öğrenci; Öğrenci-Öğrenci* söylem tiplerinden oluşmaktadır. Matematiksel söylemin yatay boyutu ise matematiksel söylemin kendi içindeki motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerden oluşmaktadır. Araştırma sonuçlarına göre, söylem tiplerinin matematik dersi dışında başka derslerde de oluşabileceği, ancak söylem tiplerindeki yatay boyutların matematiğe özgü olduğu belirlenmiştir. Tüm söylem tiplerinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik ortak matematiksel söylem göstergeleri oluşsa da söylem tipinin içindeki yapılara göre birbirinden farklı söylem göstergelerinin oluştuğu belirlenmiştir.

Matematiksel zemine göre belirlenen bu söylem göstergelerindeki söylemlerin matematiğin diline özgü olduğu görülmektedir. Bu bağlamda matematiksel söylemin analizine ilişkin alanyazındaki diğer çalışmalardan daha geniş bir teorik çerçeve oluşmuştur. Daha sonra bu göstergeler aracılığıyla matematiksel iletişimin nasıl olduğunu yansıtan matematiksel iletişim haritaları ortaya çıkmıştır. Bu haritalardaki göstergelere göre, matematiksel söylemin, söylem tipine ve matematiksel zemine göre karakteristik özelliği olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca bu göstergelerin matematiksel söylemin doğal yapısını inşa eden en küçük yapı taşları olduğu sonucuna varılmıştır. Bu yapıtaşlarından yola çıkarak matematiksel söylemin iç yapısı açığa çıkmıştır. Matematiksel söylemlerin oluşumuna yön veren söylem tipleri ise matematiksel söylemin dış yapısı olarak belirlenmiştir. Dolayısıyla, matematiksel söylem, hem iç yapısı olan hem de dış yapısı olan matematiksel söylem çekirdeğine benzetilen modellerle açıklanmıştır. Bu yapıtaşlarını yansıtan modellerin ve matematik öğrenme-öğretme sürecini kılavuzlayan teorik çerçevenin matematik öğretmenlerine ve araştırmacılara faydalı olacağı düşünülmektedir. Araştırmanın sonuçlarından hareketle matematik dersinin uygulayıcısı olan öğretmenlere ve matematiksel söylemi ele alacak araştırmacılara önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel Söylem, Matematiksel Zemin, Matematiksel İletişim, Matematiksel Dil, Söylem Analizi, Gömülü Teori

ABSTRACT

An Examination of Mathematical Discourse Occurred in Middle School Mathematics Classes

In recent years, the importance of mathematical communication has been noted in national and international teaching programs. In this context, mathematical discourse and mathematical language act as bridges in ensuring communication. According to the literature, mathematical discourse is known to ensure interaction between teachers and students encompassing language belonging to mathematics itself. Mathematical discourse is a type of discourse of teacher or students within classes with mathematical content. Due to this aspect of mathematical discourse, researchers in mathematic education attach great importance to this topic. Studies are found that were performed according to theories of discourse analysis in mathematic lessons or according to theories within mathematical discourse itself. However, it appears mathematical discourse analysis is dealt with from a single viewpoint when these studies are investigated. Additionally, these studies state there is no comprehensive theoretical framework providing analysis of mathematical discourse. As a result, there is a need for research about how mathematical discourse guides the learning-teaching process, and about how communication is ensured by which discourse markers in the classroom. Additionally, it is necessary to explain how discourse markers form according to the language of mathematics itself and how interaction occurs between teacher and students based on these discourse markers. In this context, this research aimed to determine how mathematical discourse formed between students and teachers in middle school mathematics lessons based on mathematical background. The research comprised two stages of a pilot study and actual study with observations in 2015-2016 and 2016-2017. The pilot study comprised 205 observations of nine different teachers in lessons, while the actual study observed 135 lessons by six different teachers. Notes were taken in detail for each lesson observed and on-the-spot interviews were performed with teachers about formation of some mathematical discourse as necessary. After the data collection process, an grounded theory was noted between mathematic discourse of teacher and students in the data analysis process. In this context, the data analysis process was completed in accordance with grounded theory stages. With open coding, axial and selective coding, and markers of the formation of mathematical discourse types, a theory reflecting mathematical formation was revealed. Reliability of coding for this theory was performed by the

researcher and two mathematic educators. After the reliability study of the data, some discourse markers gained clarity due to combination, separation and naming.

According to the theory revealed by the research, it was determined mathematical discourse has vertical and horizontal dimensions. The vertical dimension of mathematical discourse comprises the *Teacher, Teacher-Class, Teacher-Student and Student-Student* discourse types. The horizontal dimension of mathematical discourse comprises motivation within mathematical discourse, explaining mathematical thoughts and discourse related to obtaining mathematical ideas. According to the results of the research, discourse types may form in other lessons apart from mathematics lessons; however, the horizontal dimensions of discourse types are specific to mathematics. For all discourse types, even if markers of motivation, explaining mathematical thoughts and common mathematical discourse to reach ideas form, it was determined that different discourse markers occur based on the structures within the discourse types.

The discourse comprising these discourse markers determined according to mathematical background appear to be specific to the language of mathematics. In this context, a broader theoretical framework was created compared to other studies in the literature relevant to mathematical discourse analysis. Later, mathematical communication maps reflecting how mathematical communication through these markers were revealed. According to markers on these maps, it was concluded that mathematical discourse has characteristic features according to discourse type and mathematical background. Additionally, it was concluded that these markers were the smallest construction stones building the natural structure of mathematical discourse. Based on these construction stones, the internal structure of mathematical discourse was revealed. The discourse type directing the formation of mathematical discourse was determined to form the external structure of mathematical discourse. As a result, mathematical discourse is explained with models resembling a mathematical discourse core comprising both internal structure and external structure. It is considered that models reflecting these construction stones and the theoretical framework guiding the mathematic learning-teaching process will be beneficial for mathematic teachers and researchers. Based on the results of the research, recommendations are made for teachers who are practitioners during mathematic lessons and researchers dealing with mathematical discourse.

Keywords: Mathematical Discourse, Mathematical Background, Mathematical Communication, Mathematical Language, Discourse Analysis, Grounded Theory

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo No	Tablo Adı	Sayfa No
1.	Matematiksel Söylem İçin Analitik Çerçeve	23
2.	Matematiksel Söylemin Altı Yapısını Kullanarak Etkileşim Biçimlerinin Özeti	25
3.	Matematiksel Söylemle İlgili Çalışmaların Değerlendirilmesi	44
4.	Araştırmaya Katılan Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Demografik Bilgileri	48
5.	Araştırmanın Birinci Aşamasına Yönelik Kodlamalara Ilişkin Notlar	54
6.	Araştırmanın Veri Analizine Dahil Edilmeyen Öğretmen ve Öğrenci Söylemleri	62
7.	Açık Kodlamaya İlişkin Örnek Kodlama	77
8.	Eksensel Kodlamaya İlişkin Örnek Kodlama	78
9.	Seçici Kodlamaya İlişkin Örnek Kodlama	79
10.	Güvenirlik Süreci İçin Belirlenen Dersler ve Öğrenme Alanları	81
11.	Güvenirlik Sürecinde Yapılanlar	82
12.	Güvenirlikle İlgili Kodlamalar	84
13.	Öğretmen Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	91
14.	Öğretmen Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	95
15.	Öğretmen Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	101
16.	Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	110
17.	Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	113

Tablo No	Tablo Adı	Sayfa No
18.	Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	118
19.	Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	123
20.	Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	127
21.	Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	135
22.	Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	144
23.	Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	146
24.	Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	154
25.	Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	160
26.	Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	161
27.	Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	166
28.	Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problem Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	170
29.	Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problem Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	174
30.	Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problem Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	179

Tablo No	Tablo Adı	Sayfa No
31.	Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	184
32.	Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	188
33.	Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	197
34.	Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	203
35.	Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	208
36.	Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	215
37.	Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	221
38.	Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	233
39.	Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	248
40.	Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	269
41.	Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	276
42.	Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	293
43.	Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	302

Tablo No	Tablo Adı	Sayfa No
44.	Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	307
45.	Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	315
46.	Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	319
47.	Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	330
48.	Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler	349
49.	Diyalojik Söylem Boyutları	396
50.	Matematiksel Terminolojiye Yönelik Matematiksel Söylemlerin Oluşumuna Yönelik Teorik Çerçeve	409
51.	Görsel Aracılara Yönelik Matematiksel Söylemlerin Oluşumuna Yönelik Teorik Çerçeve	411
52.	Soru/problem çözümüne yönelik matematiksel söylemlerin oluşumuna yönelik teorik çerçeve	413

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil No	Şekil Adı	Sayfa No
1.	Sınıf içinde etkileşim modeli	15
2.	Matematik öğretme ve öğrenme etkileşim modeli	16
3.	Dinamik öğrenci-öğretmen iletişim yolları haritası	18
4.	Koordine edilen iki bakış açısı	21
5.	Matematiksel söylemi oluşturan yapılar ve aralarındaki karşılıklı ilişki	22
6.	Matematiksel söylemin oluşumuna giden kuramsal yaklaşımlar	26
7.	Matematiksel dil, söylem ve iletişim modeli	39
8.	Videotabanlı verinin analizi ve kodlanmasına ilişkin döngü	52
9.	Araştırmada izlenen adımlar	59
10.	Matematiksel söylemlerin oluşumuna yönelik veri analiz süreci	61
11.	Etkileşim modelinin söylem tiplerine uyarlanması	67
12.	Açık uçlu video analiz formundan örnek	68
13.	Matematiksel zeminin ögelerinden soru/problem çözümüne örnek 1	72
14.	Matematiksel zeminin ögelerinden soru/problem çözümüne örnek 2	72
15.	Matematiksel zeminin ögelerinden soru/problem çözümüne örnek 3	73
16.	Gömülü teori yaklaşımının güvenirlik süreci	89
17.	Öğretmen söylem tipinde matematiksel terimlerin maddelendirilmesi	103
18.	Öğretmen söylem tipinde matematiksel kavramların kural halinde yazılmasına örnek	105
19.	Öğretmen söylem tipinde öğrencilerin dinleyici rolünde olmasına örnek	125
20.	Öğretmen söylem tipinde soru/problem çözümünün kitaptan takip edilmesi	130

Şekil No	Şekil Adı	Sayfa No
21.	Öğretmen-Sınıf söylem tipinde terimlerin özelliklerini belirlenmesine yönelik örnek	149
22.	Öğretmen-Öğrenci söylem tipinin görsel aracılar zemininde eşkenar dörtgen çizimi	210
23.	Öğretmen-Öğrenci söylem tipinde çözülen sorulara örnek	231
24.	Öğretmen-Öğrenci söylem tipinde yanlış çözüme ilişkin örnek	253
25.	Öğretmen-Öğrenci söylem tipinde kesirlerle ilgili etkinlik örneği	268
26.	Öğrenci-Öğrenci söylem tipinde günlük yaşamdan örneklerin kullanılmasına örnek	281
27.	Görsel aracıya ilişkin öğrencinin yanlış çözümüne ilişkin bir örnek	310
28.	Öğrenci-Öğrenci söylem tipinin görsel aracı zeminine ilişkin örnek	311
29.	Öğrenci-Öğrenci söylem tipinde işbirlikli öğrenmeye bir örnek	330
30.	Öğrenci-Öğrenci söylem tipinin soru/problem çözümünde deneme-yanılmaya yapmaya bir örnek	348
31.	Öğrenci-Öğrenci söylem tipinin soru/ problem çözümünün farklı zeminlerle ilişkilendirilmesi	353
32.	Öğrenci-Öğrenci söylem tipininin soru/problem çözümünde bilişsel stratejiye dayalı sonuca ulaşma	356
33.	Matematiksel söylemin bir temsili	368
34.	Matematiksel söylemlerin başka türlü ifade edilmesine ilişkin karikatür örneği	389
35.	Matematiksel söylemin oluşumunu yansıtan göstergelerin açığa çıkması	405
36.	Terminoloji zemininin matematiksel söylem çekirdeği yapısı	421
37.	Görsel aracı zemininin matematiksel söylem çekirdeği yapısı	425
38.	Soru/problem çözümü zemininin matematiksel söylem çekirdeği yapısı	429
39.	Matematiksel söylem çekirdeğinin genel yapısı	433

HARİTALAR LİSTESİ

Harita No	Harita Adı	Sayfa No
1.	Öğretmen söylem tipinin terminoloji zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası	108
2.	Öğretmen söylem tipinin görsel aracı zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası	121
3.	Öğretmen söylem tipinin soru/problem çözümü zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası	142
4.	Öğretmen-Sınıf söylem tipinin terminoloji zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası	158
5.	Öğretmen-Sınıf söylem tipinin görsel aracı zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası	169
6.	Öğretmen-Sınıf söylem tipinin soru/problem zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası	182
7.	Öğretmen-Öğrenci söylem tipinin terminoloji zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası	202
8.	Öğretmen-Öğrenci söylem tipinin görsel aracı zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası	220
9.	Öğretmen-Öğrenci söylem tipinin soru/problem çözümü zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası	266
10.	Öğrenci-Öğrenci söylem tipinin terminoloji zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası	301
11.	Öğrenci-Öğrenci söylem tipinin görsel aracı zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası	317
12.	Öğrenci-Öğrenci söylem tipinin soru/problem çözümü zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası	357

KISALTMALAR LİSTESİ

M.S.A : Matematiksel Söylem Aşamaları

S.S.N : Söylem Satır Numaraları

NCTM : National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

Örn : Örnek

TL : Türk Lirası

TDK : Türk Dil Kurumu

MDI : Mathematics Discourse in Instruction

IRE : The Initiate-Respond-Evaluate

f : Frekans

Bkz : Bakınız

1. GİRİŞ

Eğitimin ana bileşeni iletişimdir (Johnson, 1999). İletişimin gerçekleşmesinde ve bilginin iletilmesinde kullanılan en doğal araç ise dildir. Bu amaçla insanlar, sözcükleri ve dilin gramerini özenle seçerek duygularını, fikirlerini ve düşüncelerini sözel yolla ifade ederler (Muto-Humprey, 2010). Dil, düşüncelerin sadece aktarılmasını değil oluşumunu da sağlar (Börekçi, 2009). Aynı zamanda dil, bilgininin oluşma sürecinde etkili bir rol oynar (Vygotsky, 1986). Matematik de evrensel ve özel bir dil olup dünyanın bütün ülkelerinde aynı şekilde kullanılır. Örneğin matematiğe ait olan sayma, toplama, çarpma, alan gibi bir çok sözcük ve cümleler aynı şekilde ifade edilir (Nasibov ve Kaçar, 2005). Bu bağlamda matematiğin dili akademik disiplin olarak evrensel kabul edilebilir. Başka bir ifadeyle matematik yapan herkes bu dili kullanabilir; ancak 'sınıf içinde matematik yapmak' evrensel olmaktan uzaktır. Çünkü matematik öğrenme sürecinde sınıf içindeki kültür, dil ve eğitim farklıdır (Gorgorió ve Planas, 2001; Berch, Geary ve Koepke, 2018). Dolayısıyla matematik eğitiminde dil kendi başına bir çalışma alanıdır (Rowland, 2003). Bu bağlamda son yıllarda matematik eğitiminde dilden hareketle matematiksel iletişime dikkat çekilmiş, matematiksel iletişim matematik eğitimi reform çabalarının merkezi haline gelmiştir. Ülkemizde de uluslararası bu reform hareketlerinin yansımaları matematik dersi öğretim programlarında görülmüştür (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013; [MEB] 2017; Ontario Ministry of Education, 2005; UK Department for Education, 2013; US Common Core State Standards Initiative, 2010). Nitekim dil ve matematikle ilgili yapılan son araştırmalarda, sosyoloji, psikoloji, dilbilim ve göstergebilim gibi farklı disiplinler arası bakış açılarından yararlanılarak, bu çalışma alanına katkıda bulunabilecek çok çeşitli teorik ve metodolojik kaynakların olduğu gösterilmiştir (Moschkovich, Wagner, Bose, Mendes ve Schütte, 2017). Ayrıca son yıllardaki uluslararası yayınlarda matematiksel iletişime (dil, söylem vb.) ağırlık verildiği görülmektedir (Rumsey, Guarino, Gildea, Cho ve Lockhart, 2019; Bertolone-Smith ve Gillette-Koyen, 2019; Krause, 2019; Parrish, Ellis ve Martin, 2019).

Uluslararası standartlarda öngörüldüğü gibi matematik sınıflarında matematiksel iletişim aracılığıyla öğrencilerin düşüncelerini ifade etmelerine oldukça önem verilmektedir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Çünkü matematiksel bilginin iletişim yoluyla öğrenilip öğrenilmediği sorgulanmakta ve iletişimin ne kadar çok olursa öğrencilerin matematiksel anlayışının o kadar iyi olacağı düşünülmektedir (Barton, 2008). Matematiksel öğrenmenin; günlük dille düşünmeyi, matematiksel kelimelerle ilişkili günlük kavramları kullanmayı ve okul matematiği ile günlük kavramları bir arada kullanmayı içerdiği düşünüldüğünde (Kim ve Lim, 2017) matematiği öğrenmede başarılı olmak için matematiksel konuşmanın önemi de ortaya çıkmaktadır (Sfard, 2001). Çünkü matematiği ve matematiksel düşünmeyi öğrenmek, matematiksel konuşmayı öğrenmekle mümkündür (Lerman, 2001). Bu bağlamda matematiksel iletişimin, matematik sınıflarında öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin gelişmesine yardımcı olarak öğrenmeleri üzerinde önemli bir etkisi vardır (Vui, 2006). Matematiksel iletişim, öğrencilerin matematiksel kavramları ifade edebilmelerini, birbirlerinin matematiksel düşüncelerini anlamalarını, değerlendirebilmelerini, matematiksel fikirlerin karşılıklı etkileşimlerini ve değişimlerini içermektedir (Yang, Chang, Cheng ve Chan, 2016). O halde sınıf içindeki süreci, tartışmaları ve kararları öğrencilerin anlamalarını sağlamak için matematiksel iletişim gereklidir (Viseu ve Oliveira, 2017).

Matematik öğrenme ve öğretme sürecinde gerekli olan matematiksel iletişimi araştırmacılar farklı şekillerde ele almıştır. Bazı araştırmacılar sadece yazılı matematiksel iletişime ağırlık vermektedirler ve yazılı matematiksel iletişimi, matematiksel fikirleri veya matematiksel düşünceleri öğrencilerin yazılı bir şekilde kendilerini ifade etme şekli olarak tanımlamaktadırlar (Cai, Jakabcsin ve Lane, 1996; Baxter, Woodward ve Olson, 2005; Pantaleon, Juniati, Lukito ve Mandur, 2018). Ayrıca öğrenmeye yönelik yazma etkinliklerinin (matematik dergileri, kelime dağarcığı dergileri, gözlem raporları, konu analizleri, diyagramlar ve grafikler) amacı öğrencileri aktif öğrenmeye, matematik hakkında tartışmaya ve matematiği düşünmeye teşvik etmek olduğu vurgulanmıştır (Brummer ve Clark, 2013). Matematiği düşünme ve tartışma sürecinde yazılı ya da sözlü matematiksel iletişim matematik sınıflarının doğal bir parçasıdır (Silver, Kilpatrick ve Schlesinger, 1990). Çünkü öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamasına ve yorumlamasına matematiksel iletişim fırsat vermektedir (Yackel ve Cobb, 1996).

Matematiksel iletişim, öğretmen ve öğrenciler arasında düşünceleri, fikirleri açıklamada, fikirleri ileriye taşıma, fikirleri açığa çıkarma, kavram yanılgılarını açıklama, ve matematiksel bağlantıları göstermede bir araçtır (Ballard, 2017). Çünkü matematiksel iletişim, öğrencilerin matematiksel içerik hakkındaki sorularının ve fikirlerinin şekillenmesini sağlar (Vui, 2006). Bu bağlamda matematiksel iletişimin, matematiksel dil aracılığıyla sağlanıldığı düşünülmektedir (Weinberg, 2005). Matematik dersinde etkili bir iletişimin olması için öğretmen ve öğrenci birbirlerinin dilini yani kullandıkları matematiksel dili anlamalıdır. Matematiksel dilin bilinmesi ve doğru kullanılması iyi bir iletişim ortamı bir başka deyişle matematik yapmak için iyi bir sınıf ortamı oluşturacaktır (Yıldız, 2016). Diğer yandan matematiksel iletişimin amacı öğrencileri matematiksel söyleme teşvik ederek fikirlerini ifade etmesi, paylaşması ve yansıtmasıdır (Kaya ve Aydin, 2016). Dolayısıyla matematiksel dil, söylemler ve düşünme sürecinde aracı olarak önemli rol oynamaktadır

(Weinberg, 2005). Matematiksel söylem, dinleme, yazma ve konuşma kullanılarak matematiksel fikirlerin iletişimini sağlar (Alnizami, 2017).

Matematiksel söylem, düşüncelerin açıklanması, tartışılması ve matematiksel fikirlerin savunulmasını içermesinden dolayı kaliteli bir sınıf deneyiminin belirleyici bir özelliği haline gelmektedir (Walshaw ve Anthony, 2008). Sınıf ortamında matematiksel konuşmaları sağlayan matematiksel söylemler farklı şekillerde ve tiplerde oluşmaktadır (Knuth ve Peressini, 2001). Matematik sınıflarında söylemsel bakış genel sınıflandırma olduğu gibi matematiksel söylem, üstbilişsel söylem gibi sınıflandırmalar da olabilmektedir (Mercer, 1995; Brendefur ve Frykholm, 2000; Shilo ve Kramarski, 2019). Matematiksel anlama ile matematiksel söylem arasındaki ilişkiyi belirlemek için söylemlerin sınıflandırılmasının önemli olduğu bilinmektedir (Pirie ve Schwarzenberger, 1988). Diğer yandan matematik öğretiminin kalitesini belirleyen bir çok faktörün başında doğru iletişim biçimi geldiği için bu iletişimi sağlayan uygun söylem ortamının öğrencinin matematiğe olan bakış açısını, tutumunu ve nihayetinde başarısını doğrudan etkilediği düşünülmektedir (Genç, 2016). Bu bağlamda matematiksel söylem, sözlü ve yazılı matematik hakkında derinlemesine düşünmeyi merkeze alan iletişim olarak tanımlanabilmektedir (Ballard, 2017). Matematiğin ve konuşmanın bir insan faaliyeti olarak vurgulanmasından hareketle bir iletişim aracı olarak söylem önerilmektedir (Rowland, 2003).

Araştırmacıların bazıları matematiksel iletişimin matematiksel söylemle sağlandığını (Rowland, 2003; Alnizami, 2017), bazıları ise matematiksel dille sağlandığını dile getirmiştir (Brenner, 1998; Cooke ve Buchholz, 2005; Lim ve Chew, 2007). Aslında bu tanımların iç içe olduğu söylenebililir. Örneğin Barton (2008), günlük konuşma ile matematiğin dili arasındaki kesişimlere işaret ederek matematiğin dilinin bir söylem olması gerektiği üzerinde durmuştur. Matematiği söylem olarak gören Q'Halloran (2008) ise, matematiksel söylemi matematiğin dilsel, sembolik ve görsel ögeleri olarak tanımlamıştır. Ayrıca matematiğin kendine ait doğasından dolayı matematiği söylem olarak gören bir diğer araştırmacı da Sfard (2008), matematiksel söylem üzerine çalışan en bilinen araştırmacılar arasındadır. Diğer yandan matematiksel dili ele alan araştırmacıların çoğu da çalışmalarında matematiksel söylemi örtük bir şekilde ele almaktadır. Bu çalışmalarda matematiksel dil, öğrenme ve öğretme sürecindeki etkileşim açısından düşünülerek matematiksel söylemler örtük olarak yer almaktadır (Adler, 1998; Moschkovich, 2007b, 2007c; Barton 2008). Ayrıca bazı çalışmalarda da matematiksel dil matematiğin sadece kendine ait dili olarak düşünülerek değerlendirilmiştir (Toptaş; 2015; Saban-Anapa, Yenilmez ve Çimen-Evcimen, 2016; Akyıldız ve Çınar, 2016; Fırat ve Dinçer, 2018). Bu bağlamda dil ile ilgili farklı anlamların (Dil ve dil çeşitliliği politikası", "dilde iletişim ve temsil şekilleri" ve "etkileşimsel boyut açısından sınıf tartışmalarında dilin kullanımı") olduğu ve bunun da yazarlar arasında dili anlamada karışıklığa sebep olduğu görülmektedir. Bu karışıklığın giderilmesi için matematik eğitimindeki dille ilgili çalışma yapan araştırmacılar dille ilgili kesin tanımlar yapmak yerine dil yoluyla öğrenme ve öğretme sürecini açıklamaya öncelik vermelidir. Bu bağlamda dille ilgili terimleri kullanacak araştırmacıların bu terimleri söylem olarak adlandırılmasının daha uygun olacağı vurgulanmıştır (Planas ve Schütte, 2018). Çünkü matematiksel söylem, matematiksel dili içermesinin yanı sıra kavramsal bilgileri de içermektedir (Moschkovich, 2007a). Ayrıca matematiksel söylem, dilbilimsel yapılardan daha fazlasını kapsayarak öğrencilerin birbirlerine düşüncelerini açıklamadaki yeteneğine bağlıdır (Shortino-Buck, 2017). Bu bağlamda matematiksel söylem, matematiğin kendine ait dilinden daha geniş bir terim olarak düşünülmektedir. Bu nedenle bu araştırmada da iletişim-etkileşim anlamındaki dille ilgili terimler "söylem" olarak ya da "matematiksel söylem" olarak; matematiğin kendine ait dili olan matematiksel dil ise etkileşim anlamındaki dil ile karışmaması için "matematiksel zemin" olarak tanımlanmıştır. Başka bir ifadeyle matematiksel zemin, matematiğin kendine ait dilindeki ögeleri içermektedir.

1. 1. Araştırmanın Amacı

Matematiksel iletişimin sınıftaki diyalog şekli, sözlü ya da metin halinde yazılı kitaplarla belgelenmiş bir geçmişi vardır. Antik çağda, Soktrates'in öğrencisi ile olan diyalogu, bir öğretmenin öğrencinin düşünmesine fırsat vermeden çözüme ulaştığını göstermektedir. Rönesans dönemindeki kitaplarda, öğrencilerin öğretmene sorduğu soruları ve sorular hakkında yapılan yorumları içeren matematiksel diyalogların olduğu bilinmektedir. 19. Yüzyılda ise, öğrencilerin hesaplama ile ilgili kendi yöntemlerini geliştirdiği ve bu yöntemlerin açıklamasına yer verildiği görülmüştür. Bu örneklerin her biri, 21.yüzyılın bilim adamlarının ve NCTM standartlarındaki matematiksel diyalogların öncülüğünü yapmaktadır (Mendez, 2001). NCTM'nin prensip ve standartlarına göre matematiksel düşüncelerin sözlü/yazılı ifade edilmesinde matematiksel dilin açık ve inandırıcı bir şekilde kullanılması öğrencilerden beklenmektedir (NCTM, 2000). Bu bağlamda bazı ülkelerin matematik öğretim programlarında matematiksel iletişim becerisinin önemli olduğu düşünülerek öğretim programlarında oldukça geniş yer verilmektedir (Har, 2007; Wang, 2007; Vui, 2006). Ülkemizdeki matematik dersi öğretim programında da iletişim becerisi geliştirilmesi amaçlanan matematiksel süreç becerileri arasında yer almaktadır. Bu beceri kapsamında, matematiksel bir düşünce; yazılı, görsel ve sözlü olarak ifade edilmelidir. Başka bir ifadeyle matematiksel düşüncelerin ifade edilmesinde matematikle ilgili resimler, grafikler, sözcükler, semboller vb. kullanılması öğrencilerden beklenilmektedir (MEB, 2013; MEB, 2017).

Gerek ulusal ve gerekse uluslararası standartların öngördüğü üzere, matematiksel dili kullanarak matematiksel düşüncelerin ifade edilmesine oldukça önem verilmektedir. Matematiksel düşüncelerin ifade edilmesi, sınıf içinde oluşan matematiksel söylemlerin aracılığıyla gerçekleşmektedir. Bu bağlamda matematik öğretimi sürecinde var olan söylemler, matematiksel iletişimi gerçekleştirmede bir köprü görevi görmektedir. Çünkü matematiksel söylem, öğrencilerin matematik hakkında konuşmalarına, düşünmelerine ve tartışmalarına yönelik öğrencilere fırsatlar sunar (Nathan ve Knuth, 2003). Matematiksel iletişimde köprü görevi gören matematiksel söylemler doğal sınıf ortamında farklı şekillerde ve tiplerde oluşmaktadır. Bu bağlamda araştırmanın ana problemi "Matematiksel zemine (matematiksel dil) göre sınıf içindeki matematiksel söylemlerin oluşum süreci nasıldır" sorusuna cevap verecek şekilde belirlenmiştir. Ana problem çerçevesinde alt problemler aşağıda yer almaktadır.

1. *Öğretmen* söylem tipinde matematiksel zemine göre matematiksel söylemler nasıl oluşmaktadır?
2. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde matematiksel zemine göre matematiksel söylemler nasıl oluşmaktadır?
3. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel zemine göre matematiksel söylemler nasıl oluşmaktadır?
4. *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel zemine göre matematiksel söylemler nasıl oluşmaktadır?

1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Söylem ve iletişim, matematiğin öğretilmesinde ve öğrenilmesinde temel bileşenler olarak kabul edilir, ancak söylem ile matematik öğrenme/öğretme arasındaki ilişkilerin doğası hakkında akla birçok çarpıcı soru gelmektedir (Moschkovich, Wagner, Bose, Mendes ve Schütte, 2017). Bu ilişki, öğrencilerin matematiği öğrenmek için iletişim kurması ve matematiksel olarak iletişim kurmayı öğrenmesi ile daha da derinleşmektedir (NCTM, 2000). Ayrıca yenilenen matematik öğretim programlarında matematiksel iletişim becerileri tanımlanarak programların odak noktalarından biri haline gelmiştir. Nitekim uluslararası birçok matematik dersi öğretim programlarında, matematiği öğrenme ve öğretme sürecinde matematiksel iletişimin önemine dikkat çekilmektedir. Matematiksel iletişim yoluyla öğrencilerin fikirlerini yansıtabileceği ve açıklayabileceği düşünülmektedir. Bu bağlamda matematiksel iletişim, matematiksel fikirleri, sözlü, görsel ve yazılı ifade etme ve anlama süreci olarak tanımlanmıştır (Ontario Ministry of Education, 2005; UK

Department for Education, 2013; US Common Core State Standards Initiative, 2010). Ülkemizdeki matematik öğretim programlarında da matematiksel iletişim becerisine son yıllarda daha çok ağırlık verilmektedir. Bu bağlamda matematiksel kavramların anlaşılması, yapılandırılması ve içselleştirilmesi açısından öğrencilerin düşüncelerini sözlü olarak ifade etmeleri, matematik öğrenme-öğretme sürecinde oldukça önemli bir yere sahiptir. Bu bağlamda matematik öğrenme-öğretme sürecinde öğrencilerin matematiksel kavramları yapılandırmalarına ilişkin düşüncelerini açıklamasında öğrenci/ öğrenciler arası iletişim kurmalarına teşvik edilmelidir (MEB, 2017). Çünkü matematiksel kavramları karşı tarafa iletmek için kullanılan kelimeleri öğrencilerin derinlemesine anlamaları önemlidir (Kim ve Lim, 2017). Matematiksel kavramların daha iyi anlaşılması için matematiksel iletişim becerisi kapsamında öğrencilerden beklenenler aşağıda yer almaktadır.

1. Matematiğin kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan bir dil olduğunu fark etme
2. Matematiğin sembol ve terimlerini etkili ve doğru kullanma
3. Matematiksel dili matematiğin kendi içinde, farklı disiplinlerde ve yaşantısında uygun ve etkili bir biçimde kullanma
4. Somut model, şekil, resim, grafik, tablo, sembol vb. farklı temsil biçimlerini kullanarak matematiksel düşünceleri ifade etme
5. Matematiksel düşünceleri sözlü ve yazılı ifade etme
6. Günlük dili, matematiksel dil ve sembollerle; matematiksel dili, günlük dil ve sembollerle ilişkilendirme
7. Matematiksel düşüncelerin doğruluğunu ve anlamını yorumlama (MEB, 2013, s. V.).

Yukarıda yer alan matematiksel iletişim becerilerinden matematiksel dilin anlaşılması ve kullanılmasına önem verildiği görülmektedir. Örneğin matematiksel dilin bir ögesi olan sembollerin anlaşılmadan kullanılması doğru yazılan müzik notalarının melodi oluşturmamasına benzetilmektedir. Başka bir ifadeyle matematiksel dilin anlaşılması için öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin oluşması gerekir (Yeşildere, 2007). Çünkü düşünmek ve iletişim kurmak için matematiksel dil gereklidir (Umay, 2002). Nitekim dilin doğru kullanılıp anlaşılması, çocuğun bilişsel becerilerini geliştirmesinin yanı sıra öğrenmesini de teşvik eder (Akyıldız ve Çınar, 2016). Ayrıca matematiksel dilin, etkili, bilinçli ve doğru kullanımı matematiksel kavramların öğrenilmesinde belirleyicidir (Toptaş, 2015). Bu bağlamda matematik öğrenme-öğretme sürecinde, öğrencilerin iletişime açık olup matematiksel dili ve günlük dili etkili bir şekilde kullanmaları için fırsatlar oluşturulmalıdır (Uğurel ve Moralı, 2010). Çünkü öğrencilerin matematiksel dil gelişimi, kullandıkları günlük- informal dili formal dile çevirmesi olarak anlaşılır (Barwell, 2016). Bu bağlamda geleneksel matematik öğretiminin aksine öğrenciler matematiksel dili kullanarak bir problemin oluşturulmasından çözümüne kadar sınıf içindeki diyaloglarla oluşturulan tüm tartışmalara katılmalıdır (Çalikoğlu-Bali, 2002). Çünkü matematiğin kendine ait kesin olan dili ile öğrencilerin konuşma dilleri arasında güçlü bir ilişki vardır (Baxter, Woodward ve Olson, 2005). O halde matematik eğitimi ile ilgili gelecek çalışmalarda sadece sözcüksel ve sözdizimsel dil açısından değil matematiksel söyleme ağırlık verilerek öğrenme-öğretme ortamları daha profesyonel olarak geliştirilmelidir (Erath, Prediger, Quasthoff ve Heller, 2018). Bu nedenle bu araştırmada matematiksel söylemler ele alınmıştır. Sınıf içindeki matematiksel söylemler, matematik öğrenme ve öğretme sürecinin bir yansıması olduğundan öğrenme-öğretme sürecini anlamak için matematiksel söylemler derinlemesine incelenmelidir. Matematiksel söylemleri derinlemesine incelenmesi, söylem analizlerinde olduğu gibi matematiksel söylemlerin analiziyle olmaktadır. Böylelikle bir matematik dersinde oluşan öğretmen ve öğrenciler arasındaki matematiksel söylemlerin anlaşılmasını sağlanır.

Matematiksel söylemlerinin analizi öğretmenlerin söylem verilerinden yola çıkarak verilerin analiz edilmesine yönelik diğer araştırmacılara bir çerçeve sunar (Hale, Nanni ve Hooper, 2018). Bu araştırmada hem öğretmen hem de öğrencilerin matematiksel söylemleri incelenerek daha geniş bir çerçevenin ortaya çıkması, araştırmacılara analiz açısından çeşitlilik kazandıracağı düşünülmektedir.

Matematiksel söylemin oluşumunu belirleyen genel çerçeveye ihtiyaç olduğu, matematiksel söylemle ilgili çalışmaları ele alan çalışmalarda karşımıza çıkmaktadır. Matematiksel söylemle ilgili birden fazla çalışmayı değerlendiren bu araştırmacılar, matematiksel söylemle ilgili çalışmaların sonuçları ve önerilerinden yola çıkarak, söylemle ilgili genel bir çerçeveye ihtiyaç olduğunu vurgulamaktadırlar. Örneğin Walshaw ve Anthony (2008), matematik derslerinde sınıf söylemine odaklanmış çalışmaları (belli bir bağlam ya da örnek, pedagoji-sonuç, ilgili literatür ve teori ile bağlantılı çalışmalar vb.) değerlendiklerinde, matematiksel söylemde zengin söylemsel bağlar olması gerektiğinin çalışmalarda sürekli vurgulandığını belirlemişlerdir. Ayrıca bu çalışmaların sonuçlarına göre öğretmenlerin sınıf söylemiyle ilgili olarak aldıkları bilişsel ve etkili kararların matematiği öğrenmeyi önemli ölçüde etkilediğinin altını çizmektedirler. Dolayısıyla bu çalışmaların sonuçlarına göre öğretmenlerin matematiksel düşüncelerini açıklarken kullandığı söylemlerin matematik öğrenme ve öğretme sürecini nasıl kılavuzladığının bilinmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Dolayısıyla matematiksel söylemlerle öğrenme-öğretme sürecinde yol gösteren ögelerin incelenmesine ihtiyaç vardır. Buna ilaveten matematiksel söylemi ele alan çalışmaları değerlendiren bir başka araştırmacı Ryve (2011) ise matematik eğitiminde söylemleri ele alan yüz sekiz çalışmayı değerlendirerek daha sonraki çalışmalar için matematiği bir söylem olarak kavramsallaştıran makaleler ile sınıf söylemlerinin matematiksel yönlerini vurgulayan makaleler arasındaki ayrımın olması gerektiğine ilişkin bir öneride bulunmuştur. Çalışmasında az sayıda makalede matematiğin bir söylem olarak kavramsallaştırıldığını ve matematiği bir söylem olarak kavramsallaştıran makaleler arasında bile farklı vurgu ve odaklar bulunabileceğini ifade etmiştir. Bu bağlamda çalışmasında, sınıf söylemlerindeki matematiğin yanı sıra söylemler olarak matematiğin kavramsallaşmasını nasıl etkilediğini belirtmek için gelecekte çalışmalar yapılmasına ihtiyaç olduğunu vurgulamıştır. Nitekim bu araştırmada da matematiğin bir söylem kavramsallaşması dikkate alınmıştır. Çünkü matematiksel söylemin kendine ait belirlenen karakteristik özellikleri vardır (Sfard, 2008). Ayrıca gelecek çalışmalarda araştırmacılar daha fazla uygulamayla matematiksel söylemin karakteristik özelliklerini test ederek matematiksel bilişin analizinde de yararlı olabilecek diğer matematiksel söylem çerçevelerini tanımlayabilirler (Kotsopoulos, Lee ve Heide, 2010). Dolayısıyla bu araştırmada da matematiksel söylemin karakteristik özelliklerinin öğretmen ve öğrencilerin kullandığı söylemlerle açıklanacağı düşünülmektedir. Bu amaçla matematiksel söylemin karakteristik özellikleriyle ilgili literatür taraması yapılarak karakteristik özellikler matematiksel zemin olarak belirlenmiştir. Matematiksel zemine göre söylemsel bakış açısıyla öğrenme ve öğretme sürecinin kılavuzlanacağı düşünülmektedir.

Söylemsel bakış açısı, iletişimin özel bir hali olarak düşüncenin kavramsallaşmasını sağlar ve matematik öğrenmek matematiksel söylemde akıcı olmak anlamına gelir (Kieran, Forman ve Sfard, 2002). Bu nedenle bir çok araştırmada söylem bakış açısıyla matematiksel söylemler değişik faktörlerle birlikte (muhakeme, üstbilişsel vb.) ele alınmıştır (Bjuland, Luiza Cestari ve Borgersen, 2008; Kramarski ve Mevarech, 2004). Bu çalışmaların odak noktası, bilişsel perspektifteki bileşenleri yansıtan matematiksel söylemleri belirlemek ya da matematiksel söylemler aracılığıyla bu bileşenlerin neler olduğunu ortaya çıkarmaktadır. Söylemsel bakış açısı göz önünde bulundurularak matematiksel muhakeme türleriyle ilgili teorinin ortaya çıkarıldığı çalışmada muhakeme türlerinin yapısal ve süreç yönü olduğu belirlenmiştir. Ayrıca matematik eğitimi literatüründeki çeşitli matematiksel muhakeme türlerini analiz etmek ve aralarındaki ilişkiye göre yeniden formüle etmek için söylemsel çerçevenin bir araç olduğu tekrar vurgulanmıştır (Jeannotte ve Kieran, 2017). Ayrıca söylemsel çerçevenin sınıf içindeki matematiksel konuşmalarda bir araç olduğu düşünülerek matematiksel konuşma ya da tartışma türleri de sınıflandırılmıştır (Richards, 1991; Chapin, O'Connor ve Anderson, 2003; Hufferd-Ackles, Fuson ve Sherin, 2004; Kazemi ve Hintz, 2014). Dolayısıyla öğrenciler matematik hakkında konuşurken, matematik ve diğer fikirleri iletmek için bu tür konuşmalardan birini veya birkaçını kullanmaktadır (Matson, 2010). Bu çalışmalarda büyük grup tartışması, küçük grup tartışması gibi ya da tartışma kurallarını içeren herhangi bir derste olabilecek sınıflandırmayla matematik dersinde oluşan söylemler tartışmalar kapsamında sınıflandırılmıştır. Ayrıca dil-etkileşim ya da söylem gibi genel başlıkların bileşenlerindeki ayrıma göre de matematiksel söylemler incelenmiştir (İlhan ve Erbaş, 2016; Genç, 2016). Dolayısıyla bu çalışmalarda matematiğin kendine özgü yapısını içeren bir sınıflandırma görülmemektedir. Bu bağlamda bu araştırma, diğer çalışmalardan farklı olarak araştırmada belirlenen matematiksel zeminlerle, matematiğe özgü bir sınıflandırmayı içermektedir. Bu bağlamda matematiğe özgü bir sınıflandırmanın yanı sıra matematiksel konuşmaların başka bir ifadeyle matematiksel söylemlerin söylem tipi olarak sınıflandırılması da, matematiksel iletişimde yol gösteren bir harita olarak düşünülmektedir. Böylelikle söylem tipleri ve matematiksel zeminle birlikte matematiksel söylemin kendi yapısının ortaya çıkacağı düşünülmektedir. Ayrıca söylem tiplerine ve matematiksel zemine göre söylem göstergelerinin belirlenmesi matematik öğrenme-öğretme sürecinin pratikte nasıl göründüğünü yansıtması açısından önemlidir. Bu göstergelerle matematiksel söylemi oluşturan yapı taşlarının ortaya çıkması, matematiksel söylemin oluşumunu teorik olarak açıklaması açısından da önemlidir. Bu bağlamda matematiksel söylemle ilgili farklı yapıların ortaya çıkmasının matematik derslerinin uygulayıcısı olan öğretmenlere faydalı olacağı düşünülmektedir. Nitekim Krussel, Edwards ve Springer'e (2004) göre söylemlerin oluşumunda faydalı bir kelime hazinesi ve pratiğe yansıtan organizasyon yapısını yansıtan çerçevenin matematik öğretmenlerine uygulama süresinde yardımcı olacağını dile getirmişlerdir. Öğretmenin söylemlerindeki amaca, metaforlara, sınıf içi organizasyonu sağlamaya yönelik söylemlerin bazılarında anahtar kelime belirledikten sonra matematiksel söylemlerinin nasıl oluştuğunu ifade etmişlerdir. Örneğin öğretmenin bir matematiksel söylem hareketinin amacı, söylemin yapısal sınırlarını belirlemek (küçük gruptan bütün sınıf tartışmasına geçişi değiştirme) söylemin bir veya daha fazla odağını değiştirmek (Sfard'ın anlamında), söylem için sınıf normları oluşturmak, dengesizliği oluşturmak/ ortadan kaldırmak olabileceğini açıklamışlardır. Dolayısıyla öğretmenlerin hangi matematiksel söylemleri nasıl kullanacağına karar vermesi ve öğrenme-öğretme sürecini buna göre planlaması açısından bu araştırmanın da alana katkısı olacağı düşünülmektedir.

Matematiksel söylemle ilgili literatürü birkaç ana tema etrafında sentezleyen çalışmalarda söylem türlerinin eleştirel olarak değerlendirildiği ancak hangi tip söylemlerin nasıl oluştuğunun açıklanmasına ilişkin araştırma yapılmadığı belirtilmiştir. Örneğin matematiksel söylemin doğal yapısını tek anlamlı ve diyalojik söylem tipleri olarak inceleyen Knuth ve Peressini (2001), matematik öğrenme-öğretme sürecinde iki söylem tipinin kendine ait özelliklerinin olduğunu ileri sürmüştür. Dolayısıyla bu iki söylem tipine göre, matematik öğrenme ve öğretmenin amaçlarının planlanabileceği ve öğrencilerin öğrenmedeki rollerinin değişebileceği vurgulanmıştır. Bu söylem tiplerinin nasıl oluştuğunu açıklayan öğretmen ve öğrenciler arasında örnek diyaloglar sunulmasına rağmen bu söylem tiplerinin oluşumunu sağlayan yapıtaşlarından bahsedilmemiştir. Bu bağlamda bu araştırmada söylem tiplerinin ortaya çıkarılması matematiksel iletişimin niteliğini artırmada katkı sağlayacaktır. Söylem tiplerinin özellikleri, matematik öğrenme-öğretme sürecindeki öğrenci rolleriyle belirleneceğinden bu araştırmanın matematik öğrenme-öğretme sürecinde yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

Görüldüğü gibi matematiksel iletişim, matematiksel söylem hatta matematiksel dille ilgili literatür incelendiğinde, sınıf içinde öğretmen ve öğrencilerin söylemlerini bir arada inceleyerek matematiksel söylemin doğal yapısını teorik olarak açıklayan çalışmaların eksikliği görülmektedir. Bu gerçekler, matematiksel zemine ve söylem tiplerine özgü matematiksel söylem göstergelerinin belirlenmesi ihtiyacını vurgulamaktadır. Söylem tiplerini belirleyen göstergelerin bilinmesinin herhangi bir sınıf ortamında benzer söylemlerin yorumlanması ve geliştirilmesine fikir vereceği düşünülmektedir. Bu bağlamda sadece matematik dersi için diğer derslerde söylem tiplerinin oluşumuna ışık tutması açısından bu araştırma önemlidir. Bu araştırma sonucunda matematiksel zemine göre söylem tiplerini açıklayan göstergelerin ortaya çıkmasının, öğretmenin kendi sınıfındaki etkileşimlerin neye göre oluştuğunu anlamasına ve geliştirmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca matematiksel zemine göre söylem tiplerinin belirlenmesi, öğrencilerin o zemine ilişkin matematiksel bağlantıları söylem tipine göre nasıl kurduğunu ortaya çıkarır. Ayrıca öğretmenin matematik öğrenme-öğretme sürecini planlamasında yardımcı olacağı düşünülmektedir. Öğretmene matematiksel zemine göre hangi söylem tiplerinin nasıl oluşacağı hakkında fikir vermesi açısından bu araştırma önemlidir. Dolayısıyla öğretmenin hangi söylem tipini kullanabileceğine karar verip öğrenme-öğretme sürecini planlaması açısından bu araştırmanın alana katkısı olacağı düşünülmektedir.

1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Araştırmanın amacı doğrultusunda sadece matematiksel söylemlere odaklanılmıştır. Örneğin öğretmenin öğrencilere verdiği ödevle ilgili söylemlere yer verilmemiştir. Verilen ödevin matematiksel içeriğine yönelik bir açıklama varsa, matematiksel söylem olarak düşünülüp değerlendirmeye alınmıştır. Ödevle ilgili sayfa numarası, ödevin süresi vb. ile ilgili veriler alan notlarına kaydedilmiştir ancak bunlarla ilgili söylemler transkript edilmemiştir.
2. Araştırmada 2015-2016 ve 2016-2017 yılları arasında, haftada yaklaşık 12 ders saatinde gözlem yapılmış ve bu dersler video kaydına alınmıştır.
3. Gözlem yapılan matematik derslerinin başından sonuna kadar video kaydı yapılmıştır. Ancak ders bitmesine yönelik zil çaldığında öğretmen dersi bitirdiği için bazı matematiksel söylemler tamamlanamamıştır.

4. Sınıfta oluşan matematiksel söylemleri doğal ortamda izlemek için sınıf içindeki öğretmen ve beraberindeki öğrenciler video kaydına alınmıştır. Etik kurallar çerçevesinde öğrencilere ve öğretmenlere ait görüntü vb. ifadeler okuyucuyla paylaşılmamaktadır.
5. Sınıfta oluşan matematiksel söylemler doğal ortamda oluştuğu için bazen öğrencilerin söylemlerini yazıya dökmekte zorluk çekilmiştir. Öğrencilerin hep bir ağızdan konuştuğu karışık sesler veya alçak ses tonuyla konuşulan matematiksel söylemler 3-4 kez dinlenerek yazılı bir hale getirilmeye çalışılmıştır.

1. 4. Araştırmanın Varsayımları

Araştırmada, sınıf içindeki matematiksel söylemlerin doğal gözlem yoluyla oluşumunun incelenmesi amacıyla video kaydı yapılmıştır. Araştırmacı doğal ortamı bozmamak için 3-4 hafta geçtikten sonra video kayıtlarına başlamıştır. Bu süreden sonra yapılan kayıtlarda öğretmen ve öğrencilerin doğal davranışlarını sergilediği düşünülmektedir.

1. 5. Tanımlar

Matematiksel İletişim: Matematiksel içerikle ilgili tartışmaları, grup etkinlikleri, soru sorma gibi stratejileri içeren sınıf içindeki etkileşimin planlanmasıdır (Kaya ve Aydin, 2016).

Söylem: Dile özgü uygulamalar ve dil kullanımı için bir kaynak olan karmaşık bir kelime dağarcığını veya anlam sistemini içeren iletişimdir (Taylor, 2012).

Söylem Tipi: Sınıf içindeki öğretmen ve öğrenci söylemlerinin, söylemdeki ağırlığına göre sınıflandırılmasıdır.

Söylem Öbeği: Öğretmen ve öğrenciler arasındaki söylemlerin sınıf içindeki organizasyona göre gruplandırılmasıdır.

Matematiksel Söylem: Matematiksel olarak kabul edilen kelime dağarcığı ile (Örnek: Sayılara, geometrik şekillere ve yapılan işlemlere yönelik kelimeler) yapılan söylemlerdir (Sfard, 2008).

Matematiksel Zemin: Matematiğin kendine ait tüm sembolleri, işaretleri, simgeleri vb. ifadeleri yoluyla matematiksel söylemlerin oluşumuna zemin hazırlayan matematiksel içeriktir.

2. LİTERATÜR TARAMASI

2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Literatür taramasının bu bölümü, iki bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde araştırmada yer alan kavramlar olan söylem ve matematiksel söylemle ilgili açıklayıcı bilgiler sunulmuşken; ikinci bölümde araştırmanın konusu ile ilgili yapılmış çalışmaların nasıl tasarlandığı ve bu çalışmaların sonuçları sunulmuştur.

2. 1. 1. Söylem ve Matematiksel Söylem

Söylem ile ilgili çalışmalarda söylem analizinin nasıl olduğuna daha çok ağırlık verilmiştir. Söylemle ilgili kavramlar da söylemi anlamak ve analiz etmek için ele alınmıştır (Gür, 2013). Ayrıca literatürde söylem, "söylem analizi" olarak karşımıza çıkmaktadır (Van Leeuwen, 2008). Bu nedenle bu araştırmada da söylem analizi ve matematiksel söylem analiziyle ilgili kuramsal çerçeve belirlenmiştir. Çünkü söylem ve matematiksel söylemle ilgili kavramlar, söylemi analiz etmede yardımcı bir ögedir. Örneğin matematiksel söylemler üzerinde çalışan Sfard (2008; 2012), matematiğin bir söylem olduğunu ve matematiksel söylemin birbiriyle ilişkili birçok karakteristik özelliğe sahip olduğunu ifade etmiştir. Matematiksel söylemi *kelime, görsel aracılar, kabul edilmiş kurallar ve tasdik edilmiş alıntılar* olmak üzere dört ögeyle ilişkilendirerek matematiksel söylemin analizi ile ilgili bir teorik çerçeve oluşturmuştur.

Söylem ve matematiksel söylemin analiziyle ilgili yaklaşımlar sırasıyla aşağıda açıklanmıştır.

2. 1. 1. 1. Söylemle İlgili Genel Yaklaşımlar

Söylemler, insanlar arasında konuşulan dil aracılığıyla oluşur (Baker, 2006). Dilin kullanımı ise, sadece konuşma ve yazma olarak değil görsel aracıları da içermektedir (Le Roux ve Adler, 2016). Matematiğe ait dilin kullanımı da sınıf içindeki konuşma, yazmayla birlikte sayıların, cebirsel ifadelerin, sembollerin, diyagramların, grafiklerin vb. olduğu görsel aracıları da içermektedir. Fairclough (2003) ise dilin kullanımını genel bir bakış açısıyla*, söylem, tür ve stillerin* olması şeklinde açıklamıştır. Bu bağlamda Le Roux ve Adler (2016) de bu yaklaşımdan hareketle matematiksel söylemi kelimeler, semboller, grafikler vb. ifadelerle tanımlama, sınıflama, konuşma vb. eylemler olarak; matematiksel türü insanlar ve matematikle ilgili metinlerin (Örn: Ders kitapları) arasındaki ilişkiye ulaşmak için dili kullanmanın bir yolu olarak; matematiksel stilleri ise matematik uygulamalarında belirli bir kişinin öğrenci ya da öğretmen tarafından nasıl kullanıldığı olarak tanımlamıştır. Dolayısıyla Fairclough'ın (2003) dilin kullanımına yönelik açıkladığı genel çerçevenin matematik derslerinde oluşan söylemlerin analizine uyarlandığı görülmektedir. Benzer şekilde matematiksel söylemlerin analizinde kullanılan diğer bir söylemle ilgili genel teorik yapı, Gee'nin (1999) söylemle ilgili oluşturduğu kuramsal yaklaşımdır. Bu kuramsal yaklaşıma göre söylem analizinin odak noktası, söylemde belirgin olan özelliklerin ortaya çıkmasıdır. Gee (1999) bu kuramsal yapıyı söylemdeki *anlam ve önem*; söylemde hangi aktivitelerin gerçekleştiğini açıklayan *etkinlik*, söylemde kimin aktif olduğunu ve kişiye özgü söylemleri açıklayan kimlik ve söylemler arasındaki *ilişki*; katılımcıların sosyal değerleri, konumlarını gibi sosyal ifadelerle söyleme yön veren *politika*, söylemlerdeki konular, olaylar arasında *bağlantı*, söylemde hangi sembollerin, işaretlerin kullanıldığını açıklayan *göstergebilim* olmak üzere altı bileşenle belirlemiştir. Gee 2005 yılında bu altı bileşenden biri olan kimlik ve ilişkiyi birbirinden ayırmış, ilk bileşeni anlam olarak ve son bileşeni de işaret sistemi ve bilgi olarak nitelendirmiştir. Söylemin yapısını bu yedi bileşenle açıklayarak söylem analizinde bu adımların eşgüdümlü olarak değerlendirilmesini önermektedir.

Matematiksel söylemler, söylem analizinin genel perspektifinde değerlendirildiği gibi, konuşma türü, etkileşim, diyalog türü gibi ifadelerle sınıflandırılarak da genel bir bakış açısıyla analiz edilmektedir. Örneğin Muto-Humprey (2010) çalışmasında, eğitimciler/ebeveynler ve öğrenenler arasında öğrenme- öğretmedeki etkileşim sürecine yönelik üç farklı diyalog tipi belirlemiştir. Bu diyalog tiplerini sadece konuşan kişinin olduğu Diyalog 1; konuşan kişi ve iletişime geçtiği diğer kişinin olduğu Diyalog 2; konuşan kişi ve iletişime geçilen birden fazla kişinin olduğu Diyalog 3 olacak şekilde açıklamıştır. Diyalog 1' de, söylemlerin tek yönlü olduğunu ve karşıdaki kişinin çok fazla etkileşime geçmediği; Diyalog 2' de öğrenenin kendi görüşlerini önermeye başladığı, eğitimciler/ebeveynlerin söylemlerin anlaşmasını sağladığı; Diyalog 3' te ise öğreneni söyleme teşvik ederek kendi başlarına cevap bulmalarının sağlandığı açıklanmıştır.

Diyalog türlerinin, konuşma türlerinin sınıflandırılarak sınıf içindeki söylemlerin analiz edilmesine ilaveten sadece sınıf içindeki söylemlere odaklanılmıştır. Bu bağlamda literatürdeki söylemle ilgili genel teorik çerçevelerden yararlanılarak öğrenme-öğretme sürecindeki söylemlerin teorik çerçevesi belirlenmiştir. Örneğin Lotman (1988) söylemi "iletilen anlam" ve "üretilen anlam" olmak üzere söylemin rolünü ikiye ayırarak fonksiyonel ikilik (functional dualism) yaklaşımı olarak nitelendirmiştir. Wertsch (1991) ise bu teorik yaklaşımdan hareketle sınıf içindeki söylem rollerini tek anlamlı (univocal) söylem ve diyaloiik (dialogic) söylem olarak ele almıştır. Tek anlamlı söylem tipini "iletilen anlam"; diyaloiik söylemi de söylemi "üretilen anlam" ile eşleştirmiştir. Tek anlamlı söylem tipinde öğrenme-öğretme sürecinde kesin mesajlar söz konusu olup sadece mesajın iletildiği; diyalojik söylem tipinde yeni anlamlar üretmeye yönelik iki yönlü bir iletişim alışverişi ön plana çıkmaktadır.

Sınıf içi diyaloglar üzerine çalışan Lemke (1990), üçlü desen olarak adlandırdığı diyalog türünün öğretmenler tarafından derslerde en çok kullanılan diyalog türü olduğunu ve bu diyaloğun öğretmen sorusu, öğrenci cevabı, öğretmen değerlendirmesi şeklinde gerçekleştiğini ifade etmiştir. Lemke'nin (1990) diyalog türlerinden hareketle Cazden (2001) ise bu diyalogun üçlü döngü olduğunu önermiştir. Bu döngüye göre öğretmen ve öğrenci etkileşimini, öğretmenin söylemi başlatması (Initation) öğrenci cevapları (Response) ve öğretmenin değerlendirmesi (Evaluation) IRE döngüsü olarak tanımlamıştır. Ayrıca Mercer'in (1995) söylem analizi çerçevesine göre ise sınıf içinde konuşma tipleri; tartışmalı, birikimli ve keşfedici konuşma olmak üzere üç farklı şekilde gelişmektedir. Tartışmacı konuşmada uzlaşmaya varılamayan bireysel fikirler var iken; birikimli konuşma olumlu yapılır; ancak yaygın olan bilgiler birikimle olur. Birikimli söylem, tekrarlar, onaylar ve incelemeler tarafından karakterize edilir. Son olarak keşfedici konuşmada ortak düşünceye varmak için ifadeler, öneriler ve farklı hipotezler sunulur. Bu konuşma tipi diğer iki konuşma tipiyle karşılaştırıldığında düşüncelerin sorgulanması, muhakemeler ve gerekçelendirmeler daha açıktır. Mercer'in (1995) öne sürdüğü üç tip konuşma türüne göre sınıf içindeki söylemler matematiksel söylemler de dahil olmak üzere birçok araştırmada analiz edilmiştir (Stevens, 2017; Mercer, Wegerif ve Dawes, 1999). Öğretmen ve öğrenciler arasında gerçekleşen sınıf etkileşimin anlaşılmasına farklı bir açıdan bakan Walsh (2006) ise sınıf içi söylemin özelliklerini ikinci dili öğrenen öğrencilerin olduğu sınıfta belirlemiştir. Sınıf içi özelliklerin söylemi kontrol altına almak (öğrenciler, ipuçlarını, cevaplarının çoğunu öğretmenden alırlar); söylemdeki sonuç çıkarma teknikleri; söylemdeki tamir stratejileri ve söyleme uyum olmak üzere dört tane olduğunu açıklamış ve sınıf içindeki söylemlerin oluşmasında asıl sorumluluğun öğretmene ait olduğu vurgulamıştır.

Sınıf içindeki söylemlerde öğretmen ve öğrenci rollerinin belirlenmesi sınıf içi etkileşim-iletişim modellerine daha farklı bir yaklaşımla analiz edilmiştir. Sınıf içi iletişim modellerinden biri Mortimer ve Scott (2003) tarafından farklı yapıların ortaya koyulduğu sınıf içi etkileşim modelidir. Bu model, sınıf içinde öğretmen ve öğrenciler arasındaki konuşmalardan yola çıkılarak oluşturulmuş iki boyutlu bir matristir. Otoriter ve diyaloglu konuşmalar birinci boyutu oluştururken, etkileşimli ve etkileşimli olmayan konuşmalar ikinci boyutu oluşturmaktadır. Birinci boyut ve ikinci boyuttaki konuşma tipleri kesişmesiyle dört konuşma tipi aşağıda yer almaktadır.

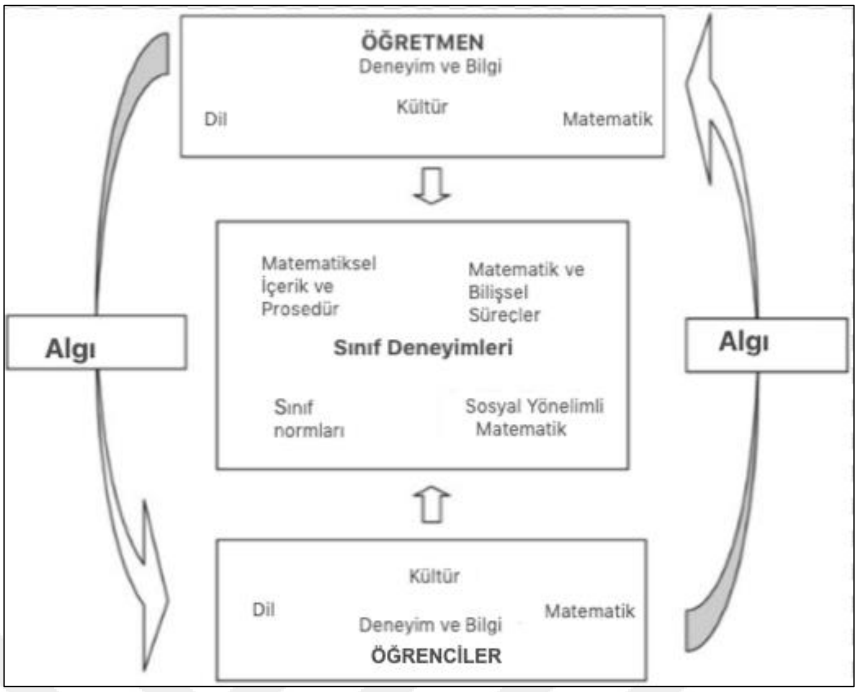
	Etkileşimli	Etkileşimli Olmayan
Otoriter	Etkileşimli/ Otoriter	Etkileşimli Olmayan/ Otoriter
Diyaloglu	Etkileşimli/ Diyaloglu	Etkileşimli Olmayan/ Diyaloglu

Şekil 1. Sınıf içinde etkileşim modeli (Mortimer ve Scott, 2003, s. 35).

Şekil 1'deki iletişim modelinde konuşma tiplerinin dört farklı hali görülmektedir. Yatay eksende yer alan otoriter söylemlerde öğretmenin konuşmalarının daha ağırlıkta olduğu; diyaloglu konuşmalarda ise öğretmen ve öğrencilerin söylemlerinin birlikte olduğu görülmektedir. Etkileşimli konuşmalarda ise soru ve cevapların olduğu görülmektedir. Otoriter etkileşimli konuşmada soru ve cevaplarla öğrencilerin yönlendirilmesi esas alınmışken diyalojik etkileşimli konuşmada soru ve cevaplarla öğrencilerin, yeni fikirler üretmeleri, özgün sorular sormaları gibi yeni anlamlar üretmeleri esas alınmıştır. Bu iletişim modeli, fen bilgisi dersinde öğretmen ve öğrenci söylemlerini analiz etmede daha çok kullanılmıştır (Chin, 2007; Lehesvuori, Viiri, Rasku-Puttonen, Moate ve Helaakoski, 2013; Kaya, Şardağ, Cakmakci, Doğan, İrez ve Yalaki, 2016). Bu araştırmada da matematiksel söylemlerin genel olarak incelenmesini sağlamıştır. Sınıf içindeki matematiksel konuşmaları genel olarak yansıtan bu iletişim modeli, sınıf içindeki söylemlerin analizinde kullanılmak üzere öğretmen ve öğrenci söylemleri olarak özelleşmiştir. Bu bağlamda Mortimer ve Scott'ın (2003) etkileşim modelinin bu araştırmada sınıf içindeki söylem tiplerine uyarlandığı söylenebilir.

2. 1. 1. 2. Matematiksel Söylemle İlgili Yaklaşımlar

Matematiksel söylem hakkında konuşan araştırmacılar, söylemin yalnızca içeriğini oluşturan önermeler ve kurallarla değil, aynı zamanda iletişimsel eylem kuralları ile ilgili olduğunu vurgulamalıdır (Sfard, 2000a). Bu bağlamda matematik derslerinde iletişimi sağlayan dille de ilgili modeller geliştirilip matematik öğrenme-öğretme süreci açıklanmıştır. Aslında bu çalışmalarda dilden hareketle öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşime önem verildiği görülmektedir (Bernardo, 2002; Whitin ve Whitin, 2000). Örneğin matematik derslerinde dilin kullanımına ilişkin öğretmenlerin daha doğru zihinsel öğrenim modelleri geliştirmelerini sağlayacak yapılandırmacı bir model tasarlanmıştır. Bu model Şekil 2'de yer almaktadır.

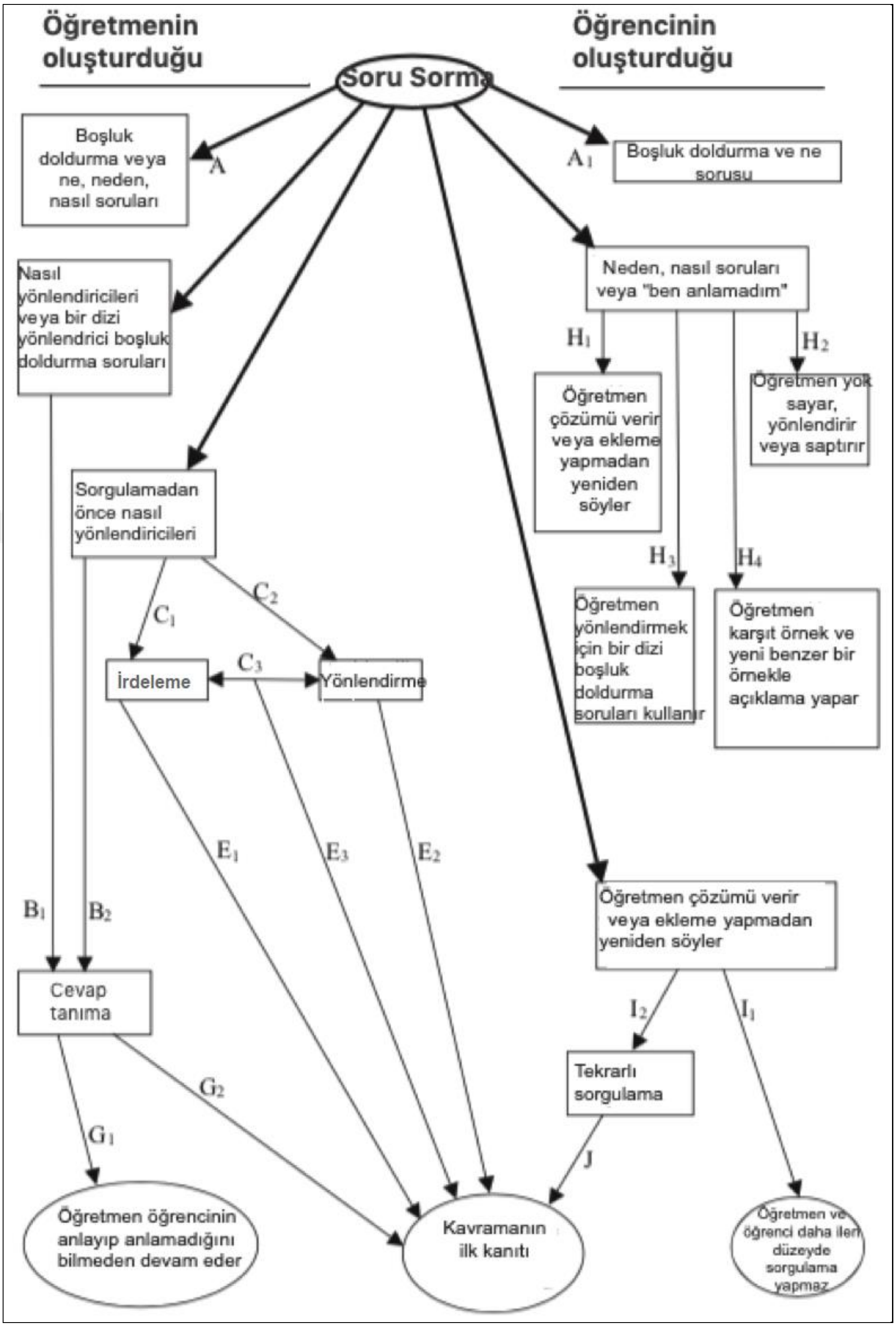


Şekil 2. Matematik öğretme ve öğrenme etkileşim modeli (Campbell, Davis ve Adams, 2007, s. 17).

Yukarıda teorik çerçevede görüldüğü gibi matematik derslerinde dilin kullanımına ilişkin öğrenim ve öğretim faaliyetlerini yansıtan bir döngü yer almaktadır. Bu döngü matematik pedagojisinin üç kritik bileşenini göstermektedir: Birincisi sınıf, öğretmen-öğrenci etkileşiminin aracılık ettiği sosyal olarak inşa edilmiş bir öğrenme ortamı; ikincisi öğretmenin deneyim ve bilgi, dil, kültür ve matematiğin etkileşiminin aracılık ettiği öğrenci ve sınıf ortamına ilişkin algıları; üçüncüsü ise öğrencilerin sınıf, çevre, algıları, dil, kültür, matematik, önceki deneyimler ve bilgilerindeki etkileşimi ifade etmektedir. Dolayısıyla matematik dersinde öğretmen ve öğrencilerin kullandığı dil başka bir ifadeyle söylemler arasında bir döngü bulunmaktadır.

Matematiksel söylem yaklaşımlarının (formal ve informal) sınıf uygulamalarında bazı etkileri vardır. Örneğin Vygotskian bakış açısıyla, öğretmen yerleşik matematiksel dili kullanarak öğrencilerin sosyalleşmesine öncülük eden bir rehberdir. Bakhtin açısından bakıldığında ise, öğretmen matematiğe anlam kazandırmak için öğrencilerle birlikte çalışır. Aynı zamanda informal matematiksel söylemlerle öğrenciler matematik hakkında konuşarak yeni ve farklı fikirler üretebilirler (Barwell, 2016). Ayrıca sosyokültürel teorik çerçevenin bilişsel ve öğrenme arasında bağlantı kurarak sınıf içindeki söylemlerin gelişimini sağladığı bilinmektedir (Mercer ve Howe, 2012). Vygotsky'e (1978) göre öğrenmenin gerçekleşmesi için yakınsal gelişim alanı oldukça önemlidir. Öğretmen de bu alana uygun bir şekilde soruları ile öğrencilere rehberlik etmelidir. Dolayısıyla sorular ve cevaplar sınıf söyleminin önemli bir bileşenidir.

Sınıf söyleminde belirleyici bir özellik olarak soru ve cevap rutinleri hakimdir ve öğretmenler de soru sormayı çoğunlukla söylemlerini kontrol etmenin temel yollarından biri olarak görmektedirler (Walsh, 2006). Ancak öğretmenin verdiği yönergelerle, sorduğu merak uyandırıcı ve açık uçlu sorularla öğrencilerin araştırmaya, keşfetmeye ve genellemeye dayalı cevapları, matematiksel söylemlerin kontrol edilmesinden daha çok oluşmalıdır (Baki, 2014a). Nitekim sorgulama ve soru-açıklama çerçevesindeki değişikliklerle, öğrenciden öğrenciye veya öğretmenden öğrenciye matematiksel diyaloglar oluşmaktadır. Aslında öğretmenler ve öğrenciler arasındaki diyalogların nitelikli olabilmesi için zengin ve anlamlı matematiksel söylemler, etkileşimli ve sürekli söylemler olarak tanımlanmıştır (Piccolo, Harbaugh, Carter, Capraro ve Capraro, 2008). Zengin ve anlamlı matematiksel söylemlere ulaşmaya yönelik iletişim yolları haritası Şekil 3'te yer almaktadır



Şekil 3. Dinamik öğrenci-öğretmen iletişim yolları haritası (Piccolo, Harbaugh, Carter, Capraro ve Capraro, 2008).

Matematiksel iletişim yollarını gösteren A, B, C, E, G, I ve J harfleri matematiksel söylemin zenginliği açısından sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırma, matematiksel söylemdeki söz kalıplarından yararlanılarak yapılmıştır. Bu iletişim yollarından A, B, C, E ve G yolları öğretmenlerin matematiksel söylemleri için tanımlanmışken, A_1, H, I ve J yoları öğrencilerin matematiksel söylemleri için tanımlanmıştır. A harfinin gösterdiği iletişim yolu zengin olmayan matematiksel söylemler içerirken G harfinin gösterdiği iletişim yolu en zengin matematiksel söylemleri içermektedir. Ayrıca bu harflere ait alt indislerle isimlendirilen harflerin de kendi içinde matematiksel söylemin zenginliği açısından bir hiyerarşi olduğu görülmektedir. Örneğin $C_{1,}$ $C_{2,}$ C_3 harfleriyle gidilen iletişim yollarının söz kalıplarıyla sınıflandırılmasına ilişkin açıklama aşağıda yer almaktadır.

$C_{1:}$ İrdelemenin ardından gelen “nasıl” soruları (Örnek: Tekrar açıkla. ... bu [örnek] gibi mi? ... cevabınız size doğru geliyor mu? Tekrar nasıl ... aldınız? ... ilişkinizi tekrar açıklayın. Yanıtınızın doğru olduğunu düşünüyor musunuz?).

C_2: Yönlendirmenin ardından gelen “nasıl” soruları (Örnek: Önceki örneği açıklayabilir misiniz? Bu problem için nasıl ... elde ettim? ... bir cevap olabilir mi [karşı örnek]? ... Neden çarptın? Yine X çarpı Y nedir?).

C_3: İrdeleme ve yönlendirmenin bir arada kullanımının ardından gelen “nasıl” soruları.

Yukarıdaki farklı matematiksel söylemlere giden haritadaki açıklamalarda görüldüğü gibi, öğretmenin sorularındaki yapısal ifadeler, iletişim haritasındaki yolları belirlemektedir. Aslında öğretmenlerin söylemlerdeki bu söz kalıpları iletişim haritasına yön vermektedir. Bu araştırmada ise matematiksel söylemlerindeki söz kalıplarından yararlanarak matematiksel söylemlerdeki öğretmen ve öğrenci rolleri belirlenecektir. Çünkü matematiksel söylem, matematiksel içerikle ilgili öğretmenin soru sorma stratejilerini kapsadığı gibi öğrencilerin cevaplarını da kapsamaktadır.

Soru sorma stratejilerinin matematiksel iletişimde rol almasından hareketle (Sullivan ve Clarke, 1991) matematiksel söylemler, sınıf içindeki iletişim, etkileşim ya da sınıf içinde kullanılan dil çatısı altında incelenmektedir. Sfard (2007; 2008; 2012) ise matematiksel söylemi ayrı bir şekilde ele almıştır. Sfard (2012) matematiksel söylemi dört farklı özellikle karakterize etmiştir. Matematiksel söylemlerin sahip olduğu karakteristik özellikler aşağıda verilmiştir.

Özel kelimeler: Örnek: Üç, üçgen

Matematiksel yollarda kullanılan görsel işlevler: Örnek: Sayılar, cebir sembolleri, grafikler

Rutinler: Matematiksel görevlerde kullanılan ve gösterilen örnek yollar. Örnek: Spesifik bir problem çözümünde izlenen adımlar

Tasdik edilmiş anlatılar: Yukarıdaki üç bileşende kullanılan onaya ve redde açık tüm sözlü ifadeler, doğru kabul edilen argümanlar... Örnek: Teoremler, tanımlar ve hesaplamaya yönelik kurallar

Yukarıda görüldüğü gibi matematiksel söylemin karakteristik özelikleri, matematiğin kendi diline özgü özellikleriyle ilişkilendirilmektedir. Bu araştırmada da matematiksel zeminin belirlenmesinde matematiksel söylemin karakteristik özelliklerinden yararlanılmıştır. Çünkü Sfard'ın bu bakış açısı, öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söyleme katılımına yönelik bir çerçeve çizmektedir. Bu matematiksel söylemlerden, matematiğin kendine ait özel kelimelerine ve görsel aracılara ilişkin söylemlerin neler olabileceği yukarıdaki açıklamadan net bir şekilde anlaşılmaktadır. Ancak Sfard' ın (2007, 2008) teorik çerçevesindeki diğer bileşenlere (rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar) bakıldığında, bu bileşenlere ilişkin söylemlerin neler olabileceği tam anlaşılmamaktadır. Bu teoriye göre rutinler matematiksel söylemlerde tekrar eden eylemlerken; tasdik edilmiş anlatılar ise diğer üç bileşenle ilgili söylemlerdir. Öğretmen ve öğrenci arasında geçen matematiksel söylemlerden hangilerinin tasdik edilmiş anlatıya örnek olup olmadığı tam açıklayıcı değildir. Tasdik edilmiş anlatıların, matematiksel söylemin diğer üç bileşenini kapsadığı belirtilmiştir. Örneğin öğretmen matematiğin özel kelimelerini tanımlarken kullandığı ifadeleri, görsel aracılarda da kullanabilmektedir. Öğretmen bu matematiksel söylemleri tekrar ettiği için aynı zamanda bir rutin oluşturmaktadır. Dolayısıyla bu bakış açısındaki bileşenlerin tam olarak ayrılmadığı görülmektedir.

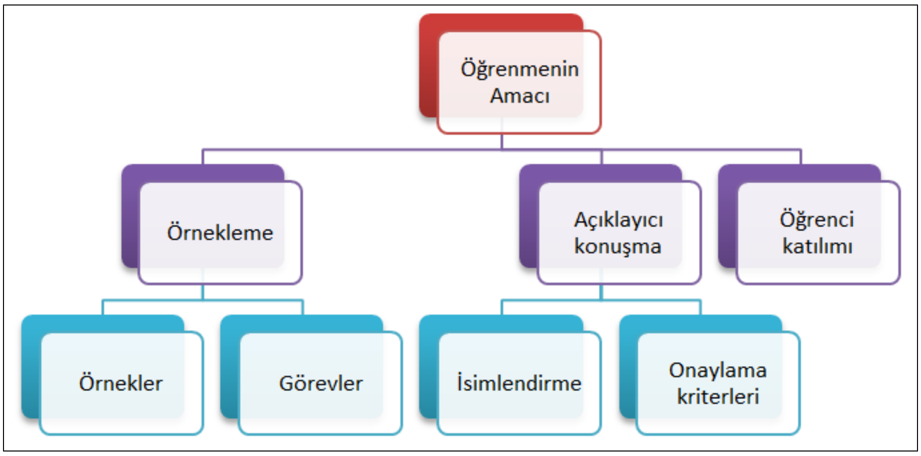
Sfard'ın (2000b) söylemleri analiz eden bir diğer bakış açısı da odaksal analizdir. Odaksal analize göre söylem analizinde, ifade edilen odak, katılan odak ve kastedilen odak olmak üzere üç aşama vardır. Konuşmacının ilk ifade ettiği söylemler, ifade edilen odak; karşıdaki konuşmacıyla söylemlerin şekil alması katılan odak; son olarak konuşmacının aslında söylemek istedikleri kastedilen odak olarak adlandırılmıştır. Sfard'ın öne sürdüğü odaksal yaklaşım, söylemlerde aslında ne demek istenildiğini açığa çıkarmaktadır. Bu nedenle matematik dersleri dışında da kullanılabilir. Matematiksel söylemlerin doğal yapısının incelendiği bu araştırmada ise bu yaklaşımdan daha çok bulguların sunumunda yararlanılmıştır. Öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söylemlerde kastettiği ifadeler gerekli yerlerde parantez içinde yazılmıştır. Ancak odaksal analiz bu araştırmada kuramsal çerçevenin merkezine alınmamış, sadece öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söylemlerinin anlaşılması için yararlanılmıştır. Bu araştırmada olduğu gibi Sfard'ın (2000b; 2007; 2008) öne sürdüğü bu iki yaklaşım da matematiksel söylemleri analiz etmede kullanılmaktadır. Ancak bazı araştırmacılar bu teorilere eleştirel yaklaşarak farklı bakış açıları geliştirmişlerdir. Örneğin Sfard'ın matematiksel söylemle ilgili teorisinde epistemik ve söylemlerin içe içe geçtiğini ifade eden Erath, Prediger, Quasthoff ve Heller (2018) bu iki bakış açısının ayrılması gerektiğini açıklamıştır. Bu bağlamda söylem yetkinliğinden yola çıkarak matematik dersinde sınıf söylemine katılımı ile matematiksel öğrenme fırsatları ilişkilendirilmektedir. Bu amaçla, Etkileşimsel Söylem

Analizi yaklaşımı tanıtılarak ve matematik eğitiminde Etkileşimsel Epistemik Perspektifi ile koordine edilmiştir. Bu iki teorik yaklaşımı yansıtan şema Şekil 4'te sunulmuştur.

Şekil 4. Koordine edilen iki bakış açısı (Erath, Prediger, Quasthoff ve Heller, 2018, s. 165).

Yukarıdaki şemada bireysel söylem yeterliliği ile matematiksel söylemler arasındaki ilişkinin söylemsel katılımla olduğu ifade edilirken; Etkileşimsel-Epistemik Bakış Açısı (IEP) ise bireysel matematiksel yeterlilik ile epistemik katılımla olduğu anlaşılmaktadır. Epistemik süreçler, bilginin yapısını sistematik olarak analiz ederek etkileşimin ögelerini ortaya çıkarmaktadır. Ayrıca etkileşimsel söylem analizi (IDA) ile Etkileşimsel-Epistemik Bakış Açısı (IEP) arasındaki ilişkinin de öğrenme fırsatları ile sağlandığı görülmektedir. Kavramsal ya da işlemsel bilginin yapısı, matematik derslerinde etkileşim ve epistemolojik formlarla (örnek) araştırarak belirlenmiştir. Bu bağlamda matematiksel söylemlerin bilgisel düzeyde katılımın öğrenme fırsatlarıyla ilişkili olduğu görülmektedir.

Buna ilaveten Adler ve Ronda (2015), matematiksel söylemin (MDI), matematik öğretiminde yorumlamasındaki farklılıkları göstermek için analitik bir çerçeve tanımlamıştır. Matematiksel söylemin (MDI), analitik çerçevesi yoluyla bir matematik dersinde öğrenilebilecek matematik tanımlanmaya çalışılmıştır. Bu bağlamda öncelikle matematik dersinin video kaydına alınmasından sonra öğrenme-öğretme sürecinde matematiksel söylemi şekillendiren bileşenler belirlenmiştir. Bu bileşenlerin bir arada gösterildiği Şekil 5' te sunulmuştur.



Şekil 5. Matematiksel söylemi oluşturan yapılar ve aralarındaki karşılıklı ilişki (Adler ve Ronda, 2015, s. 239).

Yukarıdaki şekilde matematiksel söylemin (MDI), öğrenme amacına yönelik olarak birbiriyle ilişkili bileşenleri tanımlanmıştır. Matematiksel söylem, matematik dersinde öğrenme amacına bağlı olarak *örnekleme, açıklayıcı konuşma*, *öğrenci katılımı* olmak üzere üç etkileşimli bileşenle karakterize olmaktadır. Adler ve Ronda (2015), matematik öğrenme-öğretme sürecinde amaca yönelik bu bileşenlerle matematiksel söylemin (MDI) analitik çerçevesini tanımlamışlardır. Tablo 1'de matematiksel söylemin (MDI) analitik çerçevesi detaylı bir şekilde sunulmuştur.

Tablo 1. Matematiksel Söylem İçin Analitik Çerçeve

Öğrenmeyi Amaçlayan Matematiksel Söylem için Analitik Çerçeve				
Örnekleme		Açıklayıcı konuşma		Öğrenci katılımı
Örnekler	Görevler	İsimlendirme	Onaylama kriterleri	Öğrenci katılımı
Örnekler, matematik dersinde öğrencilerin benzerlik (S) zıtlık (C)ve birleştirme (F) açısından varyasyonları tecrübe etmeleri için fırsat sağlar.	Ders sürecinde öğrencilerin yapması gereken görevler: Bilinen işlemleri ve prosedürleri uygulamak (K); Bilinen becerileri uygulamak için prosedür hakkında karar vermek (A); Problemleri farklı yollarla çözebilme, kanıtlayabilme gibi çoklu bağlantıları yapmak (C / PS) şeklindedir.	Ders sürecinde kelimelerin kullanımı: Günlük konuşma diline ait kelimeleri kullanmak (Örnek: Belirsiz zamirler) (NM); Sadece isim matematiksel sözcüklere odaklanmak (Ms), Matematiksel dili, uygun bir şekilde başka kelimelere, sembollere, resimlere, prosedürlere atıfta bulunarak formal matematiksel dili kullanmak (Ma) şeklindedir.	Ders sürecinde zaman içinde ortaya çıkan ve bilimsel kavramlara yönelik öğrenme fırsatı sağlayan onaylama kriterleri ve matematiksel kriterler vardır. *Matematiksel olmayan onaylama kriterleri (NM):* Görsel (V) (Örnek: anımsatıcı ipuçları); konumsal (P); hergün (E). *Matematiksel kriterler (L):* (Örnek: Gerçek yaşam durumu ve ya matematikle ilgili kurallar) Genel (G);eşdeğer temsil, tanım, önceden kurulmuş genelleme (GP); Bir kavram/prosedürün matematiksel olarak ilkeli bir şekilde ifade edilmesi (GF)	Öğrencilerin matematiksel söylemleri kullanmaları için sunulan fırsatlar: Öğrencilerin Evet/Hayır tipindeki sorulara cevap vermesi ya da öğretmene tek kelimeyle cevap vermesi (Y / N) Öğrencilerin ne/nasıl gibi sorulara cevap vermesi (P / S) Öğrenciler mevcut fikirleri tartışarak niçin/neden gibi sorulara cevap vermesi (D)
<u>Seviye 0:</u> S (Similarity) ve ya C (Contrast)varyasyonunun olmadığı <u>Seviye 1:</u> S (Similarity) ve ya C (Contrast) varyasyonundan biri <u>Seviye 2:</u> S ve S ve ya S ve C <u>Seviye 3:</u> Öğrenmenin amacına uygun bir şekilde S(Similarity),C (Contrast),F (Fusion) olan tüm varyasyonları eş zamanlı kullanmak	<u>Seviye 1:</u> Sadece bilinen prosedürleri yürütmek (K) <u>Seviye 2 :</u> Bilinen prosedürleri yürütmek (K) veya az da olsa bilinen becerileri uygulamak için prosedür hakkında karar vermek (A) <u>Seviye 3:</u> Bilinen prosedürleri yürütmek (K)/ bilinen becerileri uygulamak için prosedür hakkında karar vermek (A) ve Problemleri farklı yollarla çözebilme, kanıtlayabilme gibi çoklu bağlantıları yapmak (C / PS)	<u>Seviye 1:</u> Tamamen günlük dil kullanımı (NM) <u>Seviye 2:</u> Günlük konuşma dil kullanımı (NM) ve matematiksel kelimeler arasında (Ms) arasındaki hareket, bazen formal matematik dili konuşma (Ma) <u>Seviye 3:</u> Günlük konuşma dili (NM) ve formal matematik dili konuşma (Ma) arasındaki hareket	<u>Seviye 0:</u> Matematiksel olmayan onaylama kriterleri (NM). <u>Seviye 1:</u> Matematiksel kriterler (L) <u>Seviye 2:</u> Matematiksel olmayan onaylama kriterlerine (NM) ve matematiksel olan onaylama kritelerine dayanarak (L) genelleme yapmak (G) ya da kısmi (GP) <u>Seviye 3:</u> - Bir kavram/prosedürün matematiksel olarak ilkeli bir şekilde ifade edilmesi (GF)	<u>Seviye 1:</u> Öğrencilerin Evet/Hayır tipindeki sorulara cevap vermesi ya da öğretmene tek kelimeyle cevap vermesi (Y / N) <u>Seviye 2:</u> Öğrencilerin ne/nasıl gibi sorulara cevap vermesi (P / S) <u>Seviye 3:</u> Öğrencilerin ne/nasıl gibi sorulara cevap vermesi (P / S) ve bazen mevcut fikirleri tartışarak niçin/neden gibi sorulara cevap vermesi (D)

Matematiksel söyleme yönelik analitik çerçeve aracılığıyla, bir matematik dersinin zamansal açılımı ve matematiğin öğrenilmesine katkıda bulunan ögeler gösterilmiştir. Matematiksel söylemin (MDI) analitik çerçevesi, matematik öğretiminin ayrıntılı tanımlamalarını ve matematiksel olarak öğrenilebilen şeylere göre farklılıkların yorumlanmasını sağlar. Matematik dersinde öğrenmenin amacına göre belirlenen bileşenler, Örnekleme, Açıklayıcı konuşma ve Öğrenci katılımı şeklindedir. Bu alt bileşenler de kendi içinde derste gerçekleşen durumlara göre kodlanmıştır. Örneğin bir matematik dersinde, örnekleme yapmak amacıyla zıt örneklerin verilmesi (C) olarak kodlanmıştır. Böylelikle matematiksel söylem analitik çerçeveyle karakterize edilmektedir. Ancak bu analitik çerçeveye bakıldığında, matematiksel içeriğe özgü bir sınıflandırma görülmemektedir. Bu araştırmada Adler ve Ronda'nın (2015) matematiksel söylemle ilgili teorik çerçevesinden Örnekleme, Açıklayıcı konuşma ve Öğrenci katılımı açısından seviyeler dikkate alınmış; ancak bu teorik çerçeveden farklı olarak matematiksel zemine de özgü söylemler incelenerek matematiksel söylemin doğal karakteristik yapısı daha belirgin hale getirilmeye çalışılmıştır.

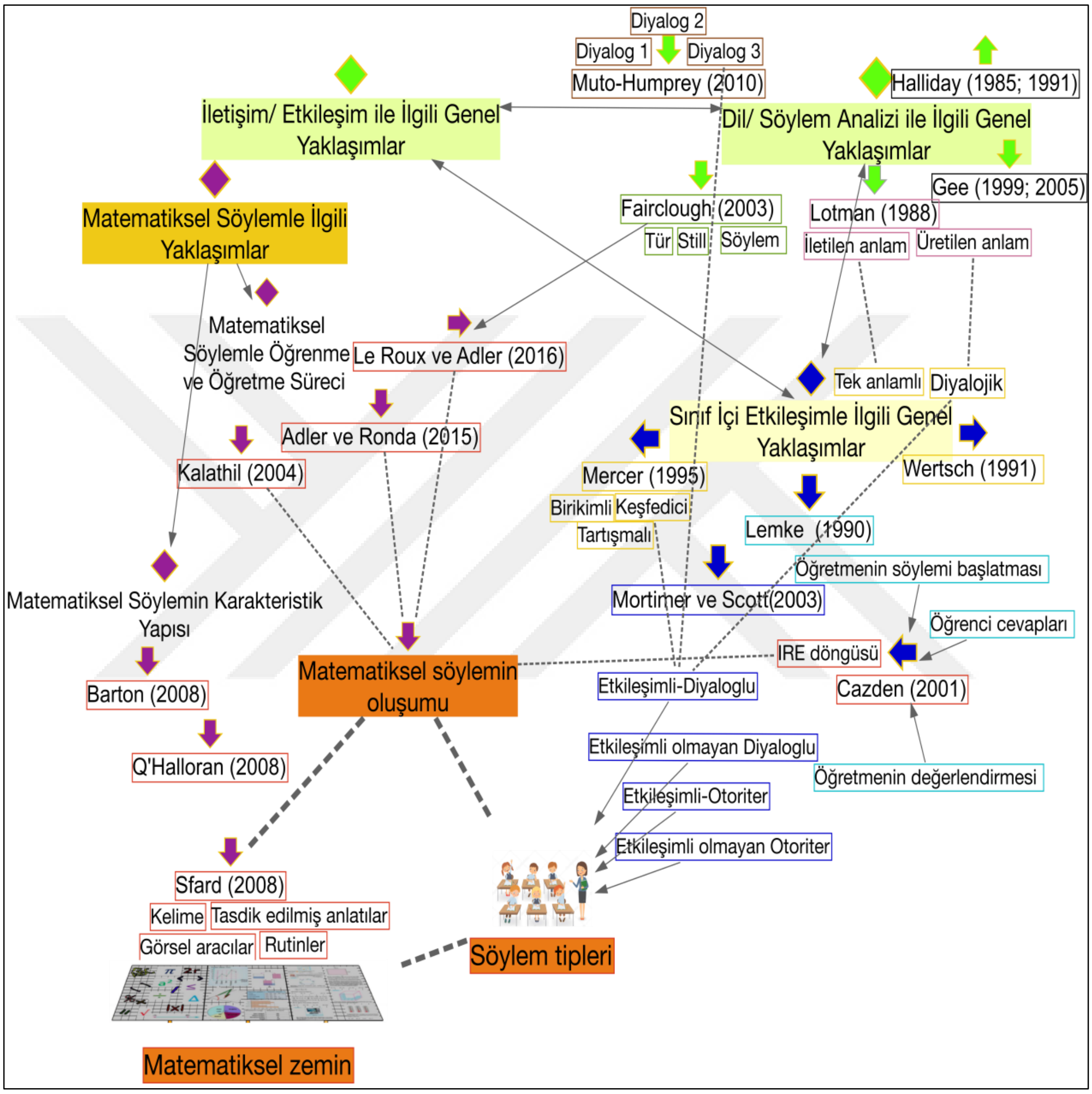
Literatürde matematiksel söylemin doğası incelenerek söylem yapılarını oluşturmaya yönelik sınıf içi süreci yansıtan başka bir çerçeve tanımlanmıştır. Matematiksel söylem yapısına yönelik bu çerçevede altı ayrı yapı taşı bulunmaktadır. Bu yapı oluşturulurken *öğretmen ve bireysel öğrenci; öğretmen ve tüm öğrenciler; öğrenciler ve diğer öğrenciler arasındaki m*atematiksel söylemlerden yararlanılmıştır. Ancak bu söylemlerin spesifik olarak nasıl oluştuğu açıklanmamış; matematiksel söylemin genel yapısına ilişkin bir teorik çerçeve belirlenmiştir. Bu etkileşim türleri, matematiksel söylemi başlatmayı amaçlayan temel bir etkileşim modelinden, daha karmaşık söylem yapılarından oluşan etkileşimlere kadar uzanmaktadır ve birbirini tekrarlamaktadır. Buradaki etkileşimde öğretmen veya öğrencilerin matematiksel söyleme başlama şekli ya da matematiksel söylemde kullanılan ifadelere daha çok ağırlık verilmiştir. Öğretmen ve bir öğrenci arasındaki ya da öğretmen ve tüm öğrenciler arasındaki matematiksel söylemler karşılaştırılmadan matematiksel söylemdeki ifadelere odaklanılmıştır. Matematiksel söylemin yapıtaşları belirlenirken sınıf içindeki etkileşim başka bir ifadeyle matematiksel söylemdeki ifadeler ve öğrencilerin problem çözümlerindeki betimlemeler dikkate alınmıştır. Cevaplama- kısmen açıklama ve açık açıklama söylem yapısının birinci aşamasını oluştururken; uzantılar (problem durumuna ve çözümüne dayalı kısa açıklama, çözüm adımları vb.) ve karşılaştırma ikinci aşamasını; varsayım ve gerekçeler da üçüncü aşamasını oluşturmaktadır (Kalathil, 2004). Matematiksel söylemin altı yapısını içeren etkileşim şekilleri Tablo 2'de yer almaktadır.

Tablo 2. Matematiksel Söylemin Altı Yapısını Kullanarak Etkileşim Biçimlerinin Özeti

Tip	Değişken	Tanım	Etkileşim Şekilleri
Başlama: Başlangıç noktasının çözüm olduğunu belirtir. Belirgin açıklamalar ve bir kısa uzantı içerebilir.	Tam başlama	Her üç söylem aşamasında da gerçekleşir	Cevap & Kısmi Açıklama Uzatma
	Kısmi başlama (uzantısız)	Uzantı evresi olmayan temel modelin alt türüdür.	Cevap & Kısmi Açıklama Açıklama
	Kısmi başlama (açıklamasız)	Açıklama evresi olmayan temel modelin alt türüdür.	Cevap & Kısmi Açıklama Uzatma
Karşılaştırma yaparak araştırma Çözümlerin farklı durumlarının karşılaştırıldığı karmaşık bir etkileşim kalıbıdır.	Söylemi tetikleme	Karşılaştırma daha fazla tartışma için bir kıvılcım sağlar. Bu durumda karşılaştırma ya dersin başlangıcına ya da ortasına doğru yapılır.	Karşılaştırma, Açıklama Uzatma ya da Varsayımdan, önce gelir
	Özetleme	Karşılaştırma, derse veya tartışmaya yapılan bir tamamlamadır. Bu durumda karşılaştırma dersin sonunda yapılır.	Açıklama, Uzatma ve ya Varsayım Karşılaştırmadan, önce gelir.
Derinleşme Birden fazla uzantı, varsayım veya gerekçeyi ilişkilendirme	Derinleşme Uzantıları ilişkilendirme	Öğrenciler problem uzayını farklı şekillerde araştırır ve genişletir. Böylece sadece bir matematik meselesini incelemek yerine, öğrenciler daha derine iner ve ilgili kavramları inceler	İsteğe bağlı karşılaştrma, çoklu uzantı
Tartışmanın matematiksel içeriğe ve fikirlere doğru daha da derinleştiği daha uzun ve karmaşık söylem kalıbı	Derinleşme Tartışma	Öğrenciler genel matematiksel fikirleri farklı şekillerde tartışır. Bu bir "tartışma" alt kategorisidir. Çünkü genel bir matematiksel fikrin anlaşılması için tartışılan iki veya daha fazla varsayım/ gerekçe vardır	İsteğe bağlı karşılaştırma, Birden Çok Varsayım / Gerekçe

Yukarıdaki tabloda matematiksel söylemi oluşturan söylem yapıları yer almaktadır. Aslında matematik öğrenme-öğretme sürecinde matematiksel söylemlerle öğretmen ve öğrencilerin rolleri açıklanmaktadır. Bu araştırmada da matematiksel söylem oluşumun yansıtan söylem göstergeleriyle matematik dersinde öğretmen ve öğrenci rolleri belirlenecektir. Dolayısıyla Kalathil'in (2004), teorik çerçevesinde ortaya koyduğu matematiksel söylemin aşamalı bir şekilde derinleşmesi esas alınmıştır.

Yukarıda belirtilen söylem ve matematiksel söylemle ilgili kuramsal çalışmalar, 2.1 başlığı altında incelenmiştir. Bu kuramsal çalışmalarda, söylemle ya da daha spesifik olarak matematiksel söylemle ilgili araştırmacıların öne sürdükleri bileşenlerle, matematiksel söylemlerin analiz edildiği görülmüştür. Dolayısıyla yukarıdaki araştırmacıların da matematiksel söylemleri analiz etmede kullandığı bileşenlerden yola çıkarak matematiksel söylemin doğal yapısını ortaya koyacak teorik çerçevelere ihtiyaç olduğu açıktır. Bu teorik çerçeveler, matematik öğrenimi ve öğretiminde söylemlerin nasıl oluştuğunu açıklamakla sınırlı kalmayıp matematiksel söylemin doğasında yer alan karakteristik özelliklerin açığa çıkmasını anlamlı kılmaktadır. Bu araştırmada benimsenen gömülü teori yaklaşımında matematiksel söylemlerin yapına ulaşmaya yönelik teorik çerçevenin oluşumunda literatürden yararlanma süreci Şekil 6'da özetlenmiştir. Söylem ve matematiksel söylemlerin analiz edilmesinde kullanılan bileşen ya da temaların birbiriyle ilişkisi ve bu araştırmada incelenecek olan matematiksel söylemin oluşumuna nasıl yön verdiği Şekil 6'da açıklanmıştır.



Şekil 6. Matematiksel söylemin oluşumuna giden kuramsal yaklaşımlar

2. 1. 2. Konu ile İlgili Araştırmalar

Araştırmayla ilgili literatürde yapılmış çalışmalar incelenirken öncelikle matematiksel söylemin en genel bakış açısını yansıtan matematiksel iletişim-etkileşimle ilgili çalışmalar göz önünde bulundurulmuştur. Bu bağlamda matematiksel iletişim çerçevesinde matematik öğrenme-öğretme sürecinde matematiksel söylemlerin nasıl bir rol aldığı incelenmiştir. Daha sonra matematik öğrenme-öğretme sürecinde matematiksel dili ve dil kapsamında sınıf konuşmalarını içeren matematiksel söyleme yönelik çalışmalar incelenmiştir. Son olarak da araştırma problemine cevap bulabilecek matematiksel söylemin doğrudan ele alındığı çalışmalar incelenmiştir. Matematiksel söylemlerin yapısının ortaya çıkması için iletişim-etkileşim, dil, söylem olmak üzere genelden özele bir sıra izlenerek literatürdeki çalışmalara yer verilmiştir.

2. 1. 2. 1. Matematiksel İletişim/Etkileşimle İlgili Yapılan Çalışmalar

Matematiksel zihin alışkanlıklarından iletişim kurma becerisi, matematiğin en önemli bileşenlerindendir (Körükçü ve Şengül, 2018). Çünkü matematiksel iletişim kurma öğrencilerin düşündüklerini yazılı ya da sözlü bir şekilde ifade etmesini sağlar. Bu bağlamda araştırmacılar matematiksel iletişimin olmasına gerektiğine önem vermektedir. Nitekim Kaya ve Aydın (2016) ilköğretim matematik öğretmenlerinden görüş aldığı çalışmasında öğrencilerin üst bilişsel düşünme becerilerini geliştirmek ve matematiksel anlamalarını kolaylaştırmak için matematiksel iletişimin kullanılması gerektiği sonucuna varmışlardır. Bu bağlamda bir çok araştırmacı da görüş alarak matematiksel iletişimin gerekliliğini vurgulamıştır (Aydın ve Yeşilyurt, 2007; Kabael ve Baran, 2016; Özpınar ve Arslan, 2017). Ayrıca ulusal ve uluslararası standartlarda da matematiksel iletişimin gerekliliği ve öneminden bahsedilmektedir (NCTM, 2000; MEB, 2013; MEB, 2017). Bu bağlamda araştırmacılar da matematiksel iletişimi farklı açılardan ele almışlardır.

Literatürde matematiksel iletişimle ilgili çalışmalarda iletişimi yazılı olarak ele alan ve sözlü olarak ele alındığı görülmektedir. Matematiksel iletişimi yazılı olarak ele alan çalışmalarda bir test, ölçek ve açık uçlu form gibi gibi ölçme aracıyla matematiksel iletişimin gelişme süreci incelenmektedir (Cai, Jakabcsin ve Lane, 1996; Perwitasari ve Surya, 2017; Zakiah, Saomi, Syara, Hidayat ve Hendriana, 2018). Matematiksel iletişimle ilgili diğer çalışmalarda ise bu araştırmanın konusuyla da ilgili olarak matematiksel söylemler daha çok ön plana çıkmaktadır (Clement, 1997; Brenner, 1998; Cooke ve Buchholz, 2005; Huang, Normandia ve Greer, 2005; Ryve, Nilsson ve Pettersson, 2013). Bu çalışmalarda matematiksel iletişim, sınıf içindeki etkileşimi sağlayan söylemler aracılığıyla incelenmiştir. Örneğin Kotsopoulos (2007), “Matematikte İletişim: Akran İşbirliğinin Söylem Analizi” adlı yaptığı doktora çalışmasında akran iletişimin doğasının nasıl olduğunu ve öğrenme/bilme arasındaki ilişkisinin nasıl olduğunu ortaya çıkarmayı hedeflemiştir. Bu bağlamda çalışmasındaki katılımcıları sekizinci sınıf öğrencileri olarak belirlemiş; veri toplama aracı olarak başta video kaydı olmak üzere farklı ölçme araçlarını kullanmıştır. Dolayısıyla çalışmasının verileri katılımcıların söylediklerini, yaptıkları vb. tüm ifadeler oluşturmaktadır. Veriler, iletişimde katılımcıların kimler olduğu iletişimin tipi (etkinlik dışı; etkinlik kapsamında) iletişimin amacı, iletişimin başarı seviyesi, iletişimin sonuçları olmak üzere araştırmacının belirlediği kriterlere göre analiz etmiştir. Bu kriterlerin de içinde alt kriterler belirleyerek matematiksel söylemler analiz edilmiştir. Çalışmasının sonucunda öğrencilerin birbiriyle iletişimin matematiksel söylemi geliştirdiği, grup üyeleri arasında belirli söylem kalıplarının olduğunun ve grup çalışmasının niteliğinin önemli olduğunu bulmuştur.

Grup çalışmalarında olduğu gibi matematiksel söylemlerin gelişiminde öğrenciler arasındaki sosyal etkileşim ön plana çıkmaktadır. Staples (2008) öğrenciler arasındaki etkileşimi incelendiği çalışmasında, öğrencileri konuşmaya teşvik eden ve kavramsal odaklı problemlerle ilgili grup şeklindeki quizlerle öğrencilerin işbirlikli etkileşimini incelemiştir. Ayrıca geometri derslerinde sınıf içinde yapmış olduğu yaklaşık elli sekiz saatlik gözlemlerinin büyük çoğunluğunu video kaydına almıştır. Çalışmasında, öğretmenin işbirlikli etkileşime müdahale etmediğini ama etkileşime yön verdiğini ifade etmektedir. Öğrencilerin işbirlikli söyleme katılmalarının matematiksel anlamalarını desteklediğine ilişkin bulgular sunmuştur. Dolayısıyla matematiksel iletişimle ilgili diğer çalışmalarda olduğu gibi matematiksel iletişimin gerekliliği çalışmanın sonuçlarında bir kez daha vurgulanmaktadır. Aslında öğrencilerin etkili bir şekilde matematiksel söyleme katılmasının sınıf içindeki iletişimi-etkileşimi belirlediği söylenebilir. Bu çalışmaların çoğunda sınıf içi iletişimi-etkileşimi yönlendirmede öğretmene büyük sorumluluklar düştüğünden bahsedilmiştir. Bu bağlamda öğretmenin sınıf içindeki etkileşim başlamadan önce sınıf organizasyon stratejilerinin önemli olduğu vurgulanmıştır. Bu bağlamda öğretmen-öğrenci etkileşimlerinde sınıf organizasyon stratejilerinin belirlenerek öğrencilerin motivasyon süreçlerine ilişkin teorik çerçeve oluşturulmuştur. Literatürden daha önce desteklenmiş iki teorik ve çok boyutlu modellerin entegrasyonundan yola çıkılarak yapılan çalışmada, matematik öğretmenlerinin ortaokuldaki öğrencileri nasıl motive edip öğrencilerin katılımına yönelik teorik çerçevesi tekrar belirlenmiştir. Çalışmada altı matematik öğretmenin sadece bir dersine yönelik video çekimi yapılarak öğrencilerin motivasyonları ve derse katılma süreci gözlenmiştir. Ayrıca öğretmenlerden araştırma sürecinin öncesinde ve sonrasında görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda, sınıf organizasyonun dört ögesinin katılım, güven, sınıf içi atmosfer ve bağlantılı olduğu bulunmuştur. Ayrıca öğretmen-öğrenci etkileşimlerini sağlayan sınıf içi organizasyonların etkililiğinin öğrencilerin motivasyonunun kalıcılığıyla ilgili olduğu belirlenmiştir. (Durksen, Way, Bobis, Anderson, Skilling ve Martin, 2017). Buna ilaveten sınıf içi organizasyonlarının başlamasında öğretmenin soru sorma stratejilerinin önemli olduğu görülmektedir. Örneğin öğrencilerin matematiksel düşünceleri harekete geçmesini sağlayan soru stratejilerinin incelendiği çalışmada “Kaç tane farklı yol bulabilirsiniz? ...ilgili bazı örnekler nelerdir? “Bunları nasıl sıralayabilirsiniz” gibi açık uçlu sorularla öğrencilerin matematiksel düşüncesini açıklamasına fırsat verdiği belirlenmiştir (Way, 2008). Bu bağlamda öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamalarına fırsat veren soruların başka bir ifadeyle söylemlerin önemli olduğu görülmektedir (Cumhur, 2016). Çünkü öğrencilerin matematiksel düşünme becerisi, öğrencilerin anlayışına yön veren öğretmenin sorularıyla ilişkilidir (Franke, Webb, Chan, Ing, Freund ve Battey, 2009).

Matematik dersinde öğretmenlerin sorduğu sorulardan daha kapsamlı bir bakış açısı olan diyalojiyi ele alan Khan, (2007) matematiksel söylemleri bu açıdan incelemiştir. Diyalojinin, inanç, değer vb. ifadeleri de kapsamasından dolayı söylemden daha geniş olduğunu dile getirmiş; tezinde diyalojinin tanımı hakkında kapsamlı bilgi vermiştir. “Matematik Sınıflarında Diyalojik İlişkiler” adlı doktora tezinde ortaokul birinci sınıf matematik sınıflarının söylemleri ile matematik kavramlarının gelişimi ile nasıl ilişkili olduğunu anlamayı amaçlamıştır. Bu bağlamda öncelikle velilere bu araştırmada olduğu gibi “Veli İzin Mektubu” göndermiş daha sonra sınıfta üç hafta süren video kayıtları ile araştırmanın verileri toplanmıştır. Ayrıca veri toplama araçları olarak çevrim içi etkileşimler, anketler, alan notları ve görüşmeler de kullanmıştır. Araştırmanın sonucunda diyalojik ve pedagojik söylem tiplerinin birbirini karşılıklı olarak etkilediğini belirtmiştir. Başka bir ifadeyle akran söylemlerindeki matematiksel iletişim hareketleri ile öğretmenlerin yeterlilikleri arasında ilişki olması gerektiğini dile getirmiştir.

2. 1. 2. 2. Matematiksel Dille İlgili Yapılan Çalışmalar

Matematiksel dil, hem matematiğin kendine ait dili gibi hem de iletişimde rol alan dil gibi anlaşılmaktadır. Matematiğin kendine ait dili ile ilgili yapılan çalışmalarda farklı değişkenlerin bir arada incelendiği görülmektedir. Örneğin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının lineer cebir alan dili yeterlikleri ve lineer cebir dersine yönelik tutumlarının incelenmesine yönelik yapılan çalışmada; öğretmen adaylarının derse yönelik tutumları ile alan dili yeterlikleri ile arasında anlamlı, düşük düzeyde ve pozitif yönlü bir ilişki bulunmuştur. Adayların lineer cebir dersine yönelik tutumlarında kararsız olduğu ve lineer cebir alan dili yeterliklerinin oldukça düşük olduğu belirlenmiştir (Akyıldız ve Çınar, 2016). Matematiksel dili kullanılmasının tutumla ilişkilendirebildiği gibi farklı bir değişken olarak başarıyla da ilişkilendirildiği görülmüştür. Yıldız (2016), yaptığı çalışmada öğrencilerin matematiksel dili doğru kullanması ile matematiksel başarılarını incelemiştir. Ayrıca matematiksel dilin sınıf düzeyine göre farklılaşması incelediğinde ise yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel dil puanının altıncı sınıf öğrencilerininkinden anlamlı düzeyde farklı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Matematiksel dilin alt boyutlarını inceleyerek öğrencilerin görsel dil puanının en yüksek, sembolik dil puanın ortada; sözel dil puanın ise en düşük puan olduğu sonucuna ulaşmıştır. Diğer yandan Cuevas (1991), öğrencilerin iletişime teşvik edilmesiyle iletişimdeki yazılı, sözlü ve görsel ifadelerin matematik problemlerini çözme becerilerini geliştirdiğinden bahsetmiştir. Dolayısıyla iletişim matematiği öğrenmede kullanılan bir araçtır (NCTM, 2000; Ballard, 2017). Benzer şekilde ikinci dil ya da öğrenen ya da birbirinden farklı dili konuşan öğrencilerin iletişiminin ya da dilinin gelişmesinde matematik bir araç olarak görülmektedir. Örneğin Kaphesi (2002), matematik öğretiminde İngilizce ve Chichewa (bir Afrika dili) dillerinin kullanımı ve öğretmenlerin bu dillerdeki matematiksel kelime bilgisinin incelemiştir. Çalışmasında veri toplama araçları olarak odak grup tartışmaları, matematik kelime testleri, sınıf içi gözlemler röportaj ve anket kullanmıştır. Sınıf gözlemlerini dört farklı okulda video kaydı ile yaparak matematiksel söylemleri kaydetmiştir. Söylem analizini, sınıftaki dilsel davranış açısından kategoriler belirleyerek yapmıştır. Öğretmenlerin matematik öğretiminde dil kullanımını analiz etmek için derslerin transkriptleriyle kodlama formu geliştirilmiştir. Bu form, “kim konuşuyor (Örnek: Öğretmen/Öğrenci; Öğrenci/Öğretmen; Öğretmen/Sınıf; Öğrenci/Sınıf vb.) ne konuşuyor (yapılandırma, cevap verme, vb.) nasıl konuşuyor (açıklama, tanımlama, yorumlama vb.) ve neden konuşuyor (çizim, ölçme, sayı vb.) olmak üzere dört başlık altında incelenmiştir. Ancak bu dört başlığın birbiriyle ilişkilendirilmesine ilişkin herhangi bir bulgu verilmemiştir. Çalışmasının sonucunda öğretmen ve öğrencilerin matematik dersinde dili etkili kullanmaları için öğretmenlere dil kullanımı konusunda eğitim verilmesi gerektiğinden bahsetmiştir. Benzer şekilde farklı dilleri bir arada konuşan ya da ikinci dili öğrenen öğrencilerin olduğu matematik sınıflarında matematiği öğrenme süreci matematiksel söylemler aracılığıyla ele alınmıştır (Adler, 1998; Setati ve Adler, 2000; Gorgorió ve Planas, 2001; Setati, 2005; Campbell, Davis ve Adams, 2007; Setati, 2008; Enyedy, Rubel, Castellón, Mukhopadhyay, Esmonde ve Secada, 2008). Bu çalışmaların ortak yönü dil öğreniminde matematiğin bir aracı olarak görülmesidir. Çünkü matematik başlı başlına bir dil olduğu için farklı dilleri konuşan öğrenciler için aynı dil gibi düşünülmektedir. Dolayısıyla bu öğrenciler matematiği de dil öğrenmek gibi düşünmektedir. Bu bağlamda matematiksel söylemin doğasının ortaya çıkması iki dilli (bilingual classroom) sınıflarda daha belirgin olmaktadır. Anadilleri farklı olan bu öğrencilerin matematiğin kendine ait dilindeki terimleri, sembolleri ifade edebilmesi, matematiksel söyleme katılması açısından değerlendirilmiştir. Matematiksel terimler, kelimeler, sembolleri, ifadeler, ikinci bir dili öğrenmelerinde ortak zemini oluşturmaktadır.

Moschkovich (2007a) yaptığı Kaliforniya’da iki dilli sınıflarda iki boyutlu şekillerle ilgili yaptığı çalışmasında Tangram etkinliği üzerine öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasını sağlamıştır. Öğretmenin “Yamuk hakkında ne biliyoruz? Bu bir paralelkenar mı? Bunun bir paralelkenar olup olmadığını grup arkadaşlarınızla tartıştıktan sonra bir dakika içinde bana söyleminizi istiyorum” gibi söylemlerden sonra öğrenciler küçük gruplar halinde tartıştıktan sonra büyük grup tartışmalarına katıldığı belirlenmiştir. Öğrencilerin büyük tartışmalara "Evet" gibi söylemleri aynı anda ifade ederek katıldığı belirlenmiştir. Baki de (2014a) matematik dersinde yapılan etkinliklere yönelik tartışmaların küçük gruptan büyük grup olan sınıf tartışmalarına doğru olmasını önermektedir.

2. 1. 2. 3. Matematiksel Söylemle İlgili Yapılan Çalışmalar

Söylem analizinin farklı disiplinlerde kullanıldığı ve genel olarak tanımlandığı çalışmalardan yola çıkarak söylem analizine yönelik genel teorik çerçeveyi matematik eğitiminde kullanan bir çok araştırmacı bulunmaktadır. Örneğin Fairclough'un (2003; 1992) dilin kullanılmasına yönelik açıkladığı Eleştirel Söylem Analizi, matematiksel söylemleri analiz etmek için de bir çok araştırmacı çalışmasında kullanmıştır (Le Roux ve Adler, 2016; Thornton ve Reynolds, 2006). Ayrıca Halliday'in (1985; 1991) Sistematik Fonksiyonel Analizine göre açıkladığı söylem analizi matematik eğitiminde bir çok araştırmacı tarafından ele alınmıştır (Uğurel, 2010; Ebbelind ve Segerby, 2015). Örneğin Uğurel 2010 yılında yapmış olduğu doktora tezinde Halliday ve Hasan'ın (1989) Sistematik Fonksiyonel Analizini kullanarak ispat kavramına yönelik matematiksel söylemleri analiz etmiştir. Ortaöğretim öğrencilerinin matematik ve geometri derslerinde ispat kavramına yönelik bilgilerinin sınıf içi söylemlere dayalı olarak yapılandırılması üzerine doktora tezi yapan Uğurel (2010), çalışmasını nitel araştırma yöntemlerinden özel durum çalışması şeklinde tasarlamıştır. Bu bağlamda çalışmasını 11. sınıfta öğrenim görmekte olan on üç ortaöğretim öğrencisi ve bu sınıfın geometri/matematik derslerini yürüten iki öğretmenle yürütmüştür. Bu derslerde yaklaşık olarak 53 ders video kaydı yaparak ve alan notlarıyla verileri toplamıştır. Uğurel (2010) çalışmasında, video kaydı yapılan söylemleri yazıya aktardıktan sonra öğretmen-öğrenci arasındaki söylemlere odaklanmıştır. Verilerin analizini ise, söylem çözülmesi bakış açısı altında *Halliday ve Hasan'ın (1989) Sistemik Fonksiyonel Dilbilgisi* olarak isimlendirdiği kuramsal çerçeveye göre yapmıştır. Söylem çözümlemesine yön veren *Sistemik Fonksiyonel Dilbilgisi kuramı, söylemin katılımcıları, söylemin alanı ve söylemin stilini* içeren üçlü modelden oluşmaktadır. Öğretmen ve öğrenci söylemlerinin analizi sonucunda, öğrencilerin ispata yönelik bilgiyi yapılandırmalarında ve öğrenmelerinde sınıf içindeki söylemlerin önemli etkisi olduğunu bulmuştur. Buna ilaveten öğrencilerin öğretmenleri ile aralarındaki söylemler aracılığıyla, öğrencilerin; ispata yönelik temel kavramların kavramsal olarak anlamlandırılmasında, ispat yapma yöntemlerinin nasıl uygulandığının algılanmasında ve ispat yapma yaklaşımlarına ilişkin bazı bilgi eksikliklerinin bulunduğunu tespit etmiştir.

Söylem analiziyle ilgili alanyazındaki bir başka araştırmacı Gee' nin (1999) söylem analizine (çözümleme) göre de matematiksel söylemlerin değerlendirildiği bir çok araştırma bulunmaktadır. Bu araştırmanın sonuçları sınıf söylemlerinin matematiğin öğrenilmesi ve öğretilmesine yönelik şekillenebileceği konusunda benzerlik göstermektedir. Örneğin Genç 2016 yılında yapmış olduğu "İlkokul matematik derslerinde olumlu bir söylem ortamının etkisinin söylem analizi yöntemiyle incelenmesi" adlı doktora tezinde Gee' nin (1999) söylem analizinin yedi adımına göre araştırmasında matematiksel söylemleri analiz etmiştir. Çalışmasının amacını, söylem analiziyle ondalık gösterim konusunun öğretimine ilişkin olumlu söylem ortamının incelenmesi olarak belirlemiştir. Çalışma, dördüncü sınıf öğrencilerinden bir kontrol, bir deney grubu belirlenerek yürütülmüştür (deney grubu= 30 öğrenci, kontrol grubu= 30 öğrenci). Olumlu söylem ortamını, deney olarak nitelendiren araştırmacı, bu ortamı oluşturmadan önce ön test yapmıştır. Bu teste göre tutum ve akademik başarı açısından grupların denk olduğunu belirlemiştir. Üç haftalık bir sürede, deney grubunda dersler söylem modülü ile işlemiştir. Çalışmadaki nitel ve nicel veri analizi sonuçlarına göre deney grubu lehine sonuçlar bulmuştur. Ayrıca deney grubunun derse katılımı, kavramlar arası ilişkilerin ve bağlantıları kurabilmesi gibi faktörler açısından da olumlu sonuç bulmuştur. Buna ilaveten Gee'nin (1999) söylem analizinin uygulandığı nitel veri analizi sonuçlarına göre, olumlu bir söylem ortamındaki öğretmenin teşvik edici söylemlerinin öğrencilerin bilgiyi oluşturmalarında oldukça önemli olduğunu tespit etmiştir.

Söylemle ilgili genel teorik çerçevelerin matematik derslerinde oluşan söylemlere uyarlanmasına bir başka teorik çerçeve de Muto-Humprey'in (2010) söylem analizine yönelik "Kişilerarası Anlam Üzerine Söylem Çözümlemesi" dir. Söylemle ilgili bu çerçevenin matematiksel söylemleri analiz etmede kullanıldığı çalışmada lise matematik sınıfında öğretmen söylemlerine odaklanılmıştır. Çalışmada öğretmenlerin öğretmeye yönelik bilgileri ile sınıf içindeki uygulamalarındaki tutarsızlıklarına kişilerarası anlam ve matematiksel söylemler aracılığıyla uyum yolları sunmak amaçlanmıştır. Çalışmanın verileri, 8 aylık bir zaman sürecinde, her iki haftada bir yapılan video gözlemleriyle, aylık ses kaydı görüşmeleri ve araştırmacının alan notları ile toplanmıştır. Araştırmacılar ya da öğretmen tarafından kritik olarak belirlenen eleştirel olaylar (katılımcılar arasında gerginlik, çatışma ya da fikir birliği anları olan iletişimsel durumlar) videoya dayalı gözlemlerden yansıtarak, altı aylık ses kayıt görüşmeleri yapılmıştır. Yapılan görüşmelerde, öğretmenin kendi başına yürüttüğü sorgulama sürecini tekrar gözden geçirmesi ve öğrenmeye yönelik aylık hedeflerini yeniden yazarak hedefleri niçin ayrıntılandırılması için üzerinde düşünmesi beklenmiştir. Öğretmenin matematiksel söylemleri, "Kişilerarası Anlam Üzerine Söylem Çözümlemesi" adlı Muto-Humphrey'in 2010 yılındaki çalışmasında yer alan teorik çerçeveye göre analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda kişilerarası bir anlamın öğretmen söylemlerine göre şekillendiği ve öğrencilerin matematiksel anlam kazanmasında sınıf içi fikirlerin oluşumunun engellemesine ya da desteklenmesiyle ilişkili olduğu bulunmuştur (İlhan ve Erbaş, 2016).

Yukarıdaki literatürden, söylem analiziyle ilgili genel teorik çerçevenin matematik eğitiminde kullanıldığı anlaşılmakta ancak matematiksel söylemin kendi yapısını analiz eden matematiksel söylem analizine özgü teorik yapının olmadığı görülmektedir. Matematiksel söylemin kendi yapının ortaya çıkması için matematiği bir söylem olarak görmek gerekmektedir. Bu bağlamda matematiği bir söylem olarak kabul eden Q'Halloran (2005; 2008) matematiksel söylemi, görsel aracıları içeren, kendine ait terimlerden dolayı bir dil olarak düşünülen çoklu semiyotik söylem olarak açıklamıştır. Dolayısıyla Q'Halloran'ı (2005; 2008) referans gösteren araştırmacılar, çalışmalarında Q'Halloran'ın bahsettiği şekilde matematiksel söylemin özeliklerini açıklamışlardır (Bjuland, Luiza Cestari ve Borgersen 2008; Olteanu ve Olteanu, 2012; Kabael ve Baran, 2016). Ancak Q'Halloran'ın (2005; 2008), bu açıklaması, matematiksel söylemleri analiz edecek bir teorik çerçeve olmadığından matematiksel söylemlerin analizinde kullanılmamıştır. Diğer yandan matematiği söylem olarak gören bir diğer araştırmacı olan Sfard'ın (2007; 2008; 2012) matematiksel söylemle ilgili karakterize ettiği teorik çerçeve bir çok araştırmada kullanılmıştır (Sinclair ve Yurita, 2008; Güçler, 2010; Park, 2011; Wang, 2011; Heyd-Metzuyanim, 2013; Sánchez ve García, 2014; Siyepu ve Ralarala, 2014; Wang ve Kinzel, 2014; Ripardo, 2017; Emre-Akdoğan, Güçler, ve Argün 2018; Toscano, Gavilán-Izquierdo ve Sánchez 2019). Bu çalışmalarda Sfard'ın matematiksel söylemle ilgili karakterize ettiği çerçeve belli bir örneklemin (öğrenci, öğretmen adayı vb.) ya da belli bir konunun matematiksel söylemini analiz etmek için kullanılmıştır. Bu nedenle bu çalışmaların çoğu daha çok durum çalışması niteliğindedir. Örneğin Emre-Akdoğan (2015), matematiksel söyleme özgü bu teoriyi doktora tezinde matematiksel söylemlerin gelişimini belirlemek için kullanmıştır. Lise öğrencileri ile yaptığı bu çalışmada, geometrik dönüşümlerle ilgili matematiksel söylemlerin gelişimi incelemiştir. Araştırmanın katılımcıları bir öğretmen ve iki onuncu sınıf öğrencisi olarak belirlemiştir. Araştırmanın verileri, tarama soruları, öğretmen ve öğrencilerle yapılan klinik görüşmeler ve sınıf gözlemleri aracılığıyla toplamıştır. Sınıf gözlemleri video kamera, belirlenen iki öğrencinin masasına ses kayıt cihazı ve gözlem protokolü ile üç haftalık bir süreçte yapmıştır. Gözlem yapıldıktan sonra takma adları Eda ve Okan olan öğrencilerle ve öğretmenle görüşme yapmıştır. Verilerin analizi ise Sfard (2008) matematiksel söylemi karakterize ettiği dört bileşeni göz önünde bulundurularak "Matematiksel Bilişe İletişimsel Yaklaşım" teorisine göre yapılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmenin kullandığı söylem, öğrencilerin gelişimsel seviyelerinin üstünde olduğu ortaya çıkmıştır. Öğretmen ve öğrencilerin söylemleri arasındaki farklılıkların sınıf içinde iletişimsel bozukluklara neden olduğu belirlemiştir.

Öğretmenlerin kendi söylemindeki öğeleri öğrenciler için şeffaf bir şekilde açıklamadığı ortaya konmuştur. Örneğin dönüşümlerin hareket olarak öğrenilmesinden, fonksiyon olarak öğrenilmesindeki geçişin anlaşılması için öğrencilerin çok büyük gelişimsel basamak atlamaları gerektiği ve bu geçişin nasıl yapılacağı üzerinde durulmadığını vurgulamıştır. Ayrıca öğrenme kalitesi/başarısı değerlendirildiğinde söylem gelişiminin başarıya bağlı olmadığı belirlemiştir. Örneğin Okan bilişsel perspektiflerle değerlendirildiğinde çok başarılı bir öğrenci olmamasına rağmen, söylemsel yaklaşım açısından Okan'ın farklı ve çeşitli söylemler üreterek söylemlerinde gelişim gösterdiği belirlemiştir. Çalışmasının bulguları ışığında, sınıf içindeki iletişimsel bozuklukları engellenmesi için öğrencilerin söylemlerinin gelişimsel süreçlerinin farkında olunması gerektiğini önermiştir.

Öğrencilerin matematiksel iletişimini Sfard'ın teorisini kullanarak inceleyen bir başka araştırmacı Ng (2016), dokunmatik ekran tabanlı dinamik geometri ortamında iki dili konuşan öğrencilerin söylemlerini incelemiştir. Öğrencilerin matematik dersinde kullandığı kelimelere, görsel aracılara ve diğer bileşenlere bakarak öğrenciler arasında iletişimin dilbilimsel ögelere ilaveten dilbilimsel olmayan ögelerden jestler, sürükleme, diyagram kullanılarak sağlandığını bulmuştur. Dilbilimsel olmayan ögeleri Sfard'ın teorsindeki rutinlerle belirlemiştir. Ayrıca Huggins ve Maiste (1999), araştırmasında dördüncü sınıf öğrencilerinin diğer sınıf seviyesindeki öğrencilere göre matematiksel iletişimlerinin daha iyi olduğu sonucunu bulmuştur. Bu öğrencilerin matematiksel iletişiminin daha iyi olmasını düşünürken etkili ve yeterli matematiksel sözcüklerle ifade etmesiyle açıklamıştır.

Görüldüğü gibi matematiksel söylemin karakterize eden Sfard'ın (2008) teorisi kullanılarak matematiksel söylemlerde kullanılan terimin, görsel aracıdaki ifadelerdeki derinliğe göre sonuca matematiksel söylemin ya da iletişimin etkisi, gelişimi vb. gibi sonuçlara varılmıştır. Ayrıca Sfard'ın (2008) teorisini öğrencilerin matematiksel söylemleri analiz edilmesinde kullanıldığı gibi öğretmen ve ya öğretmen adaylarının ders anlatım sürecindeki matematiksel söylemlerinin analiz etmede de kullanılmaktadır. İlköğretim matematik öğretmenin adaylarının matematiksel söylemlerinin incelenmesine yönelik yapılan çalışmada, öğretmen adaylarına diyalojik görev verilerek problem çözmeleri için ortam hazırlanmıştır. Seksen sekiz öğretmen adayı çalışmaya dahil olup gruplara ayrılmıştır. Her bir gruba ses kaydı koyularak matematiksel söylemler kaydedilip sonra transkript edilmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarından soru çözerken raporlaştırılmaları istenmiştir. Verilerin analizinde üç aşamada gerçekleşmiştir. Birinci aşamada Sfard'ın (2007; 2008) matematiksel söylemi karakterize eden çerçevesi kullanılmıştır. İkinci aşamada ise Glaser ve Strauss'ın (1967) gömülü teoriler için önerdiği sürekli karşılaştırmalı analizinden yararlanılmıştır. Bu aşamada benzer ve zıt söylemlerin belirlenmesiyle çalışmanın güvenirliğinin de sağlanıldığı ifade edilmiştir. Üçüncü aşamada ise bu iki teorinin birlikte sentezi yapılarak, belirli bir söylemi yapılandırabilecek özellikler arasında ilişkiler kurularak, birinci aşamadaki dört özelliğin çapraz analizi yapılmıştır. Grup tartışmalardan yazılı raporlara göre daha çok bilgi edinilerek çalışma sonucunda iki tür matematiksel söylem olduğu ortaya çıkmıştır. Bunlardan birincisi öğretmen adayının problem çözerken öğrenci rolünü benimsemesine ilişkin matematiksel söylemler, ikincisi ise gelecek mesleki yaşantılarıyla bağlantılı matematiksel söylemlerdir (Toscano, Gavilán-Izquierdo ve Sánchez, 2019).

Sfard'ın (2008) teorisini doğrudan ele alan çalışmalara ilaveten bu teoriyi farklı yönlerden ele alan çalışmalar da bulunmaktadır. Bu çalışmalarda Sfard (2008) çalışmasında belirttiği matematiksel söylem oluşumuna imkan tanıyan üst düzey öğrenmenin önemine dikkat çekilmektedir (Kjeldsen ve Petersen, 2014). Bu bağlamda matematiksel söylem üst düzey öğrenme, üst bilişsel gibi kavramlarla da ilişkilendirilmektedir. Üst bilişsel matematiksel söylem tipi ile matematiksel söylem tipinin birbirinden ayrıldığı çalışmada üst bilişsel matematiksel söylemde planlama, izleme ve yansıma bileşenlerinin olduğu vurgulanmıştır. Nicel ve nitel yaklaşımın bir arada kullanıldığı bu çalışmada, bu iki söylem tipinin kullanımına yönelik bir değerlendirme yapılmıştır. Bu çalışmanın nitel kısmında video kaydı yapılarak öğretmen ve öğrencilerin söylemleri kaydedilmiş ancak üstbilişsel matematiksel söylem ve matematiksel söylemin ayrımın nasıl olduğu öğretmen ve öğrenci diyaloglarıyla tam olarak açıklanmamıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre deney grubunun üstbilişsel matematiksel söylemin planlama ve yansıtma süreçleriyle ilgili daha fazla kavramsal sözelleştirme gösterdiği, kontrol grubu ise işlemsel bilgi bakımından en yüksek puanı aldığı belirlenmiştir (Shilo ve Kramarski, 2018).

Matematiksel söylemi analiz eden Sfard (2007; 2008) teorik çerçevesine ilaveten Adler ve Ronda (2015) farklı matematiksel söylem analiziyle ilgili teorik çerçeve tanımlamıştır. Matematiksel söylemleri çalışmanın amacına uygun olarak içerik analizi yapılarak sınıflandırdıkları bu çalışmada, matematiksel söylemleri örnekleme, açıklayıcı konuşma ve öğrenci katılımı açısından değerlendirmişlerdir. Ancak bu çalışmada sınıflandırılan kategoriler birbiriyle ilişkili ama karışık olduğu görülmektedir. Dolayısıyla matematiksel söylemin karakteristik yapısı tam olarak açıklanmamaktadır. Matematik öğrenme-öğretme sürecindeki faaliyetlerin bazıları göz önünde bulundurularak bir sınıflandırma yapılmıştır.

Öğrenme ve öğretme sürecindeki faaliyetler göz önünde bulundurularak matematiksel söylemler analiz eden Doğruer, Işıksal ve Yusuf (2015), analizlerini öğrenci öğrenmesini merkeze alarak yapmışlardır. Beşinci sınıftaki matematiksel söylemlerin incelendiği bu çalışmada, on altı hafta boyunca bir sınıfın yirmi matematik dersi gözlemlemişlerdir. Analizleri, öğrenme ve içerik olmak üzere iki alt kategoriye ayırarak yapmışlardır. Gözlem yapılan derslerdeki matematiksel söylemlerden öğretmen merkezli öğretimin yoğun olarak devam ettiğini belirlemişlerdir. Ancak sınıf içi uygulamalardan öğretmenlerin günlük hayat ve diğer disiplinler ile matematiksel içeriği ilişkilendirdikleri öğrencileri de bu tip ilişkileri kurma konusunda teşvik ettiklerini ileri sürmüşlerdir. Ayrıca Evans (2017), öğrencilerin matematiksel söyleme katılımını sağlayan üç faktörün olduğunu yaptığı çalışmasında ifade etmiştir. Bu faktörleri; öğrencilere sorumluluk verilmesi; ders planlarında zaman yönetimi, sınıf yapısı ve öğrencilerle ilişkilere önem verilmesi; güvenlik, saygı ve yüksek beklentiler çerçevesinde sınıf kültürünün oluşturulması şeklinde açıklamıştır. Öğretmenlerin bu üç faktörü dikkate alarak derslerini yürüttüklerinde ortaöğretim öğrencilerinin problem çözümünde matematiksel söyleme katılmada daha istekli olduklarını bulmuştur.

Matematiksel söylemlerin gelişimini geleneksel ve alternatifli sınıflarda ele alan Hiebert ve Wearne (1993) ise öğrencilere verilen görevler ya da problem durumlarının olduğu sınıf ortamındaki söylemleri ve doğal söylemlerin olduğu sınıf ortamlarına ait özellikleri belirlemişlerdir. Bu bağlamada on iki hafta boyunca ses kaydıyla gözlem yapmışlardır. Ayrıca araştırmacılar ses kaydına ilaveten sınıf içindeki konuşmaların transkript edildiği dosyaya problem çözümlerinin tahtadaki görüntüleri, ders esnasında kullanılan materyalleri eklemişlerdir. Sınıf içindeki söylemler, iki farklı yolla analiz etmişlerdir. Birinci analiz yönteminde, derste öğrenci ve öğretmenlerin ne kadar konuştuklarını belirlemişlerdir İkincisinde ise, öğretmenlerin matematik dersinde sorduğu sadece akademik soru türleri kodlanmışlardır. Bu soru türleri; önceki bilgileri ve prosedürleri hatırlatma, strateji ve alternatif strateji tanımlama, problem ve hikaye üretme, açıklama ve analiz etme olarak belirlemişlerdir. Çalışmanın bulgularında her bir soru türüne ilişkin öğretmen tarafından sorulan soru cümlelerinden örnekler vermişlerdir. Altı farklı sınıfta yapmış oldukları gözlemlerinin sonucunda alternatif sınıflardaki söylemlerin zenginliği ile geleneksel sınıflardaki söylemlerin zenginliğinin birbirinden farklı olduğunu bulmuşlardır. Ayrıca öğrenmenin ve öğretmenin, ortaya konan öğretim materyalleri türüyle ve sınıf söyleminin doğasıyla ilişkilendirilebileceği sonucuna varmışlardır. Görüldüğü gibi “birinci analiz yöntemi”, “ikinci analiz yöntemi” gibi isimlendirmelerle araştırmacılar matematiksel söylemin doğasıyla ilgili sonuca ulaşmışlardır.

Matematiksel söylemin karmaşık doğasını kendi analiz yöntemi ile belirleyen bir diğer araştırmacı olarak Shortino-Buck (2017) karşımıza çıkmaktadır. Nitel durum çalışmasında tasarladığı çalışmasında ilköğretim sınıflarında matematiksel söylemleri incelenmiştir. Çalışmasının amacını matematiksel söylemle ilgili öğretmen inançlarına bağlamsal bakış açısı kazandırmak, öğretimin öğretmen tarafından nasıl hazırlandığı ve kolaylaştırıldığı, sonrasında öğrencilerin nasıl cevap verdiğini açıklamak olarak belirlemiştir. Çalışmanın verileri, röportaj, gözlem ve artefakt ile toplamış ve çapraz olarak analiz etmiştir. Öğretmenlerin ihtiyaç duydukları içerik ve pedagojik bilgiyi geliştirmelerini destekleyecek ve matematiksel söylemi kendi prosedürlerini içeren müfredat ve mesleki gelişimlerle lisansüstü bir arada bir kombinasyon önermiştir. Ayrıca bir öğretmenin matematiksel öğrenmeyle ilgili kişisel deneyiminin, inançlarının öğretimsel uygulamalarını etkilediği sonucuna varmıştır. Ancak matematiksel söylemin doğasını açıklayan karmaşık yapının nasıl olduğundan bahsetmemiştir.

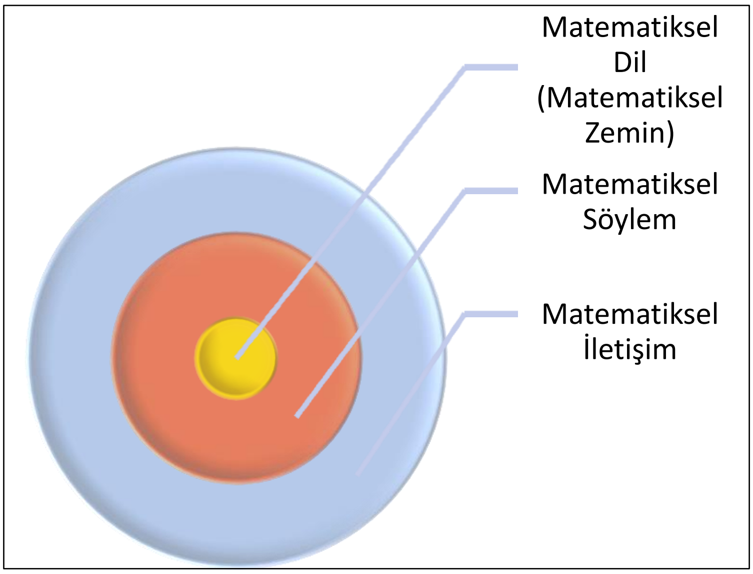
Matematiksel söylemin doğal yapısını biraz daha karakteristik olarak inceleyen Kalathil (2004) doktora tezinde, matematiksel söylemler ve matematikte sembollerin kullanımı olmak üzere iki ksımda incelemiştir. Söylemin doğasının matematiksel görevlere yönelik çözümlerinin tartışılarak incelemiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak diğer matematiksel söylem çalışmalarının çoğunda olduğu gibi video kullanmıştır. 45 ders saati video çekildikten sonra alan notlarıyla karşılaştırma yapılarak analiz etmiştir. Gözlem yaptığı derslerden sınıf içindeki etkileşimin büyük kısmının, öğretmen ve bireysel öğrenciler arasındaki matematiksel söylemler, öğretmen ve tüm öğrenciler arasındaki matematiksel söylemler; öğrenciler ve diğer öğrenciler arasındaki matematiksel söylemlerden olduğunu belirlemiş ve veri analizinde bu durumu göz önünde bulundurmuştur. Veriler birinci adım, ikinci adım, üçüncü adım olmak üzere üç aşamada analiz edilmiştir. Birinci adımda, 45 gözlem saati bütüncül olarak incelenerek çalışmanın amacına uygun kodlamalar ve isimlendirmeler yapılmıştır. İkinci adımda, matematiksel söylemleri kimin konuştuğuna; matematiksel söylemler hakkında ne, nasıl konuştuğuna; problemin başlangıcı ile neler söylediğine; düşünmeye yönelik nasıl açıklamalar oluştuğuna ve bu açıklamaların tartışma boyunca nasıl şekillendiğine odaklanarak analiz etmiştir. Üçüncü adımda ise, birinci adımda izlediği derslerden seçerek matematiksel söylemin yapısını belirlenmiştir. Veri analizi sürecinde dikkate aldığı etkileşim türlerinden matematiksel söylemin doğal yapısına ilişkin teorik çerçeve belirlemiş ancak bu etkileşim türlerinin nasıl oluştuğuna ilişkin spesifik bir sonuca ulaşmamıştır. Bu üç etkileşim türündeki kuralların tartışılmasına daha çok dikkat etmiştir. Belirlemiş olduğu teorik çerçeveye matematiksel söylemin *cevaplama- kısmen açıklama ve açık açıklama*; *uzatma ve karşılaştırma*; *varsayım ve gerekçelerden* oluşma olmak üzere üç temel bileşeni olduğunu açığa çıkarmıştır.

2. 2. Literatür Taramasının Sonucu

Matematiksel söylemin doğasının ele alındığı bu araştırmada, matematiksel söylemle ilgili bir çok çalışma olduğu görülmüştür. Bu çalışmaların incelenmesi sonucunda matematiksel söylemin analiz edilme şekline ve matematiksel söylemin konusuna göre, çalışmaların farklılaştığı belirlenmiştir. Aynı çalışmada matematiksel söylemin analizine ağırlık verildiği gibi konusuna da ağırlık verilebilmektedir. Ancak bazı çalışmalarda matematiksel söylemlerin analizine ya da konusuna ağırlık verildiği belirlenmiştir. Matematiksel söylemin analiz edilmesine ve matematiksel söylemin konusu ile çalışmaların taranmasından çıkan sonuçlara bu bölümde yer verilecektir. Son olarak matematiksel söylemi ele alıp matematiksel söylemle ilgili derleme yapan çalışmalardan bahsedilerek matematiksel söylemin alanyazında nasıl olduğuna daha geniş perspektiften bakılacaktır. *Matematiksel söylemin analizi, matematiksel söylemin konusu ve matematiksel söylemle ilgili yapılan çalışmalar*, başlıkları altında matematiksel söylemle ilgili literatür taramasının sonucu aşağıda sırasıyla açıklanmıştır.

2. 2. 1. Matematiksel Söylemin Analiziyle İlgili Literatür Taramasının Sonucu

Matematiksel söylemle ilgili yapılan literatür sonucunda bazı çalışmaların doğrudan söylemle ilgili olduğu bazılarının “iletişim-etkileşim-dil” altında örtük olduğu belirlenmiştir. Gee (1999) bu terimlerin ayrımını söylemi merkeze alarak yapmıştır. Ayrıca konuşmayı da dil ve söylemin birlikte kullanılması olarak tanımlamıştır. Matematiksel konuşmaları içeren matematiksel tartışmaları ele alan çalışmaları değerlendiren Dede (2018) ise, bu çalışmalar ortak özelliği olarak matematiksel tartışmaların öğretmen veya öğrenci söylemlerine dayalı olduğunu belirlemiştir (Dede, 2018). Çünkü söylem, iletişimin özel bir hali olduğu için bu başlıklar altında örtük olarak görülmektedir. Dolayısıyla matematiksel söylem de “matematiksel dil, matematiksel iletişim-etkileşim, matematiksel tartışma vb. ” başlıklarda örtük olarak görülmektedir. Bu çalışmalarda matematiksel söylemler analiz edilmiştir. Ancak bazı çalışmalarda matematiksel söylemlerin analiz edilmesi “iletişim-etkileşim-dil-tartışma” da bir araç olarak görülürken bazı çalışmalarda matematiksel söylemleri analiz etmek amaç olarak görülmüştür. Bu araştırmada da matematiksel söylemleri analiz etmek, araştırmanın odak noktasını oluşturmaktadır. Ayrıca matematiksel söylemlerin sınıflandırılması, sınıf içindeki “dil, etkileşim, iletişim, tartışma” gibi genel ifadelerin sınıflandırıldığı çalışmalara benzemektedir. Aslında bu çalışmaların tümünde matematiksel söylemler aracılığıyla bir sınıflandırma yapılmaktadır. Diğer yandan “iletişim-etkileşim” anlamında kullanılan ya da doğrudan iletişim-etkileşimle ilgili çalışmalardan ise matematiksel söylemin yapısında olan söylem tiplerini belirlemek için yararlanılmıştır. Belirlenen bu söylem tipleri, öğretmen ve öğrenciler arasındaki matematiksel söylemlerden oluşmaktadır. Bu bağlamda matematiksel içerikle ilgili öğretmen ve öğrenciler arasındaki tüm konuşmalar matematiksel söylem olarak düşünülebilir. “Matematiksel dil, matematiksel iletişim-etkileşim, matematiksel tartışma” başlıklarından, öğretmen ve öğrenci arasındaki konuşmalar anlaşılmaktadır. Ancak bu başlıklardan bir kaç tanesinin literatürde farklı şekilde karşımıza çıktığı görülmektedir. Örneğin matematiksel iletişim sadece sınıf içindeki konuşmaları değil yazılı ögeleri de içermektedir. Diğer yandan matematiksel dil ilgili alanyazında, “Matematiğin kendine ait dil kullanımı” ve “iletişim-etkileşim” olmak üzere bir ikilem karşımıza çıkmaktadır. Bu araştırmada da matematiğin kendine ait diliyle yapılan çalışmalar matematiksel zeminin ögelerinin belirlenmesinde yardımcı olmuştur. Aslında matematiksel söylem, matematiğin kendine ait dilinin sınıf içinde konuşmalara dönüşmüş halidir. Dolayısıyla sınıf içinde matematiksel iletişim, matematiksel dil kullanılarak matematiksel söylemler aracılığıyla olmaktadır. Matematiksel söylemler, matematiğin öğrenilmesine ve öğretilmesine yönelik sınıf içi tüm konuşmaları içermektedir. O halde, matematiksel dil matematiksel iletişimin çekirdeğini oluşturmaktadır. Alanyazından yola çıkarak matematiksel dil, matematiksel söylem ve matematiksel iletişim arasındaki ilişkiyi açıklayan model Şekil 7’de yer almaktadır.



Şekil 7. Matematiksel dil, söylem ve iletişim modeli

Şekil 7’de görüldüğü gibi matematiksel iletişim, matematiksel söylemi, matematiksel söylem de matematiğin zeminini başka bir ifadeyle matematiğin kendine ait dilini kapsamaktadır. Matematiksel iletişimin modelin en dışında yer almasının nedeni, matematiksel iletişim sözlü, yazılı vb. bir çok ögeyi içermesidir. Bu araştırmada ise matematiksel iletişim, öğretmen ve öğrencilerin matematiksel konuşmaları açısından ele alınmıştır. Alanyazında da matematiksel iletişime matematiksel düşüncelerin açıklanması, fikirlerin paylaşılması açısından önem verilmektedir. Dolayısıyla matematiksel düşüncelerin açıklandığı ve fikirlerin paylaşılmasının matematiksel konuşmalar aracılığıyla daha uygun olacağı düşünülmektedir. Nitekim bu matematiksel konuşmalarla iletişimi, matematiksel söylemler sağlar. Diğer yandan matematiksel söylem, matematiksel zeminin kullanılması ile açığa çıkar. Alanyazında etkili matematiksel iletişim için matematiksel zeminin doğru ve anlaşılır kullanılmasına da vurgu yapılmıştır. Kısacası, matematiksel zeminin matematiksel söylemler aracılığıyla kullanılması, matematiksel iletişimi sağlar.

Görüldüğü gibi matematiksel iletişimi sağlamada ve matematiksel zeminin kullanılmasında matematiksel söylemler bir köprü görevindedir. Matematiksel zemin, matematiksel söylemin karakteristik yapısıyla ilgilidir. Matematiksel söylemin karakteristik özelliklerini belirleyen Sfard'ın teorik çerçevevesi bir çok araştırmada kullanılmıştır. Ancak bu çalışmalara bakıldığında, az sayıdaki katılımcıların matematiksel söylemlerinin derinlenmesine incelendiği belirlenmiştir. öğrenci, öğretmen adayı vb. çok sayıda olsa bile gruplara ayrılarak matematiksel söylemleri daha spesifik incelenmiştir. Öğretmen ve öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerdeki rutinlerin belirlenmesi için böyle bir yol izlendiği söylenebilir.

Matematiksel söylemle ilgili alanyazın incelendiğinde, matematiksel söylemi analiz etmede temelde iki tür analiz kullanıldığı görülmektedir. Bunlardan ilki, söylemle-dille ilgili genel yaklaşımlardır. Genel yaklaşımlar, diğer derslerde olduğu gibi matematik derslerindeki söylemlerin de analizinde kullanılmaktadır. Ancak bu yaklaşımların matematik dersine uyarlanmasının diğer derslere göre daha avantajlı olduğu söylenebilir. Çünkü matematiğin kendine ait bir dili olmasından dolayı semboller, görsel aracılar vb. ifadeler genel yaklaşımlardaki bileşenlere denk gelmiştir. İkincisi, ise matematiksel söylemin kendisiyle ilgili analizlerdir. Bu analiz, matematiksel söylemin karakteristik özellikleri kullanılarak spesifik analiz ve çalışmanın amaçlarına göre temalar oluşturarak içerik analizi olmak üzere kendi içinde ikiye ayrılmıştır. "Matematiksel söylem" kavramı literatüre yerleştiği için matematik bir söylem olarak görülüp daha spesifik yaklaşımlar kullanılmaktadır. Diğer yandan matematiksel söylemlerle yapılan içerik analizinde de matematik dersinde oluşabilecek öğrenme ve öğretme faaliyetleri (örnek verme, soru-sorma, açıklama vb.) göz önünde bulundurulmaktadır.

Matematiksel söylemlerin analizinde kullanılan yukarıda açıklanan yaklaşımların bu araştırmaya katkısı olmuştur. Söylem tiplerinin belirlenmesinde genel yaklaşımlarından (birinci analiz) yararlanılırken, matematiksel zeminin belirlenmesinde yukarıda açıklanan ikinci yaklaşımdan yararlanmıştır. Araştırmanın amacı matematiksel söylemlerin doğal yapısını ortaya çıkarmak olduğu için araştırmanın amacına göre bir temalaştırma matematiksel söylem göstergelerini belirlerken kullanılmıştır. Bu bağlamda matematiksel söylemlerin başlangıcını ve bitişini ortaya çıkaran kısacası matematikteki öğrenme ve öğretme faaliyetlerini kapsayan göstergeler açığa çıkarılmıştır. Ancak matematiksel söylemlerin analiziyle ilgili çalışmaların çoğunda bu şekilde çoklu analiz yapılmadan matematiksel söylemler tek bir perspektiften değerlendirilmiştir. Bu araştırmada söylem-dil ile ilgili genel çerçeve, matematiksel söylemin kendine özgü çerçevesi ve son olarak da araştırmanın amacına göre ortaya çıkacak olan öğrenme ve öğretme faaliyetlerini kapsayan çerçeve olmak üzere üç farklı bakış açısıyla matematiksel söylemler analiz edilmiştir. Ayrıca matematiksel söylemle ilgili çalışmaların hiç birinde, matematiksel zemini yansıtan bu göstergelere yer verilmemiştir. Dolayısıyla hangi matematiksel söylem göstergelerinin, hangi matematiksel zemini nasıl bir etkileşimde ortaya çıkarttığı detaylı bir şekilde açıklanmamıştır. Bu çalışmada alanyazındaki bu eksikliğin de giderilmesi düşünülmektedir.

2. 2. 2. Matematiksel Söylemin Konusuyla İlgili Literatür Taramasının Sonucu

Matematiksel söylemle ilgili yukarıdaki yaklaşımlarla analiz edilen çalışmaların çoğunda, araştırmacıların belli bir konuya yoğunlaştığı görülmüştür. Bu bağlamda matematiksel söylemi bir aracı olarak görerek konunun öğretimine yoğunlaştıkları belirlenmiştir. Dolayısıyla matematiksel söylemle ilgili bu çalışmalarda matematiksel içerik daha çok ön plandadır. Bu çalışmalarda, matematiksel içeriğin ilkokul ve ortaokuldaki konulardan daha çok daha üst sınıflardaki matematik konularıyla ilgili olduğu belirlenmiştir. Örneğin lise ve daha üst sınıflarda görülen limit, sonsuzluk ve türev konusuyla ilgili matematiksel söylemlerin incelendiği çalışmalar bulunmaktadır (Kim, Sfard ve Ferrini-Mundy, 2005; Kim, 2009; Güçler, 2010; Park, 2011; Kim, Ferrini-Mundy ve Sfard, 2012; Kim ve Lim, 2017). Ayrıca geometri öğrenme alanındaki matematiksel söylemlerin incelenmekte ya da geometrik akıl yürütme, Van Hiele geometri düzeyleri gibi bilişsel stratejilerle matematiksel söylemler bir arada incelenmektedir (Blanton, 2002; Wang, 2011; Evans, Feenstra, Ryon ve McNeill, 2011; Chen ve Herbst, 2013; Wang ve Kinzel, 2014). Bu öğrenme alanında matematiksel söylemlerle ispat yapma ile ilgili çalışmalar da yapılmıştır (Martin, McCrone, Bower ve Dindyal, 2005). Ayrıca geometri öğrenme alanında dinamik geometri yazılımlarının kullanılarak matematiksel söylemlerin incelendiği çalışmalar da yapılmıştır (Sinclair ve Yurita, 2008). Teknoloji gibi farklı ortamların öğrencilere sunulmasıyla matematiksel söylemin gelişimlerinin incelendiği çalışmalar oldukça çoktur. Örneğin gösterge paneli (Dashboards) isimli materyalle matematiksel söylemin desteklenmesi üzerine yapılan bir çalışmada, öğrencilerin de matematiksel söyleme katılma fırsatı vermesine ilaveten öğrencilerin içeriğe yönelik anlayışlarını kavrama yollarını anlamasını ve yardıma ihtiyacı olan öğrencilere odaklanması konusunda öğretmene de yardımcı olacağı düşünülmüştür (Mercier, 2016).

Matematiğin kendine özgü bir öğrenme-öğretme sürecindeki faaliyeti olan problem çözmeyi, matematiksel söylemlerle ele alan çalışmalar da mevcuttur (le Roux ve Adler, 2016; Mercier, 2016). Ayrıca problem çözme süreçlerinde öğrencilere görev verilip matematiksel söylemlerin incelendiği (Hiebert ve Wearne, 1993; Niemi, 1996; Sánchez ve García, 2014; Mercier, 2016; Toscano, Gavilán-Izquierdo ve Sánchez, 2019) ya da problem çözmenin/ problem çözme ile başka değişkenlerin matematiksel söylemlerle incelendiği bir çok çalışma bulunmaktadır (Kieran, 2001; Webb ve Sepeng, 2012). Öğrencilere görev verilerek matematiksel söylemlerin incelendiği çalışmalarda diyalojik söylemlerin oluşumları incelenmiştir (Kazak, Wegerif ve Fujita, 2015; Mercer ve Sams, 2006). Ancak diyalojik söylemle ilgili bazı çalışmalarda diyalojik söyleme ilişkin karakteristik göstergeler açıklanırken (Sedova, Sedlacek ve Svaricek, 2016); bazı çalışmalarda diyalojik söylem başlığı altında diyolojik olan ve olmayan söylem göstergeleri de açıklanarak diyalojik söylemin daha iyi anlaşılması amaçlanmıştır (Reznitskaya, 2012). Dolayısıyla diyalojik söylemin tam ne olduğu ya da diğer söylem tiplerinin göstergelerinin ne olduğunun açıklanmasına ihtiyaç olduğu görülmektedir. Bu nedenle bu araştırmada diyalojik söylemle eşleşen Öğrenci-Öğrenci söylem tipi ve diğer söylem tiplerindeki göstergeler, kendi içinde açıklanmıştır. Dolayısıyla tek bir söylem tipi, tek bir konu alanı gibi sınırlandırmayla gidilmeden matematiksel söylemin yapısı ortaya çıkarılmak istenmiştir. Bir konu seçerek matematiksel söylemin analitik yapısıyla ilgili bir model geliştirmeyi amaçlayan Trillo (2001), fonksiyonlar konusunun matematiğin zemine ait çoğu şeyi içerdiğini düşünerek, fonksiyonlar konusunu seçmiştir. Ancak bu araştırmada belli bir konu hatta öğrenme alanı seçilmeden geniş bir perspektifte matematiksel söylemler ele alınmıştır.

Yukarıdaki çalışmalardan görüldüğü gibi uluslararası literatürde, matematiksel söylemle ilgili farklı konu alanlarında çalışmalar bulunmaktadır. Dolayısıyla bu çalışmalarda matematiksel söylemin karakteristik özellikleri çok belirgin bir şekilde ortaya çıkmamaktadır. Bu araştırmada matematiksel söylemin yapısını ortaya çıkarmak için belli bir öğrenme alanının ya da belli bir kazanımın öğrenilmesi ve öğretilmesindeki matematiksel söylemler incelenmemiştir. Bu nedenle tüm öğrenme alanlarını kapsayacak şekilde matematiksel söylemler değerlendirilmiştir. Ayrıca pilot çalışmada 5., 6., 7. ve 8.

sınıf; asıl çalışmada 5., 6. ve 7. sınıftaki öğrencilerin ve matematik öğretmenlerinin söylemleri birlikte incelenmiştir. Dolayısıyla sınıf seviyesi ayrımına gidilmeden ortaokuldaki öğrencilerin ve öğretmenlerinin matematiksel söylemlerinin oluşumundaki doğal yapı ortaya çıkarılmıştır.

2. 2. 3. Matematiksel Söylemle İlgili Araştırmaları Değerlendiren Çalışmaların Literatür Sonucu

Literatür taramasının sonucunda bu çalışmalara yer verilmesinin sebebi, matematiksel söylemle ilgili bir çok çalışmanın sonucundan matematiksel söylemle ilgili genel bir kanıya varmaktır. Matematiksel söylemle ilgili çalışmaları değerlendiren araştırmacılar matematik eğitiminde söylemin genel ve matematiksel söylem olarak ele alınan çalışmalar olduğunu vurgulamışlardır. Örneğin Pimm (2004) söylemden matematiksel söyleme giden bir bakış açısıyla, 1979 ile 2005 yılları arasındaki söylem analiziyle ilgili yapılan çalışmaları dört kategoride değerlendirmiştir. Araştırmacıların matematiksel söylemi ele alma şekilleri, bu kategoriler aşağıda açıklanmıştır.

1. Ses açısından söylemler
2. Meta-söylem
3. Matematik eğitiminde zaman (fiil köklerindeki zaman kipleri)
4. Matematiğin kendine ait dilinden oluşan matematiksel söylemler

Görüldüğü gibi 2005 yılına kadar matematiksel söylemle ilgili çalışmalarda daha çok matematiksel söylemin içindeki dilbilimsel ifadelere yer verilmektedir. Oysa ki matematiksel söylem, dil bilimsel yapıların ötesindedir. Ryve (2011) ise, matematiksel söylemle ilgili çalışmalarda araştırma problemlerini ve sonuçlarını araştırmıştır. Ryve (2011), matematik eğitiminde söylemi araştıran uluslararası dergilerde yayınlanan yüz sekiz çalışmayı değerlendirmiştir. İki binli yıllardan sonra matematiksel söylemle ilgili çalışmalara araştırmacıların daha çok ağırlık verdiği tespit etmiştir. Bu çalışmalarda söylem kavramının nasıl kullanıldığından ve tanımlandığından hareketle söylemin matematiksel yönlerinin nasıl vurgulandığına odaklanmıştır. Ryve (2011), matematiksel söylemle ilgili çalışmaları değerlendirirken, Gee'nin (1999) söylemler arasındaki farklılıkları belirlediği teorik çerçeveden yararlanmıştır. Ryve'nin (2011) çalışmasında, matematiksel söylemle ilgili çalışmaları değerlendirmek için çalışmalarda kullanılan araştırma problemleri ve bu araştırma problemlerine ilişkin araştırmanın sonuçları karşılaştırmalı olarak Tablo 3'te yer almaktadır.

Tablo 3. Matematiksel Söylemle İlgili Çalışmaların Değerlendirilmesi

Araştırma problemleri	Sonuçlar
Tanınmış matematik eğitim dergilerindeki makaleler teorik olarak kavramsallaştırma kavramına nasıl odaklanır? (Bu kapsamda; Söylem çalışmalarında söylemin tanımlanmasına, çalışmaların amacına ve epistemolojik varsayım türleri araştırılmıştır)	• Söylem, söylem olarak tanımlanmaktan daha çok konuşma olarak tanımlanmaktadır. • Diğer teorilerden daha çok söylemin kendisine odaklanılmaktadır. • Söylem daha çok diyaloğun yapısı/inşası olarak düşünülmektedir
Bu çalışmalarda hangi veriler kullanılır ve bu veriler nasıl analiz edilir?	• Söylem çalışmaları, yazılı metinlerden daha çok konuşmalardan ortaya çıkan verilerle yapılmaktadır.
Bu çalışmalar hangi yollarda ve ne ölçüde birbirlerine atıfta bulunuyor?	• Makalelerin daha önce yayınlanmış makalelere başvurulma sıklığı ve bu referansların nasıl kullanıldığı incelendiğinde; Cobb, Boufi, McClain ve Whitenack (1997) 9 kez ve Sfard (2000a, 2000b, 2001) 18 kez en sık başvurulan yazarlar arasında olduğu görülmüştür.

Yukarıdaki tablo, matematik eğitiminde söylemleri ele alan çalışmalar hakkında genel bir fikir sunmaktadır. Ryve (2011) yaptığı bu çalışmada, söylemlerle ilgili çeşitli kavramsallaştırmaların kullanıldığını belirlemiştir. Ancak bu çalışmada birçok makalede söylemle ilgili kavramsal olarak kesin bir açıklığın bulunmasının yanısıra söylemleri kavramsallaştırmak ve analiz etmek için kuramsal yaklaşımları geliştirmenin kümülatif çalışmaların nadir olduğunu belirlemiştir. Dolayısıyla ileride matematik eğitiminde söylemi ele alacak araştırmacılara önerilerde bulunmuştur. Matematiksel söylemi ele alacak araştırmacılara söylem kavramının tanımı üzerinde durmalarını; söylemin analizinin bir aracı mı yoksa sonu mu olduğunu düşünmeleri gerektiğini ifade etmiştir. Nitekim bu araştırmada da matematiksel söylem kavramı üzerinde durularak yukarıdaki tablo ilişkili bir şekilde matematiksel söylemler değerlendirilmiştir. Ancak tablonun ilk satırında yer alan matematiksel söylem matematiksel konuşmalar olarak değil, araştırmada bütünlük sağlaması açısından matematiksel konuşmalar matematiksel söylem olarak tanımlanmıştır. Ayrıca matematiksel söylemlerin oluşumunda yukarıdaki tablonun son satırında açıklanan Sfard (2008) teorisinden yararlanılmıştır.

Tabach ve Nachlieli (2016), sınıf içindeki matematiksel söylemleri değerlendiren beş çalışmayı incelemiştir. Bu çalışmaları amaçlarına, katılımcılara, araştırma tasarıma, matematiksel içeriğe göre değerlendirmişlerdir. Matematiği öğrenmenin, matematiksel söylem, yani matematiksel iletişim biçiminde olduğunu; matematiği öğretmenin ise, motivasyonu sağlayan iletişimsel etkinlik olarak tanımlanabileceği sonucuna varmışlardır. Dolayısıyla matematik öğrenme-öğretme sürecinde matematiksel söylemler aracılığıyla matematiksel iletişimin ön planda olduğu görülmektedir. Benzer şekilde matematiksel dilin de matematiksel iletişimde kilit bir nokta olduğu belirlenmiştir.

Planas ve Schütte (2018), ZDM dergisinde matematik eğitiminde matematiksel dille ilgili yapılan çalışmaları incelemişlerdir. Çalışmalarda hangi yazarların dille ilgili teori ve kavramları açık bir şeklide kullandığı hangi yazarların makaledeki görünümünden farklı kullandığını belirlemeyi amaçlamışlardır. Çalışmada bahsedilen dil ile anlatılmak istenen dil arasındaki farklılıktan doğan karmaşanın matematik eğitiminde başka araştırmalara konu olup olamayacağını da belirlemeyi hedeflemişlerdir. Matematik eğitimindeki dille ilgili çalışma yapan araştırmacılarının dille ilgili kesin tanımlar yapmak yerine dil yoluyla öğrenme ve öğretme sürecini açıklamaya öncelik verdiklerini vurgulamışlardır. Bu bağlamda araştırmacıların matematik eğitiminde dili nasıl kullandığını değerlendirmek için konuyla ilgili çalışmaları “Dil ve dil çeşitliliği politikası”, “dilde iletişim ve temsil şekilleri” ve “etkileşimsel boyut açısından sınıf tartışmalarında dilin kullanımı” olmak üzere üç temel başlıkta sınıflandırmışlardır. Dil ve dil çeşitliği politikasına yönelik çalışmalarda matematik eğitiminde dilin anlaşılmasında sosyal, kültürel, ekonomik ve politik özelliklerin önemli olduğunu belirlemişlerdir. Dil kullanımının ev ve okul kültürlerine göre değişmesinin yanında ikinci dili öğrenenlerle ana dili konuşanlar arasında dilbilgisi açısından farklı kelimelerle ve ifadelerle çeşitliliğinin olmasının doğal olduğunu dile getirmişlerdir. Dilde iletişim ve temsil şekillerindeki çalışmalarda ise, matematikteki özel gösterimlerin, diyagramların, grafiklerin gibi temsillerin matematiksel öğrenme ve öğretme sürecindeki rolüne vurgu yapmışlardır. Ayrıca bu temsillerin söylemlerle matematiksel iletişimi sağlamada aracı olduğunu düşünen araştırmacıların da olduğunu dile getirmişlerdir. Matematik sınıflarındaki tartışmalarda etkileşimsel boyut açısından dilin kullanımında ise jest, mimik ve hareketlerle öğretmen ve öğrenciler arasında etkileşimsel konuşmalara dikkat çekilmiştir. Planas ve Schütte (2018), çalışmalarının sonucunda dille ilgili farklı anlamların olduğunu bunun da yazarlar arasında dili anlamada karışıklığa sebep olduğunu belirlemişlerdir. Dille ilgili terimleri kullanacak araştırmacıların bu terimleri söylem olarak adlandırmalarının daha uygun olacağını vurgulamışlardır. Bu nedenle bu araştırmada da dille ilgili terimler matematiksel söylem olarak; matematiksel dil ise matematiğin kendine ait dili (zemini) olarak tanımlanmıştır. Bu bağlamda matematiksel söylem, matematiksel dilden daha geniş bir terim olarak düşünülmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmada kullanılan yöntem, araştırmanın tasarımı, katılımcılar, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve verilerin analizi ile ilgili açıklamalara sırasıyla yer verilmiştir.

3. 1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırma, sınıf içinde doğal ortamda oluşan matematiksel söylemlerin oluşumunu derinlemesine ve detaylı incelemek amacıyla, nitel bir araştırma olarak tasarlanmıştır. Nitel araştırmada çalışılan konu hakkında derinlemesine bilgi edinildiğinden (Creswell, 2014; Yıldırım ve Şimşek, 2003) bu araştırmada nitel bir yaklaşım tercih edilmiştir. Nitel araştırma yaklaşımlardan ise gömülü teoriye (grounded theory) uygun olacak şekilde araştırma süreci gerçekleşmiştir. Bu araştırma için akla gelen bir diğer nitel araştırma yöntemi de durum çalışması olarak düşünülmüştür. Ancak söylem tiplerinde var olan durumu göstermek yerine söylem tiplerinin oluşmasına yön veren matematiksel söylemlerin yapısı irdelenmiştir. Örneğin araştırma sürecine katılan öğretmenlerin ya da öğrencilerin söylemleri yüzeysel olarak incelenmemiştir. Ayrıca belli bir öğrenme alanındaki veya sınıf seviyesindeki söylemler de incelenerek öğrenme alanına ya da sınıf seviyesine özgü söylemlerin belirlenmesi amaçlanmamıştır. Çünkü durum çalışması, belli bir olay, durum program gibi daha spesifik konuların araştırılmasını amaçlamaktadır (Yin, 2002; Hancock ve Algozzine, 2006). Ayrıca söylem araştırmaları; sadece söylenenleri temel alan dar kapsamlı dil analizi değildir. Üst düzey ve geniş kapsamlı yorumlamalarla, söylemler arasındaki anlam inşasının nasıl gerçekleştiğini açıklayan bir nitel araştırma yöntemi olarak değerlendirilebilir (Çelik ve Ekşi, 2008). Bu bağlamda gömülü teori yaklaşımının bu araştırmaya daha uygun olduğu veri analizi sürecinde daha çok netlik kazanmıştır. Araştırmada belirlenen dört söylem tipi, literatür yardımıyla burada ortaya çıkmıştır. Araştırmada öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söylemleri incelenerek, farklı söylem tiplerinin doğal sınıf ortamda nasıl oluştuğu, farklı söylem tiplerinde matematik öğrenme-öğretme sürecinin nasıl olduğu araştırılmıştır. Farklı söylem tiplerinin hangi öğrenme-öğretme düzeylerini kılavuzladığına ilişkin yapının keşfedilmesi amaçlanmıştır. Başka bir ifadeyle söylem tiplerinin kimliklerinde yapı ortaya çıkartılarak öğrenme-öğretme sürecine nasıl yön verdiği belirlenmiştir. Bu bağlamda öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşim seviyesinden yola çıkarak söylem tiplerinde gömülü olan yapı ortaya çıkarılmıştır. Nitekim gömülü teori, katılımcıların anlatımlarında, algılarında ve deneyimlerinde gömülü olan olguyu açıklamak için kullanılır. Gömülü teori, insanlar arasındaki süreci ve etkileşimi açıklayacak bir kuram geliştirmek amacıyla kullanılır (Saban ve Ersoy, 2016). Matematiksel söylemlerin de sınıf içi etkileşimi sağlamada rolü olduğu düşünülerek, sınıf içindeki bu etkileşimi açıklamak için kuram geliştirilmeye dayalı bir metot olan gömülü teori yaklaşımı kullanılmıştır. Ayrıca gömülü teori yaklaşımında, toplumsal durumlar arasında karşılaştırmalar sonucunda genellemelere ulaşılarak yeni kuramlar keşfedilir. Mikro düzeydeki olaylar, daha makro düzeydeki bir açıklamanın temeli olarak görülür (Neuman, 2013). Buna ilaveten klasik sosyal çalışmaların aksine gömülü teori, verilerden hareketle teorilerin doğrulanmasını değil teorilerin keşfini esas almaktadır (Arık ve Avşar-Arık, 2016). Bu bağlamda matematiksel söylemlerin oluşumuna yönelik teorik çerçevenin yapılanması için bu araştırma gömülü teori yaklaşımına göre tasarlanmıştır. Nitekim araştırma sonunda söylem tiplerinin oluşumunu açıklayan teori ve modeler geliştirilmiştir.

3. 2. Katılımcılar

Çalışmanın katılımcılarını, ortaokul matematik öğretmenleri ve sınıf içindeki öğrencileri oluşturmaktadır. Temel matematiksel kavramların ilköğretimde öğrenileceği düşünüldüğünden ilköğretim sınıflarındaki matematiksel dilin kullanılmasını sağlayan matematiksel söylemler de önemli görülmüştür. İlköğretimin ikinci kademesi olan ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini ifade ederken somut ve soyut ifadeleri birlikte kullanabileceği düşünüldüğünden, bu araştırmada ortaokul öğrencilerinin matematiksel söylemleri incelenmiştir. Çünkü ortaokul öğrencilerinin bulunduğu yaş aralığı itibariyle soyut düşündüklerini yansıtan bilişsel ifadeleri (problemde bulunan değişkenler arası ilişkileri bulma, olası denenceler geliştirme, tümevarım, tümden gelim gibi akıl yürütme yollarını kullanabilme vb.) kullanılabileceği (Senemoğlu, 2010) ve bu ifadeleri matematiksel söylemlerine yansıtacağı beklenilmektedir. Ortaokul öğrencilerinin matematiksel söylemlerinin oluşumunun yapısal olarak incelendiği bu araştırmada, öğrenci ve öğretmenlerin matematiksel söylemleri birlikte incelenmiştir. Araştırmaya katılan ortaokul matematik öğretmenlerinin demografik bilgileri Tablo 4'te yer almaktadır.

Tablo 4. Araştırmaya Katılan Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Demografik Bilgileri

Öğretmen	Hizmet Süresi	Sınıf	Okul
Ö1	15	7. sınıf	1. okul
Ö2	10	5. sınıf	2. okul
Ö3	25	5. sınıf	2. okul
Ö4	22	6. sınıf	3. okul
Ö5	9	7. sınıf	3. okul
Ö6	38	6. sınıf	1. okul

Yukarıda görüldüğü gibi araştırma üç farklı ortaokulda, altı matematik öğretmeniyle yürütülmüştür. Araştırmadan önce yapılan pilot çalışmada beş farklı okulda, farklı sınıf seviyelerinde, dokuz farklı öğretmenin matematik dersi gözlenmiştir. Pilot ve asıl çalışmada öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söylemleri birlikte incelenmiştir. Pilot çalışmada, matematiksel söylemlerdeki çeşitliliği belirlemek için belli bir sınıf ayrımı olmadan her sınıf seviyesinde (5., 6., 7. ve 8. sınıf) gözlem yapılmıştır. Beşinci sınıflarda iki öğretmen, altıncı sınıflarda iki öğretmen, yedinci sınıflarda iki öğretmen, sekizinci sınıflarda üç öğretmen olmak üzere dokuz farklı öğretmenin dersinde gözlem yapılmıştır. Asıl araştırmada ise beşinci, altıncı ve yedinci sınıf düzeyinden iki farklı öğretmenin derslerinde gözlem yapılmıştır.

3. 3. Verilerin Toplanması

Gömülü teori araştırmalarında zengin verilerle güçlü bir teoriye ulaşabilir (Charmaz, 2006). Nitekim gömülü teori çalışması yapan bir araştırmacı tekrarlanabilir ve genellenebilir olan kanıtlarla kıyaslanabilir kuramları belirlemeyi hedeflemektedir (Neuman, 2013). Bu bağlamda matematiksel söylemlerin oluşumuna yönelik teorik çerçeveyi belirlemek için bu araştırmada tekrarlanabilir ve genellenebilir verilere ulaşılmıştır. Matematiksel söylemle ilgili tekrarlanabilir ve genellenebilir verilerin toplanma süreci, gömülü teori araştırmalarına uygun bir şekilde yürütülmüştür. Gömülü teori araştırmalarına özel herhangi bir veri toplama yöntemi kullanılmamasına rağmen gözlem ve görüşme en yaygın veri toplama yöntemi olarak bilinmektedir (Christensen, Johnson, Turner ve Christensen, 2011). Bu nedenle matematiksel söylemlerin oluşumunu doğal yolla tespit etmek için sınıf içinde gözlem ve gözlemle birlikte alan notları tutulmuştur. Gözlemlerden sonra matematiksel söylemin anlaşılmadığı yerlerde gerekirse öğretmenle ayaküstü mülakatlar yapılmıştır. Veri toplama sürecinde gözlem, alan notlarının nasıl tutulduğu, ayaküstü mülakatların nasıl yapıldığı ve video kayıtları detaylı bir şekilde ve sırasıyla aşağıda açıklamıştır.

3. 3. 1. Gözlem

Matematiksel zemine (matematiksel dil) göre sınıf içindeki matematiksel söylemlerin oluşum sürecini doğal ortamda inceleyebilmek amacıyla yapılan bu çalışmada gözlem kullanılmıştır. Gözlem, herhangi bir ortamda oluşan davranışı daha detaylı tanımlamak amacıyla kullanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2003). Gözlem uygulamasındaki yapılandırma derecesi ve gözlemcinin gözlediği olayda benimsediği rol gözlem yaklaşımları arasındaki farkın iki önemli boyutudur. Birinci boyut olan yapılandırma yaklaşımana göre gözlem, formal ve informal gözlem olmak üzere ikiye ayrılabilir. İnformal yaklaşımlar, gözlemciye hangi bilgiyi elde edeceği ve nasıl kaydedeceği konusunda önemli ölçüde özgürlük sunar. İnformal gözlem yoluyla elde edilen veriler yapılandırılmamış ve karmaşık olduğundan gözlemcinin bilgiyi sentezleme, özetleme, organize etme gibi zor görevleri başarması gerekmektedir. Formal gözlem yaklaşımlarında ise, gözlenecek durum hakkında büyük ölçüde yapılandırma ve yönlendirme gerekmektedir. Formal gözlemci yalnızca, önceden belirlenmiş olan bakış açısına dahil olmak zorunda; bunun dışındaki her şey çalışmanın amacı bakımından ilgisiz olarak görünmektedir. İkinci bir boyut, uygulamada kesinlikle biçim/yapı boyutundan bağımsız olmayan gözlemcinin benimsediği rol ile ilgilidir. Katılımcı gözlemci ya da pür gözlemci olmak üzere bu yaklaşımda ikiye ayrılmaktadır. Bu iki gözlem türü, gözlemin doğası veya amaçlarına ilişkin çok farklı yöntemsel ve felsefi bakış açılarını sunmaktadır. Katılımcı gözlemciler, esnek desenler ve nitel, yapılandırılmamış yaklaşımlar kullanılma eğilimindedirler. Pür gözlemciler ise nitel yaklaşımlar kullanılabilse de, sabit desenler ve nicel, yapılandırılmış yöntemler kullanma eğilimindedirler (Robson, 2015).

Katılımcı gözlemin temel özelliği, gözlemcinin gözlem yaptığı grubun bir çeşit üyesi gibi davranmasıdır. Bu sadece fiziksel olarak olarak orada bulunup yaşamın bazı deneyimlerini paylaşmayı değil, grubun sosyal geleneklerini ve alışkanlıklarını, dillerini ve sözel olmayan iletişim ögelerini kullanma biçimlerini öğrenerek onların sosyal ve sembolik dünyalarına girmeyi de içermektedir Ayrıca araştırmacı, olası en ayrıntılı kaydın yapılmasına her bir gözlemde çaba gösterilmelidir. Bu, gözlem esnasındaki notlarla (alan notları) kısmen sağlanır (Robson, 2015; Mayring, 2011). Bu araştırmada da matematiksel dili oluşturan matematiksel söylemleri incelemek amacıyla informal/ katılımcı gözlemci olarak araştırma yürütülmüştür. Matematiksel iletişiminde köprü görevi gören söylemleri incelemek için araştırmacı doğal sınıf ortamında öğrenme-öğretme sürecini doğrudan kendisi gözlemlemiş ve bunun için bizzat bu sürece katılarak araştırma sürecinde yer almıştır. Nitekim katılımcı gözlemcilerin gözlenen olayların/kişilerin doğal ortamında uzun zaman geçirmesi gerekmektedir (Bogdan ve Biklen, 2007). Bunun bir gereği olarak araştırmacı yaklaşık iki yıla yakın bir süre doğal sınıf ortamında bulunarak gözlem yapmıştır.

3. 3. 2. Alan Notları

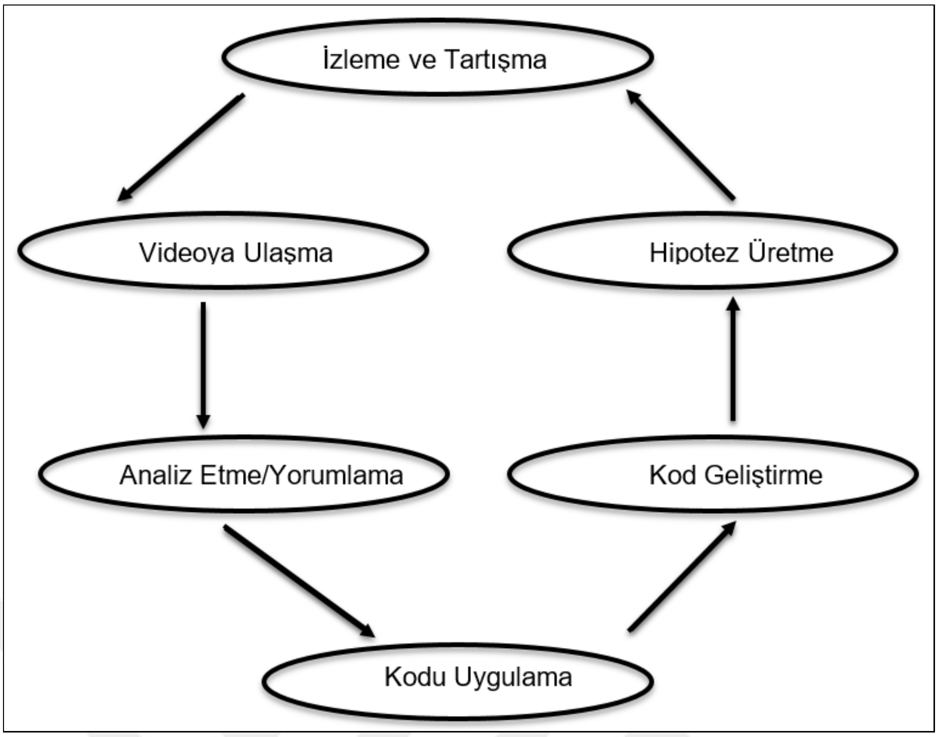
Gözlem yapılan her bir derste alan notları tutularak veriler desteklenmek istenmiştir. Alan notlarında, matematiksel söylemle ilgili araştırmaya veri olabilecek her şey detaylı bir şekilde not alınmıştır. Gözlem yapılan sınıflara yönelik öğrenme-öğretme sürecinde yapılanlar öğretmenin sınıf içindeki organizasyonuna göre alan notlarına yazılmıştır. Sınıf içindeki organizasyona göre ders içindeki faaliyetlerin başını ve sonunu işaret eden zamanlarla birlikte farklı sınıf içi organizasyonuna geçişler not edilmiştir. Örneğin öğretmenin, akıllı tahtayı kullanması ve matematik ders kitabından konuyu işlemesi gibi durumlar birbirinden farklı sınıf içi organizasyonlar olarak düşünülüp dersteki oluş sırasına ve zamanına göre kapsamlı bir şekilde not edilmiştir. Ayrıca ders kitabından konuyla ilgili soru çözümleri yapılırken, soruların yer aldığı sayfaların numarası dahil her şey not edilmiştir. Ders kitabı dışında konu alanı ile ilgili verilen çalışma kağıtları vb. yardımcı kaynaklar da alan notlarına eklenerek video analizine yardımcı olacağı düşünülmüştür.

3. 3. 3. Görüşme

Araştırmacı tarafından alan notları tutulurken gözlem dışında yararlanılan bir diğer veri toplama yöntemi ise ayaküstü mülakatlardır. Bu mülakatlar, gerekli görülen durumlarda ders sonrasında öğretmenle bir sohbet içerisinde informal olarak gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin matematiksel söylemde kullandığı farklı ifadeler olduğunda ya da matematiksel söylemlerin anlaşılmadığı durumlarda ayaküstü mülakatlar daha çok yapılmıştır. Öğretmenlerin öğrencilerini tanıdığı düşünülerek matematiksel söylemde söylenen ve kastedilen ifadeler öğretmenin yorumuna göre alan notlarına yazılmıştır. Bu bağlamda araştırmacıya hem alan notlarını yazmada hem de matematiksel söylemi doğru bir şekilde analiz etmede yararlı olmuştur. Bu mülakatlar sadece veri analizine destek amaçlı kullanılarak ayrı bir analize tabi tutulmamıştır. Öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söylemlerinde anlaşılmayan yerler, dersten sonra öğretmene sorulmuş ve görüşme notu şeklinde alan notlarına yazılmıştır. Örneğin öğrencilerin bir konuyu/soruyu anlamaması üzerine peş peşe *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipleri oluşmuştur. Öğrencilerin konuda/soruda nereyi anlamadıkları, diğer konu/soruya göre neden daha fazla soru sordukları öğretmene sorulmuş; öğrencilerin matematiksel söylemlerinin oluşumu hakkında detaylı bilgi alınmıştır. Öğretmenle informal görüşme sonucu yapılan tutulan notlar, bulgularda "Görüşme notu" olarak yazılmıştır.

3. 3. 4. Video Kayıtları

Matematiksel dili oluşturan matematiksel söylemlere ait her şeyi eksiksiz ve bütün bir şekilde elde etmek için sınıf içinde video kaydı yapılmıştır. Matematiğin öğrenilmesine-öğretilmesine ve matematiğin spesifik alanına ait matematiksel söylemler, sınıf içine yerleştiren bir tripot yardımıyla video kaydına alınmıştır. Böylelikle sınıf içinde kullanılan sözel ifadelerin yanısıra matematiksel terimlerin, sembollerin ve diğer görsel ifadelerin tamamı elde edilmeye çalışılmıştır. Ayrıca literatürde matematiksel söylemin sadece sözel ifadelerle sınırlı olmadığı, öğretmenin/ öğrencinin söylediği ve yaptığı tüm eylemlerin matematiksel söylemi oluşturduğu bilinmektedir (Tanışlı, 2016). Çünkü söylem analizinde konuşmaların gerçeğine en yakın şekilde yazılmasına (transkripsiyonu) ilaveten işaretler, resimler gibi soyut ileti olabilecek ifadeler de söylem analizinde kullanılır. Bu bağlamda söylem üretmede kullanılan tüm sözlü, yazılı görsel ve görsel ifadeler söylem analizinde kullanılır (Gür, 2013). Ayrıca video sözel olmayan söylemleri de (hareketleri, eylemleri) içerir ve bu söylemlerdeki kritik anların daha sonra değerlendirilmesini sağlar (Rowland, 2003). Dolayısıyla video kaydı yardımıyla sınıf içinde oluşan matematiksel söylemlerin tekrar tekrar izlenerek araştırmayla ilgili kategorilerin netleşmesine yardımcı olacağı düşünülmüştür. Çünkü video kayıtları, niteliksel bir araç olarak kullanılarak araştırmacıların sonuçları tekrar yorumlanmasını sağlar. Bu bağlamda video kayıtları ile elde edilen veriler, videoların izlenmesi ile başlayıp verilerin analizi ve kodlanması şeklinde devam eden bir döngü şeklindedir. Video kayıtlarıyla oluşan verilerin analizine ve kodlanmasına ilişkin döngü Şekil 8'de yer almaktadır (Jacobs, Kawanaka ve Stigler, 1999, s. 719).



Şekil 8. Videotabanlı verinin analizi ve kodlanmasına ilişkin döngü

Video kayıtlarıyla elde edilen verilerin analizi ve kodlanmasına ilşkin döngü, Şekil 8'de görüldüğü gibi, araştırmacıların video kayıtlarını izleyip tartışmasıyla başlar ve zengin görsel imgelerle araştırmacıların taslak hipotezler geliştirmesine izin verir. Araştırmacılar bir ya da daha fazla hipotez üreterek fikirlerini test etmek için bir kodlama sistemi geliştirmeye başlayabilirler. Bu sistemin geliştirilmesi, ek video kayıtlarının izlenmesini ya da belirli video kayıtlarının tekrar tekrar izlenmesini gerektirebilir. Belirli bir video segmenti hakkında araştırmacılar, bağımsız kodlayıcılarla birlikte aynı kararı vererek nesnel kodlama yapabilirler. Bir sonraki adımda, video kayıtlarından oluşan kodlama sistemi, araştırmacıların ilk keşiflerini doğrulamak veya onaylamak için uygulandığından, nicel bir araç olarak hizmet eder. Böylelikle araştırmacılar, hipotezlerinin tüm örneklem için genelleştirilme derecesini test ederler. Daha sonra niteliksel keşiflerin geçerliliğini test etmek ve tekrar sonuçlarını yorumlamak için video kayıtlarını niteliksel bir araç olarak kullanabilirler (Jacobs, Kawanaka ve Stigler, 1999).

3. 3. 5. Veri Toplama Süreci

Araştırmanın verilerini toplamak için önce Doğu Karadeniz Bölgesi'ndeki bir ilin Milli Eğitim Müdürlüğü'nden gerekli izin hem pilot araştırma için hem de asıl araştırma için alınmıştır (Ek 1.1; Ek 1.2). İzin alındıktan sonra her iki süreçte de okullara gidip okul müdürleri ve öğretmenlerle araştırmanın amacı ve kapsamı hakkında birebir görüşmeler yapılmıştır. Öğretmenlerle birebir yapılan görüşmelerde, araştırmacının odak noktasının sınıf içindeki matematiksel söylemler olduğu öğretmenlere anlatılmıştır. Yapılan görüşmeler sonucunda araştırmaya gönüllü katılmayı kabul eden matematik öğretmenleri tespit edilmiştir. Daha sonra matematik öğretmenlerinin sınıflarında bulunan tüm öğrencilerden ve öğrenci velilerinden video kaydı yapılması hususunda izin alınmıştır. Bu bağlamda araştırmaya katılacak öğrencilerin velilerine Veli İzin Mektubu gönderilmiştir (Ek 2). Pilot ve asıl araştırma kapsamında, yaklaşık 500 veliye Veli İzin Mektubu gönderilmiştir. Veli İzin Mektubu hakkında anlaşılmayan yerlerde velilerle de birebir görüşmeler (telefonla ya da yüzyüze) yapılmış ve araştırmanın amacı hakkında kapsamlı bilgi verilmiştir. Gözlem yapılacak bir sınıftaki tüm velilerden Veli İzin Mektubu geldikten sonra araştırmacı video kaydı ve gözlem yapmaya başlamıştır. Gözlem yapmadan önce, araştırmacı kendini tanıtarak sınıfta bulunma nedenini öğrencilere açıklamıştır. Ders esnasında ve ders sonrasında öğrencilerden araştırma ve kendisi hakkında gelen soruları cevaplamıştır. Gözlem yapılan sınıflarda ilk hafta araştırmacı gözlem yapmak için sınıfta bulunmuştur. Ancak öğretmen ve öğrencilerin doğal ortamını bozmamak için video kaydına yaklaşık 2-3 hafta geçtikten sonra başlanmıştır. Böylelikle matematiksel söylemlerin doğal ortamda oluşması sağlanmaya çalışılmıştır.

Sınıf içindeki matematiksel zemini oluşturan söylemleri incelemek için doğal gözlemlere dayalı bu araştırma pilot çalışma ve asıl araştırma olmak üzere iki aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşamada (Pilot çalışma), 2015-2016 öğretim yılında gözlemler yapılmışken; ikinci aşamada (Asıl çalışma) araştırma problemlerinin şekillenmesiyle bilrlikte 2016-2017 öğretim yılındaki gözlemlerle araştırma yürütülmüştür.

Araştırmanın iki aşamasında da gözlemler, video kayıtları ve alan notları kullanarak veriler toplanmaya çalışılmıştır. Birinci aşamada, 5., 6., 7. ve 8. sınıflarda belirli bir ders saati gözetmeden dokuz ortaokul matematik öğretmeniyle haftada yaklaşık 12 saatllik gözlem gerçekleştirilmiştir. Farklı sınıflarda oluşan birbirinden farklı farklı matematiksel söylemlerin belirlenmesi amaçlandığından pilot çalışmada belirli sınıf seviyesi ve belirli matematik öğretmenleriyle çalışılmamıştır. Bu bağlamda birinci aşamada iki dönemde de (güz ve bahar) 215 ders saati video kaydına alınarak gözlenmiştir.

Birinci aşamadaki video analizleri sonucunda, araştırmanın problemi yeniden şekillenmiştir. Bu bağlamda araştırmanın katılımcı grubu ve veri toplama araçları yeniden gözden geçirilmiştir. Veri toplama araçlarından olan alan notlarının araştırmanın amacına uygun bir şekilde nasıl tutulacağı belirlenmiştir. Alan notları, birinci aşamadan farklı olarak sınıf içindeki etkileşimler göz önünde bulundurularak daha kapsamlı ve ayrıntılı bir şekilde not edilmiştir. Ayrıca gerekli görülen yerlerde, ders sonrasında öğretmenlerle matematiksel söylemlerin daha iyi anlaşılması için ayaküstü mülakatlar yapılmıştır.

Araştırmanın birinci aşamasına yönelik veriler bütüncül analiz edilerek ikinci aşamasındaki analizler için hazırlık oluşturulmuştur.

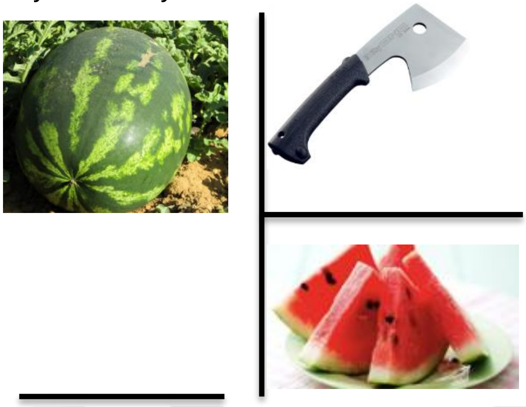
3. 3. 5. 1. Araştırmanın Birinci Aşaması: Söylem Tiplerinin ve Matematiksel Zeminin Belirlenmesine Hazırlık Süreci

Araştırmanın birinci aşamasında yapılan gözlemler ve video kayıtlarıyla elde edilen veriler önce bütüncül olarak değerlendirilmiştir. Bu amaçla araştırma sürecine katılan her bir öğretmenin dersinden rasgele dersler seçilerek transkript edilmiştir. Yapılan traskriptlerden sonra elde edilen öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söylemleri ile örnek kodlamalar Tablo 5'te yer almaktadır.

Tablo 5. Araştırmanın Birinci Aşamasına Yönelik Kodlamalara Ilişkin Notlar

Örnek Matematiksel Söylemler	Kodlara Ilişkin Notlar
Öğretmen 1: En çok kullanılan k, k da kullanılıyor, l de kullanıyor, l de l ile karışmasın diye, şöyle el yazısındaki gibi l yapıyorsun. *(eliyle havada çizerek)*. Siz x'i,y'yi, a'yı b'yi kullanmanız daha iyi. Ama b yi yazarken 6 gibi yapmayın. Çocuk daha önceki yıllarda b yapıyor sınavda, sonra o nu 6 gibi görüp işlem yapıyor. Anladınız mı? b nin çizgisini belli edin, şöyle ki eğik yapmayın *(yine eliyle havada çizerek)*, b gibi olsun	Öğretmenin cebirsel ifadelerin yazımı hakkındaki uyarısı
Öğretmen 2: 30 ile 40 ın ortak çarpanlarını belirliyoruz. İlk önce hangi asal çarpanı arıyorduk Öğrenciler: 2 Öğretmen 2: 2 biterse Öğrenciler: 3 Öğretmen 2: 3 biterse Öğrenciler: 5 Öğretmen 2: 5 biterse Öğrenciler: 7 Öğretmen 2: İşlemin sonunda 1'ler ortaya çıktı mı? Bölme bitti demektir.	Öğretmenle öğrenciler aynı anda konuşuyor. Öğretmen ortak çarpan aramanın ne zaman sonlanacağını öğrencilere soruyor.
Öğretmen 3: (*tahtaya 1 sa=60 dk yazdı)*. Eylül, 1 dakika kaç saniyedir? Eylül: 59 Öğretmen 3: 59 mu? Eylül: Öğretmenim o da 60'ı göstermiyor aslında saatlerde, 59 diyor. Sonra hemen diğer dakikaya geçiyor. Öğretmen 3: Normalde 60 saniye diyeceğiz. Çünkü 60 saniye 1 dakikaya eşit değil mi? 59 değil, öyle bir şey değil, 60 saniye eşiitir	Öğretmen ile Öğrenci arasındaki diyalogda, öğretmen kuralla öğrencinin cevabını açıkladı.

Tablo 5'in devamı

Örnek Matematiksel Söylemler	Kodlara Ilişkin Notlar
Öğretmen 4: Çocuklar aşağıdaki şekle bir bakalım. Buradaki karpuz neyi ifade ediyor?  …….. Hasan: Bölünen Öğretmen 4: Balta? Ayşe: Bölen Öğretmen 4: Karpuz dilimi? Murat: Bölüm Öğretmen 4: Peki bu çekirdeklerin dışarı çıkmış haline ne diyoruz? Ali: Fark Elif: Hayır, Kalan Öğretmen 4: Farkı çıkarmada diyoruz. (Söylemlerin devamı yazılmadı)	Öğretmen kalanlı-kalansız bölmenin öğrenilmesi için modelleme yaptı. Farklı öğrenciler düşüncelerini ifade etti.

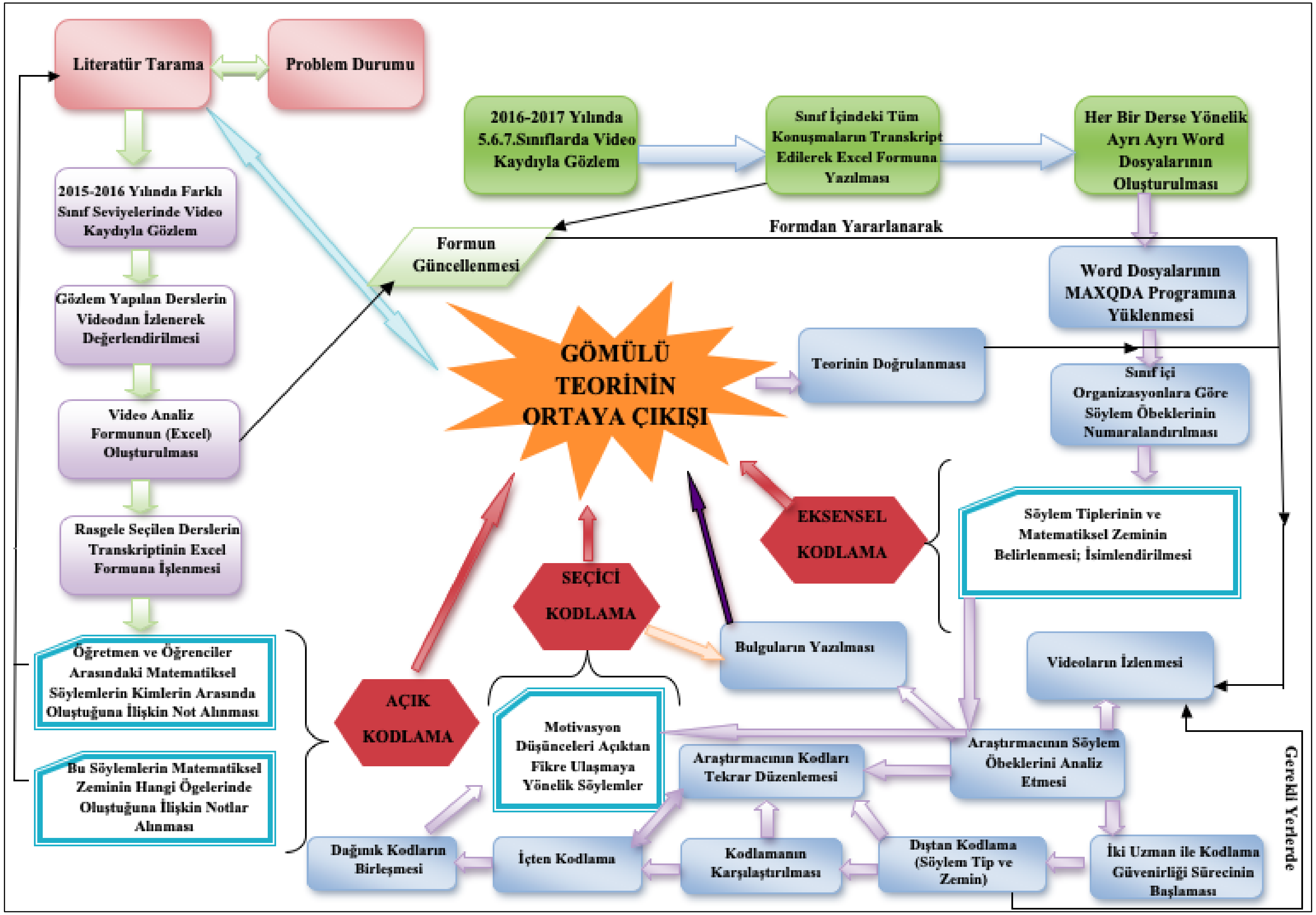
Birinci aşamadan elde edilen ilk veri analizinde önce matematiksel dilin nasıl kullanıldığına ağırlık verilmiştir. Tablo 5'te de örnek olması amaçlı sadece Öğretmen 1'in matematiksel dil yazımına ilişkin matematiksel söylemleri yer alsa da birinci aşamaya katılan tüm öğretmenlerin dersinde matematiksel dil kullanımı ile ilgili kodlara ilişkin notlar belirlenmiştir. Transkirpt edilen veriler ve videolar üzerinden matematiksel zeminin kullanımıyla ilgili kodlara ilişkin notlar yazılmıştır. Örneğin Öğretmen 5'in dersinde oranla ilgili olarak bir öğrencinin *"Öğretmenim ben parantezli sorular olmasa yapardım"* söyleminden sonra öğretmenin "*Evladım o parantez değil ki taksim. Bu sınıfta harita yok mu? Size göstereyim…?"* söylemiyle semboller hakkında konuşulduğu belirlenmiştir. Buna ilaveten Öğretmen 6'nın dersinde öğretmenin söylemlerinde "eş" yerine "eşit" teriminin kullanılması gibi matematiksel dilin kulllanımına ilişkin kodlara ilişkin notlar yazılmıştır. Modelleri, grafikleri ve tablolarda olması gerekenler ve çizimden sonraki söylemler de inecelenip kodlara ilişkin notlar alınmıştır. Buna ilaveten soru/problem çözümleri de ayrı bir şekilde incelenmiştir. Soru/problem çözümüne ilişkin kuralların, stratejilerin nasıl oluştuğu incelenmiştir. Örneğin beşinci sınıflarda üslü sayıların öğretiminde 5^2 bulunmasına ilişkin Öğretmen 7'nin "*Şimdi ben 5'i alıyorum. Büyük sayım 5 çocuklar, asıl sayım 5. 5'i yazıyorum, kaç tane, 2 tane dedik, bunları da yan yana yazalım, çarpalım"* ifadesinde öğretmenin büyük sayıyla ilişkilendirmesinde aşırı genelleme olduğu belirlenmiştir. Öğretmenin bu ifadesinde görüldüğü gibi, öğretmenin bazen kendisi anlatmaktadır. Diğer yandan Tablo 5'te de görüldüğü gibi bazı söylemlerde öğrencilerin hep birlikte konuşması ya da farklı öğrencilerin konuşması gibi farklı etkileşimlerin de olduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda öğretmen ve öğrenci konuşmalarının daha sistematik hale gelmesi için açık uçlu video analiz formu oluşturulmuştur. Bu form oluşturulurken sınıf içindeki konuşmaların neler olduğu, nasıl olduğu gibi genel başlıkları yansıtan başlıklar düşünülmüştür. Açık uçlu video analiz formu, "Sınıf Organizasyonu, Sınıf içi konuşmalar, Matematiğin Doğası, Kullanılan Matematiksel Terimler ve İfadeler, Konuşma Stratejileri, Konuşma Hamleleri, Tartışma Tipleri, Tartışma Kültürü, Sorular ve Cevaplar, Değerlendirme" vb. başlıklardan oluşmaktadır. Farklı öğretmenlerin dersinde oluşan öğretmen ve öğrenci konuşmaları bu forma yazılmıştır. Daha sonra araştırmanın birinci aşamasındaki yapılan video kayıtlarından rasgele dersler seçilmiş ve sınıf içindeki konuşmaların bu forma uygunluğu belirlemiştir. Video analiz formundaki bazı başlıklardaki öğretmen/öğrenci konuşmalarının iç içe geçtiği görülmüştür. Örneğin matematiksel terimler ve ifadeler, tüm başlıklardaki konuşmalarda yer almaktadır. Öğretmen ve bir öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerle matematiksel terimler ve ifadeler hakkında konuşulduğu gibi öğrencilerin kendi aralarında da matematiksel terimler ve ifadeler hakkında konuştuğu belirlenmiştir. Diğer yandan matematiksel söylemlerin kendi içinde de bir oluşum olduğu görülmüştür. Ancak veri analizi yapılırken bir ders içinde matematiksel söylemlerin başladığı ve bittiği yerlerinde birbirine karıştığı belirlenmiştir. Bu bağlamda matematiksel söylemlerin başlangıç ve bitiş noktalarının ayrılmasına karar verilmiştir. Video analiz formundaki konuşma hamlelerinin matematiksel söylemlerin başlattığı; değerlendirmenin matematiksel söylemi bitirdiği görülmüştür. Ancak birinci aşamada izlenen videolarda her zaman bu şekilde olmadığı belirlenmiştir. Örneğin video kayıtlarında, her zaman değerlendirme yapılarak matematiksel söylemlerin bitmediği görülmüştür. Ayrıca matematiksel söylemin başlaması ve bitmesi arasında, matematiksel düşüncelerin sınıf içindeki etkileşime göre farklı şekilde açıklandığı belirlenmiştir. Buna ilaveten her öğrenme alanına da göre farklı matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Dolayısıyla aynı öğrenme alanında oluşan farklı matematiksel söylemleri gözleyebilmek ve veri analizini daha sistematik hale getirmek için araştırmanın ikinci aşaması yapılmıştır. Verileri sistematik olaark sınıflandırmak için araştırmanın ikinci aşamasına kadar tekrar literatür taraması yapılmıştır. Çünkü bu araştırmada var olan gömülü teorinin ortaya çıkarılması için bu süreçte de literatür taraması yapılmalıdır. Gömülü teori araştırmalarında ilgili literatür taramasının, araştırmanın ileriki verileri olarak düşünüldüğü ve daha sonraki aşamalarda da literatüre başvurulması gerektiği bilinmektedir. Çünkü verilerin çözümlenmesi esnasında, literatür çözümlemeyi destekleyecek sonraki veri bütünü olarak görülür (Ilgar ve Ilgar, 2013).

Araştırmanın ikinci aşamasında ortaya çıkacak teorik çerçeve, bu aşamada yapılan literatür taramasından sonra şekillenmiştir. İlgili literatürün tekrar taranması ve birinci aşamadaki video analizlerinin sonucunda, araştırmanın problemi yeniden şekillenmiştir. Matematiksel zemin ve söylemler arasında gömülü bir teorinin olduğu aslında birinci aşamadaki analizler sonucunda fark edilmiştir.

3. 3. 5. 2. Araştırmanın İkinci Aşaması: Söylem Tiplerinin ve Matematiksel Zeminin Belirlenip Araştırma Probleminin Şekillenmesi

Birinci aşamadaki analizlerde, matematiksel dile yoğunlaşarak matematiksel dil yazılı, görsel ve sözel ifadeler olmak üzere üç farklı açıdan ele alınmıştır. Yazılı ifadelerde matematiğin kendine ait terimleri, sembolleri vb. ifadeleri bulunmaktayken; görsel ifadede tablo, grafik, şekiller; sözel ifadede ise soru/problem durumları ve sınıf içindeki konuşmalar olarak değerlendirilmiştir. Görüldüğü gibi birinci aşamadaki analizlerde matematiğin kendine ait diline daha çok ağırlık verilmiş; sınıf içi konuşmaları kapsayan matematiksel söylemler sözel ifade olarak değerlendirilmiştir. Ancak ilgili literatür tarandıktan sonra matematiksel söylemin daha geniş perspektifte değerlendirilmesine karar verilmişir. Nitekim Sfard'a (2012) matematiksel söylem, iletişimin özel bir halidir. Dolayısıyla matematiksel söylem, matematiksel zemini de onu ifade eden sözel ifadeleri de kapsamaktadır. Ayrıca öğretmen ve öğrenciler arasında matematiksel söyleme katılma açısından farklı etkileşimlerin olduğu not alınmıştır. Mortimer ve Scott'ın (2003) etkileşimsel modeline göre söylem tipleri belirlenmiştir. Matematiksel zemin (dil) de söylemlerin zemini olarak düşünülüp matematiksel terminoloji, görsel aracılar ve soru/problem çözümü olarak belirlenmiştir. Dolayısıyla matematiksel zemini kullanarak matematiksel söylem tiplerinin nasıl oluştuğu araştırılmıştır. Bu bağlamda araştırmanın problemi de şekillenerek matematiksel zemini kullanarak söylemlerin nasıl oluştuğunun belirlenmesine karar verilmiştir. Daha sonra 2016-2017 öğretim yılında araştırmanın ikinci aşaması yapılmıştır. İkinci aşamada da birinci aşamada olduğu gibi birinci ve ikinci dönemde haftada yaklaşık 12 saat ders gözlenmiştir. Bu aşamada toplamda yaklaşık 140 ders saati gözlenmiştir. Asıl araştırmada yapılan gözlemler tarih sıralamasına göre Ek 3'te sunulmuştur. Aslında araştırmanın ikinci aşamasıyla gömülü teorideki teorik doygunluk sağlanmaya çalışılmıştır. Çünkü toplanan verilerden artık yeni kavramlar çıkmadığı zaman teorik doygunluğa ulaşılır (Christensen, Johnson, Turner ve Christensen, 2011). Ayrıca gelişen teoride bazı temaların defalarca tekrar etmesi durumunda kuramsal doyuma ulaşılmamakta; teoriye ilişkin verilerin bütün yönlerinin tam olarak açıklanabildiği durumlarda kuramsal doyuma ulaşılır (Saban ve Ersoy, 2016). Bu bağlamda araştırmanın ikinci aşamada yapılması gerekenler de tekrar gözden geçirilmiştir. Örneğin birinci aşamadaki alan notları, sadece öğrenme alanlarının, gözlem yapılan tarihlerin yazılı olduğu notlar şeklindedir. Araştırmanın ikinci aşamasında, daha detaylı alan notları tutulmuştur. Ayrıca öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söylemlerinde söylemek istenilenin daha iyi anlaşılması için öğretmenlerle ayaküstü görüşmeler de yapılmıştır.

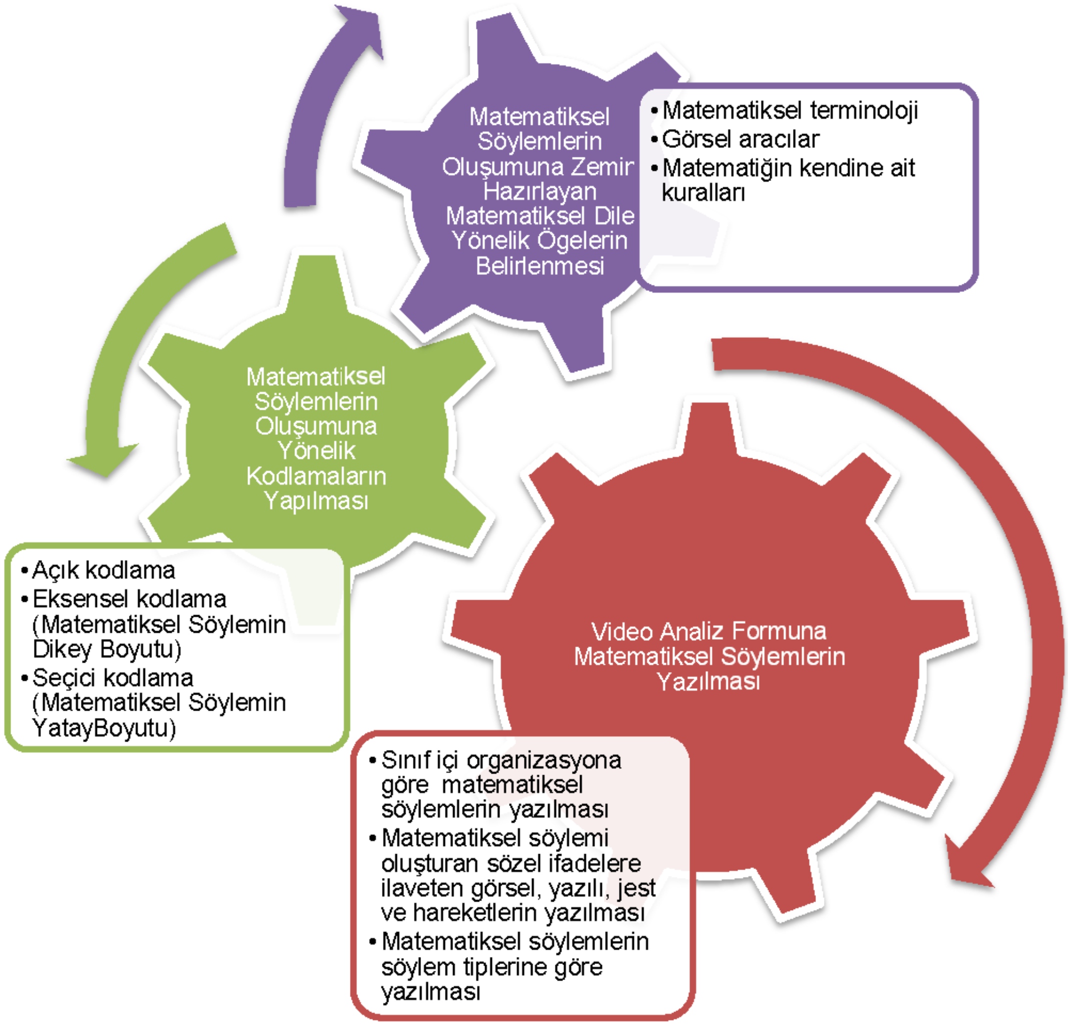
Araştırmanın birinci ve ikinci aşamasında izlenen tüm adımlar ve bu aşamalardan sonra gömülü teorinin ortaya çıkışı Şekil 9'da gösterilmiştir.



Şekil 9. Araştırmada izlenen adımlar

3. 4. Verilerin Analizi

Gömülü teoride araştırma boyunca, verilerin toplanması ve analiz süreci devam ettiği için gömülü teori diğer araştırma yaklaşımlarından farklıdır (Charmaz, 2006; Christensen, Johnson, Turner ve Christensen, 2011). Veri toplama ve verilerin analizi arasındaki bu karşılıklı etkileşim gömülü teoride çok önemlidir ve teorik örneklendirme olarak adlandırılır (Arthur, Waring, Coe ve Hedges, 2012). Gömülü teoride araştırmacı, gözlemlenen verileri açıklama, yorumlama ve anlamlı hale getirmeye çalışarak kuramsal genellemeler oluşturmaya çalışır (Neuman, 2013). Bu bağlamda matematiksel söylemlerin oluşumunun doğal olarak gözlemlendiği ve analiz edildiği bu çalışmada, veriler önce söylem tiplerine göre açıklanmış, sonra yorumlanarak anlamlı hale getirilmeye çalışılmıştır. Bu amaçla matematiksel söylemlerin tümünü kapsayan veriler MAXQDA Analytics Pro 2018 nitel veri analiz yazılımında analiz edilmiştir. MAXQDA yazılımı, çeşitli karma yöntemler ve gömülü teori araştırmaları için tasarlandığından metodolojik olarak çok yönlü olarak tanımlanmaktadır (Schönfelder, 2011). Bu nedenle matematiksel söylemlerin oluşumuna yönelik teorinin ortaya çıkması için veriler MAXQDA'da analiz edilmiştir. Verilerin MAXQDA yazılımına yüklenmeden önce ve yüklendikten sonra yapılan işlemler Şekil 10' da genel başlıklar halinde aşağıda özetlenmiştir.



Şekil 10. Matematiksel söylemlerin oluşumuna yönelik veri analiz süreci

Şekil 10'da görüldüğü gibi, matematiksel söylem tiplerine göre matematiksel söylemlerin oluşumunu gösteren teorinin inşa edilmesi için veriler üç aşamalı bir döngü şeklinde analiz edilmiştir. Her bir aşamada alanyazın tekrar incelenerek bir önceki ve ya bir sonraki aşamaya tekrar dönülmüştür. Bu nedenle matematiksel söylemler üç aşamalı bir döngü şeklinde analiz edilmiştir. İlk aşamada video analiz formuna sözlü/görsel/yazılı tüm matematiksel söylemler yazılı hale getirilmiştir. İkinci aşamada matematiksel söylemin oluşumuna zemin hazırlayan matematiksel zemini oluşturan ögeler belirlenmiştir. Son aşama olan üçüncü aşamada ise, MAXQDA programında gömülü teori yaklaşımına uygun kodlamalar yapılmıştır. Eksensel kodlama ve seçici kodlama süreçlerinde MAXQDA programından daha çok yararlanılmıştır. Böylelikle matematiksel söylemin oluşumuna yönelik teorik yapıyı ortaya çıkartılmıştır. Matematiksel söylemlerin analizine yönelik veri analiz sürecindeki bu üç döngü sırasıyla ve ayrıntılı bir şekilde aşağıda açıklanmıştır.

3. 4. 1. Video Analiz Formuna Matematiksel Söylemlerin Yazılması

Matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan teoriyi ortaya çıkarmak için video analiz formu kullanılmıştır. Araştırmanın birinci aşamasında, bu formda yazan başlıklardaki konuşmaların iç içe geçtiği belirlenmiştir. Bu nedenle araştırmanın ikinci aşamasında, matematiksel söylemleri daha sistematik analiz etmek için video analiz formu güncellenmiştir. Video kaydında bulunan matematiksel söylemler, alan notlarından da yararlanılarak video analiz formuna yazılmıştır. Anlaşılmayan bazı matematiksel söylemler defalarca dinlenilmiştir. Çünkü doğal sınıf ortamında birbirinden farklı öğrencilerin söylemleri ya da öğrencilerin aynı anda konuştuğu matematiksel söylemler bazen birbirine karışmakta ve sınıfta uğultu şeklinde anlaşılmayan söylemler de oluşabilmektedir. Bu nedenle veri kaybı olmamasına dikkat edilerek öğretmen ve öğrenciler arasındaki tüm söylemler video analiz formuna yazılmıştır. Böylelikle matematiksel söylemler, hazırlanan bu formla yazılı bir doküman haline getirilmiştir. Matematiksel söylemleri içeren tüm konuşmalar, hareketler, eylemler vb. transkripte dahil edilmiştir. Sözlü olmayan matematiksel söylemler, bu forma karışmaması ve veri analiz sürecinde takip etmek için mavi renkle yazılmıştır. Ayrıca mavi renkle matematiksel söylemde kullanılan zamirlerden ne kastedildiği de yazılmıştır. Böylelikle matematiksel söylemlerde yer alan "bura, şura, burası, şurası, bu, şu" vb. gibi zamirlerin ne anlama geldiği mavi renkle yazılmıştır. Çünkü söylem analizinde zamirlerin ne anlama geldiğinin de açıklanması gerekmektedir (Young ve Harrison, 2004). Ayrıca zamirlerin ne anlama geldiğinin yazılmış olması araştırmacı verilere daha sonra baktığında veri analizinde kolaylık sağlamıştır. Dolayısıyla matematiksel söylemle ilgili her şey yazılı hale getirilerek veri analizine dahil edilmiştir. Ancak araştırmanın amacına uygun olmayan diğer söylemler dahil edilmemiştir. Dahil edilmeyen söylemler ve sınıf içi konuşmalarına örnekler Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. Araştırmanın Veri Analizine Dahil Edilmeyen Öğretmen ve Öğrenci Söylemleri

Dahil Edilmeyen Söylemler	Sınıf İçi Konuşmalara Örnek
Öğretmen ve öğrencilerin ödevle ilgili konuşmalarını içeren söylemler dahil edilmemiştir. Ancak ödevle ilgili işlenen konunun öğretimine yönelik bir açıklama yapılıyorsa dahil edilmiştir.	Ö2: Kitabınızdaki alıştırmalar ödev Emir: 95? Ö2: Var. 94, 95. (Gözlem notu, 06.12.2016/ 2. Ders/ 04.23-04.50 dakika)

Tablo 6'nın devamı

Dahil Edilmeyen Söylemler	Sınıf İçi Konuşmalara Örnek
Öğretmenin nöbetçi öğrenciyi tahtaya kaldırıp tahtayı sildirmesi üzerine gerçekleşen söylemler	Ö3: Sadece şu kısmı silelim. Şunla *(kuralın yazıldığı yer)*, şurayı (işlemin olduğu yer) Eda: *(Gösterilen yeri silmeye başladı)* Ö3: Şurayı silme, yıldızlı yer Eda: Öğretmenim şurayı sileyim mi? Ö3: Başlığı sil... (Gözlem notu, 07.12. 2016/ 2. Ders/ 02.00-02.30 dakika)
Öğretmenin sınıf düzenini/yönetimini sağlamak için öğrencilerle aralarında geçen söylemler dahil edilmemiştir. Ancak sınıf düzeninin içinde öğrenmeye yönelik motivasyonla ilgili bir söylem varsa dahil edilmiştir.	Ö4: Bu senin matematik defterin değil mi? Turgut: Hayır, şey öğretmenim... Ö4: O matematik defteri değil ki? Düzgün bir matematik defteri al kendine, kareli. (Gözlem notu, 14.01.2016/1. Ders/ 00.00-00.09 dakika)
	Ö6: Evet nöbetçi tahtamızın sol tarafını silelim. Mehmet: Öğretmenim Eren beni rahatsız ediyor, tahtaya en büyük harflerle ismini yazabilir misiniz? (öğretmen tahtaya uyarı amaçlı öğrenci ismini yazmasını istiyor) Ö6: Parmak kaldırmadan konuştuğun sürece yazılacaksın. (Gözlem notu, 15.03.2017/2. Ders/ 00.30-00.31 dakika)
Sınavla ilgili söylemler dahil edilmemiştir. Ancak sınav kapsamında matematiksel zeminle ilgili söylemler dahil edilmiştir.	Burak: Hocam sınavda çizim sorar mısınız? Ö1: Sınavda çizim olmayacak. Burak: Öğretmenim peki sınav test mi klasik mi? Ö1: Daha belli değil. Zeliha: Öğretmenim peki sınavda ... Ö1: Daha belli bir sınav programı yok. (Sınıftan uğultulu konuşmalar geldi) (Gözlem notu, 07.03.2017/1. Ders/18.30-19.18)
Matematikten proje almayla ilgili söylemler	Ö5: Çocuklar, yakın zamanda öğretmeniniz matematikten proje alanlara ben proje konusu vermeyeceğim. Ona göre kendiniz seçin (Gözlem notu, 21.12.2016/1. Ders/ 24.44-25.32)

Tablo 6'da matematiksel söylem kapsamında değerlendirilmeyen söylemler yer almaktadır. Tablodaki matematiksel söylemlere bakıldığında, veri analizine dahil edilmeyen söylemlerin matematiksel zemini oluşturan dile yönelik olmadığı görülmektedir. Matematik öğrenme ve öğretmeye yönelik matematiksel içerikle ilgili tüm söylemler matematiksel söylem olarak kabul edilmiştir. Ancak doğal sınıf ortamındaki konuşmalarda yukarıda görüldüğü gibi, matematiksel söylem olmayan söylemlerin de oluştuğu görülmektedir. Bu söylemlerin daha net anlaşılması için Ek 6.1, Ek 6.2, Ek 6.3, Ek 6.4'te de matematiksel olmayan söylemlere örnekler verilmiştir. Bu eklerde Tablo 6'dan farklı olarak başka bir öğretmenin dersinde oluşan matematiksel olmayan ama sınıf içindeki doğal ortamda oluşan söylemlerden örnekler yer almaktadır. Örneğin Ek 6.4'te yer alan, Ö6 kodlu öğretmenin dersinde oluşan proje ödevi alma ile ilgili söylem öbeğinde, takip çizelgesi, notların nasıl verileceği gibi söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Ancak bu söylem öbeğinden farklı olarak başka bir söylem öbeğinde projeden bahsederken matematiksel zeminle ilgili bir söylem oluşmuşsa mutlaka dahil edilmiştir. Örneğin 474 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *“Yani bu kırtasiye malzemesinden, yiyeceklerden, mobilyadan, beyaz eşyadan... Her şeyi aldığımız zaman bunun için de mutlaka Katma Değer vergisi vardır”* söylemine ilişkin bir öğrenci *“Fişlerde yazıyor Hocam”* söylemiyle cevap verdiği görülmüştür. Bu söyleme ilişkin öğretmenin de *“Hatta proje KDV ile ilgili proje ödevi olanlar, kimler, Alptuğ, sen bana göstermiştin...”* söylemi ve bu söylemden sonra proje ödevi kapsamında KDV ile ilgili matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Ondalık gösterimin günlük hayattan örnek verildiği bu söylem, matematiksel söylem olarak düşünülmüş ve söylemde projeyle de ilgili konuşulsa veri analiz dahil edilmiştir.

Doğal sınıf ortamında, matematiksel söylem olan ve olmayan bir çok söylem oluşmaktadır. Bu söylemlerin veri analizinde birbirine karışmaması ve veri analizinin daha sistematik olması için video analiz formundan yararlanılmıştır. Böylelikle araştırmanın amacına uygun olarak matematiksel söylemler belirlenmeye çalışılmıştır. Çünkü video analiz formu ile matematiksel söylemin ders içindeki zamanı, içeriği vb. tespit edilmiştir. Öğretmen ve öğrenciler arasında matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğunu belirlemek amacıyla *Sınıfın organizasyonu ve Zaman, Sınıf içi Konuşmalar, Matematiksel Söylem Tipi* olmak üzere üç temel başlıktan oluşmaktadır. Bu başlıkların neler içerdiği aşağıda ayrıntılı bir şekilde sırasıyla açıklanmıştır.

Sınıfın Organizasyonu ve Zaman

Öğretmenin derse giriş yapması, farklı örneğe geçmesi, örneği tekrar anlatması vb. gibi benzeri durumlar dikkate alınarak bir matematik dersindeki sürecin akışı belirlenmiştir. Sınıf içindeki her bir organizasyonun başlangıcı ve bitişi, kırk dakikalık ders süresi içinde dakikalarla eşleştirilmiştir. Sınıf içi organizasyon ve zamanın anlaşılmasına yönelik örnekler aşağıda verilmiştir.

1. Öğretmen Pi gününde neler yapılabileceğinden bahsederek derse başladı. Daha sonra tam sayıların nerede kullanıldığına ilişkin hatırlatma yaptı. 00.00-05.14 dakika
2. Öğretmen iki değişken arasındaki ilişkinin farklı gösterim biçimlerine geçti. 06.39-08.35 dakika
3. Öğretmen kitaptaki diğer soruya geçti (Sayfa 101’de 9.soru). Kitaptaki soru şu şekildeydi: Kemal öykü kitabının 4/5 ünü 8 günde okudu. Kemal, öykü kitabının aynı hızla okursa, kaç günde bitirir? 13.16-16.12 dakika
4. Öğretmen akıllı tahtadan farklı bir soruya geçti. Bu sorunun bir kaç sorudan oluşacağını ve sorunun çözümünden sonra not yazdıracağını söyledi.

> Öğretmenin yazdırdığı soru şu şekildeydi: Matematiğin 1.sınavının notlarını biliyorsunuz. Şuradan 10 kişi alalım. a)100, 70, 65, 80, 90, 85, 80, 70, 55, 60 *(sınavdan alınan notları farklı öğrenciler söyleyerek)* 05.30- 08.40 dakika

Görüldüğü gibi, sınıf içi organizasyon ve zaman eşleştirilerek matematik öğrenme ve öğretme sürecinin akışı sırasıyla açıklanmıştır. Yukarıda yer alan zaman dilimleri, ilgili sınıf içi organizasyonun başlayıp bittiğini göstermektedir. Ancak bazen sınıf içi organizasyonlara geçişte zaman dilimlerde boşluk oluşmaktadır. Örneğin 08.40'dan sonra 08.41'de başka bir sınıf içi organizasyon başlarsa, 1 dakika arasında boşluk olmasının nedeni matematiksel söylemin hiç oluşmadığı zamanlara denk gelmesidir. Öğretmen bu süreçte konu alanıyla ilgili ve öğrencilerin seviyesine kitaptan uygun soruları seçiyor ya da başka bir sınıf içi organizasyon için hazırlık yapıyor olabilmektedir.

Sınıf İçi Konuşmalar

Gözlem yapılan süre içerisinde elde edilen videolardan matematiksel söylemler sınıf içi organizasyona göre transkript edilmiştir. Literatüre göre video analizlerinde jest-mimik , hareket vb. gibi davranışların da incelenmesi gerektiği yer almalıdır. Bu nedenle matematik dersinde öğretmenin ya da öğrencilerin beden dilini kullanıldığı durumlar bu başlık altında incelenmiştir. Jest-mimik, hareket vb. gibi davranışlar, bulguların sunumunda parantez içinde gösterilmiştir.

Matematiksel Söylemin Tipi

Video analiz formuna yazılan matematiksel söylemler alanyazının sürekli olarak incelenmesinden sonra şekillenmiştir. Nitekim gömülü teori araştırmalarının ilerleyen basamaklarında bulguların kanıtlanmasının kolaylaşması için verilerin birinci kodlama aşamasında alanyazın incelenmesi gerekmektedir. Başka bir ifadeyle araştırmacı yeni model ya da kuram için bazı ilkeler geliştirdiyse kendi geliştirdiği kavramları desteklemek için alanyazın incelemesi yapmalıdır (Saban ve Ersoy, 2016). Bu araştırmada da video analiz formuna matematiksel söylem tiplerinin yazılmasında alanyazın incelemesinden yararlanılmıştır. Alanyazında bulunan Mortimer ve Scott (2003) tarafından geliştirilen iletişim yaklaşım modeli, matematiksel söylemlerin oluşumunu genel olarak incelemek için esas alınmıştır. Çünkü bu iletişim modelinin sınıf içindeki söylemleri analiz etmede diğer model ya da teorik çerçevelere göre daha kapsayıcı olduğu düşünülmüştür (Lemke, 1990; Cazden, 2001). Bu iletişim modeli, sınıf içinde öğretmen ve öğrenciler arasındaki konuşmalardan yola çıkılarak oluşturulmuş iki boyutlu bir matristir. Birinci boyut otoriter ve diyaloglu konuşmalardan oluşurken, ikinci boyut etkileşimli ve etkileşimli olmayan konuşmalardan oluşmaktadır. Birinci boyut ve ikinci boyuttaki konuşma tipleri kesişmesiyle dört konuşma tipi ortaya çıkmıştır. Bunlar aşağıda açıklanmıştır (Mortimer ve Scott, 2003. s.39).

Etkileşimsiz/Otoriter: Öğretmen spesifik bir bakış açısı sunar.

Etkileşimli/Otoriter: Öğretmen belirli bir bakış açısına ulaşmalarını amaçlayan bir dizi soru ve cevap yardımıyla öğrencilerini yönlendirir.

Etkileşimsiz/Diyalojik: Öğretmen çeşitli fikirleri, farklı perspektifler üzerinde araştırarak ve çalışarak öğrencilerle birlikte ele alır.

Etkileşimli/Diyalojik: Öğretmen ve öğrenci fikirleri bir arada bulunur. Öğrenciler yeni anlamlar üreterek, özgün sorular sorarak ve farklı bakış açılarını dinleyip üzerinde çalışarak keşfederler.

Mortimer ve Scott'ın (2003) iletişim modelinden yararlanılarak bu çalışmada farklı söylem tiplerinin olduğu belirlenmiştir. Yukarıda açıklanan iletişim modellerinde olduğu gibi, bu araştırmada da belirlenen söylem tiplerinin tümünde, öğretmenin söylemleri yer almaktadır. Ancak öğretmenin ve öğrencilerin sınıf içindeki etkileşimlerine göre iletişime katılma süreci farklılaşmaktadır. Dolayısıyla bu araştırmadaki öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşim düşünülerek Mortimer ve Scott'ın (2003) iletişim modelinden yararlanılmıştır. Etkileşimsiz/ Otoriter konuşma tipinde olduğu düşünülerek *Öğretmen* söylem tipi olarak adlandırılmıştır. Bu bağlamda Etkileşimsiz/ Otoriter konuşma tipinin yer aldığı matrise, *Öğretmen* söylem tipinin yazılması uygun görülmüştür. Öğretmenin sorularına sınıftaki öğrencilerin çoğu aynı anda cevap vererek etkileşimli olmayan diyaloga benzer söylemlerin oluşmasından dolayı Etkileşimsiz/ Diyaloglu konuşma tipi ise *Öğretmen-Sınıf* söylem tipi ile eşleştirilmiştir. Ancak bu eşleşmenin birbirine benzediği ve ayrıldığı yönleri vardır. Örneğin bu konuşma tipinde, daha önce tartışılmış, konuşulmuş şeyleri özetleme gibi söylemlerin oluşabileceğinin ifade edilmesi (Kaya ve diğerleri, 2016), benzer yön olarak görülebilir. Çünkü *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde de öğretmenin yönlendirmesiyle daha önce konuşulan ifadeler özetlenmektedir. Başka bir ifadeyle öğrenciler ve öğretmen arasında etkileşim oluşmadığı için *Öğretmen-Sınıf* söylem tipi, Etkileşimsiz/Diyalojik iletişim tipi ile eşleştirilmiştir. Diğer söylem tiplerinde ise sınıf içindeki etkileşim merkeze alınmış ve etkileşimin öğretmen ve öğrenciler arasında olup olmamasına göre söylem tipleri isimlendirilmiştir. Örneğin öğretmenin kontrolünde öğrencinin matematiksel söyleme etkileşimli katılması *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipi olarak düşünülmüştür. Bu nedenle de Etkileşimli/ Otoriter konuşma tipinin yer aldığı matrise, *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipi yerleştirilmiştir. Aslında bu söylem tipinde de diyalog oluşmaktadır ancak öğretmen ve bir öğrenci arasındaki etkileşim daha ön planda olduğu için etkileşim bileşeni dikkate alınmıştır. Öğrenci ile öğretmen arasındaki etkileşimin sınırlarını belirleyen öğretmen olduğu için otoriter bileşeni dikkate alınmıştır. Etkileşimli/ Diyaloglu matrisinin olduğu yere ise, sınıf içindeki etkileşimin çok yönlü olmasından dolayı *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipi yazılmıştır. Şekil 11'de Mortimer ve

Scott'ın (2003) geliştirmiş olduğu iletişim modeli ve bu iletişim modelinin devamında bu araştırma için geliştirilen söylem tipleri matris şeklinde yer almaktadır.

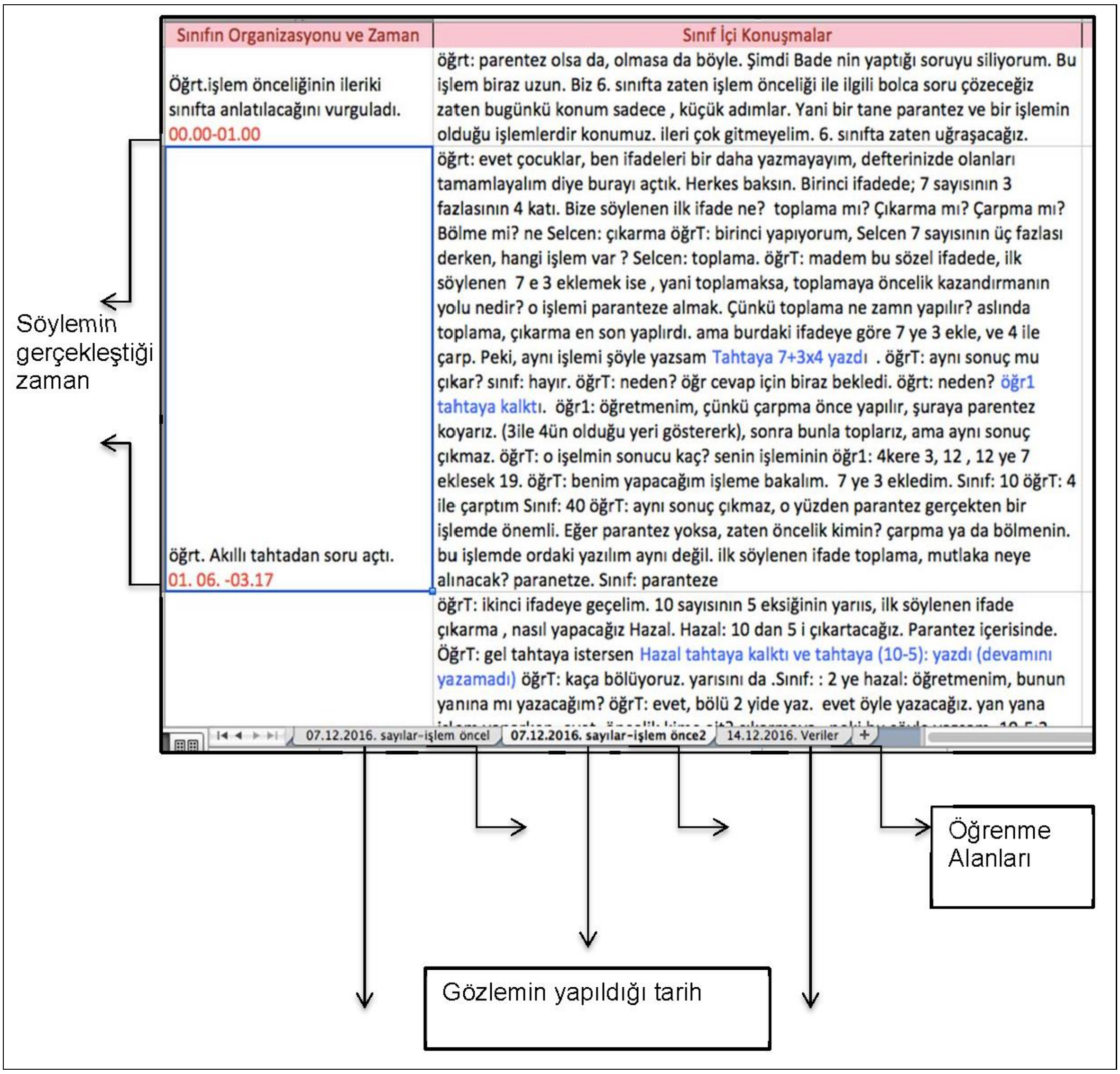
	Etkileşimli	Etkileşimli Olmayan
Otoriter	Etkileşimli/ Otoriter	Etkileşimli Olmayan/ Otoriter
Diyaloglu	Etkileşimli/ Diyaloglu	Etkileşimli Olmayan/ Diyaloglu

Farklı İletişim Türleri (Mortimer &Scott, 2003 s. 35)

	Etkileşimli	Etkileşimli Olmayan
Otoriter	Öğretmen-Öğrenci	Öğretmen
Diyaloglu	Öğrenci-Öğrenci	Öğretmen-Sınıf

Şekil 11. Etkileşim modelinin söylem tiplerine uyarlanması

Matematiksel söylemlerin oluşumuna yönelik genel bir bakış açısı elde etmek için Şekil 11'de gösterilen etkileşim modeli uyarlanarak yeni bir model oluşturulmuştur. Bu yeni modele göre öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşim, söylem tipleri olarak özgün bir sınıflandırma içermektedir. Yukarıdaki şekle göre matematiksel söylemler, sınıf içi organizasyona göre yazıldıktan sonra söylem tipleri belirlenerek video analiz formuna notlar halinde yazılmıştır. Matematiksel söylemleri daha sistematik bir şekilde analiz etmek için Excel de video analiz formu hazırlanmıştır. Araştırmada gözlem yapılan her öğretmene ayrı bir Excel dosyası açılmıştır. Daha sonra gözlem yapılan her bir öğretmenin dersindeki matematiksel söylemler, tarih ve matematik öğrenme alanına göre ayrı bir Excel sayfasına yazılmıştır. Şekil 12'de matematiksel söylemlerin yazıldığı video analiz formunun Excel sayfasından bir örnek sunulmuştur.



Şekil 12. Açık uçlu video analiz formundan örnek

Görüldüğü gibi matematiksel söylemler, gözlemin yapıldığı tarih ve öğrenme alanlarına göre video analiz formuna yazılmıştır. Örneğin yukarıda Şekil 12'den 07.12.2016 tarihinde sayılar öğrenme alanında işlem önceliği konusunda gözlem yapıldığı anlaşılmaktadır. Matematiksel söylemler, gözlem yapılan tarih ve öğrenme alanına göre sistematik bir şekilde yazılmıştır. Söylem tipleri ise (*Öğretmen, Öğretmen-Sınıf, Öğretmen-Öğrenci, Öğrenci-Öğrenci*) sınıf içi konuşmaların yer aldığı sütunun yanına yazılmıştır ancak notlar halinde forma yazıldığı için yukarıdaki şekilde yer almamıştır. Çünkü söylem tipleri, söylemin genel yapısı göz önünde bulundurularak MAXQDA programında kodlanmıştır. Veri analiz sürecinin başında, video analiz formuna bu şekilde yazılması, gömülü teorinin analizinde ilk adım olan açık kodlamaya yardımcı olmuştur. Dolayısıyla video analiz formu, veri analiz sürecini sistematikleştirmiştir. Daha sonra video analiz formunda yer alan “Sınıf içi konuşmalar” bölümü Word de aktarılmıştır. Excel formuna benzer şekilde, gözlem yapılan her bir öğretmene ayrı bir Word dosyası oluşturularak, Word dosyaları tarih ve isme göre isimlendirilmiştir. Bu Word dosyaları MAXQDA’ya oluşum zamanına göre sırasıyla aktarılmıştır. Daha sonra, sınıf içi organizasyona göre gruplanan matematiksel söylemlere, söylem öbeği adı verilmiştir. Bu söylem öbekleri oluşum zamanına göre sırayla numaralandırılmıştır. Bulguların sunumunda da söylem öbekleri numaralar halinde ve bu öbeğin içindeki matematiksel söylemler de satır numaraları şeklinde yer verilmiştir. Örneğin bulguların sunumunda yer alan “356.15” kodlaması, 356 nolu söylem öbeğinde 15. satır anlamına gelmektedir. Benzer şekilde “1894.2” kodlaması, 1894 nolu söylem öbeğinde 2. satır anlamına gelmektedir. Matematiksel söylemin yapısını ortaya çıkarmak için söylem öbeği ve bu öbek içindeki söylemlerin satır satır bulgularda yer almasının daha uygun olacağı düşünülmüştür. Söylem öbeklerinde satır numaraları verilirken matematiksel söylemin başlangıç ve bitişi dikkate alınmıştır. Ancak *Öğretmen* söylem tipinde, matematiksel söylemler bazen bir iki paragraf halinde olabildiği için, bu söylem tipinde cümle cümle satır eşleştirmesi yapılmıştır. Diğer söylem tiplerinde bir konuşmacıdan diğerine geçişteki matematiksel söylemler, satır olarak belirlenerek numaralandırılmıştır.

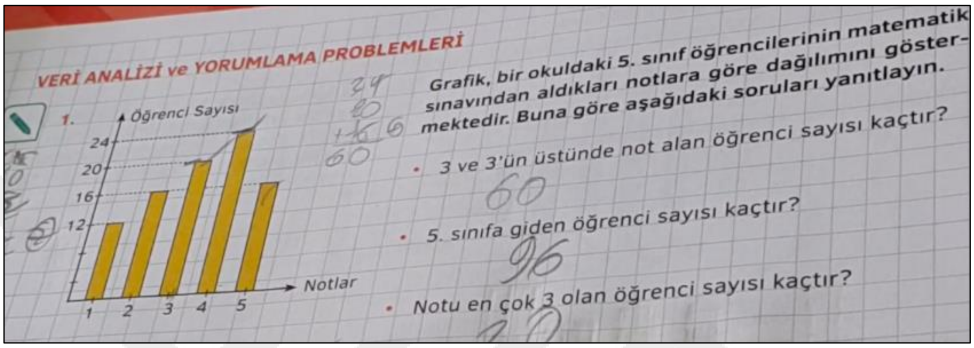
Söylem öbeklerinin numaralandırılması ise, matematiksel söylemlerin oluşum sırasına göre yapılmıştır. Örneğin 19 nolu söylem öbeği, 675 nolu söylem öbeğinden önce oluşmaktadır. Bu bağlamda 1’den 2046’ya kadar söylem öbekleri oluşum sırasına göre numaralandırılmıştır. Bu söylem öbeklerinin tamamına bulgularda yer verilmemiştir. Ancak bulguları desteklemek için aynı öğretmenin farklı derslerinde ya da farklı öğretmenlerin derslerinde oluşan matematiksel söylemlerden örnekler Ek 10’da yer almaktadır. Ek 10’da söylem göstergelerine göre diğer derslerde oluşan matematiksel söylemler yer almaktadır. Böylelikle söylem göstergelerinin nasıl oluştuğu, Ek-10’daki örneklerle daha da yansıtıcı olmaktadır. Bulgularda olduğu gibi Ek 10’da da söylem öbeği numarası ve satır numarasına göre matematiksel söylemlerden örnek verilmiştir. Diğer yandan söylem öbekleri oluşum sırasına göre MAXQDA nitel analiz programında incelenmiştir. Ancak çok az söylem öbeğinde (3-4 tane) oluşum sırası öğretmenin etkileşime geçtiği öğrenciye göre değiştirilmiştir. Örneğin 801 ve 802 numaralı söylem öbeğinde Ö5 kodlu öğretmen önce Taha’ya soru sormaktadır; Taha’ya anlatırken başka bir öğrencinin soru sormasıyla soru soran öğrenci ile öğretmen arasında matematiksel söylemler oluşmaktadır. Daha sonra öğretmen ile Taha arasında tekrar matematiksel söylemler oluşmuştur. Dolayısıyla bu iki söylem öbeğinin düzenlenmesine karar verilmiştir. İki söylem öbeği arasında yapılan yer değişimi oklarla belirtilerek Ek 4’te yer almaktadır. Ancak çok az sayıdaki söylem öbeğinde bu şeklide parçalanma olup ve oluşum sırası değiştirilmiştir. Araştırmanın bütününe bakıldığında söylem öbekleri oluşum sırasına göre numaralandırılarak incelenmiştir. Ayrıca söylem öbeklerinde yer alan öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söylemleri, öğrencilerin isimlerine kod adları verilerek; öğretmenlerin söylemleri ise Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5 ve Ö6 şeklinde kodlanarak yazılmıştır. Öğrencilerin aynı anda konuştuğu matematiksel söylemler ise Sınıf olarak kodlanmıştır.

3. 4. 2. Matematiksel Söylemlerin Oluşumuna Zemin Hazırlayan Matematiksel Dile Yönelik Ögelerin Belirlenmesi

Matematik diğer disiplinlerden farklı olduğu için matematiksel söylemler de diğer söylemlerden farklıdır (Wood, 2012). Buna ilaveten matematiksel söylemler, matematiğin kendine ait kelimeleri, görsel aracıları, rutinler ve tasdik edilmiş anlatıları içermesinden dolayı diğer söylemlerden ayırt edilebilir (Sfard, 2008). Çünkü matematiksel söylem birbiriyle ilişkili birçok karakteristik özelliğe sahiptir (Sfard, 2012). Matematiksel söylemin birbiriyle ilişkili karakteristik özellikleri, matematiğin kendine ait dilsel kimliğiyle ilişkilidir. Nitekim matematik aynı kelimeden, işaretten veya gösterimden insanların aynı şeyi anladığı evrensel bir dildir. Öğretmen ve öğrenciler tarafından matematiğin kendine ait dilinin kullanılması matematiksel söylemler aracılığıyla olmaktadır. Bu nedenle matematiksel dil ve söylemin birbiriyle ilişkili olduğu göz önünde bulundurulmalıdır.

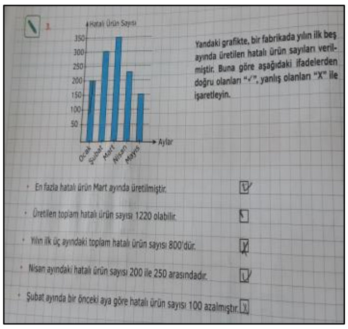
Matematiksel dil sadece matematiğin kendine ait sembolleri ve kelimeleri vb. olarak ele alınmamalı, sınıf içindeki yüz yüze iletişime odaklanılarak matematiksel söylemlerle birlikte kapsamlı düşünülmelidir (Morgan, Craig, Schuette ve Wagner, 2014). Bu araştırmada da matematiksel söylemler ile matematiksel zemin (dil) birlikte ele alınmıştır. Matematiksel zemini (dili) oluşturan ögeler, Sfard'ın (2012) matematiksel söylemi karakterize ettiği dört bileşenden yararlanılmıştır. Bu dört bileşen, matematiğin kendine ait özel kelimeleri, matematiksel yollarda görülen görsel işlevler, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılardır. Dolayısıyla matematiksel söylemin karakteristik özellikleri, matematiğin kendine ait dilindeki özelliklerle ilişkilendirilmektedir. Bu araştırmada da matematiksel dilin ögeleri, Sfard'ın (2012) matematiksel söylemleri karakterize ettiği teorik çerçeveden yararlanılarak belirlenmiştir. Bu bağlamda matematiksel dili oluşturan ögeler; matematiksel terminoloji, görsel aracılar ve matematiğin kendine ait yapısındaki soru/problem çözümü olarak belirlenmiştir. Bu araştırmada matematiksel zemin olarak belirlenen ilk iki öge açık bir şekilde Sfard'ın (2012) teorisi ile örtüşmektedir. Bu araştırmada belirlenen soru/problem çözümünün ise rutinler ve tasdik edilmiş anlatıları kapsadığı düşünülmüştür. Çünkü soru/problem çözümünde öğrenci ve ya öğretmenler terminoloji ve görsel aracıdaki matematiksel bilgilerini kullanarak daha önce bu zeminlerde ifade ettiği söylemleri tekrar kullanmaktadır. Sfard'ın (2012) teorisindeki tasdik edilmiş anlatılar ise üç bileşeni (terminoloji, görsel aracı ve soru/problem çözümü) kapsayan ifadeler olduğu soru/problem çözümünde ele alınmıştır. Dolayısıyla Sfard'ın teorisindeki son iki bileşen, bu araştırmada soru/problem çözümü kapsamında değerlendirilmiştir. Sfard'ın (2012) teorisinden yola çıkarak bu araştırmada belirlenen matematiksel zeminin ögelerinin nasıl oluştuğu, hangi durumlarda birbirinden ayrıldığı aşağıda sırasıyla açıklanmıştır.

Matematiksel terminolojiye yönelik söylemler kapsamında matematiksel terimler, semboller, kavramsal kelimelere vb. yönelik söylemler incelenmiştir. Öğrenilen konuya ilişkin sembol, terim ve kavramları içeren söylemler matematiksel terminoloji kapsamındaki söylemler olarak belirlenmiştir. Başka bir ifadeyle öğrencilerin problem çözmeden önce bilmesi gereken temel bilgilere yönelik söylemler, matematiksel terminoloji kapsamındaki söylemlerde değerlendirilmiştir. Ayrıca matematiksel terimlerin, sembollerin ve kavramsal kelimelerin günlük hayatta nerede karşılaşıldığına ve nasıl kullanıldığına ilişkin matematiksel söylemler bu kategoride değerlendirilmiştir. Görsel aracılara yönelik matematiksel söylemler kapsamında ise, grafikler, şekiller, tablolar modelleme vb. görsel matematiksel ifadeler incelenmiştir. Matematiğin kendine ait yapısındaki soru/problem çözümü kapsamındaki söylemlerde ise bir soru/problem çözümünde yapılması bilinmesi gereken temel bilgiler ve izlenen adımlar incelenmiştir. Örneğin rasyonel sayılarla toplama işlemi ile ilgili bir problem çözümünde; problemi anlayıp, öğrencinin paydaları farklı sayılarla toplama işlemi yaparken paydanın eşitleneceğini bilmesi, sonrasında bildiklerini probleme uyarlaması bu kategori kapsamında ele alınmıştır. Ancak Sfard (2012) çalışmasında da belirttiği gibi matematiksel söylemlerin karakteristik özellikleri birbiriyle ilişkili olup bazı durumlarda iç içe geçmektedir. Sfard (2012) teorik çerçevesinden yararlanılarak oluşturulan matematiksel dil ögelerinden görsel aracılar ve soru/problem çözümü bazı durumlarda iç içe geçmektedir. Örneğin çizgi grafiğinin oluşturulmasına yönelik öğrenim-öğretim sürecindeki söylemler, hem görsel aracılar hem de soru/problem çözümü kategorisinde yer almaktadır. İç içe geçen matematiksel ögelerde, matematiksel söylemin amacı ve gidişatı esas alınarak değerlendirilmiştir. Matematiksel söylemin amacı grafik oluşturmak ise, görsel aracılara yönelik söylem; grafikle ilgili soru/problem çözümü ise matematiğin kendine ait yapısındaki soru/problem çözümüne yönelik söylem olarak düşünülmüştür. Örneğin model oluşturmaya yönelik 361 nolu söylem öbeği soru/problem çözümü olarak değerlendirilmemiştir. Bu söylem öbeğinin matematiksel zemin olarak problem/ soru çözümünde yer almamasının nedeni Ö4 kodlu öğretmenin matematiksel söylem oluşumunun ilk aşaması olan motivasyon aşamasında da şekil çizmenin öneminden bahsetmesi olarak açıklanabilir. Ancak soru/problem çözümünde görsel aracılar üzerine matematiksel söylemler oluştuysa, görsel aracılara yönelik söylemler olarak değerlendirilmiştir. Örneğin kesirler konusu ile ilgili soru/problem çözümünde modellemeyle ve modellemenin anlaşılmasıyla ilgili matematiksel söylemler oluştuysa görsel aracılara yönelik matematiksel söylemler olarak değerlendirilmiştir. Diğer yandan soru/problem çözümünde de görsel aracılar yer alarak, matematiksel söylemler soru çözme üzerine yoğunlaştıysa söylem öbeğinin zemini soru/problem çözümü olarak belirlenmiştir. Örneğin 180 nolu söylem öbeğindeki soru aşağıda yer almaktadır.



Şekil 13. Matematiksel zeminin ögelerinden soru/problem çözümüne örnek 1

Şekil 13'teki sorudan görüldüğü gibi, soruda görsel aracı yer almaktadır. Her ne kadar soru görsel aracıların yorumlanmasıyla ilgili olsa da bu söylem öbeğinde oluşan söylemlerin daha çok soru çözme ile ilgili olduğu belirlenmiştir. Çünkü görsel aracının yorumlanmasına ilişkin matematiksel söylemlerin soru çözme stratejilerine ilişkin söylemlere göre daha az oluştuğu görülmüştür. Örneğin motivasyon aşamasında *"yapamayan/anladığını soran"* kodu oluşmuşken; matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında *"yanlış cevabı-eksik cevabı tartışma"* kodu oluşmuş ve matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında *"hatayı fark etme"* kodu oluşmuştur. Tüm bu söylem göstergelerinin soru/problem çözümüne ait kodlar olması, bu durumu destekler niteliktedir. Benzer şekilde görsel aracı içeren bir başka soru da aşağıda yer almaktadır.



Şekil 14. Matematiksel zeminin ögelerinden soru/problem çözümüne örnek 2

Şekil 14’ten görüldüğü gibi, soruda sütun grafiği yer almaktadır. Ancak doğru, yanlış şeklinde işaretlemelerle ilgili söylemler olduğu için bu fotoğrafa ilişkin söylem öbeğinin zemini soru/problem çözümü olarak belirlenmiştir. Benzer şekilde 235 nolu söylem öbeğinde görsel aracı yer alsa da oluşan söylemlerden dolayı söylem öbeğinin zemini soru/problem çözümü olarak değerlendirilmiştir. 235 nolu söylem öbeğinde oluşan soru/problem çözmeye ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

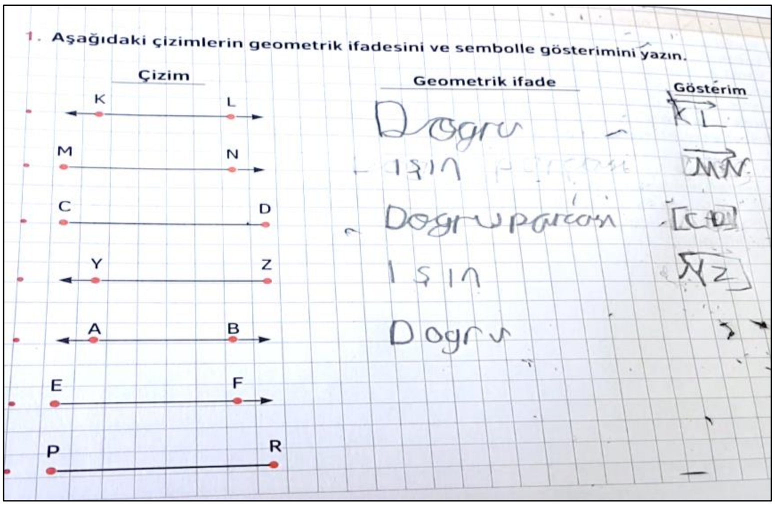
235.1 Ö1: Şimdi o zaman atölyemiz atölye sayfa 89, 1. soru çabuk, Evet sayfa 89 1. soru için 1 dakikanız var çabuk bekliyorum. (sınıfta karşık sesler var).

235.2 İsmail: Hocam şu verdiğiniz örnekte doğrusal yok değil mi?

235.3 Ö1: yok (öğretmen öğrencilerin çözmesi için zaman verdi ve sınıf arasında dolaşmaya başladı) sayfa 89 soru 1 de diyor ki. Aşağıdaki grafiklerden doğrusal ilişkiyi gösterenleri tik işareti ile belirleyiniz. Toplamda 3,6,9,12 tane grafik var, sizce o 12 grafiğin kaç tanesi doğrusal işaretleyeceksiniz. (Sınıfta yine anlaşılmayan karışık sesler geldi) (öğretmen dolaşmaya devam ediyor)

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, doğrusal grafikle ilgili matematiksel söylemler oluşmaktadır. Ancak doğrusal grafiğin yapısı, özellikleri ya da günlük hayatla ilişkisinden daha çok soru çözme stratejisine ağırlık verildiği anlaşılmaktadır.

Soru/problemlerde görsel aracı olmasına ilaveten az sayıda da olsa terminolojinin olduğu belirlenmiştir. Bu durumu örneklendirebilecek sorunun fotoğrafı (bir öğrencinin kitabından) aşağıda yer almaktadır.



Şekil 15. Matematiksel zeminin ögelerinden soru/problem çözümüne örnek 3

Şekil 15'te doğru, doğru parçası ve ışının şekilsel ve sembolik gösterimi sunulup sözel ifadesi yer almaktadır. Şekilsel ve sembolik gösterim matematiksel terminoloji olarak düşünülebilir ancak oluşan söylemlerin daha sorunun cevaplanmasına ilişkin olduğu belirlenmiştir. Çünkü peş peşe bir öğrencinin isimlendirmeyi yapıp öğretmenin de doğru, yanlış şeklinde dönütler verdiği belirlenmiştir. Doğru, doğru parçası ve ışının nasıl isimlendirildiği ve farklı gösterimlerinin olup olmadığına ilişkin matematiksel söylemlerin oluşmadığı söylenebilir.

Soru/problem çözümünün kendi içinde ise daha farklı durumlarla karşılaşılmıştır. Soru/problem çözümü ile ilgili söylem öbeklerinin başlama ve bitiş noktalarını ayırt etmek için her bir soru kendi içinde değerlendirilmiştir. Çünkü bazı soruların şıkları da olduğu için, sorunun şıklarına ilişkin matematiksel söylemler ayrı bir söylem öbeği olarak değerlendirilmiştir. Ancak bazı söylem öbeklerinde sorunun tekrar organize edildiği ve tekrar anlatıldığı görülmüştür. Örneğin 129 nolu söylem öbeğinde öğretmenin öğrencileri tekrar güdüleyerek motive ettiği ve daha sonrasındaki matematiksel söylem oluşumu aşamalarının da oluştuğu görülmüştür. Bu nedenle 128 nolu söylem öbeğinde matematiksel fikirlere ulaşıldıktan sonra diğer matematiksel söylemler ayrı bir söylem öbeği olarak değerlendirilmiştir. Aynı problem/soruya ilişkin iki ayrı söylem öbeğinin oluşmasında matematiksel söylem oluşumu aşamalarının ayrı ayrı görüldüğü söylenebilir.

Soru/problem çözümüne yönelik bazı söylem öbeklerinde aynı anda bir kaç öğrencinin tahtaya kalkıp farklı soruları çözdüğü belirlenmiştir. Örneğin 406 nolu söylem öbeğinde 3 farklı öğrenci tahtaya kalkarak aynı konuya ilişkin farklı soruları çözmektedir. Dolayısıyla bu söylem öbeğinde her bir soru için motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin sorulara göre sırayla gitmediği belirlenmiştir. Bu bağlamda söylemlerin oluş sırasından farklı olarak her bir soruya ilişkin söylemler bir araya getirilmiştir.

Yukarıda, veri analizi sürecinde söylem öbeklerinin matematiksel zemini ve söylem tipinin nasıl belirlendiği, hangi durumlarda birbirinden ayrıldığı örneklerle açıklanmıştır. Matematiksel zemine yönelik ögelerin öğretmen ve öğrenci tarafından kullanımı sınıf içindeki matematiksel söylemler aracılığıyla olmaktadır. Dolayısıyla matematiğin kendine ait dili, matematiksel söylemlerin oluşumuna zemin hazırlamaktadır.

3. 4. 3. Matematiksel Söylemlerin Oluşumuna Yönelik Kodlamaların Yapılması

MAXQDA yazılımının gömülü teori ve eleştirel söylem analizi çalışmalarının analizinde kullanıldığı bilinmektedir (Kuckartz ve Rädiker, 2019). Bu nedenle matematiksel söylemlerin oluşumunun gömülü teori ile ortaya çıkacağı bu araştırmanın veri analizi sürecinde MAXQDA yazılımının uygun olduğu düşünülmüştür. Gömülü teori yaklaşımına uygun kodlamalar bu nitel analiz programında yapılmıştır. Nitekim gömülü teoride, açık kodlama, eksen kodlaması, seçici kodlama olmak üzere üç aşamalı bir veri analizi süreci kullanılır. İlk aşama olan açık kodlamada, deşifre edilmiş veriler (alan notları, görüşmeler, açık uçlu sorular) okunduktan sonra, önemli fikir ve kavramlar bir veya birkaç kelimeden oluşan kodlarla işaretlenir. İkinci aşama olan eksen kodlamasında, hangi kavramların daha önemli olduğuna karar verilir ve kavramlar teoriyi oluşturmak için belli bir düzene oturtulur. Son aşama olan seçici kodlamada, belirli bir temele dayanan kuramın son halini almaktadır (Christensen, Johnson, Turner ve Christensen, 2011). Bu bağlamda matematiksel söylemlerin yapısını ortaya çıkaracak gömülü teori keşfi açık kodlama ile başlamıştır. Açık kodlama süreci, pilot çalışmadaki verilerden yola çıkarak başlamıştır. Matematik dersinde öğretmen ve öğrenci diyaloglarını içeren farklı öğretmenlerden rasgele dersler seçilerek, transkript edilmiştir. Analizlere yardımcı olması amacıyla açık uçlu video analiz formu oluşturulmuştur. Bu transkriptler üzerine öne çıkan temalar karışık bir şekilde video analiz formuna ve kağıt üzerinde kodlanmıştır. Matematik söylemler kimlerin arasında oluştuğu ve matematiğin farklı öğrenme alanlarında matematiksel söylemlerin değişkenlik gösterdiği bu notlarla belirlenmiştir. Veri analizi süreci devam ederken asıl araştırmayla ilgili veriler toplanmaya devam etmiştir. Bu süreçte araştırmacı matematik sınıflarındaki gözlemleriyle pilot çalışmanın verilerine ilişkin notlarla gerçek ortamda oluşan matematiksel söylemlerin tutarlılığını ya da farklılığını belirlemiştir. Araştırma sürecine ilişkin tüm veriler toplandıktan sonra, Excel dosyalarında her bir ders kaydedilmiştir. Daha sonra veriler Word dosyaları halinde MAXQDA programına yüklenmiştir. Bu program aracılığıyla matematiksel söylemin yapı taşlarını belirleyen Eksensel kodlama ve Seçici kodlama yapılmıştır. Eksensel kodlamada matematiksel söylemlerin oluşumuna daha geniş bir persektiften bakılarak söylem tipleri belirlenmiştir. Bu söylem tipleri araştırmanın problemlerinde yer aldığı gibi *Öğretmen, Öğretmen-Sınıf, Öğretmen-Öğrenci, Öğrenci-Öğrenci*' dir. Aslında araştırmanın problemleri de eksensel kodlamadan sonra daha netlik kazanmıştır. Ancak veriler analiz edildikçe bazı söylem öbeklerinin yapısında söylem tiplerinden en az ikisinin görüldüğü belirlenmiştir. Bu tür söylem öbekleri çok az sayıda olsa da veri analiz sürecine dahil edilmiştir. Bu bağlamda araştırmanın alt problemlerine bağlı belirlenen dört söylem tipinin en az ikisini kapsayan bu söylem öbekleri Karışık söylem tipleri olarak adlandırılmıştır. MAXQDA'da bu beş tip söylem tipi analiz edilmiştir. Karışık söylem tiplerinin diğer söylem tiplerine ayrıştırılmasına araştırmanın güvenirlik sürecinden sonra karar verilmiştir. Son olarak matematiksel söylemin en küçük yapıtaşları olan söylem göstergelerinin belirlenmesinde veriler seçici kodlama yapılmıştır. Matematiksel söylem oluşumunun yatay aşamalarını belirleyen bu seçici kodlama ile matematiksel söylemin kendi içindeki oluşumu incelenmiştir. Bu bağlamda yatay aşamaların kendi içinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerden oluştuğu belirlenmiştir. Bir söylem öbeğinin kendi içindeki oluşumundan örnekler Ek 8'de alt başlıklar halinde sunulmuştur. Matematiksel söylem öbeğini başlatan söylemler, motivasyona yönelik söylemler olarak düşünülmüştür. Çünkü motivasyon kavramı, bireyleri davranışa yönlendiren ve davranışın devamını sağlayan çeşitli dış ve iç sebepleri içermekle birlikte bu sebeplerin işleyiş mekanizmasını içermektedir (Akbaba, 2006). Bu bağlamda söylem öbeğini başlatan ve söylemlerini devamını getiren söylemler, motivasyona yönelik söylemler olarak düşünülmüştür. Matematiksel söylemlerin başlayıp devam etme sürecindeki söylemler ise matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemler olarak belirlenmiştir. Matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemler, matematiksel zemin hakkındaki konuşmaları içermektedir. Son olarak matematiksel zeminden çıkarılan sonuçlara söylemler ise matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemler olarak düşünülmüştür. Her bir söylem tipine ve zemine göre motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemler belirlenmiştir. Söylem tipleri matematiksel söylemin dikey boyutunu oluştururken; motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşma matematiksel söylemin yatay boyutunu oluşturmaktadır.Matematiksel söylemin oluşumunu yansıtan dikey ve yatay boyutlar Ek 5'te matris şeklinde yer almaktadır. Ancak bazı söylem öbeklerinde yatay aşamalarının belli bir sırayla gitmediği söylenebilir. Örneğin 200 nolu söylem öbeğinin son satırında Ö6 kodlu öğretmen *"Matematikte ne kadar çok işlem yaparsanız, ne kadar çok yazarsanız o kadar çok öğrenirsiniz."* söylemi ile öğrencileri motive ettiği görülmektedir.

Yukarıda matematiksel söylemin doğal yapısını ortaya çıkaracak teorinin keşfinde izlenen adımlar açıklanmıştır. Gömülü teori yaklaşımına uygun olarak veri toplama ve veri analiz sürecinin birlikte yürütülmesinin yanında veri analizi süreci de yukarıda açıklandığı gibi gömülü teori yaklaşımına uygun yapılmıştır. Veri analiz sürecindeki, açık kodlama, eksensel kodlama ve seçici kodlamaların nasıl yapıldığını yansıtan öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söylemleri örnek olarak verilmiştir. Bu örneklendirme, üç aşamanın sırasına göre Tablo 7'de yer almaktadır.

Tablo 7. Açık Kodlamaya İlişkin Örnek Kodlama

Sınıf İçi Gözlem Verilerinden Bir Örnek	Açık Kodlama
Öğrt Evet çocuklar, ben ifadeleri bir daha yazmayayım, defterinizde olanları tamamlayalım diye burayı açtık. Herkes baksın. Birinci ifadede; 7 sayısının 3 fazlasının 4 katı. Bize söylenen ilk ifade ne? toplama mı? Çıkarma mı? Çarpma mı? Bölme mi? Ne ? **Sevgi** Çıkarma **Öğrt** Birinciyi yapıyorum, Sevgi, 7 sayısının üç fazlası derken, hangi işlem var ? **Sevgi** Toplama.	➢ Öğretmen ve öğrenciler farklı tipte matematiksel söylemlerle matematiksel iletişime geçmektedir.
Öğrt Madem bu sözel ifadede, ilk söylenen 7 e 3 eklemek ise , yani toplamaksa, toplamaya öncelik kazandırmanın yolu nedir? O işlemi paranteze almak. Çünkü toplama ne zaman yapılır? Aslında toplama, çıkarma en son yapılırdı. Ama buradaki ifadeye göre 7 ye 3 ekle, ve 4 ile çarp. Peki, aynı işlemi şöyle yazsam *(Öğretmen tahtaya 7+3x4 yazdı)* **Öğrt** Neden? *(Öğrt. cevap için biraz bekledi)* Neden? *(Murat tahtaya kalktı)* **Murat** Öğretmenim, çünkü çarpma önce yapılır, şuraya parentez koyarız. *(3 ile 4 ün olduğu yeri göstererek)* Sonra bunla toplarız, ama aynı sonuç çıkmaz. **Öğrt** O işlemin sonucu kaç? Senin işleminin? **Murat** 4 kere 3, 12 , 12 ye 7 eklesek 19. **Öğrt** Benim yapacağım işleme bakalım. 7 ye 3 ekledim. **Sınıf** 10 **Öğrt** 4 ile çarptım **Sınıf** 40 **Öğrt** Aynı sonuç çıkmaz, o yüzden parantez gerçekten bir işlemde önemli. Eğer parantez yoksa, zaten öncelik kimin? Çarpma ya da bölmenin. bu işlemde oradaki yazılım aynı değil. İlk söylenen ifade toplama, mutlaka neye alınacak? Paranteze. **Sınıf** Paranteze	➢ Matematiksel söylem tipine göre öğretmen/ öğrenci farklı sorular ve cevaplarla düşüncelerini açıklamaktadır.

Tablo 8. Eksensel Kodlamaya İlişkin Örnek Kodlama

Sınıf İçi Gözlem Verilerinden Bir Örnek	Eksensel Kodlama
Öğrt Evet çocuklar, ben ifadeleri bir daha yazmayayım, defterinizde olanları tamamlayalım diye burayı açtık. Herkes baksın. Birinci ifadede; 7 sayısının 3 fazlasının 4 katı. Bize söylenen ilk ifade ne? toplama mı? Çıkarma mı? Çarpma mı? Bölme mi? Ne ? **Sevgi** Çıkarma **Öğrt** Birinciyi yapıyorum, Sevgi, 7 sayısının üç fazlası derken, hangi işlem var ? **Sevgi** Toplama **Öğrt** Madem bu sözel ifadede, ilk söylenen 7 e 3 eklemek ise , yani toplamaksa, toplamaya öncelik kazandırmanın yolu nedir? O işlemi paranteze alırız. Çünkü toplama ne zaman yapılır? Aslında toplama, çıkarma en son yapılırdı. Ama buradaki ifadeye göre 7 ye 3 ekle, ve 4 ile çarp. Peki, aynı işlemi şöyle yazsam *(Öğretmen tahtaya 7+3x4 yazdı)* **Öğrt** Neden? *(Öğrt. cevap için biraz bekledi)* Neden? *(Murat tahtaya kalktı)* **Murat** Öğretmenim, çünkü çarpma önce yapılır, şuraya parentez koyarız. *(3ile 4ün olduğu yeri göstererek)* Sonra bunla toplarız, ama aynı sonuç çıkmaz. **Öğrt** O işlemin sonucu kaç? Senin işleminin? **Murat** 4 kere 3, 12 , 12 ye 7 eklesek 19. **Öğrt** Benim yapacağım işleme bakalım. 7 ye 3 ekledim.	**Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipi**
Sınıf 10 **Öğrt** 4 ile çarptım **Sınıf** 40 **Öğrt** Aynı sonuç çıkmaz, o yüzden parantez gerçekten bir işlemde önemli. Eğer parantez yoksa, zaten öncelik kimin? Çarpma ya da bölmenin. bu işlemde buradaki yazılım aynı değil. İlk söylenen ifade toplama, mutlaka neye alınacak? Paranteze. **Sınıf** Paranteze	**Öğretmen-Sınıf Söylem Tipi**

Tablo 9. Seçici Kodlamaya İlişkin Örnek Kodlama

Sınıf İçi Gözlem Verilerinden Bir Örnek	Seçici Kodlama
Öğrt Evet çocuklar, ben ifadeleri bir daha yazmayayım, defterinizde olanları tamamlayalım diye burayı açtık. Herkes baksın. Birinci ifadede; 7 sayısının 3 fazlasının 4 katı. Bize söylenen ilk ifade ne? Toplama mı? Çıkarma mı? Çarpma mı? Bölme mi? Ne ?	➢ Motivasyona yönelik matematiksel söylemler
Sevgi Çıkarma	
Öğrt Birinciyi yapıyorum, Sevgi, 7 sayısının üç fazlası derken, hangi işlem var ?	➢ Sorulara yönelik matematiksel söylemler
Sevgi Toplama.	
Öğrt Madem bu sözel ifadede, ilk söylenen 7 e 3 eklemek ise, yani toplamaksa, toplamaya öncelik kazandırmanın yolu nedir? O işlemi paranteze almak. Çünkü toplama ne zaman yapılır? Aslında toplama, çıkarma en son yapılırdı. Ama buradaki ifadeye göre 7 ye 3 ekle, ve 4 ile çarp. Peki, aynı işlemi şöyle yazsam *(Öğretmen tahtaya 7+3x4 yazdı)*	➢ Matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemler
Öğrt Neden? *(Öğrt. cevap için biraz bekledi)* Neden? *(Murat tahtaya kalktı)*	
Murat Öğretmenim, çünkü çarpma önce yapılır, şuraya parentez koyarız. *(3ile 4ün olduğu yeri göstererek)* Sonra bunla toplarız, ama aynı sonuç çıkmaz.	➢ Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemler

3. 4. 4. Matematiksel Söylemlerin Oluşumuna Yönelik Verilerin Geçerliliği ve Güvenirliği

Matematiksel söylemlerin yapısının incelendiği bu araştırmada, matematiksel söylemlerde var olan gömülü yapı matematiksel söylemler analiz edilerek ortaya çıkarılmıştır. Dolayısıyla Gee (2005) söylem analizlerinde geçerlilikle ile ilgili öne sürdüğü odaklanma, uzlaşma, kapsama ve dilbilimsel detaylar göz önünde bulundurulmuştur. Matematiksel söylemlerde kastedilen anlama odaklanmaya; öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söylem aracılığıyla ifade ettiği fikirlerinin uzlaşılmasına; matematiksel söylemin içerik olarak neyi kapsadığına dikkat edilmiştir. Son olarak matematiksel söylemlerde kullanılan bağlaçlar, etken- edilgen yapılar, zamirlerin nasıl kullanıldığı ve ne anlama geldiği göz önünde bulundurularak matematiksel söylemdeki dilbilimsel ögelere dikkat edilmiştir. Bu bağlamda, matematiksel söylemlerde var olan gömülü yapı ortaya çıkartılırken, söylem analizindeki geçerlilik kriterleri de ele alınmıştır. Diğer yandan gömülü teori araştırmalarının kalitesi ve güvenirliği ise toplanan verilerin zenginliği ve derinliğiyle başlar (Charmaz, 2006). Matematiksel söylemlerin oluşumunun doğal olarak gözlendiği ve gömülü teori yaklaşımının belirlendiği bu araştırmada da, pilot çalışmayla birlikte yaklaşık iki yıla yakın ortaokul matematik sınıflarında derinlemesine gözlem yapılarak zengin bir veri seti oluşturulmuştur. Gözlem araştırmalarında pilot çalışma yapılması, gözlem yapılan kodların belirlenmesinde araştırmanın geçerliliği açısından katkı sağlamaktadır. Ayrıca katılımcı gözlem çalışmalarının kendine özgü doğasında bulunan yorumlar dış geçerliliği oluşturmaktadır (Cohen, Manion ve Morrison, 2007). Bu araştırmada da pilot çalışmada 215 ders saatlik gözlemlerle dış geçerlilik sağlanmaya çalışılmıştır. Matematiksel söylemlerin yapısının incelendiği bu araştırmada, asıl çalışmadaki seçici ve eksensel kodların belirlenmesinde pilot çalışmada yapılan gözlemlerden yararlanılmıştır. Bu gözlemler sonucunda, matematiksel söylemin oluşumu ile ilgili ortaya çıkacak teorik çerçevenin, başka araştırmalardaki ortam ve katılımcılarda uygulanabilirliği sağlanmıştır. Araştırma sonuçlarının aktarabilirliğini sağlamak için yapılması gereken ilk adım, katılımcıların ve araştırma ortamın ayrıntılı bir şekilde tanımlanmasıdır (Yağar ve Dökme, 2018). Matematiksel söylemlerle ilgili kuramsal çerçeveden, matematiksel söylemlerde var olan gömülü teorinin ortaya çıkışına kadar, araştırma süreci detaylı ve net bir şekilde açıklanmıştır. Ayrıca matematiksel söylemin yapısında var olan gömülü teorinin ortaya çıkışındaki kodlamalar ayrıntılı bir şekilde okuyucuya sunulmuştur. Dolayısıyla dış geçerliliğin bir göstergesi olan (Başkale, 2016) araştırma sonuçlarının aktarabilirliği sağlanmıştır. Buna ilaveten Cohen, Manion ve Morrison (2007) gözlem araştırmalarında dış geçerliğin sağlanabilmesi için iç geçerliğin sağlanmasında oldukça özenli davranılması ve iç geçerliliği bozacak tehdit unsurlarının ortadan kaldırılması gerektiğini vurgulamaktadır. Örneğin gözlem yapan araştırmacının şu anki durumu araştırırken daha sonraki olaylardan habersiz olması iç geçerliliği tehdit eden unsurlar arasındadır. Bu bağlamda da bu araştırmada da iç geçerliliğin sağlanması için verilerin inandırıcılığı ön planda tutulmuştur. Buna ilavaten matematiksel söylemlerin oluşunda yazılı ve görsel ifadelere bulguların sunumunda yer verilmiştir. Alan notlarından yararlanarak öğretmenin hangi kitaptan yararlandığı, kitabın kaçıncı sayfadaki soruları çözdüğü gibi matematiksel söylemlerin oluşumunu hazırlayan ön bilgiler edinilmiş ve bulguların sunumunda da kullanılmıştır. Ayrıca matematiksel söylemlerin oluşumundaki bedensel hareketler, mimikler, jestler vb. ifadeler bulgularda parantez içinde mavi renkle yazılmıştır. Buna ilaveten matematiksel söylemlerin oluşumu; öğretmen ve öğrencilerin fotoğrafları, tahtaya yazılan sembollerin, işaretlerin fotoğrafları gibi zengin görsel verilerle desteklenmiştir.

Matematiksel söylemlerin oluşumundaki bu zengin veri seti, gözlem görüşme ve alan notlarıyla oluşturulmuştur. Dolayısıyla veri toplama sürecinin üçgenlenmesinin de araştırmanın hem geçerliliğini hem de güvenirliği sağladığı bilinmektedir (Başkale, 2016). Dolayısıyla bu araştırmada geçerlilik ve güvenirlik kriterleri zengin veri setiyle sağlanmasının yanı sıra geçerlilik ve güvenirlik farklı yöntemlerle de sağlanmıştır. Araştırmanın geçerliliği yukarıda ele alınan kirterler bağlamında ele alınırken güvenirliği "güvenirlik süreci" ile yapılmıştır. Araştırmanın güvenirliğini sağlayan güvenirlik süreci ile detaylar aşağıda açıklanmıştır.

3. 4. 4. 1. Gömülü Teori Yaklaşımında Güvenirlik Süreci

Araştırmanın güvenirliğini hesaplamak için her bir öğretmenin dersinden rasgele olarak seçilen iki ders belirlenerek toplam on iki derse yönelik kodlamalar yapılmıştır. Kodlamalar araştırmacı ve iki uzman ile birlikte yaklaşık 6 ay sürmüştür. Bu bağlamda araştırmada yapılan güvenirlikle ilgili faaliyetler güvenirlik süreci olarak adlandırılmıştır. Seçilen derslerin farklı öğrenme alanlarından ve farklı dönemlerdeki (birinci dönem veya ikinci dönem) dersler olmasına dikkat edilmiştir. Araştırma sürecine katılan öğretmenlerin seçilen dersleri ve dersin içeriğine yönelik öğrenme alanlarıyla ilişkili Tablo 10'da yer almaktadır.

Tablo 10. Güvenirlik Süreci İçin Belirlenen Dersler ve Öğrenme Alanları

Öğretmen	Analiz Edilen Dersler	Konu/ Öğrenme Alanı
Ö1	06.12.2016 1. ders	Denklem/ Cebir
	09.05.2017 2. ders	Çokgenler/ Geometri
Ö2	02.05.2017 1. ders	Alan ölçüleri/ Ölçme
	14.02.2016 1. ders	Açıklık/ Veri işleme
Ö3	29.11.2016 2. ders	Koordinat sistemi/ Cebir
	21.03.2017 1. ders	Çemberde çevre hesaplama/ Ölçme
Ö4	21.12.2016 1. ders	Işın-doğru/ Geometri
	05.04.2017 2. ders	Ondalık Gösterim/ Sayılar ve işlemler
Ö5	15.02.2016 2. ders	Kesirler/ Sayılar ve işlemler
	07.12.2016 2. ders	Araştırma sorusu/ Veri işleme
Ö6	14.12.2016 1. ders	Kesirler/ Sayılar ve işlemler
	08.03.2017 2. ders	Mutlak değer/ Sayılar ve işlemler

Tablo 10'da gözlem yapılan derslere ilişkin toplam 174 söylem öbeği araştırmacı ve kodlayıcılar tarafından kodlanmıştır. Araştırmacı ve uzman kişilerle birlikte uzlaşmaya/uzlaşmamaya yönelik yaklaşık iki haftada bir toplantılar yapılmıştır. Araştırmacı ve kodlayıcılarla birlikte yapılan toplantılar, 45 dakika ile 90 dakika arasında değişen sürede yapılmıştır. Kodlara ilişkin bilgilendirme ve tanıtma amaçlı toplantılar dışında yapılan toplantılar araştırmacının tekrar dinlemesi için ses kaydına alınmıştır. Böylelikle araştırmacıya kodlamalarda değişiklik yapması için fırsat oluşturduğu söylenebilir. Aşağıda araştırmanın güvenirliği sağlamak için yapılan toplantıların tarihi, toplanma amacı ve toplantıda alınan kararlara ilişkin tablo yer almaktadır. Daha sonra da bu toplantıların kapsamı hakkında detaylı bilgiler, toplantı sırasına göre Tablo 11'de açıklanmıştır.

Tablo 11. Güvenirlik Sürecinde Yapılanlar

Tarih	Konu	Alınan Kararlar
14.12.2018	Araştırmanın amacı ve süreci hakkında bilgilendirme	Bir dersin söylem tipi ve matematiksel zemin açısından kodlanmasına; yatay boyutlara ilişkin hiçbir kodlama yapılamamasına karar verme
21.12.2018	Tablodan rasgele bir ders seçilerek kodlanması üzerine tartışma	*Öğretmen* ve *Öğretmen-Sınıf* söylem tiplerinin ayrımına karar verme; Videoların kodlayıcılarda da olmasına karar vererek, belirlenen videoların kodlayıcılara aktarılması
14.01.2019	Belirlenen ilk dersle birlikte sonraki iki dersin videodan izlenerek yazılı metin üzerinde kodlanması üzerine tartışma	Matematiksel terminoloji ve Soru/problem çözümü zeminlerinin ayrımına karar verme
15.02.2019	Birinci döneme ait ilk altı dersin kodlanması üzerine tartışma	*Karışık* söylem tiplerinin ağırlığına göre ayrılmasına karar verme
02.03.2019	Geriye kalan son altı dersin kodlaması; netleşen kodların işaretlenerek taslak bir dosyada söylem öbeklerinin matematiksel söylem tipinin ve matematiksel zeminin son halini yer alması	Tüm söylem tipleri ve matematiksel zemin ilişkin kodlamaların netleşmesi; Yatay kodlara ilişkin toplantı kararı alama
20.03.2019	Örnek bir ders üzerinden yatay kodların tanıtılması	Sadece bir dersin kodlamasına karar verilmesi, aynı tipte söylem tiplerinin olduğu dersin seçilmesine karar verilmesi
27.03.2019	Kodlanan derse ilişkin yatay kodların tartışılması	Alt yatay kodların elenerek daha sade haline getirilen taslak dosyanın paylaşılması; aynı dersin örnek kodlamasının kodlayıcılara verilmesi
10.04. 2019	Bir hocanın (Ö5 kodlu, 15.12.2016 tarihli) dersinin hep birlikte kodlanması	Motivasyon, Matematiksel Düşünceleri Açıklama, Matematiksel Fikre Ulaşma söylemlerin hangilerinin olduğunun açıklanması
19.04. 2019	Aynı hocanın (Ö5 kodlu 07.12.2016) ikinci dersinin uzman kişilerce kodlanıp, uyuşmayan yerlerin birlikte tartışılması	Bazı kodların aynı anlama geldiğinin ya da bazılarının dağınık olduğunun belirlenmesi Bazı söylem öbeklerinin yatay aşamalarında iç içe geçmiş söylemlerin iki aşamayı da birden yansıttığına karar verilmesi
24.04.2019	Farklı bir hocanın sadece bir dersin kodlanması	Birleşebilecek kodların gözden geçirilmesi

Tablo 11'in devamı

Tarih	Konu	Alınan Kararlar
08.05.2019	Birbirinden farklı dört hocanın dersinin kodlanması	Bazı öğretmenlerin söylemsel karakteristik özelliklerinin kodlara yansıdığının belirlenmesi *Karışık* söylem tiplerindeki yatay aşamadaki söylemlerin tartışılması
24.05.2019	Geriye kalan tüm derslerin ve yatay kodlamadaki ilk dersin tekrar kodlanması	Yatay aşamadaki kodların tekrar tartışılarak söylem göstergesi olup olmadığına karar verilmesi Yatay kodlama sürecindeki ilk dersin tekrar kodlanmasıyla, gömülü teorinin test edilmesi

3. 4. 4. 1. 1. Güvenirlik Sürecinde Dıştan Kodlama

Araştırma güvenirliğine ilişkin ilk toplantı araştırmanın amacı ve alt amaçları araştırmacı tarafından anlatılmıştır. Bu bağlamda araştırmanın amacı olan söylem tiplerinin yapısının incelenmesine farklı derslerden uzman kişilere birkaç örnek göstererek araştırmada belirlenen dört söylem tipi tanıtılmıştır. *Öğretmen* söylem tipi, *Öğretmen-Sınıf* söylem tipi, *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipi, *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipi nasıl olabileceğine ilişkin birer örnek gösterilmiştir.

Araştırmanın güvenirliğini hesaplamak için öncelikle belirlenen derslere yönelik matematiksel söylem tipleri ve söylem tipinin zemini kodlanmasına ilk toplantıda karar verilmiştir. Böylelikle araştırmacı ve kodlayıcılar arasında teorinin önce dikey boyutlarındaki uyuma bakılması hedeflenmiştir. Daha sonra Ö4 kodlu öğretmenin 21.12. 2016 tarihli dersini uzman kişilere gönderilerek araştırmacı ile aralarında söylem tiplerinde uyuşup uyuşmadıklarına bakılmıştır. Uzman kişilerin ilk ders analizi yaklaşık bir hafta kadar sürmüştür. 21.12.2018 tarihinde yapılan toplantıda hangi söylem öbeklerinin hangi söylem tipi ve hangi matematiksel zeminde olması gerektiği üzerine tartışılmıştır. Tartışılan ilk ders yeni öğrenilen matematiksel kavramlar olduğu için bir çok söylem öbeğinin matematiksel zemininin terminoloji olduğuna karar verilmiştir. Araştırmacı ve uzman kişilerce daha çok *Öğretmen* ve *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin ayrılması üzerine tartışılmıştır. Uzman kişiler, öğretmenin sınıfa hitap ettiği matematiksel söylemlerinin *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde olduğunu iddia etmişlerdir. Söylem öbeğinin yapısına tam karar vermek için dersin videosu araştırmacı ve uzman kişilerce izlenmiştir. Tartışılan söylem öbeklerinde Excel formundan açılarak öbeğinin videonun kaçıncı dakikada olduğu belirlenmiş ve birlikte izlenmiştir. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığına kararına verilmiştir. Ayrıca bir sonraki toplantıda verilerin transkriptinin olduğu yazılı metinler ve ilgili ders videoların uzman kişilerde de olması kararı alınmıştır.

14.01.2019 tarihli toplantıda farklı hocaların dersleri değerlendirilmiştir. Uzman kişiler ve araştırmacı tarafından yapılan ilk 3 dersin kodlanmasına yönelik yapılan dikey kodlamada uyuşum yüzdesi 0.73 olarak hesaplanmıştır. Bu toplantıda daha çok söylem öbeklerinin matematiksel zemini üzerine tartışılmıştır. Söylem öbeğinin zeminin soru problem çözümü ve matematiksel terminoloji olduğuna ilişkin tartışılmıştır. Buna ilaveten Ö2 kodlu öğretmenin 14.12.2017 tarihli dersinden örnek söylem öbeği Tablo 12'de yer almaktadır. Ayrıca güvenirlikle ilgili kodlamadan önce bulguların nasıl yorumlandığı da söylem öbeğinin sonuna eklenmiştir.

Tablo 12. Güvenirlikle İlgili Kodlamalar

S.S.N.	Matematiksel Söylem
332.1	Serhat: Bir şey diyeceğim öğretmenim, hani bu kilo mu ton
332.2	Ö2: ton hıı,
332.3	Serhat: Ton değil kilogram olsaydı, mesela bu
332.4	Ö2: Ne fark ederdi?
332.5	Serhat: Ben anlatamadım dediğimi de..
332.6	Ö2: Peki anlat bakalım. Kilogramla ton ağırlıktan ağırlığa değişmiyor mu? su mesela 10 litre *(güldü ve cümlesinin devamını getiremedi)* öğrt: (tahtaya gidip soruyu göstererek) ya kızım bak şimdi bak bak eğer şunların hepsini *(soğan ve patatesin)* ton veriyorsa şunların hepsini kg veriyorsa hiç fark yok ancak birini ton birini kg verirse olmaz
332.7	Betül: Öğretmenim eşitleyip yaparız
332.8	Ö2: Orda bunun aritmetik ortalamasını almak da çok mantıklı değil.
332.9	Betül: Öğretmenim bir şey söyleyeceğim, burada çevirerek yapsak
332.10	Ö2: Yap çok değişik, çok inanılmaz sayılar ortaya çıkar
332.11	Ömer: Biri 1200 kg olsa biri 18 ton olsa öyle şaşırtma gibi olsa mesela
332.12	Ö2: Ama şimdi, haaa o şaşırtma olur.
332.13	Ömer: Öğretmenim, 1200 1600 olsa
332.13	Ö2: Bak bir dakika. biri 12000 kg der tamam mı? öbürünü de diyelim 10 ton der , burda şaşırtma için sorabilir ama nihayet aynıdır
332.14	Ömer: hıı hıı
332.15	Ö2: Ama sen birine 12000 de de diğerinde 8 kg de olmaz
332.16	Ömer: O olmaz
332.17	Ö2: Yani, böyle bir mantıksızlık olmaz
332.18	Ömer: Öğretmenim 10 ton ile 8 kg aynı soruda olmaz
332.19	Ö2: Yani
Güvenirlik Sürecinden Daha Önceki Bulgu	332 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi, problem/soruda verilen birimlerin farklı olmasına yönelik matematiksel söylemlerin geliştiği görülmektedir. Patates ve soğan tüketimine ilişkin aritmetik ortalamanın sorulduğu bu soruda, Ömer'in birimlerle ilgili varsayıma dayalı soru sorduğu gözlenmiştir (Gözlem notu /14.02.2016/ Ö2 1. Ders). Ömer'in 1 nolu matematiksel söyleminde kg ve ton olduğunda sorunun diğer sorudan farklı olacağını kastederek "şaşırtma" ifadesini kullandığını görülmüştür

Yukarıdaki söylem öbeği ve devamında yer alan bulgu incelendiğinde, araştırmacının söylem öbeğinin zemininin soru/problem çözümü olarak değerlendirildiği anlaşılmaktadır. Bu söylem öbeğinin tartışıldığı toplantıda Ömer'in aslında soru/problem çözümünde varsayımlara dayalı soru sormasından daha çok kavramsal olarak ton ve kilogramı tam bilmediği için bu söylem öbeğinin terminoloji kapsamında değerlendirilmesine karar verilmiştir. Kütle ölçülerindeki bu iki terimin hakkında matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Araştırmacı diğer derslerde yer alan kavramsal odaklı söylem öbeklerini tekrar gözden geçirerek terminoloji kapsamına almıştır. Diğer söylem öbeklerinde de terminoloji, görsel aracı ayrımındaki düzeltmeler yapılmıştır. Bir sonraki toplantıya kadar araştırmacı da güvenirlik dışındaki tüm derslerdeki buna benzer söylem öbeklerini terminoloji soru/problem çözümü ayrımını gözeterek tekrar kodlanmıştır. Toplantılarda yapılan ses kayıtları araştırmacı tarafından tekrar dinlenerek kodlarda düzenleme yapılmıştır.

02.03.2019 tarihli toplantıda ise 6 ders saati değerlendirilerek her bir öğretmenin matematik dersi incelenmiştir. Burada öğretmenlerin de söylemleri arasında karşılaştırma yapılmıştır. Bazı söylem öbeklerinin çok net bir şekilde söylem tipine uygunluğu olduğu ancak bazılarının karışık olduğu belirlenmiştir (Ek 7.1; Ek 7.2; Ek 7.3.). Az karışık olan söylem öbeklerinde söylem öbeğinin yapısındaki ağırlığa bakarak söylem tipine karar verileceği belirlenmiştir. Ancak bazı söylem öbeklerinde söylem tipinin ağırlığının da tam anlaşılmadığı belirlenmiş. *Karışık* söylem tipi olarak kalmasına karar verilmiştir.

Araştırmanın güvenirliğini hesaplamak için belirlenen ilk altı derse yönelik uyuşum yüzdesi 0,81 olarak hesaplanmıştır. Görüldüğü gibi güvenirlik katsayısı bir önceki toplantıya göre daha büyük çıkmıştır. Araştırmacı bir önceki toplantıda alınan kararlardan yola çıkarak kodlarla ilgili geriye ve ileriye yönelik düzenlemeler yaptığı için uzlaşma sağlanmaya çalışılmıştır. Ancak bu toplantıda halen uyuşulamayan söylem tipleri olduğunda, söylem tipleri üzerinde tekrar tartışılarak kodlarda hem fikir olmaya ve kodların yeniden düzenlemesine karar verilmiştir. Aslında bu bu şekilde bir yol izlenmesinin amacı fikir ayrılığı ve birlikteliğiyle beraber güvenirliğin artırılması amaçlanmıştır.

Bir sonraki toplantıya kadar araştırmacı da güvenirlik dışındaki tüm derslerdeki buna benzer söylem öbeklerini *Karışık* söylem tipleri tekrar gözden geçirilerek bazı karışık söylem tipleri ağırlığına göre parçalanmıştır. Bu karar, araştırmacının veri analizi sürecine de yansımıştır. Veri analizi ve güvenirlik süreci bittikten sonra bu kararın şöyle bir etkisi olmuştur: Karışık söylem tipleri 85 tane iken alınan karar doğrultusunda 30 söylem öbeği, araştırmada belirlenen dört söylem öbeğinden biri olarak nitelendirilmiştir. Örneğin 730, 569, 12 nolu söylem öbekleri *Karışık* söylem tipiyken söylemlerin ağırlığına göre matematiksel terminoloji kapsamında sırasıyla *Öğretmen-Sınıf; Öğretmen-Öğrenci; Öğrenci-Öğrenci* söylem tipi olarak belirlenmiştir. *Karışık* söylem tipinde görsel aracılar kapsamında ise, bazı *Öğretmen-Sınıf* söylem öbeklerinin göz ardı edildiği, söylemlerdeki ağırlığın öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Dolayısıyla bu görsel aracılara ilişkin değişikliklerin tamamının *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde olmuştur. *Karışık* söylem tipinde soru/problem çözümünde ise araştırmadaki dört söylem tipinin her biriyle ilgili eklemeler olmuştur. Böylece 30 söylem öbeği, matematiksel söylemlerin ağırlığına göre diğer söylem öbeklerine taşınmıştır. Ancak geri kalan 55 söylem öbeği hakkında, daha sonraki toplantılarda karar alınmıştır. Bu altı derse yönelik araştırmacı ve kodlayıcılar arasındaki güvenirlik katsayısı 0,84 olarak hesaplanmıştır. Daha sonra geriye kalan 6 dersin kodlanmasına karar verilerek güvenirlik için belirlenen 12 dersin söylem tipleri ve söylem tiplerinin zemini açısından kodlanması sağlanmıştır.

Araştırmacı ve kodlayıcılar arasında tüm derslere yönelik kodlamadaki uyuşum yüzdesi 0,87 olarak hesaplanmıştır. Daha sonra uyuşulan kodlarda söylem öbeklerinin ve zeminin işaretli olduğu dikey kodlama yapılmıştır. Uyuşulamayan kodlarda ise tekrar tekrar tartışma yapılarak dikey kodlama tamamlanmıştır. Dolayısıyla dikey kodlamaya ilişkin güvenirlik süreci, kodlarda uyum sağlanana kadar devam etmiştir.

3. 4. 4. 1. 2. Güvenirlik Sürecinde İçten Kodlama

Matematiksel söylemin oluşumundaki iç yapıyı belirlemeden önce, dıştan kodlamayla ilgili tüm toplantılardaki yapılan ses kayıtları dinlenerek söylem öbeğinin tipi ve matematiksel zemine yönelik tüm kodlamalar tekrar gözden geçirilmiş ve verilerin tamamında bütünlük sağlanması amaçlanmıştır. Dikey boyutla ilgili tüm toplantılardaki kararlar ışığında, araştırmacı daha önce yaptığı kodlamaları düzenlemiş, daha sonraki kodlamalar fikir sahibi olmuştur. Daha sonra belirlenen derslere yönelik söylem öbeklerinin dikey kodlandığı taslak dosya kodlayıcılarla paylaşılmıştır. Böylelikle kodlayıcıların belirlenen dosya üzerinden söylem öbeklerine ilişkin yatay kodlama (motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma) yapmasına ilişkin süreç başlamıştır. Bu taslak dosyada; söylem öbeklerinin daha önceki toplantılardaki kararlara göre dikey kodlama (söylem tipi ve matematiksel zemin) yapılmıştır. Ayrıca bu dosyada yatay aşamadaki kodlar da yer alarak kodlayıcılara fikir vermesi amaçlanmıştır. Ancak bu kodlarla sınırlı kalınmayacağı, kodlayıcıların var olan kodlarla uyuşamadığı ya da farklı bir kod olursa önermeleri istenmiştir. Bu bağlamda taslak dosya, analiz edilen on iki dersin dikey ve yatay kodlamaları içeren tek bir dosya olarak değil; toplantılardaki kararlara göre yatay kodların tekrar düzenlendiği üç-dört dosya halinde gönderilmiştir.

20 Mart 2019 tarihinde yapılan toplantıda söylem öbeklerinin oluşumundaki yatay kodlar, kodlayıcılara tanıtılmıştır. Yatay kodların anlaşılması için aynı söylem öbeklerinin ağırlıkta olduğu dersin kodlamasına karar verilmiştir. Bu bağlamda *Öğretmen-Öğrenci*

söylem tipinin çoğunlukta olduğu Ö5 kodlu öğretmenin 15.02.2017 tarihli dersinin kodlanmasına karar verilmiştir.

27 Mart 2019 tarihinde yapılan toplantıda daha önceki toplantıda belirlenen dersteki söylem öbeklerinin yatay kodları üzerine tartışılmıştır. Bu toplantıda yatay kodların altındaki alt kodların (dallanmış kodlar; alt kodun alt kodu vb.) elenerek daha sade bir şekilde kodlama yapılmasına karar verilmiştir. Araştırmacı yatay alt kodların alt kodlarını bulguları derinlemesine yazmak için kullanmaktadır. Araştırmanın bulgularında da alt kodlara ilişkin herhangi bir frekans ya da harita verilmediğinden alt yatay kodların elenmesine karar verilmiştir. Örneğin *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel fikirlere ulaşırken yanlışa dönüt vermeyle ilgili bir çok alt kod bulunmaktadır. Yanlışa dönüt vermeye ilişkin alt kodlar; işlem düzenine dönüt verme, yanlışın nedenini sorma, çözüme ilişkin diğer yolu sorma, kavramsal-mantıksal hata yapma, hatanın farkına varma vb. gibi alt kodları olmaktadır. Alt kodların elenerek matematiksel fikirlere ulaşırken sadece yanlışa dönüt verme alt kodunun olmasına karar verilmiştir. Benzer şekilde yatay kodların altındaki diğer alt kodlar da elenerek daha sade bir şekilde kodlama yapılması amaçlanmıştır.

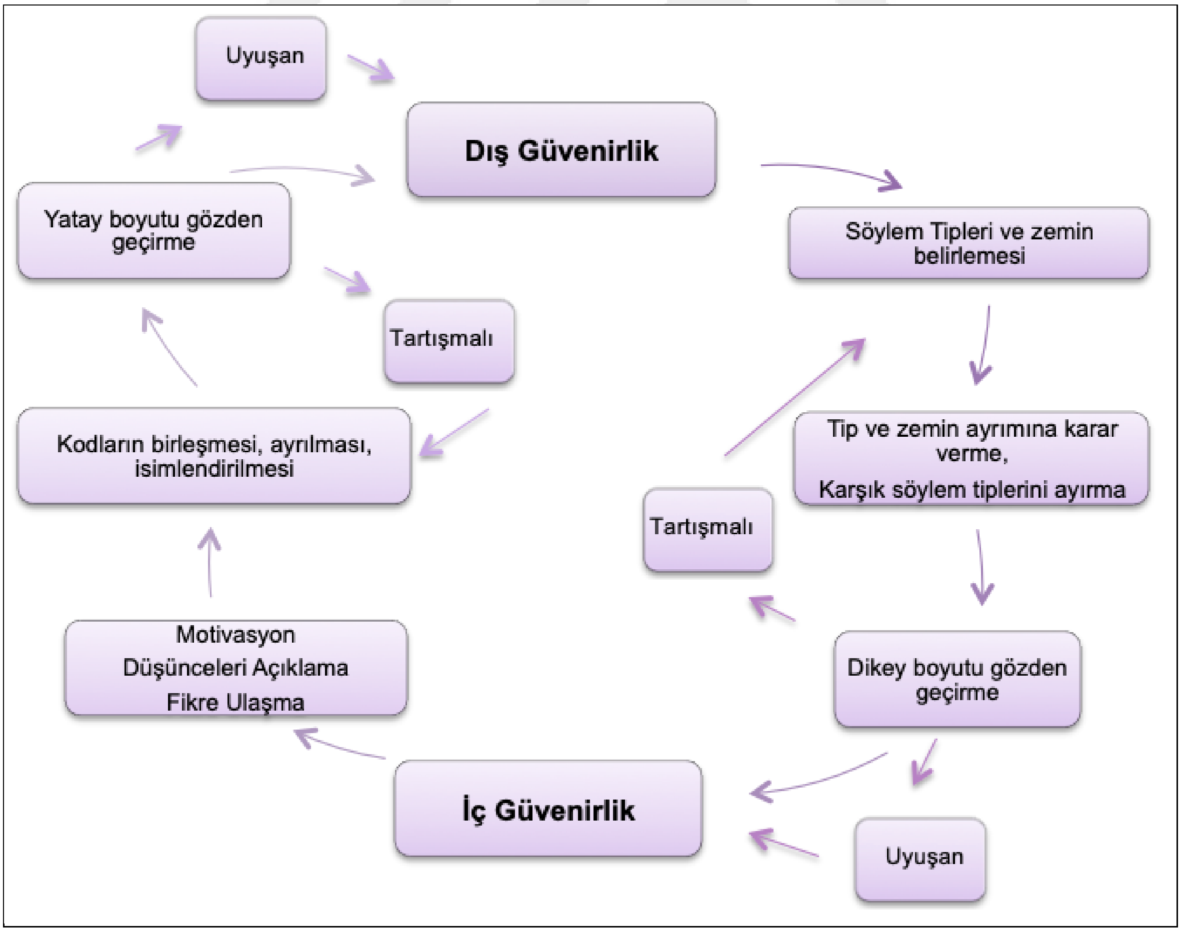
10 Nisan 2019 tarihinde yapılan toplantıda ise Ö5 kodlu öğretmenin 15.02.2017 tarihli dersinde matematiksel söylemlerin oluşumuna ilişkin alt kodların nasıl yerleştirildiği hakkında konuşulmuştur. Araştırmacı uzmanlarla birlikte kodlama süreci anlatıp yatay kodları tanıtmıştır. Kodları birbirinden ayıran özelliklere ilişkin bilgi vermiştir. Daha sonra 19.04 tarihli toplantıda ise aynı hocanın başka bir dersi için kodlama yapılmıştır. Ancak bu tarihte yapılan toplantıda ise oluşturulan taslak dosya üzerinden araştırmacılar ve uzmanlarla birlikte yapılmıştır. Bazı kodların birbirinden nasıl ayrılması gerektiğine ilişkin fikir birliğine varılmıştır. Örneğin Öğrenci-Öğrenci söylem tipinde soru/problem çözümünde matematiksel düşünceler açıklamaya ilişkin araştırmacı tarafında daha önceden belirlenen "kişisel bilgilerini söyleme ve kendi çözüm yolunu dile getirme" kodlarının birleştirilmesine karar verilmiştir. Araştırmacı, Ö5 kodlu öğretmenin 07.12.2016 tarihli dersinde oluşan 91 nolu söylem öbeğinde öğrencilerin araştırma sorusunu üretmesini "kişisel bilgi" kodunda değerlendirmişken bu toplantıdan sonra bu ve buna benzer kodları "kendi çözümünü dile getirme" kodunda birleştirmiştir. Daha sonraki söylem öbeği olan 92 ise "farklı çözüm yolu üretme ile kendi çözüm yolunu üretme kodları netlik kazanmıştır. Araştırmacının farklı derslerdeki daha önceki yaptığı kodlamalara da bakılarak "farklı çözüm yolunu üretme" kodu kapsamındaki matematiksel söylemlerin aynı soru üzerinde farklı çözüm yolunun üretilmesi olarak düşünülmüştür. Araştırmacı bu toplantıda edindiği ses kayıtları daha sonra dinleyerek birleştirmesi gereken kodları araştırmanın bütününde gözden geçirmiştir. Ayrıca bu toplantının sonucunda dıştan kodlama olduğu gibi güvenirlik katsayısı

belirlenmemiştir. Çünkü aynı söylem öbeğinde matematiksel söylemin kendi içinde oluşumundaki farklı göstergeler bulunabilmektedir. Örneğin motivasyon aşamasına yönelik söylemlerde, öğretmenin yeni konudan haberdar etmesine yönelik söylemler oluşabildiği gibi; aynı aşamada problemle de başlanabilmektedir. Kodlayıcıların sadece bir söylem göstergesini işaretlemesi durumunda uzlaşma sağlanıldığı düşünülmüştür. Ancak daha sonraki toplantıda (24 Nisan tarihinde yapılan toplantıda ise 21.12.2016 tarihli Ö4 kodlu öğretmenin dersi) kodlayıcıların söylem öbeğinin, yatay aşamasının bir boyutunda birden fazla kodu yakaladığı belirlenmiştir. Örneğin nolu söylem öbeğinde matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında hem çözüm planına karar verme kodunu hem de problem çözümünü aşamalandırma kodunu işaretledikleri belirlenmiştir. Bu bağlamda daha önceki toplantıda da alınan kararlardan biri olan birleşebilecek kodlar tekrar tartışılmıştır. Bu kodların isimlendirilmesinin neler olacağı tartışılmıştır. Dolayıısyla dış güvenirlik sürecinde olduğu gibi, güvenirlik katsayısı hesaplanmadan kodların tartışılmasına öncelik verilmiştir. Çünkü matematiksel söylemin dıştan kodlanmasında söylem tipi ve zemin şeklinde ikili bir sınıflama varken; içten kodlamanın daha karmaşık olduğu belirlenmiştir. Dolayısıyla içten kodlamada söylem analizi bakış açısı ele alınmıştır. Güvenirlik sürecinin bu son iki toplantısı, matematiksel söylemin oluşumunu yansıtan söylem göstergelerinin belirlenmesinde yol gösterici olmuştur.

08 Mayıs 2019 tarihinde yapılan toplantıda ise Ö2 kodlu öğretmen (14.12.2016 tarihli dersi); Ö1 kodlu öğretmen (06.12.2016 tarihli dersi); Ö3 kodlu öğretmen (21.03. 2017 tarihli dersi); Ö6 kodlu öğretmenin (14. 12. 2016 tarihli dersi) dersleri analiz edilmiştir. Bu toplantıda bazı öğretmenlerin söylemsel karakteristik özelliklerinin kodlara yansıdığı belirlenmiştir. Video analiz formundan ilgili ders tekrar izlenerek kodun ne olması gerektiğine karar verilmiştir. Kodlarda uyuşan ve uyuşulamayan yerler tekrar not alınmıştır. Bazı söylem öbeklerinde matematiksel zeminle uyuşulamamasından dolayı uyum sağlanamamıştır. Aslında matematiksel zemin ve söylem tipleri hakkında daha önce kararlar alınmasına rağmen matematiksel söylemin yatay aşamalarında bu farklılık daha çok ön plana çıkmıştır. Çünkü matematiksel söylemin iç yapısını oluşturan yatay kodlama, dış yapısını oluşturan dikey kodlamadan daha derindir. Bu bağlamda sonraki toplantıda taslak kodlama yapılacak dosyanın oluşturulmasında matematiksel zemin tekrar gözden geçirilmiştir. Ayrıca bu toplantıda birleşmesi ve elenmesi gereken kodlara söylem öbekleri birbiriyle karşılaştırılarak karar verilmiştir. Ayrıca *Karışık* söylem tipindeki bazı kodların araştırmada belirlenen dört söylem öbeğindeki kodlarda yer aldığı belirlenmiştir. Bu bağlamda *Karışık* söylem tiplerindeki kodların, bulgulardaki frekanslara yansımasına ama söylem göstergelerinin ilişkilendirildiği haritaya yansımamasına karar verilmiştir. Haritaya yansımamasının nedeni, matematiksel söylem oluşumunun motivasyon, matematiksel

düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylem göstergeleri arasındaki bağı göstermede yanıltıcı olacağı düşünülmüştür. Ancak *Karışık* söylem tipindeki göstergeler, söylem tiplerine göre spesifik olduğu için bu göstergeler yok sayılmayarak, bulgulardaki söylem göstergelerinin yer aldığı tablodaki frekanslara dağıtılmıştır.

Son olarak 24 Mayıs 2019 tarihindeki toplantıda ise geriye kalan tüm derslere ilişkin yatay boyuta ilişkin kodlamalar tartışılmıştır. Bu toplantıda ise daha önceki toplantılara göre kodlarda daha çok uyum sağlandığı belirlenmiştir. Gruplanan kodların, birer söylem göstergesi olup olmayacağı tartışılmıştır. Daha sonra yatay kodlama sürecindeki ilk ders tekrar ele alınarak kodların uyumu test edilmiştir. Dolayısıyla gömülü teori yaklaşımının bir gereği olarak ortaya çıkan kuramsal yapının uygulanabilirliği kısmen belirlenmiştir. Güvenirlik süreci ve veri analizi bittikten sonra, araştırmacı pilot çalışmada elde edilen videoların bir kısmını izleyerek söylem göstergelerinin oluşup oluşmadığını test etmiştir. Dolayısıyla bu araştırmada matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtacak kuramsal çerçeve güvenirlik sürecinden sonra uygulanabilirliğine bakılmıştır. Araştırmada yapılan güvenirlik sürecini tüm aşamalarını kısaca özetleyen şema aşağıda yer almaktadır.



Şekil 16. Gömülü teori yaklaşımının güvenirlik süreci

4. BULGULAR

Bu bölümde, matematiksel söylemi oluşturan yapılara ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Matematiksel söylemi oluşturan gömülü yapının ortaya çıkması için bulgular genel bir bakış açısından daha spesifik bir bakış açısına doğru sunulmuştur. Matematiksel söylemlerin oluşumuna yönelik genel bir bilgilendirmeden sonra matematiksel söylemler derinlemesine incelenmiştir. Bu bağlamda öncelikle matematiksel söylemler araştırmanın alt problemlerine bağlı olarak *Öğretmen, Öğretmen-Sınıf, Öğretmen-Öğrenci, Öğrenci-Öğrenci* söylem tiplerine göre sırasıyla açıklanmıştır. Araştırmada matematiksel söylemlerin söylem tiplerine göre sınıflandırılması söylem oluşumunun dikey boyutu olarak adlandırılmıştır. Her bir söylem tipinin (dikey boyut) yapısı matematiksel zemine uygun bir şekilde açıklanarak ilgili matematiksel söylemler bütüncül olarak incelenmiştir. Daha sonra söylem tiplerine göre matematiksel söylemin kendi içinde oluşumu incelenmiştir. Araştırmada matematiksel söylemin kendi içinde oluştuğu aşamalar yatay boyut olarak adlandırılmıştır. Matematiksel söylemin kendi içinde oluştuğu aşamalar (yatay boyut) motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikirlere ulaşma şeklindedir. Matematiksel söylemin kendi içindeki aşamaları da alt başlıklar halinde incelenerek matematiksel söylem oluşumuyla ilgili daha spesifik örnekler sunulmuştur. Böylece matematiksel söylem oluşumu, söylem tiplerinden (dikey boyuttan) başlayarak söylemlerin kendi içindeki oluşumuna (yatay boyut) kadar detaylı bir şekilde incelenerek matematiksel söylem oluşumunda var olan gömülü yapı ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

4. 1. Öğretmen Söylem Tipine Yönelik Oluşan Matematiksel Söylemler

Öğretmen söylem tipindeki matematiksel söylemler genel olarak incelendiğinde, matematiksel söylemin oluşma sürecinde öğretmenin matematiksel söyleme aktif katıldığı görülmektedir. Öğrencilerin motive olmasında, matematiksel düşüncelerin açıklanmasında ve matematiksel fikirlere ulaşılmasında öğretmen kendisi daha çok aktif rol almaktadır. Ayrıca *Öğretmen* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumunda akıllı tahtanın da sürece dahil edildiği görülmüştür. Akıllı tahtadan matematiksel zeminle ilgili konunun anlatımı ya da problem/soru çözümünün akıllı tahtaya yansıtılmasıyla öğrencilerin genel olarak söylemde aktif olmadığı sadece dinleyici olduğu gözlenmiştir. Böylelikle öğrencilerin söylemleri bulunmadığı için akıllı tahtadan yansıtılan matematiksel söylemler *Öğretmen* söylem tipi olarak belirlenmiştir. Ayrıca bazı söylem öbeklerinde matematiksel söylemin kendi içinde geliştiği yatay boyutların belli bir sırada olmaması, *Öğretmen* söylem tipinde daha çok görülmüştür. Örneğin 1511 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmen matematiksel fikirlere ulaşarak söylem öbeğini başlattığı; motivasyon ve matematiksel düşünceleri açıklama aşamalarında kendi söylemlerinin ağırlıkta olduğu söylenebilir.

4. 1. 1. Öğretmen Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Söylemler

Matematiksel terminolojiye yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, öğretmenin yeni öğrenilecek terim/sembolün ve konuya ilişkin formüllerin öğretmen tarafından öğrenciye aktarıldığı görülmektedir. Ayrıca öğretmenlerin terimlerin/sembollerin işlevine yönelik hatırlatma yaparken de bu söylem tipinin oluştuğu söylenebilir. Matematiksel terminoloji kapsamında *Öğretmen* söylem tipinde oluşan matematiksel söylem aşamaları (M.S.A.) söylem-satır numaraları ile birlikte (S.S.N.) birlikte Ek 8.1.1.'de yer almaktadır. Bu bağlamda bir söylem öbeğinin tamamı yer alarak, bu söylem öbeğinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin tamamı görülmektedir.

4. 1. 1. 1. Öğretmen Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler

Matematiksel terminoloji zeminindeki motivasyona yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, öğrencilerin matematiksel terminoloji hakkında konuşmalarına fırsat verilmeyeceği belirlenmiştir. Örneğin öğretmen terime/sembole ilişkin doğrudan anlatıma başlayarak ya da kendisinin anlatacağını söyleyerek matematiksel söylemlerde aktif olacağından haberdar etmektedir. Matematiksel terminoloji kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylem göstergeleri Tablo 13'te gösterilmiştir.

Tablo 13. Öğretmen Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Haberdar etme-yapılacaklar hakkında bilgilendirme	24	Uzunluk ölçüleri, alan ölçülerini anlattık. Şimdi hacim ölçülerine geliyoruz…
	Kitaptan-akıllı tahtadan takip etme	13	Şimdi burada kitap şunu söylemiş mesela. Bak bu cümleye bir bakalım. Diyor ki ortanca değer, uç değerlerden etkilenmediğinden..

Tablo 13'ün devamı

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Günlük hayattan örnek vererek başlama	6	Elif ve Sinan birlikte tatile gitmek istiyorlar. Birlikte gidecekleri bu tatilde hangi şehir daha sıcaksa oraya gitmeye karar veriyorlar. Verilen değerlere göre hangi şehirlere gitmelidirler?
	Nedensel açıklama ile başlama	7	Bu örüntünün kuralını yazmak için, şu kuralları öğrenecekseniz, neden? Şimdi baktığım zaman …
	Doğrudan terimle başlama	39	Yamukta ne vardı? Kenar çiftlerinin en az biri paraleldir…
	Sembol/ cebirsel ifade ile başlama	5	Burda 3x+18 e baktığımızda x bilinmeyen bir sayı, yani burda bir sayının 3 katı 3x…

Tablo 13'te motivasyona yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Örneğin matematiksel terminoloji zemininde motivasyon sağlanırken öğretmenin öğrencileri yeni konunun öğrenileceğinden haberdar ettiği ve konuyla ilgili yapılacaklardan bahsettiği görülmüştür. Bu söylem tipinde öğretmenin yeni konudan haberdar ettiği ancak konuya ilişkin terminolojiyi öğretmenin kendisinin anlatacağı anlaşılmaktadır. Terminolojiye ilişkin matematiksel söylemlerin dinlenilmesi için daha çok motive ettiği söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

441.1 *Ö2: Şimdi burada arkada (kitabın arka sayfasında) örnekler üzerine bir sürü örnek var*

441.2 *Cansu: Öğretmenim okuyayım mı?*

441.3 *Ö2: Şimdi hiç okumaya gerek yok. Ben size mutlak değerin nasıl gösterildiğini ne olduğunu tahtada anlatayım ve ondan sonrada sayfa 155' deki öğrendiklerimizi uygulayalımda soruları, uygulamaları çözeceğiz. Şimdi bakın (tahtaya geçiyor)...*

Yukarıdaki 441 nolu söylem öbeğinden öğrencilerin yeni öğreneceği konu olan mutlak değeri öğretmenin kendisinin anlatmak istediği anlaşılmaktadır. Cansu'nun kitaptan örnekleri okumasına da izin vermeyerek matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında da öğretmenin kendisinin aktif olacağı söylenebilir. Bundan sonraki söylem oluşumu aşamalarında öğretmen matematiksel düşünceleri açıklarken *"Mutlak değer, bu tamsayıların artı eksileri dışında olan bir birimdir"* ifadesiyle öğretmenin mutlak değerin tanımını kendisinin yaptığı görülmüştür (Gözlem notu, 21.02.2017 tarihli Ö2 kodlu öğretmenin 2.dersi). Buna ilaveten öğretmenin kendisinin anlatacağına yönelik matematiksel söylemlerinin oluştuğu belirlenmiştir. Ö1 kodlu öğretmenin 1034 söylem öbeğinde *“Ben size bir çok açı çifti öğreteceğim. Yöndeş açı çifti, iç ters dış ters, ters gibi. Tamam mı?...”* söylemiyle açıları kendisinin tanımlayacağı anlaşılmaktadır. Ayrıca bu söylemlerle matematiksel terminolojiye ilaveten soru/problem çözümünde de kullanılacak kuralları kendisinin anlatacağı belirlenmiştir. Bu bağlamda öğretmenin terminoloji hakkında neler öğreteceğinden bahsettiği söylenebilir.

Matematiksel terminolojinin müfredattaki yerinden ya da nereye kadar anlatılması gerektiğinden bahsedilerek öğretmenin yapılacaklar hakkında bilgi vermektedir. Örneğin Ö3 kodlu öğretmenin *“Bir de faiz hesapları var onu çok ayrı işleyeceğiz, ona hiç girmeyeceğim. Bu konu başlığı ile alakası nedir? Belli bir çokluğun belli bir yüzdesini arttırma yönelik kâr, azaltmaya yönelik zarar. Ya da komisyon alma ya da indirim uygulama ile ilgili örnekler yapacağız ama öncesinde bunlara hazırlık amaçlı basit alıştırmalar yapacağız. O yüzden bu başlığı attık, tamam mı? Şimdi şöyle bir örnek yapalım…”* söylemiyle yeni öğrenilecek konu hakkında yapılacaklardan bahsettiği görülmektedir. Ayrıca yeni konuya ilişkin terminoloji hakkında açıklama yapmadan önce ya da yaparken kitaptan/akıllı tahtadan konunun takip edilmesine yönelik öğretmenin motivasyon söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Öğretmen akıllı tahtadan takip edileceğini söylemeye bazen gerek duymadan da akıllı tahtayı açarak öğrencilerin akıllı tahtada konuşulanları takip etmesini istemektedir. Terminolojiye ilişkin matematiksel söylemler akıllı tahtadan sesli yansıtılırken öğrencileri anlatılanları dinlemesi için motive ettiği söylenebilir (Gözlem notu, 08.03.2017 tarihli Ö6 kodlu öğretmenin 1.dersi). Ayrıca kitaptan takip edileceğine ilişkin söylemlerin ise akıllı tahtadan takip edileceğine ilişkin söylemlerden daha çok olduğu belirlenmiştir. Örneğin Ö5 kodlu öğretmenin *“Evet kitapta zaten şeklimiz var, benim size gösterdiğim görseller orda da var. Şimdi orayı bir inceleyelim…”* söylemi bunu destekler niteliktedir. Bu bağlamda terminoloji kapsamında kitaptaki şekillerin, günlük hayattan örneklerin okunacağına ya da inceleneceğine ilişkin öğretmenin matematiksel söylemlerin olduğu söylenebilir. Buna ilaveten öğretmenin günlük hayattan kendisinin örnek vererek de öğrencileri yeni konunun öğrenilmesine motive ettiği söylenebilir. Ancak günlük hayattan örnek vermeye yönelik söylemler, diğer söylem tiplerine göre *Öğretmen* söylem tipinde en az görülmüştür. Öğretmenin bir önceki soruda çözüme ulaştıktan sonra, anlaşılmayan terimleri/kavramlara günlük hayattan örnek vererek kavramı/terimi tekrar açıklamak amaçlı örnek vererek söylem öbeğnii başlatmaktadır. Ayrıca öğretmenin matematiksel kavramları/terimleri açıklamak için nedensel açıklamalara da başvurarak *Öğretmen* söylem tipini başlattığı söylenebilir. Örneğin 1074 nolu söylem öbeğinde Ö6 kodlu öğretmen ***“Şimdi** bunları niye yazdık acaba? Sadece işaret değiştiriyoruz neden biliyor musunuz? Neden böyle oluyor? Çünkü* *ben artı ikiyle eksi ikiyi topladığımda ne yapar?"* söylemiyle terminoloji kendisinin sorguladığı görülmektedir.

Öğretmenin üzerinde konuşulan terimi/kavramı tekrar anlatmak için doğrudan terimle başladığı ve *Öğretmen* söylem tipini şekillendirdiği söylenebilir. Ayrıca *Öğretmen* söylem tipinde matematiksel terimlerle doğrudan başlamaya yönelik söylemlerin oldukça çok olduğu belirlenmiştir. Öğretmen bir önceki söylem öbeğinde üzerinde çok konuşulmayan matematiksel terimi/kavramı detaylı açıklamak için doğrudan terimle başlayabilmektedir. Örneğin 1624 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmenin *"Çocuklar bakın burada ıı bir şey anlatmak istiyorum size. Şimdi niye cm^2 oldu? Bunu da bir anlayıp kavrayıp bilmeniz lazım."* söyleminden sonra cm^2 birimini açıkladığı görülmüştür. Benzer şekilde kodlu Ö5 kodlu öğretmenin de 2009 nolu söylem öbeğinde *"Eşkenar dörtgene gelirsek kareden ne farkı vardı? Açıları 90 derece değildi…"* açıklamasından doğrudan terimle başlanıldığı anlaşılmaktadır. Buna ilaveten öğretmenin "mesela, diyelim ki" söz kalıplarıyla da başka bir terime doğrudan başlanıldığı belirlenmiştir. Matematiksel terimleri/kavramları hatırlatma amaçlı da doğrudan terimle başlanılarak terminoloji zeminine ilişkin matematiksel söylemler oluşabilmektedir. Benzer şekilde öğretmen sembollerin nerede kullanıldığını hatırlatarak söylem öbeğini öğretmenin başlattığı belirlenmiştir. Ayrıca bazı sembol, işaret ya da cebirsel ifade kullanımının daha sonraki yıllarda görüleceği ifade edilerek terminoloji kapsamında matematiksel söylemlere başlanılmıştır. Örneğin 1907 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmenin "*Dikdörtgenler prizmasının hacmi göreceksiniz, işte ayrı 3 farklı ayrıtı çarpımıdır. a çarpı b çarpı c'ye; sen a ile b yi çarp sonra c'yi çarp fark etmez, sonuç aynıdır. Ama bir şey vardır, bakın bu 8.sınıfta da sizin karşınıza çıkacak. a, b, c, d; bakın a b taban ayrıtı; c ise yükseklik demektir. Yani 8.sınıfta bir dikdörtgenin hacmini hesaplarken size şura yüksekliktir demeyecek. Ayrıtları a, b, c diyecek. Ben de diyorum ki buna alıştırın kendinizi…*" söylemiyle daha sonraki sınıfta görüleceği anlaşılmaktadır.

4. 1. 1. 2. Öğretmen Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler

Matematiksel terminoloji zeminindeki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemler incelendiğinde, öğretmenin matematiksel terminoloji hakkındaki derinlemesine açıklamaları kendisinin yaptığı görülmektedir. Aslında öğretmen, matematiğin kendine ait dilindeki terimleri, sembolleri vb. ifadeleri var olan kesin, değişmez bir bilgi gibi aktarmaktadır. Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında bu söylemlerin daha çok oluştuğu belirlenmiştir. Matematiksel terminoloji kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylem oluşturan söylem göstergeleri Tablo 14'te gösterilmiştir.

Tablo 14. Öğretmen Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Tanım yapma	22	Bir sayının sayı doğrusunda başlangıç noktasına olan uzaklığına o sayının mutlak değeri denir.
	Terimin özelliği/işlevi hakkında konuşma	27	Paralelkenarın özelliği de şudur: Karşılıklı kenarları birbirine eşittir…
	Kural anlatma	24	Termometrede sıfırın altındaki değerler sıfırın üzerindeki değerlerden her zaman soğuk olduğu gibi sayı doğrusunda sıfırın solundaki değerler sağındakilerden her zaman küçüktür. Diğer bir deyişle…
	Sembol açıklama	15	Hani şu dalga şeklinde olan işaret var ya, çocuklar orada yaklaşık anlamında…
	Gösterim açıklama	11	Doğru parçasının sınır olduğunu bilmem için şuralarına birer nokta koyuyorum…
	Terimi/sembolü anlamlandırma	11	Toplama işleminde sayıların yerleri değiştirilirse toplam değişmez bu da ne oluyor, toplama işlemin değişme özelliği…

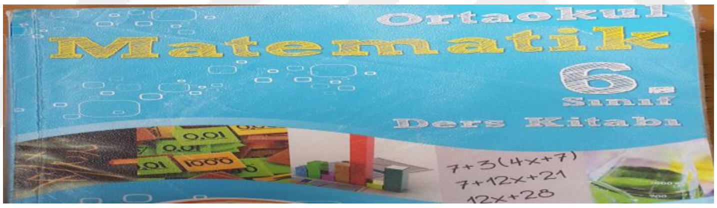
Tablo 14'te matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Örneğin öğretmen matematiksel terimlerin tanımlarını yaparak matematiksel düşünceleri açıklamaktadır. 144 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *"Topladığım bu bilgilere biz ne diyoruz? Veri diyoruz (Tahtaya büyük harflerle veri yazdı). Elde ettiğim bilgilerin hepsinin toplamına ne diyoruz, veri. Veri aldığım, uyguladığım bu araştırma sorularını sorduğum gruba da örneklem adı veriliyor (Tahtaya büyük harflerle örneklem yazdı)."* söylemleri bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca Ö5 kodlu öğretmenin 317 nolu söylem öbeğinde de paralel doğrular, kesişen doğrular, kesişim noktası, dik kesişen doğruları öğretmenin kendisinin tanımladığı ve gösterimlerini yaptığı görülmüştür. Örneğin *"İkisi nerde kesişiyor şurada. Bu kesiştikleri noktaya biz O noktası dersek o zaman buna nasıl diyebiliriz? İki doğru bir noktada kesişiyorsa (aynı söylemi tekrar ederek) bu doğrulara kesişen doğrular deriz"* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Öğretmenin tanım yapmasına ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde, aynı söylem öbeğinde birden fazla tanımın yapıldığı belirlenmiştir. Bu bağlamda *Öğretmen* söylem tipinin terminoloji zemininde, yeni öğrenilecek terimlerin öğretmen tarafından tanımlanmasına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Bazen de öğrencilerin bildikleri terimlerin öğretmen tarafından tekrar tanımlandığı görülmektedir. (Bkz. Ek 10.1.1.2: 1611 nolu söylem öbeği). Ayrıca ilk kez öğrenilecek terimlere ilişkin tanım yapmadan önce terimle ilgili örnekleri vermede öğretmenin matematiksel söylemlerde kendisinin daha aktif olduğu görülmektedir. Her iki durumda da (yeni öğrenilen/daha önce bilinen matematiksel terimler) öğrencilerin terim hakkında matematiksel düşüncelerini açıklamalarına fırsat verilmediği görülmektedir.

Terimle ilgili örnek verirken ya da terimi tanıtırken terimin/sembolün işlevi ve özelliğinin öğretmen tarafından açıklandığı belirlenmiştir. Ayrıca terimin/sembolün işlev ve özelliğinin terminolojiye ilişkin matematiksel düşünceleri açıklamada en çok kullanılan gösterge olduğu Tablo 14'ten anlaşılmaktadır. Başka bir ifadeyle öğretmenler terimin/sembolün işlev ve özelliği üzerinde çok durarak matematiksel düşüncelerin açıklandığı görülmektedir. Terimin/sembolün işlevinde işlem sonuçlarının nasıl değiştiği vurgulanmıştır. Örneğin Ö2 kodlu öğretmenin *"İki sayıyı topladığınızda sonuç 0 çıkıyorsa bu sayılar birbirinin tersidir diyeceğiz. İşte iki sayıyı toplarken yerleri değişti topladığımız zaman sonuç değişmiyorsa değişme özelliği tamam mı? İşte bir sayıyı 0 la topladığı zaman sonuç değişmiyorsa 0 etkisiz elemandır."* söyleminde etkisiz eleman ve ters elemanın toplamadaki işlevi dile getirilmiştir. Terimin özelliğinde ise terimin yapısında olması ve olmaması gerekenlerin dile getirildiği söylenebilir. Örneğin Ö1 kodlu öğretmenin 1034 nolu söylem öbeğinde *"Yöndeş açı, ters açı, iç ters açı vb. olayların olması için iki tane paralelimizin olması lazım. Gördünüz mü? Sadece bir paralel yetmez. Bir de bu paraleli kesen bir doğrumuzun olması lazım. (Aynı zamanda tahtada çizerek anlatıyor)."* söylemiyle terimin özelliği dile getirilmektedir. Diğer *Öğretmen* söylem tiplerinde olduğu gibi, bu göstergeye ilişkin matematiksel söylemlerin oluşumunda öğretmenin öğrencilere soru sorduğu ancak sorulara kendisinin cevap verdiği görülmüştür (Bkz. Ek 10.1.1.2: 1212 nolu söylem öbeği). Buna ilaveten öğretmenin terime/sembole ilişkin özelliklerden bahsederek ya da tanımlar yaparak soru çözümüne ilişkin kuralları da kendisinin ifade ettiği görülmektedir. İlk kez öğrenilen konuya ilişkin kuralın öğretmen tarafından söylendiği belirlenmiştir. Örneğin 5.sınıflarda kesirlerde toplama işlemi yapmaya ilişkin kuralı öğretmenin kendisinin söylediği görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

676.3 Ö5: Toplama işlemi yaparken diyelim ki sayımız 1/9 artı 4/9 verdim. Önce paydalarına bakacaksınız. Paydaları aynı mı değil mi diye? Paydalar aynıysa kesir çizgisi çiziyorum. Payları toplayıp paya yazıyoruz. 1 ile 4'ü topluyorum 5 Paydaları toplamıyoruz. Ortak paydanın 1 tanesini paydaya yazıyoruz. Eğer farklıysa da diyelim ki şöyle bir sorumuz geldi 1/3 artı 4/9 geldi. Önce paydalarını eşitleyeceğim. 3'ü neyle genişleteyim ki 9 olsun diye düşünmeliyim. Ondan sonra toplamayı yapacağım. Anlaşıldı mı?

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin paydaları eşit kesir ve eşit olmayan kesir ile toplama yaparken kuralı kendisinin söylemektedir. Öğretmenin 3 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde örnekler vererek paydaları eşit olan ve eşit olmayan kesirlerde toplamanın nasıl olduğunu anlattığı görülmüştür. Daha önceki yıllarda görülen paydaları eşit olan kesirlerde toplamayı hatırlattıktan sonra paydaları farklı olan kesirlerde toplamaya geçtiği söylenebilir. 5.sınıfta ilk kez öğrenilecek olan bir konu olan paydaları farklı kesirlerde toplama işlemine ilişkin kuralı öğretmenin kendisi söylemesinin öğrencilerin kurallara ulaşmasına fırsat vermediğini göstermektedir. Bu söylem öbeğinin matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında öğretmen kuralı söyleyerek öğrencilerin defterine yazdığı görülmüştür (Gözlem notu, 01/03/2018 tarihli Ö5 kodlu öğretmenin 1.dersi). Öğretmen kuralları açıklamasına yönelik diğer söylem öbekleri incelendiğinde, soru çözme kurallarının bazen örtülü bir şekilde bazen de açık bir şekilde açıklandığı belirlenmiştir. Öğretmenin terimin özelliklerinden bahsederken soru çözme kuralını örtülü bir şekilde vermesine örnek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1169.6 Ö2: Şimdi bakın bu kitabınızdaki ifade bir cebirsel ifadedir.



1169.7 Emre: Aa evet

1169.8 Ö2: Oradaki o çarpı değil de çocuklar

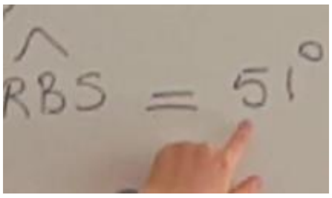
1169.9 İrem: Bilinmeyen

1169.10 Ö2: x'tir. Şimdi bakın burada (Elindeki kitapta yazan ifadeyi gösteriyor) şurada parantez içindeki 4x artı 7'nin dışında 3 var. Buna dağılma özelliği uygulanmış. Şimdi bunu defterinize yazmayın ama ben bunu burada bir anlatayım size. Bakın burada yapılan işlem şu. Şu 3'ü parantez içiyle dağıtmış. Şurası 7 artı 3-4, 12x şöyle diyelim 3-7, 21 tamam mı? Bakın dağıldı. Bakın şimdi şunlar sabit sayı. Belirlenen sayı sabit. 21, artı 21 artı 7 topladığın zaman 28 yapar ne oldu? 12x artı 28. İşte o kitabınız üzerindeki cebirsel ifade. Tamam mı?

Yularıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, öğretmen cebirsel ifadenin nasıl bir terim olduğunu anlatırken bir sayı ile bir cebirsel ifadenin çarpımınına ilişkin kuralı da kendisinin açıklamaktadır. Matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında bir öğrenci *"Öğretmenim şimdi birazcık daha anlamaya başladım"* söylemiyle cebirsel ifadenin nasıl bir terim olduğunu anladığını ifade etmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin cebirsel ifadenin nasıl bir şey olduğunu daha iyi anladığı görülmektedir. Ancak öğretmenin matematiksel söylemlerinde bir sayı ile bir cebirsel ifadenin çarpımı kuralını örtülü bir şekilde dile getirdiği ve tam olarak anlaşılmadığı söylenebilir. Öğretmen kuralı açık bir şekilde dile getirirken ise soru çözmede bir kural olduğunu belirtmektedir. Örneğin 1683 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin *“Medyan hesaplamadan önce muhakkak veriler sıralanmalı. Hayati önem taşıyan bir kural. Bak kim verileri kafanızı karıştırmak için şöyle verir (göstererek). Sen bir kenarda verileri küçükten büyüğe dizeceksin. Buna göre işte medyanı, modunu, açıklığını hesaplayacaksın.”* söylemiyle kuralı açıkladığı ve bu kuralın medyan bulmada ne kadar önemli olduğunu dile getirdiği görülmektedir. Ayrıca kuralların öğretmen tarafından oluşturulduğu da göze çarpmaktadır. Örneğin Ö6 kodlu *öğretmenin* 923 nolu söylem öbeğinde *“...İki negatif sayı karşılaştırken, çocuklar mutlak değercedir ama aklınız karşıyor diye pozitif olarak düşününüp, ıııı, hatta şöyle yazalım. İkisini de pozitifmiş gibi düşünüp tam tersi sembol (< ya da>) ile gösterilir”* söylemiyle negatif tam sayılarda sıralama yaparken küçük ya da büyük sembolü ile ilişkilendirerek öğretmen oluşturduğu kuralı açıklamaktadır.

Matematiksel sembollerin gösterimini, sembollerin nerde ve nasıl kullanılacağını öğretmenin kendisinin açıkladığı görülmüştür. Öğrencilerin ilk kez öğrenecekleri sembollerin açıklanmasına ilaveten daha önce görülen sembollerin de detaylı açıklandığı belirlenmiştir. Örneğin Ö1 kodlu öğretmenin açıların ölçülerinin gösterimine ilişkin açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

768.3 Ö1: Açının ölçüsünü şöyle yazamazsınız. RBS açısı, eşittir 51 derece (tahtaya yazarak)



768.4 Ufuk: Neden?

768.5 Hakan: Hocam başına şey (devamını getirmedi)

768.6 Ö1: Ölçüsünden bahsediyorsan başka bir sembol kullanıyorsun. Bak şöyle diyebilirsin. RBS açısı bu şapkayı koyuyorsun ya açısı yazmaya gerek yok. RBS açısı bir dar açıdır. Cümle içinde kullanıyorsam böyle olur ama, ölçüsünden bahsediyorsan şöyle yazıyorsun RBS, şapka parantez başında küçük s ya da

768.7 Hakan: Ya da küçük m.

Yukarıdaki söylem öbeğinden öğretmenin açının ölçüsünün sembolle nasıl gösterileceğini açıkladığı görülmektedir. Öğretmenin sembolle ilgili açıklama yaparken öğrencilerin yapmaması gerekenlerden bahsettiği söylenebilir. 4 ve 5 nolu satırda Aslı ve Hakan'ın söylediklerini dikkate almadan kendisinin açıklama yapmaya devam ettiği görülmektedir. Öğretmenin açının ölçüsünü yazılı olarak gösterirken mutlaka parantez, şapka işaretinin s ya da m harflerinin olması gerektiğini vurgulamaktadır. Öğretmenin sembollerde olması gerekeni açıklarken sembolü anlamlaştırdığı görülmektedir. Örneğin Ö2 kodlu öğretmenin 1603 nolu söylem öbeğinde de "*Şimdi DC ile AB karşılıklıdır. Bunlar birbirine paralel eşittir. Aynı şekilde AD ile BC de birbirine eşittir ve AD paraleldir BC. Çocuklar şu işaret paralel işareti. Tamam mı? Şu iki tane yatay paralel çizgi paralel demek. Demek ki paralel kenarı karşılıklı kenarları eşit ve paraleldir.*" söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca sembollerin, harflerin kullanımının nasıl olduğunun da öğretmen tarafından açıklandığı belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1249.2 Ö1: Bu arada merkez büyük M ya da büyük O ile gösterilir genelde A, B, C çok nadir kullanılır. Şimdi (Tahtaya bir çember ve çemberde bir merkez açı çizdi) Şuradaki merkez açının adı nedir?

1249.3 Atakan: KML.

1249.4 Ö1: KML açısı. KML açısının, açı sembolü koydum. (tahtaya $m(K\hat{M}L)$ *yazdı) Ölçüsü eşittir onun gördüğü şu yayın ölçüsüne değil mi? Şimdi bu yayın ölçüsünü nasıl göstereceğim? Yayın adı KL yayı ya da LK yayı (tahtada göstererek)*

KL yayı (m($\overset{\frown}{KLM}$ *)= m (* $\overset{\frown}{KL}$ *) yazdı) Yay bu, yayının ölçüsü bak (sembolün üstünden bir kaç defa geçerek) Açının ölçüsü yayının ölçüsüne eşit.*

Yukarıdaki söylem öbeğinde öğretmenin sembolün kullanımını aşama aşama anlattığı görülmektedir. Öğretmen sembolün ne anlama geldiğini açıklarken soru sorduğu ancak kendisinin daha çok cevapladığı görülmektedir. Buna ilaveten öğretmenin sembol kullanımı ile gösterimleri aynı anda açıklamasına ilişkin matematiksel söylemler oluşmuştur. Örneğin Ö5 kodlu öğretmenin 282 nolu söylem öbeğinde *"... Şimdi bir dinleyin yavrum, iki ucunun da sınırlı olduğunu görebiliyorum zaten bunu okurken AB doğru* *parçası diye okuyorum (tahtaya AB doğru parçası yazdı) ve ya tersini de okuyabilirim BA doğru parçası da okuyabilirim. Bunu sembolle nasıl gösterebilirim? Kapalı olduğunu göstereceğim için iki türlü gösterim var: Bir bu gösterimi yapabilirim (üstünde çizgi olan gösterimi* $\overrightarrow{AB}$ *yaptı) ve ya kapalı olduğunu göstermek için daha çok günlük hayatta daha çok karşılaştığınız, şöyle bir gösterim var, kapalı parantez diyoruz (köşeli parantezli gösterimi* $[AB$ *yaptı); biz buna. Bunları gördüğümüz zaman bunun doğru parçası olduğunu anlarız"* söylemiyle doğru parçasının gösterimini nasıl olduğunu doğru parçasını çizerek ve sembolle ilişkilendirerek anlattığı görülmektedir. Gösterimin nasıl olduğunu öğrencilerin de dinlemesi gerektiğini vurgulamıştır. Ayrıca öğretmenin gösterim açıklarken çizim ve sembolü ilişkilendirme yaparak anlatmasına mutlak değeri sayı doğrusunda gösterme, yükseklik çizme vb. ifadeler de örnek olarak verilebilir. Öğretmenin hem şekilsel olarak gösterim üzerinde durduğu hem de sembolü vurguladığı söylenebilir.

Sembollerin ve terimlerin vurgulanmasında bir diğer yol terminolojinin anlamlandırılmasıdır. Öğretmenin terminolojiyi anlamlandırırken bazı kalıp ifadelerden yararlanıldığı görülmüştür. Örneğin *"<u>Diğer bir deyişle</u> negatif tam sayılar pozitif tam sayılardan her zaman küçüktür…* (Ö6 kodlu öğretmen); *her iki tarafına iki paralel çizgi çizilirse <u>bunun anlamı</u> işareti mutlak değer* <u>demek</u>; Katsayı <u>demek</u> çarpımı <u>demek</u> (Ö2 kodlu öğretmen); öteleme <u>demek</u> yani yer değiştirmek <u>demek</u> (Ö3 kodlu öğretmen)" ifadelerinde görüldüğü bazı kalıp ifadeler kullanılarak terminolojinin anlamlandırıldığı görülmektedir.

4. 1. 1. 3. Öğretmen Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler

Öğretmen söylem tipindeki matematiksel terminoloji kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemler incelendiğinde, öğretmenin kendisinin fikirlere ulaştığı görülmektedir. Aslında bu aşamada öğetmenin fikirlere ulaşmaktan daha çok terimlerle ilgili dikkat edilmesi gereken yerleri açıklamaktadır. Matematiksel terminoloji kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 15'te gösterilmiştir.

Tablo 15. Öğretmen Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Ekleme-seçenek yapma	8	Çarpmanın ne özelliği var? Değişme özelliği var. İstediğiniz yere yazabilirsiniz. İstediğiniz gibi de kullanabilirsiniz.
	Sembol/işareti vurgulama	9	…O zaman (tahtaya yazarak) ABCD (dikdörtgeni) ile KLMN (dikdörtgeni) eştir. *(eşlik sembolünü göstererek)*
	Özetleme	17	Tekrar söylüyorum birinci kuralı. Birincisi aynı kalıyor İkincisini toplamaya göre tersi ile topluyorum…
	Kitapla ilişkilendirme	8	Kitaplarınızın çoğuna baktığınız zaman, daha çok bunu *(bir uçu açık bir ucu kapalı köşeli parantez)* görürsünüz.
	Defter düzeni		Yıldız var mı defterlerinizde?
	Özellik-sonuç-uyarlama	15	…O değer daha da düştükçe aritmetik ortalama ne olur? Daha da aşağıya çekilir. Ya da yükseldikçe ne olur aritmetik ortalama daha da yukarı gider. Ama ortadaki sayı hiç bir zaman değişmaz yani ortanca ortada olduğu sürece aynıdır.
	Unutulmaması-çalışılması gereken	21	Bunu sakın sakın unutmayın, harfin yanındaki rakam onun katsayısıdır…

Yukarıdaki tabloda, matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Örneğin terimin/sembolün/kavramın başka nasıl olabileceğine ekleme ya da seçenek sunmaya ilişkin söylemlerle öğretmen söylem öbeğini sonlandırmaktadır. Başka bir ifadeyle öğretmen "... şunu da söyleyeyim" ya da "... eklemeliyim ki" gibi söz kalıplarıyla anlatılan terime, sembole ilaveten başka özellikleri de ekleyerek matematiksel söylemi sonlandırmaktadır. Örneğin 1896 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmen *"Her ayrıtına bir ad vereceksiniz a b c diye farklı ayrıtları prizmanın hacmi V ile gösterilir hacim V ile gösterilir eşittir a çarpı b çarpı c sen bunların yerlerini değiştir sonuç yine aynı"* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca öğretmen seçenek sunduğu terim/sembolü tekrar vurgulayarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Örneğin 256 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *"Ben size bunu aşağıdakilerden hangisi, gösterimi diye sorduğumda hem bunu (köşeli parantezli olan) hem de bunu (üstünde çizgi olan) şıklarda ne yapamaz, koyamaz. Çünkü ikisi de doğru"* söylemleri ile sembülün nasıl olduğunu tekrar açıklanarak matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır. Ayrıca Ö5 kodlu öğretmenin *"...evet, kesişme noktaları diyoruz. O noktasına veya noktası kesim noktasıdır. Bunun bir sembolle gösterimi yok" sembolün olup olmadığını tekrar vurguladığı görülmüştür."* Bu bağlamda matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki söylemler tekrar edilerek terimlerin özetlendiği söylenebilir. Öğretmenin aynı anlama gelen farklı matematiksel söylemlerle de özetleme yapıldığı ve matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir. Örneğin 767 nolu söylem öbeğinde matematiksel düşünceleri açıklamasında *"Şimdi biz ne diyelim ABC açısı ile RBS açısı* *birbirine eştir diyeceğim ve eşlik sembolü iki çizgi eşittir üstüne tek dalga, bu eşlik sembolü"* söylemiyle açıklama yaptığı görülmüştür. Bu söylem öbeğinin matematiksel fikirlere ulaşma aşamasındaki matematiksel söylemler ise aşağıda yer almaktadır.

767.5 Hasan: Eşitliğin üstünde çizgi var.

767.6 Ö1: Evet eşitliğin üstünde bir tane dalgası var. 3 tane satırdan oluşuyor.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, bir öğrencinin ve öğretmenin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki ifade edilen söylemleri tekrar ederek özetleme yaptığı söylenebilir. Ayrıca diğer söylem öbeklerinde, matematiksel terminoloji kapsamında matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmenin kitaptaki yerlere vurgu yaparak özetlediği belirlenmiştir. Örneğin Ö3 kodlu öğretmenin 1653 nolu söylem öbeğinde *"Şimdi orada küçük bir bilgi kutusu var. Bak bilgi kutusunda özellikle hani bundan sonrası yorumlarla ilgili olduğu için çocuklar. Burada bilgi kutusuna bak dikkat edelim. Diyor ki..."* ifadesini kitaptan okuyarak kitaptaki bilgi kutusuna dikkat çektiği söylenebilir. Buna ilaveten matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmenin motivasyon aşamasında olduğu gibi kitaptan takip edilmesine önem verdiği görülmektedir. Öğretmen matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında kitaptan öğrencilere okutmakta, matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında ise kitaptan okunan yerin altını çizdirmektedir. Örneğin 857 nolu söylem öbeğinde Ö6 kodlu öğretmen *"Tamam şimdi çocuklar orada bir daha altını çizelim. Bir sayının sayı doğrusunda defterimize yazdık, ama İsmail yapma beraber yapacağız, dediğimizi dinle... Altını çiziyoruz, bir sayının sayı doğrusunda başlangıç noktasına olan..."* Söylemiyle ifade ederken öğrencilerin de kitaptan öğretmenin söylediği yeri işaretledikleri görülmüştür. Buna ilaveten öğrencilerin de kitapta yazılanlardan daha çok öğretmenin anlatmasının daha faydalı olduğu ifade ederek matematiksel fikirlere ulaşıldığı görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1759.1 Ö2: Ahmet sen mi anlamadın?

1759.2 Ahmet: Hayır, hayır anladım. Öğretmenim ben kitabı okudum. Kitaptan hiç birşey anlamadım, siz anlatırken anladım.

1759.3 Ö2: (Öğretmen gülüyor)

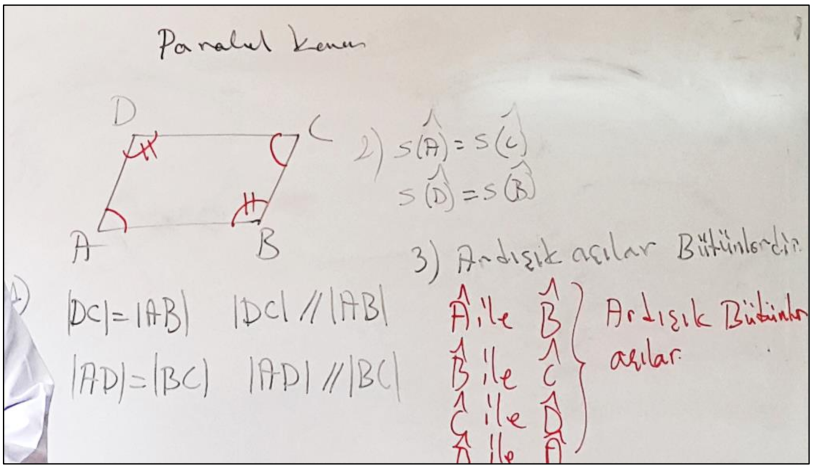
1759.4 Zeynep: Öğretmenim, kitaptan çok zor bir şekilde yapıyordum, böyle daha kolay.

1759.5 Ö2: Şimdi ıı kitap esasında ıı onları güzel anlatıyor da (alan-arazi ölçüleri ile ilgili yeri kastediyor) ıı daha uzun daha uzun anlatıyor.

1759.6 Cengiz: Uzatıyor işi

1759.7 Ö2: Evet.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğrenciler kitaba bakarak alan ölçülerini anlamadıklarını ifade etmektedir. Bu bağlamda bazı söylem öbeklerinde matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmenin kitapta yazılanları/yazılmayanları vurgulayarak terimle ilgili anlatıkları ile kitapla ilişkilendirme yaptığı belirlenmiştir. Öğretmenin bu söylemleri incelendiğinde, anlattıklarının öğrencilerin kitabında yer almamasına rağmen faydalı olduğunu ifade ettiiği görülmektedir. Soru çözümünde daha çok faydası olacağını dile getirerek matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir. Örneğin 1603 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmen "*Yani A açısının ölçüsü eşittir C açısının ölçüsüne. Şurada D açısının ölçüsü eşittir B açısının ölçüsü. Bunu kitap almamış. Neyse de bunu ilerde anlatacağız. Yani ıı burada ya bu bir şeyi tam anlayın kavrayın diye anlatıyorum size. Karşılıklı açılar eşittir dedik. Bunu, aklınızda kalmaz diye şöyle yazıyorum. Şimdi şu bir (tahtaya yazdıklarını numaralandırıyor) Birinci madde (Karşılıklı kenarları eşit ve parelel olmasını kastediyor) Şu ikinci madde (Karşılıklı açıların birbirine eşit olmasını kastediyor) Şu 3 olarak şöyle oluyor. Ardışık açılar bütünlerdir.*" söylemiyle kitapta olmayan ifadeleri anlattığı söylenebilir. Buna ilaveten Ö2 kodlu öğretmenin paralelkenara ait özellikleri bir, iki, üç şeklinde numaralandırarak daha kalıcı olarak öğrenileceğini düşünerek matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir. Bu duruma ilişkin tahtada yazılanlara ilişkin fotoğraf aşağıda yer almaktadır.



Şekil 17. Öğretmen söylem tipinde matematiksel terimlerin maddelendirilmesi

Şekil 17'de yer alan paralelkenara ait özelliklerin numaralandırıldığı ve öğrencilerin de defterlerine bu şekilde yazılması istendiği belirlenmiştir. Ayrıca matematiksel terimler madde madde yazıldırılmasına ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde defter düzeninden bahsedilerek söylem öbekleri sonlandırıldığı belirlenmiştir. Buna ilavaten öğrencilerin tanımları, sembolleri vb. terminolojiye yönelik içeriği deftere nasıl (büyük-küçük; geniş-dar vb.) yazılmasına ilişkin öğretmenin söylemlerinin olduğu belirlenmiştir.

(Bkz. Ek 10.1.1.3: 1373 nolu söylem öbeği) Bu bağlamda öğretmenin matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında defter düzenine önem verdiği görülmektedir. Örneğin 1810 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin "*Hepsi (dörtgende dış açıları hesaplıyor) 90 derece ya uzatıyorum 90 nın bütünleri 90, yine 90 90 90 90 çarpı 4 ten 360, her zaman bu tutar. Hangi açıyı verirsen ver, bunu genelleme olarak ezberlemenizi istiyorum. Bütün çokgenlerin dış açıları toplamı 360 dır. Yeni bir madde olarak bunu da yazalım hemen…*" söyleminden çokgende dış açılar ölçülerinin toplamının 360 derece olduğunun kural olarak ezberlenmesini istenildiği anlaşılmaktadır. Öğretmen matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında açıkladığı kuralları, madde madde yazarak öğrencilerin de defterine o şekilde yazmasını dile getirmektedir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

417.4 Ö6: Kalkmayanlardan (sınıfa baktı ve düşünerek). Gel.

417.5 Ufuk: (tahtaya geldi)

417.6 Ö6: Bir doğal sayıyla ondalık sayıyı toplarken ne yaparız? (tahtaya kalkan öğrenci henüz işleme başlamadı) Bir doğal sayıyla ondalık sayıyı toplarken ne yaparız? Yaz kitabının en başına şuraya yıldız yaz, bak şuraya sayfa 99 yaz.

417.7 Ufuk: Kitabını sırasından alıp yazmaya başladı.

417.8 Ö6: Sen çöz tatlım.

417.9 Ufuk: Soruyu çözmeye başladı.

417.10 Ö6: Bir doğal sayı ile ondalık sayı toplanırken (öğretmen söylediklerini tahtaya yazmaya başladı). Doğal sayının sağına virgül konur ve gerektiği kadar ?

417.11 Gül: 0 eklenir değil mi?

417.12 Ö6: Beni duyuyor musun tatlım?

417.13 Ufuk: (sessiz)

417.14 Ö6: Evet yazdırmadım mı?

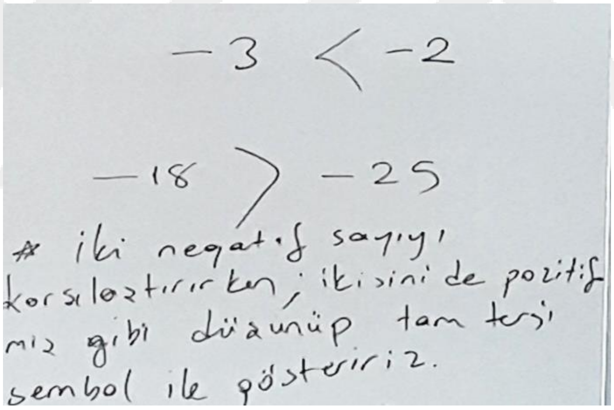
417.15 Gül: Yazdırdınız.

417.16 Ö6: eee niye yapmıyorsunuz? Doğal sayının yanına virgül konur, orada da (ikinci kez kitaba yazılmasından bahsediyor) yazılır silme orda da dursun. Doğal sayının sağına virgül konur ve gerektiği kadar 0 eklenir; virgüller alt alta gelecek şekilde toplanır.

417.17 Ufuk: (Öğretmeni dinledi ve işlemi yarıda bıraktı)

417.18 Ö6: (Ufuk'un yanına gelerek) Bak tatlım bunun yanına virgül koyacaksın sonra 0 koyacaksın. Doğal sayının yanına virgül ve gerektiği kadar 0 konur. virgüller alt alta gelecek şekilde toplanır. Tamam mı?

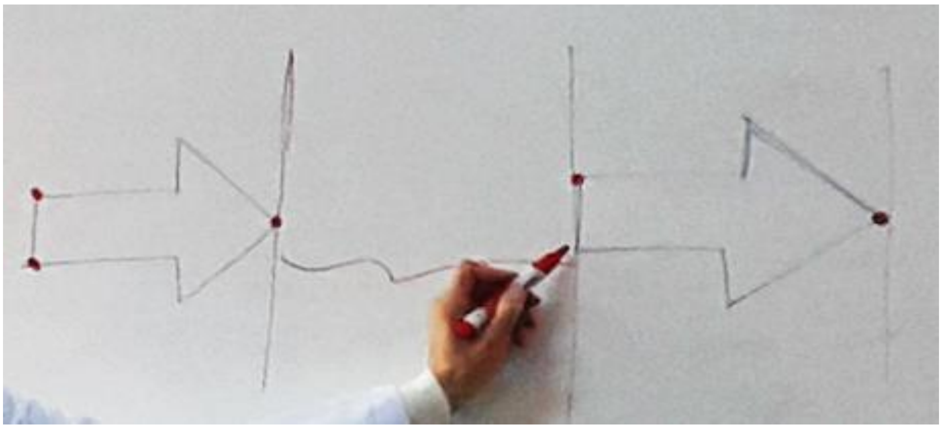
Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenle birlikte Ufuk ve Gül'ün de söylemleri de vardır. Birbirinden iki farklı öğrencinin matematiksel söylemleri yer alsa da öğrencilerin kendi arasında etkileşim olmadığı gibi öğretmenin de öğrencilerle etkileşiminin olmadığı görülmektedir. Ufuk'un söylemlerinin sözel ifadeden daha çok bedensel hareketlerden oluştuğu ve matematiksel fikirlere ulaşmasına fırsat verilmediği anlaşılmaktadır. Öğretmenin söylemlerine bakıldığında ise 6 nolu satırda kuralın önemli olduğunu vurgulamak için yıldız işaretiyle yazılmasını istediği; 16 nolu satırda ise kuralın ikinci kez yazılması için vurguladığı görülmüştür. Buna ilaveten Ö6 kodlu öğretmen kuralların yazdırılmasında dikkat çekmesi amacıyla yıldız işaretiyle yazılmasına önem verdiği görülmektedir. Örneğin 922 nolu söylem öbeğinde -3 ve -2 tam sayılarının sıralanmasına ilişkin birbirinden farklı öğrenciler düşüncelerini açıklarken; 923 nolu söylem öbeğinde tam sayıların sıralanmasına ilişkin kuralı öğretmen kendisi açıklamakta ve tahtaya yıldız işaretiyle yazdığı belirlenmiştir. Tam sayıların sıralanmasına ilişkin oluşturulan kuralın tahtaya yazılmasına ilişkin tahtanın fotoğrafı aşağıda yer almaktadır.



Şekil 18. Öğretmen söylem tipinde matematiksel kavramların kural halinde yazılmasına örnek

Yukarıda görüldüğü gibi öğretmen kuralların yazılmasında yıldız iminin olmasına dikkat etmektedir. Ayrıca defter düzenine ilişkin diğer söylem öbekleri incelediğinde de satırbaşı virgül vb. ifadelere yer verilmektedir (Bkz. Ek 10.1.1.3: 1248 nolu söylem öbeği). Öğretmen matematiksel terimlerin deftere nasıl yazılması gerektiği ilişkin açıklama yaparak söylem öbeğini sonlandırabildiği gibi terimle ilgili sonuca, genellemeye ve uyarlamaya kendisi ulaşarak da söylem öbeğini sonlandırabilmektedir. Öğretmenin terimi kitapla ilişkilendirdikten sonra terime ilişkin özelliği başka bir terime uyarladığı belirlenmiştir. Örneğin Ö2 kodlu öğretmenin nolu söylem öbeğinde *"... kitabınızda da orada var söylüyor. Kısa kenarla uzun kenar böyle birbirine diktir. İşte orada dikdörtgende o kısa kenarla uzun kenar aynı zamanda her ikisi de yükseklikti̇r. Bakın tamam mı? Her* *ikisi de yüksekliktir. İşte dikdörtgenin alanın bir kenarı ile bu kenara ait yüksekliğin çarpımı olduğu gibi Paralel kenarın alanı da paralel kenarın alanı da taban ile veya paralelkenarın bir kenarı ile bu kenarın yüksekliğinin çarpımıdır."* söylemiyle yüksekliğin özelliklerinden yola çıkarak paralelkenarın alanıyla ilgili sonucu öğretmenin ifade ettiği söylenebilir. Benzer şekilde sonuca ulaşmaya yönelik diğer söylem öbeklerinde de terimlerin özelliklerinden yararlanılarak öğretmenin sonuca ulaştığı görülmüştür (Bkz. Ek 10.1.1.3: 1650 ve 1893 nolu söylem öbekleri) Bu bağlamda öğrencilerin etkileşimli bir şekilde matematiksel söyleme katılmadan özelliklerden öğretmenin sonuca ulaştığı söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

2036.8 *Ö3: Diyelim ki şöyle bir ok şeklimiz olsun. Belli birim öteledik bu şekli (bir tane daha ok çiziyor). Şöyle (öteleyerek) bakın siz aynı gibi düşünün. Çünkü şeklin büyüklüğü değişmez aynı olduğunu farz edelim. Şimdi ötelenmiş hali şu şekli diyelim ki şöyle düşünün, bunu bir kareli kağıt üzerinde. Diyelim ki yani çizgi ucunda (okun başlangıcında) şu da bir çizginin (aynı okun sonunda) ucuna geliyor (şekli göstererek) buralarda (çizgiler arasında) kareler olduğunu farz edelim. Bakın şu aradaki birim bize kaç birim ötelendiğini göstermez. Nerden anlayacağım? Şeklin herhangi bir noktasını belirliyorum (İlk şeklin sonunda bir nokta göstererek) Mesela şurayı belirledim.*



Bu nokta ötelenmiş halinde nerde? Şurada. İşte bu ikisi arasındaki uzaklık bana kaç birim ötelendiğini gösterir anlaştık mı?

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, bir şeklin ne kadar ötelendiğinin anlaşılması için öğretmen sonuca ulaşmaktadır. Ayrıca öğretmen sonuca ulaşılırken, 8 nolu satırda da ifade ettiği gibi unutulmaması gereken yerlere de vurgu yaptığı görülmektedir. Bu durum öğretmenin daha çok matematiksel fikirlere hemen ulaşmasıyla görülmektedir. Öğretmen sonuca hemen ulaşıp terimle ilgili unutulmaması gerekenleri dile getirmektedir. Örneğin arazi ölçülerinin öğrenilmesine yönelik matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1770.2 *Ö2: Şimdi bakın, şu çok önemli çocuklar. Öğrencinin yanlış yaptığı hata yaptığı konu burası. Şimdi burayı sakın sakın sakın şaşırmayın. Bakın ben ileride yapacak olduğunuz hatayı şimdiden size söylüyorum. Bu hatayı yapacaksınız. Arazi ölçüleri 10'ar 10'ar büyür bakın 1 ar 100 m^2, kitabınızda var. Tahtaya yazıyorum görün ki daha iyi aklınızda kalsın. Kitabınızda da var 1 ar 100 m^2 1 dekar*

1770.3 *Sınıf:1000*

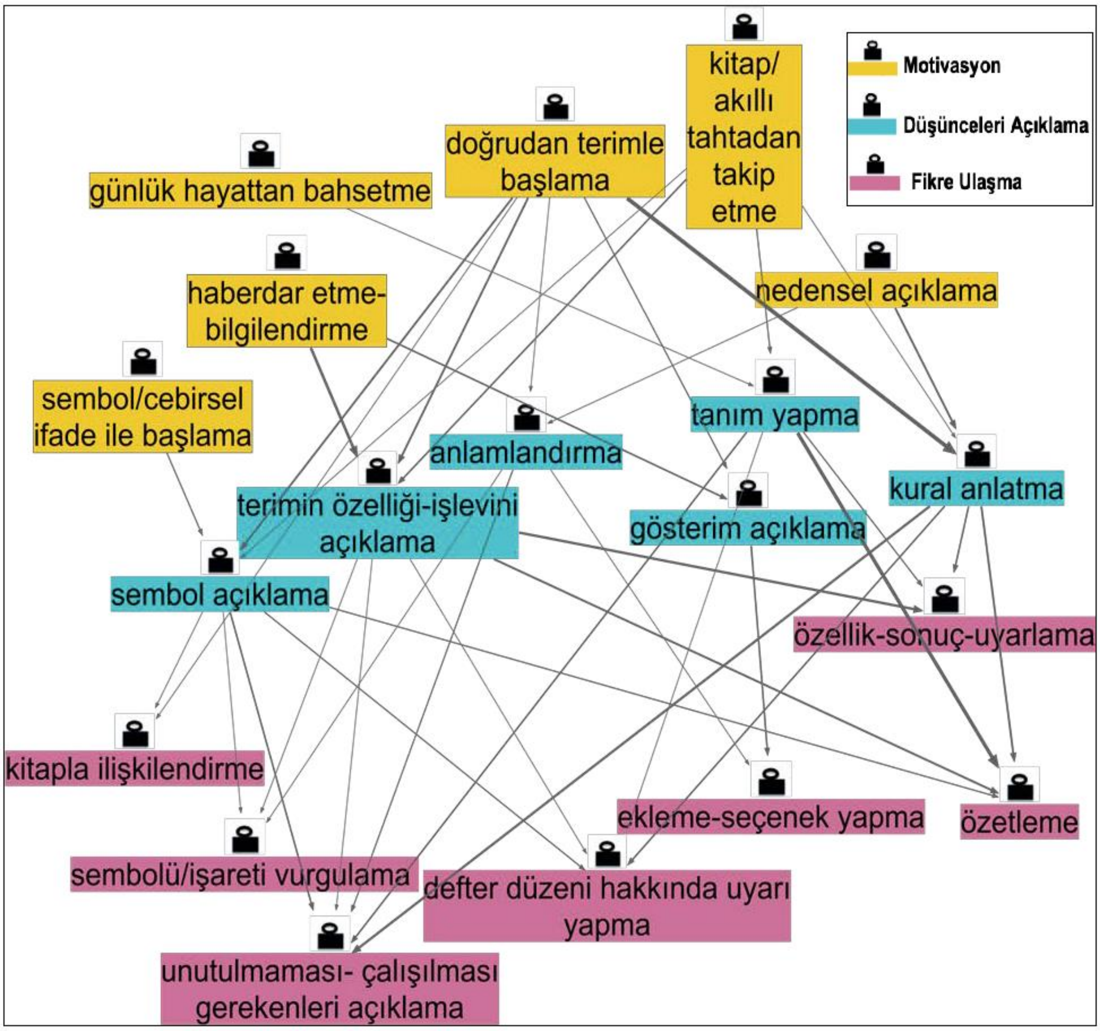
1770.4 *Ö2: (sınıfla aynı anda) 1000 m^2; 1 hektar, 10000 m^2. Şimdi bakın arazi ölçüleri 10'ar 10'ar büyür 10'ar 10'ar küçülüyor ama alan ölçüleri ise çocuklar 100'er 100'er büyür; 100'er 100'er küçülür. Şimdi soruyorsun öğrenciye: Bir alan ölçüsünü arazi ölçüsüyle karıştırıp 10'ar 10'ar büyür; 10'ar 10'ar küçülür diyor*

1770.5 *Musa: Ama 100'er 100'er*

1770.6 *Ö2: (öğrencinin söylediğini duymadan anlatmaya devam ediyor) ve ya bir arazi ölçüsünü soruyorsun, çocuk çevirirken ya iki 0 atıyor ya iki 0 siliyor. Arazi ölçüleriyle alan ölçülerini birbirine karıştırmayın. Araziler bakın ar, dekar, hektar 10'ar 10'ar büyür 10'ar 10'ar küçülür, ama diğer alan ölçüleri m^2, cm^2, km^2 bunlar ise 100'er 100'er büyür; 100'er 100'er küçülür. Anladık mı? Sakına sakın bunları karıştırmayın.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden, öğretmenin arazi ölçüleri ile ilgili öğrencilerin hataya düşebileceği yerleri vurgulayarak matematiksel fikirlere ulaştığı anlaşılmaktadır. Öğretmenin söylemleri incelendiğinde, öğrencilerin arazi ölçüleri ile alan ölçülerinin birbirine nasıl çevrileceğini karıştırmamaları gerektiği konusunda öğrencileri uyardığı söylenebilir. Bu söylem öbeğinde matematiksel düşünceleri açıklama aşamasına geçmeden matematiksel fikirlere ulaştığı belirlenmiştir (Gözlem notu, 02.05.2017 tarihli Ö2 kodlu öğretmenin 2.dersi). Ayrıca matematiksel terminoloji hakkında öğrencilerin unutmaması-çalışması gerekenlere ilişkin diğer söylem öbeklerindeki söylemler "...bu özelliği unutmayın", "... bunu karıştırmayın" gibi söz kalıplarıyla ifade edilmiştir.

Yukarıda terminoloji kapsamında *Öğretmen* Söylem tipinde oluşan matematiksel söylemin yatay aşamalarında (motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma) söylemler, söylem göstergeleri bağlamında ele alınmıştır. Matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu yansıtan bu göstergeler, öğretmen söylemleri şeklinde ya da öğretmen ve öğrenci söylemleri içeren diyaloglar halinde açıklanmıştır. Motivasyona yönelik söylemlerden bir sonraki aşama olan matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlere geçişi, bu aşamadan da matematiksel fikirlere yönelik söylemlere geçişi yansıtan matematiksel iletişim haritasındaki yollar Harita 1'de sunulmaktadır.



Harita 1. Öğretmen söylem tipinin terminoloji zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası

Yukarıdaki haritada, *Öğretmen* söylem tipinde terminoloji kapsamındaki göstergelerin birbiriyle ilişkisi gösterilmektedir. Aslında bu harita, terminoloji kapsamında matematiksel söylemlerin yatay aşamalarının arasında oluşan bağı yansıtmaktadır. *Öğretmen* söylem tipinde, öğretmenin söylemlerinin ağırlıkta olduğu söylemlerde matematiksel terminolojiye ilişkin söylemlerin nasıl oluştuğu ve hangi göstergelerin birbiriyle ilişkili olduğu görülmektedir. Ayrıca göstergeler arasındaki bağın ne kadar güçlü ve zayıf olduğunu göstermektedir. Örneğin öğretmenin motivasyon aşamasında günlük hayattan bahsetmesi ile tanım yapması arasında zayıf bir bağ olduğu söylenebilir. Ancak motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşmaya yönelik bazı söylem göstergelerinin arasında sıkı bir ilişki de bulunmaktasır. Örneğin öğretmen doğrudan terimle başlaması ve kuralları anlatması arasında güçlü bir bağ vardır. Kuralları anlatmaya ilişkin söylem göstergesinden matematiksel fikirlere ulaşırken unutulmaması-çalışılmaması gerekenlerin vurgu yapıldığı görülmektedir. Bu bağlamda *Öğretmen* söylem tipinde matematiksel fikirlere tam olarak ulaşılmadığı, öğretmenin kendisinin vurgulayarak, özetleyerek ve ya ilişkilendirerek söylem öbeğini sonlandırdığı görülmektedir. Yukarıdaki haritada dikkat çeken bir diğer bulgu da bazı söylem göstergelerinin sonraki yatay gelişim aşamalarındaki göstergelerle ilişkisinde çeşitlilik olmasıdır. Örneğin terimin özelliği ya da işlevi hakkında açıklama yapan öğretmenin matematiksel fikirlere ulaşırken özelliklerden sonuca vardığı gibi özetleme, defter düzeni hakkında uyarı yapma vb. gibi matematiksel fikre ulaşmaya yönelik çok farklı söylem göstergeleriyle arasında bağ olduğu görülmektedir.

4. 1. 2. Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Söylemler

Öğretmen söylem tipinde görsel aracılara yönelik söylemler incelendiğinde diğer matematiksel zeminlerde olduğu gibi öğretmenin söylemlerinin aktif olduğu söylenebilir. Öğretmenin görsel aracılardan olan modellemeyi, tabloyu ve grafikleri kendisinin oluşturduğu görülmektedir. Diğer söylem tiplerinde de görsel aracıları öğretmenin bazen kendisinin oluşturduğu söylenebilir. Ancak *Öğretmen* söylem tipinde görsel aracılar oluşturulurken öğretmenin söylemlerinin ağırlıkta olduğu söylenebilir. Görsel aracı zemininde *Öğretmen* söylem tipinde oluşan matematiksel söylem aşamaları (M.S.A.) söylem-satır numaraları ile birlikte (S.S.N.) birlikte Ek 8.1.2.'de yer almaktadır. Bu bağlamda bir söylem öbeğinin tamamı yer alarak, bu söylem öbeğinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin tamamı görülmektedir.

4. 1. 2. 1. Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler

Öğretmen söylem tipindeki görsel aracılar kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, diğer *Öğretmen* söylem tipindeki söylemlerde olduğu gibi öğrencileri kendisini dinlemesi için motive ettiği görülmüştür. Ancak diğer matematiksel zeminlerden farklı olarak burada, öğrencilerin dinlemesi için görsel aracıyı tahtada ya da kitapta göstererek görsel aracıya dikkat çektiği belirlenmiştir. Görsel aracılar kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 16'da gösterilmiştir.

Tablo 16. Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Görsel Aracılar	Yapılacaklardan haberdar etme	11	Şimdi ben burdan şekillere geleceğim. şekillerin yansıması var ya da şekillerin simetrisi diyoruz biz ona.
	Görsel aracıyı kendisi yapacağını ifade etme	14	Şimdi diğer yarı çapın üzerinde bakın. 15 dereceyi çizeceğim…
	Çizilip çizilmeyeceğine karar verme	2	Bu soruyu çözerken şurdaki şu modellemeyi anlamaya gerek yok…
	Kendisinin açıklayacağından/ yorumlayacağından haberdar etme	5	Yani mesela daire grafiğinde şöyle düşününün. Birisi 45 derece öbürü de 50 derece. Tamam mı? Hangisinin fazla hangisinin az olduğunu çok net göremeyebiliriz. Ama sütun grafiğinde…
	Kitaptan takip etme	9	Şimdi sizden sayfa 155'i açmanızı istiyorum. Sayfa 155'te eş bir açı çizme olayını kareli bir kağıt üzerinde gösteriyor. Şimdi bakın…
	Başlık yazdırma	6	Yan başlık çizgi grafiği. Şu çizgi grafiğini bir anlatayım…
	Çizime komut vererek dikkat çekme	6	Şimdi açı ölçerlerinizin cetvel kısmını alalım…

Yukarıdaki tabloda, motivasyona yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergelerden biri olan yapılacaklardan haberdar etmeye ilişkin söylemlerde, görsel aracılarla ilgili olarak ne/neler yapılacağına ilişkin öğretmenin öğrencileri bilgilendirdiği belirlenmiştir. Örneğin 7.sınıfta doğrusal ilişkilere yönelik öğrenilmesi gereken matematiksel zemin hakkında öğretmenin matematiksel söylemleri aşağıda yer almaktadır.

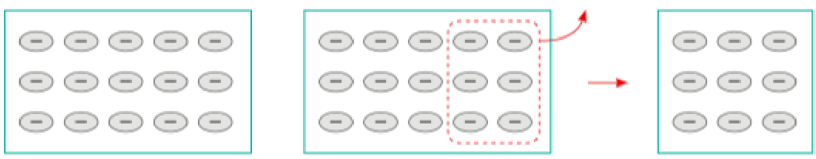
49.1 *Ö3: Şimdi şöyle çocuklar, biz burada bunları çözmeyeceğiz. Şöyle çözmeyeceğiz. Biz zaten bir bilinmeyenli denklem çözmeyi öğrendik, yani bizim sınıf düzeyimizde bu. İki bilinmeyenli denklemleri 8.sınıfta çözmeyi öğreneceğiz. Biz sadece bu denklemlerle koordinat sistemi üzerinde doğru çizeceğiz. Doğrular oluşturacağız, örneklerini yapacağız.*

49 nolu söylem öbeğinden görüldüğü üzere öğretmenin matematiksel söylemleri incelendiğinde görsel aracılardan biri olan grafik çizmeye ilişkin 7.sınıfta öğrenilmesi gerekenlerden bahsetmektedir. Öğretmenin daha sonraki matematiksel söylemleri incelendiğinde ise *"doğru çizeceğiz"*, *"koordinat sisteminde çizeceğiz"* ifadeleri ile görsel aracı kapsamında yapılacaklardan öğrencileri haberdar ettiği söylenebilir. Motivasyon aşamasındaki diğer söylem öbeklerine bakıldığında, öğretmenin görsel aracıyı kendisinin oluşturacağından da haberdar ettiği görülmüştür. Ayrıca diğer motivasyon aşamalarındaki göstergelerdeki söylemlerden göre daha çok oluştuğu söylenebilir. Öğretmenin bu söylemlerinden matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikirlere ulaşma

aşamasında kendisinin aktif olacağı anlaşılmaktadır. Örneğin doğrusal denklemler arasındaki ilişkiye geçmeden önce Ö1 kodlu öğretmenin 215 nolu söylem öbeğinin motivasyon aşamasında, *"Bunu kendinizin kestirmesi bir tık daha zor. Şimdi ben birazcık başlayayım, bakalım siz ne tahmin edeceksiniz"* şeklindeki söylemi ile söylem öbeğinin tamamında kendi söylemlerinin ağırlıkta olacağını belirttiği görülmektedir. Buna ilaveten Ö5 kodlu öğretmenin 2030 nolu söylem öbeğinde "*Çocuklar şeklimiz nasıl? Şekli ben taslak çizeyim şöyle bir şeklimiz var (tahtaya çizmeye başlıyor)"* söylemiyle de öğretmenin kendisinin çizeceği anlaşılmaktadır.

Öğretmenin kendisinin görsel aracıyı çizeceğinden haberdar etmesine ilaveten görsel aracıların çizilip çizilmeyeceğine de öğretmenin karar verdiği belirlenmiştir. Örneğin tam sayılarda işlemlerin modellenmesinde, Ö2 kodlu öğretmenin modellemeye ilişkin konuşulup konuşulmayacağına kendisinin karar verdiği belirlenmiştir. Modellenen işlemin matematik cümlesinin yazılmasına ilişkin öğretmenin matematiksel söylemleri aşağıda yer almaktadır.

1398.1 Ö2: Şimdi şuraya bakar mısınız? Şu aşağıya



A. $(-15)-(-9)=-6$ **B.** $(-9)+(-6)=-15$
C. $(+15)-(+9)=-6$ **D.** $(-15)-(-6)=-9$

a şıkkının cevabı -6; c ninki -6; b ninki -15; yani burada bakın bu soruyu çözerken şuradaki şu modellemenin işlemini anlamaya gerek yok, Tamam mı?

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi öğretmenin modelleme yapmaya gerek duymayarak modelleme oluşturulmasına kendisinin karar verdiği görülmektedir. Öğretmenin motivasyona yönelik bu söylemleri incelendiğinde görsel aracıyı kendisinin oluşturacağından ya da oluşturmaya gerek olmadığından haberdar ettiği söylenebilir. Ayrıca öğretmen görsel aracı hakkında açıklamayı ya da yorum yapmayı doğrudan kendisi yaparak matematiksel söylemlere başlamaktadır. Öğretmenin görsel aracı hakkında yorum-açıklama yapacağından daha az haberdar edip hemen yorumlara-açıklamalara başladığı diğer söylem öbeklerinde de görülmüştür. Örneğin 2003 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmen *"Çocuklar bir şeyi anlatmama müsade edin. Soruyu ilk okuduğumuzda aklımıza şu gelmesi lazım: Çevre uzunluğu 16 birim olan kaç farklı dikdörtgen çizilebilir? Çevre uzunluğu kaç 16 birim…"* söylemiyle görsel aracıya ilişkin yorum-açıklama hakkında motive etmeyip doğrudan açıklama yaptığı görülmektedir.

Öğretmen söylem tipinde görsel aracılara yönelik motivasyona yönelik diğer söylem göstergeleri arasında görsel aracının kitaptan takip edilmesine yönelik söylemler yer almaktadır. Örneğin 1587 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin *"Şimdi çocuklar kitabınızı bir açar mısınız? Defteriniz de açık kalsın yazacağız tektek onları, Bana yazdırmanızı istiyorum. Sayfa 157'yi bir açar mısınız?... Orada bir tane grafik var, örnek grafik..."* söylemiyle kitaptaki çizgi grafiğiyle ilgili konuşulacağı anlaşılmaktadır. Ayrıca öğretmen defterin de açık kalmasını söyleyerek daha sonraki söylem öbeklerinde görsel aracılara ilişkin başlık yazdırdığı görülmüştür. Örneğin Ö3 kodlu öğretmenin 740 nolu söylem öbeğinde *"Şimdi defterlerimizi açalım. Doğrular ve açılar diye (Sınıftan sesler yükseliyor) ünite başlığımızı atalım. Altına da bir açıya eş bir açı çizme başlığını da atalım. Pergellerimizi ayarlayalım. Çizeceğiz. Doğrular ve açılar ünite başlığımız. Ben çizerken hep birlikte aynı anda çizeceğiz..."* söylemiyle başlık yazdırarak öğrencileri haberdar etmektedir. Ayrıca öğretmen başlık yazdırırken görsel aracı çizimine ilişkin de komut verdiği ama görsel aracıyı kendisinin oluşturduğu belirlenmiştir. Görsel aracı çizimine ilişkin komut vererek ya da görsel aracıya dikkat çekerek öğretmenin öğrencilere motive ettiği görülmektedir. Örneğin 146 nolu söylem öbeğinde kodlu öğretmenin Ö4 *"Şimdi sıra, dikey eksende yani kişi sayısının kararını vermekte…"* söylemiyle öğrencilerin dikkatini görsel aracıya çektiği belirlenmiştir.

4. 1. 2. 2. Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler

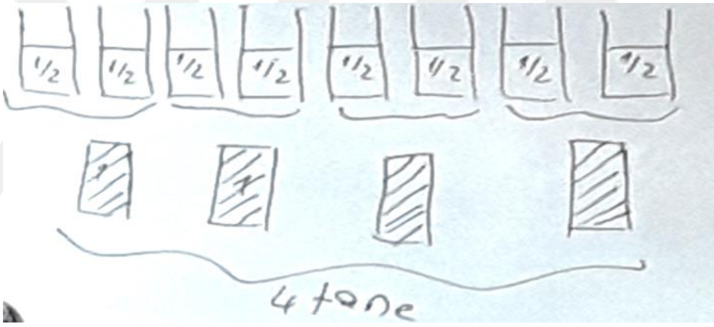
Öğretmen söylem tipindeki görsel aracılar kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, görsel aracıya ilişkin öğretmenin söylemlerinin ağırlıkta olduğu belirlenmiştir. Görsel aracılar kapsamında matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylem göstergeleri Tablo 17'de gösterilmiştir.

Tablo 17. Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

Söylem Göstergeleri			Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Görsel Aracılar	Görsel aracıyı tanıtma	7	Çocuklar biz doğrusal denklemleri inceliyoruz. Bir sürü denklem vardır, bir sürü denklem tipi ve çocuklar her denklemin ama her denklemin de koordinat düzleminin de grafik olarak bir şekli vardır…
	Görsel aracı oluşturma	15	Bir parçamız var paydamız 9 olduğu için 9 eşit parçaya bölüyoruz. 7 parçasını yemişim 7 parçasını tarıyorum…
	Görsel aracıya ilişkin çizim kurallarını açıklama	10	Açı ölçerimin kenarını yine yarı çapla çakıştırıyorum üst üste. Merkeze getirdim. Çakıştırdım şimdi 15 dereceyi çizeceğim…
	Görsel aracıya ilişkin çizim kurallarını sıralama	6	Daireyi çizdikten sonra merkezle herhangi bir yarı çap alıyoruz bir yerden.
	Görsel aracıya ilişkin nedensel-gerekli açıklama yapma	6	…Çünkü orada mutlaka o sütun daha fazla olacak
	Görsel aracıyı kitaptan okuma	5	Kitapta örnek bir grafik var...

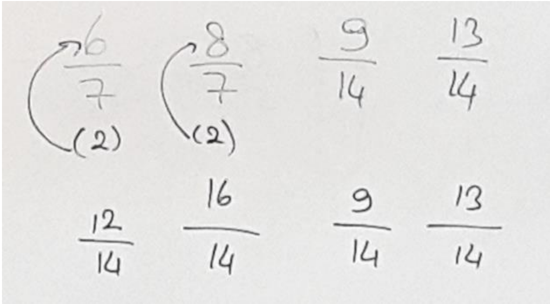
Yukarıdaki tabloda, matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergeler incelendiğinde, görsel aracının tanıtılmasına yönelik söylemlerin diğer söylem göstergelerindeki matematiksel söylemlerle iç içe olduğu belirlenmiştir. Örneğin Ö4 kodlu öğretmenin "*İlk yapacağım şey, grafiğin eksenlerini çizmek. Yatay eksen ve dikey eksen. Yatay derken şu tarafa doğru yatması gerekiyor (beden dili ile göstererek); dikey derken yukarı doğru çıkması (koluyla dik bir şekilde göstererek). İki tane eksenimiz var. Biri yatay biri dikey (tahtaya çizerek) bunların adı neymiş? Eksen. Yatay eksen ile dikey eksen dik kesişecek konumda, yani şurası (kesişim noktalarını göstererek) 90 derece olacak şekilde ikisini de çizdik.*" söylemiyle çizim kurallarını sıralayarak görsel aracıyı tanıtmaktadır. Ayrıca görsel aracıyı oluşturmadan önce olabileceği gibi görsel aracıyı oluştururken de öğrencilere hatırlatmak amacıyla görsel aracının tanıtıldığı belirlenmiştir. Örneğin Ö3 kodlu öğretmenin *"Bak ben ölçerek mi çizdim eş açıyı? Zaten açının tanımı neydi? Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının oluşturduğu bölge…"* söylemiyle açının tanımını hatırlatarak eş açıları tanıtmaya başlamaktadır. Öğretmenin görsel aracıyı tanıtmaya yönelik matematiksel söylemlerinden sonra görsel aracıyı kendisi oluşturduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda modellemelerin, grafik çizimlerinin, açıortay çizimlerinin, sayı doğrusunda gösterme gibi matematiğin kendine ait görsel aracıların oluşturulmasında öğretmenin matematiksel söylemlerinin ağırlıkta olduğu söylenebilir. Öğretmenin yeni öğrenilecek görsel aracıları (Örn: Yedinci sınıfta çizgi grafiğinin çizilmesi) kendisinin oluşturmasının yanında soru çözümlerinde modellemeyi de kendisinin oluşturduğu belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.1.2.2: 1268 nolu söylem öbeği). Dolayısıyla görsel aracılardan biri olan modellemenin anlaşılmasına yönelik söylemlerin de öğretmen tarafından daha çok dile getirildiği görülmektedir. Örneğin 6.sınıflarda kesirlerde çarpma işlemini modelle anlatmak isteyen Ö6 kodlu öğretmen, soruya ilişkin modellemeyi oluştururken matematiksel düşünceleri açıklamaktadır. Öğretmenin modellemeyi oluşturmak için "*Neşe her gün çiçeklerini sulamak için ½ şişe su kullanmaktadır. Buna göre Neşe, 8 gün sonunda kaç şişe su kullanmıştır?*" sorusuna ilişkin matematiksel söylemleri aşağıda verilmiştir.

107.10 Ö6: Şu şekilde şişe çizelim (tahtada modelleyerek). Böyle yarısını doldurduğunu göstermek için üstlerini açık bırakıyorum. 1,2,3,4,5,6,7,8 defterleriniz kareli, hepsi aynı boy olsun. Her 1/2, 1 tam eder değil mi? (2 tanesini demek istedi). 1 (iki şişeyi birleştiren bir gösterimle), şunu da çizelim.



107 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi, görsel aracılardan biri olan modellemeyi öğretmenin kendisinin yaptığı görülmektedir. Bu söylem öbeğinin motivasyon aşamasındaki söylemleri de incelendiğinde Ö6 kodlu öğretmenin *"Önce bunu ben modelleyerek anlatacağım size. Bir doğal sayıyı ben modelleyeceğim, başlık yazalım, kesirlerde çarpma işlemi..."* şeklinde söylemle modelin inşasının kendisi yapacağını vurgulamaktadır. Daha sonraki söylem aşaması olan matematiksel fikirlere ulaşırken de öğretmenin söylemlerinin ağırlıkta olduğu görülmektedir. Dolayısıyla öğretmenin görsel aracının oluşturulmasına ilişkin matematiksel söylem oluşumunun tüm aşamalarında aktif olduğu söylenebilir. Buna ilaveten diğer söylem öbeklerinde modelleme dışında farklı görsel aracıları da öğretmenin kendisinin oluşturduğu belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.1.2.2: 1376 nolu söylem öbeği). Ayrıca öğretmen sayı doğrusunun hangi aralıklarla nasıl çizilmesi gerektiğini açıklamaktadır. Örneğin *"6/7, 8/7, 9/14, 13/14 kesirlerinden hangisi sayı doğrusunda gösterildiğinde 1 tama en yakın olur?"* sorusuna ilişkin oluşan matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

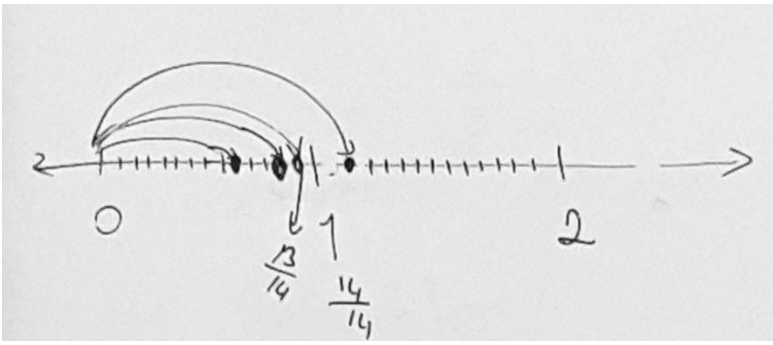
1280.7 *Ö4: Ben de şöyle düşünüyorum, bunların hepsinin paydalarını aynı yapabilirim. Çünkü 7 ile 14 birbirinin katı olan sayılar. Hepsini 14 yapayım sonra irdelemeye başlayayım düşüneyim. Şunu ikiyle genişleteceğim şunu da ikiyle genişleteceğim diğerleri zaten 14. Çarpıyorum 12/14, çarpıyorum 16/14, 9/14, 14'te 13.*



Hepsinin paydası aynı mı? Aynı. Peki ben bunları sayı doğrusu üzerinde göstersem O ile 1'in arası 2 nin arası (Tahtaya sayı doğrusu çizdi) Kaça bölünecek? 14'e. Bak Sercan bileşik kesri göstermeyi de anlatmış oluyorum. Hepsi kaça bölünmüş oluyor? 14'e. 14'e bölmek için kaç çizgi atacağım oraya?

1280.8 *Sınıf: 13 (öğretmen açıklamaya devam ediyor)*

1280.9 *Ö4: 13 kez. Ama inşallah eşit yaparım. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13. Şöyle yaparım 1'i kaydıralım. (sayı doğrusunda 1 in yerini sola kaydırdı) Bakalım 14 parça oldu mu? 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Ondört tane aralık oluşturdum. Aynı şeyi 1 ile 2'nin arasında yapacağız. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Çizgi 2 olacak. İlkinden 12'si. 12'si nerede bunun? 14 şurasıydı 2 gerisi. Şurası. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. (aralıkları sayıyor) Şurası. Diğeri 16'sı. Burası 14 tü tamamı Bir tama kadar 14/14'tü tamamı. Onu biraz geçmiş ne kadar geçmiş? 2 geçmiş. Burdan burası. 9/14, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 şurası. On, onbir, oniki şurası bir ilerisi. 13/14' te şurası.*



Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğretmenin kesirleri sayı doğrusunda kendisinin gösterdiği ve çizime ilişkin açıklamaları da kendisinin yaptığı görülmektedir. Öğretmenin söylemleri incelendiğinde *"İrdelemeye başlayım düşüneyim, kaç çizgi* *atacağım oraya? Ondört tane aralık oluşturdum"* vb. söylemlerle görsel aracılara yönelik *Öğretmen* söylem tipinin oluştuğu söylenebilir. 8 nolu satırda sınıftaki öğrencilerin aynı anda cevap verdiği bir matematiksel söylem olsa da öğretmenin kendi çizimine yoğunlaştığı görülmektedir. Ayrıca öğretmen sayı doğrusunda çizim yaparken *"Onu biraz geçmiş ne kadar geçmiş? 2 geçmiş."* vb. söylemlerle soru sorduğu ancak çizime ilişkin açıklamaları kendisinin yaparak görsel aracıyı oluşturduğu söylenebilir.

Görsel aracıları oluşturmaya yönelik matematiksel söylemlerde, çizime ilişkin kuralların öğretmen tarafından dile getirildiği belirlenmiştir. Öğretmen görsel aracının oluşturulmasında yapılması gerekenleri adım adım kurallar halinde açıklamaktadır. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

741.14 Ö3: Yalnız yayı yaptıktan sonra kesinlikle şu açıklığı bozmuyorsunuz. Yani şöyle ben şurda bir yay çizeceğim. Yay çizerken açıklığa dikkat edip pergelinizi iyi sıkıştırın. Bak oynayan bir pergelse zorlaşabilir işiniz. Açıklık bozulmayacak. Yani yayımızı çizeceğiz, pergelimizi güzelce kenara koyacağız. Şu aradaki açıklığı bozmayacağız. Şimdi bakın pergelimin sivri noktasını başlangıç noktasına yerleştiriyorum.

Şöyle yerleştiriyorum bakın... Bakın şöyle bir yay çiziyorum, tamam mı?

741.15 Merve: Biz de mi çiziyoruz?

741.16 Ö3: Evet siz de çiziyorsunuz. Bak şöyle...

Yukarıdaki söylem öbeğinde, Ö3 kodlu öğretmen bir açıya eş bir açı çizerken pergel kullanımı hakkında açıklama yapmaktadır. Öğretmenin eş açı çizme kuralında yapılması gerekenler ve yapılmaması gerekenlerden bahsettiği görülmüştür. Ayrıca eş açı çizerken öğretmenin soru sorduğu ancak kendisinin cevapladığı belirlenmiştr. Diğer görsel aracılardan olan sütun ve daire grafiğiyle ilgili diğer söylem öbeklerinde de öğretmenin çizim kurallarına ilişkin soru sorduğu ancak soruları kendisinin cevapladığı görülmüştür. Ayrıca öğretmen görsel aracı oluşumuna ilişkin çizim kurallarını açıklarken günlük hayattan örnek verdiği belirlenmiştir. Örneğin görsel aracılardan biri olan sütun grafiğindeki aralıkların büyük ya da küçük olması günlük hayattan verilen örneklerle belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.1.2.3: 146 nolu söylem öbeği). Bu bağlamda görsel aracılara ilişkin çizim kurallarında günlük hayattan örnek vererek açıklama yapıldığı söylenebilir.

Diğer yandan görsel aracıya ilişkin çizim kurallarının belli bir sıraya koyarak açıklandığı belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.1.2.3: 1540 nolu söylem öbeği). Örneğin 145 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmen *"İlk yapacağım şey, grafiğin eksenlerini çizmek. Yatay eksen ve dikey eksen. Yatay derken şu tarafa doğru yatması gerekiyor (beden dili ile göstererek) dikey derken yukarı doğru çıkması (koluyla dik bir şekilde göstererek)…*" söyleminde çizim kurallarını açıklarken belli bir sıraya göre açıkladığı görülmektedir. Benzer şekilde diğer söylem öbeklerinde de grafik kurallarına ilişkin öğretmenin matematiksel söylemlerinde "ilk-ikincisi vb." ya da "önce- sonra" gibi söylemlerin sıklıkla kullanıldığı belirlenmiştir. Öğretmen çizim kurallarını sıraya göre açıklarken görsel aracıya ilişkin nedensel ve gerekli açıklamalar yaptığı görülmektedir. Örneğin 1661 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin *"Sütun grafiğinde en uzun sütun zaten en yüksek değeri verecek; en küçük sütun en düşük değeri verecek. O yüzden azlık çokluk bakımından inceliyorsak bize en doğru grafik sütun grafiğidir"* söylemiyle sütun grafiğine ilişkin nedensel açıklama yaptığı görülmektedir. Görsel aracılara ilişkin nedensel ve gerekli açıklamaların daha çok görsel aracının kullanımına ilişkin olduğu belirlenmiştir. Buna ilaveten görsel aracıya yönelik nedensel ve gerekli açıklamaların kitaptan takip edilerek yapıldığı görülmüştür. Örneğin 1585 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin "*Bu cümleyi bir kere okumak istiyorum. Verilerin zamana bağlı değişimi, verilerin zamana bağlı değişimi, parantez içerisinde (öğrencilerin de yazması için) artış azalışı genellikle çizgi grafiğinde gösterilir"* söylemiyle de kitaptan okunarak çizgi grafiğinin ne zaman kullanılacağını ifade etmektedir. Ayrıca 1549 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin "*Evet. (Tekrar ders kitabına bakarak) Orman yangınlarıyla ilgili genel bilgi var. Direkt 2. örneğe bakalım tablo üzerinde diyor ki…."* söyleminde daire grafiğinin oluşmasında gerekli olanlardan bahsettiği anlaşılmaktadır.

4. 1. 2. 3. Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler

Öğretmen söylem tipindeki görsel aracılar kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, görsel aracıların yanlış yorumlanmamasına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Bu matematiksel söylemler incelendiğinde, görsel aracıları oluştururken dikkat edilmesi gereken kurallara vurgu yapıldığı söylenebilir. Görsel aracılar kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 18' de gösterilmiştir.

Tablo 18. Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

Söylem Göstergeleri			Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Görsel Araçlar	Görsel aracı kuralını vurgulama	7	Bir bakın. Ben bu açıortayı çizdim. Hemen bu açıortayın başına yeni bir nokta koydum. E olsun. Benim açıortayım bu TE ışını. Işınlar başlangıç noktasıyla başlar
	Öğrencilerin görsel aracıyı anlayıp anlamadığına karar verme	2	…Herhalde çizimi anladınız.
	Çizimde nelerin gerekli olduğuna karar verme	7	Başlangıç noktasını vermem yeterli size…
	Başka zeminle ilişkilendirme	5	Ters işlem yapıyorum yani. 8'i 5 e bölmeye kalkmıyorum. Zaten bölünmüyor değil mi? 8'i önce ne yapıyorum modele bakarsanız daha iyi anlayacaksınız.
	Görsel aracıyı yorumlamak için yapılması gerekenler	5	Grafikte aralıkları alacağım şey benim için önemli. Yoksa…
	Çizerken eşit aralık-eşit mesafeye vurgu yapma	7	Hepsi eşit aralıklarla olsun…

Tablo 18'de matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergeler incelendiğinde matematiksel fikirlere ulaşma aşamasındaki söylemlerde öğretmenin söylemlerinin ağırlıkta olduğu söylenebilir. Örneğin öğretmenin görsel aracının çizim kuralını ya da görsel aracıda olması gerekenleri tekrar ifade etmesine ilişkin matematiksel söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmenin görsel aracı kuralını vurguladığı söylenebilir. Görsel aracının oluşumundan sonra kuralın vurgulanmasına ilişkin örnek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

777.12 Ö1: Nasıl açıortay çizdiğime bakın. Eğer bu 50 derecelik bir açıysa nereden geçmesi gerekiyor açıortayın? 25 derecemi şöyle hesapladım.

777.13 İbrahim: Öğretmenim 20'den geçmez mi? Yani istesek?

777.14 Ö1: Geçmez tam yarısından geçer. Bir bakar mısınız? Ben bu açıortayı çizdim. Hemen bu açıortayın başına yeni bir nokta koydum. E olsun (tahtada göstererek) Benim açıortayım bu TE ışını. Işınlar başlangıç noktasıyla başlar. Buna ET ışını diyemezsin. Şimdi TE ışını açıortaydır (sembolü ile gösterek) Burada açıortay kim dersem TE ışını diyeceksiniz.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, öğretmen açıortay çizimine ilişkin kurallaştırma yaparak açıortay çiziminde dikkat edilmesi gerekenleri ifade ettiği görülmektedir. 12 nolu satırda *"...nereden geçmesi gerekiyor açıortayın?"* söylemiyle açıortay çiziminde olması gerekenleri vurguladığı söylenebilir. 13 nolu satırda öğrencilerin söylemleri olsa da 14 nolu satırda öğretmen söyleminin daha baskın olduğu söylenebilir. Örneğin "Ben bu açıortayı çizdim…" söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Öğretmenin söylemlerinin baskın olmasına ilaveten diğer söylem öbeklerinde öğrencilerin neyi anlayıp anlamadığına öğretmenin karar verdiği görülmüştür. Örneğin 1540 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin *"… olduğunu herhalde anladınız"* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Dolayısıyla öğretmen görsel aracı kuralını vurgularken görsel aracıyı oluşturmak için neyin/nelerin gerekli olduğuna kararı kendisi vermektedir. Örneğin 1590 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin *"Burada (eksenlerde) çok fazla sıfır kullanmak istemiyorsam parantez içerisinde bin yazarım. Yani 2 yazmışsam o aslında 2 demek değil. Böyle sıfırdan tasarruf edebilirsiniz. Mesela ne olursa olsun dizim benim 3000, 5000, 6000 aralıklarla da olsa bir artış olacak. 2 şer 2 şer alırsam. Senin dizinin sütunu 7000 izlenmiş. Ne yapmak zorundasın? Buraya kesinlikle 7 yazamazsın. Belki çok küçük bir renkli kalemle koyabilirsin, çünkü bazı sütun grafiklerinde ben görmüştüm. Eksen üzerine farklı bir renkte küçücük işliyor. Ya da hiç işleme. Tam ikisinin ortasından sütununu yükselt…"* söylemiyle eksenlere hangi sayıların nasıl yazılması gerektiğine karar verdiği görülmektedir. Benzer şekilde diğer söylem öbeklerinde de (Bkz. Ek 10.1.2.3: 1549 nolu söylem öbeği) görsel aracıların çiziminde nelerin gerekli ve yeterli olduğuna öğretmenin karar verdiği görülmektedir. Diğer yandan görsel aracının anlaşılması için matematiksel fikre ulaşma aşamasında öğretmenin görsel aracıyı başka zeminle ilişkilendirdiği söylenebilir. Örneğin daire grafiği çizmek için merkez açının nasıl bulunacağına ilişkin söylemlerin bir arada oluştuğu görülmüştür . Öğretmenin sayılarla işlem yapma ile görsel aracıyı daha çok ilişkilendirdiği belirlenmiştir. Örneğin öğretmen (Ö2, Ö4, Ö5, Ö6) modelleme yaptıktan sonra işlemle de sonucun bulunabileceğini göstererek soru-problem çözümü ile ilişkilendirme yaptığı söylenebilir. 107 nolu söylem öbeğinde Ö6 kodlu öğretmenin *"Şimdi sonucun işlemle de 4 tane tam ettiğini bulacağız. 8 tane 1 bölü (tahtaya 8 çarpı 1 bölü 2 yazdı). Şimdi bir doğal sayı ile kesri çarparken biz ne dedik az önce, bakıyor muyuz? Beni bir dinleyelim. Paylar çarpımını paya yazarsın dedi. 8 ile 1 i çarparız, bölü paydayı aynen alırız. 8 bölü 2, o da kaçtır? 4. payların çarpımını paya yazdım, payda aynen kaldı…"* söylemiyle modellemeden sonra modellemeyi işlemle ilişkilendirerek matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir.

Matematiksel fikre ulaşma aşamasındaki diğer söylem göstergelerinden biri olan görsel aracının yorumlamasına ilişkin söylemler incelendiğinde, öğretmenin görsel aracının yorumlanmasını kendisi yaptığı belirlenmiştir. Öğretmenin bu söylemleri incelendiğinde görsel aracının yanlış yorumlanmamasına ilişkin söylemlerinin daha çok olduğu görülmüştür. Buna ilaveten öğretmen görsel aracının yorumlamasında eşit aralık-mesafenin çok önemli olduğunu dile getirerek matematiksel fikre ulaşıldığı söylenebilir.

Görsel aracı oluşturmada bu ifadelerin önemli olduğu bir çok öğretmen tarafından dile getirilmiştir. (Bkz. Ek 10.1.2.3: 808 nolu söylem öbeği) Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

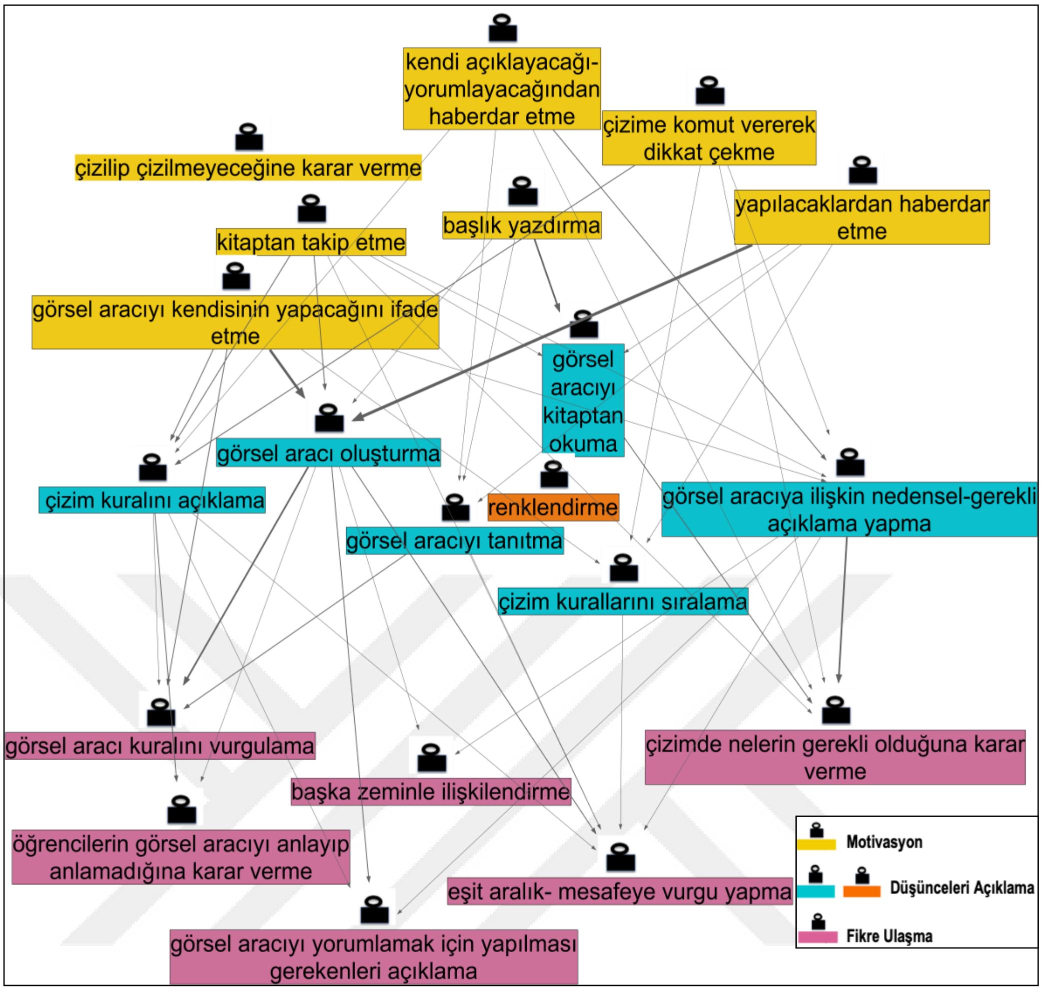
749.29 Ö3: Bakın şimdi bir tane burada bir KLM açısı çizmiş. KLM açısı içinde bakın ıı kaç tane var? 1, 2, 3, 4 tane. Iıı 1, 2, 3, 4, 5. Dörde beş kare (sayarak) diyelim şöyle oluşturalım. (kareli kağıdı tahtaya çiziyor) Hatta beşe altı büyük de oluşturabilirim. Şöyle ıı iki tane şuradan başlayıp. Normalde siz görebiliyorsunuz ama hani yine de eş açı çizerken kareli kağıt üzerinde neye dikkat etmemiz gerektiğine bir bakalım. 4-6. Çok düzgün olmadı ama

749.30 İpek: Yok hocam çok düzgün.

749.31 Ö3: Burada önemli olan kareleri doğru düzgün sayabilmek çocuklar. Kareleri kenarları çizerken kareleri düzgün ve doğru bir biçimde sayabilmek.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin eş açı çizerken tahtada kareli kağıdı oluşturduğu ve kareli kağıt üzerinde nelere dikkat edilmesi gerektiğini kendisinin açıkladığı görülmektedir. Kareli düzgün çizmenin ve saymanın önemli olduğunu dile getirerek matematiksel fikirlere kendisinin ulaştığı söylenebilir. Buna ilaveten öğrenciler defterine görsel aracıyı oluştururken eşit aralık-eşit mesafeye öğretmenin vurgu yaptığı görülmektedir.

Yukarıda görsel aracılar kapsamında *Öğretmen* Söylem tipinde oluşan matematiksel söylemin yatay aşamalarında (motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma) söylemler, söylem göstergeleri bağlamında ele alınmıştır. Matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu yansıtan bu göstergeler, öğretmen söylemleri ya da öğretmen ve öğrenci söylemlerini içeren diyaloglar halinde açıklanmıştır. Motivasyona yönelik söylemlerden bir sonraki aşama olan matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlere geçişi, bu aşamadan da matematiksel fikirlere yönelik söylemlere geçişi yansıtan matematiksel iletişim haritasındaki yollar Harita 2’de sunulmaktadır.



Harita 2. Öğretmen söylem tipinin görsel aracı zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası

Yukarıdaki haritada, *Öğretmen* söylem tipinde görsel aracılar kapsamındaki göstergelerin birbiriyle ilişkisi gösterilmektedir. Bu haritada *Öğretmen* söylem tipinde, görsel aracılara ilişkin matematiksel söylemin yatay aşamalarının nasıl oluştuğu görülmektedir. Görüldüğü gibi bu aşamaların her birinde öğretmenin baskın söylemlerine ilişkin söylem göstergelerinin olduğu söylenebilir. Örneğin motivasyon aşamasında öğretmen görsel aracının çizilip çizilmeyeceğine karar verdiği gibi görsel aracıyı kendisinin oluşturacağından haberdar etmektedir. Ayrıca görsel aracıya ilişkin çizimle ilgili kurallarla ilgili söylemlere, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşma aşamalarında görülmektedir. Bu kurallar matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında açıklanmakta ya da açıklandıktan sonra belli bir sırada olması gerektiği ifade edilmektedir. Matematiksel fikre ulaşma aşamasında ise kuralların tekrar vurgulandığı görülmektedir. Ayrıca öğretmen matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında çizim için nelerin gerekli olduğuna kendisi karar vermektedir. Ayrıca matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik göstergelerin çoğununun çizimde eşit aralık-eşit mesafe olması gerektiğiyle ile ilişkili olduğu görülmektedir. Dolayısıyla öğetmenin görsel aracılara ilişkin matematiksel düşünceleri açıkladıktan sonra aralık ve mesaflerin eşit olması gerektiğine önem verdiği söylenebilir. Öğretmenin bu söylem göstergesine yönelik matematiksel söylemleri incelendiğinde eşit çizilmesine gerektğine ilişkin nedensel açıklamalarının olduğu; eşit çizilmezse neler olabileceği hakkında söylemlerinin olduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmen çizimlerdeki kavramsal noktayı yakalamak için matematiksel düşünceleri açıklama aşamasıda renkli kalemle ilgili yerlerin çizilmesini önermektedir. Araştırma süresince yapılan gözlemlerde de öğretmenin görsel aracıyı oluştururken ya da görsel aracı hakkında bir şeyi açıklarken kendisinin de tahtada renkli kalemle çizildiği belirlenmiştir. Dolayısıyla renklendirmenin bir ara söylem göstergesi olduğu, matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik diğer söylem göstergeleriyle iç içe olduğu söylenebilir. Yukarıdaki haritada dikkat çeken bir diğer bulgu da, motivasyon aşamasındaki yapılacaklardan haberdar etme ile kendi çizececeğinden haberdar etmenin, görsel aracının oluşturulmasıyla arasında sıkı bir bağ olduğudur. Dolayısıyla öğretmen görsel aracıyı kendisinin oluşturacağına ilişkin söylemlerin oluşmasında, motivasyon aşamasındaki söylemlerle işaret edildiği söylenebilir.

4. 1. 3. Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Söylemler

Öğretmen söylem tipinde soru/problem çözerken diğer matematiksel zeminlerde olduğu gibi öğretmenin söylemlerinin daha ağırlıkta olduğu görülmektedir. Soru/problem çözerken öğretmenin matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikirlere ulaşmada daha çok aktif olduğu görülmektedir. Soru/problem çözümü zemininde *Öğretmen* söylem tipinde oluşan matematiksel söylem aşamaları (M.S.A.) söylem-satır numaraları ile birlikte (S.S.N.) birlikte Ek 8.1.3.'te yer almaktadır. Bu bağlamda bir söylem öbeğinin tamamı yer alarak, bu söylem öbeğinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin tamamı görülmektedir.

4. 1. 3. 1. Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Motivasyona Yönelik Söylemler

Öğretmen söylem tipindeki soru/problem çözümü kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, öğretmenin soruyla ilgili karşılabilecek durumlardan bahsettiği görülmektedir. Ayrıca bazı soru/problem çözümüne yönelik motivasyona ilişkin söylemlerden sonra matematiksel düşünceleri açıklamaya ve matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşmadığı belirlenmiştir.

Soru/problem çözümü kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 19'da gösterilmiştir.

Tablo 19. Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Soru/ Problem Çözümü	Yapılacaklardan bahsetme	18	Sizinle dünkü dersimizde verilen kesirlerin ondalık gösterimlerini yaptık. Şimdi tam tersini yapacağız. Size ondalık gösterimi vereceğim. Ondalık olarak yazacağız onu.
	İleri sınıf-geçmiş dönem	6	Bu işlem biraz uzun, Biz 6.sınıfta zaten işlem önceliği ile ilgili bolca soru çözeceğiz zaten. Bugünkü konumuz sadece...
	Ön bilgileri hatırlatma	10	Bir çokluğun belirtilen kesir kadarını bulmak için, bu çokluğun payda da beliritlen kadar eşit parçaya bölündüğünü, sonra da bu parçalardan paydaki sayı kadarının hesaplandığını hatırlayalım…
	Kitabı-akıllı tahtayı açma	12	Evet kitaptan diğer örneğe bakalım. Zaten burada bak en üstte bir bilgi kutusu var dikkat işareti. Bir ünlem var orada.
	Soruyu tekrar anlatma	62	Şimdi bakın tekrar ediyorum, şu dm m den küçüktür. dm yi m ye çevirirken ne yapacaksın 3 tane sıfırını sileceksin…
	Sınav sorularını okuma	12	…Ben o zaman sınav sorularının cevaplarını size okuyum kendiniz düşünün olur mu?
	Sorunun anlaşılması	14	Bak şimdi ben sayının kendisini %100 kabul edersem sayının tamamı çünkü. Benden sayının %20 fazlasını istiyor….
	Birbirine bağlantılı sorular-örnekler	18	Şimdi bunlar geçen derste de konuştuğumuz şeyler değil mi? Biraz bunlardan bahsetmiştik…

Tablo 19'da motivasyona yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergelere ilişkin söylemlerden sonra *Öğretmen* söylem tipinde soru/problem çözümüne başlanıldığı görülmüştür. Örneğin öğretmen matematiksel zeminle ilgili yapılacaklardan bahsettikten sonra soru/problem çözümüyle ilgili matematiksel söylemler oluşmaktadır. Örneğin 103 nolu söylem öbeğinde Ö6 kodlu öğretmenin *"Şimdi bir doğal sayı ile kesrin çarpma işleminde, <u>bir kaç tane yöntem anlattı aslında</u> (akıllı tahtayı kastediyor); onları yazdıracağım şimdi size... Bir dahaki ders tahtamızı açmamıza gerek kalmaz..."* söylemi ile öğretmenin matematiksel zemin hakkında yapılacakları ifade ettiği görülmektedir. Bu söylemden de anlaşıldığı gibi önceki söylem öbeğinde matematiksel düşünceleri açıklama ve fikirlere ulaşma aşamalarında öğrencilerin aktif olmadığı anlaşılmaktadır. Çünkü akıllı tahtadan yansıtılarak soru/problem hakkında farklı stratejilerden bahsedildiği anlaşılmaktadır. Ayrıca diğer söylem öbeklerindeki soru/problem çözümü hakkında yapılacaklardan bahsetmeye ilişkin söylemler incelendiğinde, öğretmenin soruyu kendisininin çözeceğini ifade ettiği görülmüştür (Bkz. Ek 10.1.3.1: 1494 nolu söylem öbeği) Örneğin öğrencilere soru çözümü için zaman verdikten sonra öğrenciler soruyu yapamıyorsa öğretmenin anlatmaya karar verdiği ve kendisinin anlatacağından öğrencileri haberdar ettiği görülmektedir. Bu bağlamda matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikirlere ulaşma aşamalarında da öğrencilerin matematiksel söyleme çok katılamayacağı; kendisinin aktif olacağı söylenebilir. Öğretmenin soru/problem çözümünü kendisinin yapacağından haberdar etmesine ilaveten genel olarak soru çözümüne ilişkin yapılacaklardan bahsettiği görülmektedir. Örneğin yıllık plandan ve ya müfredattan bahsettiği belirlenmiştir. Bu bağlamda soru/problem çözümüne başlarken ileriki sınıflarda öğrenilecek konulardan bahsettiği söylenebilir. Örneğin 960 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmen *“Şu örüntünün kuralını yazmak için, şu kuralları öğreneceksenız. Neden? Şimdi baktığım zaman, 3 fazlası, 3 fazlası anladık mı? Tamam mı? Yani örüntünün kuralı 3, 3 gidiyor. Şimdi, o aradaki sayı ne ise, şimdi ileride üst sınıflarda göreceksiniz, bazen eksilisi de gider. Bazen bölüne bölüne gider, farklı farklı, tamam mı? Şimdi burada 3 mü? 3 er 3 er mi artıyor? Çocuklar 3n yazıyoruz (tahtaya 3n yazdı) Eğer kitapta okuduysanız, şu n değişken, şu kaçıncı adım ise n yerine onu yazıyoruz. Tamam mı? Bu n değişken bir sayı.”* Söylemiyle ileride görülecek konularla şu anki görülenler arasında bir karşılaştırma yapıldığı söylenebilir. Ö2 kodlu öğretmen aslında örüntünün kurallarının bu sınıf (6.sınıf) seviyesinde öğrenileceğini ama verilen sayıların daha basit düzeyde olacağını vurgulamaktadır. Buna ilaveten 1080 nolu söylem öbeğinde Ö6 kodlu öğretmenin *“Sadece aynı işaretlerin çarpımı artı. Farklı işaretlerin çarpımı eksi. Bu şimdi bizim bu seneki konumuz değil ama şöyle sorular karşınıza çıktığında…”* söylemiyle ileri sınfta işlenilecek konulardan bahsederek soru-problem çözümüne başladığı anlaşılmaktadır. Öğretmenin ileriki sınıfta görülecek konulardan bahsettiği gibi geçmişten örnek vererek matematiğin günlük hayattaki önemiyle ilişkilendirdiği motivasyona ilişkin söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır. Örneğin 1435 nolu söylem öbeğinde “bizim zamanımızda...” şeklinde başlayan söylemler bunu destekler niteliktedir. Öğretmen geçmiş yaşantılardan bahsederek öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatarak soru/problem çözümüne başlamaktadır. Örneğin 1276 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *“1/7, 2/5, 4/9 bu kesirleri sıralamak istiyorum çocuklar. Kesirlerde sıralama yöntemimiz neydi? Ya paylar aynı olacak ya da paydalar aynı. Paydalara bakayım…”* söylemiyle kesirlerde sıralamanın nasıl olacağını hatırlatmasıyla soru/problem çözümüne başlanıldığı anlaşılmaktadır.

Soru/ problem çözümüne başlanılmasını sağlayan bir diğer söylem göstergesi de konu alanı ile ilgili kitaptan sayfa/ akıllı tahtadan videonun açılmasına yönelik söylemlerdir. Daha sonraki aşamalarda da soru/problem çözümü kitaptan okunarak ya da videodan takip edilerek yapılmaktadır. Bu söylemler incelendiğinde, öğrencilerin dinlemesi için öğretmenin söylemlerinin daha çok olduğu belirlenmiştir. Videodan takip edilmesinde soru/problem çözümüne öğrencilerin dinlemesi için motive etmektedir. Örneğin 921 nolu söylem öbeğinde soru/problem çözümüne başlarken videonun açılarak sınıftaki tüm öğrencilerin motivasyon aşamasında dinleyici konumunda olduğu gibi matematiksel düşünceleri açıklama, matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında matematiksel söyleme katılmadan dinleyici olduğu görülmektedir. Bu söylem öbeğinde Ö6 kodlu öğretmen öğrencilerin çözüm için parmak kaldırmasına rağmen *"Evet, cevap veriyor, onun için dinleyelim"* söylemiyle öğrencilerin dinlemesi için motive ettiği söylenebilir. Bu dersten videonun izlenmesine ilişkin bir fotoğraf aşağıda yer almaktadır.

Şekil 19. Öğretmen söylem tipinde öğrencilerin dinleyici rolünde olmasına örnek

Yukarıdaki fotoğraftan akıllı tahtadan açılan soru/problem çözümünü öğrencilerin dinlediği görülmektedir. Benzer şekilde soru/problem çözümünde kitaptan okumaya ilişkin diğer söylem öbeklerinde de öğrencilerin dinleyerek soruyu takip etmesini dile getirildiği belirlenmiştir. Öğretmenin "Şöyle bir soruya dikkatli bakalım… (Ö4 kodlu öğretmen); Şimdi zaten kitabınızda...(Ö3 kodlu öğretmen); O zaman ders kitabına geçiyoruz, okumaya başlıyorum...(Ö5 kodlu öğretmen) "vb. söylemleriyle öğrencilerin dikkatini çektiği görülmüştür. Ödev verilen soruların çözümlerini göstermek ya da diğer çözüm yolları karşılaştırmak amaçlı kitaptan soru çözümleri takip edilmektedir. Örneğin 634 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmenin *"Burada kitabınızdaki örnekler var bakın, kitabınızdaki örnekler hep işlem yaparak burda size bunları göstermiş…"* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Buna ilaveten soru çözümünü tekrar etmek amaçlı kitaptan soru/problem çözümü yapılabilmektedir. Ayrıca öğretmenin sadece kitaptan takip ettirmesine ilişkin değil de kendisinin de soru/problem çözümünü tekrar anlatacağına ilişkin söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Buna ilaveten motivasyonu sağlamak için soru/problem çözümünün tekrar edileceğine yönelik söylemlerin, diğer söylem göstergelerine göre oldukça çok olduğu görülmektedir. Öğretmen soru/problem çözümünü tekrar anlatacağını ifade ederken öğrencilerin de dinlemesi için motive etmektedir. Örneğin 1698 nolu söylem öbeğinde

“Bunu ben bir daha düzgün anlatayım. İrem de küçük bir hata yaptı sadece bölme işleminde, Taha da… Güzelce bir dinler misiniz? Bir arkanıza yaslanın. Bu soru çünkü çok orijinal ve güzel. Karşınıza çıkar. (Tahtaya yıldız koydu) Hepiniz bir kavram yanılgısına düştünüz...” Söylemiyle çözümü yapılan soruyu tekrar kendisinin anlattığı görülmektedir. Sınıftaki bir çok öğrencinin hata yapmasında dolayı öğretmen çözümü tekrar anlatmaya karar verdiği belirlenmiştir (Gözlem notu, 18.04.2017 tarihli Ö1 kodlu öğretmenin 2.dersi). Soru/problem çözümünün tekrar anlatılmasını bazen öğrenciler de dile getirmektedir. Böylece *Öğretmen* söylem tipinde başka bir söylem öbeğinin başladığı görülmektedir. Diğer söylem öbeklerinde de öğretmen soru/problem çözümünü anlaşılmadığını düşünerek tekrar anlatmaya karar vermektedir. Örneğin 1993 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *“Çocuklar evet anlamadınız, bir daha tekrar edelim. Eğer işlemlerinizi arkadaşınızın yaptığı gibi tersine yaparsanız…”* söylemiyle öğrencilerin soru/problem çözümünü anlaması için tekrar anlatmaya başladığı görülmektedir. Bu bağlamda tahtada bir öğrencinin soruyu çözümü yapmasından sonra da soru çözümünün tekrar anlatacacağı anlaşılmaktadır. Ayrıca öğretmenin bazen de kendiliğinden tekrar anlatmaya yönelik söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Örneğin 1898 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmenin *“Şimdi bakın, az önceki yaptığımız örneklerde ayrıtlarım farklı ama…”* söylemiyle tekrar anlatacağını haberdar etmeden anlatmaya başladığı anlaşılmaktadır. Buna ilaveten öğretmen soruyu tekrar anlatarak test sınavlarında benzer soruların nasıl çözüleceğini kendisinin anlattığı görülmüştür (Bkz. Ek 10.1.3.1: 1387 nolu söylem öbeği). Öğretmenin bu söylemlerinde “test tekniği” ifadesi göze çarpmaktadır. Ayrıca test sınavında çıkan soruların çözümlerini hızlı hızlı okuyarak da soru/problem çözümünde öğretmenin matematiksel söylemlerinin ağırlıkta olduğu görülmüştür. Bu söylemlerde öğrencileri motive edici söylemlerin çok olmadığı söylenebilir. Ayrıca ön bilgileri hatırlatıldığı ve sorunun anlaşılmasına yönelik söylemlerin olduğu söylenebilir.

Sorununun anlaşılmasına yönelik matematiksel söylemler, soru/problem çözümüne başlanılmasını sağlayan bir diğer söylem göstergesidir. Bu söylemler incelendiğinde öğretmenin soruda istenilenler üzerinde daha çok durduğu ama sadece istenenleri vurguladığı görülmüştür. Örneğin 435 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmen *“Şimdi bakın çocuklar bu 4. soruyu arkadaşlarınız sayı doğrusunda göstermiş, ben daha sayı doğrusunda gösterin demeden. Şimdi size sorulan soru ne ise ona cevap verin diyelim ki bir test sorusunda böyle bir soru çıktı karşınıza sizin cevap şıklarınızda sayı doğrusunda gösterilmiş şekli verilmez tamam mı?”* Söylemiyle öğretmenin söyleminin baskın olduğu anlaşılarak öğrencilerin sadece soruda istenileni yapması gerektiği vurgulanmaktadır. Buna ilaveten diğer söylem öbeklerinde de öğretmenin soruyu okuyarak sadece verilenlere ya da istenilenlere vurgu yaptığı görülmüştür. Örneğin 1272 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *“Bir sınıfta gezilecek yerler için yapılan oyların 8'de 2'si sinema. 8'de 3'ü tiyatro. Geriye kalan oylar ise müze için kullanılmıştır. Oyların kaçta kaçı müze gezisi için kullanılmıştır? 2/8'i sinema için.3/8'i tiyatro için. Geri kalanlar da müze için oy kullanmış. Önce sinema ve tiyatro oylarını toplayalım…”* söylemiyle soruda verilenler tekrar edilerek sorunun anlaşılması sağlanmaktadır. Ayrıca öğretmen birbirine bağlantılı sorulardan bahsederek de soruların anlaşılmasını sağlamaktadır. Örneğin Ö3 kodlu öğretmenin 1643 nolu söylem öbeğinde *“Bak görüyor musunuz? (eliyle gösterir önceki denklemi) Burada da aynı denklem var…”* ya da Ö2 kodlu öğretmenin 635 nolu söylem öbeğinde *“Burada da ıı yine bu bakın bu özelliklerden (toplama işlemin değişme özelliği) faydalanarak sorular sorulmuş size… ”*söylemiyle birbirine bağlantılı sorularla söylem öbeğini başlattığı söylenebilir. Ayrıca ön bilgilerin hatırlatılmasıyla da birbirine bağlantılı sorularla ilişki kurulduğu ve söylem öbeklerinin başladığı belirlenmiştir. Daha önceki derslerde benzer soruların nasıl yapıldığı hatırlatılarak soru/problem çözümüne başlanılmaktadır.

4. 1. 3. 2. Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler

Öğretmen söylem tipindeki soru/problem çözümü kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya söylemlerde öğretmenin söylemlerinin daha ağırlıkta olduğu olduğu görülmektedir. Soru/problem çözümü kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 20’de gösterilmiştir.

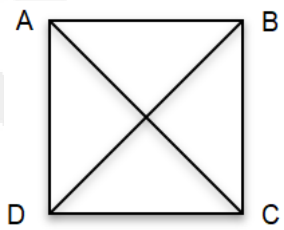
Tablo 20. Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Soru/ Problem Çözümü	Soruda istenileni açıklama	9	Size neyi soruyor? Geriye kalan parayı soruyor. Başta ne kadar paramız vardı?
	Kitaptan okuyarak işlemi yapma	10	Şimdi zaten kitabınızda sayfa 204'te bize ortancanın da tanımını vermiş. Demiş ki bir veri gruubunda veriler küçükten büyüğe doğru sıralandığında…
	Çözüm-strateji açıklama	21	Şimdi pi'yi vermemiş r'yi vermemiş. Yerine sayısal değerleri yazamıyorum ama K'nın alanı şu. Bunun hesaplaması sonunda çıkıyor. Öyle olduğu gibi bırakayım..
	Farklı yol gösterme	16	İkinci yol olarak ben yapayım. Siz ondalık sayılarla çıkarma işlemi yapmayı biliyosunuz..
	İşlem rutini	25	... şu 2 le x^2 ile çarpmayacak mıyız?
	Kural açıklama	36	Parantezin içi ondan sonra parantezin dışındaki çarpım halindekilerle çarpılacak…

Yukarıdaki tabloda, matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergelere ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde, motivasyon aşamasındaki göstergelere ilişkin matematiksel söylemlerin devamı niteliğinde olduğu belirlenmiştir. Örneğin soru/problem çözümünde matematiksel düşünceler açıklanırken soruda istenilenlerin öğretmen tarafından tekrar açıklandığı belirlenmiştir. Dolayısıyla soruda/problemde istenilenler açıklanırken öğrencilerin matematiksel söyleme katılması için öğretmenin öğrencilere fırsat vermediği görülmüştür. Örneğin kare üzerinde doğru parçalarının yazılmasıyla ilgili matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

314.3 Duru: Öğretmenim köşegen olabilir mi?

314.4 Ö5: (Soruyu çizmeye devam etti)



314.5 Duru: Köşegen olabilir mi? Öğretmenim

314.6 Ö5: Durucum ben sana şu anda söz hakkı vermedim bir bekle. Görebildiğin bütün doğru parçalarını 2 tanesini yazıyorsun

314.7 Tahtadaki öğrenci: $[DC]$ ve $[AB]$yazdı; yerine oturdu.

314.8 Ö5: Tamam, başka var mı? Mehmetcim yazılmayan ne kaldı, onları yaz.

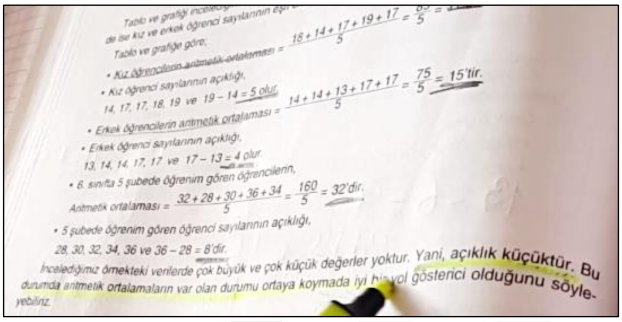
314.9 Mehmet: $[BC]$ ve $[AB]$ yazdı ve yerine oturdu

314 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında öğrencilerin konuşmasına fırsat vermemektedir. Duru'nun sorusuna öğretmenin tam olarak cevap vermediği söylenebilir. Soru/problem hakkında yapılması gerekenleri kendisinin açıklayacağı anlaşılmaktadır. Ayrıca bu söylem öbeğinin matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında da öğrencilerin söylemlerinin aktif rol almadığı söylenebilir. Mehmet'in de kenar uzunluklarıyla ilgili doğru parçalarını yazıp yerine oturmasıyla söylem öbeğinin sonlandığı görülmüştür. Öğrencilerin karenin kenarları ve köşegenleri ile ilgili diğer doğru parçalarını sorgulamadıkları söylenebilir. Diğer söylem öbekleri de incelendiğinde soruda istenilenin açıklanmasında öğrencilerin çok aktif olmadığı ve çözüm için yapılması gerekenler üzerinde durulduğu söylenebilir. Örneğin 1201 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin *"Bu soruda sizden ne istiyor? Aşağıdaki cebirsel ifadelere uygun birer sözel ifade yazınız. Sözel ifade istiyor sizden. Onların yerine bir değer verin sonucunu bulun demiyor. Ee bakın yukarıdaki ne diyor? Aşağıdaki cebirsel*

ifadelerin x eşittir 5 için değerlerini bulun diyor. Bunda öyle bir şey demiyor." söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Bu bağlamda soruda istenilenin açıklanmasıyla çözüm yolunun nasıl olması gerektiğinin ilişkilendirildiği söylenebilir. Ayrıca öğretmenin soru/problem çözümünde matematiksel düşünceleri açıklarken kitaptaki örneklerle ilişkilendirme yaptığı görülmüştür. Bu söylem öbekleri incelendiğinde, soru/problem çözümünde öğretmenin kitapta yer alan soruları okuduğu ve cevaplarını kendisinin verdiğine ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.1.3.2: 1289 nolu söylem öbeği). Ayrıca öğretmenin kitaptaki çözümü öğrencilere okutarak çözüm yolunu gösterdiği görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

693.5 Cemil: Okuyum mu hocam?
693.6 Ö6: Evet.
693.7 Cemil: (Kitaptan okuyor) Tablo ve grafiği incelendiğimizde beş şubeden üçünde kız öğrencilerin erkek öğrencilerden fazla ikisinde ise kız öğrencilerle erkek öğrenci sayılarının eşit olduğunu görürüz.
693.8 Ö6: Evet. Devam edelim.
693.9 Zeliha: Hıh Tablo ve grafiğe göre okuyum mu?
693.10 Ö6: Evet kız öğrencilerin.
693.11 Zeliha: Kız öğrencilerin aritmetik ortalaması.
693.12 Ö6: Eşittir 17. Böyle okuyalım aradakileri okumayalım. Şimdi onun altını bir çizelim. Bakalım değerlere. Kız öğrencinin aritmetik ortalaması 17'dir. Çizdik altını.
693.13 Fuat: 5 değil mi? 5 olması lazım.
693.14 Merve: Sayıların açıklığı...
693.15 Ö6: Kız öğrenci sayılarının açıklığı 5'tir dedik çizdik altını.
693.16 Ersin: Erkek öğrencilerin aritmetik ortalaması 15'tir.
693.17 Ö6: Evet çizdik altını
693.18 Buse: Erkek öğrencilerin sayılarının açıklığı 4 olur.
693.19 İpek: 6.sınıfta 5 şubede öğrenim gören öğrencilerin aritmetik ortalaması 32 olabilir.
693.20 Ö6: Evet.

Yukarıdaki söylem öbeğinden, birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı ancak öğrencilerin kendi düşüncelerini açıklamadığı anlaşılmaktadır. Sırası gelen her bir öğrenci kitaptan birer satır okuyarak aritmetik ortama ve açıkla ilgili kitapta yazılı değerlerin okunduğu görülmektedir. Ö6 kodlu öğretmeninin 12, 15 ve 17 nolu satırlardaki söyleminde ise bu değerlerin altının çizilmesine önem verdiği söylenebilir. Nitekim bu söylem öbeğinin matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında öğrencilerin kitaptan okuduğu ve öğretmenin okunulan yerin altının çizilmesine vurgu yaptığı görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek bir öğrencinin kitabındaki işaretlemelere ilişkin fotoğraf aşağıda yer almaktadır.



Şekil 20. Öğretmen söylem tipinde soru/problem çözümünün kitaptan takip edilmesi

Öğretmenin kitaptan çözüm yolunu açıkladığı gibi çözüm yolunu doğrudan kendisinin anlattığı görülmüştür. Öğretmenin çözüm yolunu anlatmasına ilişkin bu söylem öbekleri incelendiğinde öğrencilere soru sorduğu ancak öğrencilerin cevap vermesini beklemeden soruların cevaplarını kendisinin verdiği görülmüştür (Bkz. Ek 10.1.3.2: 446 ve 1456 nolu söylem öbekleri). Ayrıca öğrencilerin yapmakta zorlandıkları soru tipine benzeyen soruların çözüm yolunu öğretmenin kendisinin daha çok açıkladığı görülmektedir. Örneğin beşinci sınıfta uzunluk ölçülerinin birbirine çevrilmesiyle ilgili öğrencilerin soruları çözerken zorluk yaşadığı belirlenmiştir (Gözlem notu, 03.02.2017 tarihli Ö4 kodlu öğretmenin 1.dersi). Öğretmenin bu sorularda çözüm yolundaki işlem rutininin gerekçesini kendisi açıklamıştır. Örneğin 1829 nolu söylem öbeğinde nolu 0,387 santimetrenin milimetreye çevrilmesinde *"Şimdi bu sayının (0,387) virgülden sonra kaç basamağı var, 3, o zaman 3 sıfıra mı ihtiyacım var yani cevabım 387 olabilmesi için 3 sıfırım var mı? Burada kaç sıfır var, 1 (tam kısmı kastediyor) bu virgül ne yapar? Sadece 1 adım buraya getirir, yani 3 le 8 in arasına 3 tam yüzde 87 olacak (3,87), 1000 olsaydı 1 2 3 defa...Şuraya gizlenecekti (virgüle kaydırıp gösteriyor) sayım 100 olsaydı nereye gelecekti 1 2 buraya (038,7) gelecekti, 38 tam onda 7 olacaktı bu sefer, tamam şimdi 10'la çarptığın için cevap ne olacak 3,87"* söylemiyle ondalık gösterimle bölme işleminin nasıl yapıldığını anlatmıştır. Ayrıca çözüm yolunu açıklarken çözümüne ilişkin stratejilerin de öğretmen tarafından açıklandığı belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

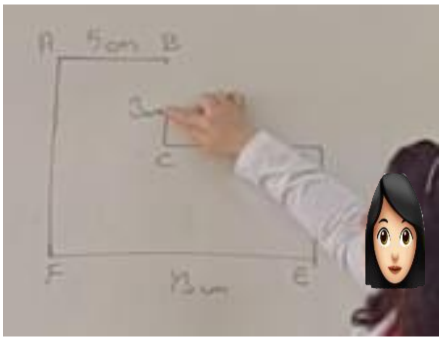
1985.2 Ö1: Bak böyle (kısa köşegen) giden 2 kenarı içine alıyor bak kenar sayısına

Bir de şöylemesine (uzun köşegen) var bu kaç kenarı içine alıyor

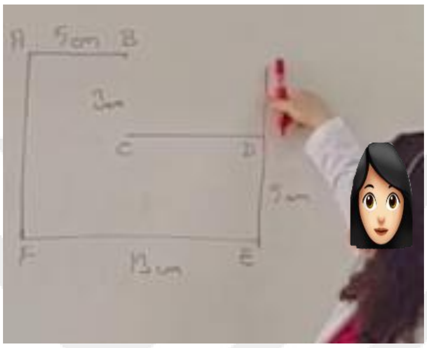
1 2 3. Şimdi bizim işimiz bunla (ilk çizdiği kısa köşegeni sildi; uzun köşegeni göstererek) bunu şöylemesine de çizebilirsin. Şöyle. (Uzun köşegeni farklı yönlerden çizerek) Bir tanesi için konuşucağım şu an gördünüz şu tipte köşegen çizdiğinizde çocuklar altıgeninizi 2 eş parçaya ayırırsınız. Şu (uzun köşegen) çizdiğimiz üçüncü doğru parçası, şu 2 tanesine (paralellik sembolünü koyarak) paralel olur tamam mı ?...

1985 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi beşgende köşegenler çizilerek çözüm stratejisini öğretmen açıklamaktadır. Ayrıca başka söylem öbeklerinde öğretmenin birden fazla çözüm stratejilerini açıklayarak farklı çözüm yollarını kendisinin gösterdiği belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.1.3.2: 477 nolu söylem öbeği). Öğretmenin farklı çözüm yollarını göstermesine ilişkin örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1998.3 Ö4: Çocuklar ıı başka bir yol olarak şöyle çözerim. Her zaman bir soruyu tek bir yoldan çözmeyi öğrenmememiz lazım başka yolları da bilelim ki aklımıza o yol geldiğinde yada fikir ee oluşturmak için hangisi kolayımıza gelirse onu yapalım. Peki ben bu soruyu Zeynep'in yaptığı gibi çözmeyi çok fazla düşünmüyorum. Mesela bana göre benim yöntemim daha kolay, ama dinleyelim Mine'nin söylediği gibi yapacağım aslında. Şuradaki buraya bak şurdaki (boşluğu)



BC yi 3 cm yi d den yukarıya doğru taşıyacağım yani buradaki (BC) şu çubuğu alıp şu tarafa taşıdığımı düşünün



aynı şekilde CD yi burdan alıp

tam B den buraya birleşecek şekilde aldığımı düşünün neye dönüşür bu şekil?

1998.4 Sınıf: Dikdörtgen

1998.5 Ö4: Bakalım 5 burada (DE) vardı, 3 cm yi de burdan (BC) buraya taşıdım…

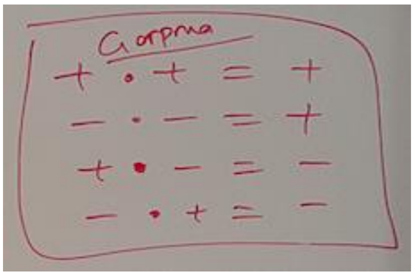
Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğretmen soruya ilişkin farklı çözüm yollarının kendisi açıklamaktadır. Ayrıca öğretmen bu çözüm yolunun daha kolay olduğunu ifade etmektedir.

Öğretmen söylem tipinde soru/problem çözümüne ilişkin matematiksel düşünceler açıklanırken öğretmenin kuralı kendisinin açıkladığı görülmüştür. Öğretmen soru çözümünde kuralları bilinmesi gerekenler olarak aktarmaktadır. Öğretmen, bu söylemlerinde öğrencilerin matematiksel söylemlerini dikkate almadan kuralı açıklamaya devam ettirmektedir. Ayrıca öğretmenin matematiksel söylemleri incelendiğinde, aşırı kurallaştırmaya yakın söylemleri kullandığı görülmektedir. Kural açıklarken aşırı kurallaştırmaya yönelik diğer söylemler incelendiğinde ise çok kesin ifadelerin kullanılması göze çarpmaktadır. Örneğin beşinci sınıflarda problem çözümünde çok kesin ifadelerle kuralların açıklandığı görülmüştür. Uzunluk ölçüleri ile ilgili soru olan "Merve ile Eda'nın boy uzunluklarının toplamı 3,12 m dir. Merve, Eda'dan 22 cm uzun olduğuna göre Eda'nın boyu kaç cm dir?" sorusunda öğrenciler kendi çözüm yollarını ifade etmişlerdir. Ancak öğrencilerin bir çoğu 3,12 metreyi 312 santimetreye çevirmiş; ancak 3,12 yi 2 ye bölüp buldukları sayılara 22 ekleyip çıkarmışlardır. Bu durum *Öğretmen-Öğrenci* söylem tiplerindeki 1858 ve 1860 nolu söylem öbeklerinde de görülmüştür (Gözlem notu, 03.05.2017 tarihli Ö4 kodlu öğretmenin 2.dersi). Dolayısıyla öğretmen kendisi anlatmaya karar vererek *Öğretmen* söylem tipini başlatmış ve soru çözümünde çok kesin ifadelerle kuralı açıklamıştır. 1861 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin soru çözümüne ilişkin kuralı kesin ifadelerle açıklamasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1861. 1 *Ö4: Şimdi dedi ki bize Merve ve Eda var. <u>Her zaman küçük olan üzerinden</u> ee kat problemleri çözülür. Küçük olan kim? Eda. Eda'ya 1 kat diyebiliriz Merve 1 kata 22 cm eklersek boyunu bulmuş oluruz. Topladık katları 2 kat + 22 onların boylarını toplamı 3,12 m den 312 cm bunlar birbirlerine eşittir. Yani benim 1 katımla, onu 2 ile çarpıp 22 eklediğimde bu sayıya ulaşmam gerekiyor. Ters işlem yapacağım toplamdan sayıyı, çıkaracağım. Ters işlemde çıkarılacak 312 den 22 yi çıkardık 290 iki katı olduğu için 2 ye böldük 145 bu kim? Küçük olan. <u>Her zaman küçük olanla başladığım için</u> işleme cevapta ne buluyorum 1 katı buluyorum, 1 kat, yani Eda'yı buldum...*

Yukarıdaki söylem öbeğinde öğretmenin matematiksel söylemlerinde kesin ifadelerin kullanıldığı görülmektedir. Ö4 kodlu öğretmenin *"her zaman..."* ifadesini bir kaç defa kullanması bu durumu destekler niteliktedir. Ancak bu söylem öbeğinden sonraki söylem öbeklerinde öğrencilerin kuralı anlamayıp soruya ilişkin anlamadıklarını sordukları görülmüştür. Dolayısıyla soru çözümü için gerekli olan stratejilerin kesin ifadelerle kural haline getirildiğinde, öğrenciler tarafından anlaşılmadığı söylenebilir. Diğer yandan soruya özgü kuralların benzer sorularda nasıl çözüleceğini öğretmenin açıkladığı görülmüştür. Örneğin 1048 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin *"Şimdi bu zigzag kuralı sizi şaşırtmak için şöyle de gelebilir. Bak şuralarını uzatır..."* söylemiyle öğretmenin kuralı kendisinin açıkladığı söylenebilir. Ayrıca soru/problem çözümünde öğrencilerin bir önceki kuralı anlamamasından dolayı öğretmenin başka bir kuralla açıklama yaptığı belirlenmiştir (Gözlem notu, 15.03.2017 tarihli Ö6 kodlu öğretmenin 1.dersi). Başka bir kuralın açıklanmasına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

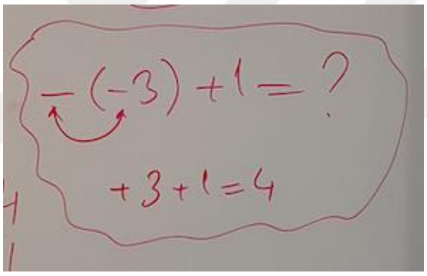
1080.3 *Ö6: Şöyle artı artı ile çarpımı (tahtaya +.+=+ yazdı) Sadece işaretler çocuklar. Çarpımı artı. Farklı işaretlerin çarpımı eksi.*



Bu şimdi bizim bu seneki konumuz değil ama şöyle sorular karşınıza çıktığında. Mesela eksi eksi 3 artı bir gibi bir soru karşınıza (tahtaya –(-3)+1 yazdı) çıktığında yapacağnız yöntem mecburen işaret çarpmak. İşaret çarpmanın kuralı da bu. Bak mesela. Eksi ile eksinin çarpımında ne olacakmış?

1080.4 *Onur: Artı.*

1080.5 *Ö6: Artı. Çünkü burada (-3 ün olduğu yeri göstererek) bir gizli bir 1 var çocuklar. 1 etkisiz eleman ya çarpmada. O 1'i yazmayız biz eksi 1gibi durur. Eksi ile eksiyi çarptığımda artı yapar; 1 ile topladığımda 4 yapar.*



Peşpeşe gelen işaretleri çarparak da yapabilirsiniz ama bu (tahtadaki işaret çarpımlarını göstererek) bir dahaki seneye kullacağınız bir kural ama denemelerde ve şeylerde çıkıyor bu böyle sorular. Peşpeşe gelen işaretler. Arada oldu mu tamam deminki gibi yapıyoruz böyle. Ama başta olduğu zaman <u>mecburen bunu vermek zorunda kalıyorum.</u> Siz bundan sorumlu değilsiniz ama test kitaplarınızda ve denemelerde çıktığı için anlatıyorum, tamam mı? Bu senenin konusu değil normalde, çünkü işaretler çarpması çarpma ve bölme seneye anlatılacak.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin bir sonraki seneye ilişkin bir kuralı açıkladığı görülmektedir. Buna ilaveten öğretmenin işaret çarpımına ilişkin kuralı açıklamak zorunda olduğuna ilişkin matematiksel söylemlerinin olduğu belirlenmiştir.

4. 1. 3. 3. Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler

Öğretmen söylem tipinin diğer aşamalarında olduğu gibi matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmenin söylemlerinin daha ağırlıkta olduğu görülmektedir. *Öğretmen* söylem tipindeki soru/ problem çözümü kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, tavsiye verme ve soru çözümünde dikkat edilmesi gerekenlere ilişkin söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Soru/problem çözümü kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 21'de gösterilmiştir.

Tablo 21. Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Soru/ Problem Çözümü	Soruya yönelik tavsiye verme	18	Dediğim gibi soruyu doğru algılamak lazım…
	Nedensel açıklama	13	50 dönüm fazla olduğu için demek ki bu 40 derecelik fazlalık 50 dönümü gösteriyor bize.
	Anlamlandırma	9	Yani bu 5 aylık toplam %4 e denk geliyor
	Uyarlama-yorumlama	8	Bu soru bununla aynı tarz çözülüyor..
	Öğrencilerin neyi anlayıp anlamadığına karar verme	16	Şu dağılma özelliğini yapamıyorsunuz…
	Çözüm için neyin gerekli olduğuna karar verme	4	Peki ben burda cebir olarak yapmama ne gerek var.
	Hataya-eksik çözüme uyarı yapma	14	Alt alta çözmelisiniz yoksa hata yaparsınız…
	Gelebilecek soruları vurgulama	8	Son sınavda böyle bir test sorusu çıkabilir…
	Ardışık kural söyleme	6	Çarpma işlemi yapıldıktan sonra, çarpım tam sayılı kesre çevrilebilir.
	Özetleme	8	Sadeleştirme, bir kesrin pay paydasını aynı sayıya bölmektir. ee böldüğünüz zaman kalanı yazıyorsunuz …
	Kitaba-deftere yazdırma	15	Bomba notu, defterinize ya da kitabınıza yazabilirsiniz..

Yukarıdaki tabloda, matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergeler incelendiğinde, soru/problem çözümünde matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmenin soruya yönelik tavsiye vermeye ilişkin söylemlerin diğerlerine göre çok olduğu söylenebilir. Soruya yönelik tavsiye verirken öğretmenin "soruyu anlama ya da yorumlama" gibi ifadeleri kullandığı belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenin soru çözümünde sınıftaki öğrencilerin tamamına yönelik tavsiyede bulunurken yapılması gerekenleri kendisinin söylendiği görülmüştür. Öğretmen sorunun yorumlanmasına yönelik tavsiyede bulunurken sorunun anlaşılmasını da vurgulayarak yapılması gerekenler üzerinde durduğu belirlenmiştir. Örneğin *"Bir iş yerinde ustabaşı 240 TL, çırak 60 TL günlük alıyormuş. Çırağın günlük ücreti ustabaşının aldığı ücretin % kaçıdır"* sorusuna ilişkin matematiksel fikirlere ulaşma aşamasındaki söylemler aşağıda yer almaktadır.

470.9 Ö3: Çocuklar aslında var ya bu tür sorularda şu ifadeyi çok iyi yorumlamak lazım. Diyor ki bak şimdi şunu diyor çırağın günlük ücreti

470.10 Gözde: 60 TL

470.11 Ö3: Ne diyor? Ustabaşının aldığı ücretin % kaçıdır?

470.12 Gözde: 240'ın %60 kaçtır ?

470.13 Ö3: Aynen öyle. Tekrar söylüyorum cümleyi... Tamamen şu sorular okuma anlama yorumlamayla ilgili. Sizler zaten yüzde bulmayı biliyorsunuz, denklem çözmeyi biliyorsunuz, sadece burada bak soruyu okup anlayıp yorumamak önemli. Tamamen bununla ilgili. İlk başta baktığınızda kafanıza bir karışık geliyor. Çırağın aldığı ücret ustanın aldığı ücretin % kaçıdır? cümlesini okuduğunuzda karıştırıyorsunuz, kim kimin % si. Orada bi karıştıyorsunuz. Çok basit yorumlamak, aynı benim yaptığım gibi yapın. Yani bunların sayısal değerleri belli zaten (tahtadaki ustabaşı 240; çırak 60 ı göstererek) O zaman şunu düşünüyorsun. Diyorsun ki çırağın aldığı ücret bak ben bakıyorum buraya. Bunu söylerken aynı zamanda sayısal değerine bakıyorum... Usta başının aldığı ücretin % kaçı, bak kimin yüzde kaçı?

470.14 Ali: Ustabaşının

470.15 Ö3: Ustabaşının aldığı ücretin (vurgulayarak söylüyor) % kaçı çırağın aldığı ücrete eşit. Bak bunu eğer cümleyi düzgün yorumlarsanız şu ifadeyi çıkartırsınız. Zaten bu ifadeyi çıkarttıktan sonra hepiniz bu soruyu çözebilirsiniz.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin soru çözümünde öğrencilere tavsiyede bulunarak yapılması gerekenleri kendisinin ifade ettiği görülmektedir. *Öğretmen* söylem tipine ilişkin yukarıdaki matematiksel söylemlerin öncesinde de *Öğretmen* söylem tipine ilişkin söylem göstergelerinin oluştuğu söylenebilir. Yüzde sorularıyla ilişkin denklem kurmayı içeren sorularda sözel olarak cümlenin anlamlandırılması üzerinde öğretmenin vurguladığı söylenebilir. Öğretmen *"kim kimin, yüzde kaçı"* söylemiyle de sorunun Türkçe olarak anlaşılması üzerinde durduğu söylenebilir. Bu bağlamda matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmen, soruda geçen cümlenin anlaşılmasına ilişkin tavsiyede bulunarak soru çözümünün daha kolay olacağını ifade etmektedir. Ayrıca cebirsel ifade kurma ile soru/problem çözümünde de soruların Türkçe olarak anlaşılmasıyla ilgili öğretmenin tavsiye bulunmaya ilişkin söylemlerinin oluştuğu söylenebilir. Örneğin 1162 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmenin "*Şimdi çocuklar ben size her zaman tam sayıları anlatırken çocuklar dikkat dikkat dedim. Yani böyle kafadan atmayın ya azıcık dikkatli olun. Tamam konuyu anlamışsınız, hepinizin gidiş yolu doğru ama işlem hatası... Böyle olmaz. Şimdi bu cebirsel ifadelerin ne olduğunu anlayabildik mi?... Burada sizi ileride en çok ilgilendiren şu. En iyi bilmeniz gereken şu. Ben size her zaman dedim ki Türkçe Türkçe Türkçe..."* söylemiyle soruları Türkçe olarak anlamanın soru çözümü için oldukça önemli olduğunu dile getirdiği görülmüştür. Öğretmenin tavsiye vermesine ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde de sorunun/problemin anlaşılmadığı için yapılamadığını ifade edildiği ve anlaşılması için neler yapılabileceğine ilişkin tavsiyelerde bulunulduğu belirlenmiştir. Ayrıca soruların anlaşılarak yapılıp ezbere yapılmamasına yönelik öğretmenin tavsiyede bulunduğu belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.1.3.3: 1627 nolu söylem öbeği). Sorunun ezbere yapılmaması için öğretmenin tavsiyeye ilişkin söylemlerinde nedensel açıklamalar olduğu ve bu açıklamaları kendisinin yaptığı belirlenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin matematiksel söyleme katılma sürecinde öğrencilerin aktif rol almadığı söylenebilir. Matematiksel fikirlere ulaşırken diğer söylemlerde de nedensel çıkarımlarda öğrencilerin aktif olmadığı görülmüştür. Örneğin 102 nolu söylem öbeğindeki Ö6 kodlu öğretmeninin dersinde *"Buna göre 6 nın 3 te 2 sinin de 4 olmuş olduğunu bulmuş olduk. Bu örneğe bakarak, bir çokluğun belirtilen kesir kadarını da bulmak için de kesir ile çokluğun miktarını gösteren doğal sayıyı çarpmamız gerektiğini söyleyebiliriz. 6 çarpı, 3 te 2 ifadesinin 6 tane 3 te 2 kesrinin toplamının, 3 te 2 çarpı, 6 ifadesinin ise 6 nın 3 te 2 sini ifade etmesine rağmen, sonuçlarının aynı olduğunu görüyoruz. Bunun sebebi her iki işlemde verilen doğal sayı ile kesrin payını çarparak çarpımı kesrin paydasına bölmüş olmamızdır."* akıllı tahtadan yansıtılan bu matematiksel söylemlerdeki nedensel çıkarımların öğretmen merkezli olduğu görülmektedir.

Matematiksel fikirlere ulaşırken nedensel açıklamalara ilaveten yapılan işlemi, kelimeyi öğretmenin kendisinin anlamlandırdığı belirlenmiştir. Öğretmenin anlamlandırma yaparken "…ne demek.. demek.." söz kalıbını daha çok kullandığı söylenebilir. Ayrıca sonucun yorumlanmasını ve uyarlanmasını da öğretmen kendisi yapmaktadır. Yapılan işlemleri anlamlandırarak öğretmenin çözümü yorumladığı belirlenmiştir. Örneğin 1276 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *"Bakın (1/17, 2/5, 4/9 kesirlerini sıralamak için kesirlerin paylarını eşitliyor) sayı olarak düşündüğümüzde 68 büyük bir sayı gibi görünüyor ama buradaki anlamı ne? Payda ne anlama geliyordu. Bir bütünün kaça bölündüğünü gösteriyor. 68'e böldüğüm zaman bana düşecek olan 4 dilim..."* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Öğretmen aynı sonucun karşılaştırılmasını yaparak da sonuçları yorumladığı belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen benzer sorularda nasıl yapılacağını ya da yapılması gerektiğini de vurgulayarak uyarlama yapmaktadır. Örneğin 1941 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin "*Şimdi şöyle işte bir konuyu öğreniyorsunuz ya mesela hani açıları öğrettik size. 2 paralel doğrunun 1 kesenle yaptığı açının nasıl çözülüceğini görebiliyosunuz artık, önceden işledik mesela bak burdada (örnekte) yani o 2 parelel doğrunun 1 kesenle yaptığı açılarda öğrendiğiniz her şeyi, buralarda da uygulayabiliyorsunuz…*" söyleminden anlaşıldığı gibi öğretmenin soru çözümündeki stratejiyi uyarladığı görülmektedir. Bu söylem göstergesine ilişkin söylemlerde öğretmen aktif rol oynadığı gibi soru çözümünde öğrencilerin neyi, nasıl anladığına karar vererek de matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında aktif rol oynamaktadır. Örneğin 1233 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin daire grafiğinde açıları belirlerken "*Şimdi bir şey diyeceğim hani dedim ya özellikle 52, 51, 61 falan dediniz. Özellikle 60 yazdım ki hani tam bölünebiliyor tam rahatlıkla bulabiliyorsunuz. Eğer ki farklı bir açı olsaydı ne çıkacaktı bu sefer. Küsüratlı çıkacaktı..."* söylemiyle 60 derece verilen sorularda öğrencilerin daha kolay işlem yaptıklarını ifade etmektedir. Öğretmenin daha önceki deneyimlerinden yola çıkarak soru çözümünde anlaşılan ve anlaşılmayan yerleri vurguladığı belirlenmiştir. Örneğin 1381 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmenin *"Şimdi çocuklar bu sorulara diğer sınıflarda çok yanlış diyenler oldu, mutlak değeri parantez diye görüp farklı çözümler bulanlar var..."* söylemiyle anlaşılmayan yeri dile getirmektedir. Ayrıca öğretmenin çözüme ilişkin kolaylık-zorluk hakkında yorumu kendisinin yaptığı göze çarpmaktadır. Bu bağlamda öğretmenin "*...sorusunun çözümü o kadar zor değilmiş aslında..."* söylemlerinin olduğu görülmüştür. Ayrıca matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında öğretmen göstermiş olduğu farklı bir çözüm yolunun öğrenciler için daha kolay bir yol olduğunu ifade etmektedir. 99 nolu söylem öbeğinde Ö6 kodlu öğretmenin *"Herhangi bir sayının altına 1 yazarak, çıkarmayı daha iyi anlıyorsunuz, bu yaşta. Bu nedenle o yöntemi kullanabilirsiniz"* söylemi ile öğretmenin kesirlerde çıkarma işlemi yaparken öğrencilerin tercih etmesi gereken çözüm yoluna ilişkin yönlendirme yaptığı görülmektedir. Öğrencilerin çözüm yollarını nasıl anladığının belirlenmesine ilişkin matematiksel söylemlerin yanısıra soru çözümünde neyin gerekli olduğuna da öğretmen kendisi karar vererek matematiksel fikirlere ulaşmaktadır. Ayrıca soruya ilişkin diğer çözüm yollarını öğrenciler tercih ederse sonucun yanlış çıkabileceğini ifade ederek matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır (Bkz. Ek 10.1.3.3: 2005 nolu söylem öbeği). Buna ilaveten matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmenin öğrencilerin yapmış olduğu eksik ya da hatalı çözümlere yönelik olarak açıklama yaptığı görülmüştür. Örneğin 225 nolu söylem öbeğinde, Ö1 kodlu öğretmenin *"Çocuklar bakar mısınız? Kübra'nın defterinde görünce aklıma geldi. Doğrusal denklemlerin tipleri şöyledir... Eşittirin soluna y yi yalnız bırakın, y nin yanında bir şey çıkarsa onu karşıya atın.."* hata yapmaya ilişkin uyarı niteliğindeki söylemi ile matematiksel fikirlere ulaşmada aktif rol aldığı görülmektedir. Öğrencilerin hata yaptıkları ya da yapacakları yerleri vurgulayarak matematiksel fikirlere ulaştıkları söylenebilir. Örneğin 438 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmenin *“Şimdi çocuklar sınavlarda sorduğumuz zaman yanlış yapıyorsunuz, şunu yapmayın. Küçükten büyüğe diyorum büyükten küçüğe yazıyor, büyükten küçüğe diyorum küçükten büyüğe yazıyor. Küçükten büyüğe (tahtaya tekrar yazmaya başladı) -5< bakın küçüktür işareti, -5 küçüktür -4, küçüktür -3, ...küçüktür +5, küçüktür +6. (tahtaya -5<-4<-3<-2<-1<0<+1<+2<+<3<+<4<+5<+6 yazmış oldu) Çocuklar şunları da bir yazın bakalım. Bunları karıştırmıyoruz, Tamam mı? Şu sıralamayı karıştırmıyoruz...”* söylemiyle öğrencilerin sınavda hata yaptıkları yerleri vurguladığı görülmektedir. Öğretmen öğrenci hatalarından yola çıkarak öğrencilerin karşılabileceği sorularda bu hataları yapmamaları gerektiğini vurgulamıştır. Öğrencilerin karşılaşabileceği soruları sınav soruları ile daha çok ilişkilendirilerek matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Öğretmenin bu söylemleri incelendiğinde “*...ilgili sorular sınavda çıkabilir, size bir test sorusu çıkabilir, bu hatayı yapmayın...”* söylemini sıklıkla kullandığı belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin hatalarına ilişkin uyarıda bulunarak matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerinde yapılmaması gerekenlerin çok kesin bir dille ifade edildiği belirlenmiştir. Örneğin 1008 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmen *“Evet ama tekrar tekrar söylüyorum. Bir açının başlangıç noktasının olduğu yerden geçen paraleller çiziyorsunuz, siz burada açıyı iki eşit parçaya bölmüyorsunuz. Asla böyle bir şey yok. Yani bizim amacımız burada diğer doğrulara paralel çizmek. Zaten ben böyle iki eşit parçaya ayırır diye bir cümle kullandığımı hiç hatırlamıyorum”* söylemiyle parelel çizilen doğru çizerken açının ikiye ayrılmayacağını vurguladığı görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin hatalarını dile getirilirken öğretmenin ardışık kurallar söyleyerek matematiksel fikirlere ulaşıldığı görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1499.2 Ö4: En basit toplama işlemimizi yaparken bile hata yapabiliyorsanız, biz toplama işlemini hiç anlamadık demektir. (tahtaya 0,5 ve 0,6’yı alt alta toplama işlemi yaparak yazdı; sonucunu yazmadı) 6 ile 5'i topladığımızda 11'in biri elde var 1 virgül 1 olacak cevap (tahtaya sonucu yazdı; 1,1) Eğer siz bunun cevabını (aynı sayılarla başka bir toplama işlemi yaparak) onbirin biri bir de elde var buraya da sıfır yazarsanız (tahtaya 0,11 yazdı) ben toplamayı size öğretemedim demektir.

1499.3 Bora: Ben de öyle yaptım.

1499.4 Ö4: Aferin Bora. Peki ben size kuralı anlatırken nasıl anlattım?

1499.5 Ebru: Virgüllller aynı hizada olacak. Ee aynı hizada olmazsa?

1499.6 Ö4: (öğrencinin söylemini tamamını dinlemeden) Sıfır virgül 5, sıfır virgül 6. toplamayı yapın. Birinci adım virgüller alt alta gelsin dedim. İkinci adım *virgül yokmuş gibi yapmamızın sebebi de eldeyi o tam kısıma aktarmanız gerekiyor. Siz iki farklı toplama işlemi yapmıyorsunuz. 6 ile 5'i topladığınızda 11. Onbirin 1'i sıfırları aldım topladım virgül hizasından virgülü ayırdım. 3. o aradaki 2.basamak neden atlanıyor? Neden ikisini ayrı düşünüyorsunuz? Burada ayrı toplama burada ayrı toplama yapıyorum diye düşünüyorsunuz acaba? Son kez söylüyorum. Virgüller alt alta gelecek şekilde yazacaksınız virgül yokmuş gibi davranıp normal bildiğiniz toplamayı yapacaksınız. Virgülün öncesini ve sonrasını ayrı ayrı toplama diye düşünmeyeceksiniz. Virgül yokmuş demek bu buradan silinmiş demektir. Normal toplamanı yap. Böyle bir işlem size anlatsaydım bunu anlamazdınız o zaman. Şu hataya düşenler lütfen kendini toparlasın. Kaçıncı toplamayı yapıyoruz.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmen öğrencilerin ondalık gösterimle toplama-çıkarma yaparken yapmış oldukları hatayı açıklamaktadır. Öğrencilerin iki ayrı toplama işlemi gibi düşünmemesi için dikkat etmesi gereken yerleri açıklayarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir. Öğretmen virgülden öncesini ve sonrasını iki ayrı işlem gibi düşünüldüğü ifade etmektedir. Ondalık gösterimle toplama-çıkarma işlemine ilişkin ardışık kuralları sıralamaya yönelik söylemlerin olduğu görülmektedir. Daha sonraki haftalarda uzunluk ölçüleri ile ilgili ondalık gösterimle toplama-çıkarma gerektiren problemlerde de öğretmenin bu söylem öbeğinde olduğu gibi yapılan hatalara ilişkin uyarılarının olduğu belirlenmiştir. Öğretmen ardışık kurallarla hatayı açıklayarak benzer hataların yapılmaması için uyarıda bulunduğu söylenebilir. Buna ilaveten öğretmenlerin matematiksel fikirlere ulaşırken ardışık olarak bir kaç kuralı sıralayarak dikkat edilmesi gereken yerleri vurguladığı belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen kuralları sıralarken “hep farkındaysanız...olur” söyleminden sonra “yalnız şöyle...de olmalı” gibi söylemler kullanarak aslında olması gereken iki kuralı peş peşe sıralamaktadır. Ardışık kuralların sıralanmasına örnek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1389.7 Ö2: Bakın şunu unutmayın negatif sayılar sola doğru gittikçe küçülmez mi? (-68< $\Delta < -41$ sıralamasıyla ilgili)

1389.8 Sınıf: Evet

1389.9 Ö2: Zaten burada bak diyor küçük; 68 küçüktür 67’den o da küçüktür 66’dan tabi eksi 65 ten neyse o da küçüktür – 43 ten o da küçüktür -42 den -42 küçüktür- 41 den. Demek ki çocuklar sağa tarafta olan sayılar soldakilerden büyüktür bunları böyle anlattık size öyle değil mi? Sayı doğrusunu anlatırken tam sayıları böyle anlattık. Şimdi burada hala çocuklar – 67 diyor ya bu eksi eksi. (ses tonunu yükselterek) Bakın bir negatif tam sayının *mutlak değeri ne kadar büyükse o kadar küçüktür, anladınız mı? Negatif tamsayılardan mutlak değer büyüdükçe o sayı küçülür.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi ∆ yerine gelebilecek en büyük tam sayının sorulmasına ilişkin öğretmenin *"Çocuklar sağa tarafta olan sayılar soldakilerden büyüktür."* ve *"Negatif tamsayılardan mutlak değeri büyüdükçe o sayı küçülür"* söylemleriyle ardışık olarak iki kuralı peş peşe söylediği belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenin ardışık kuralları ve çözüm yolunu özetleyerek matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Öğretmenin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında anlattığı çözüm yolunu tekrar ederek daha kısa bir şekilde özetleme yaptığı belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1399.15 Ö2: Peki şuradaki d şıkkına bakar mısınız? -15 ten -6 ve çıkarma işlemi gördünüz mü? Ama bu çıkarma işlemini yaparken ne yapıyor bu - ler + ya dönüşüyor, -6 da + oluyor; -15 ten +6 yı çıkarınca ne oluyor? -9; anladık mı? Bakın yapılan işlemin matematik cümlesini aynen d şıkkında arıyorum tekrar ediyorum. -15 ten bak işte -15 ten -6 yı ne yapıyor çıkartıyor gördünüz mü? Bak burada -15 ten 6 taneyi almış bakın şurda kırmızı okla şey yapması çıkarması demek anladınız mı? Bu çıkarma anlamına geliyor, -15 ten -6 yı çıkardığın zaman ne oluyor burası? Zaten geriye -9 kalıyor işlemi de çözerken +6 oluyor. -15 +6 cevap da -9 tamam değil mi?

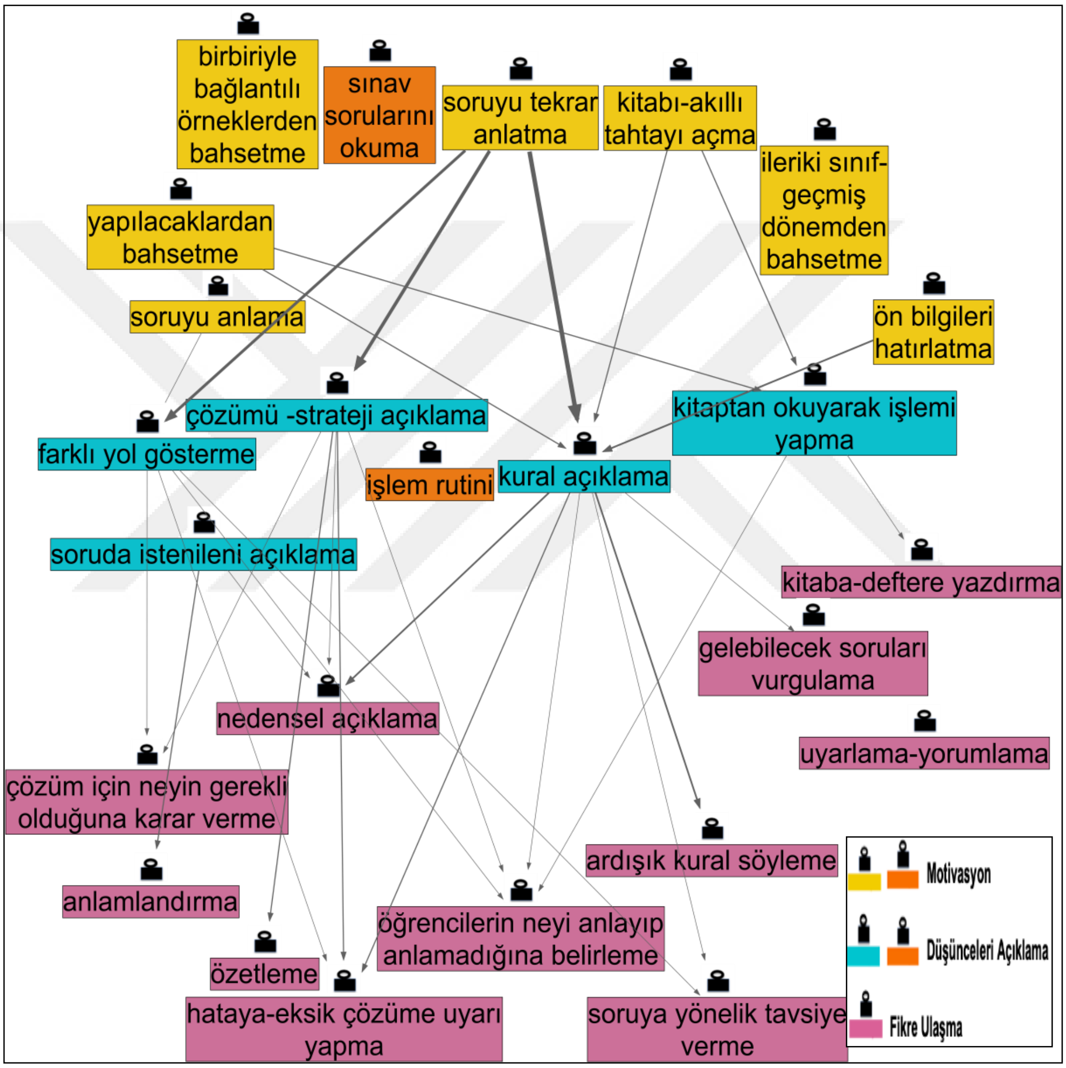
1399.16 Hasancan: Öğretmenim çok üzerinde durduk.

1399.17 Ö2: Oğlum bak şimdi anlayan öğrenciler anladıklarını belli ediyorlar bir çok arkadaşınızda sessiz duruyor, onlar konuşmuyorlar. Ama ben de onların anlamadığını hissediyorum o yüzden tekrar ediyorum onlara. Anladınız mı? Mesela her derste konuşan Sultan Ahmet'in hiç sesi çıkmadı bugün (Sınıftaki öğrenciler gülerek tepki verdi.)

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin çözüm yolunu tekrar ederek özetlediği görülmektedir. Hasancan'ın da 16 nolu satırdaki söyleminden öğretmenin çözüm yolunu üzerinde çok durarak defalarca özetlediği görülmektedir.

Son olarak soru/problem çözümünün öğrencilerin defterine ya da kitabına yazmalarını söyleyerek matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.1.3.3: 1479 nolu söylem öbeği). Karşılaştırmalı çözümlerin deftere yazılması için öğretmenin matematiksel söylemlerinin daha çok olduğu belirlenmiştir.

Yukarıda soru/problem çözümü kapsamında *Öğretmen* söylem tipinde oluşan matematiksel söylemin yatay aşamalarındaki (motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma) söylemler, söylem göstergeleri bağlamında ele alınmıştır. Matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu yansıtan bu göstergeler, öğretmen söylemleri ya da öğretmen ve öğrenci söylemlerini içeren diyaloglar halinde açıklanmıştır. Motivasyona yönelik söylemlerden bir sonraki aşama olan matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlere geçişi, bu aşamadan da matematiksel fikirlere yönelik söylemlere geçişi yansıtan matematiksel iletişim haritasındaki yollar Harita 3'te sunulmaktadır.



Harita 3. Öğretmen söylem tipinin soru/problem çözümü zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası

Yukarıdaki haritadan *Öğretmen* söylem tipinde soru/problem çözümündeki söylem göstergelerinin birbirleriyle aralarındaki bağlar gösterilmektedir. Örneğin öğretmenin soru/problem çözümünü tekrar anlatmaya başlamasıyla soru çözme kuralını, stratejisini ve farklı yollar göstermesi arasında sıkı bir bağ olduğu söylenebilir. Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında kural açıklayan öğretmenin, matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında nedensel açıklamalar yapmasıyla da fikre ulaşmaya yönelik diğer söylem göstergelerine göre daha sıkı bir bağ olduğu görülmektedir. Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında yer alan işlem rutinin ise matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik diğer söylem göstergeleriyle iç içedir. Örneğin öğretmen kitaptan işlemi okuyarak aslında işlem rutini yapmaktadır. Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik bazı söylem göstergelerinde, matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylem göstergeleriyle eşleşmediği görülmektedir. Bu durumun nedeni, öğretmen soru/problem çözümünde matematiksel fikirlere ulaşırken soruya göre farklı göstergelerle matematiksel söylemi sonlandırmaktadır. Başka bir ifadeyle matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki söylem göstergeleriyle bağ oluşturacak kadar güçlü bir ilişkinin olmadığı söylenebilir.

4. 2. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipine Yönelik Oluşan Matematiksel Söylemler

Öğretmen-Sınıf tipindeki matematiksel söylemler genel olarak incelendiğinde, matematiksel söylemin oluşma sürecinde öğretmen ve sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun matematiksel söyleme katıldığı görülmektedir. Öğretmen sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunu aynı anda matematiksel söyleme katarak öğrencilerin motive olmasını, matematiksel düşüncelerin açıklanmasını ve matematiksel fikirlere ulaşılmasını sağlamaktadır.

4. 2. 1. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Söylemler

Öğretmen-Sınıf söylem tipindeki matematiksel terminolojiye yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda söylemlere katıldığı görülmektedir. Matematiksel söylem oluşumunun ilk aşaması olan motivasyondan son aşaması olan matematiksel fikirlere ulaşma aşamasına kadar sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda matematiksel söyleme katıldığı söylenebilir. Terminoloji zemininde *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde oluşan matematiksel söylem aşamaları (M.S.A.) söylem-satır numaraları ile birlikte (S.S.N.) birlikte Ek 8.2.1.'de yer almaktadır. Bu bağlamda bir söylem öbeğinin tamamı yer alarak, bu söylem öbeğinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin tamamı görülmektedir.

4. 2. 1. 1. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler

Öğretmen-Sınıf söylem tipindeki matematiksel terminoloji kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, öğretmen, sınıftaki öğrencileri aynı anda konuşmaya motive ettiği gibi terim hakkında konuşulanların dinlenilmesi için de motive ettiği görülmektedir. Matematiksel terminoloji kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 22'de gösterilmiştir.

Tablo 22. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Doğrudan terimle başlama	19	İki doğru ortada bir noktada mutlaka ne yapıyorlar?
	Terminolojiye farklı yönlerden dikkat çekme	7	Peki, kollarınızı kaldırın...(doğru modeli oluşturmak için)
	Birlikte konuşacaklarından haberdar etme	12	Şimdi ağırlık ölçüleriyle ile ilgili konuşalım...Tahtaya bakıyor muyuz?
	Ön bilgileri ya da öğrenilenleri hatırlatma	13	Bana söyler misiniz? Dörtgenin içinde kaç tane üçgen vardı?

Tablo 22'de motivasyona yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergeler incelendiğinde doğrudan terimle başlanarak söylem öbeklerinin daha çok başladığı görülmektedir. Öğretmen doğrudan terimden konuşurken sorduğu sorulara sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun cevap vermesiyle *Öğretmen-Sınıf* söylem tipininin oluştuğu söylenebilir. Örneğin 2044 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin *"(kitaba bakıyor) Mesela orada ambulans yazısı var. Çocuklar direkt yapmayacağım ama sizi şöyle tersten yazacağım (tahtaya AMBULANS yazıyor) Şimdi simetri doğrusu da var eşit uzaklığı alıyorsunuz tamam mı? Bu S nasıl çıkacak burdan*?" söyleminden sonra sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun "ters" cevabını verdiği görülmüştür. Benzer şekilde diğer harflerin de sorulmasıyla sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun cevap verdiği belirlenmiştir. Doğrudan başlamaya yönelik diğer söylem öbeklerinde de öğretmenin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında soru sormasıyla *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin başladığı söylenebilir. Ayrıca öğretmenin terminolojiye dikkat çekmesiyle de *Öğretmen-Sınıf* söylem öbeği başlamaktadır. Doğrudan terimle başlamadan farklı olarak öğrencilerin terminolojiye dikkatini çeken söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin Ö1 kodlu öğretmenin 1797 nolu söylem öbeğinde çokgende açılarla ilgili olarak "*Sizce bunun sonunda size ne soracağım?"* söyleminden sonra öğrencilerde merak uyandırıldığı ve sınıftaki öğrencilerin çoğununun “açılar” cevabını verdiği belirlenmiştir. Benzer şekilde Ö4 kodlu öğretmenin “*Kalkın ayağa, birazdan zil çalacak*” söyleminden sonra sınıftaki öğrenciler ayağa kalktığı; öğretmenin komut vermesiyle doğru, doğru parçası ve ışın modellerini birlikte yaptıkları görülmüştür (Gözlem notu, 21.12.2017 tarihli Ö4 kodlu öğretmenin 1.dersi). Bu bağlamda öğretmenin terminolojiye dikkati çekmeyi bedensel komutla yaptığı görülmektedir. Terminolojiye dikkat çekerek ve doğrudan terimle başlanarak *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin kendiliğinden oluştuğu söylenebilir. Ancak öğretmenin yeni konuya geçmeden önce sınıftaki tüm öğrencilerin dikkatini çekerek birlikte konuşacaklarına ilişkin söylemlerinin de olduğu belirlenmiştir.

1245.1 *Ö1: Şimdi arkaya yaslanıyorsunuz birlikte konuşuyoruz. Bunun kuralını ben size keşfettireceğim tamam mı? Bakayım ben demeden anlayabilecek misiniz? Hazır mıyız?*

1245.2 *Sınıf: Evet (Uğultulu ve anlaşılmayan konuşmalar var)*

1245.3 *Ö1: Arkaya yaslanın, başlıyoruz. Tüm gözleri görmem gerekiyor, ben tüm gözleri görmüyorum o yüzden başlayamıyorum. Evren dik otur. Evet başlıyorum şimdi gençler konumuz çember ama bir şeye geçiş yapacağım Sizin üçgeniniz böyle bu boy olsa da şu kadar olsa da şu boy olsa da kaç tane iç açısı var hep*

1245.4 *Sınıf: 3*

1245.5 *Ö1: Şimdi bu üç tane iç açının toplamı hep kaçtır?*

1245.6 *Sınıf: 180*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin çemberde açılar konusuna geçmeden önce sınıftaki öğrencilerin dikkatini çekerek motivasyon sürecini başlattığı söylenebilir. Öğretmenin 1 ve 3 nolu satırlardaki söylemlerine bakıldığında sınıftaki tüm öğrencilerin dinlemeye yönelik dikkatini çektiği söylenebilir. Ayrıca sınıftaki öğrencilerin aynı anda konuşmasına yönelik motivasyon söylemlerinin de olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını sağlayan bir diğer söylem göstergesi de öğrencilerin ön bilgilerini ya da sonraki yıllarda oluşacak bilgilerini anlatmaya yönelik söylemlerden oluşmaktadır (Bkz. Ek 10.2.1.1: 961 ve 1977 nolu söylem öbekleri). Örneğin beşinci sınıfta uzunluk ölçülerine ilaveten sıvı ölçüleri ve kütle ölçülerinden bahsedileceğine ilişkin söylemlerin olduğu belirlenmiştir. 1707 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *“Çocuklar konumuz değil ama konumuzla çok benzerliği olduğu için herkes tahtaya baksın. (Tahtaya yazmaya başlıyor) size sıvı ölçülerinden de bahsedeceğim. Iı ağırlık ölçülerinden de bahsedeceğim. Bunun sebebi şu birbirlerine çok benziyorlar. Çok benzedikleri için sadece isimlerini anlatacağım size. Sıvı ölçüleri şimdi* *bizim bir tane binamız vardı ya (uzunluk ölçülerinde yaptığı kişiselleştirmeden bahsediyor). Artık sattık bütün daireleri paramız oldu ya. Yeni bir bina yaptık. Yani artık site yapmaya başladık. Yeni ıı ikinci binamızın adı sıvı ölçüleri. Sıvı ölçülerinin temel birimi ne olabilir*?" söyleminden sonra sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda matematiksel söyleme katılarak cevap verdiği görülmektedir. Öğretmenin uzunluk ölçülerine ilaveten altıncı sınıfta görülecek olan sıvı ölçüleri ve kütle ölçülerini de anlatacağı anlaşılmaktadır.

4. 2. 1. 2. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler

Öğretmen-Sınıf söylem tipindeki matematiksel terminoloji kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, matematiksel söylemlerde farklı söylem göstergelerinin bir arada kullanıldığı belirlenmiştir. Matematiksel terminoloji kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 23'te gösterilmiştir.

Tablo 23. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Başlamasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Özelllikleri belirleme	13	Şimdi üç kenarlı bir şekilde köşegen var mıdır?
	Kişiselleştirme-Analoji-Bedensel Gösterim	10	Metre orta katta yönetici olarak oturuyor
	Basit düzeyde soru sorma	11	Bir iç açı ile bir dış açı her zaman hangi açıyı oluşturur? (elleriyle gösterir)
	Onaylayıcı soru sorma	13	Şöyle düşünün DKLC dikdörtgen değil mi?
	Tanım yapma	4	Ölçüleri eşit olan açılara biz ne diyoruz?

Tablo 23'te matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergelerden birinin matematiksel kavramın, terimin özeliklerinin belirlenmesine yönelik olduğu görülmüştür. Öğretmen terimle, kavramla ilgili sorular sorarak sınıftaki öğrencilerin çoğunun aynı anda matematiksel söyleme katılmasını sağlamaktadır. Çemberde açıların özelliklerini belirlemeye yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1245.19 Ö1: Peki (Tahtaya çember çizdi) bu bir çember ya da daire. (Farklı büyüklüklerde çember çizdi) Biri tam yuvarlak değil mi? Bu şekilde çizsem de şu şekilde çizsem de şu kadar çizsem de bunun çevresi hep kaç derecedir?

1245.20 Sınıf: 360

1245.21 Ö1: 360 derecedir değil mi? Aferin burada hem fikir miyiz?

1245.22 Sınıf: Evet

1245.23 Ö1: Tamam mı 360, peki şimdi bana söyleyin bakalım. Ben bunu tam merkezinden bak tam merkezinden 4 parçaya ayırırsam şurada açılar oluşur mu?

1245.24 Sınıf: Evet.

1245.25 Deniz: Dik açı.

1245.26 Ö1: Oluşur değil mi? Mesela O merkezli olsun. Peki ben burada 4 parçaya ayırdım ya ben aynı zamanda çember yayımı da 4 parçaya ayırdım mı?

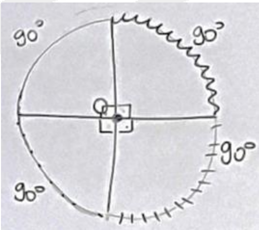
1245.27 Sınıf: Evet.

1245.28 Değil mi? Birinci yay, ikinci yay, üçüncü yay, dördüncü yay

1245.29 Ö1: Peki herbiri kaçar derece oldu?

1245.30 Sınıf: 90

1245.31 Ö1: 90 derece. Ama yaylardan bahsediyoruz değil mi? Bu da böyle böyle diyim. Bu da 90. Bu da boş kalsın. Bu da 90 derece. Peki yayları 90 ar derece dediniz. Peki şuradaki açılar kaçar derece?



1245.32 Sınıf: 90'ar.

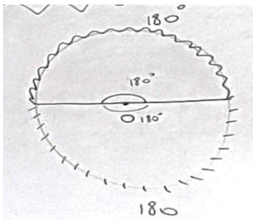
1245.33 Ö1: Peki ben çemberimi bu sefer 4 parçaya değil de tam ortadan ayırayım. Çap çizdim. Sadece bir tane çap çizdim. Bu sefer benim çember yayım kaç parçaya ayrıldı?

1245.34 Sınıf: 2.

1245.35 Ö1: İki. Kaça kaç ayrıldı?

1245.36 Sınıf: 180'e 180

1245.37 Ö1: Şuradaki yayım 180 derece ise aşağıdaki yayım da diğer yarısı 180 derecelik yay etti. Peki yine çemberimin merkezinde açı oluştu mu?



1245.38 Sınıf: Evet.

1245.39 Ö1: Nasıl bir açı bu?

1245.40 Sınıf: Doğru açı

1245.41 Ö1: Doğru açı. Kaç derece?

1245.42 Sınıf: 180

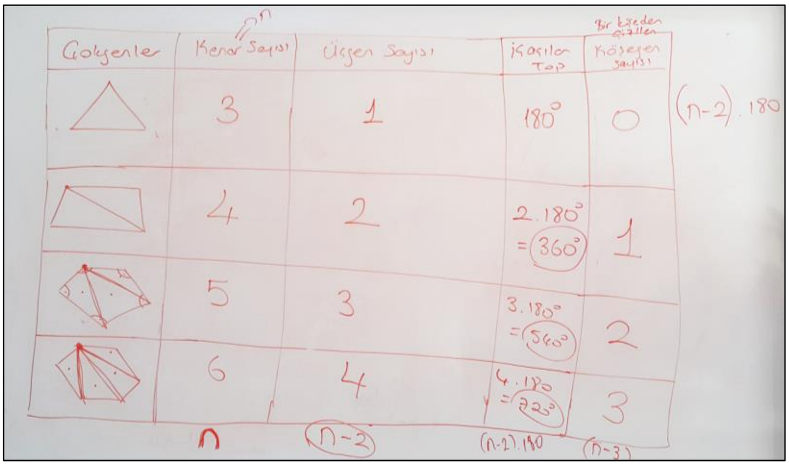
1245.43 Ö1: Burası?

1245.44 Sınıf: 180

1245.45 Ö1: Pekala. Son bir tane daha. Peki (Daha büyük bir çember çizdi) Benim şöyle bir çemberim var. Ben bu sefer şöyle yapacağım tam merkezden onu bir böleceğim, kaça kaç ayırdım?

1245.46 Sınıf: 2

Yukarıdaki söylem öbeğinde çemberde açıların özelliklerinin öğretmen ve sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda katıldığı matematiksel söylemlerle belirlendiği görülmüştür. Benzer şekilde öğretmen ve sınıftaki öğrencilerin çoğunluğu aynı anda matematiksel söyleme katılarak çokgenlerin özelliklerinin de belirlendiği görülmüştür. Öğretmen önce üçgen kaç kenarlı olduğunu sınıfa sorup sınıftan aynı anda gelen bir cevap almıştır. Sonra bir köşesinden kaç üçgeni olup olmadığını *(tahtada çizilenleri göstererek)* sorarak sınıftan aynı anda cevap almıştır. Daha sonra da üçgenin iç açılar toplamını sorarak öğrencilerin 180 derece cevabını vermesini aynı anda sağlamıştır. Ö1 kodlu öğretmen bu soruları tahtada çizili olan dörtgen, beşgen ve altgen için sormuş ve öğrenciler aynı anda cevap vermiştir. Öğretmen çokgende iç açılar toplamını öğrencilere sorarken bir köşesinden çizilen köşegenin çokgeni kaç tane üçgene ayırdığını vurgulamıştır. Örneğin 1805 nolu söylem öbeğinde *“1,2,3,3 tane üçgenim olduğu için 3 çarpı 180 den..”* söylemine benzer söylemlerle sınıftaki öğrencilerin aynı anda 540 cevabını vermesini sağlamıştır. Daha sonraki matematiksel söylemlerde de öğrencilerin farklı çokgenlerin iç açılar toplamına ilişkin cevaplarının olduğu belirlenmiştir. Öğretmen bu söylemlerden alınan cevapları tahtaya yazarak çokgenlerle ilgili bir tablo oluşturmuştur. Çokgenlerin bir köşesinden çizilen köşegen sayısı ve iç açılar toplamına yönelik oluşturulan tablonun fotoğrafı aşağıda yer almaktadır.



Şekil 21. Öğretmen-Sınıf söylem tipinde terimlerin özelliklerini belirlenmesine yönelik örnek

Öğretmen ve sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda matematiksel söyleme katılrken öğretmenin basit düzeyde ve onaylayıcı sorular sorduğu göze çarpmaktadır. Bazen de öğretmen sadece basit düzeyde soru sorararak ya da onaylayıcı soru sorarak sınıftaki öğrencilerin çoğunun terim, kavram hakkında konuşmasını sağlamaktadır. Terim, kavram hakkında basit düzeyde sorulan sorular ve sınıftaki öğrencilerin aynı anda verdiği cevaplar incelendiğinde aslında öğrencilerin basit düzeyde işlem yaparak cevap verdiği söylenebilir (Bkz. Ek 10.2.1.2: 444 ve 736 nolu söylem öbekleri). Basit düzeyde işlem yaparak ilk kez öğrenilecek terim, kavram hakkında sınıftaki öğrencilerin çoğunluğu aynı anda matematiksel söyleme katılmaktadır. Örneğin düzgün çokgende iç açı hesaplanmasında, uzunluk ölçülerinde birimlerinin dönüştürürülmesinde, mutlak değerle ilgili hesaplamalar gibi konularda sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun basit düzeyde işlem yaparak aynı anda matematiksel söyleme katıldığı görülmüştür. Ayrıca öğretmen, terim, kavram hakkında basit düzeyde soru sorarken analoji yapılarak sınıfla birlikte matematiksel düşüncelerin açıklandığı belirlenmiştir. Matematiğin kendine ait dil yapısında bulunan sembollerin işlevinin analoji ile açıklanmasında öğretmen ve sınıftaki öğrencilerin çoğunluğu aynı anda söyleme katıldığı görülmektedir. Örneğin matematikteki sembollerden biri olan parantezin işlem yaparken işlevine ilişkin *Öğretmen-Sınıf* söylem tipine ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

56.4 *Ö4: Evet elinizde bir vazo var, annenizin çok değerli vazosu, şöyle yandan tutuyoruz, bir bombesi var yaa, orda şöyle sıkıştırdık, tuttuk. Elimiz neye benziyor?*

56.5 *Sınıf: Paranteze*

56.6 *Ö4: Elimizde tuttuğumuz vazoyu, bir elinizi şöyle hafif açın, düştü yere..*

56.7 *Sınıftan olayı canlandırmaya yönelik yansıtıcı sesler geldi*

56.8 *Ö4: Vazo düşünce ne olur?*

56.9 *Sınıf: Kırılır.*

56.10 *Ö4: Düştü mü? Sonra ne yaparız (el hareketleriyle göstererek)*

56.11 *Sınıf: Toplarız.*

56.12 *Ö4: Toplarız sonra çöpe atarız, yani evden çıkarırız.*

56 nolu söylem öbeğinden görüldüğü üzere, öğretmenin parantezli işlemlerde işlem önceliğini sezdirmek için analoji kullandığı söylenebilir. Çünkü öğretmenin bir önceki söylem öbeğinde de *“Parantez bana diyor ki, önce beni yap, içinde ne olursa olsun çıkarma, toplama olsun, çarpma olsun, bölme olsun...”* şeklinde söylemleri ile parantezli işlemlerde işlem önceliğine dikkat çekildiği görülmektedir. Bu bağlamda öğretmenin işlemlerde paranteze (varsa) dikkat çekmek için vazo örneğiyle analoji yaptığı görülmektedir. Öğretmenin söylemlerine bakıldığında parantezin içindeki işlemlere dikkat çektiği görülmektedir. Sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunu da aynı anda katıldığı matematiksel söylemlerde de parantezin içindeki işlemlerin kastedildiği anlaşılmaktadır.

Sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda matematiksel söyleme katılmasını sağlayan bir diğer söylem göstergesi, terim, sembol hakkındaki onaylayıcı soru sormaya ilişkin mateamatiksel söylemlerden oluşmaktadır. Terim, kavram hakkında onaylayıcı sorular terimleri, kavramları tanımak için kullanılmaktadır. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1615.5 *Ö2: Şimdi şu bir paralelkenar.*

1615.6 *Özcan: Evet.*

1615.7 *Ö2: Daha büyük herhalde herkes görüyordur. Şimdi şu kenar şuraya eşit, şu kenar şuraya eşit. Şuradan şuraya dik olarak yüksek olarak kesiyorum bunu. İşte şu an oldu dik oldu. Kestiğim parçayı alıyorum getiriyorum şuraya şunu şöyle birleştirdiğim zaman bakın ne oldu gene burası*

1615.8 *Sınıf: Dik oldu (Sınıftan aa şeklinde şaşırma ünlemleri geliyor)*

1615.9 *Ö2: Dik oldu. Ne oldu? Bakın bu bir dikdörtgen oldu. Şimdi şunu anlatmak istiyorum. Yani paralelkenarı şu yüksekliği çizdiğiniz zaman şurada meydana gelen üçgenler birbirine eşittir şuradaki parçayı kesip şuraya koyduğunuz zaman bir dikdörtgen meydana geliyor. Peki bu dikdörtgenin alanı. Kısa kenar ve uzun kenarın çarpımı değil mi?*

1615.10 *Sınıf: Evet.*

1615.11 *Ö2: Şimdi şurada, şurada bakın şu yükseklik şu yükseklik, şu yüksekliğe eşit peki, şu yükseklik şu yüksekliğe eşit, şuradaki AK uzunluğu şuradaki BL uzunluğuna eşit değil mi?*

1615.12 *Sınıf: Evet.*

1615.13 *Ö2: Ee öyleyse meydana gelen dikdörtgenin alanı ne oluyor? Yükseklik, şu yükseklik diyoruz buna esasında dikdörtgende her ikisi de yüksekliktir.*

1615.14 *Sınıf: Evet (Aynen gibi karışık sesler de geldi)*

1615.15 *Ö2: Çünkü her ikisi de birbirine dik. Şurada da yükseklik olarak alırsın burada da alırsın. Niye? İkisi de birbirine diktir. Şimdi burada burada paralelkenarın alanını ne yaptım dikdörtgen yaptım. Ve dikdörtgenin bir kenarı dikdörtgenin bir kenarı çocuklar ıı paralelkenarın yüksekliği diğer kenarı ise dikdörtgenin bir kenarına eşittir.*

Yukarıdaki söylem öbeğinin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasından görüdüğü gibi, parelelkenarın alanının dikdörtgenin alanı ile ilişkilendirmesinde sınıftaki öğrencilerin çoğunun aynı anda matematiksel söyleme katıdığı söylenebilir. Sınııfın çoğunluğunun "evet" cevabını vererek öğretmenin matematiksel söylemlerini onayladığı söylenebilir. Bu bağlamda terim, kavram hakkında onaylayıcı soruların hatırlatmaya yönelik olduğu anlaşılmaktadır. Terim, sembol hakkında onaylayıcı sormaya ilişkin diğer söylem öbekleri de incelendiğinde öğretmenin yönlendirmesiyle öğrencilerin cevap verdiği görülmüştür. Öğretmenin yönlendirip ip ucu vermesiyle uzunluk ölçülerinin adlandırılmasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1705.2 *Ö4: Uzunluk ölçüleri temel birimimiz metre. Biz şöyle bir hayal kuralım beraber. Bir binamız olsun. Bu bina yedi katlı olsun. Orta katında da yönetici otursun. Yöneticimiz de kim? Metre. Metre yönetici olarak tam orta katta oturuyor (Tahtaya metrenin kısaltması m yazıyor) metremiz. Metrenin üç kat üstünde, üç kat üstü var. Üç kat da alt komşusu var. Yönetici der ki bütün kapılarda kendi adını görmek istiyorum (beden diliyle güçlü işareti yaparak) O yüzden bunun bütün katlarına gider (tahtada her katın hizasına m yazar) metreyi şöyle bir yapıştırır. Alt kat komşularına da aynı şeyi yapar. Ben yöneticiyim der egosu biraz yüksek. Der ki isminizde kapınızdaki isimlerde kendi adını mutlaka geçirin. Sonra en üst katta bir tane adam gelir der ki böyle kilolu bir adam. En üst katı ben satın alacağım der ve orayı satın alır. Adını da*

1705.3 *Sınıf: Kilometre*

1705.4 *Ö4: Kilolu ya (En üst kat hizasına km yazar) Kilometre. Yani kısaltılmışı km. Okunuşu kilometre. Onun altında başka bir tane daha adam geliyor. Der ki burayı da ben satın alıyorum benim adım da hekto.*

1705.5 *Sınıf: (Sınıftan "ne, hekto mu ?" vb. Karışık sesler gelir)*

1705.6 *Ö4: Hekto. Metre de geçmek zorundaydı adında.*

1705.7 *Sınıf: Hektometre*

1705.8 *Ö4: Hektometre kısaltılmışı. Hm bitişik yazılıyorlar böyle ayrı ayrı yazdığıma bakmayın. Iı okunuşu hektometre ama kısaltılışı hm şeklinde gösteriliyor. Sonra başka bir adam geliyor. Adı deka*

1705.9 *Sınıf: Dekametre (Sınıftan" ne , deka mı ? "vb. Karışık sesler de geliyor)*

1705.10 *Ö4: Dekametre ve kısaltılışı dam ile gösteriliyor, çünkü aynı onunla gelen başka bir adamın ismi de Desi.*

1705.11 *Sınıf: Desimetre*

1705.12 *Ö4: Bunlar birbirine karışmasın diye dekayı da diye gösteriyor. O da kendisi sadece d harfiyle gösteriyor. Hemen altında santimetre geliyor. (Tahtaya yazıyor) Santimetre okunuşu bu ama kısaltlmışı cm. Bu biraz ıı*

1705.13 *Ceren: İngilizce.*

1705.14 *Ö4: İngilizceden kaynaklandığı için. En altı(tahtada uzunluk ölçüleri ile çizdiği merdivenin el alt basamağını kastediyor) böyle boyu kısacık ufacık minicik ufacık bir nine geliyor. Adı Mili.*

1705.15 *Sınıf: Milimetre*

1705.16 Ö4: Bütün katları doldu. Burayı en üstteki kilometreden alttaki komşusu hektometrede alttaki komşusu

1705.17 Sınıf: Dekametre. Metre, Desimetre, Santimetre, Milimetre (öğretmen de aynı anda öğrencilerle birlikte tekrar ediyor)

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmen uzunluk ölçüleri ile ilgili matematiksel düşünceleri açıklarken uzunluk ölçüleri ile ilgili kişiselleştirme yapmaktadır. Öğretmenin matematiksel söylemleri incelendiğinde ise uzunluk ölçülerinin kısaltılmışı ve okunuşu hakkında da bilgi verdiği görülmektedir. Örneğin öğretmenin hektometre ile ilgili söylemleri incelendiğinde hektometrenin kısaltmışının yazılışı hakkında bilgi verdiği görülmektedir. Öğrencilerin de aynı anda matematiksel söyleme katılarak uzunluk ölçülerinin isimlerini ifade ettiği görülmektedir. Dolayısıyla öğretmenin yönlendirici sorularıyla sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı söylenebilir. Ayrıca diğer söylem öbeklerinde öğretmenin yönlendirmesiyle sınıftaki öğrencilerin çoğunluğu aynı zamanda söyleme katılarak matematiksel terimlerin birlikte tanımlandığı görülmüştür (Bkz. Ek 10.2.1.2: 748 ve 1642 nolu söylem öbekleri). Tanım yapmaya yönelik söylemlerden sonra öğretmenin terimlerin, kavramların anlaşılması için beden dili ile terimlerin gösterildiği görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

268.2 Ö5: Bu bir doğru (iki kolunu da açarak doğru modeli yaptı)

268.3 Sınıf: Doğru (öğrenciler de aynı şekilde kollarıyla doğru modeli yaptı)

268.4 Ö5: Bu bir ışın (tek kolunu açarak)

268.5 Sınıf: Bu ışın (öğrenciler de aynı şekilde kollarıyla ışın modeli yaptı)

268.6 Ö5: Bu bir doğru parçası, hepinizi göremeyebilirim yanlış yapan çıksın. (Sınıftan karışık sesler geldi)

268.7 Ö5: Doğru, doğru parçası, ışın (tekrar göstererek) bir kolunuz ışın tamam mı? Başlıyoruz. bir daha söylüyorum (tekrar göstererek) doğru, doğru parçası, ışın. İster bu kolunuz ister bu kolunuz olsun, ışın. Başlıyoruz. Doğru

268.8 Sınıf: (öğrenciler yaptı)

268.9 Ö5: Doğru parçası

268.10 Sınıf: (öğrenciler yaptı)

268.11 Ö5: Işın

268.12 Sınıf: (öğrenciler yaptı)

268 nolu söylem öbeğinde, terimleri tanımları yapıldıktan sonra öğrencilerin aynı anda beden dili ile doğru, doğru parçası ve ışını modellediği görülmektedir. Dolayısıyla sözel olmayan matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir.

4. 2. 1. 3. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler

Öğretmen-Sınıf söylem tipindeki matematiksel terminoloji zeminindeki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, öğretmenin fikre ulaşmaya yönelik söylemde bulunduğu, öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılarak onayladığı ya da öğretmenin sadece kendisinin matematiksel fikirlere ulaştığı belirlenmiştir. Matematiksel terminoloji zeminindeki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 24'te gösterilmiştir.

Tablo 24. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Terime ilişkin kural-sonuç	8	… Ama iki tane sayı varsa o iki tane sayının ortalaması bize ortancayı verir.…
	Uyarlama	10	...bu şeklin de ötelendiğini söyleyebilir miyiz?
	Terminolojinin öneminden-basitliğinden bahsetme	3	Çocuklar veri analizi bitti. Bu kadar, basit.
	Terminolojiyi hatırlamak için kısa yollar önerme	6	Doğru parçası, doğrunun içinden bir parçayı aldık diye düşünebilirsiniz
	Terim/sembol okunuş yazılış	7	Şöyle bak AB yayının uzunluğu bu şekilde gösterilir çocuklar. İki yana düz çizgi çizdiğimizde o bize neyi verir?
	Farklı gösterim	6	Biz onu (doğru parçası) sözel de yazabiliriz, sembolle yazabiliriz
	Deftere yazdırma	3	Siz notunu alın, aşağıya inerken çarpıyoruz. Yukarı çıkarken bölüyoruz.

Tablo 24'te matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergelerden birinin terime ilişkin kural-sonuç bulmaya yönelik olduğu görülmüştür. Öğretmen terime ilişkin sonuçları ifade ederek bazen sınıfa onaylattığı bazen de sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda matematiksel söyleme katılarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Örneğin 1642 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin "*Burada 2 tane sayı olduğu zaman bu iki sayının ortalaması bize ortancayı verir her zaman. Tamam mı? En ortada tek bir sayı varsa ortanca odur…*" söylemiyle iki veya üç sayı verildiğinde ortancanın nasıl bulunacağına ilişkin öğretmenin sonuca ulaştığı söylenebilir. Buna ilaveten sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda matematiksel söyleme katılarak matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemler aşağıda yer almaktadır.

1679.3 Ö1: En çok tekrar eden, en çok tekrarlanan sayı. Bir veri grubunda mod sadece illa bir tane mi olur?

1679.4 Sınıf: Hayır.

1679.5 Ö1: (biraz bekledi)

1679.6 Sınıf: Birden fazla da olabilir.

1679.7 Ö1: Bazen birden fazla olabilir. Peki modu olmayan veri grubu da olabilir mi?

1679.8 Sınıf: Evet.

1679.9 Ö1: Olabilir. Modsuz modu yok hepsi. Eğer bir veri grubunun modu yoksa ben ne anlayacağım o verilerden? Modu yok. Tepe değeri yok ne yapacağım o zaman? Mehmet.

1679.10 Mehmet: Yani hiç tekrarlamamış yani sayıdan ya da tekrarlamış ama eşit sayıda.

1679.11 Ö1: Genellersek eğer daha güzel bir cümleyle. Bir veri grubunun modu yoksa eğer o veri grubunun verileri nasıldır? Hepsi (Öğrenciler parmak kaldırıyor)

1679.12 Sınıf: Eşit sayıdır

1679.13 Ö1: Eşit sayıdır aynen. Bir ikisini geçelim çünkü 3'er tane de (veri grubundaki sayılar) olabilir. Hepsi aynı sayıda.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, matematiksel fikirlere ulaşırken öğrenciler aynı anda matematiksel söyleme katılmaktadır. Öğretmenin yönlendirmesiyle bir veri grubunda modun kaç tane ya da modun hiç olmamasına yönelik sınıftaki öğrencilerin aynı anda katıldığı sonuç ya da kural bulmaya ilişkin matematiksel söylemlerinin oluştuğu görülmüştür. Terimle ilgili sonuç, kural bulmaya ilaveten diğer söylem öbeklerinde terimlerle ilgili bir özelliğin başka terimlere uyarlandığı belirlenmiştir. Öğretmenin yönlendirmesiyle sınıftaki öğrencilerin çoğunun katılıp terimlerin uyarlanmasına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1708.18 Ö4: Şimdi birbirlerine ne kadar benzediklerini gördük mü? (uzunluk ölçüsü, ağırlık ölçüsü ve sıvı ölçülerindeki sıralamayı kastediyor)

1708.19 Sınıf: Evet. Aynı zaten

1708.20 Murat: Sadece

1708.21 Ö4: Biz 6. sınıfta hacim ölçülerini, alan ölçülerini de göreceğiz. Onlar da aynı sıralamaya sahipler. Şunu unutmayın, şunu unutmayın en üst kime ait?

1708.22 Sınıf: Kilo

1708.23 Ö4: Sonra?

1708.24 Sınıf: Hekto

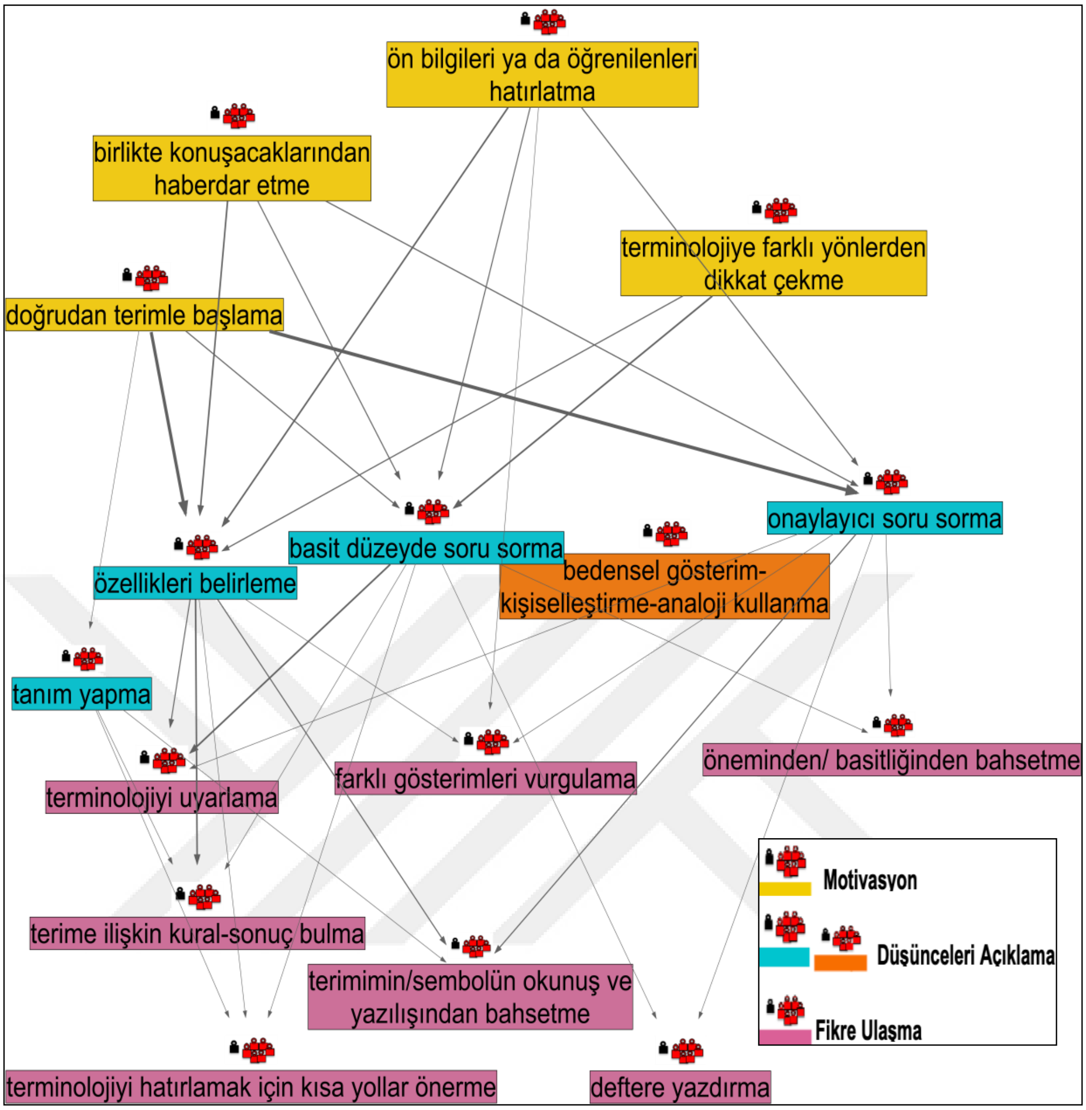
1708.25 Ö4 (sınıfla birlikte): Sonra

1708.26 Sınıf: Deka
1708.27 Ö4: Sonra?
1708.28 Sınıf: Desi
1708.29 Ö4: Sonra?
1708.30 Sınıf: Santi
1708.31 Ö4: Sonra?
1708.32 Sınıf: Mili
1708.33 Ö4: Şunun çocuklar güzel bir tekerlemesi var. (Tahtaya tekerleme zamanı, "Kamile Hanım Damda, Mehmet Dayım Camda Merhaba Merhaba" yazdı) Ne anladık?
1708.34 Çağlar: Öğretmenim anlatabilir miyim?
1708.35 Ö4: Evet Rümeysa (Rümeysa tahtaya kalkar eliyle işaret ederek)
1708.36 Rümeysa: Kamile, (merdivende en üstü göstererek)
1708.37 Ö4: Kamile, Hanım (Rümeysa gösteriyor)
1708.38 Rümeysa: Damda.
1708.39 Ö4: Evet.
1708.40 Rümeysa: Iıı Mehmet Dayım Camda Merhaba Merhaba.
1708.41 Ö4: Merhaba. Merhaba. O zaman bunların altlarını çizelim mi? Kamile Hanım şurası.
1708.42 Sınıf: Hm (Heme)
1708.43 Ö4: (sınıfla birlikte) Damdan Mehmet
1708.44 Sınıf: Dm (deme)
1708.45 Sınıf: Camda.
1708.46 Ö4: (sınıfla birlikte) Merhaba Merhaba.
1708.47 Berk: Öğretmenim çok güzel.
1708.48 Ö4: Sıralamayı, sıralamayı unutmamanız için güzel bir tekerleme.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi uzunluk ölçülerindeki sıralama hacim ve alan ölçülerine uyarlanmaktadır. Alan ölçüleri ve hacim ölçülerinde sıralamanın değişmediği vurgulanmaktadır. Ayrıca uyarlamaya ilişkin bu matematiksel söylemlerde tekerlenme kullanılmıştır. Bu bağlamda hatırlamak için kısa yolların önerildiği görülmektedir. Benzer şekilde terminolojiyi hatırlamaya ilişkin diğer söylem öbeklerinde analojilerin, hikayelerin kullanıldığı belirlenmiştir. Terminolojinin hatırlatılmasına ilişkin önerilerde bulunarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir.

Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik bir diğer gösterge terimlerin okunuşu ve yazılışıyla ilgili matematiksel söylemlerdir. Diğer söylem öbeklerinde de terimlerin okunuşu ve yazılışı hakkında öğretmenin söylemlerinin olduğu görülmektedir. Bu söylem öbeklerindeki matematiksel söylemler incelendiğinde, öğretmen terimlerin gösterimden bahsederek nasıl yazılacağını vurgulamaktadır. Bu söylemlerin doğruların ya da doğru parçalarının farklı gösterimleriyle daha çok ilişkili olduğu belirlenmiştir. Doğru ve doğru parçalarına ilaveten başka terimlerin, sembollerin farklı gösterimleri üzerinde durarak matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır. Farklı gösterime ilişkin diğer söylem öbekleri de incelendiğinde terimin, sembolün alternatifine vurgu yapılarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Öğretmen terimlerin farklı gösteriminden bahsederek terimle ilgili yerlerin deftere yazılmasını ifade etmektedir. Ayrıca öğrenciler defterine yazarken terimlerin okunuşu ve yazılışına vurgu yapmaktadır. Sınıftaki öğrencilerin çoğunun aynı anda matematiksel söyleme katılmasından sonra terimlerin okunuşu ve yazılışında hakkında matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Böylelikle *Öğretmen-Sınıf* söylem öbeği sonlanmaktadır. Örneğin sınıftaki öğrencilerin çoğunun aynı anda söyleme katılmasından daha sonra Ö1 kodlu öğretmen 1040 nolu söylem öbeğinde *“İç ters dersen bu iki paralelin içine bakacaksın yani şuraya. Dış ters derse bu iki paralelin dışına bakacaksın. İç terste içte olanlardan terse bakanlar. Bak içte yaşayacak ve ters. 3 ve 5. 4'le 6. Dış terste de dışta yaşayacak teslere bakacak. 2-8 1-7 Tamam mı? Hemen bunları alın.”* söylemi ile deftere yazılmasını ifade ederek söylem öbeği sonlanmaktadır.

Yukarıda terminoloji kapsamında *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde oluşan matematiksel söylemin yatay aşamalarında (motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma) söylemler, söylem göstergeleri bağlamında ele alınmıştır. Matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu yansıtan bu göstergeler, öğretmenin matematiksel söylemleri ve sınıftaki öğrencilerin çoğunun aynı anda katıldığı matematiksel söylemlerle birlikte diyaloglar halinde açıklanmıştır. Motivasyona yönelik söylemlerden bir sonraki aşama olan matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlere geçişi, bu aşamadan da matematiksel fikirlere yönelik söylemlere geçişi yansıtan matematiksel iletişim haritasındaki yollar Harita 4’te sunulmaktadır.



Harita 4. Öğretmen-Sınıf söylem tipinin terminoloji zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası

Yukarıdaki haritada, *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde terminoloji kapsamındaki göstergelerin birbiriyle ilişkisi gösterilmektedir. Aslında bu harita, terminoloji kapsamında matematiksel söylemlerin yatay aşamalarının arasında oluşan bağı yansıtmaktadır. Bu aşamalardaki bazı söylem göstergeleri arasında zayıf ve güçlü bağların olduğu görülmektedir. Örneğin motivasyon aşamasında, motivasyon söylemleri olmadan doğrudan terime başlayan öğretmenin, sınıftaki tüm öğrencilerin katılması için onaylayıcı sorular sorduğu görülmektedir. Sınıftaki öğrencilerin de aynı anda “Evet”, “Hayır” gibi söylemlerle cevap verdiği bu söylem göstergesine ilişkin bulgularda yer verilmiştir. Ayrıca öğretmen doğrudan terimle başlayarak terimleri tanımlamakta, terminoloji hakkında basit düzeyde soru sormakta ya da terimle ilgili özelllikleri açıklamaktadır. Dolayısıyla bu söylem göstergesinin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki söylem göstergeleriyle ilişkisi çeşitlilik göstermektedir. Diğer yandan matematiksel terminoloji hakkında basit düzeyde soru sorma ve onaylayıcı sormaya ilişkin motivasyon göstergeleriyle ilişkisinde de çeşitlilik gösterdiği görülmektedir. Başka bir ifadeyle terminoloji kapsamında *Öğretmen-Sınıf* söylem tipine özgü basit düzeyde soru sorma ve onaylayıcı soru sormak motivasyondaki farklı söylem göstergeleriyle ilişkisi olup bu söylem göstergeleri arasında farklı bağlar olabilmektedir. Ayrıca matematiksel düşünceleri açıklama aşamasıda görülen bedensel gösterimi kişiselleştirme, analojiye yönelik söylemlerin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki diğer söylem göstergeleriyle iç içedir. Örneğin öğretmen terminoloji hakkında sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması için basit düzeyde soru sorarken analojilerden, kişiselleştirmelerden yararlanabilmektedir. Yukarıda haritada dikkat çeken bir bulgu da, matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylem göstergelerin farklılık göstermektedir. Ayrıca bu söylem göstergelerinde deftere yazdırma gibi söylem öbeğini sonlandırmaya yönelik matematiksel söylemler oluşsa da terimin başka bir terime uyarlanması gibi daha üst düzey fikirlerin de ortaya çıktığı görülmektedir. Öğretmen matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylem göstergelerinde kendisi aktif olmakta ya da sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını sağlamaktadır.

4. 2. 2. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Söylemler

Öğretmen-Sınıf söylem tipindeki görsel aracı kapsamındaki matematiksel söylemler incelendiğinde, problem çözümünde sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda soru/problem çözümü için matematiksel söyleme katıldığı görülmektedir. Matematiksel söylem oluşumunun ilk aşaması olan motivasyondan son aşaması olan matematiksel fikirlere ulaşma aşamasına kadar sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda matematiksel söyleme katıldığı söylenebilir. Görsel aracı zemininde *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde oluşan matematiksel söylem aşamaları (M.S.A.) söylem-satır numaraları ile birlikte (S.S.N.) birlikte Ek 8.2.2.'de yer almaktadır. Bu bağlamda bir söylem öbeğinin tamamı yer alarak bu söylem öbeğinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin tamamı görülmektedir.

4. 2. 2. 1. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler

Öğretmen-Sınıf söylem tipindeki görsel aracılar kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, matematiksel söylemlerde öğretmenin daha çok aktif olduğu görülmektedir. Görsel aracılar kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 25'te gösterilmiştir.

Tablo 25. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Görsel Aracılar	Öğretmen çizim/modelleme	8	Çocuklar ben sorunun çözüm yolunu önce modelleyerek yapmaktan yanayım. Dinliyoruz, şimdi modelleme yapacağım…
	Sınıf-çizim	4	Sıklık ve çetele tablosunu yaptık. Şimdi grafiği yaparken çok dikkat etmeniz lazım. Sütun grafiği çizeceğiz, bir yaslanın arkanıza, ben çizeyim, siz bekleyin
	Sınıf-modelleme	3	Bir modelleme daha yapalım...
	Sınıf-yorum	8	Çocuklar çizdiğim doğru grafiğini yorumlayalım şimdi, evet özelliği ne?

Tablo 25'te motivasyona yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergeler incelendiğinde öğretmenin kendisinin çizim yapacağına ya da modelleme yapacağına ilişkin söylemlerinin olması göze çarpmaktadır. Örneğin görsel aracıyı çizmek için öğretmen kendisinin yapacağını ifade ederek öğrencileri dinlemesi için motive etmektedir. Ancak öğretmenin soru sormasıyla sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda matematiksel söyleme katıldığı ve görsel aracıyı birlikte oluşturdukları görülmüştür. Örneğin 1539 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin "*Şimdi sırayla ölçülerini hesaplaya hesaplaya bu grafiği çizeceğim (Elindeki gönye yardımıyla daha önce tahtaya çizdiği daire üzerinde yarı çap çiziyor) Ben şimdi şöyle başlıyorum. Bakın uyku 8 saat. Kaç derece?"* söyleminden sonra sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda söyleme katıldığı belirlenmiştir. Buna ilaveten öğretmen görsel aracının sınıfla birlikte oluşturacağını da ifade etmektedir. Örneğin 98 nolu söylem öbeğindeki Ö5 kodlu öğretmenin *"Sıklık ve çetele tablosunu yaptık. Şimdi grafiği yaparken çok dikkat etmeniz lazım. Sütun grafiği çizeceğiz, bir yaslanın arkasına…"* söyleminden çizimi birlikte yapacakları anlaşılmaktadır. Ayrıca görsel aracılardan biri olan modellemelerinde de birlikte yapılacağına ilişkin söylemlerin olduğu belirlnemiştir. Örneğin 106 nolu söylem öbeğinde Ö6 kodlu öğretmenin kesir kartlarıyla yaptığı modellemeye ilişkin *"Bir tane daha modelleme yapalım"* söylemiyle modellemeyi birlikte yapacakları anlaşılmaktadır. Ayrıca görsel aracının birlikte yorumlanmasına ilişkin matematiksel söylemlerin de olduğu belirlenmiştir. Örneğin 148 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *"Bütün verilerim bitti, bir oh çektim, araştırmam tamamlandı. Sonucu da bu grafik üzerinde yorumlayalım. En çok sevilen meyveyi görmek daha kolay mı burada? (eliyle sütunu göstererek) sütun çok yukarı çıkmış zaten. En çok sevilen meyve hangisi?"* söylemiyle birlikte yorum yapılacağı anlaşılmaktadır. Bu söylemde olduğu gibi öğretmenin sorusundan sonra sınıftaki öğrencilerin aynı cevap vererek matematiksel söyleme katıldığı ve görsel aracıyı birlikte oluşturdukları belirlenmiştir.

4. 2. 2. 2. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler

Öğretmen-Sınıf söylem tipindeki görsel aracılar kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, sınıftaki öğrencilerin görsel aracının yapısı, yorumlanması vb. ifadeler üzerine çok kısa kelimeler halinde ifadelerinin olduğu görülmüştür. Görsel aracılar kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 26'da gösterilmiştir.

Tablo 26. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Görsel Aracılar	Başlangıç noktası tanım-terminoloji	4	Koordinat düzleminde noktalar kimlerle gösteriliyordu, noktanın adı ne oluyordu?
	Grafik yapısı	6	…Birbirine dik olacak şekilde yatay ve dikey eksenler çizilir
	Grafik/tablo okuma-yerleştirme-yorumlama	11	Bu grafikte artış, azalış gibi bir değişim söz konusu mu?
	Model yapısı	8	O zaman modelleme yapmak için ben şeklimi kaça böleceğim...

Tablo 26'da matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergeler incelendiğinde, grafik çizimlerinde terminolojiden yararlanarak tanımların yapılmasına ilişkin matematiksel söylemlerin oldukça az olduğu görülmüştür. Öğretmen başlangıç noktası, eksen vb. terimleri tanımlayarak görsel aracının oluşturulmasını sağlamaktadır. Grafiğin adının da tanımlanmasına ilişkin söylemlerin olduğu söylenebilir. Bu söylemlerde öğretmenin daha çok aktif olduğu, sonrasında sorduğu sorularla öğrencilerin aynı anda cevap vermesini sağladığı söylenebilir. Ancak görsel aracılardan biri olan grafiklerin oluşturulmasında grafik yapısıyla ilgili söylemlerde ise sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme daha çok katıldığı belirlenmiştir. Sınıftaki öğrencilerin matematiksel söyleme aynı anda katılmasıyla günlük hayattan örnek verilerek grafiğin yapısının belirlendiği görülmüştür. Bu bağlamda öğrencilerin katılımıyla grafik yapısı belirlenirken öğrencilerin tablodaki ya da grafikteki sayıları birlikte yorumlandığı görülmüştür (Bkz. Ek 10.2.2.2: 223 ve 147 nolu söylem öbekleri). Görsel aracıya sayıların yerleştirilmesinde ise aşamalandırma yapılarak görsel aracının birlikte (öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması) oluşturulduğu belirlenmiştir. Örneğin 5.sınıflarda sütun grafiğinin oluşturulmasına yönelik yatay eksendeki sayıları öğretmen sormakta ; öğrenciler de aynı anda cevap vermektedir. Dolayısıyla görsel aracıdaki bu sayıların sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasıyla tabloya ya da grafiğe yerleştiği söylenebilir. Öğretmenin daha sonra *"Şimdi kişileri yazalım"* *"Şimdi renklere geliyorum"* şeklindeki söylemleriyle sütun grafiğinin çizilmesine yönelik olarak aşamalandırma yapıldığı söylenebilir. Bu söylemleri içeren matematiksel düşüncelerin açıklama aşamasına yönelik söylemler aşağıda yer almaktadır.

98.15	*Ö5: Şimdi kişilerime bakıyorum, 1 var, 2 var, 12 var, kaçar kaçar gidelim burdan giderken? Ben 2'şer 2'şer istiyorum. Aralıkları ama eşit alacağım. Defteriniz kareli defter olduğu için ya 0 dan sonra, 1 kare sayıp 2 diyeceksin, bir kare sayıp 4, 6, 8, 10, 12. 12 den fazla yok. Ama burada 1 lazım, 1'i yazayım. Bak bana lazım olmayan sayıları da yazdım. Aralıkları eşit alacağım. Şimdi renklere geliyorum, renkleri yazarken de aynı. Şurdan bir kare atladım, buraya ne diyeyim mavi, maviden kaç kişi istemiş?*
98.16	*Sınıf: 12*
98.17	*Ö5: Burdan 12 ye kadar çubuk gidiyorum. (tahtaya sutun çizdi) bunun içini isterseniz şöyle boyayabilirsiniz. Şimdi ikinciye geliyoruz nedir? Pembe. burada 1 tane boşluk bırakıyorum, ikinciyi yazıyorum, pembe, pembe kaç kişiymiş?*
98.18	*Sınıf: 1*
98.19	*Ö5: 1, 0 ile 2 nin tam ortasıdır, şöyle kaç kare ayarlayalım onu, Yine şurası 1 kare. Boyadım, pembeden sonra siyah. Yine bir kare atladım, siyah (yatay eksene siyah yazdı). Kaç kişi?*
98.20	*Sınıf: 10.*
98.21	*Ö5: Buraya kadar gelmem gerekiyor, şöyle ayarlıyorum. Sonra yeşil, 2 (sayısını kastetti). Yeşilin hizasını şöyle ayarlıyorum. Yine 1 kare atladım, yeşil. Sonra, kırmızı 1 tane. kırmızı (yatay eksene yazdı). Şuradan geliyor kırmızı 1. sonra kırmızıdan sonra , sarı 3. 2 ile 4 ün ortasıdır, 3. Şöyle göz kararı çizgilerle çizdim.*

98 nolu söylem öbeğinden, öğretmenin 15 nolu satırdaki söyleminde sütun grafiğindeki yatay ve dikey eksenin oluşturulmasında grafik çizmeyi aşamalandırdığı anlaşılmaktadır. Daha sonraki satırlardan olan 16,18 ve 20 nolu satırlara bakıldığında ise sınıftaki öğrencilerin çoğunluğu aynı anda söyleme katılarak yatay eksendeki sayıların

yerleştirildiği görülmüştür. Grafikteki sayıların yerleştirilmesine ilaveten başka söylem öbeklerinde tablodaki sayıların yerleştirildiği belirlenmiştir. Görsel aracıların yerleştirilmesine yönelik diğer söylem öbeklerinde de görsel aracıyla ilgili sayısal değerlerin öğrenciler tarafından söylendiği belirlenmiştir. Ayrıca sınıftaki öğrencilerin çoğunluğu aynı anda matematiksel söyleme katılarak görsel aracıların birlikte yorumlandığı belirlenmiştir. Ancak görsel aracıların yorumlanmasında görsel aracıdaki öğrenciler tarafından kelimelerin daha çok söylendiği söylenebilir. Örneğin yedinci sınıf matematik ders kitabında yer alan ve görsel aracılardan biri olan tablonun (Keskin, 2016, s. 206) birlikte yorumlanmasına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1659.16 Ö3: Şimdi bize sorulan soru şu. 7A sınıfında bir anket yapılmış ve her öğrenciye en sevdikleri spor dalı sorulmuştur. Verilere (tablodaki) bakarak en sevilen spor dalını bulmak için, ortalama, tepe değer, ortancadan hangisini kullanmamız lazım?

***Tablo:** En Sevilen Spor Dalı*

Spor dalı	Kişi sayısı
Futbol	10
Basketbol	5
Voleybol	3
Yüzme	2
Atletizm	4

1659.17 Ö3: Şimdi çocuklar. Burada bir kere spor dallarının seven kişi sayıları var. Yani ben bu verileri yazmak istesem nasıl yazacağım?

1659.18 Sınıf: 1- 2- 3- 4. (Aynı anda cevaplar geliyor)

1659.19 Ö3: Hayır. Çocuklar burada kaç tane veri var?

1659.20 Sınıf: 5

1659.21 Ö3: Hayır, 5 tane veri yok. Bak bunlar kişi sayılarını gösteriyor.

1659.22 Ayhan: 24

1659.23 Ö3: Evet. bunlar kişi sayısı. Ben bu verileri sıralamak istesem küçükten büyüğe en düşük veri kim?

1659.24 Sınıf: 2

1659.25 Ö3: 2 yani yüzme kişi sayısı.

1659.26 Sevim: İki iki mi yazacağız Yoksa 1?

1659.27 Ö3: Çocuklar burada şunu yazacağız daha doğrusu. Burada sayısal değerden ziyade sözel değer yazılacak. İki kişi yüzme istiyor. Yüzme-yüzme. 3 kişi voleybol istiyor. Voleybol, voleybol, voleybol.

1659.28 Mustafa: 10 kere futbol mu yazacağız hocam?

1659.29 Ö3: 4 kişi. Atletizm-atletizm-atletizm-atletizm. Basketbol-basketbol-basketbol. Burada hani sayısal değil veriler. Yani sözel bir veri var. Peki burada tepe değer kim olur?

1659.30 Sınıf: Futbol.

1659.31 Ö3: Futbol olur. Neden? Çünkü 10 tane futbol var bunun anlamı. Yani bunun anlamı burada şöyle sayısal veri olarak kişi sayısı. Şimdi sayısal veri olmadığı için yazmıyorum. Yüzme yüzme. Sonra atletizm. Nedir? Voleybol-voleybol-voleybol. Nedir? Atletizm-atletizm-atletizm-atletizm. Basketbol-Basketbol-Basketbol. Sonra da nedir? Futbol-futbol-futbol. 10 tane. İsterseniz baş harfleriyle yapalım. Yüzme yüzme. Ne var?

1659.32 Sınıf: Voleybol.

1659.33 Ö3: Voleybol, voleybol, voleybol. Ne var? Atletizm-atletizm-atletizm-atletizm sonra?

1659.34 Sınıf: B-B-B-B-B

1659.35 Ö3: 2-3-4-5. Kaç veri var burada?

1659.36 Sınıf: 24

1659.37 Ö3: 24 bak şimdi, Bak şimdi burada kalkıp da 12. olacak. 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12. (tahtada yazılan olan soldan sağa spor dallarını sayıyor) 2 farklı geliyor. 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12 (tahtada yazılan olan spor dallarını sağdan sola sayıyor) Bak şimdi bir dakika. 12 bak ama nedir? Şu ikisi bak. Ortanca ne çıktı?

1659.38 Sınıf: Basketbol.

1659.39 Ö3: Peki en sevilen basketbol mu?

1659.40 Derya: Hayır.

1659.41 Ö3: En sevilen kim?

1659.42 Sınıf: Futbol.

1659.43 Ö3: Peki futbol burada neyi temsil ediyor?

1659.44 Sınıf: Tepe değer.

1659.45 Ö3: Tepe değer burada futbol. Basketbol nedir burada?

1659.46 Sınıf: Ortanca.

1659 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi veri işleme öğrenme alanındaki tabloyu öğrenciler önce yanlış yorumlamakta sonra öğretmenin yönlendirmesiyle doğru yorum yapmaktadır. Bu bağlamda öğretmen ve sınıftaki öğrencilerin çoğunun görsel aracıyı birlikte yorumladığı söylenebilir. Ayrıca görsel aracılar kapsamında matematiksel düşüncelerin açıklanmasında modelllemelerin de birlikte oluşturulduğu belirlenmiştir. Öğretmenin somut modellemeyi kendisinin oluşturduğu ancak modellemeyle ilgili sayılar hakkında sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda matematiksel söyleme katıldığı görülmüştür. Örneğin “120 tane elmanın 2/5 si çürüktür. Sağlam olan elma sayısını bulunuz” sorusuna ilişkin sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda katıldığı matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

361.11 Ö4: Bu bütün benim kasadaki elmalarımın tamamını temsil ediyor. Kaç tane? 120 tane. Diyor ki bize bu elmaları 5 erli gruplara ayırın. 5 parçaya bölün. 5 e bölmem için bunu yatay olarak 5 e böleyim. 1,2,3,4 ve 5 . 5 parça oldu. Bu 5 parça eşit olmak zorunda öyle değil mi? O zaman ben ne yapacağım, 120 adet elmayı kaç parçaya böldüm.

361.12 Sınıf: 5

361.13 Ö4: 5 parçaya kaçının çürük olduğunu söylüyor bana 2 sinin. 2 sini tarayalım 1,2 (öğretmen modelleme yapıyor) burası çürük olanlar (taradığı 2 parça) burdaki parçalar sağlam olanlar öyle değil mi? 3 parçası sağlam, 2 parçası çürümüş. 120 yi kaç parçaya böleceğim?

361.14 Sınıf: 5

361.15 Ö4: 120 bölü 5,1 in içinde yok 12 nin içinde (bölme işlemi yapıyor)

361.16 Sınıf: 2 defa

361.17 Ö4: 2 defa. 10 kaldı 2 sıfır aşağıya aldık 20 nin içinde

361.18 Sınıf: 4

3611.9 Ö4: 4, 20 kaldı (tahtaya 120/ 5 =24 yazdı) her parçaya kaç elma düşüyor

361.20 Sınıf: 24

361.21 Ö4: 24, siyahla yazalım (modelleme üzerinde) her parçanın 24 elması var. Bunun 24, bunun 24, 24, 24, 24 topladığım kaç yapmak zorunda

361.22 Sınıf: 120

361.23 Ö4: 120 yapmak zorunda, değilse yanlış 24 ün kaçı çürük

361.24 Sınıf: 2 si

361.25 Ö4: 2 si (eliyle göstererek) yani 24 ü 2 parça ile çarpıyorum

361.26 Sınıf: 48

Yukarıdaki söylem öbeğinden, öğretmenin modellemeyi kendisinin çizdiği anlaşılmaktadır. Ancak modellediği şeklin her bir parçasına kaç elma düştüğünü bulurken sınıftaki öğrencilerin çoğunluğu aynı anda matematiksel söyleme katılmaktadır. Ayrıca matematiksel düşünceleri açıklanırken 20 nolu satır ve önceki satırlarda da sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda matematiksel söyleme katılmasıyla 24 sayısının bulunduğu ve öğretmenin modelleme üzerinde yazdığı görülmektedir. Öğretmen “*siyahla yazalım”* derken görsel aracı olan modellemeye dikkat çektiği söylenebilir. Bu bağlamda görsel aracılara yönelik diğer söylem öbeklerinde olduğu gibi renkli çizime vurgu yapılmaktadır.

4. 2. 2. 3. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler

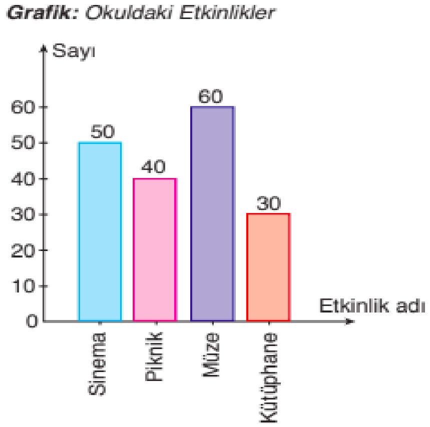
Öğretmen-Sınıf söylem tipindeki görsel aracılar kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, öğretmenin sorduğu sorularla sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı ya da öğretmenin görsel aracıyla ilgili önemli noktalara değindiği görülmektedir. Görsel aracılar kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 27'de gösterilmiştir.

Tablo 27. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Görsel Aracılar	Görsel aracının anlamlaştırılması	3	Bu taralı alan neyi ifade ediyordu?
	Farklı gösterim-iki görsel aracı karşılaştırma	4	Burada sütun grafiği uygun mu?
	Esneklik-gereklilik	3	...çizmeye gerek yok
	Dikkat edilmesi gereken yerler	6	Verileri eksenlere eşit aralıklarla yerleştirmemiz gerekiyor, aralıkları eşit almazsak grafiğin yorumlamasına yanlış sonuçlar oluşur

Tablo 27'de matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergelere ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde öğretmenin söylemlerinin daha ağırlıkta olduğu söylenebilir. Örneğin görsel aracının anlamlandırılmasına yönelik öğretmenin söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Görsel aracının oluşturulmasından sonra öğretmenin modellemeyi anlamlandırdığı; görsel aracıdaki ifadeleri öğrencilerin matematiksel söyleme aynı anda katılarak tekrar ettiği görülmektedir. Ayrıca görsel aracılara yönelik matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmenin yönlendirmesiyle farklı bir görsel aracının kullanılabileceğine ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin "Bir okulda yapılan ankete göre öğrencilerin 50 tanesi sinemaya gitmeyi, 40 tanesi pikniğe gitmeyi, 60 tanesi müze ziyaretine gitmeyi ve 30 tanesi de kütüphanedeki kitapların sayımını yapmayı tercih etmişlerdir. Bu durumu grafik üzerinde gösterelim." sorusuna yönelik iki görsel aracının kullanımına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1663.14 *Ö3: Burada (kitapta) Sütun grafiği kullanmış.*



Çocuklar. Burada bir değişim söz konusu mu?

1663.15 *Gül: Nasıl?*

1663.16 *Ö3: Bak bir değişim söz konusu mu?*

1663.17 *Sınıf: Hayır.*

1663.18 *Ö3: Artış azalış gibi. Burada sadece ıı belli kişilerin nereye gideceklerini. Burada mesela yorum yaparken nasıl yapabiliriz. Diyebilir ki hani işte ıı kaç kişi nedir sinemeya gitti? Ya da en çok gidilen alan hangisidir?*

1663.19 *Sınıf: Müze.*

1663.20 *Ö3: Müze. Ya da en az gidilen yer neresidir? Ya da gitmesi en az tercih edilen en çok tercih edilen, görebilirsiniz. Burada sütun grafiği uygun peki. çocuklar buna aslında daire grafiği olmaz mıydı sizce?*

1663.21 *Sınıf: Olur.*

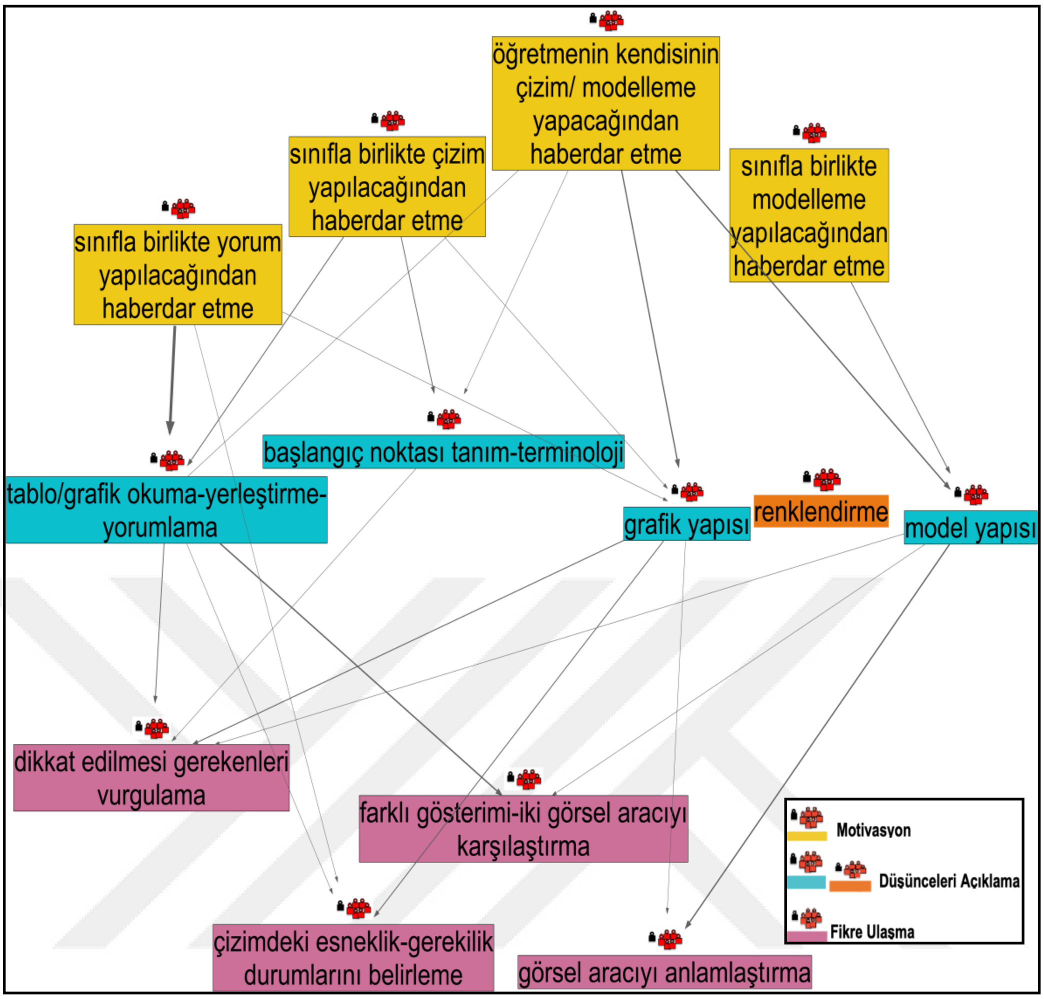
1663.22 *Ö3: Olur mu daire grafiği sizce?*

1663.23 *Sınıf: Olur.*

1663.24 *Ö3:Yani bunu daire grafiğinde de aslında gösterebilir değil mi? Ama tabi şöyle bir şey. Eğer daire grafiğinde bize derecesini vermez de sadece dilimi verirse hani böyle birbirine yakın değerleri çok net göremeyebiliriz.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden, sorudaki veri grubuna ilişkin görsel aracının daire grafiğiyle gösterilebileceği anlaşılmaktadır. Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında sütun grafiğindeki verilerin okunmasıyla ilgili matematiksel söylemler oluşmuşken; matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında verilerin daire grafiğiyle de yorumlanmasına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde de görsel aracılara yönelik matematiksel fikirlere ulaşırken iki görsel aracının karşılaştırılması üzerine matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Ancak *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde öğretmenin yönlendirmesiyle öğrencilerin daire grafiğinin de olabileceğini yorumladıkları görülmüştür. Bu bağlamda farklı görsel aracının oluşturulmasına ilişkin matematiksel söylemlerin öğretmenin daha aktif rol aldığı söylenebilir. Ayrıca diğer söylem öbeklerinde görsel aracıları oluştururken çizimdeki esneklik ve gerekliliğe de vurgu yapıldığı belirlenmiştir. Çizimdeki esneklik ve gerekliliğe ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde "*Ben buradan çiziyorum. Sen böyle çizebilirsin. Şöyle çizebilirsin. (Tahtada gönyenin yönününü değiştirerek gösteriyor) hiç farketmez…*" söylemlerine benzer matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Sınıftaki öğrenciler aynı anda matematiksel söyleme katıldıktan sonra öğretmenin çizimdeki esnekliğe ve gerekliliğe vurgu yapmaktadır. Ayrıca görsel aracı oluştururken öğretmenin dikkat edilmesi gereken yerleri vurgulayarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı görülmektedir. Tablo 28'e göre diğer söylem göstergelerine göre görsel aracı çiziminde dikkat edilmesi gereken yerler üzerinde daha çok durulduğu söylenebilir. Görsel aracının eşit aralık-eşit mesafeyle çizilmesinden bahsederek matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir.

Yukarıda görsel aracılar kapsamında *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde oluşan matematiksel söylemin yatay aşamalarında (motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma) söylemler, söylem göstergeleri bağlamında ele alınmıştır. Matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu yansıtan bu göstergeler, öğretmenin matematiksel söylemleri ve sınıftaki öğrencilerin çoğunun aynı anda katıldığı matematiksel söylemlerle birlikte diyaloglar halinde açıklanmıştır. Motivasyona yönelik söylemlerden bir sonraki aşama olan matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlere geçişi, bu aşamadan da matematiksel fikirlere yönelik söylemlere geçişi yansıtan matematiksel iletişim haritasındaki yollar Harita 5'te sunulmaktadır.



Harita 5. Öğretmen-Sınıf söylem tipinin görsel aracı zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası

Yukarıdaki haritada *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde görsel aracıların oluşturulmasına yönelik matematiksel söylemin yatay aşamalarına ilişkin söylem göstergelerinin birbirleri arasındaki bağlar görünmektedir. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin başlaması için öğretmen sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması için öğrencileri motive ettiği görülmektedir. Örneğin sınıfla birlikte modelleme yapılacağından ya da çizim yapılacağından haberdar etme bunlardan bazılarıdır. Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki söylem göstergeleri incelendiğinde ise, diğer söylem tiplerinde olduğu gibi görsel aracıların oluşturulması ve ya çizilmesinde renkli kalemlerin kullanılmasına ilişkin söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Ayrıca bu söylem göstergesi, matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik diğer söylem göstergeleriyle iç içedir. Buna ilaveten motivasyona ilişkin farklı söylem göstergelerinin tablo/grafik okuma ve yerleştirmeyle ilişkili olduğu görülmektedir. Bu bağlamda *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde, matematiksel düşünceler açıkanırken tablo/grafik okuma ve yerleştirmenin ön plana çıktığı söylenebilir. Bu söylem göstergesinin motivasyona yönelik sınıfla birlikte yorum yapılacağı ile arasında sıkı bir bağ olduğu söylenebilir. Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylem göstergesinde ise çizimde dikkat edilmesi gerekenlerin ön plana çıkmaktadır.

4. 2. 3. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zeminindeki Matematiksel Söylemler

Öğretmen-Sınıf söylem tipindeki soru/problemlerin çözümü kapsamındaki matematiksel söylemler incelendiğinde, problem çözümünde sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda matematiksel söyleme katıldığı görülmektedir. Soru/problem çözümü zemininde *Öğretmen- Sınıf* söylem tipinde oluşan matematiksel söylem aşamaları (M.S.A.) söylem-satır numaraları ile birlikte (S.S.N.) birlikte Ek 8.2.3.'te yer almaktadır. Bu bağlamda bir söylem öbeğinin tamamı yer alarak bu söylem öbeğinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin tamamı görülmektedir.

4. 2. 3. 1. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zeminindeki Motivasyona yönelik Söylemler

Öğretmen-Sınıf söylem tipindeki soru/problem çözümü kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, bir kaç söylem göstergesinin bir arada olduğu ancak bazı söylem göstergelerinin daha ön planda olduğu belirlenmiştir. Soru/problem kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 28'de gösterilmiştir.

Tablo 28. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problem Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Soru/Problem Çözümü	Birlikte-kendi yapma	15	Şimdi bana söyleyin bakalım, şurası y açısı demiş şuraya z açısı demiş şuraya x. Haydi o zaman başlayalım…
	Zaman verme	11	Sayfa 89'da birinci soru için 5 dakikanız var, çabuk bekliyorum
	Tekrar anlatma	16	Ben bir daha soru çözümünü anlatmaya başlıyorum...
	Soruyla başlama	53	4.örnekte sadece tepe değeri sormuş bize. Şimdi, 6.örneğe bakalım
	Kuralla ip ucu verme	12	Şimdi gençler bakın bakalım. Bu adam sizden x'i istiyor mesela 4x artı 23 ile sizce 6x-13 birbirine eşit olabilir mi? Yani iç ters dış ters yöndeşlik herhangi bir şekilde üst üste çakışırlar mı?
	Dikkat çekme	8	Şimdi dikkatli bakın buraya herkes dikkatli baksın. Bakın şimdi şurası ne olur? Şu açı ne olur?

Tablo 28'de motivasyona yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergelerden biri, soru/problem çözümünün sınıftaki öğrencilerle birlikte çözüleceğini ya da öğretmenin kendisinin çözeceğini dile getirmesidir. Öğretmenin öğrencilerle birlikte problemin çözüleceğini ifade etmesiyle öğrencileri motive ettiği söylenebilir. Örneğin 121 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin *"Ben denklemi kurup kurmadığınıza baktım. Başlayalım soru-cevap şeklinde yapacağız, tamam mı? Ben anlatmayacağım, siz söyleyeceksiniz"* söylemi ile sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda söyleme katılması için öğrencileri motive ettiği söylenebilir. Bu bağlamda daha sonraki söylem oluşumu aşamaları olan matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında denklem çözümüne ilişkin soru/problem çözümünde sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda söyleme katıldığı görülmektedir. Örneğin Ö3 kodlu öğretmenin 1253 nolu söylem öbeğinde *"Hemen alıştırmalar diyoruz hızlıca geri kalmayalım. Evet şimdi sayfa 133'ü açıyorsunuz hemen (öğrenciler kitaptan sayfayı bulmaya çalışıyor) Gösterdiğim yeri yapıyorsunuz. Hazır mıyız?"* söyleminde sonra sınıftaki tüm öğrencilerin aynı anda "Evet" cevabını verdiği görülmüştür. Öğretmen bu söylemden daha sonra "*Başlayalım. Birinci soru 120 derecelik merkez açının karşısındaki yayı söyleyin*" söyleminden öğrencilerin aynı anda "120" cevabını verdiği görülmüştür. Sorunun diğer şıklarında da öğretmenin soru sorması ve öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasıyla matematiksel düşünceler açıklanmıştır. Dolayısıyla bir çok *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin oluştuğu görülmüştür. Ancak diğer soruya geçildiğinde bazılarının soruyu yapamaması üzerine *Öğretmen-Öğrenci*, *Öğrenci-Öğrenci* olmak üzere farklı söylem tipleri oluşabilmektedir. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin oluştuğu söylem öbekleri incelendiğinde, sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması için öğretmenin yönlendirme yaptığı görülmüştür. Dolayısıyla soru/problem çözümüne geçmeden çözümün öğrencilerle birlikte yapılacağına ilişkin öğretmenin motivasyon söylemlerinin olduğu söylenebilir. Bu durumu destekleyen matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1649.1 Altay: Hani hocam başlarda sporcu adamlar vardı ya.

1649.2 Ö3: Hı?

1649.3 Altay: Ee hangisi doğru bunların?

1649.4 Ö3: Bak şimdi konuşacağız onu. Şu 8. örnekten itibaren bunu yorumlamaya başlamıştık. Şimdi sıra geldi yorumlama işlemine... Diyor ki bir sınıftaki öğrencilerin matematik sınavı sonuçları aşağıda verilmiştir. Evet sonuçları görüyorsunuz. Şöyle ıı zaten kitapta ortalamayı bulmuş ben onları sizin ortalamayı bulabildiğinizi ya da tepe değeri bulabildiğinizi ortancayı *bulabildiğinizi biliyorum. Bu değerleri yazıp bunları nasıl yorumlayacağınızı konuşalım*

Yukarıdaki motivasyon aşamasına yönelik söylemlerden sonra *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin başladığı ve sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söylemlere katıldığı belirlenmiştir. Buna ilaveten soru/problem çözümünün öğretmenin hem sınıfla birlikte yapacağına hem de kendisinin yapacağına ilişkin motivasyon aşamasına yönelik matematiksel söylemlerinin olduğu görülmüştür. Ancak öğretmenin kendisinin soru çözümümü yapacağı söylemler bulunsa da sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı söylenebilir. Örneğin 1713 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin uzunluk ölçüleriyle ilgili soru yazarken "*Başlıyorum, herkes dinlesin, yazmak için zamanınız olacak, buradakileri (sağ tarafta yazılı olanları) size bırakacağım. Bunları ben yapacağım, dinle. Anlattığımız şeyleri uygulama zamanı, iyi dinliyoruz. Yazmayı lütfen bırakın (öğretmen biraz bekledi) herkes yazmayı bırakıyor, yazanların kalemini toplayacağım...*" söyleminde öğretmenin soru çözümünü kendisinin yapacağına ilişkin söylemleri bulunsa da aslında soruları sınıfa yönelterek öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını sağlamıştır. Bu bağlamda *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin soru/problem çözümünün başlamasının bazen kendiliğinden bazen de öğretmenin planlaması ile oluştuğu söylenebilir. Soru/problem çözümü için zaman verip *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin oluşacağına motivasyon aşamasında karar verildiği belirlenmiştir. Diğer yandan anlaşılmayan/yapılamayan soruların çözülmesinde doğrudan soruyla başlanarak öğretmen tüm sınıfa hitap ederken *Öğretmen-Sınıf* söylem tipi kendiliğinden oluşmaktadır. Örneğin parellelkenarda alan hesaplanmasıyla ilgili bir soruda *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin kendiliğinden başlamasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1633.1 Ahmet: Öğretmenim ben yaptım öğretmenim.

1633.2 Ö2: Hayır hayır işlem yaparak bulacaksın.

1633.3 Ahmet: Kitapta böyle vardı öğretmenim

1633.4 Ö2: Ha vardı ama yazılışı, yazılışı şey. (işlemlerin yazılışından bahsediyor)

1633.5 Çiğdem: Öğretmenim bir şey buldum ama doğru mu değil mi hiç bilmiyorum

1633.6 Asiye: Öğretmenim, öğretmenim ben buldum.

1633.7 Ö2: Nasıl buldun? İşlem? Nasıl buldun onu? Ulaş bir şey yaptın mı? (Öğretmen sınıf aralarında dolaşmaya devam ediyor) Çocuklar şimdi yapan kişi çok az. Bir dinleyin. Şimdi buradaki ABCD paralel kenarının alanı?

1633.8 Sınıf: 60 santim

1633.9 Ö2: 4 çarpı 15; 60 değil mi?

1633.10 Sınıf: Evet.

1633 nolu söylem öbeğinde görüldüğü gibi, paralelkenarda alan hesaplamasıyla ilgili soruda öğretmenin aralarda dolaşarak öğrencilere dönüt vermektedir. Öğretmenin 7 nolu satırdaki söyleminden sonra *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin başladığı görülmektedir. Soruyu yapan az sayıda kişi olduğu için öğretmenin bir öğrenciyi tahtaya kaldırmak yerine sınıftaki öğrencilerin tamamının matematiksel söyleme katılacağı söylemler kullandığı söylenebilir. Dolayısıyla yapılamayan-anlaşılmayan sorunun açıklanmasına ilişkin matematiksel söylemlerin başlamasıyla *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde matematiksel söylemlerin oluşacağı anlaşılmaktadır. Yapılamayan/anlaşılmayan soruların çözümünde öğretmen tekrar anlatacağını ifade ederek öğrencilerin dinlemesi ya da matematiksel söyleme katılması için motive etmektedir. Örneğin 1007 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin "*Tekrar söylüyorum. Buradaki iki eşit parçaya bölünmüyor çocuklar. Ben şu an ne yapıyorum bu kırmızıları çizerek (Parelel çiziyor)*" söyleminden sonra sınıftaki öğrencilerin çoğunluğu "Parelel" cevabını vererek aynı anda matematiksel söyleme katılmaktadır. Buna ilaveten bazen öğrencilerin de öğretmenin tekrar anlatmasını dile getirdiği belirlenmiştir. Yapılamayan/anlaşılmayan soruların tekrar çözülmesine ilaveten zor olarak algılanan soruların çözümünde de *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin başladığı görülmektedir (Bkz. Ek 10.2.2.2: 1448 nolu söylem öbeği). Öğrenciler tarafından zor olarak algılanan soruların çözülmesine ilaveten bazı söylem öbeklerinde doğrudan soruyla da başlanıldığı görülmüştür. Bu söylem öbeklerinde *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin kendiliğinden oluştuğu söylenebilir . Ayrıca soruyla başlanan söylem öbeklerinde, soruda hem verilenler hem de istenenler üzerinde matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Örneğin 1016 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin *"...Evet bize BOC açısı ile COD açısının birbirine eşit olduğunu, EOF ile de FOA açısının birbirine eşit olduğunu COF'nin de 120 derece olduğunu vermiş. COF açısı görüyor musunuz? COF'yi yani şurası 120 derece. Bakın siyahla çizdiğim yer 120 derece, kırmızı ile çizdiğim yer 90 derece. Bunlar bize kitabın vermiş olduğu bilgiler. Bizden neyi istiyor…?"* söylemiyle verlienleri açıkladıktan sonra sorudan istenilenlere de ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Ayrıca diğer soruların da çözümünde kolaylık sağlanacağı ifade edilerek öğrencilerin motive edildiği söylenebilir. Örneğin Ö1 kodlu öğretmenin 124 nolu söylem öbeğinde *"Bu soruyu çok iyi dinleyin, çünkü peşine tavuklu soru, peşine* *kampanyalı soru, sadece hikayesi değişmiş, aynı sorular"* şeklindeki söylemler öğrencileri motive ettiği görülmektedir. Ayrıca soruyla başlanan motivasyon söylemlerinde öğrencilerin katılması için kuralla ip ucu verildiği belirlenmiştir. Örneğin 1073 nolu söylem öbeğinde Ö6 kodlu öğretmenin *"Şimdi tamsayılarda toplama işlemine göre bir sayının tersi o sayının ters işaretlisine eşittir. Mesela eksi 2'nin tersi?"* söyleminden sonra sınıftaki öğrencilerin aynı cevap verdiği belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenin soruya dikkat çeken söylemlerle de sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını sağladığı söylenebilir. "Şunu unutmayın…", "Haydi bakalım.." vb söz kalıplarıyla soruya dikkat çekildiği görülmektedir.

4. 2. 3. 2. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylemler

Öğretmen-Sınıf tipindeki soru/problemlerin çözümü kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, soru sorma stratejilerinin çok kullanıldığı görülmektedir. Soru/problemlerin çözümü kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 29'da gösterilmiştir.

Tablo 29. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problem Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Soru/ Problem Çözümü	Onaylayıcı soru sorma	22	Bu üçgenin boşta kalan diğer iki açısını bilsem x'e ulaşabilir miyim?
	Yönlendirici soru sorma	16	Ne dedik? Önce üslü sayılarla başlanır. Değil mi?
	Cevabı bilinen soru sorma	25	Burdaki orantıda Senem'in karşısında ne yazıyor?
	Farklı çözüm yollarını gösterme	6	Ben size bunu farklı yoldan göstereyim...
	Önceki /sonraki problemle ilişkilendirme	4	Bir sayının kesir kadarını bulurken ne yapıyorduk?
	Kişiselleştirme-analoji kullanma	4	Bu benim makinam, bu makina x ve y'yi türeten denklemi buldu…
	Problemin çözümünü aşamalandırma	10	Peki bundan sonra, benim başka neyi bulmam lazım?
	Basit düzeyde soru sorma	65	Dairenin alan formulü nedir?... Peki, formülün içinde ne geçiyor?

Tablo 29'da matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergeler incelendiğinde soru sorma stratejilerinin daha çok kullanıldığı söylenebilir. Örneğin öğretmenin onaylayıcı soru sormasıyla sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunu aynı anda söyleme katıldığı belirlenmiştir. Öğrencilerin onaylayıcı sorulara verdiği cevaplar "Evet-Hayır" şeklindeyken; yönlendirici sorulara verdiği cevaplara bu cevaplara ilaveten "Var-Yok" şeklinde olabilmektedir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

271.8 Ö4: Şurası nedir orası KN ışını mı? K'den başlayıp N'ye doğru bir ışının üzerinde L ve M noktası var mı?

271.9 Sınıf: Var.

271.10 Ö4: Geçiyor mu L ve M'den?

271.11 Sınıf: Evet.

271.12 Ö4: Evet, B şıkkına geçelim. KO doğru parçası KLMNOP (tekrar doğru çiziyor) burdan önce doğru parçasını belirleyelim. KO doğru parçası K de başlasın O da bitsin. Bu şekil üzerinde L ve M var mı? (L ve M noktalarını işaretleyerek)

271.13 Sınıf: Var.

271.14 Ö4: Var o da tamam. Diğeri NO doğrusu KLMNOP (tekrar doğru çiziyor) ne istemiş bizden NO doğrusu bunun tamamı değil midir?

271.15 Sınıf: Evet.

271.16 Ö4: Üzerinde L ve M var mı?

271.17 Sınıf: Var.

271.18 Ö4: Var gelelim sona, şimdi bakın bakalım. KLMNOP (tekrar doğru çiziyor) bizden istenen ne NP ışını, yani oka kadar olan bütün kısım (N den sonsuza doğru) N den başlayacak buraya kadar gidecek. Nerede LM noktaları

271.19 Sınıf: Yok.

271.20 Ö4: Var mı?

271.21 Sınıf: Yok.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi doğru cevaba yönlendirici sorularla ulaşılmaktadır. L ve M noktalarının hangi geometrik şekillerin üzerinde yer alıp almadığının bulunmasına ilişkin yönlendirici soru sorulduğu görülmektedir. Öğretmenin matematiksel söylemleri incelendiğinde bu noktaların olup olmadığı zaten anlaşılmaktadır. Bu bağlamda yönlendirici sorularla sınıftaki öğrencilerin çoğunun aynı anda matematiksel söyleme katıldığı söylenebilir. Ayrıca diğer söylem öbeklerinde öğretmenin yönlendirici sorular sormasıyla farklı çözüm yollarının öğretmen ve öğrencilerle birlikte belirlendiği görülmüştür. Öğrencilerin farklı çözüm yollarını fark etmesi öğretmenin sorduğu sorularla sağlamaktadır. Farklı çözüm yollarının belirlenirken öğretmen cevabı belli olan soruları sınıfa sorarak öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması sağlanmaktadır.

Cevabı belli olan sorular, çözüm yolunun anlaşılması için de kullanılabilmektedir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

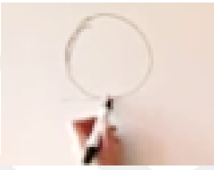
1441.2 Ö3: Evet yarı çapı ¼ cm olan bir madeni para yukarıdaki yukarıdaki cetvel üzerinde ok yönünde yuvarlanıyor. Bu para 5 tam tur attığında nerede olur? demiş. Bu alan değil farkındasınız değil mi?

1441.3 Sınıf: Evet.

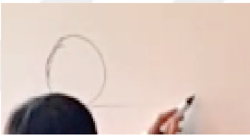
1441.4 Ö3: Bir tam tur ne kadardı, Paranın 1 tam turu ne kadardı?

1441.5 Sınıf: Çevresi kadardı.

1441.6 Ö3: Evet çevresi kadardır (tahtaya şekil çizmeye başlar) Çünkü şöyle düşünün. Diyelim ki şu daire şeklinde herhangi bir cisim fark etmiyor.



Bak şu noktayı cetvele temas ettiği yer gibi düşünün. Bir daha bu noktanın cetvele gelmesi için bir tam tur atması lazım ki oda 1 tam tur. Bak şuradaki yayın uzunluğu, yani dairenin bir çevre kadar yol alması demektir.



1441.7 Gamze: O zaman basit öğretmenim yapmayalım.

1441.8 Ö3: (öğretmen cevap vermeden anlatımına devam eder) Şimdi burada 5 tam tur attığına göre biz çevreyi nasıl buluyorduk?

1441.9 Sınıf: 2 çarpı pi çarpı r.

1441.10 Ö3: 2 çarpı pi çarpı r ama kaç tur attı?

1441.11 Sınıf: 5

1441.12 Ö3: Direkt çarpı 5 de diyelim mi?

1441.13 Sınıf: Evet.

1441.14 Ö3: Yalnız amacım ne kadar yol aldığını bulmak 5 de diyorum 5 çarpı 2, 10 pi yi kaç vermiş bize

1441.15 Sınıf: 3

1441.16 Ö3: 3 yarı çapı kaç ¼

1441.17 Sınıf: 1/4

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmen cevabı bilinen sorular sorarak sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını sağlamaktadır. 2 ve 4 nolu satırlarda öğretmenin çemberde çevreyi hatırlatmaya yönelik cevabı bilinen sorular sorduğu görülmektedir. Öğretmenin 6 nolu satırda çemberin çevrenin anlamlandırılmasını şekil üzerinde yaptığı Gamze'nin söylemini dikkate almadan 8 nolu satırda çemberin çevresinin formülün sorulduğu görülmektedir. Sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılarak soruya ilişkin matematiksel düşünceler açıklanmaktadır. Öğretmenin daha sonraki satırlardaki söylemleri incelendiğinde ise soruda verilenleri sorarak cevabı bilinen sorular sorduğu söylenebilir. Cevabı bilinen sorular sormaya yönelik diğer söylem öbekleri incelendiğinde öğretmenin soruda verilenleri sorması ya da hatırlatmaya yönelik sorular sorduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda öğrenciler aynı anda matematiksel söyleme katılarak cevap vermektedir. Ayrıca soru/problem çözümünün aşamalandırılmasında da öğrencilerin sorulan sorulara aynı anda cevap verdiği görülmüştür. Problem çözümünü aşamalandırmaya yönelik söylemler incelendiğinde öğretmenin çözüm planına kendisinin karar verdiği, aşama aşama soru/problem çözümününün sınıfla birlikte yapıldığı söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

41.14 *Ö1: Başlayalım çok dikkatli bir şekilde parantez dağıtacağız. Parantez dağıtmalarını başarı ile geçerseniz, 1. adımı başarı ile geçmiş olursunuz. Burada 2 adım var (parantezli denklemlerde), burada ise (bir önceki soruyu göstererek) direkt toplamaya başlıyordun, x leri bir tarafa, sabitleri bi tarafa. Burada ise buna başlamadan önce bir adım daha aşman lazım. Doğru dağıttıktan sonra doğru bir şekilde toparlaman gerekecek. 2 adım daha zor. Şimdi beraber yapalım ama siz altından kalkarsınız (oklarla dağılma işlemini göstererek) +2 ile +x çarparsam?*

41.15 *Sınıf: 2x*

41.16 *Ö1: Artı ama yazmayalım. 2x. +2 ile +1 i çarparsam*

41.17 *Sınıf: +2*

41.18 *Ö1: +2, birinci dağıtma bitti. Şimdi x in işareti nedir?*

41.19 *Sınıf: Artı*

41.20 *Ö1: Artı, -1 ile +x i çarparsam*

41.21 *Sınıf: -x*

41.22 *Ö1: Aferin size, -x . Dümdüz yazıyorum, -1 ile -3 ü çarparsam*

41.23 *Sınıf: +3*

41.24 *Ö1: +3 mükemmel. Tamam 1. adımı başarıyla geçtik. Şimdi toparlama. Çocuklar sabitler ve x ler, bakalım ne tarafta toplayalım. Burada x ler toplanmış, bu tarafta (sol) x leri toplayalım diyorum, ne dersiniz, tamam mı? bu tarafa da (sağ) da olur Neyse şimdilik burada olsun. Sabitler de sağ tarafta olsun. (öğrt. x ve S.T, şeklinde başlık açtı) Şimdi x lerde yerinde kıpıdırdatmayacaklarımızı yazalım. Kim onlar? 2x, -x var, tamam bunu* *yerinden hiç kıpırdatmadım. Şimdi şu (3x) bu tarafa gelecek. -3x . Sol kefe bitti mi?*

41.25 Sınıf: Evet.

41.26 Ö1: Sağ kefedeyim. Hiç yerinden kıpırdatmayacağım sabit terim +1, şimdi soldan oraya 2 eleman geçecek, -2, -3. Full toplama yapıyorum sadece, başlıyorum. +2, -1 daha? (Öğretmen cevap gelmeyince biraz bekledi) +2 ile -1 i topla.

41.27 Sınıf: 1

41.28 Ö1: +2 ,le -1 topladık, nedir? 1. bir de -3 ü topla, ne yapar?

41.29 Sınıf: -2

41.30 Ö1: -2, tamam, şöyle de yapabiliriz. -1ile -3 i topla, -4, -4 ile +2 topla, -2. Sağ taraftayım. Toplayacağım, şu eksileri bir toplayalım. -2 ile -3 ü topla

41.31 Sınıf: -5

41.32 Ö1: -5; -5 e +1 ekle

41.33 Sınıf: -4

Matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğretmen ilk satırda çözüm planına karar vermektedir. Daha sonra basit düzeyde sorular sorarak sınıftaki öğrencileri aynı anda cevap verdiği görülmektedir. Bu söylem göstergesine yönelik diğer söylem öbeklerinde de (Bkz. Ek 10.2.3.2: 1649 nolu söylem öbeği) öğretmen basit düzeyde sınıfa soru yönelterek sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun anda söyleme katılmasını sağlamaktadır. Öğrencilerin basit düzeyde işlem yaparak ya da akıl yürütülerek cevap verdiği belirlenmiştir. Dolayısıyla basit düzeyde sorularda ve sorulara verilen cevaplarda çeşitlilik olduğu söylenebilir. Ayrıca soru/problem basit düzeyde soruların analoji kulanılarak da sorulduğu belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.2.3.2: 1266 nolu söylem öbeği).

4. 2. 3. 3. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylemler

Öğretmen-Sınıf tipindeki soru/problemlerin çözümünde matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, soru çözümüyle ile ilgili dikkat edilmesi gerekenlerden bahsedildiği görülmektedir. Soru/problemler çözümü kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 30’da gösterilmiştir.

Tablo 30. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problem Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Soru/ Problemler	Anlaşılıp anlaşılmadığını sorma	31	..Anladık mı?
	Daha iyi öğrenmeye yönelik tavsiye verme	6	Yazarak öğreniyorsunuz, hem de bunları gidip evde evde tekrar ederek…
	Ezbere bilinmesi gerekenleri vurgulama	5	80 derecelik merkez açıdan kaç birim vardır?… Bunları ezbere bilmeniz lazım…
	Sıralama	9	Önce mutlak değerin cevabını yazıyoruz sonra bildiğimiz toplama çıkarma yapıyoruz…
	Sağlamasını yapma/farklı yoldan yapma	20	… -14 eder aynı diğer yoldaki gibi -14 çıkar, aynı sonuç çıkmazsa burada yanlış yapmış olursunuz
	Hataya yol açan durumdan haberdar etme	7	Çocuklar, bakın unutmayın, çıkarma olduğunda bu lafı unutmayın lütfen. Toplama mantığında yapın. Bak işlem hatası yapıyorsunuz. Sanki toplama mantığında yapıyormuşsun gibi ama neyle topluyorsun +12 ile – 18'i topluyormuşsun gibi yap. Ne yapar?
	Özetleme	26	Bakın tekrar ediyoruz sürekli konuyu. Biri artı biri eksi ne yapıyorum?
	Varsayımlı sonuca ulaşma	11	Demek ki x imiz ne o zaman…
	Anlamlandırma-yorumlama	11	%20 sinin % 50 indirimi, %70 indirim mi demek?

Tablo 30'da matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergeler incelendiğinde, anlaşılıp anlaşılmadığına ilişkin matematiksel söylemlerin daha çok oluştuğu söylenebilir. Problem çözme sürecinin sonunda öğretmenin "Anladık mı" şeklinde soru sorduğu ve sınıftaki öğrencilerin de aynı anda gür bir sesle "Evet" cevabını sıklıkla verdiği gözlenmiştir. Örneğin 792 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *"Ortak bölündükleri bir sayı yok. O yüzden bu kesir de böyle kalacak. Buraya kadar tamam mı?"* söylemine ilişkin sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun aynı anda "Evet" cevabını verdiği görülmüştür. Ayrıca başka bir öğretmenin sorunun anlaşılıp anlaşılmadığına ilişkin söylemleri aşağıda yer almaktadır.

1779.13 Ö2: Şunu anlayabildik mi ?

1779.14 Sınıf: Evet.

1779.15 Ö2: Tarlanın alanı 4000 m^2 olduğunu anlayabildik mi?

1779.16 Sınıf: Evet.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğretmenin sorunun anlaşılıp anlaşılmadığını sormaktadır. Sınıftaki öğrencilerin çoğunluğu aynı anda matematiksel söyleme katılarak anlaşılırlığını onaylamaktadır. Ancak bu söylem göstergesine yönelik bazı söylem öbeklerinde sınıftaki öğrencilerin çoğunluğun matematiksel söyleme katılmadığı ve öğretmenin “Anladık mı?” “Tamam mı” ifadelerini çok kullanmasıyla matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Bu bağlamda *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde matematiksel fikirlere ulaşma aşamasının Öğretmen söylem tipine kısmen benzediği söylenebilir. Ayrıca diğer söylem öbeklerinde matematiksel fikirlere ulaşırken *Öğretmen* söylem tipinde olduğu gibi, öğretmenin öğrencilerin soruyu daha iyi öğrenilmesine yönelik tavsiyelerinin olduğu belirlenmiştir. Örneğin 1520 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmenin “*Zihinden yaptın benim istediğim gibi sonucunu doğru buldun tamam ama şimdi burada sınıfta ne yapıyoruz alıştırmalar yapıyoruz. Şimdi burada nasıl yaptığımı ne ettiğini deftere dök ki daha iyi öğrenesin, daha iyi aklında kalsın. Ama kendinden eminsen sınavda o çözdüğün yoldan çözebilirsin tamam mı?*” söylemiyle bir öğrenciye tavsiyede bulunsa da sınıftaki öğrencilerin tamamına hitap ettiği ve diğer öğrencilerin dinlediği görülmüştür (Gözlem notu, 11.02.2017 tarihli Ö2 kodlu öğretmenin 2.dersi). Öğretmen soru/problem çözümün nasıl daha iyi anlaşılacağına ilişkin tavsiye verirken sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı da görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

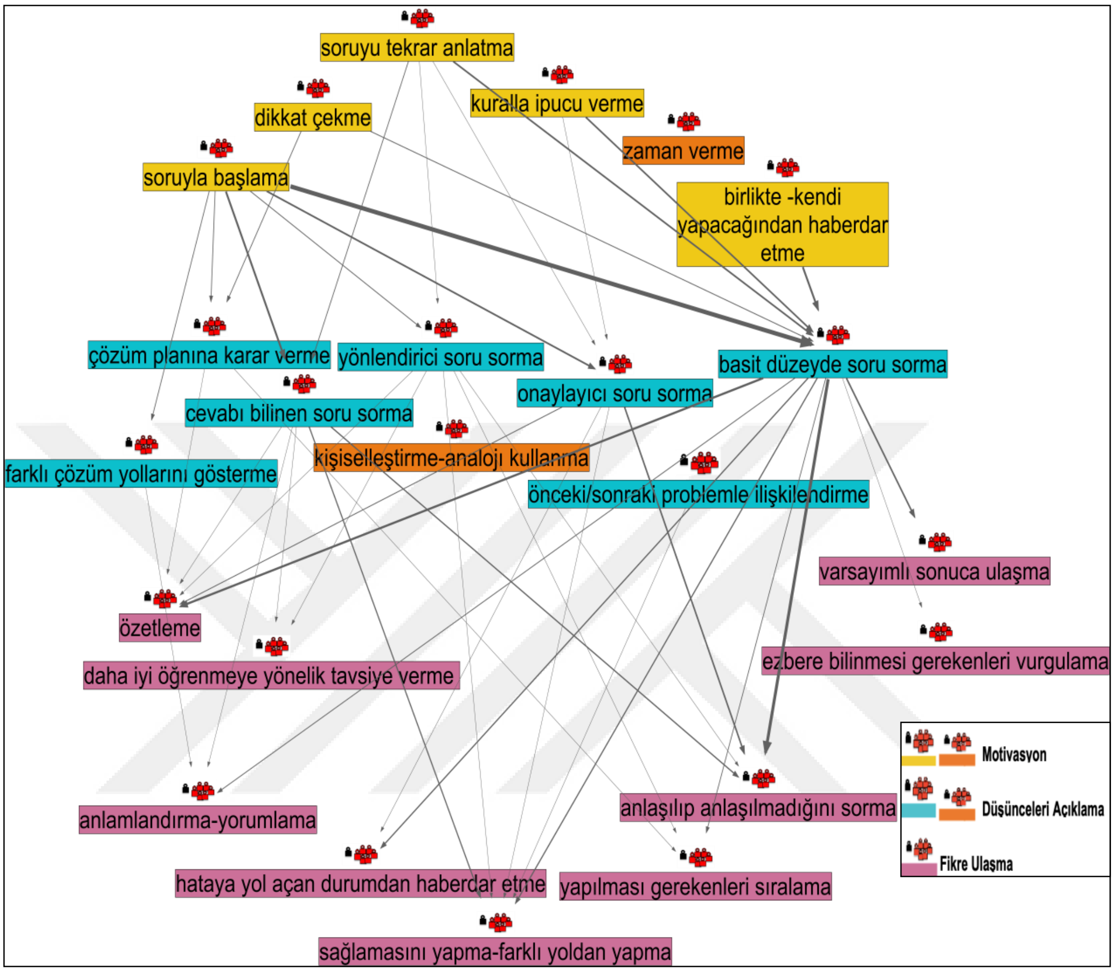
1960.4 *Ö3: ABCD yamuğunda diyor AB parelel DC bunu söylemesine gerek yok zaten yamuk dediğine göre DC, AB burada nedir?*

1960.5 *Sınıf: Parelel.*

1960.6 *Ö3: Paraleldir bu zaten yamuğun özelliği evet* $A\hat{D}C$ *açısını 100 derece olduğunu* $A\hat{B}C$ *açısının 50 derece olduğunu AD’nin 6, DC’nin de 3 cm olduğunu vermiş bize. Bizden neyi istiyor? Şu AB uzunluğunu istiyor. Çocuklar bakın bu soruları çözmeyi zamanla öğreneceksiniz. Matematikte bu şekillerle ilgili dersin adı geometridir. Geometriyle ilgili sorularda bazen kendimiz bir şeyleri yeniden düşünürüz. Farklı bir yerlerden doğrular ya da doğru parçaları çizeriz, kendimiz bir şeyleri bulmaya çalışırız. Yani bildiğiniz özellikleri şekil üzerinde oluşturarak yapmaya çalışırız, zaten ee bu da size zamanla kazanılacak bir özellik.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden öğrencilerin zamanla soruyu daha iyi çözebilecekleri anlaşılmaktadır. Ancak öğretmenin söylemlerinin daha ağırlıkta olduğu söylenebilir. Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasından sonra öğrencilerin daha iyi nasıl öğrenebileceklerinin vurgulandığı görülmektedir. Ayrıca diğer söylem öbeklerinde soru çözümünde kolaylık olması amacıyla öğretmenin ezbere bilinmesi gerekenlerden de bahsettiği görülmüştür (Bkz. Ek 10.2.3.2: 1816 nolu söylem öbeği). Buna ilaveten matematiksel fikirlere ulaşırken kurallların ya da öğrencilerin yapması gerekenlerin sıralandığı belirlenmiştir. Örneğin 1084 nolu söylem öbeğinde Ö6 kodlu öğretmenin "*Bak mutlak değerlerin cevaplarını bulmadan burdaki eksileri artıları değiştirmiyoruz anladık mı? Ona dikkat edin. Mutlak değerlerin cevaplarını yazdıktan sonra işleme geçin*." söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca öğretmen çözümün sağlamasını yaparak ya da başka çözüm yollarından aynı sonucun bulunacağını vurgulayarak öğrencilerin matematiksel fikirlere ulaşmasını sağlamaktadır. Örneğin 1534 nolu söylem öbeğinde $2(x^2 -5x+6) –(x^2 +7x-4)$ cebirsel ifadesinde dağılma özelliğinin kullanılarak en sade halinin bulunmasına yönelik *Öğretmen* söylem tipinde matematiksel söylemler oluşmaktadır. Bir sonraki söylem öbeğinde 1535 ise Ö2 kodlu öğretmen aynı cebirsel ifadede dağılma özelliğini kullanmadan x yerine 2 koyulmasını istemektedir. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde oluşan 1535 nolu söylem öbeğinde, öğretmen iki sorudaki sonucu karşılaştırarak aynı sonucun bulunmasını vurgulamaktadır. Örneğin öğretmenin *"Şimdi dinleyin burada bir şey göstermeye çalışıyorum size. Biz şu cebirsel ifadeyi (15 nolu söylem öbeğindeki soru) dağıttık topladık. Sonunda x^2 -17x+16 bulduk. Şurda x yerine 2 yazdığımız zaman şu 2 dört 16 daha 20 şuraya 2 yazdığın zaman -34, -34 +20, -14* eder aynı -14 çıkar çıkmasa dahi burada yanlış yapmış olursunuz anladınız mı?" söylemleri ile aynı sonucun bulunmasına ilişkin vurgu yapılarak matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır. Aslında soru çözümünde hataya yol açan durumlarda da bahsedildiği söylenebilir. Öğretmenin hataya yol açan bahsetmesine ilişkin matematiksel söylemleri incelendiğinde "bunu çok karıştırıyorsunuz...", "lütfen unutmayın" vb. ifadelerle soru çözümünde hata yapılan yerleri açıkladığı görülmektedir. Ayrıca öğretmenin yapılan işlemi özetlemesi ve soru/problem çözme adımlarını sıralamasıyla matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Bu iki gösterge, *Öğretmen* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumunda da görülmektedir. Ayrıca *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde de işlem sonucunun daha da anlaşılır olması için öğretmen matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında varsayımlı sonuca kendisi ulaşmaktadır. Bu söylem göstergesine yönelik öğretmenin söylemleri incelendiğinde "Demek ki...", ".... ise... dır." söz kalıplarını kullanarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir. Ayrıca yapılan işlemin anlamlandırıldığı veya yorumlanarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir.

Yukarıda soru/problem çözümü kapsamında *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde oluşan matematiksel söylemin yatay aşamalarında (motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma) söylemler, söylem göstergeleri bağlamında ele alınmıştır. Matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu yansıtan bu göstergeler, öğretmenin matematiksel söylemleri ve sınıftaki öğrencilerin çoğunun aynı anda katıldığı matematiksel söylemlerle birlikte diyaloglar halinde açıklanmıştır. Motivasyona yönelik söylemlerden bir sonraki aşama olan matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlere geçişi, bu aşamadan da matematiksel fikirlere yönelik söylemlere geçişi yansıtan matematiksel iletişim haritasındaki yollar Harita 6'da sunulmaktadır.



Harita 6. Öğretmen-Sınıf söylem tipinin soru/problem zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası

Yukarıdaki haritadan, *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde soru/problem çözümüne ilişkin matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu görülmektedir. Ayrıca motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylem göstergelerinin birbiriyle ilişkisi de görülmektedir. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde soru/problem çözümünün başlaması için öğretmenin sınıfla birlikte soru çözümü yapacağı sadece bir söylem göstergesinde görülmektedir. Dolayısıyla öğretmen soruyla başlayarak öğrencileri motive etmeden de matematiksel söylemler oluşabilmektedir. Ayrıca bu söylem göstergesini, matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki basit düzeyde soru sorması arasında güçlü bir bağ olduğu görülmektedir. Aslında bu bulgu, *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde soru/problem çözümünün oluşmasında matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylem göstergeleri, motivasyona yönelik söylem göstergelerinden daha etkili bir rol oynamaktadır. Çünkü soruyla başlama diğer söylem tiplerinde de görülmektedir. Doğal ortamda *Öğretmen-Sınıf* söylem tipi gibi spesifik bir söylem tipinin oluşmasında matematiksel düşünceleri aşamasındaki söylem göstergeleri etkili olmaktadır. Matematiksel düşüncelerin açıklandığı söylem göstergelerine bakıldığında ise, onaylayıcı soru sorma, basit düzeyde soru sorma, yönlendirici soru sorma gibi soru sorma strajelerinin kullanıldığı görülmektedir. Dolayısıyla sorulan sorulara göre de matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylem göstergelerinin farklılaştığı söylenebilir.

4. 3. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipine Yönelik Oluşan Matematiksel Söylemler

Öğretmen-Öğrenci tipindeki matematiksel söylemler genel olarak incelendiğinde, matematiksel söylemin oluşma sürecinde öğretmen ve sadece bir öğrencinin matematiksel söyleme katıldığı görülmektedir. Matematiksel söylem oluşumunun yatay boyutlarında çoğunlukla aynı öğrenci ile öğretmenin arasında geçen matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Ancak az sayıdaki söylem öbeğinde matematiksel söylem oluşumunun yatay aşamalarında farklı öğrencilerin de olduğu görülmüştür. Örneğin 342 nolu söylem öbeğinde matematiksel düşünceleri açıklama kısmında Ö1 kodlu öğretmen ile Ayşe arasında matematiksel söylemler oluşurken, matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında öğretmenle Mehmet arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Ancak bu aşamaların tamamı incelendiğinde diğer öğrencilerin matematiksel söylemlere çok katılmadığı belirlenmiştir. Başka bir ifadeyle öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı ancak birbiriyle konuşmadığı söylem tipidir.

4. 3. 1. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Söylemler

Öğretmen-Öğrenci söylem tipindeki matematiksel terminolojiye yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, öğretmen ile bir öğrencinin arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Terminoloji zemininde *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde oluşan matematiksel söylem aşamaları (M.S.A.) söylem-satır numaraları ile birlikte (S.S.N.) birlikte Ek 8.3.1.'de yer almaktadır. Bu bağlamda bir söylem öbeğinin tamamı yer alarak bu söylem öbeğinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin tamamı görülmektedir.

4. 3. 1. 1. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler

Öğretmen-Öğrenci söylem tipindeki matematiksel terminoloji kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemlerin öğretmenin soru sormasıyla ya da öğrencinin öğretmene soru sormasıyla oluştuğu görülmüştür. Matematiksel terminoloji kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 31'de gösterilmiştir.

Tablo 31. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Sembolle ilgili soru sorma	12	Peki öğretmenim bir şey soracağım, oradaki çarpı, boşuna mı?
	Doğrudan terimle başlama	43	Paralel kenar için ne söylüyoruz? Paralel kenar için Esra?
	Terminolojiye dikkat çekme/merak ettirme	6	Peki bir dış açısını bulun sözel bir şekilde tarif istiyorum, bak sözel bilinçli bir şekilde tarif etsin bana. Doğrudan ismini söylemesin, tarif istiyorum güzel tarif…
	Terimle ilgili soru sorma	48	Öğretmenim, peki bu yükseklikler birbirine eşit olmazsa alanı bulamayız değil mi?
	Cebirsel ifadeyle ilgili soru sorma/tanıtma	4	Öğretmenim peki, bu n 2,3 olur mu ?

Tablo 31'de motivasyona yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde terminolojiye ilişkin motivasyona yönelik göstergelerden birinin sembol kullanımıyla ilgili olduğu görülmektedir. Örneğin parantez kullanımına ve bölme işleminin sembollerine ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Sembolle ilgili matematiksel söylemlerin öğretmen veya öğrenci tarafından başlatıldığı söylenebilir. Örneğin bölme işlemi anlamında iki noktayla ilgili söylemlerin başlatılmasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda sırasıyla yer almaktadır.

203.1 Onur: Öğretmenim o bölme işaretiyle gösterirken hani bizim, eskiden ilkokulda falan kullandığımız, bölme işareti vardı yaa

203.2 Ö6: Şunu mu diyorsun?(arada çizgi olan)

203.3 Onur: hıı hıı

203.4 Ö6: Şu arada çizgi, fark eden bir şey yok, bunla (iki noktayla) bu (çizgi olan) aynı.

Yukarıdaki 203 nolu söylem öbeğinde Onur'un arada çizgi olan bölme işaretinin iki nokta halinde gösterilen bölme işaretiyle aynı olup olmadığını öğretmene sorduğu anlaşılmaktadır. Onur'un bu söyleminde bölme işaretlerinden hangisinin doğru olduğunu merak ettiği söylenebilir. Matematiksel söylem oluşumunun daha sonraki aşamasında ise ortaokulda iki nokta halinde bölme işaretinin gösterileceğine ilişkin açıklama yapıldığı görülmüştür. 228 nolu söylem öbeğinde ise sınıf aralarında dolaşırken bazı öğrencilerin defterlerinde bölme işleminde kullanılan sembolün yanlış yerde kullanıldığı belirlenmiştir (Gözlem notu, 20.10.2016 tarihli Ö1 kodlu öğretmenin 1.dersi). Bunun üzerine gerçekleşen matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

228.1 Ö1: x=4y ben sınıf geneline bir uyarı yaptım ya, y'yi yalnız bırakın. Sonra şöyle yapmış 4'ü buraya atarken x:4=y bu yazılışta (bölümün iki noktalı olması) Ne hatalı? Denklem çözme başlığını attığımız anda uyardığım halde hata yapıldı. Nedir Yaren?

228.2 Yaren: Denklemlerde kesir çizgisi olur.

228.3 Ö1:Denklemlerde bölme kesir çizgisi ile sembolize edilir (tahtaya x/4=y yazdı) tamamdır.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, denklemlerde bölme sembolünün nasıl olması gerektiğine ilişkin matematiksel söylemler oluşmaktadır. Öğretmenin ilk satırdaki söylemi incelendiğinde öğrencilerin sembol kullanımı ile ilgili yaptığı hatayı sorduğu; tek bir öğrencinin matematiksel söyleme katılması için motive etttiği söylenebilir. Bu bağlamda öğretmenin sembol hakkında soru sormasıyla *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipi başlamaktadır. Ayrıca matematiksel terimlere ilişkin öğretmenin doğrudan soru sormasıyla öğretmen-öğrenci arasında terminolojiye yönelik matematiksel söylemlerin başlamaktadır. Örneğin 1469, 1470, 1471, 1472 nolu söylem öbeklerinde, *" Haydi bakalım arkamıza yaslanalım. Bütün gözler tahtada olsun. İlk önce bir ders tekrarı yapalım. Çevreyle giriş yapalım. (Tahtaya çevre ve tam tur çevre yazıyor). Bu ise şu kadar tam bir çevrenin sadece atıyorum şu mesafesi kaç santim olduğunu söylüyor. Burada parça çember uzunluğunu bulmak için ne gerekli bana neyi bilmem lazım?....Sümeyra söyle bakalım"* söylem öbeklerinin sırasına göre Ö3 kodlu öğretmenin motivasyona yönelik söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Öğretmenin söylemlerine öğrencilerin cevap vermesiyle dört tane *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin başladığı görülmüştür. Benzer şekilde peşpeşe *Öğretmen-Öğrenci* söylem tiplerinin oluşmasında öğretmenin "Mehmet söyle bakalım" şeklinde sadece bir öğrencinin ismini söylemesinin etkili olduğu söylenebilir. Ayrıca matematiksel terimlerin hatırlanıp hatırlanmadığına ilişkin öğretmenin soru sorup bir öğrencinin cevap vermesiyle terminolojiye yönellik *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin altıncı sınıflarda alan ölçüleri işlenirken beşinci sınıfta görülen uzunluk ölçülerinin hatırlatılacağına yönelik öğretmen ve bir öğrenci arasında matematiksel söylemler oluşmaktadır. Öğretmenin bu söylemleri incelendiğinde, öğretmenin "..., nasıl yapıyorduk? Kim yapacak bana?" söyleminden sadece bir öğrenciye söz hakkı vereceği bir öğrencinin hatırlatma yapmasını istediği anlaşılmaktadır. Bu bağlamda terimlerin hatırlatılmasında yönelik söylemlerin başlamasında öğretmenin motivasyon aşamasına yönelik söylemlerinin etkili olduğu belirlenmiştir. Örneğin 1789 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmen *"Peki Sultan köşegen özeliklerinden bahsetti, iç bükey çokgende köşegenlerde ne gibi bir özellik çıkabilir? Dış bükeyde ne gibi bir özellik olur? Bir de köşegen bazından bakalım onlara (biraz bekliyor) Bu kadar kişi mi hatırlıyor? İç bükey ve dış bükey çokgenleri köşegen özellikleri karşılaştıracağız, Emrah nasıl oluyor"* söyleminden sonra Emrah'ın iç bükey çokgende ve dış bükey çokgende köşegenlerin nasıl olduğuna ilişkin matematiksel söylemlerinin olduğu görülmektedir. Benzer şekilde bu dersin başlangıcındaki diğer söylem öbeklerinde de yeni konuya geçmeden iç bükey çokgen ve dış bükey çokgenle ilgili hatırlatma yapılarak *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin başladığı belirlenmiştir (Gözlem notu, 02.05.2017 tarihli Ö1 kodlu öğretmenin 1.dersi). *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin terimlerin hatırlatılmasıyla başlamasının yanı sıra terimlerle ilgili merak uyandırılarak da başladığı görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1873.1 Ö5: Arkadaşlar arkanıza bir yaslanın. Mesela size şu oturduğunuz sıranın çevresini sorsam nasıl hesaplarsanız bana? (söylediğini tekrar etti)
1873.2 (Sınıfta parmak kaldıran öğrenciler var. Bazı öğrencileri kendi sırasını elleriyle ölçmeye başlıyor)
1873.3 Mehmet Cem: İlk önce tabi ki de uzunluk ölçme birimlerini kullanarak
1873.4 Ö5: Sana bir cetvel verdim, cetveli nasıl koyacaksın?
1873.5 Mehmet Cem: Bir tane köşesine cetveli koyacağım.
1873.6 Ö5: Nereyi ölçüyorsun şimdi?
1873.7 Mehmet Cem: Masayı ölçüyorum.
1873.8 Ö5: Kısa kenar mı? Uzun kenar mı? Bunun bir (masayı gösterek) bir uzun bir kısa kenarı var, nereyi göster gel bize, gel.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, öğretmen sıranın çevresinin nasıl hesaplanacağını sorarak matematiksel söylemlere başlanılmaktadır. 2 nolu satırdan öğrencilerin oturdukları sırasının çevresini merak ettiği anlaşılmaktadır. Öğretmenin Mehmet Cem'e söz vermesiyle sıranın çevresinin hesaplanmasına ilişkin söylemlerin öğretmen ile Mehmet Cem arasında oluşacağı anlaşılmaktadır. Ayrıca *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel terminolojiye yönelik söylemler, bir öğrencinin matematiksel terime ilişkin soru sormasıyla da başlamaktadır. Tablo 32' den bu söylem göstergesine yönelik söylemlerin oldukça çok olduğu söylenebilir. Öğrencilerin terimle ilgili kavramsal sorular sorabildiği gibi terime ilişkin ifadeleri de sorguladıkları görülmüştür. Örneğin öğrencilerden biri yüksekliğin ait olduğu kenarı ifade ederken, "aitlik" yerine "eşit" kullandığı zaman, öğretmen ve bir öğrenci arasında matematiksel söylemler oluşmaktadır. Öğrencilerin terimle ilgili anlamadıkları sorması üzerine de *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel terminolojiye yönelik söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1651.1 Furkan: (ısrarla parmak kaldırıyor)
1651.2 Ö3: Efendim.
1651.3 Furkan: Şimdi biz de uç değer falan diyoruz ya (sınav notları ile veri grubundaki uç değer olabilecek notlardan bahsediyor)
1651.4 Ö3: Evet.
1651.5 Furkan: Eee, bu öznel birşey mesela milyonlarla uğraşan bir çocuk var mesela. 60'la 90 ona çok küçük gelir. Öyle olmaz mı ?
1651.6 Ö3: İyi de notlar da milyon var mı?
1651.7 (Sınıfta gülüşme olur)
1651.8 Furkan: Ama diyelim ki not değil de başka bir şey

Yukarıdaki söylem öbeğinde, Furkan'ın uç değerin tam olarak ne olduğu anlamaya yönelik soru sorduğu görülmektedir. Furkan'ın matematiksel terimle ilgili varsayıma dayalı soru sorarak uç değer kavramını anlamaya çalıştığı görülmektedir. Buna ilaveten Ö2 kodlu öğretmene 1905 nolu söylem öbeğinde *"Öğretmenim kare prizmayla küp aynı şey mi?" s*orusuyla öğrencinin terimlere ilgili anlaşılmayan yerleri sorduğu görülmektedir. Daha sonra öğretmen ve bu soruyu soran öğrenci arasında terimlerin özelliklerini belirlemeye yönelik matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir (Gözlem notu, Ö2 kodlu öğretmenin 09.05.2017 tarihli 2.dersi). Ayrıca öğrencilerin soru/problem çözümü yaparken matematiksel terime ilişkin dolaylı yoldan soru sorması üzerine *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin başladığı görülmektedir. Örneğin 878 nolu söylem öbeğinde mutlak değeri 5 olan sayıların yazılmasına ilişkin Anıl'ın *"Bir şey soracağım şimdi ıı o mutlak değerin arasında 5 normal sadece 5 oluyor ama"* söylemiyle aslında 5 in neden +5 şeklinde yazılmadığını sorduğu görülmektedir. Matematiksel söylemin daha sonraki aşamaları olan matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında ise Ö6 kodlu öğretmen Anıl'a *"Pozitif sayıların önüne ister işaret koyuyoruz ister koymuyoruz. Bizim keyfimize kalmış"* söylemine benzer söylemlerle açıklama yaptığı görülmüştür. Dolayısıyla öğrencilerin terimlerle ilgili soru sorması üzerine *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel terminoloji kapsamında söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin cebirsel ifadeyle de ilgili soru sordukları belirlenmiştir. Öğrencilerin cebirsel ifadeyle ilgili soru sorarak söylem öbeklerini başlamasına yönelik söylemler incelendiğinde cebirsel ifadeyi tanımak amaçlı soru sorulduğu söylenebilir. Örneğin 443 nolu söylem öbeğinde kodlu Ö2 kodlu öğretmenin mutlak değerin içine x yazmasına ilişkin Zehra'nın "*Öğretmenim hani paralelle (mutlak değerin sembolünden bahsediyor) gösteriyoruz dediniz ya şu çarpı ne?"* söylemi bu durumu destekler niteliktedir.

4. 3. 1. 2. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipine Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler

Öğretmen-Öğrenci söylem tipindeki matematiksel terminoloji kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, matematiksel söylemlerde sadece bir öğrencinin matematiksel söyleme katılmada aktif olduğu görülmektedir. Matematiksel terminoloji kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 32'de gösterilmiştir.

Tablo 32. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Terimin yapısı/formül belirleme	35	Düzgün çokgende bir iç açıyı veren formül neydi?
	Terminolojiye uygun örnek verip vermeme	7	Çocuklar elimdeki cetveller doğru mu? Doğru parçası mı? Işın mı hangisine örnek?
	Terimin işlevini açıklama	7	Eksi işareti, parantezin dışında nasıl oluyordu?
	Terimin özelliklerini açıklama	27	Öğretmenim atıyorum hiçbir işaret yoksa o artı mı (pozitif sayı) oluyor?
	İsimlendirme	21	Öğretmenim şimdi, ııı, en az bir bilinmeyen değişken olan ifadelere cebirsel ifade denir.
	Gösterim açıklama	11	Büyük R ile gösteriyoruz bir de çarpı pi.
	Sembol işaret kullanımını açıklama	13	Siz ters t'yi gördüğünüz zaman dik olduğunu anlayacaksınız
	Terimin/sembolün anlamını açıklama	10	Yani bu ikisi arasındaki uzaklık onun ne kadar ötelendiğini verir bize…
	Farklı cebirsel ifade/temsil koyma	4	Öğretmenim şey, 2b artı 2a eşittir 4ab olur mu?

Tablo 33'te matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergelere ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde terimin yapısı ya da formül belirlemeye ilişkin söylemlerin daha fazla olduğu görülmektedir. Öğretmen ve bir öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerle terimin yapısı belirlenirken terimin yapısında olması gereken veya olmaması gerekenlere ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Terimle ilgili formül belirlenirken ise terimle ilgili kavramsal yapının ortaya çıktığı görülmüştür. Örneğin çemberde çevrenin hesaplanmasına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1213.3 Ö3: Yani çevreyi biz kendimiz çıkaralım şimdi. Ben çemberin çevresini hesaplayacağım. Neyi bulmam lazım ki çemberin çevresini bulabileyim?

1213.4 Zeynep: Buldum buldum buldum

1213.5 Ö3: Zeynep

1213.6 Zeynep: İçler dışlar yapsak o formüle göre (tahtada hiç formül yazmamaktadır)

1213.7 Ö3:. Şöyle yazalım o zaman (Tahtaya formülü yazmaya başladı; Çevre/çap yazdı) Çevre/çap bana kimi verdi?

1213.8 Zeynep: Pi'yi.

1213.9 Ö3: Pi sayısını görsel olarak yazıyorum (sembolü ile yazdı) şöyle. Evet

1213.10 Zeynep: Pi'yi ve çapı bilmemiz çevreyi

1213.11 Ö3: (Öğrencinin sözünü keserek) Zaten Pi bilinen bir şey mi peki?

1213.12 Zeynep: Evet.

1213.13 Ö3: Bizim bu yaptığımız şey neyi gösteriyor çocuklar. Pi sayısının bulunuşu zaten bu şekilde. Bütün daire ya da çember şeklindeki cisimlerin çevrelerinin çaplarına oranı bize neyi veriyor aslında Pi sayısını veriyor yani bu sabit belli bir oran ve bu pi sayısına eşit. O zaman ben çevreyi bulmak istiyorsam (Zeynep' e bakarak)

1213.14 Zeynep: Çapı bilmemiz ikisini çarparak çevreyi bulabiliriz

Yukarıdaki söylem öbeğinde, çevrenin çapa bölünerek sabit bir sayı elde edilmesinden hareketle Zeynep'in çemberde çevre formülünü öğretmen ile birlikte bulduğu görülmektedir. Zeynep'in 6 nolu satırda "İçler dışlar yapsak o formüle göre" söylemiyle formülden çevrenin çapa bölünmesiyle sabit bir sayı elde etmesini kastettiği anlaşılmaktadır. Zeynep ve öğretmen arasında oluşan matematiksel söylemler incelendiğinde Pi sayısından hareketle çemberde çevrenin hesaplanmasına geçildiği söylenebilir. Öğretmen ve bir öğrenci arasında formül çıkarmaya ya da hatırlatmaya yönelik diğer matematiksel söylemler incelendiğinde, işlemlerde yapılması gerekenlerin bazen kural haline getirilerek formülleştirildiği görülmüştür. Örneğin kesirlerin toplanmasında yapılması gerekenlere ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

675.2 *Ö5: Kesirlerle toplama işlemi dedik. Kesirlerle toplama işlemi bilen var mı nasıl yapıldığını bilenler var mı (Çok sayıda öğrenci parmak kaldırıyor) Bilmeyen var mı? (Daha az sayıda öğrenci parmak kaldırıyor) Nasıl yapıldığını bilenler bana anlatabilir mi?*

675.3 *Ebru: Öğretmenim biz dün annemle problemleri yaparken birazcık söyledi. Diyelim pay ile payda iki sayıyı da onları ıı birbirine denkliyoruz. Ya payı ya da paydayı. Iı ondan sonra da toplamamızı yapıyoruz.*

675.4 *Ö5:Şimdi paydalarını eşitlersin.Nasıl yapıyorsun toplamayı paydalarını eşitleyip toplama işlemini?*

675.5 *Ebru: Üstlerini topluyorum paydalarını aynı.*

Yukarıdaki söylem öbeğine göre kesirlerde toplama işleminde yapılması gerekenlerin kurallaştırılıp formül haline getirildiği söylenebilir. Dolayısıyla paydaları farklı kesirlerin toplama işleminde yapılması gerekenlerin formülleştirildiği söylenebilir. Formül belirlemeye ilişkin diğer söylem öbeklerinin bazılarında ise formüllerin sözel bir şekilde dile getirilip daha anlaşılır olduğu belirlenmiştir. Örneğin 1972 nolu söylem öbeğinde Ekin'in çokgenlerde iç açının hesaplanmasına yönelik *"Öğretmenim formül şeklinde mi kenar sayısı üzerinden yoksa doğrudan söyleyim mi?"* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Terimin yapısına ilişkin formüllerle ilgili matematiksel söylemlere ilaveten terimin yapısı hakkında da matematiksel düşüncelerin açıklandığı görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1230.5 *Ö3: 360'a bölünce neyi bölüyor çocuklar? Şu yay üzerinde 1 dereceyi bulmuş oluyor.*

1230.6 *Ozan: Hocam niye 360?*

1230.7 *Ö3: Niye? 360'a bölünüyor. Şunun tamamı kaç derece?*

1230.8 *Ozan: Ama o dereceyle santimin ne alakası var?*

1230.9 *Ö3: Hayır şöyle, normalde burası dereceyle santiminin ne alakası var, çünkü burası kaç dereceye denk geliyor?*

1230.10 *Ozan: 60*

1230.11 *Ö3: Tamamı kaça denk geliyor derece olarak?*

1230.12 *Ozan: 360*

1230.13 *Ö3: Yani sen normalde çemberin çevre uzunluğunu bulurken 360 derecelik bir çemberin çevre uzunluğunu bulmuş olmuyor muydun? Uzunluğunu.*

1230.14 *Ozan: Evet.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi terimin yapısı hakkında matematiksel söylemler oluşmaktadır. Öğretmen ve Ozan arasında geçen matematiksel söylemler incelendiğinde bir tam çember yayının ölçüsünün neden 360 derece olduğunun sorgulandığı görülmektedir. Benzer matematiksel söylemler farklı öğretmen ve öğrenci arasında da oluşmuştur (Bkz. Ek 10.3.1.2: 1605 nolu söylem öbeği). Bu bağlamda terimin yapısına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Öğretmen ve bir öğrenci arasında terimin yapısıyla ilgili matematiksel söylemlerin oluşumuna ilaveten terminolojiye uygun örnek verip vermemeye ilişkin de matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1877.2 Ö5: Başka ne üçgen çeşidi var?
1877.3 Esra: Çeşitkenar var.
1877.4 Ö5: Onu nasıl hesaplayacağız?
1877.5 Esra: Çeşitkenar üçgen nasıl üçgen? Tüm kenarları farklı olan üçgen.
1877.6 Ö5: O zaman nasıl yaparız?
1877.7 Esra: Her bir kenarını karede ve eşkenar üçgende yaptığımız gibi, hepsini beraber yaparız.
1877.8 Ö5: Yani, hepsini beraber hepsini toplarız. Başka hangi üçgen çeşidimiz var?
1877.9 Esra: İkizkenar var.
1877.10 Ö5: Onu nasıl hesaplarız?
1877.11 Esra: Hepsini toplarız ama iki kenarı aynı
1877.12 Ö5: İki kenarı aynı olduğu için
1877.13 Esra: Bize alt kısmını vermezse 180'den çıkartıp bulurum (öğrenciler olmayacağına yönelik ses çıkardı)
1877.14 Ö5: Hayır, öyle olur mu arkadaşlar? Sen açıya girdin, diyelim ki …

1877 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi, Esra eşkenar üçgenin çevresinden yola çıkarak çeşitkenar ve ikizkenar üçgenin çevrelerinin hesaplanmasına örnek vermektedir. Ancak ikizkenar üçgenin çevresinin hesaplanmasında, üçgende iç açılar toplamı gibi düşünüp teminolojiye uygun örnek vermediği söylenebilir. Terminolojiye yönelik öğretmen ve bir öğrenci arasında oluşan diğer söylem öbekleri incelendiğinde terimlerin özellikleri hakkında da konuşulduğu görülmektedir. Terimlerin özelliklerini belirlemeye ilişkin matematiksel söylemlerde öğrencilerin "neden, niye" vb. sorularını yönelttiği belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

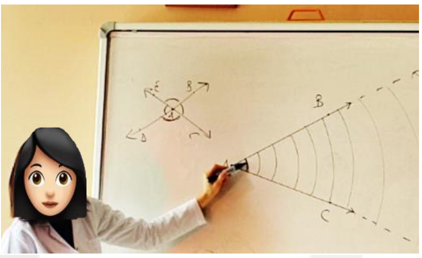
735.2 Ö3: Peki yalnız şunu şurda bir olalım açı bak şurası neyse şurası da (açının kolları arasında işaretleme yaparak)
735.3 Hatice: Aynı
735.4 Ö3: Aynı ölçü. Şurası da aynı ölçü farkeden bir şey yok.

735.5 *Kerem: Niye?*

735.6 *Ö3: Bunların hepsi aynı ölçüyü gösterir bize.*

735.7 *Kerem: Ama orası daha geniş? Yani derece kalkıp da sadece şuranın gösterdiği birşey değil.*

735.8 *Ö3: Genişlikle alakalı değil bu. Yani şu gördüğün derecesi bu şekilde bak bu sonsuza kadar gider. Öyle değil mi? Bu sonsuza kadar gider gittiği sürece şu arada kalan bölge de bu şekilde gitmez mi?*



735.9 *Ömer: Evet.*

735.10 *Ö3: Bunun derecesiydi*

Yukarıdaki söylem öbeğinde, 5 ve 7 nolu satırda Kerem'in aynı açı ölçüsü olup olmadığını sorduğu görülmektedir. Ö3 kodlu öğretmen ise 8 nolu satırda açının kollarını oluşturan ışının sonsuza gittiğini göstermek için ışın üzerinde nokta nokta ile sonsuzluğu göstermektedir. Öğretmenin son satırdaki söyleminde ise arada kalan çizgilerin açının ölçüsü olduğunu ifade ettiği görülmektedir. Bu bağlamda açının kollarını oluşturan ışının bir ucunun sonsuza kadar gitmesi özelliğinden yararlanarak açıklama yapılmaktadır. Aslında başka bir terimin özelliğinden yararlanarak açıklama yapıldığı söylenebilir.

Terimle ilgili özelliklere ilişkin matematiksel söylemlerin başka söylem göstergelerindeki söylemlerle iç içe olduğu belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.3.1.2: 1931 nolu söylem öbeği). Başka bir ifadeyle terimin isimlendirilmesi ile terimin özelliklerinin vurgulanmasına ilişkin ifadelerin aynı söylemde olduğu görülmüştür. Örneğin öğretmen ve bir öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerde, dikdörtgenin özelliği ile dikdörtgenin isimlendirilmesinin bir arada olduğu görülmüştür. Benzer şekilde diğer söylem öbeklerinde de (2008,1931,774 nolu) terimlerin özellikleri ile isimlendirmenin iç içe olduğu görülmüştür. Ayrıca *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel terimlerin isimlendirilmesinde terimlerin okunuşu ve yazılışına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin 774 nolu söylem öbeğinde, Ö1 kodlu öğretmenin dersinde Cengiz'in *"Hocam açıortay birleşik mi yazılıyor?"* sorusuyla açıortayın yazılışına ilişkin açıklama yapılarak açıortayın isimlendirilmesi üzerine konuşulduğu söylenebilir. Bu bağlamda terimlerin yazılışı ve okunuşuna ilişkin söylemlerde terimlerin isimlendirilmesi vurgulanmaktadır. Terimlerin okunmasına ilişkin matematiksel söylemler ise aşağıda yer almaktadır.

1372.2 *Caner:Öğretmenim yüzde ile onda (ondalık gösterimdeki basamakları kastediyor) yer değiştirmecek mi?*

1372.3 *Ö5: Neden? Söyle bakayım neden?*

1372.4 *Caner: Bu taraf (en sol) yüzler basamağını*

1372.5 *Ö5: Şurası mı 100 olacak?*

1372.6 *Caner: Evet*

1372.7 *Ö5: Burası?*

1372.8 *Caner: Onlar olacak. Onda birler yüzde birler olacak.*

1372.9 *Ö5: Şunun ikisi mi yer değişecek?Neden değişecek yaa? Bir açıklama yapabilir misin? Ya da ben yanlış yazdım. Olabilir yani*

1372.10 *Caner: Öğretmenim çünkü bakın.*

1372.11 *Ö5: Hıh söyle.*

1372.12 *Caner: 278 tam*

1372.13 *Ö5: Bu sayıyı okuyabilir misin bana? Oku.*

1372.14 *Caner: 278 tam.*

1372.15 *Ö5: 278 tam*

1372.16 *Caner: ıı binde 364*

1372.17 *Ö5:Tamam şimdi şöyle diyeyim sana söyle bir yazı yazsaydım bunu ne diye okuyacaktın bana? (tahtaya 3,8 yazdı) Okur musun?*

1372.18 *Caner: 3 tam onda 8.*

1372.19 *Ö5: Efendim*

1372.20 *Caner: 3 tam onda 8.*

1372.21 *Ö5: 3 tam onda 8 diye okuyorsun o zaman ilk basamağımın adı ondalık basamağı. Onda birler.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden terimlerin okuşuna ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Öğretmenin 9 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde Caner'in düşüncelerini açıklaması için fırsat verdiği söylenebilir. Basamak adlarının isimlendirmesiyle ondalık sayıların okunuşunun açıklandığı görülmektedir. Terimlerin okunuşuna ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde terimin okunuşunun isimlendirmeyle ilişkili olduğu söylenebilir. Ayrıca terimlerin okunuşunda öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı ancak birbirlerinin matematiksel söylemine destekleyici ya da reddedici matematiksel söylemlerde bulunmadıkları söylenebilir (Bkz. Ek 10.3.1.2: 761 nolu söylem öbeği). Buna ilaveten terimlerin isimlendirilmesine ilişkin hatırlatma ya da açıklama amaçlı söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Açıklama amaçlı matematiksel söylemlerde ise öğrencinin isimlendirmeyi sorguladığı söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek açıklama matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

239.2 Yeşim: Hocam şurada (koordinat sisteminde) x ve y var ya. Bu y yi (alt tarafa) yi buraya yazsak x ide buraya (sol tarafa) yazsak?

239.3 Ö1: Ne olur bir şey değişmez x ler buraya koy. Doğruyu ister buraya koy. doğrunun anlamlandırılmasını 5.sınıfta gördünüz. Çok eskiden x (sağ tarafa), x üssü(sol tarafa), y (üstte) y üssü (altta) diyorduk mesela.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi koordinat sisteminde eksenlerin isimlendirilmesiyle ilgili matematiksel söylemler oluşmaktadır. Yeşim'in koordinat sisteminde dikey olan eksen nedenin y ile gösterildiği; yatay olan eksenin de neden x ile gösterildiğini sorguladığı görülmektedir. Ayrıca terimlerin isimlendirilmesine ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde öğrencilerin doğru ve doğru parçasının neden aynı şekilde isimlendirilmediğini sıklıkla sordukları görülmüştür. Dolayısıyla isimlendirilmeye ilişkin soru soran öğrenci ve öğretmen arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

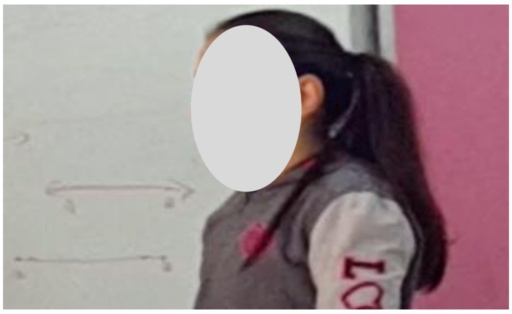
263.3 Hilal: Öğretmenim, hani biz şey yapıyoruz ya, doğru parçası

263.4 Ö4: Evet.

263.5 Hilal: Öğretmenim, doğru parçasında şey oluyor mu, hani, ya diyelim yazıyoruz noktalar noktalar koyuyoruz. Onu neden koyuyoruz?

263.6 Ö4: Neyi, neden ?

263.7 Hilal:(çizmeye başladı) Bunu böyle yapıyoruz yaa, isimlendirilerek koyuyoruz. Mesela A, B yapıyoruz (tahtaya çizdiği doğru üzerine A B noktalarını verdi) Peki, doğru parçasında neden buraya yazıyoruz? A, B diye de nokta çıkarıp buraya yazmıyoruz?



(doğru parçasında noktaların daha geride neden olmadığını soruyor)

263.8 Ö4: Çünkü doğru nelerden oluşuyor?

263.9 Hilal: Noktalardan.

263.10 Ö4: Noktalardan oluşuyor. Bu doğrunun üzerine her hangi iki noktayı isimlendirip doğrunun adını koyabiliyorum. Ama burada başladığı ve bittiği yer önemli

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi Hilal'in doğru parçasını isimlendirirken noktaların konumumu merak ettiği ve öğretmenin de açıkladığı görülmektedir. Bu bağlamda doğru parçasının isimlendirilmesinin sorgulandığı söylenebilir. Doğru, doğru parçası ve ışının isimlendirilmesinin sorgulanmasına ilaveten diğer söylem öbeklerinde bu terimlerin gösteriminde de ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin ışının farklı gösteriminin sorgulanmasına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.3.1.2: 303 nolu söylem öbeği). Ayrıca terimlerin/sembollerin ne anlama geldiği ve nerede kullanılması gerektiği de sorgulanmaktadır. Sembollerin sorgulanmasına ilişkin örnek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

318.3 Ö5: Siz ters t'yi gördüğünüz zaman dik olduğunu anlayacaksınız
318.4 Merve: Anlayamadım, o (diklik işareti) ne ?
318.5 Ö5: Bu dik işaretidir, dik olduğunu gösteriyor iki doğrunun birbirini 90 derece kestiğini gösteriyor. Diklik sembolü
318.6 Hasan: Ama öğretmenim. Her yere 90 derece yapıyor
318.7 Ö5: Tamam fark etmez ki sen buraya (A ile D arasına) dik koy buraya (B ile C arasına) da dik koy, buraya da hepsi dik olur zaten. Bunların hepsi bir çemberi oluşturduğu için 360'ı böleceksin. Ama bunların hepsi yazılmaz, bir tanesi yazılır sadece.

Yukarıdaki söylem öbeğinde iki farklı öğrencinin matematiksel söylemleri yer almasına rağmen *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Çünkü öğretmen bir öğrencinin sorusunu açıkladıktan sonra diğer öğrencinin sorusunu açıklamaktadır. Merve ve Hasan'ın matematiksel söylemleri incelendiğinde diklik sembolünün tam olarak anlaşılmadığı söylenebilir.

Öğrencilerin sembolleri anlamamasına ilaveten işaretlerin anlaşılmamasıyla da ilgii *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin oluştuğu belirlenmiştir. Diğer sınıflara göre 5.sınıflarda sembollerin ve işaretlerin anlaşılması üzerine matematiksel söylemlerin daha çok oluştuğu söylenebilir. Bu sınıf seviyelerinde öğrenim gören öğrencilerin birden fazla sembol, işaret içeren sorularda sembol, işareti tam olarak anlamadıkları için soru sordukları belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.3.1.2: 834 nolu söylem öbeği). Aslında bu söylemlerde terimin ya da sembolün işlevinin sorgulandığı söylenebilir. Örneğin matematiksel sembollerden/işaretlerden biri olan parantez kullanımına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

721.19 İrem: Ama öğretmenim ben şeyi unuttum. O köşeyi parantez içinde eksiyi artıya dönüştürmeyi anlamadım.

721.20 Ö2: Bu çıkarma işlemi bu.

721.21 İrem: Evet.

721.22 Ö2: Ee çıkarma işlemini toplamaya dönüştürmüyor muyuz?

721.23 İrem: Dönüştürüyoruz.

721.24 Ö2:Ee dönüştürdükten sonra önündeki sayının işareti değişmiyor mu?

721.25 İrem: Değişiyor.

721.26 Ö2: Ee peki değiştiği zaman ne oldu? Eksi 4 oldu, eksi 9 oldu. Topladığın zaman eksi 13 eder.

721.27 İrem: hıı. Yani köşeli parantez olsa değişiyor mu?

721.28 Ö2: Tabii. (gülüyor) Yani bu köşeli parantez de olsa işlev işlevdir. Şimdi biz lisede bakın şu küçük parantez köşeli parantezi biz bir şöyle de yapardık yaylı parantez (tahtaya { } işareti çiziyor) derdik...

Yukarıdaki söylem öbeğinde İrem'in köşeli parantez kullanımını sorduğu görülmektedir. Öğretmen ve İrem'in söylemleri incelendiğinde aslında parantezin işlevinin açıklandığı görülmektedir. Ayrıca başka söylem öbeklerinde, sembolün işlevine ilaveten terimlerin de işlevine ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin 774 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin *"Açıortayın görevi nedir?"* söyleminden sonra bir öğrencinin açıortayın işlevini açıkladığı görülmektedir. Terimin işlevi ile söylemler incelendiğinde terimin kullanımına ilişkin açıklamalar yapıldığı belirlenmiştir. Ayrıca terimin/sembolün anlamı açıklanarak kullanımı hakkında öğretmen ve bir öğrenci arasında açıklamalar yapılmaktadır. Bu söylem göstergesinde de diğer söylem tiplerinde olduğu gibi "… demek … demek" ya da "yani … demek" söz kalıplarının çok kullanıldığı söylenebilir. Örneğin 244 nolu söylem öbeğinde Derya'nın *"Ben şeyi anlamadım hani orijin üstünden geçiyor diyoruz ya orijinin üstünden geçiyor demek, öyle orijinin üstünden geçiyor mu demek? "* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Bu söylemden sonra terimlerin ya da sembolün anlamıyla ilgili matematiksel düşüncelerin öğretmen ve bir öğrenci arasında açıklandığı görülmüştür. Ayrıca terime ilişkin farklı temsil ya da cebirsel ifade olup olmayacağına ilişkin açıklamaların da olduğu görülmüştür. Örneğin Ö3 kodlu öğretmenin dersinden iki değişken arasındaki ilişkinin açıklanmasına yönelik ax+by+c=0 denklemine ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

51.1 Oğuz: Oradaki a,b,c değişebiliyor mu?

51.2 Ö3: Genel olarak bu şekilde gösteriliyor. O gösterilişi, buraya sayı gelecek aslında (a,b, c yerine demek istiyor). İşte şu tarz denklemleri o şekilde genel olarak gösteriliyor.

51.3 Oğuz: a yerine, s yazamaz mıyım?

51.4 Ö3: Sen yaz, değişen bir şey olmaz

51 nolu söylem öbeğinde Oğuz'un cebirsel ifadeye yönelik genel bir denklem verildiğinde değişkenlere ilişkin katsayıları ve sabit terimi anlayamadığı görülmüştür. Dolayısıyla farklı cebirsel ifadelerin olabileceğine ilişkin öğretmen ve bir öğrenci arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Ayrıca cebirsel ifadenin denkleminin genel haliyle verilmesinin öğrencilerin değişkenleri anlamakta zorluk çekmesine sebep olduğu gözlenmiştir (Gözlem notu, 06.12.2016 tarihli Ö3 kodlu öğretmenin 2.dersi).

4. 3. 1. 3. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler

Öğretmen-Öğrenci söylem tipindeki matematiksel terminoloji kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemlerin öğrencilerin terimi, sembolü sorgulamasıyla oluştuğu belirlenmiştir. Matematiksel terminoloji kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 33'te gösterilmiştir.

Tablo 33. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Özelliklerden sonuca varma	24	İki tane iki sayıyı topladığımız zaman bunların sonucu 0 çıkıyorsa bu iki sayı birbirinin tersidir. Öğretmenim o zaman aynı (*mutlak değerini kastediyor)* olmak zorunda ki zaten
	Varsayımlı sonuca ulaşma	10	Öğretmenim, şekildeki bütün köşegenler şeklin içindeyse dış bükey değilse …
	Sorgulama	8	Öğretmenim, köşegenlerinin eşit olması için uzunlukları ve açı ölçüleri eşit olması gerekiyor
	Tanımı vurgulayarak anlamlandırma	19	Karşı kenarları paralel. tüm açılar 90 derece köşegen uzunlukları eşit köşegenler birbirini ortalar.
	Dikkat edilmesi gereken yerleri açıklama	6	Öğretmenim dikkat ederseniz aslında basit, yani çok dikkatli olmadığınızda da karışıyor hepsi.
	Aynı sonuç/gösterimi ifade etme	19	Ötelenen şekillerin şekli ve büyüklüğü ne olmaz değişmez.
	Terminolojideki gereklilik/esneklilik üzerinde durma	19	Genelde kullandığımız hep d harfi. Başka istediğin harfi kullanabilirsin ama biz genelde d harfini kullanıyoruz…
	Cebirsel ifadenin/ sembolün işlevini vurgulama	4	Burada parantez olmayabilirdi, öğretmenim.

Tablo 33'te matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergeler incelendiğinde terimin özelliklerinden sonuca varmaya yönelik söylemlerin diğerlerinden daha fazla olduğu söylenebilir. Örneğin terimin nerde kullanılacağına ilişkin sonuca varmaya ilişkin matematiksel söylemlerin öğretmen ve bir öğrenci arasında oluştuğu belirlenmiştir. Bu bağlamda matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında terimle ilgili özelliklerden sonuca varırken öğretmen ve öğrencinin birlikte sonuca ulaştığı söylenebilir. Öğretmen terimle ilgili bir sonuca ulaşsa da bir öğrenci öğretmenin söylemine ilavede bulunarak daha genel bir sonuca ulaşmaktadır. Ayrıca terimle ilgili özellikleri başka terime uyarlanmasıyla öğrencilerin sonuca ulaştığı belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1761.4 Talha: Öğretmenim şimdi normalde uzunluklar 10'ar 10'ar artıyor ya.
1761.5 Ö2. Evet.
1761.6 Talha: ıı 100'er 100'er artmasının sebebi hani onun karesi 100 olduğu için yani öyle mi?.
1761.7 Ö2: Evet. Orada 100 olmasının sebebi şimdi düşünün ki ıı bir kare var.
1761.8 Talha: Evet.
1761.9 Ö2: Bu karenin bir kenarı 10 santim
1761.10 Talha: Evet.
1761.11 Ö2: 10'la 10'u çarptığın zaman ne oluyor. 100 oluyor
1761.12 Talha: Evet.
1761.13 Ö2: Ne yapıyor. Çarpıldığı için.
1761.14 Talha: Evet. Öğretmenim İkiyle çarpıldığı için iki sıfır oluyor.
1761.15 Ö2: Şimdi bakın ilerde hacim ölçülerini göreceğiz. Bir prizmanın hacmini. Orada küp olacak. Onlar da biner biner
1761.16 Talha: Üç sıfır.
1761.17 Ö2: Biner biner yani, anladık mı?

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi hacim ölçülerini birbirine nasıl çevrileceği ile ilgili sonuca ulaşılmaktadır. Talha'nın 6 ve 14 nolu satırlardaki söylemi incelendiğinde alan ölçülerinin birbirine çevrilmesindeki gerekçeyi keşfettiği ve daha sonraki satırlarda hacim ölçülerine uyarladığı görülmektedir.

Matematiksel fikirlere ulaşırken terimin özelliklerinden sonuca varılmasının yanı sıra terimle ilgili varsayıma dayalı sonuçların bulunduğu belirlenmiştir. Örneğin 1792 nolu söylem öbeğindeki bir öğrencinin *"ee şekildeki bütün köşegenler şeklin içindeyse dış bükey ama şekil ıı şekilde bütün en az 1 köşegen bile dışardaysa iç bükey"* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca öğretmen veya öğrenciler tarafından terimin sorgulanmasıyla matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Bazen de öğrencinin matematiksel söyleme katılması için öğretmenin terimi sorguladığı görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1157.6 Azra: Iı burada (kitapta) demiş ki karede 4a yazmış. ıı altıgene de 6a yazmış.

1157.7 Ö2: Şimdi tamam da niçin 4a, niçin 6a?

1157.8 Azra: Çünkü ıı burada 4 kenarı var. Bir kenarı a vermiş.

1157.9 Ö2: Hah.

1157.10 Azra: 4 tane kenarı olduğu için 4a oluyor.

1157.11 Ö2: Tamam doğru öbürü?

1157.12 Azra: Öbüründe de 6 tane kenar var. Bir kenarına a demiş. 6 tane kenarı olduğu için 6a.

1157.13 Ö2: 6a. Anladık mı şimdi yani cebirsel ifadeler bunlar çocuklar.

Yukarıdaki söylem öbeğinden, kare ve altıgenin çevrelerini ifade eden cebirsel ifadeye ilişkin söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Ayrıca öğretmenin son satırdaki söylemi incelendiğinde ise doğru ama eksik söylemle cevap verdiği görülmektedir. Bu söylem öbeğinin motivasyon aşamasında öğretmen *“Peki. Bu karenin, altıgenin cebirsel ifadesini kim söyleyecek”* söyleminde de eksik söylem olduğu söylenebilir. Ancak öğrencilerin, öğretmenin söyleminden kare ve altıgenin çevresini kastedildiğini anladığı söylenebilir (Gözlem notu, 21.03.2017 tarihli Ö2 kodlu öğretmenin 1.dersi). Ö2 kodlu öğretmen ve Azra arasındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemler incelendiğinde 4a ve 6a cebirsel ifadelerinin neden olduğuna ilişkin söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Öğretmenin nedensel sorgulamasıyla Azra’nın cevap vererek matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir. Ayrıca diğer söylem öbeklerinde öğrencilerin de neden ve niçin gibi sorularla terimi sorgulayarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

2041.12 Ö3: Şimdi diyelim ki şurdaki burun ucumuz (şekli göstererek) var ya aynı burada da burun ucumuz (simetriğini göstererek) aynı burun düşünelim şu ikisinin aynaya olan uzaklığı birbirine nedir?

2041.13 Esra: Eştir.

2041.14 Ö3: Birbirine eşit mesafededir. Bunları çizerken çizim yapmak istesem dik olarak (tahtaya çizerek) zaten simetrinin özelliği bu, yani baktığında direkt karşında düz aynada dik olarak görüyorsun onu. Mesela görüntünüze böyle bakıyorsunuz(normal durarak). Şurdan (kafasını yukarı kaldırarak) mı bakıyorsunuz?

2041.15 Fatih: Şimdi öğretmenim benim anlayamadığım bir şey var? Ayna dediğimiz normal bir cam

2041.16 Ö3: Evet.

2041.17 Fatih: Bu camdan nasıl uzak olabilir? Yani mesela diyelim biz buradayız camımız burada (defterini cam gibi göstererek) camımız burdan 3 cm uzak olabilir, bunun içindeki görüntü bizden nasıl uzak olabiliyor?

2041.18 Ö3: O zaman sen yaklaşınca görüntü niye yaklaşıyor?

2041.19 Fatih: Ama nasıl uzaklaşabiliyor?

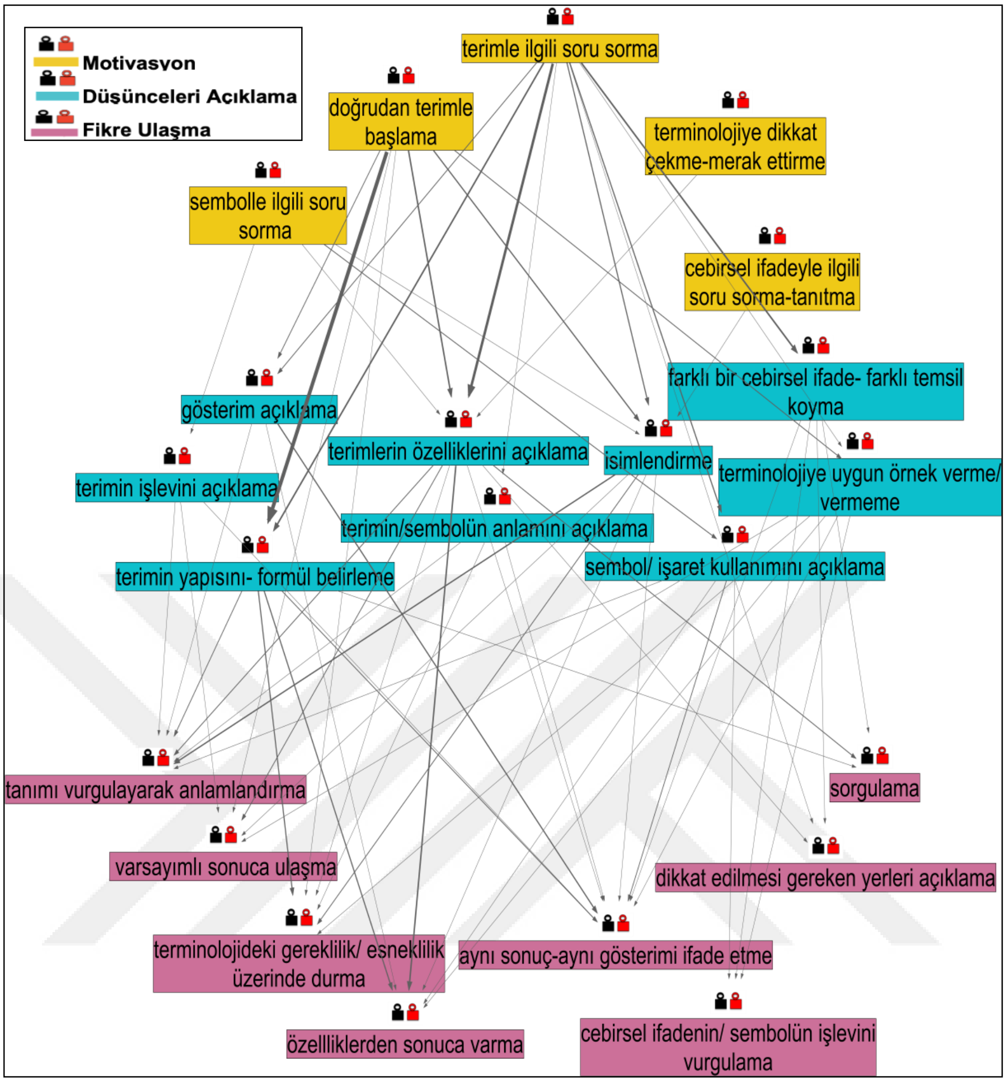
2041.20 Ö3: Sen geriye gidince görüntü uzaklaşmıyor mu?

2041.21 Fatih: Ama etraf niye öyle?

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi yansıma sonrası oluşan görüntünün nasıl oluştuğu sorgulanmaktadır. Aynada yansıyan nesne ile görüntüsünün eşit mesafe olduğunun nedenli-niçinli sorularla sorgulanarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir.

Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik bir diğer söylem göstergesindeki matematiksel söylemlerin oluşumu terimin anlamlandırılmasına ilişkindir. Bu söylem göstergesine yönelik söylemler incelendiğinde terimin tanımı, özellikleri tekrar dile getirilerek terimin anlamlandırıldığı görülmüştür. Örneğin 2007 nolu söylem öbeğinde Ö5 kodlu öğretmenin kare için *"Tüm kenar uzunlukları eşit, paralel,açıları 90 derece, köşegen uzunlukları eşit, köşegenler dik kesişir ve köşegenler birbirini ortalar dedik."* söylemiyle kareyi kare yapan özelliklerin vurgulanarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı görülmektedir. Ayrıca terimle ilgili dikkat etmesi gerekenlere ilişkin söylemlerin oluşmasıyla da matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Aslında bu matematiksel söylemlerle terimle ilgili yapabilecek hatalara karşı öğretmenin öğrencileri uyardığı söylenebilir. Örneğin 254 nolu söylem öbeğinde *"Işınla sizi tuzağa düşürebiliriz. Diğerlerinde o kadar değil ama ışınla tuzağa düşebiliriz."* ışının gösterimi hakkında öğrencileri uyarmaktadır. Buna ilaveten terimle ilgili bir özelliğin aynı sonuç-aynı gösterim olduğu dile getirilerek matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. İki matematiksel söylemin de aynı anlama geleceğini ifade ederek matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir (Bkz. Ek 10.3.1.3: 1616 ve 2035 nolu söylem öbekleri). Aynı sonuca ulaşıldığını gösteren bir diğer söylem göstergesi de terminoloji kullanımının esnekliği ile ilgilidir. Örneğin doğruların isimlendirilmesinde 250 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *"e olur, m olur. Genelde kullandığımız hep d harfi. Başka istediğin harfi kullanabilirsin Melis, ama biz genelde d harfini kullanıyoruz*" söylemiyle doğruların isimlendirilmesindeki esneklikten bahsetmektedir. Ayrıca terminolojinin gerekliliği vurgulanarak matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır. Bu bağlamda terimlerin ve sembollerin kendi yapısındaki gereklilik vurgulanarak matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır. Buna ilaveten gerekliliğe ilişkin diğer söylemlerin terimin önemiyle ilişkisi olduğu söylenebilir. Örneğin bahsedilen terimin gelecek yıllarda daha detaylı öğrenileceği dile getirilmektedir. Ayrıca sembolün ya da cebirsel ifadenin işlevi vurgulanarak gereklilik vurgulanmaktadır. Öğretmen ve bir öğrenci arasında geçen bu göstergeye ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde sembülün/cebirsel ifadenin olduğunda ya da olmadığındaki durumlarının karşılaştırıldığı görülmüştür.

Yukarıda terminoloji kapsamında *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde oluşan matematiksel söylemin yatay aşamalarında (motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma) söylemler, söylem göstergeleri bağlamında ele alınmıştır. Matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu yansıtan bu göstergeler, öğretmen ve bir öğrenci arasında geçen matematiksel söylemler diyaloglar halinde açıklanmıştır. Motivasyona yönelik söylemlerden bir sonraki aşama olan matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlere geçişi, bu aşamadan da matematiksel fikirlere yönelik söylemlere geçişi yansıtan matematiksel iletişim haritasındaki yollar Harita 7'de sunulmaktadır.



Harita 7. Öğretmen-Öğrenci söylem tipinin terminoloji zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası

Yukarıdaki haritada, *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel terminolojiye ilişkin matematiksel söylemlerin motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin nasıl oluştuğu gösterilmektedir. Motivasyon ve matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki söylem göstergeleri arasındaki bağların, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylem göstergeleri arasındaki bağlardan daha güçlü olduğu söylenebilir. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel terminolojiye ilişkin söylemlerin başlaması için öğretmenin terminoloji hakkında doğrudan soru sorması veya öğrencinin terminoloji hakkında soru sormasıyla başlamasının, motivasyona yönelik diğer söylem göstergelerinden daha etkili olduğu söylebilir. Ancak matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki göstergeler incelendiğinde, bu iki göstergenin bağlarının birbirinden farklı olduğu görülmektedir. Öğretmenin doğrudan terimle başlamasıyla terimin yapısı, formül belirleme ile arasında güçlü bir bağ varken; öğrencinin terminoloji hakkında soru sorması ile terimin özelliklerini belirleme arasında güçlü bir bağ vardır.

4. 3. 2. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Söylemler

Öğretmen-Öğrenci söylem tipindeki görsel aracılara yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, diğer *Öğretmen-Öğrenci* söylem tiplerinde olduğu gibi öğretmen ile bir öğrencinin arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Görsel aracı zemininde *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde oluşan matematiksel söylem aşamaları (M.S.A.) söylem-satır numaraları ile birlikte (S.S.N.) birlikte Ek 8.3.2.'de yer almaktadır. Bu bağlamda bir söylem öbeğinin tamamı yer alarak bu söylem öbeğinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin tamamı görülmektedir.

4. 3. 2. 1. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zemindeki Motivasyona Yönelik Söylemler

Öğretmen-Öğrenci söylem tipinde görsel aracılar kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemlerin görsel aracının çizilmesi, konuşulması üzerine olduğu belirlenmiştir. Görsel aracılar kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 34'te gösterilmiştir.

Tablo 34. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Görsel Aracılar	Birlikte-bireysel çizileceğinden haberdar etme	17	Çocuklar bildiğiniz normal açı çiziyorsunuz. Önce ışınımızı çiziyoruz. Orta noktasını yerleştiriyoruz.
	Görsel aracı çizimi için cesaretlendirme	7	Ayşe gel tahtaya seninle beraber yapalım. 250 sayfalık 3/10 ünü okumuştur. Bize bir model yapar mısın?
	Sıradaki soruya/öğrenciye göre görsel aracının oluşturma	11	Ön sıradan başlayalım, gel Mehmet Akif…
	Görsel aracıya dikkat çekme	16	…Ama çok güzel çizeceksiniz …
	Görsel aracıyı anlamaya yönelik soru sorma	19	Öğretmenim, mesela şu 2 ile 4 arasındaki çizgi ile 4-6 arasındaki çizgi eşit olması zorunda mı?

Tablo 34'te motivasyona yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergelerden biri, görsel aracının çizileceğinin haberdar edilmesine yönelik söylemlerdir. Öğretmen görsel aracı çiziminden haberdar ederken birlikte (öğretmenle) ya da bireysel çizileceğini dile getirmektedir. Örneğin Ö5 kodlu öğretmenin

97 nolu söylem öbeğinde "*Şimdi sınıfımızda bir araştırma sorusu sorup onun çetele tablosunu, sıklık tablosunu çizeceğiz, tamam mı? Bu renklerden (tahtaya yazdığı) hangisini seviyorsanız sırayla size soracağım"* şeklindeki matematiksel söylemlerle çizimin birlikte olacağını ifade etmektedir. Bu bağlamda öğretmenin görsel aracıyı oluşturmadan önce öğrencileri motive ettiği söylenebilir. Daha sonraki söylem oluşumu aşamalarında öğretmen ve sadece bir öğrenci arasında geçen matematiksel söylemler ile görsel aracı kapsamındaki şekil, tablo ve grafiğin birlikte oluşturulduğu belirlenmiştir. Görsel aracının bireysel oluşturulmasına yönelik söylemlerde ise öğretmen, görsel aracıyı öğrencilerin kendilerinin oluşturacağından haberdar etmektedir. Örneğin 769 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin *"Sizinkiler 51 derece olmayabilir. Siz kendi açı ölçerinizle kendi eş açılarınızı inşa edin."* söylemiyle öğrencilerin defterlerinde eş açıyı oluşturmalarını istemektedir. Sınıf içinde dolaşarak öğrencilere çizimleriyle ilgili bireysel dönüt verdikten sonra tekrar *"Çocuklar sizden ne bekliyorum biliyor musunuz defterinize baktığımda birbirine eş iki açı inşa etmiş olmanızı. "* öğrencilerden ne istediğini ifade ettiği görülmüştür (Gözlem notu, 07.03.2017 tarihli Ö1 kodlu öğretmenin 1.dersi). Bu bağlamda öğretmenin görsel aracıların bireysel çizimi için öğrencileri tekrar motive ettiği söylenebilir. Ayrıca bireysel çizime yönelik söylemlerin öğrencinin tahtada çizim yapmak istemesiyle de oluştuğu belirlenmiştir. Parelkenarda yükseklik çizmeye yönelik motivasyona ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1606.1 Ö2: Şimdi gelelim Bartu. Bize bir paralelkenar başka kitaptaki anlattığı şekilde anlat bakalım ne diyor şey? Kitapta?
1606.2 Bartu: Hocam paralelkenarın da alanı.
1606.3 Ö2: Hayır paralelkenarla ilgili başka bir bilgi falan daha yok mu? Mesela paralelkenarın yüksekliğini nasıl buluruz?
1606.4 Bartu: Yükseklik çizme var. Öğretmenim bir köşeden diğer köşeye çiziliyor.
1606.5 Ö2: Köşeden köşeye çizilen köşegen olur.
1606.6 Bartu: Öyle değil ya anlatamadım. Tahtada şekille anlatayım.
1606.7 Ö2: O zaman kalk tahtada anlat.

1606 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi 6 nolu satırda Bartu görsel aracı kullanarak daha iyi anlatacağını düşünmektedir. Öğretmenin ilk satırdaki söylemi incelendiğinde bir öğrenci ile arasında matematiksel söylemlerin oluşacağı anlaşılmaktadır. Daha sonraki satırlarda yükseklik çizimine ilişkin Bartu ile öğretmen arasında matematiksel söylemlerin oluşacağı anlaşılmaktadır. Görsel aracı hakkında herhangi bir açıklama yapılmadan Bartu'nun yüksekliği çizeceği söylenebilir. Bazı söylem öbeklerinde ise görsel aracı hakkında açıklama yapılarak çizimden haberdar edildiği; daha sonra görsel aracıların oluşturulduğu belirlenmiştir. Örneğin kitaptaki görsel aracının ne olduğuna ilişkin ya da görsel aracının bileşenleriyle ilgili açıklama yapıldıktan sonra birlikte ya da bireysel çizileceği haberdar edilmektedir. Bu bağlamda görsel aracı oluşturulmadan önce öğrencilerin görsel aracıya ilişkin ön bilgilerini harekete geçirecek söylemlerin oluştuğu söylenebilir.

Görsel aracı oluşturulmadan önce matematiksel söylemlerin oluşmasına sağlayan bir diğer gösterge görsel aracıya dikkat çekilmesidir. Bu söylem göstergesine yönelik söylemler incelendiğinde, öğrencilerin görsel aracı hakkında matematiksel söyleme katılması için öğretmenin zemin hazırladığı söylenebilir. Öğretmen görsel aracıya ilişkin varsayımlara dayalı sorular sorarak, görsel aracının öneminden bahsederek ya da dışsal pekiştireçle görsel aracıya ilişkin söylemlerin oluşmasını sağlamaktadır. Bu bağlamda öğretmenin görsel aracılar hakkında konuşulması için öğrencileri motive ettiği söylenebilir. Ayrıca öğretmenin öğrencilerin görsel aracıyı oluşturması için öğrencileri cesaretlendirerek de motive ettiği söylenebilir. Örneğin 222 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin "*Peki şimdi hangi babayiğit kalkıp şunun denklemini burada çizebilir?"* söylemiyle öğrencilerin cesaretlendirdiği söylenebilir. Ayrıca sırası gelen öğrencinin ya da sıradaki soruya göre de görsel aracıya ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin 2022 nolu söylem öbeğinde Ö5 kodlu *öğretmenin "Şimdi. 2. soruda diyor ki aşağıda verilen noktalı kağıdı farklı boyutlarda 3 tane paralel kenar çiziniz diyor."* ; 2023 nolu söylem öbeğinde *"Şimdi 3. soruya geçiyoruz. Aşağıda verilen noktalı kağıda farklı boyutlarda 3 tane eşkenar dörtgen çiziniz. Şimdi eşkenar dörtgen çiziyorsunuz."* söylemlerinden sonra görsel aracıya ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Ayrıca bir öğrencinin tahtaya kalkmasıyla matematiksel söylemin diğer aşamalarının oluştuğu belirlenmiştir. Birim kareler üzerinde $K\hat{L}M$ açısına eş bir çizmek için tahtaya kalkan bir öğrencinin görsel aracıyı nasıl oluşturduğunu anlatmasına yönelik motivasyona ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

752.1 Alptuğ: (tahtaya kalkıp noktaların yerini işaretliyor)

752.2 Zehra: Konuşarak yapsın, anlatsın yani.

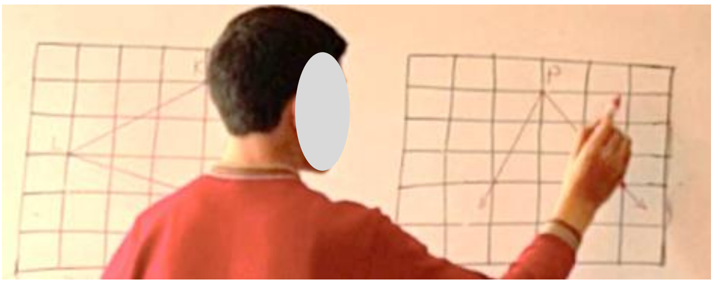
752.3 Ö3: Tamam ben ona anlattıracağım. Hadi bakalım önce bir işini bitirsin

752.4 Alptuğ:(noktaları belirledikten sonra cetvel yardımıyla açıyı çiziyor)

752.5 Ö3: Şimdi Alptuğ bir paylaş bakalım. Yani neden bunun ona eş olduğunu düşünüyorsun? Şöyle geriye gel. Yanlışın varsa bir görürsün. Doğru mu yaptın sence? Doğru mu yapmışsın?

752.6 Alptuğ: (uzunca bir süre cevap vermiyor)

752.7 Ö3: Öyle düşünüyorum diyorsun. Şimdi dön bakalım bir sınıfa. Neden böyle birşey yaptığını bir açıkla arkadaşlarına merak ediyorlar.



Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, tahtaya kalkan öğrencinin görsel aracıyı nasıl oluşturduğu anlatması istenmektedir. Zehra' nın bir açıya eş bir açının nasıl çizildiğini merak ettiği görülmektedir. Ayrıca diğer öğrencilerin de oluşturulan görsel aracının nasıl çizildiğini merak ettiği söylenebilir (Gözlem notu, 07.03.2018 tarihli Ö3 kodlu öğretmenin, 2.dersi). Bu söylem üzerine öğretmenin de Alptuğ'un görsel aracıyı nasıl oluşturduğu anlatmasını istemektedir. Alptuğ'un 6 nolu satırdaki bedensel olarak ifade ettiği söyleminde, nasıl çizdiğini anlatmak için çok istekli olmadığı söylenebilir. Ancak öğretmenin son satırdaki söyleminden Alptuğ'un anlatması için çaba harcadığı görülmektedir. Bu bağlamda görsel aracıya ilişkin matematiksel söylemlerin oluşmasının sağlandığı söylenebilir.

Görsel aracılara yönelik matematiksel söylemlerin oluşmasında bir diğer gösterge, öğrencinin görsel aracı hakkında anlamadığını sormasıdır. Ayrıca Tablo 35'ten görsel aracıyı anlamaya yönelik söylem göstergesine ilişkin matematiksel söylemlerin diğerlerinden fazla olduğu görülmektedir. Görsel aracının anlaşılmasına yönelik öğrencilerin soruların görsel aracının farklı çizilmesi, farklı görsel aracıların çizilmesi ve görsel aracıda aralıkların nasıl olması gerektiği üzerine daha çok olduğu belirlenmiştir. Örneğin yükseklik çizimi ile ilgili olarak öğrencilerin de merak ettikleri öğretmene sormasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1939.1 Zehra: Öğretmenim bir şey sorabilir miyim?

1939.2 Ö3: Sorabilirsin.

1939.3 Zehra: Tahtaya gelebilir miyim?

1939.4 Ö3: Gel

1939.5 Zehra: Öğretmenim hani bunun yüksekliği diye bir şey yüksekliği diye bir şey vardı ya (2. eşkenar üzerinde) burdan buraya çizebiliriz.

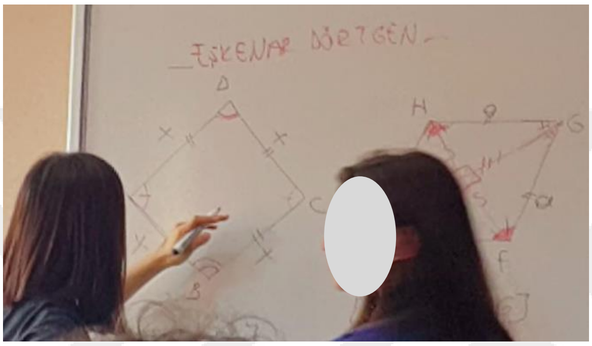
1939.6 Ö3: Dikme evet

1939.7 Zehra: Böyle böyle falan

1939.8 Ö3: Evet evet

1939.9 Zehra: Bunu anladım, peki burrdan bunu burdan (farklı konumda olan diğer eşkenar dörgenden bahsediyor) nasıl çiziceğiz?

1939.10 Ö3: Aynı şekilde ıı ıı bak şimdi şöyle yapalım mesela.



Ben buna (1.şekle) yükseklik çiziceğim yine bu noktadan ya da bu noktadan, farketmez mesela şurdan (dar açıdan) dik olarak ya da şurdan mı çizeyim (geniş açıdan) dik olarak şuraya çizebilirim.

1939.11 Zehra: Peki ordan oraya

1939.12 Ö3: Şöyle nasıl nerden nereye çizeceğim?

1939.13 Zehra: O dediğiniz yerden diyecektim burdan buraya

1939.14 Ö3: Düz olan dik olacak şekilde indireceksin. Benim şurda çizdiğim biraz daha geniş duruyor aslında ama onu şöyle dik yapacak şekilde çizeceksin.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, Sıla'nın yükseklik çizimi ile ilgili sorusundan sonra görsel aracılara ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Buna ilaveten öğrencilerin model hakkında anlamadıkları soruyu sorarak görsel aracıya yönelik diğer söylemleri başlattığı görülmektedir. Örneğin "Yabancı dilde yazılmış bir kitabı, Türkçe'ye çevirmek için 8 kişi görevlendiriliyor. Mehmet kitabın, 3/8 üçünü kendisi alıyor, sonra da aldığı bölümlerin 2/5 sini Cem'e veriyor…"sorusuna ilişkin oluşan 111 nolu söylem öbeğinde Ö6 kodlu öğretmenin 3/8 ile 2/5 kesirlerinin çarpımına ilişkin modellemeyi oluştururken *"Kesir kartlarında olduğu gibi aynı bütün olsun, sizin defteriniz kareli o şekilde yapın"* şeklinde ifade ettiği görülmüştür. Bu söyleminin sonrasında öğretmenin tahtada 40 birim parçadan oluşan bütünler oluşturduğu görülmüştür. Ancak Sinem'in *"Öğretmenim mantıksal olarak 8'de 3'ünü alması için 8'de 1'i düşmesi gerekiyor; o zaman bir kişiye hiç* *düşmeyecek ki”* söylemi ile 3/8 ünün 2/5 si olduğunu tam olarak anlamadığı söylenebilir. Öğretmen ve bu soruyu soran öğrenci arasındaki daha sonraki matematiksel söylemlerle modellemenin öğrencilerin anlayacağı şekilde yeniden oluşturulduğu görülmüştür.

4. 3. 2. 2. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler

Öğretmen-Öğrenci söylem tipindeki görsel aracılar kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemlerin öğretmen ve bir öğrenci arasında oluştuğu belirlenmiştir. Görsel aracılar kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 35’te gösterilmiştir.

Tablo 35. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Görsel Aracılar	Bireysel dönüt	33	Noktaları sayarak yap, üstünü kaç nokta aldıysan aşağısını da ona göre yap…
	Görsel aracıda olması ve olmaması gerekenler	13	Peki o dikey eksendeki sayılar nasıl gitmesi gerekiyor, sen dedin bana Banu?
	Görsel aracının özelliği	13	Öğretmenim, sütun grafiğinde sütunlar çiziyoruz ya sütunlardan 2 tane yapacağız birine farklı bir renk vereceğiz. Diğerine farklı bir renk vereceğiz. Kız erkek olarak adlandıracağız…
	Somut modelleme	7	3’te 1’i boş ise burası *(şekil üstünde göstererek)* …
	Görsel aracı dışındaki durumlar	7	Daire diliminin merkez açısının ölçüsü, 90 çarpı 50…

Tablo 35’te matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergeler incelendiğinde, görsel aracı çizimine ilişkin bireysel dönütlere ilişkin matematiksel söylemlerin diğer söylemlere göre daha çok olduğu söylenebilir. Ayrıca öğretmen, öğrencinin oluşturduğu görsel aracıya bireysel dönüt verirken Tablo 35’te yer alan diğer söylem göstergelerinden yararlanmaktadır. Bu bağlamda bireysel dönüt vermenin daha kapsayıcı bir söylem göstergesi olduğu söylenebilir. Öğretmenin çizime ilişkin bireysel dönüt vermesi, sınıf aralarında dolaşarak öğrencilerin çizimlerini kontrol etmesi şeklinde olabilmektedir. Buna ilaveten öğretmen sınıf arasında dolaşmasa da öğrencilerin defterini alarak çizimlerini öğretmene gösterdikleri belirlenmiştir. Örneğin 1599 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin “*Eksen isimleri önemli. Bak bir de grafikleri isimsiz sakın gelmeyin yazık olur”* söylemiyle öğrencilerin çizimlerine öğretmenin birebir dönüt vereceği anlaşılmaktadır. Ancak sınıf aralarında dolaşarak görsel aracıya ilişkin birebir dönütlerin daha çok verildiği belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek noktalı kağıda farklı boyutlarda 3 tane eşkenar dörtgen çizilmesine ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

2023.3 Ö5: Eşkenar dörtgen çiziyorsunuz.

2023.4 (Öğrenciler çizmeye başladı)

2023.5 Belma: Artı yapıyorduk.

2023.6 Ö5: Şu eşkenar dörtgendi bir de şu da eşkenar dörtgendi (tahtaya büyük bir artı işareti çizerek eşkenar dörtgen oluşturdu) Buna göre çizin ama artıyı alırken eşit almayacaksın, (ön sıradki öğrencinin defterien bakarak) o olmadı. Çocuklar eşkenar dörtgen çizerken size basit bir kural öğretmiştim

2023.7 Kemal: Artılı

2023.8 Ö5: Noktalı kağıtsa şurayı diyelim ki 4 6 aldıysan (tahtaya çiziyor) ortasından ayırıp birer artı şöyle gidip şöyle birleştir. Ama artılarınızın boyutları eşit olmayacak.

2023.9 Ö5: (en ön sıradaki öğrencinin yanına gidiyor) bir o tarafa bir bu tarafa şimdi birleştir. Olur tamam şimdi ona göre arttır.

2023.10 Ayça: Öğretmenim

2023.11 Ö5: Efendim (Ayça'nın defterine bakarak) Evet tamam şimdi (tahtaya gidiyor) onu artırın (daha büyük çizin demek istiyor) Kendiniz bu sefer. (tahtaya yönelerek) Burayı 6 alalım onu 4 alın iki bu tarafa iki bu tarafa (Kemal'in yanına gidiyor) Kare oldu sanki, seninkiler eşit oldu eşit olmayacak diyorum siler misin? Olmadı, şekillerin hepsini sil

2023.12 Buse: Öğretmenim şu oldu mu?

2023.13 Ö5:(Buse'nin yanına giderek) Ama aynı boyutlarda çizdin sanki iki tanesini. Hepsi farklı boyut olacak, şunun ikisi aynı boyut oldu aynı olmayacak.

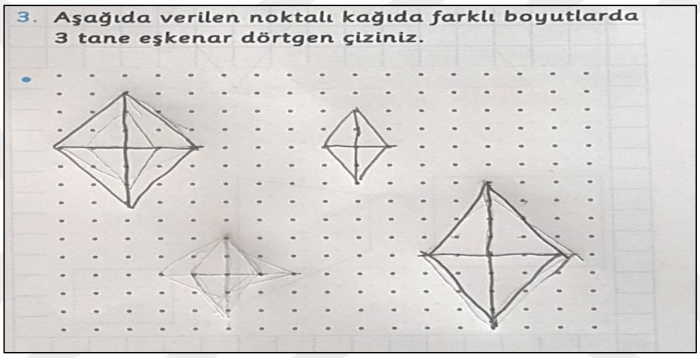
2023.15 Ö5: (başka bir öğrencinin defterine bakarak) Kare çizmiyorsunuz. Kare çizilmiyor arkadaşlar (ses tonunu yükselterek) bak şöyle şunu nokta olarak düşün benim noktalı kağıdım yok diye ben kafaya göre çiziyorum. Şimdi sen şurayı 2 kare aldıysan (tahtada çiziyor) aşağıya doğru da 2 nokta (yukarıdan aşağıya) alacaksın. Bu tarafa 1 bu tarafa 1 alacaksın (sağdan sola). Bu ufak şu artının kollarına eşit olmayacak ona göre eşkenar dörtgen oluşturuyorsun.

2023.13 Hacer: Öyle yaptım.

2023.14 Ö5: Eşit senin buraya 2 nokta. Buraya 2 buraya 2 senin kare olur. Anladın mı bunu sil bunlar olmadı. (Sınıf aralarında dolaşıyor)

2023.15 Ö5: Yayvan olacak dikdörtgen gibi kare gibi eşit olmayacak. (öğrencinin yanına giderek) Olmadı aşağıya doğru eşit olmadı sanki (başka öğrencinin *yanına gidiyor) Ama buraya kaç kare gittin oraya da o kadar gideceksin altıyla üstü eşit değil seninkilerin. O tamam ama buraya 2 kare buraya 3 kare gitmişsin olmaz. Çocuklar şu farklı olan (tahtaya gidiyor) şöyle bir şey yaptıysanız şurayı daha kısa şurayı daha uzun aldıysanız (yukarı ile aşağısını) Bunun başka bir adı var (deltoid çizerek) ...*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğretmen sınıf aralarında dolaşarak öğrencilerin çizimlerine ilişkin bireysel dönüt vermektedir. Öğretmen sınıf aralarında dolaşmaya devam ettikçe daha sonraki söylemlerin de birebir dönüt vermeye ilişkin olacağı anlaşılmaktadır. Görsel aracıya ilişkin öğretmenin birebir dönüt verdiği ve öğrencilerden birinin kitabına çizdiği eşkenar dörtgenin fotoğrafı aşağıda yer almaktadır.



Şekil 22. Öğretmen-Öğrenci söylem tipinin görsel aracılar zemininde eşkenar dörtgen çizimi

Görsel aracılara ilişkin matematiksel düşünceler açıklanırken öğretmen birebir dönüt vererek peş peşe üç-dört öğrencinin çizimlerini düzeltmesini istemektedir. Birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamak için söyleme katıldığı ancak öğretmenin sadece bir öğrenciye birebir dönüt verdiği görülmektedir. Bu duruma örnek olabilecek başka bir öğretmenin matematiksel söylemleri aşağıda yer almaktadır.

1537.11 Ö3: Evet şimdi (Tahtaya bir nokta çizer) merkezini (Öğretmen konuşmasını keserek ön sırada oturan öğrenciye yönelik) o kadar büyük çizmene gerek yok bence, yeter herhalde. Çok çok büyük çizmeyin. Mesela yarı çapı 5 santimetre olsa (eliyle göstererek) yeter herhalde sizin için tahmin ediyorum. (Sağ tarafta en ön sıranın solunda oturan öğrencinin başına gelerek) Bir 5 açsana 5 aç şurdan. Pergelini aç 5 santimetre.

1537.12 Ferda: Hocam nasıl göstereceğim ya?

1537.13 Ö3: Yok yok yok ne kadar eksilecek merak ediyorum şimdi.

1537.14 *Kemal: Hocam tam göz kararı yaptım tam 5 santimetre çıktı.*

1537.15 *Öznur: Benim de 5 santimetre*

1537.16 *Deniz: (Elindeki pergeli hocaya göstererek) Tam bu yeterli mi şimdi?*

1537.17 *Ö3: Herhalde o yeter diye düşünüyorum (Öğretmen pergel yardımıyla tahtaya bir daire çiziyor o sırada öğrenciler arası konuşmalar var).*

1537.18 *Emirhan: Hocam ben 6 yaptım.*

1537.19 *Ö3: Yalnız çoçuklar illa şu olsun bu olsun demiyorum, hani büyüklük olarak bazılarınız inanılmaz büyük yapıyor da o yüzden dedim (o sırada pergeli bırakarak eline gönye alır).*

1537.20 *Oğuz: Öğretmenim şu küçük mü oldu ?*

1537.21 *Ö3: Yani biraz daha büyük çizebilirsin.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden, daire grafiğinin çizilmesine yönelik öğretmenin öğrencilere bireysel dönüt verdiği anlaşılmaktadır. Öğretmenin birebir dönüt vermeye ilişkin söylemlerinin daire grafiğinin büyük, küçük olmasına yönelik olduğu görülmektedir. Bu bağlamda görsel aracıya birebir dönüt vermeye ilişkin diğer söylemler de incelendiğinde küçüklük, büyüklük, aralıkların sayılarak eşit olması, dik çizilmesi gibi söylemlerle çizimin şekilsel olarak değerlendirildiği söylenebilir (Bkz. Ek 10.3.2.2: 1640 nolu söylem öbeği). Ayrıca tahtada çizim yapan öğrenciye de öğretmen birebir dönütler vererek çizimin açıklanması ya da düzeltmesinine yönelik matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir (Bkz. Ek 10.3.2.2: 241 nolu söylem öbeği). Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

771.9 *Ö1: Evet Mehmetciğim bize kaç derecelik açı inşa edeceksin?*

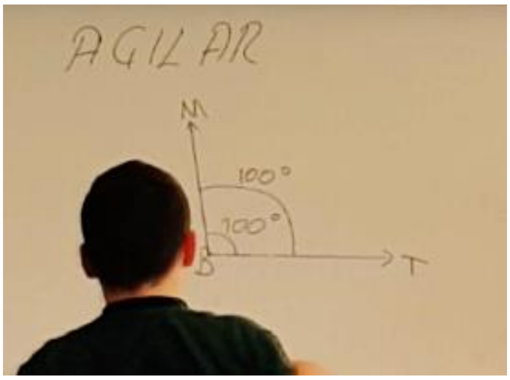
771.10 *Mehmet: 100*

771.11 *Ö1: 100 diye istedi. Yardımcı olmamı ister misin? İletkiyi sabitleme konusunda.*

771.12 *Mehmet: (çizmeye başladı)*

771.13 *Ö1: Mehmet başlangıç noktasına kadar gelsen yeterli. Sen başlangıç noktasından çizeceksin. Tamam. Dur (Mehmet'in yanına gidiyor) Daha güzel çizersin. Hah. 100'leri bir işaretledi. Şimdi birleştiriyor*

771.14



Mehmet: (çizmeye devam ediyor)

771.15 *Ö1: Bir şey soracağım bir şey fazladan mı yaptı?*

771.16 *Mehmet: Şunu mu? (İkinci defa çizdiği 100° yi göstererek)*

771.17 *Ö1: Evet onu silebilirsin.Bir de bir şeyi yanlış yaptı.*

771.18 *Sıla: Şey isimlerini. Doğru, doğru parçası işte onların isimlerini (?)*

771.19 *Ö1: Mehmet okun ucu değil noktanın adı M. Buradan nokta seçiyorsun. O, M noktası orada zaten yaşıyordu da biz ona büyüteç tuttuk birazcık büyüttük sadece.*

Yukarıdaki söylem öbeğinde, Mehmet'in görsel aracıyı çizerken öğretmenin bireysel dönüt verdiği görülmektedir. Mehmet 100° lik bir açıyı çizerken fazladan çizim yaptığı ve M ve T noktalarını yanlış yere yerleştirdiği görülmüştür. Öğretmenin 15 ve 17 nolu satırlardaki söylemleri incelendiğinde Mehmet'in eksik çizimleri ile ilgili sınıfa soru sorduğu anlaşılmaktadır. İlk soruya Mehmet'in cevap verdiği ikinci soruya Sıla'nın cevap verdiği görülmektedir. Sıla'nın matematiksel söylemi incelendiğinde ise Mehmet'in çizimine ilişkin eksikliği fark ettiği ancak düşüncesini tam açıklayamadığı görülmüştür. Öğretmen eksikliğin fark edilmesini dile getirerek aslında görsel aracıda olması gereken ve olmaması gerekenlerin açıklandığı görülmektedir.

Görsel aracıda olması gereken ve olmamaması gerekenlere ilişkin söylemler incelendiğinde ise görsel aracının daha çok yapısı ile ilgili söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin bu söylem göstergesinde görsel aracıdaki eksen ve aralıkların nasıl olması gerektiğine ilişkin söylemler bulunmaktadır. Ayrıca öğrencilerin görsel aracıdaki ifadelerin değişmesiyle ilgili varsayıma dayalı soru sordukları görülmüştür. Örneğin doğrusal grafiklerin çizilmesine ilişkin öğrencilerin x ve ye değerleri için varsayıma dayalı sayılar koyarak oluşan görsel aracının doğrusal grafik belirtip belirtmeyeceğini sordukları görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek öğretmen ile soru soran öğrenci ile arasındaki matematiksel söylemler aşağıda verilmiştir.

133.4 Mehmet: 2 katı olsa mesela, (y değerlerini kastediyor) 10, 20. sonra 40 olsa onu nasıl yapacağız?

133.5 Ö3: Ama şöyle doğrusal ilişikide bir düzen vardır, senin dediğin gibi olursa grafik doğrusal olmaz

133.6 Mehmet: Neden?

133.7 Ö3: Olmaz, çünkü şöyle (doğrusal olmayan bir grafik çizerek) bir grafik olur. O da doğrusal bir grafik değildir. Eğer kendi kafasına göre bi düzen içinde gitmezse şöyle şöyle değişik bir grafik olur

133.8 Mehmet: Ama 2 katı.

133.9 Ö3: Ama biz zaten konumuz gereği doğrusal ilişki bizimki yani belli bir şey de, orantıda ilerlemesi lazım.

133.10 Mehmet: eeee, tamam benimki de oranlı yükseliyor zaten, 2 katı şeklinde gidiyor

133.11 Ö3: Nasıl 2 katı şekinde gidiyor?

133.12 Mehmet: Yani mesela birincisi 10 sa, ikincisi 20, sonra 40 falan, o zaman 2x mi oluyor

133.13 Ö3: Sen şu an sadece kafandan yapıyorsun. Yaptığına göre biz bunu yerleştiremeyiz. Acaba burada zamanı ne verecek?

133.14 Mehmet: ee aynı olsun.

133.15 Ö3: Ama bak şu an tamamen kafandan şey yapıyorsun. Ona göre ben çıkaramam burayı. Onlar sonuçta doğrusal ilişiki belirlenen sayılara göre yapılan bir şey. Bu doğrusal ilişki olduğu için, o şekilde gitmesi gerekiyor.

133.16 Mehmet: İlla artması mı gerekiyor, mesela kat kat gitse olmuyor mu? 2 nin katı şeklinde gidemez mi

133.17 Ö3: Yani şöyle seni y nin kat olarak artmasından mı bahsediyorsun?

133.18 Mehmet: Evet

133.19 Ö3: Gider gitmesine

133.20 Mehmet: Ama onu nasıl yazacağız şimdi? 2x olarak mı yazacağız?

133.21 Ö3: Bana kafandan geçenleri bir söylesene. (tahtaya farklı bir tablo çizerek) şurası x, şurası y olsun

133.22 Mehmet: Zaman aynı

133.23 Ö3: Çizmeye başladı. 0,1,2,3,4

133.24 Mehmet: O da (y değerini kastediyor) 10,20,40,160

Yukarıdaki 133 nolu söylem öbeğinden, doğrusal grafikteki y değerlerinin 2 nin katı olacak şekilde arttığında grafiğin doğrusal grafik olup olmayacağını Mehmet'in öğretmene sorduğu ve öğretmenin de Mehmet'e açıklama yaptığı anlaşılmaktadır. Mehmet'in söylemlerinin olduğu tüm satırlar incelendiğinde y değerlerinin 2'nin katı olduğunda oluşan grafiğin doğrusal olup olmadığı merak ettiği anlaşılmaktadır. Öğretmenin 5,7,9,13 ve 15 nolu satırlardaki söylemlerinde doğrusal grafik olup olmadığına karar vermek için x ve y değerlerinin tam olarak bilinmesi gerektiğini ifade ettiği görülmektedir. Daha sonraki 21 ve 23 nolu satırlardaki öğretmenin söylemlerinde ise ayrı bir tablo oluşturup grafik çizeceği ve çizilen grafik üzerinden matematiksel fikirlere ulaşılacağı anlaşılmaktadır. Bu bağlamda doğrusal grafikte olmaması gerekenlerin açıklandığı söylenebilir. Görsel aracıda olması gereken ve olmaması gerekenlere ilişkin diğer söylem öbeklerinin bazılarında ise iki görsel aracının ayrımına ilişkin öğretmen ve bir öğrenci arasında matematiksel söylemler oluştuğu belirlenmiştir. Ayrıca görsel aracıya ilişkin olması gereken ve olmaması gerekenlerin görsel aracının karaktersitik özelliğini belirlediği söylenebilir. Görsel aracıya ilişkin özelliklere ilişkin spesifik söylemlerin görsel aracının yapısı, tanımı gibi ifadeleri daha çok kapsadığı söylenebilir. Örneğin köşegenin tanımından yola çıkarak köşegenin nasıl çizileceği üzerine bir öğretmen ve bir öğrenci arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. 1799 nolu söylem öbeğinde bir öğrencinin çokgenlerde köşegen çizerken üçgende köşegen çizilip çizilmeyeceğini sorması üzerine köşegenin özeliklerinin açıklandığı görülmüştür. Bu bağlamda köşegen çiziminin nasıl olacağına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Ayrıca görsel aracılardan biri olan somut modellemenin nasıl yapılacağına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Bu söylem göstergesine ilişkin söylemlerde problemdeki sayıların ne anlama geldiğinin anlaşılması ve buna göre çizilen modelde parçaların taranmasıyla ilgili matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Ayrıca görsel aracılar dışındaki durumlardan da bahsedilerek öğretmen ve bir öğrenci arasında matematiksel düşüncelerin açıklandığı görülmüştür. Örneğin görsel aracı dışındaki söylem göstergesinde daire grafiğinde yüzde hesaplamalarıyla ilgili işlemlere ilişkin söylemler bulunmaktadır. Daire grafiğini çizmek için ya da başka bir görsel aracı çizmek yapılan işlemler gerekli ancak görsel aracı çizimi dışındaki durumlardır. Ayrıca görsel aracı dışındaki durumlara örnek olarak diğer görsel aracılar da olduğu çizimde renklendirme yapılmasıyla ilgili matematiksel söylemler olabilmektedir. Örneğin 1796 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmen görsel aracıyı çizen öğrenciye *“Hüseyin, çizdiğin dış açıları farklı renkle boyar mısın?”* söylemiyle renklendirmeye ilişkin açıklama yapıldığı görülmektedir.

4. 3. 2. 3. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler

Öğretmen-Öğrenci söylem tipindeki görsel aracılar zeminindeki matematiksel fikirlere ulaşırken görsel aracıların karşılaştırma, ilişkilendirmesine yönelik söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Görsel aracılar kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 36’da gösterilmiştir.

Tablo 36. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Görsel Araçlar	İki görsel aracı kullanma-karşılaştırma	9	Karşılaştırma yaparken de sütun grafiği kullanılır.
	Görsel aracının işlevine vurgu yapma	5	Model yapmak biraz daha işimizi kolaylaştırır
	Yorumlama	12	60 sa 3 te 1'i ne olur 120 derece olur? Aslında daire grafiği yorumlamak çok zevklidir…
	Çizim kuralının seçmeli/gerekli olmasını belirleme	17	Dış açıyı çizmek için kaç alternatifim vardır, Ezgiciğim…?
	Çizim için yeterli kuralları belirleme	8	Bazılarınızın abartı büyük oldu ama çizdikten sonra bir daha silmeyin gerek yok.
	Başka zeminle ilişkilendirme	13	Öğretmenim modelleme yapmadan şöyle bulabiliriz: Ters çevirip çarpıyoruz…

Tablo 36'da matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergelerden birinin iki görsel aracının karşılaştırılmasına yönelik matematiksel söylemler olduğu görülmektedir. Matematiksel fikirlere ulaşırken matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında oluşturulan görsel aracıdan farklı olarak başka bir görsel aracının kullanıldığı belirlenmiştir. Örneğin 97 nolu söylem öbeğinde Ö5 kodlu öğretmenle sadece bir öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerle çetele tablosunun oluşturulduğu; matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında ise sıklık tablosu oluşturularak sonuca varıldığı görülmüştür. Bu bağlamda iki görsel aracının kullanıldığı söylenebilir. Ayrıca öğretmen ve bir öğrenci arasında iki görsel aracının karşılaştırılmasına yönelik söylemlerin de oluştuğu belirlenmiştir. Aynı türden (çizgi grafiği, sütun grafiği vb.) görsel aracıların karşılaştırıldığı gibi farklı türden de (grafik ve tablo) görsel aracıların karşılaştırılarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Aynı türden görsel aracıların karşılaştırılarak matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemler aşağıda yer almaktadır.

1583.4 Ö1: O zaman soru şu: Çizgi grafiği ile çizgi grafiği arasında küçük bir fark var ne o? Sena?

1583.5 Sena: Çizgi grafiği bir birimin artışı grafiği birbirinin şeyini gösteriyor.

1583.6 Ö1:Artış azalış.

1583.7 Sena: Artış azalışını gösteriyor sütun grafiği ise birden fazla sütunun karşılaştırılması.

1583.8 Ö1: Karşılaşması çok güzel. Olay bu

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, sütun grafiği ile çizgi grafiğinin karşılaştırılmasıyla matematiksel fikirlere ulaşıldığı görülmektedir. Bu bağlamda grafiklerin birbiriyle karşılaştırılmasıyla hangi grafiğin kullanılacağına karar verildiği söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemler aşağıda yer almaktadır.

1662.3 Yiğit: Sütun grafiğiyle hani bu daire grafiği var ya ikisi ayni işlevde değil mi?

1662.4 Ö3: Değil.

1662.5 Yiğit: Neden?

1662.6 Ö3: Ya şöyle mesela daire grafiğinin yüzdelik açısını sütun grafiğinde yüzdeliğini çok iyi gösteremezsin.

1662.7 Yiğit: Onda da yükseliğini yaparsın yüzdeliğin

1662.8 Ö3: Yüksekliğini de ama mesela daire grafiğinin işlevi daha çok yüzdelik bir dilimde ıı verinin ne kadar olduğunu görebilmek. Yani yüzdelik olarak görebilmek

1662.9 Yiğit: Öbüründe?

1662.10 Ö3: Ha şöyle aynı zamanda daire grafiğinda aynı zamanda azlık çokluğu göremez misin? Görebilirsin tabi. Ama şöyle bir şey var yüzdelik olarak eğer değerlendirmek istediğinizde bu sadece daire grafiğine özgü oluyor.

1662.11 Tuğçe: Karşılaştırmada nasıl?

1662.12 Ö3:Karşılaştırma yaparken de sütun grafiği. Karşılaştırma yani karşılaştırma dediğimiz zaten en yüksek en düşük değer ya da azlık çokluk anlamında en uygun sütun grafiği

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi daire grafiğiyle sütun grafiğinin karşılaştırılmaktadır. Ö3 kodlu öğretmen ile Tuğçe arasında hangi grafikte nelerin görülebileceğine ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu görülebilir. Bu bağlamda görsel aracıların karşılaştırılmasına yönelik söylemlerle matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir.

Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik bir diğer söylem göstergesi görsel aracının işlevine vurgu yapılmasıdır. Bu göstergeye ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde görsel aracının amacı ve öneminden bahsedilerek görsel aracının işlevinin vurgulandığı söylenebilir. Örneğin görsel aracılardan biri olan modellemenin oluşturulmasından sonra model yapmanın öneminin vurgulandığı görülmüştür. Örneğin 363 nolu söylem öbeğinde kesirlerde problemler sorusuna ilişkin Enes'in tahtada modelleme yapmasından sonra Ö4 kodlu öğretmenin *"Çocuklar, her parçaya 20 düşüyor, hemen 20 cevabını verebildik. Model yapmak biraz daha işimizi, biraz daha ne yapar? Kolaylaştırır, hatta yaptığınız işlemleri sağlamlaştırır. Doğru yapıp yapmadığınızı görmenizi sağlar. O yüzden bu tür* *sorularda çözüm aşamalarında modeli mutlaka kendinize yapın"* söylemiyle model yapmanın önemini vurguladığı söylenebilir. Ayrıca 669 nolu söylem öbeğinde de Ö5 kodlu öğretmenin *"Ama ben size kesirlerde toplamayı anlatmadığım için kullanmaman gerekiyor. Şimdi tahtada yap bence bunun şeklini. Anladın mı şimdi şekilli? Annen sana toplama ve çıkarmayla anlattı. Gerek var mı? Şekil çizerek sorunuzu çözün."* Söylemiyle modellemenin önemli olduğu dile getirilerek matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır. Buna ilaveten görsel aracıların yorumlanmasıyla da matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Bu söylem göstergesine ilişkin söylemler incelendiğinde, görsel aracıyı yorumlarken dikkat edilmesi gerekenlerden bahsedildiği görülmektedir. Görsel aracıdaki ifadelerin öğretmen ve bir öğrenci ile birlikte yorumlandığı söylenebilir. Ayrıca görsel aracıdaki ifadelerin yorumlanmasına ilişkin söylemlerin oluştuğu gibi görsel aracının yanlış yorumlanmasına sebep olabilecek çizimlere ilişkin matematiksel söylemlerin oluşmaktadır (Bkz. Ek 10.3.2.3: 1559 nolu söylem öbeği).

Matematiksel fikirlere ulaşılırken bir diğer söylem göstergesi görsel aracının çizim kuralındaki esneklik ya da gerekliliğidir. Ayrıca Tablo 37'ye göre bu söylem göstergesine yönelik matematiksel söylemlerin diğer söylemlere göre daha çok olduğu görülmektedir. Çizim kuralındaki esnekliğe ve gerekliliğe ilaveten görsel aracının çiziminde yeterli olacak ifadelere ilişkin söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Bu söylemler incelendiğinde görsel aracıya ilişkin genelleme içeren söylemlerle çizimde nelerin yeterli olacağı vurgulanmaktadır. Ayrıca görsel aracının çiziminde kullanılan açıölçer, pergel ya da iletki yardımıyla çizimde nelerin yeterli olacağı belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.3.2.3: 1551 nolu söylem öbeği). Çizim kuralının gerekliliğine ilişkin söylemlerde ise *".. olacak.. olmayacak"* söz kalıbının sıklıkla kullanıldığı belirlenmiştir. Bu söylemlerin öğrencilerin görsel aracıyı oluşturmasından sonra ifade edildiği görülmüştür. Görsel aracı çizim kuralındaki esnekliğe ilişkin söylemlerin ise öğrencinin görsel aracıyı oluştururken ya da oluşturduktan sonra öğrencilerin sormasıyla oluştuğu söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek çokgende dış açıların çizilmesine yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1811.5 Deniz: Az önce yaptığımız üçgende ee açıyı bu tarafa doğru çizdiniz ya bu tarafa doğru gitti
1811.6 Ö1. (başıyla onaylayarak)
1811.7 Deniz: ee başka bir üçgende yukarı doğru çizdiniz.
1811.8 Ö1: O da fark etmez.
1811.9 Deniz: Fark etmiyor mu?
1811.10 Ö1: Hiç fark etmez değil mi Denizcim? Dış açıyı çizmek için kaç alternatifim vardır ?
1811.11 Ezgi: İki bir böyle bir böyle (elleriyle göstererek)

1811.12 *Ö1: Yani ister şöyle olsun ister böylemesine (farklı yönde uzatarak) aynı şey oluyor. İkisini birden yapabilir miyim?*

1811.13 *Deniz: Hayır.*

1811.14 *Ö1: Hayır bak 1'ini seçeceğim çünkü 1 tane dış açı vardır ama 2 farklı çizimi var.*

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, dış açının iki farklı çizimi olduğu ifade edilerek çizim kuralındaki esneklik dile getirilmektedir. Bir tane dış açının iki farklı şekilde çizilmesiyle iki dış açı olduğunun düşünülmemesi için öğretmen çizim kuralındaki esnekliği vurgulamaktadır. Benzer şekilde diğer söylem öbeklerinde farklı görsel aracılarda çizim kuralındaki esnekliğe ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin daire grafiğinin çizilmesine ilişkin 1543 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin *"...Benimkisinin aynısını yapmak zorunda değilsin, ben sırayla yazıyorum ama siz dediğiniz gibi 15 derece ile 30 derecelik açıları yanyana yapabilirsiniz ya da daha farklı olabilir, bunun bir sırası olmak zorunda değil..."* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca daire grafiğini çizmede kullanılan yüzde hesaplamayı kısa yoldan işlem yapmaya ilişkin de söylemlerin de olduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda görsel aracıların soru/problem çözümünü ile ilişkilendirebildiği söylenebilir. Sadece daire grafiği değil diğer görsel aracılarda da soru/problem çözümü ya da terminoloji ile ilişkilendirme yapıldığı görülmüştür. Sütun grafiğinde aralıkların nasıl olması gerektiğine ilişkin matematiksel düşünceler açıklandıktan sonra matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında eksenlerde sembol kullanımına ilişkin söylemler aşağıda yer almaktadır.

1595.11 *Ö1: Ha bu tip durumlarda (verilerin 100 den başlaması durumunda) şöyle bir istisna yapabilirsiniz.*

1595.12 *Azra: Hocam bir şey yapıyorduk.*

1595.13 *Ö1: Neydi o?*

1595.14 *Burak: Hocam ben bir şey diyeceğim de 100'ü geçmiş hani 100'den sonra 101-102-103 yazıyorlar ya öğretmenim 100'ü geçmiş sütünlar için oluyor*

1595.15 *Mehmet: Hocam ben biliyorum.*

1595.16 *Ö1: Şöyle bir istisnaya sahipsiniz Mehmet neydi?*

1595.17 *Mehmet: Hocam galiba nokta koyuyorlardı.*

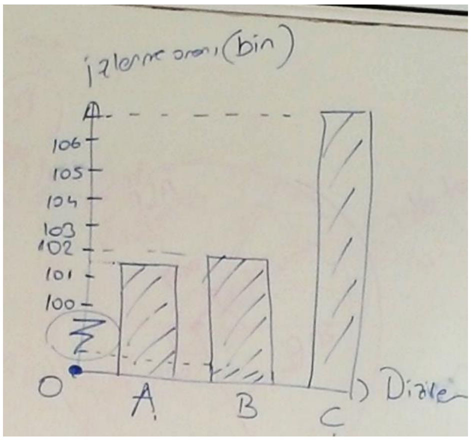
1595.18 *Ö1: Hayır şöyle.*

1595.19 *Mehmet : Bir şey koyuyorduk hocam ama*

1595.20 *Ö1: Evet. Bir şey koyuyoruz ama neydi? Hatırlatıyorum. Şimdi 100'den başlatıyorsunuz. Verileri mesela ve kesinlikle nasıl gitmelisin ama?*

1595.21 *Mehmet: Ardışık.*

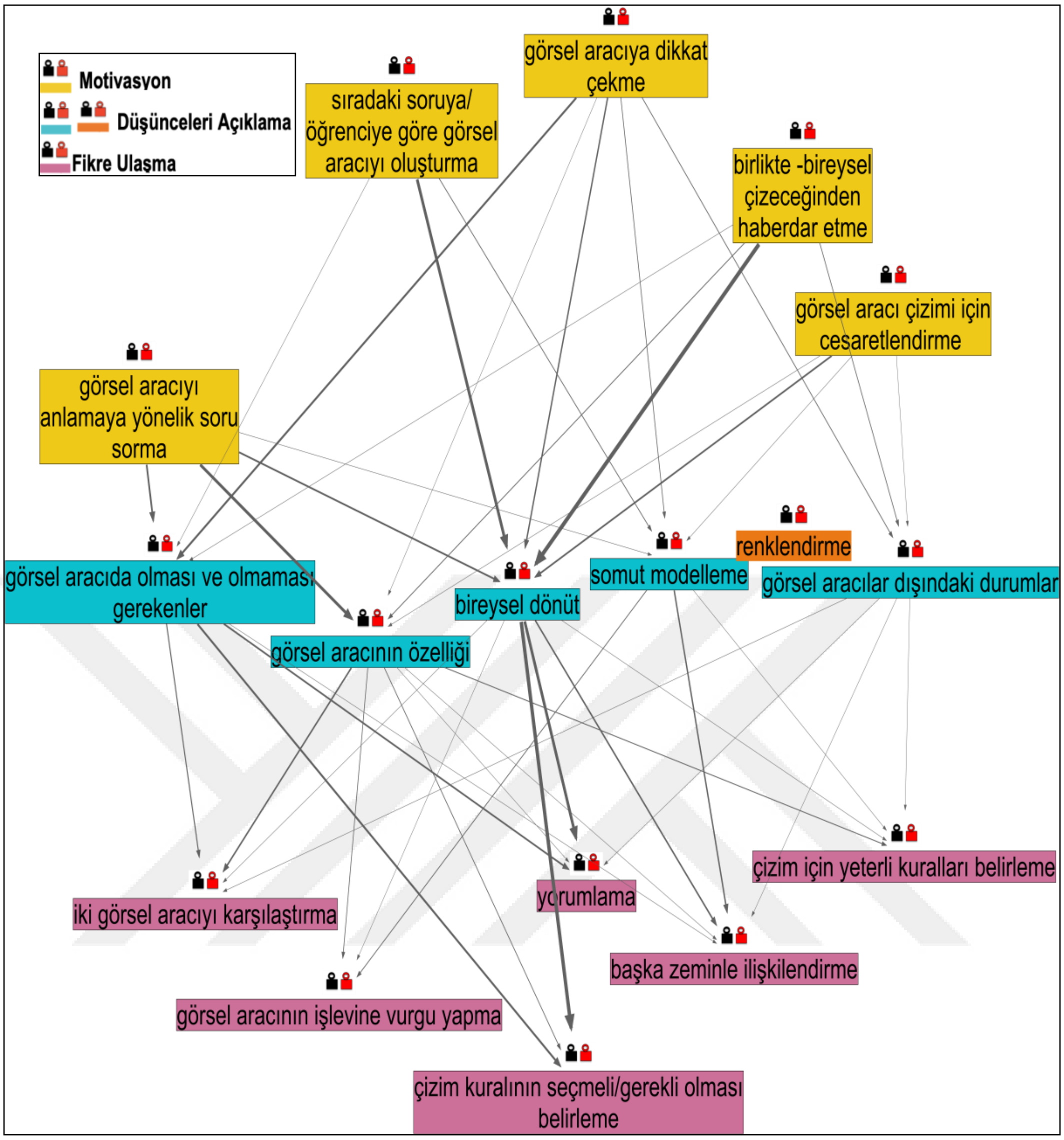
1595.22 Ö1: Ardışık. Sadece şunu yapabilirsin. Şuraya bir şöyle şimşek gibi bir şey çakıyorsun. İşaret koyuyorsun.



Hı bu şu demek. Buradaki veri grubunu almadım. Yani kısalttım sütunumun şu uzunluğunu aşağı çektim. Burada da var aslında yazılar yazıyor ama kullanmıyorum anlamına geliyor. Bunu yapma hakkına sahipsiniz.

Yukarıdaki söylem öbeğinden, sütun grafiğinde verilerin belli bir noktadan başlaması durumunda eksende sayısal değerlerin nasıl gösterileceğiyle ilgili söylemlerin olduğu görülmektedir. Bu söylem öbeğinin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında verilerin 100’den başlayıp 2’şer 2’şer gitmesine yönelik söylemlerin olduğu belirlenmiştir. Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik bu söylemlerden ise, 100’e kadar sayıları yazmak yerine zigzag şeklindeki sembolle ifade edilebileceği anlaşılmaktadır.

Yukarıda görsel aracı kapsamında *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde oluşan matematiksel söylemin yatay aşamalarında (motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma) söylemler, söylem göstergeleri bağlamında ele alınmıştır. Matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu yansıtan bu göstergeler, öğretmen ve bir öğrenci arasında geçen matematiksel söylemler diyaloglar halinde açıklanmıştır. Motivasyona yönelik söylemlerden bir sonraki aşama olan matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlere geçişi, bu aşamadan da matematiksel fikirlere yönelik söylemlere geçişi yansıtan matematiksel iletişim haritasındaki yollar Harita 8’de sunulmaktadır.



Harita 8. Öğretmen-Öğrenci söylem tipinin görsel aracı zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası

Yukarıdaki haritada, *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde görsel aracılar kapsamında matematiksel söylemin yatay aşamaları arasındaki ilişkiler gösterilmektedir. Ayrıca yatay aşamaları yansıtan söylem göstergeleri arasındaki bağların birbirinden farklı olduğu görülmektedir. Örneğin motivasyona yönelik söylem göstergesi olan birlikte-bireysel çizileceğinden haberdar etme ile görsel aracıyı anlamaya yönelik soru sormanın matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki göstergelerle arasındaki bağlar birbirinden farklıdır. Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasıda en belirgin olan gösterge bireysel dönüttür. Çünkü motivasyon aşamalarına tüm söylem göstergelerinden biriyile başlayıp öğrencinin çizimine ilişkin bireysel dönüt verilmektedir. Bireysel dönüt vermeyle matematiksel fikirlere ulaşma aşamasındaki, çizim kuralının seçmeli ya da gerekli olması ile ilgili açıklamalar arasında güçlü bir bağ olduğu görülmektedir.

4. 3. 3. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemindeki Matematiksel Söylemler

Öğretmen-Öğrenci söylem tipindeki soru/problemlerin çözümü kapsamındaki matematiksel söylemler incelendiğinde, soru/problem çözümünde öğretmen ve sadece bir öğrencinin matematiksel söyleme katıldığı görülmektedir. Soru/problem çözümü zemininde *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde oluşan matematiksel söylem aşamaları (M.S.A.) söylem-satır numaraları ile birlikte (S.S.N.) birlikte Ek 8.3.3.'te yer almaktadır. Bu bağlamda bir söylem öbeğinin tamamı yer alarak bu söylem öbeğinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin tamamı görülmektedir.

4. 3. 3. 1. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler

Matematiksel söylemin kendi içindeki oluşma sürecinin ilk aşaması olan motivasyon aşamasında, öğretmenin bir öğrencinin tahtaya kalkarak problem çözmesi için motive etmektedir. Soru/problem çözümü kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 37'de gösterilmiştir.

Tablo 37. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Soru/ Problem Çözümü	Sırası gelen/Rasgele öğrencinin söylemiyle başlama	557	Evet sıradaki arkadaşımız, Mehmet geliyor musun?...
	Soruyu çözebileceğine teşvik etme	29	Tamam başlayalım, ben yardımcı olacağım şimdi
	Zaman verme	22	Örüntünün kuralını yazarak 14.sayıyı bulun. Biraz bir zaman verelim…
	Soru/Problemle başlama	149	7.soruya geçiyoruz soru işaretli yerleri nelerin gelebileceğini kenar uzunluklarını bulunuz diyor.
	Sorunun anlaşılmasına yönelik öğrencilerden soru gelmesi	210	Öğretmenim ben bu soruyu anlamadım...
	Sorulan soru dışında yapılması gerekenler	18	Evde ders çalıştın mı? Kuralı söyle bakalım bana, toplama kuralını
	Sınavda çıkacak yada daha sonra görülecek konuları ifade etme	20	Öğretmenim sınavda böyle dikdörtgen çizin deseniz atıyorum kareyi yazdığımızda yine puan verir misiniz?

Tablo 37'de motivasyona yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergelere ilişkin matematiksel söylemlerle öğrencilerin soru/problem çözümü için motive olduğu ve soru/problem çözmeye yönelik söylem öbeğinin başladığı görülmektedir. Örneğin soru/problem çözümünde sırası gelen ya da rasgele öğrencinin tahtaya kalkarak soruyu çözmesi ya da yerinde soru çözümünü açıklamasıyla *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin başladığı görülmüştür. Ayrıca Tablo 38'den bu söylem göstergesine yönelik matematiksel söylemlerin diğer söylemlere göre daha çok olduğu anlaşılmaktadır. Bu söylemler, diğer motivasyon aşamasındaki söylemler gibi öğrencilerin soru/problem çözmesini harekete geçiren söylemlerdir. Sırayla ya da rasgele bir öğrencinin matematiksel söyleme katılmasıyla *Öğretmen-Öğrenci* tipinin oluşması araştırmada gözlem yapılan tüm sınıflarda grülmüştür.

Sırası gelen öğrencinin kendiliğinden tahtaya kalkarak soru çözümünü yaptığı ve bu eylem sırasında matematiksel düşüncelerin açıklandığı ve matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Öğretmenin bu süreçteki rolü ise sırası gelen öğrenciyi takip ederek her öğrencinin tahtaya kalkması için fırsat oluşturmasıdır. Örneğin 848 nolu söylem öbeğinde Ö5 kodlu öğretmenin *"Gamze ıı burdan devam edelim. Böyle mi? (Sınıftan itirazlar geliyor) Hadi o zaman. (Yine itirazlar geliyor) ama orayı bitirdik ya en baştan başlıyoruz. Buradan oraya gitti. Başla (en öndeki öğrenciye dönerek)"* söylemiyle öğrencilerin sırayla tahtaya kalkması için öğrencileri motive ettiği söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel söyleme katılması için istekli olduğu ancak öğretmenin öğrencilerin sırayla katılacaklarından haberdar ettiği söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1193.1 Ö2: Şimdi çocuklar burada şimdi 5x'li soruda ıı mecbur her cebirsel ifade için bir kişiyi kaldıracağım. Şimdi Osman (en ön sıradaki öğrenci). Şimdi şurayı siliyorsun 5.soru diyorsun.
1193.2 Kıvanç: Öğretmenim ben çok istiyorum bunları zihinden yapmak
1193.3 Ö2: Sırayla gideceğiz sırayla.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, öğrencilerin sırayla matematiksel söyleme katılmasını öğretmen dile getirmektedir. Buna ilaveten *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde tahtaya kalkmak için sırası gelen öğrencinin de arkadaşlarına anlatması için öğretmenin motive ettiği söylenebilir. $7\frac{5}{11}-3\frac{6}{11}$ işlemini tahtada yapan bir öğrencinin arkadaşlarına anlatması için öğretmen ile aralarında oluşan matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

814.1 Ö5: Şimdi nasıl yaptın arkadaşlarına anlatır mısın?
814.2 İrem: Öğretmenim işte (cümlesinin devamı getiremedi)
814.3 Ö5: Arkadaşlar diyorsun.
814.4 İrem: Arkadaşlar 5'ten 6 çıkmadığı için tamdan alıyoruz...

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, tahtada işlemi yapan bir öğrencinin işlemi nasıl yaptığının anlatılması istenmektedir. Buna ilaveten 830 nolu söylem öbeğinde de Ö5 kodlu öğretmen tahtaya kalkan bir başka öğrenciye *"Yüksek sesle anlatarak yap, yaptığını yüksek sesle söyleyerek aşağıya cevabını yaz..."* söylemiyle öğrencinin çözüm yolunu arkadaşlarına anlatması için öğrenciyi yönlendirdiği görülmektedir. Dolayısıyla sırayla tahtaya kalkan öğrenci ve öğretmen arasında matematiksel söylemlerin oluşacağı anlaşılmaktadır. Öğrencilerin sırayla kalkmasına ilaveten öğretmenin rasgele bir öğrenciyi seçip söz hakkı vermesiyle öğretmen ve seçtiği öğrenci arasında matematiksel söylemlerin oluşacağı anlaşılmaktadır. Ayrıca bazı söylem öbeklerinde rasgele öğrencilerin seçimini öğretmenin öğrencilere yaptırdığı belirlenmiştir. Örneğin 1722 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *"Mine istediğini kaldır hayde..."* söyleminden sonra Mine'nin sınıf arkadaşlarından birini kaldırmakta kararsızlık yaşadığı belirlenmiştir (*sınıftan beni kaldır, diyen öğrenci sesleri geliyor)*. Mine'nin sınıftaki öğrencilere bir süre dikkatli bir şekilde bakarak karar vermeye çalıştığı gözlemlenmiştir. Mine'nin *"ya öğretmenim çok şey oldum, benim kaldırdığımda birini mi kaldıracak"* söyleminden sonra öğretmenin "evet " cevabını vermesiyle rasgele bir öğrencinin tahtaya kalktığı belirlenmiştir (Gözlem notu, 19.04.2017 tarihli Ö4 kodlu öğretmenin 2.dersi). Buna ilaveten başka bir öğretmenin dersinden rasgele bir öğrencinin seçilerek tahtaya kalkmasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1467.1 Ö3: Evet bakıyorum ama hepinizde kaldırdım hiç kalkmayan birini istiyorum tahtaya
1467.2 (Sınıftan "beni de kaldırın" şeklinde sesler geliyor)
1467.3 Ö3: Sen kalktın
1467.4 Emirhan: Olsun hocam yine kalkarım.
1467.5 Ö3:Sende kalktın. Dur bakayım evet diğer arkadaşlarımız niye kalkmıyoruz?
1467.6 Emirhan: Hocam listeden seçin
1467.7 Ö3:Parmak kaldırıyor mu kaldırmıyor mu anlamıyorum gel (başka bir öğrenciye bakarak), Zehra bir saniye izin verde arkadaşını tahtada görelim (gülerek)

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, rasgele bir öğrenci seçilmesiyle öğrencinin tahtaya kalktığı görülmektedir. 2 nolu satırdaki söylemden tahtaya kalkmak isteyen bir çok öğrencinin olduğu anlaşılmaktadır. Ancak öğretmenin tahtaya kalkmayan öğrencilere fırsat verdiği söylenebilir. Son satırdaki söylemde ise bir öğrencinin tahtaya kalkması ile soru/problem çözümü için *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin başladığı görülmektedir (Gözlem notu, 04.04.2017 tarihli Ö3 kodlu öğretmenin 2.dersi).

Soru/problem çözümünde öğrencilerin tahtaya kalkması için öğretmen bazen dışsal pekiştireçle öğrencileri motive etmektedir. Örneğin Ö1 kodlu öğretmenin derslerinde soruları doğru çözen öğrencilere artı vermesinin öğrencileri soru/problem çözmeye teşvik ettiği söylenebilir. Ö1 kodlu öğretmen bazı sorularda artılık sistemi uygulamaktadır. Soruyu yazmadan öğrencilerin "artılık" mı şeklinde merakla sorduğu görülmüştür. Bu bağlamda soru çözümü için öğrencilerin teşvik edildiği söylenebilir. Ayrıca öğretmen öğrencileri cesaretlendirerek de öğrencilerin soruyu çözmeleri için teşvik etmektedir. Örneğin 704 nolu söylem öbeğinde sırası geldiği halde tahtaya kalkmak istemeyen bir öğrenciye Ö6 kodlu öğretmenin "*Osman tahtaya gel yavrum, ben sana yardımcı olacağım şimdi"* söylemiyle öğrencinin tahtaya kalkması için öğrenciyi cesaretlendirerek Osman'ın soruyu çözebileceğine teşvik ettiği söylenebilir. Örneğin "Alış fiyatı 60 TL olan bir pantolon %25 karla satılırken etiket fiyatı üzerinden %20 zam yapılıyor. Son etiket fiyatı, alış fiyatında kaç TL fazladır?" sorusuna ilişkin tahtaya kalkmak için istekli öğrenci ve öğretmen arasındaki matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

340.1 Ö1: Anlatmak isteyen var mı? Ben mi anlatayım?
340.2 (Sınıftan "siz anlatın" şeklinde karışık sesler geldi)
340.3 Hüseyin: Ben anlatabilirim.
340.4 Ö1: Anlatacak mısın Hüseyin? (cesaretlendirici ses tonuyla)
340.5 Hüseyin: Ama biraz anlamayabilirler anlattıklarımdan
340.6 Ö1: Ben üstünden geçerim gel
340.7 Hüseyin: (tahtaya geldi) 60 TL lik bir ürün varmış...

Yukarıdaki söylem öbeğinin motivasyon aşamasında görüldüğü gibi soru/problem çözümünde tahtaya kalkmak için gönüllü öğrenci olan Hüseyin'in söylemlerinin *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipini başlattığı söylenebilir. 3 nolu satırdaki Hüseyin'in söyleminden sonra *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipiyle matematiksel söylem oluşumunun yatay aşamalarının da öğretmen ve bir öğrenci arasında oluşacağı anlaşılmaktadır. Bu söylemden daha önce öğretmenin öğrencilere zaman verdiği ile belirlenmiştir (Gözlem notu, 14.02.2018 tarihli Ö1 kodlu öğretmenin 1.dersi). Öğrencilere soru/problem çözmek için zaman verme başka söylem tiplerinde de görülmektedir.

Öğretmen-Öğrenci söylem tipinde zaman verme, bir öğrencinin tahtaya kalkması için verilen süre olarak düşünülebilir. Örneğin 1058 nolu söylem öbeğinde bir öğrencinin *"Öğretmenim sırayla mı gidiyoruz?"* söylemine karşılık Ö5 kodlu öğretmenin *"Yok sırayla gitmiyoruz. Karışık. Önce sorunuzu bir çözün."* söylemiyle cevap verip öğrencilere soru çözümü için zaman verdiği görülmektedir. Ayrıca öğrencilere zaman verirken öğretmenin sınıf aralarında dolaştığı; öğrencilerin çözümlerini kontrol ettiği ve öğrencilere çözümle ilgili çok yavaş sesle birebir dönütler verdiği belirlenmiştir. Böylelikle öğretmen ile bir öğrenci arasında matematiksel söylemler oluşarak daha sonra soru/problem çözümüne geçildiği söylenebilir. Ayrıca soru/problem hakkında konuşarak da soru/problem çözümüne geçildiği görülmüştür. Soru/problemle başlanırken öğretmenin soruyu okuyup yazdığı belirlenmiştir. Öğretmenin soru/problemi yazması ve sonrasında bir öğrencinin matematiksel söyleme katılmasıyla *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin oluştuğu söylenebilir. Ayrıca problemle başlarken öğretmenin öğrencilerin de fikrini alarak soruyu yazdırdığı görülmektedir. Örneğin 357 nolu söylem öbeğinde kesirlerde sadeleştirme ve genişletmeyle ilgili olarak öğretmenin soru/problemi yazarken öğrencilerden fikir aldığı belirlenmiştir. Ö4 kodlu öğretmenin sadeleştirme soralım söylemine karşılık tahtadaki öğrencinin "genişletme istiyorum" söylemiyle öğretmenine cevap vererek kesirlerde genişletme ile ilgili soruyu çözdüğü belirlenmiştir. Bu bağlamda öğretmenin soru/problemle ile başlayarak soru çözümünün nasıl yapılacağına açıklama yaptığı yaptığı söylenebilir. Ayrıca öğretmen problemle başlayarak problemde verilenler ve istenenler hakkında öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasını sağlamaktadır. Problemde istenenler üzerine öğretmen ve bir öğrenci arasında daha çok matematiksel söylemin oluştuğu belirlenmiştir. Problemden istenenler hakkında matematiksel söylemlerin oluşmasının problemin çözülmesine yardımcı olduğu söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1136.1 Demet: Filiz kitabın önce 2/7 sini sonra da 3/35 ünü okuyor. Filiz kitabın kaç sayfasını okumamıştır?
1136.2 Ö4: Okumamıştır. Çiz altını.
1136.3 Ayşenur: Yani kalan.
1136.4 Ö4: Yani kalan dikkat edelim. Sorunun köküne dikkat etmezseniz bulduğunuz cevap şıklarda mutlaka vardır. Evet.
1136.5 Demet: Öğretmenim ıı 2/7 yle 3/35'i toplayacağız. Ama ilk önce genişletme yapacağız çünkü (cümlesini bitirmeden)
1136.6 Ö4: Paydalar aynı değil. Kalk yap tahtada hadi. (Demet tahtaya kalkıyor)

1136 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi, soruda istenilenlere dikkat edilmesine ilişkin matematiksel söylemler oluşmaktadır. Öğretmenin 2 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde "çiz altını" söylemiyle soruda istenilene dikkat edilmesi gerektiğini ifade etmektedir. 4 nolu satırda soruda istenilenlere dikkat etmenin önemli olduğu; edilmezse sorunun yanlış çözüleceğini vurgulamaktadır. Bu bağlamda soruda istenilenlerin önemli olduğu söylenebilir. Soru/problemle başlamaya ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde, soru/problemde istenenlerin vurgulanması gibi verilenlerin de vurgulandığı belirlenmiştir. Örneğin Ö5 kodlu öğretmenin *“Bir sepette 50 tane yumurta vardır. Bu meyvelerin 12 tanesi elma geriye kalanlar ise portakaldır. Buna göre sepetteki meyvelerin yüzde kaçı portakaldır diyor”* söylemiyle sorunda yazılanları tekrar ederek soruda verilenlere daha çok vurgu yapıldığı görülmüştür. Ayrıca problemlerde verilenlerin ve istenenlerin anlaşılması için problemin anlaşılması gerektiğine ilişkin öğretmen ve öğrenci arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Örneğin 1852 nolu bir söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin “*Sorunun ne demek istediğini anlamamız için öncelikle çok çok kitap okumanız lazım. Eğer bir problemi anlamıyorsak çözüm üretemeyiz. Anlamadığımız bir şey için çözüm üretilir mi? Üretemeyiz önce soruyu anlayalım bir yol var yolun uzunluğu belli ve bu yola biz 12 m aralıklarla ağaç dikeceğiz, kaç ağaca ihtiyacımız vardır? peki aralıklar 12 m ise benim yolum kaç m?...”* söyleminde de öğretmenin problemin anlaşılmasına önem verdiği görülmektedir. Ayrıca soru/problemin daha anlaşılır olması amacıyla soruya ilişkin ön bilgileri hatırlatmaya yönelik soru sorulduğu belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1570.1 Ö1: O merkezli daire alanını 64 cm^2 olan karenin kenarlarına teğetmiş. O zaman 64 kimin alanı?

1570.2 Sınıf: Karenin.

1570.3 Ö1: Karenin. Pekala. Şöyle yazalım. Kare alan 64 cm^2. Peki bir karenin alanı nasıl bulur? Herhangi bir karenin alanı?

1570.4 Fuat: Karenin alanını bir kenarıyla diğer kenarının çarpımıyla buluruz.

1570.5 Ö1: Evet. Değil mi?(Tahtadaki kare şeklini göstererek) Bunun içerisinde şey daire çizilmemiş hali. Şu karenin. Bunun alanı 64. (Karenin içini taralı alan haline getirerek işaretliyor) Bu içinin hepsi. Herhangi bir iki kenarının çarpıp değil mi bu alanı bu 64'ü? Kimle kimin çarpımı 64 yapar?

1570.6 Sudem: 8 ile 8'in.

1570.7 Ö1: Harika. 8 ile 8.

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, karenin alanına ilişkin önbilgilerin Sudem’in söylemi ile hatırlatılmaktadır. Buna ilaveten başka söylem öbeklerinde soru/problem çözümünde öğrencilerin önbilgilerini kullanarak çözüme ilişkin plan yapmalarını isteyerek motivasyona ilişkin söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1574.1 Ö1: Mert başla.

1574.2 Mert: Bir bisikletin tekerleri 5 tam tur attığında 12 metre yol almaktadır.

1574.3 *Ö1: Dur not edeyim. (Tahtaya yazıyor) 5 tam tur 12 metreye denk. Tamam.*

1574.4 *Mert: Buna göre bu bisikletin tekerleğinin yarı çapı kaç santimetredir?*

1574.5 *Ö1: Fikri olan (Öğrenciler parmak kaldırır) Fikir veren. Benim fikrim var diyen?*

1574.6 *Ela: Benim de var.*

1574.7 *Ö1: En başta şunu söyliyeyim. Tur sorularında bir çembere tur attırdığınızda bilmemiz gereken temel bilgi neydi? Bilmemiz gereken temel bilgi? Sultan, tur sorularında bir daireye tur attırdığımda temel bilgi neydi ?*

1574.8 *Sultan: Her tur, her tur çemberin çevresine eşitti.*

1574.9 *Ö1: Bir tur çevreye eşitti. Bunu biz hatırlıyor musunuz? Sinem hatırlıyor musun bunu.*

1574.10 *Sinem: Hatırlıyorum.*

1574.11 *Ö1: 1 tur çevreye eşitti. Peki Yarı çapı bulmak için nasıl bir planınız var? Yarı çapı bulmak için önce bir plan kurmalıyım sonra atlamam lazım soruya. Yarı çap bana nerden gelebilir? Melisa?*

1574.12 *Melisa: Bir turu bulup onun yarı çapını buluruz.*

1574.13 *Ö1: Bir turu bulursam, bir turu bulursan neyi de bulmuş olursun?*

1574.14 *Melisa: Kaç metre gittiğimi. (sınıftan sesler yükselir)*

1574.15 *Ö1: Tamam ama.*

1574.16 *Sınıf: Çevreyi.*

Yukarıdaki söylem öbeğinde öğretmen ve bir öğrenci arasında soru çözümüne ilişkin plan yapmaya yönellik söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Aslında çözüm için aslında yapılması gerekenlerin açıklandığı söylenebilir. Çözüm için yapılması gerekenler açıklanırken adım adım çözüm yolunun planlandığı görülmüştür. Adım adım yapılması gerekenlerin belli bir sıraya konulduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda soru/problemle başlarken sorunun anlaşılması ve çözülmesi için plan yapıldığı söylenebilir.

Sorunun anlaşılması ve çözülmesi için yapılmasına gerekenlerin açıklanmasına rağmen bazen öğrencilerin soruda anlaşılmayan bir yeri sorarak söylem öbeğini başlattığı görülmüştür. Örneğin 4x+3x+1=2x+6 denkleminin çözümünün anlaşılması için bir öğrencinin ve öğretmen arasında söylem öbeğini başlatmaya yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

40.1 *Batu: İki tane x var, ikisini atabiliyor muyuz?*

40.2 *Ö1: Bir kere Batucum, x leri solda mı toplamak daha mantıklı sence? Sağda mı?*

40.3 *Batu: Solda.*

40.4 *Ö1: Solda değil mi? İki terim orada hazır duruyor?*

40 nolu *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde görüldüğü gibi, denklemin anlaşılması için Batu' nun 1 nolu satırdaki matematiksel söyleminde denklemin sol tarafında 2 tane bilinmeyen cebirsel ifadenin aynı anda karşı tarafa geçip geçmeyeceği sorulmaktadır. Batu'nun soru sormasıyla söylem öbeğinin başladığı söylenebilir. Ancak bazı *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipindeki söylem öbeklerinde, öğretmenin de anlaşılmayan yerin olup olmadığını öğrencilere sorduğu görülmüştür. Öğretmenin soru/problem hakkında anlaşılmayan yeri öğrencilere sorduğu söylem öbeklerinde bir kaç öğrencinin problemi/soruyu yapamadığı gözlenmiştir (Gözlem notu, 13.12.2016 tarihli Ö2 kodlu öğretmenin 1.dersi). Örneğin 113 nolu söylem öbeğinde, Ö2 kodlu öğretmenin *"Kesrin kesir kadarını nasıl yapıyorduk, Hazal söyler misin?"* ya da aynı söylem öbeğinde farklı bir öğrenciye yönelerek "Ceren sen nasıl yaptın" şeklindeki söylemleriyle soru/problem hakkında anlaşılmayanları ortaya çıkarmak için öğrencilere sorduğu görülmüştür. Öğretmenin, Hazal ya da Ceren arasındaki matematiksel söylemlerde başka bir öğrencinin destekleyici veya reddedici söylemleri bulunmamaktadır. Bu bağlamda soru/problem hakkında anlaşılmayan yerlerin öğretmen ve bir öğrenci arasında açıklandığı söylenebilir. Ayrıca bazı söylem öbeklerinde de öğrencilerin soruyla ilgili yapılamayan bir yeri sorarak diğer söylemleri başlattığı söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

368.1 Emre: Öğretmenim
368.2 Ö5: Efendim
368.3 Emre: Ben bir kesrin en sade halini bulmakta zorlanıyorum.
368.4 Ö5: Neden zorlanıyorsun?
368.5 Emre: Mesela 27/36 kesri
368.6 Ö5: 27/36 evet.
368.7 Emre: Bunu kaça bölebilirim diye düşünüyorum ama parmaklarımla yapamıyorum.
368.8 Ö5: Parmaklarını bırak şimdi 27 ve 36 hangi sayının katı. Çarpım tablosunu düşün...

Emre ile öğretmen arasında gerçekleşen yukarıdaki matematiksel söylemlerden beşinci sınıf öğrencisi olan Emre'nin kesirlerde sadeleştirme işlemini yapmak için bölme işleminde zorluk çektiği anlaşılmaktadır. Öğretmenin 8 nolu satırdaki matematiksel söylemi incelendiğinde Emre'ye soru sorarak matematiksel düşünceleri açıklanma aşamasına geçildiği söylenebilir. Emre'nin soru sormasıyla başlayan bu söylem öbeğinin, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikirlere ulaşma aşamalarında da Emre ve öğretmen arasında matematiksel söylemlerin oluşacağı anlaşılmaktadır. Beşinci sınıf öğrencisi olan Emre'nin kesirlerde sadeleştirmeyle ilgili soruyu yapamaması üzerine *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin oluştuğu söylenebilir. Buna ilaveten beşinci sınıflarda derse giren başka bir öğretmene (Ö4 kodlu) basit kesir ile tam sayının toplanılmasına ilişkin birden çok anlaşılmayan yerin sorulduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin peş peşe dört tane oluştuğu söylenebilir (788,789,790 ve 791 nolu söylem öbekleri). Soruda anlaşılmayan yerin sorulmasında bir başka örnek de arkadaşının çözüm yolunu anlamayan öğrenci ile öğretmen arasındaki matematiksel söylemlerdir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

817.1 Ö5: Efendim Mehmet Can

817.2 Mehmet Can: Öğretmenim orada neden 11le 5'i topladık?

817.3 Ö5: Mehmetciğim şimdi $7\frac{5}{11}$ *yerine arkadaşın şöyle yaptı. Iı 1 tam artı 6 tam 5/11 yazdı. Yazabilir miyim onun yerine?*

817.4 Mehmet Can: Evet.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, Mehmet Can'ın arkadaşının çözüm yolunu anlamaması üzerine matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Motivasyon aşamasındaki bu söylemlerden daha sonra, Ö5 kodlu öğretmen ile Mehmet Can arasında gerekçelerle birlikte çözüm yolunu açıklanmasına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir (Gözlem notu, 08.03.2017 tarihli Ö5 kodlu öğretmenin 1.dersi). Ayrıca sorunun anlaşılmasına yönelik öğrencilerin soru sormasına yönelik diğer söylem öbekleri incelendiğinde, öğrencilerin çözüm yolunu anlayıp varsayıma dayalı soru sordukları da görülmüştür. Öğrencilerin ".. olsaydı, nasıl olurdu?" söz kalıbıyla söylem öbeğini başlattığı görülmektedir. Buna ilaveten öğretmenin de varsayıma sayalı soru sorarak da *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipini başlattığı belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1451.1 Ö3: Peki ben bişey soracağım size, taralı bölgenin çevresi deseydi (soruda alanı sorulmuştu) Evet taralı bölgenin çevresi denilseydi ne yapacaktık ben sonuç istemiyorum sadece bana ne yapardık onu anlatın sonuç şudur istemiyorum. Sadece şunu yapardık bunu burdan da bu şekilde bulurduk gibi tamam mı (sınıfta öğrenciler söz hakkı için parmak kaldırır)

1451.2 Zeynep: Çemberin çevresini bulurdum sonrada karenin çevresini bulurdum toplardım.

1451.3 Ö3: haa (onaylayarak) göstersene neresi olurdu çizerek bir gösterir misin?

Yukarıdaki söylem öbeğinin motivasyon aşamasına yönelik söylemlerden görüldüğü gibi, öğretmenin soruya ilişkin varsayıma dayalı bir soru sorması üzerine *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin başlamaktadır. Zeynep'in bu söylemlerinden sonra tahtaya gelerek taralı bölgenin çevresini gösterdiği ve nasıl yapılacağına ilişkin matematiksel söylemlerinin oluştuğu belirlenmişitir. (Gözlem notu, 04.04.2017 tarihli Ö3 kodlu öğretmenin 1.dersi).

Sorunun anlaşılmasına yönelik öğrencilerin yaptığı kendi yanlışı öğretmene sorması ile *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin başladığı belirlenmiştir. Öğretmenin *"... gel hatanı beraber bulalım."* gibi söylemlere soru/problem çözümüne ilişkin söylemlerin başladığı belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin öğrenmekte zorluk çektiği konulara ilişkin anlamadığı daha çok sorduğu belirlenmiştir. Örneğin 6275 milimetrenin metreye çevrilmesinin anlaşılmamasına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1838.1 Orhan: Öğretmenim ben anlamadım.

1838.2 Ö4: Dinle beni anlayacaksın.

1838.3 Orhan: Tamam bu sayıyı 1000'e bölmem lazım. Bu sayının virgülü şu 5'in yanında gizli tamam mı? 1000'e böldüğüm zaman virgül sola doğru gider. Tamımızın küçülmesi lazım 1 2 3 kez virgül kaydığında, (Orhan'a bakıyor) Peki Orhan şunu yapamaz mısın 6275 bu sayıyı 1000'e böleceğim. Bu sayının ondalığını yazamazmısın sen (öğrt. Tahtaya 6275/1000 yazdı).

1838.4 Orhan: Yazarım da

1838.5 Ö4: Evet

1838.6 Orhan: Yazarım (Orhan tahtaya geliyor)

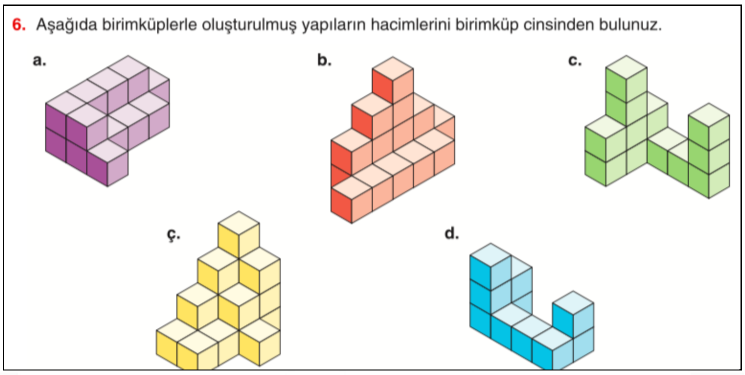
1838.7 Ö4: Yaz virgül kullanarak yazacaksın sayıyı 1000'e böleceksin (rasyonel olarak yazılan sayının ondalık gösterime çevrilmesini istiyor). yazarım demedin mi

1838.8 Orhan: Yazamıyorum.

1838.9 Ö4:1000'e böleceğiz virgülü 3 basamak sola doğru kayarsak 6,275 olur bak 3 kere geldim 1000'e böldüm.

1838.10 Orhan: Tamam hocam.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüdüğü üzere, uzunluk ölçüsünü birbirine çevirirken ondalık gösterimle bölme işlemini yapamadığı için anlamadığını sorduğu görülmektedir. Bu dersten sonra öğretmen ile de yapılan görüşmede Ö4 kodlu öğretmenin *"Çocukların anlamaması normal, ondalık gösterimle çarpma ve bölme işlemini altıncı sınıflarda görecekler, o nedenle bu derste anlamadığını çok soran oldu"* söylemiyle beşinci sınıftaki öğrencilerin uzunluk ölçülerini çevirirken karşılaştığı zorluğu dile getirmiştir (Görüşme notu, 03.05.2017, Ö4 kodlu öğretmenin 1.dersi). Ayrıca bazı soru tiplerinde öğrencilerin soruyla ilgili anlaşılamayan yerleri daha çok sorduğu görülmüştür. Örneğin altıncı sınıf ders kitabında (Aydın ve Gündoğdu, 2014) yer alan aşağıdaki soruya ilişkin farklı söylem öbeklerinde (1909, 1910, 1911) öğrencilerin soruyla ilgili anlamadıklarını sorarak *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipini başlattığı görülmüştür.



Şekil 23. Öğretmen-Öğrenci söylem tipinde çözülen sorulara örnek

Şekil 23'te yer alan soruya ilişkin öğrencilerin "öğretmenim ben bunu anlamadım", "bunların nasıl sayılacağını bilmiyorum" vb. sorularla anlamadıklarını sordukları görülmüştür. Ayrıca *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipine yönelik öğrencilerden ödev olarak verilip yapılamayan ya da anlaşılmayan sorular üzerine öğretmenle bir öğrenci arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin 1785 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmenin "*Çocuklar burda yapamadığınız anlamadığınız soru falan var mı?"* söylemiyle ödev olarak verilen sorulardan hangilerinin yapılamadığını öğrencilere sorduğu görülmektedir. Bir öğrencinin soruyu yapamadığını ifade etmesinden sonra sınıftan *"yaptım, yapamadım"* şeklinde karışık söylemlerin de geldiği görülmektedir. Bunun üzerine öğretmenin *"Ama bak şu anda yapamadığım diye düşünmeyin, bir durun neyi yapamadınız, anlaşılmayacak şey yok ki "* söylemleri öğrencileri motive ettiği söylenebilir.

Öğrencilerin soruyu anlamaları için motivasyon aşamasında soru çözmek için sorulan soru dışında yapılması gerekenlerin dile getirildiği görülmüştür. Örneğin öğrencilerin daha çok çalışarak soru/problem çözümünün üstesinden gelebileceğine yönelik öğretmeninin motivasyon söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Ancak *Öğretmen* söylem tipinde motivasyon aşamasında da görülen daha çok çalışmanın ya da bol soru çözümüne ilişkin söylemlerin, *Öğretmen-Öğrenci* tipinde daha farklı halde olduğu söylenebilir. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde, öğretmenin sadece tahtaya kalkan ya da söz alan bir öğrenciyi motive ettiği söylenebilir. Örneğin Ö5 kodlu öğretmenin *"Neleri eşit değil bunların? Ee paydalarını eşitlesene Bu sene çalışmıyorsun herhalde birinci dönemki gibi değilsin (Elanur işlemin sonucunu 5 tam 1/18 olarak bulur) Tamam bu kadar yapacaksın. Niye o kadar bekledin de yapmadın."* söylemiyle öğretmenin sadece tahtada işlemi yapmaya çalışan öğrenciyi motive ettiği söylenebilir. Dolayısıyla *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde öğretmenin öğrencileri bireysel olarak motive ederek yapılması gerekenleri ifade ettiği söylenebilir. Ayrıca motivasyon aşamasında sınavda çıkacak ya da daha sonraki yıllarda karşılarına çıkabilecek sorular üzerinde de konuşularak diğer söylemlerin başlatıldığı görülmektedir. Benzer şekilde *Öğretmen* söylem tipinden farklı bu söylem tipine yönelik sınavda çıkacak soruları önce öğrencilerin sorduğu gözlenmiştir (Gözlem notu, 07.12.2016 tarihli Ö6 kodlu öğretmenin 1.dersi). Öğrencilerin sınavda çıkacak/çıkmış sorularla ilgili çözüm yollarını sorması üzerine *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde soru/problem çözümünü başladığı söylenebilir. Örneğin Ö5 kodlu öğretmenin matematik sınavı yapmasından daha sonra öğrencilerin sınavdaki çözümlerine ilişkin puanlamayı öğretmene sordukları belirlenmiştir. Bu bağlamda 1364, 1365, 1366, 1367, 1368, 1369 söylem öbeklerinin motivasyon aşamasındaki söylemler incelendiğinde öğrencilerin matematik sınavından kaç puan alacaklarını merak ederek sınavla ilgili soru sordukları belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1365.1 Ö5: Evet başka sorusu olan?
1365.2 Meral: Öğretmenim ben kesir, ııı
1365.3 Ö5: Evet.
1365.4 Meral: Ben onu kesirle yaptım acaba eksik mi verirsiniz yoksa tam mı?
1365.5 Ö5: Hayır, Berat'ı bulursun, Kutayı'ı bulursun dedim. Toplar çıkartırsın Zeynep'i bulursun. Ya da Berat ile Kutay ile ilgili kesri toplarsın. Bütünden 24/24 ten çıkartırsın 7/24 kalır.
1365.6 Meral: Evet öyle yaptım.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğrencinin sınavdaki kendi çözümünü sorarak kaç puan alacağını merak ettiği görülmektedir. Buna ilaveten 1367 nolu söylem öbeğinde "*Öğretmenim parantez içinde işlemler vardı ya ben orada ben orada toplamayı yaptım çıkarmayı unuttum. Oradan kaç puan kırarsınız?*" söyleminden sonra öğretmen ile bu soruyu soran öğrenci arasında matematiksel düşüncelerin açıklandığı görülmüştür.

4. 3. 3. 2. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylemler

Öğretmen-Öğrenci tipindeki soru/ problemlerin çözümü kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemlerin öğretmen ve bir öğrenci arasında oluştuğu belirlenmiştir. Soru/ problemlerin çözümü kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 38'de gösterilmiştir.

Tablo 38. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Soru/ Problem Çözümü	Nedensel-niçinli açıklama	167	Çünkü yay ve açı birbirine baktığı için birbirine eşit oluyor.
	Yapılması gerekenleri açıklama	69	Kalan yolun. Ne kadar yolu kaldığını bulmak için ne yapacağım?
	Adım adım yapma	100	... Bulduktan sonra yarısını aldım.
	İşlem düzeni/İşlem rutini	106	Şu soruyu bir daha buraya yazmana hiç gerek yok, aynı sayıları burada yazdın, yaptın. Niye burada bir daha yaptın?
	Bilinen bir sayı/ işlem koyma	9	Bakın hiçbir şey yapamadığınız zaman kesirlerin üzerine çarpı koyun bildiğiniz sayıları yazın.
	Kuralı hatırlatma/ karıştırma/doğrudan verme	86	İkinciyi ters çevirip çarpıyorduk. 2/5 si yaz çarpı 10/4
	Somutlaştırma	17	Ben burada şekil çizmiştim size, modelleme yapmıştım
	Benzer soru ile açıklama	25	Buna benzer ıı nerde çözmüştük, biz paralel kenarda mı?
	Deneme-yanılma-uygulama	23	Bu ikisini toplayarak buldum, sonra..
	Çözümdeki esnekliği ifade etme	42	İstediğin gibi yap, ister tam sayıya çevir, ister çevirme. Şimdi toplamada şey olmaz.
	Kişiselleştirme-analoji kullanma	13	Kesirlerin şişmanlatılması ve zayıflatılması…
	Aynı anlama gelen ifade kullanma	26	Yani boşluk kalmayacak bir şekilde doldurulduğu zaman içi kaç tane birim küp alır?

Tablo 38'de matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergeler incelendiğinde, nedensel-niçinli açıklamalara ilişkin matematiksel söylemlerin oldukça çok olduğu görülmektedir. Soru/problem çözümünde öğrencilerin çözüm yoluna ilişkin "Neden....yapıyoruz? Niçin...... yaptık" içeren söylemlerle öğretmene soru sorduğu belirlenmiştir. Öğretmen ve bir öğrenci arasında geçen matematiksel söylemlerle nedensel açıklamaların yapıldığı görülmüştür. Örneğin matematiksel zemini kesirlerle soru çözmeyle ilgili olan 366 nolu söylem öbeğinde Zeki'nin *"Neden genişletmede ve sadeleştirmede tama ellemiyoruz?"* sorusuna ilişkin öğretmen ile Zeki arasında nedensel ve karşılaştırmalı söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin nedensel açıklama yaparken gerekçeye dayanan açıklamalar yaptığı belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1455.3 *Eren: (tahtaya gelir) öğretmenim ben şöyle yaptım, x dedim çapına*

1455.4 *Ö3: Bence r de, yarı çapla alakalı mesela şöyle, çapına ne deriz burda?*

1445.5 *Eren: Büyük r*

1455.6 *Ö3: r de, 2r diyelim çapı*

1455.7 *Eren: O zaman şurası 2r olmuyor mu? (dikdörtgenin kısa kenarına yazarak) şurası 2r ise şurası da 2r oluyor (diğer çemberin çapına yazarak)*

Şurası 2r ise şurası da 2r olmayacak mı (dikdörtgenin diğer kısa kenarına yazarak)

1455.8 *Ö3: Evet.*

1455.9 *Eren: Burası toplamda 4r olacak.*

1455.10 *Ö3: 4r evet.*

1455.11 *Eren: O zaman burası da 4r olacak.*

1455.12 *Ö3: Evet.*

1455.13 *Eren: Ondan sonra bunun tüm değerinin toplamı kaç eder 12r*

1455.14 *Ö3:12r eşittir 48*

1455.15 *Eren: Bir tane r =4 oluyor.*

1455.16 *Ö3: Evet 4 cm.*

1455.17 *Eren: Bize burda dairenin alanını soruyor.*

1455.18 *Ö3: Biz burda r bulup neyi bulmuş olduk aynı zamanda?*

1455.19 *Eren: Yarı çapı.*

1455.20 *Ö3: Yarı çapı bulmuş olduk bize bir dairenin alanını soruyor yani*

1455.21 *Eren: O zaman pr kare*

1455.22 *Ö3: Pi yi 3 vermiş evet.*

1455.23 *Eren: ıı alan bulacağım.*

Yukarıdaki söylem öbeğinde, Eren çözüm yoluna ilişkin matematiksel düşüncelerini açıklarken nedensel açıklamalar yapmaktadır. Ayrıca Eren'in bu nedensel açıklamalarını da bir gerekçeye dayandırdığı söylenebilir. Örneğin Eren'in 7 nolu satırdaki matematiksel söylemleri incelendiğinde, *"Burası da 2r ise, şurası da 2r olmaz mı?"* söylemiyle "ise" bağlacını kullanarak düşüncesini gerekçeye dayandırarak açıklama yaptığı söylenebilir. Öğretmenin söylemlerinde ise daha çok "evet" şeklinde onaylayıcı söylemlerinin olduğu görülmüştür. Nedensel ve niçinli açıklamaya ilişkin diğer söylem öbeklerinde de öğrencilerin açıklayıcı; öğretmenin onaylayıcı söylemlerinin olduğu belirlenmiştir (Bkz. Ek

10.3.3.2: 1223 nolu söylem öbeği). Bu bağlamda nedensel-niçinli açıklamalarla matematiksel düşüncelerin açıklandığı görülmektedir.

Matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik bir diğer söylem göstergesi de soruya ilişkin yapılması gerekenlerin açıklanmasıdır. Bu göstergeye ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde, "...yı bulmak için ...yapmalıyım" söz kalıbının sıklıkla kullanıldığı belirlenmiştir. Soruya ilişkin yapılması gerekenlerin açıklandığı gibi bazen de yapılması gerekenleri sıraya koyarak adım adım soru/problem çözüm sürecinin açıklandığı belirlenmiştir. Örneğin (18xa)-88=200 sorusu üzerine tahtaya kalkan Kuzey'in soruya ilişkin işlem yolunu açıklamasına ilişkin matematiksel söylemleri aşağıda yer almaktadır.

81.2	*Kuzey: Öğretmenim, bunu bulmak için, öncelikle bakıyoruz ki, 325. Bu hani bölme işleminde verilmeyen kişiyi bulma gibi bir şey. Önce 325, 25'e böleceğim.*
81.3	*Ö4: Yani parantezin içini bir bütün mü düşündün?*
81.4	*Kuzey: Evet öğretmenim, ondan sonra geçeçeğim paranteze*
81.5	*Ö4: Güzel, aferin. Ama şurası çok karışık bir silelim orayı. Arkadaşınız dedi ki, ben dedi önce bölme işleminde verilmeyeni bulma gibi düşünerek parantez içindeki işlemin tamamını bulacağım. Yani 325, 25'e bölerek, parantezde, kaç olmalıdır diye bölerek buluyorum.*
81.6	*Kuzey: Yani parantezli işlem, bir bütün olarak 13'müş. 17'den 13'ü çıkaracağım. 4, sağlamasını da yaparsak zaten çıkıyor.*

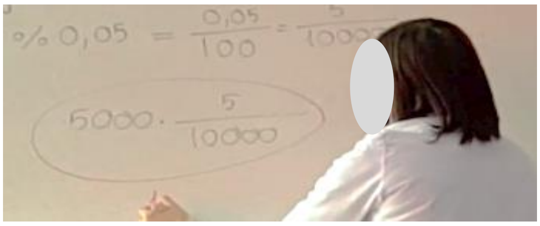
81 nolu söylem öbeğinde, tahtaya kalkan Kuzey'in soruya ilişkin işlem yolundan bahsettiği görülmüştür. Kuzey'in 2 ve 4 nolu satırlardaki matematiksel söylemleri incelendiğinde, Kuzey'in soruya ilişkin yapılacak işlemleri belirleyerek sıraya koyup adım adım yapacağı görülmektir. Kuzey'in matematiksel söylemleri incelendiğinde "önce" "öncelikle" gibi ifadeleri kullanması göze çarpmaktadır. Benzer şekilde çözümün adım adım yapılmasına ilişkin diğer söylem öbeklerinde de "önce.....bulacağım; sonra... yapacağım" gibi söz kalıbının sıklıkla kullanıldığı görülmüştür (Bkz. Ek 10.3.3.2: 130 nolu söylem öbeği). Soru/problem çözümünün adım adım yapılmasına ilişkin başka matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

645.20	*Berrin: İlk önce 500'le on binde beş oluyor galiba*
645.21	*Ö3: Şöyle isterseniz önce onu yapalım % 0,05 kime eşittir (tahtaya 0,05/100 yazdı) evet küsürattan kurtarayım virgülden kurtarmak için kaçla genişletmem lazım*
645.22	*Berrin:100*

645.23 Ö3: 100'le. 100 genişletirsem burası beş (pay kısmına yazarak) aşağısı ne olur on bin (berrin de tekrar ederek). O zaman?

645.24 Berrin: 5 ıııı..... 5000 çarpı 5/10000. Bir de günlük oluyor bu, 23 günlüğü sorduğu için

645.25 Ö3: Şunu çocuklar şu nedir şu?



645.26 Berin: 1 günlük

645.27 Ö3: Şu 1 günlük getirdiği faiz

645.28 Berrin: 23'le de direkt çarparım

645.29 Ö3: Çarpı 23 yaparsak 23 günlük faiz miktarını bulmuş olurum. Bakıyorum şimdi kaç çıkacak acaba 1,2,3,0 götürdüm şöyle (paydadan) bu küsüratlı çıkıyor galiba

645.30 Fuat: 25/11 çıkıyor

645.31 Ö3: Şurayı 5'e böldüm bir. (paya yazarak) 52'ye böldüm 2 (paydaya yazarak) ne oldu şöyle 5 kere 3 15. 5 kere 2 10.; 11 115/ 2.
o da nedir? 5 kere 2 10; 7 kere 2 14 (sesli düşünerek) 57,5 değil mi?

645.32 Gamze: Hani 0 ları götürdük 5 de mi sadeleştirdik

645.33 Ö3: hıhı şurda 10'la 5'i de sadeleştirdim 5'e böldüm 2'sini

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi Berrin'in ilk satırdaki söyleminde problemin adım adım yapılacağı anlaşılmaktadır. Daha sonraki satırda öğretmenin de söylemiyle adım adım yapmaya yönelik söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Ayrıca $\frac{5000.5}{100.23}$ sayısında bölme işlemi yaparken çarpma ve bölme işlemlerini sesli bir şekilde dile getirmektedir. Diğer söylem öbeklerinde de işlem yapmaya ilişkin söylemler işlem rutini olarak düşünülmüştür. Bu bağlamda öğretmen gerekli sadeleştirmeleri yapmak için bu söylem öbeğinde de işlem rutini yapmaktadır. Öğretmenin 25, 29 ve 31 nolu satırlarında işlem rutinin daha çok ön plana çıktığı söylenebilir. Öğretmen işlem rutini yaparken bir öğrenciden cevap alarak rasyonel sayılarla bölme işleminde sadeleştirme yapmaktadır.

Öğretmen-Öğrenci söylem tipinde soru/problem çözümünde işlem rutinin oldukça fazla olduğu söylenebilir. Buna ilaveten sayıların da peş peşe sıralanmasına ilişkin soru/problem çözümleri de işlem rutini kapsamında değerlendirilmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

851.3 Ö6: Sen bize şimdi -5 ile +3 arasındaki sayıları bir söyle bakalım.

851.4 Zeynep: Eksi 4

851.5 Ö6: Eksi dört

851.6 Zeynep: Eksi 3

851.7 Ö6: Eksi 3

851.8 Zeynep: Eksi 2

851.9 Ö6: Eksi 2.

851.10 Zeynep: Eksi bir

851.11 Ö6: Evet

851.12 Zeynep: Sıfır, Artı bir.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, işlem rutininde olduğu gibi rutin bir şekilde -5 ile +3 arasındaki sayıları Zeynep'in söylediği görülmektedir. Ayrıca işlem rutini ile işlem yolunun iç içe olduğu belirlenmiştir. Benzer şekilde diğer söylem öbeklerinde de işlem rutini yapılırken aynı zamanda işlem yolu da açıklanmaktadır. Aslında işlem rutinin işlem yolunu açıklamak için yapıldığı söylenebilir (Bkz. Ek 10.3.3.2: 837 nolu söylem öbeği). Ayrıca işlem yolu açıklanırken problemde yer alan sayılardan farklı sayılar (öğrencilerin daha önce bildikleri) koyulmaktadır. Bilinen sayılarla öğrencilerin hangi işlemi yapacağının fark edilmesinin amaçlanmakteadır. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1143.3 Ö4: Bak kesir söylemiyorum soruyu normal bildiğin sayılardan söylüyorum. 2 tam yani 2 tane yedi kardeşi bir dilim yedi. Meltem kardeşinden ne kadar fazla yemiştir sorusunun cevabını bulurken toplama mı yapıyoruz çıkarma mı?

1143.4 Hale: Öğretmenim çıkarma.

1143.5 Ö4: Çıkarma yapıyoruz. O yüzden kesirleri de ($\frac{3}{5}$ -$\frac{1}{10}$ işleminden bahsediyor) çıkardık. Eğer ıı hangi işlemi yapacağınıza karar veremiyorsanız, kesirlerin üzerine çarpı koyun bildiğiniz sayıları yazın. Meltem 10 dilim yesin kardeşi de 3 dilim yesin. Ondan ne kadar fazla yemiştir? 7 dilim fazla yemiştir. Hangi işlemle yaptım çıkarma. O yüzden Meltem'in yediği kesirden kardeşinin yediği kesri çıkarmam gerekiyor.

Yukarıdaki söylem öbeğinde kesirlerle çıkarmanın sezdirilmesi için öğretmenin problemde verilen sayılar yerine doğal sayıları kullandığı görülmektedir. Bu bağlamda kesirlere çıkarma işleminin beşinci sınıf seviyesine uygun olacak şekilde basite indirgendiği söylenebilir. Ayrıca 573, 574 nolu söylem öbeklerinde de Ö6 kodlu öğretmenin sorudan farklı bir sayı koyarak ondalık gösterimle işlemleri basite indirgediği görülmüştür. Örneğin “48 doğal sayısı 0,005 ondalık kesrinin kaç katıdır?” sorusuna ilişkin “48 sayısı 6 nın kaç katıdır” söylemiyle ondalık gösterimle hangi işlem yaptırılacağı sezdirmektedir. Sonrasında da işlem rutini yapılarak matematiksel düşünceler açıklanmaktadır. Buna ilaveten işlem rutinine ilişkin söylemlerin tek başına oluşabildiği Tablo 39’da gösterilen tüm söylem göstergeleriyle içe içe daha çok oluştuğu belirmiştir. Öğretmen ve bir öğrenci arasında matematiksel düşünceler açıklanırken işlem rutine ilaveten işlem düzeniyle de ilgili matematiksel söylemler oluşmaktadır. Bu söylemler tahtada işlem yapan öğrenci ve öğretmen arasında daha çok oluşmaktadır. Öğretmenin diğer öğrencilerin hata yapmaması için işlemlerin sade ve anlaşılır yazılması gerektiğine ilişkin söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Örneğin Ö6 kodlu öğretmenin 323 nolu söylem öbeğinde, *“Çocuklar, mantık olarak eşittir eşittir yazıyorsunuz ama baştaki ile sondaki eşittir oluyor ama aralarındaki işlemler eşit olmuyor, matematiksel bir hatadır o. Onun için alt alta geçe geçe yapın ki, doğru olsun. Bak mesela yapıyorsunuz...”* şeklindeki ifadesiyle işlem düzeni için öğrencileri uyardığı görülmüştür. İşlem düzenine ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde de “işlemleri alt alta yapma” gibi söylemlerin sıklıkla oluştuğu görülmüştür. Ayrıca birimlerin yazımı, işaretlerin doğru yerde kullanılması gibi söylemlerin de oluştuğu belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.3.3.2: 1137 ve 1783 nolu söylem öbekleri). Böylelikle gözlem yapılan tüm öğretmenlerin derslerinde işlem düzenin vurguladığı bir çok söylem öbeği belirlenmiştir. Ancak çok az sayıdaki söylem öbeğinde, öğrencilerin işlem düzenine ilişkin öğretmenleri uyarıda bulundukları görülmüştür. Öğretmenin işlem yaparken işlem düzeninde unuttuğu ya da yazmadığı bir ifadeyi bir öğrencinin dile getirdiği görülmüştür. Örneğin 196 nolu söylem öbeğinde, eşittir işaretinin konulmadığını dile getiren Ayşe ile öğretmen arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Bu bağlamda işlem düzenine ilişkin matematiksel açıklamaların olduğu söylenebilir.

Soru/problem çözümü için matematiksel düşünceler açıklamaya yönelik bir diğer söylem göstergesi kuraların karıştırılması, hatırlanması ya da açıklanması ile ilgilidir. Bu kuralların soru/problem çözümü için bilinmesi gereken temel kurallar veya pratik yapmak amacıyla sonradan oluşturulmuş kurallar olduğu söylenebilir**.** Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında öğrencilerin kuralı karıştırdıkları ve öğretmene kuralla ilgili soru sordukları görülmüştür. Örneğin kesirlerde bölme işlemine ilişkin kuralın çarpmayla karıştırılmasına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

201.9	*Sevgi: Hocam ters çevireceğiz çevirmeceğiz, çarpma diyorsunuz burada çevirerek oluyor işlem.*
201.10	*Ö6: Sevgi çarpmayla bölmeyi karıştırdın galiba çarpmada yan yana sayıları çarpıyorsun.*

*201.11	Sevgi: Tamam.*

*201.12	Ö6: ee bölme işleminde ters çeviriyorsun sadece*

*201.13	Sevgi: İyi de bölmeyi çarpmaya çevirirken şey ters çevirmiyor muyuz?*

*201.14	Ö6: Evet ama çarpma zaten çarpma.*

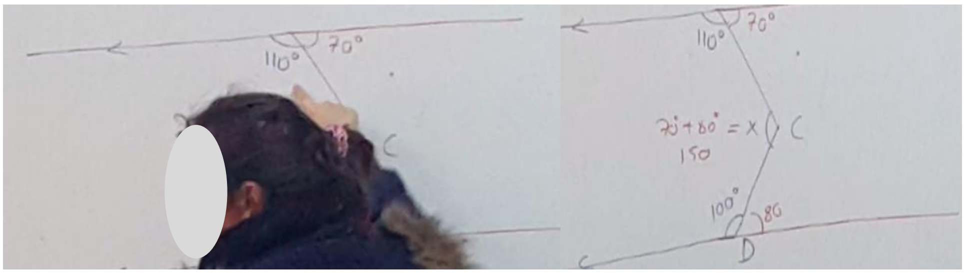
*201.15	Sevgi: Tamam işte çarpmada işte orada ters çevirmedik.*

*201.16	Ö6: Çevirmiyoruz çarpmada bölmede çeviriyoruz.*

*201.17	Sevgi: Tamam işte (tahtaya öğretmenin yanına gelip kontrol ettiriyor)*

201 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi, Sevgi’nin kesirlerle bölme işlemi ile ilgili kuralı çarpmayla karıştırdığı görülmektedir. Öğretmenin 10 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde Sevgi’nin kuralı karıştırdığı ve çarpmada nasıl olması gerektiğine ilişkin açıklamasının olduğu görülmektedir. Sevgi’nin 15 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde bölme işleminin çarpma haline geldikten sonra çarpmada da ikinci kesrin ters çevrileceğini düşündüğü söylenebilir. Buna ilaveten Ö2 kodlu öğretmenin dersinde ve 710 nolu söylem öbeğinde, bir öğrencinin *“Öğretmenim Iı burda ıı Zühreyle demin onu konuştuk da öğretmenim mesela ıı eksi 7 eksi eksi 12. Mesela öğretmenim bunu çevirecek miyiz yoksa hepsi eksi olduğu için çevirmeyecek miyiz?”* sorusu ile tam sayılarda çıkarma yaparken kuralla ilgili bir soru sorduğu görülmüştür. Benzer şekilde kuralların karıştırılmasına ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde öğrencilerin kuralları anlamak için matematiksel kavramı, işlemi anlamaya yönelik sorular sorduğu görülmüştür (Bkz. Ek 10.3.3.2: 1125 ve 818 nolu söylem öbekleri). Bu bağlamda öğrencilerin kavramsal öğrenemediği için kurallları karıştırdığı söylenebilir. Ayrıca soru çözümünde sonradan oluşturulmuş (öğretmen ve öğrenciler arasındaki özel kurallar) kurallların karıştırıldığı belirlenmiştir. Örneğin geometri öğrenme alanında doğruda açılarda “Z kuralı, M kuralı, Kalem ucu kuralı” gibi pratik yapmaya yönelik kurallar oluşturulmuştur. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

*1022.4	Ayça: (Tahtaya kalktı, soru üzerinde göstermeye başladı)*



Şuraya şuranın (110 derece ile 100 dereceyi gösteriyor) açısı buraya mı (x’i gösteriyor) eşit oluyor, yoksa burayla buranın (70 derece ve 80 dereceyi gösteriyor) oluyor mu?

*1022.5	Ö3: Hayır orayla ora olmaz zaten.*

1022.6 *Suat: Ama burayla bura oluyor.*

1022.7 *Emre: 210 olur ama hocam.*

1022.8 *Ö3: 210 diğer tarafın diğer tarafın.*

1022.9 *Ayça: Bunun tersi mi ?*

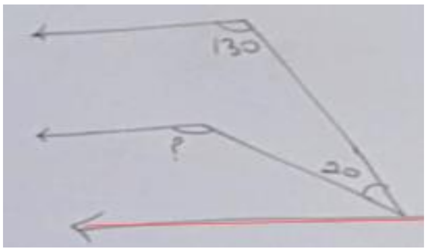
1022.10 *Ö3: Tersi evet.*

Yukarıdaki söylem öbeğinde sonradan oluşturulmuş kuralların karıştırılmasına ilişkin matematiksel söylemler yer almaktadır. Bu söylem öbeğinden önceki söylem öbeklerinde “Z kuralı, M kuralı, Kalem ucu kuralı” kurallarının uygulandığı soruların çözüldüğü belirlenmiştir. Bu bağlamda soru çözümünde pratik yapmak için bu kuralların oluşturulduğu söylenebilir. Ancak Ayça’nın bu soruda hangi kuralı uygulayacağını karıştırdığı görülmektedir. Ayça’nın kuralı karıştırmasında birden çok kuralın bir arada olmasının etkili olduğu söylenebilir. Kuralların karıştırılmasına yönelik diğer söylem öbeklerinde soru çözümü için öğretmen ile öğrenci arasında oluşturulmuş analojilerin karıştırıldığı için kuralın karıştırıldığı belirlenmiştir. Örneğin doğruda açıların hesaplanmasına ilişkin *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1237.3 *Selçuk: Hocam hani siz demiştiniz ya böyle sorularda. Hani şey kırık şeye çizmek yok.*

1237.4 *Ö1: Evet.*

1237.5 *Selçuk: Onu nasıl çizdiniz o altta?*



Ben onu hep karıştırıyorum.

1237.6 *Ö1: Hıı. Bak buraya 3. paraleli çizebilirsin*

1237.7 *Selçuk: Ama o kırık şeyi*

1237.8 *Ö1: Kırık şey şu demek şu.*

1237.9 *Selçuk: hımm*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, Selçuk'un kuralları karıştırarak sorudaki iki doğruya paralel bir üçüncü parelel doğrunun çizilemeyeceğini düşünmektedir. Öğretmen ile öğrenciler arasında daha önceden doğruda açılarla ilgili anolojiye dayalı kuralların oluşturulduğu ve bu kuralın karıştırıldığı söylenebilir. Öğretmenin 6 nolu satırdaki söyleminde bu soruda nerde uygulanmaması gerektiği hakkında açıklama yaptığı görülmektedir. Kuralların açıklanmasına ilaveten diğer söylem öbeklerinde kuralların hatırlatılmasına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Kuralların hatırlatılmasında bazen soru/problemi yanlış çözen ya da tam olarak çözemeyen öğrencilere öğretmeninin hatırlatma yaptığı gibi öğrencilerin de öğretmene soru/problem çözmeye yönelik daha önceki kurallar hakkında soru sorduğu görülmüştür. Örneğin 6.sınıf matematik ders kitabında yer alan (Aydın ve Gündoğdu, 2014, s.101) sorular hakkında öğrencilerin sonradan oluşturulmuş kurallar hakkında öğretmene soru sordukları gözlenmiştir (Gözlem notu, 13.12.2016 tarihli Ö2 kodlu öğretmenin 1.dersi). Bu duruma ilişkin örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

115.8 Mehmet: Öğretmenim, bir şey söyleyebilir miyim ?

115.9 Ö2: Söyle.

115.10 Mehmet: Öğretmenim, geçen sen biz böyle (kesri verilen parçanın bütününü kastediyor) problemler çözüyorduk, böyle hani, tam tersi olduğu zaman, paya bölüyorduk, payda ile çarpıyorduk. Değil mi öğretmenim?

115.11 Ö2: Ben bunları anlattım size, geçen yıl.

115.12 Mehmet: Öğretmenim, şimdi anladım.

115.13 Ayşe: Öğretmenim, kesir işlemlerinde 8 bölü 4 yazdınız ya (öğretmen tahtaya 8:4 daha önce yazdı) o var mı?

115.14 Ö2: 8/4 (biraz duraksadı) 8 bölü 4, kesir işlemlerinde, ben soruyu kavratmak için şey yaptım, şimdi ben onu geçen yıl yine söyledim size, bir bütünün kesri soruluyorsa, çarpıyorsunuz, bütün parçası soruluyorsa, ters çevirip çarpıyoruz. Yani bölüyorsunuz, onu ben geçen sene söyledim size

115.15 Ayşe: Evet öğretmenim söylediniz, ben unuttum.

115 nolu söylem öbeğinde, kesirlerle problem çözerken sonradan oluşturulan kuralları hatırlatmaya yönelik öğrencilerin soru sorduğu görülmüştür. Daha sonra öğretmenin yönlendirmesiyle kuralı hatırlatmaya ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Kuralı hatırlatmaya yönelik diğer söylem öbekleri incelendiğinde, öğretmen ve öğrenciler arasında sonradan oluşturulmuş aşamalı kuralların olduğu ve bu aşamaların hatırlatıldığı görülmüştür (Bkz. Ek 10.3.3.2: 1497 ve 829 nolu söylem öbekleri). Ayrıca hatırlatmaya ilişkin matematiksel söylemlerin aynı konuyla ilgili olduğu gibi daha önceki

konulara da yönelik olduğu görülmüştür. “5 km’lik bir yolun %40 nı yürüyen 1 kişi kaç m yürümüş olur?” sorusuna ilişkin daha önceki konularla ilgili kuralların hatırlatılmasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1863.21 Seda: Şimdi km deyim önce ıı 5 km’yi m’ye çevirelim.
1863.22 Ö4: Gel buraya (tahtanın diğer tarafını kastediyor) yaz bakalım.
1863.23 Seda: Geldim ıı burdayız (uzunluk ölçüleri ilgili tahtaya çizilen merdiveden km yi göstererek) ıı 3 3 aşağı iniyoruz.
1863.24 Ö4: Evet
1863.25 Seda: 50 500 5000 oluyor (işlemi sesli yapıyor)
1863.26 Ö4: Bravo
1863.27 Seda:ıı 5000 şimdi de 5000 nin %40 nı bize soruyor
1863.28 Ö4: Sorumuz şöyle oldu 5000 m lik yolun %40
1863.29 Seda: % 40 kaçtır?
1863.30 Ö4: % leri nasıl hesaplıyorduk, Melisa, nasıl hesaplıyorduk hatırlamıyorsun musun Berna?
1863.31 Berna: 40’la çarpıp 100’e böleriz.
1863.32 Ö4: 40’la çarpıp 100’e bölüyoruz öyle değil mi?
1863.33 Seda: Ya da bölünen bir sayıyı mesela 5000’nin ıı 100
1863.34 Ö4: 100’e bölebiliyorum evet.
1863.35 Seda: Yapabiliyoruz yani ben 5 5000 ni 100 böleceğim.

1863 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi daha önceki konu olan yüzde hesaplamaları ile ilgili hatırlatılma yapılmaktadır. Berna’nın matematiksel söylemleri ile hatırlatıldığı, Seda’nın matematiksel söylemleri ile ilgili işlem yapıldığı söylenebilir.

Soru çözümünde kuralı hatırlamayan öğrenciye somutlaştırma yapılarak hatırlatma yapıldığı görülmüştür (Bkz. Ek 10.3.3.2: 1120 nolu söylem öbeği). Somutlaştırma yaparken günlük hayattan örnek verildiği, sayı doğrusu çizimi yapıldığı, soruya ilişkin modelleme yapıldığı belirlenmiştir. Sayı doğrusu çizerek somutlaştırma yapılmasına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

319.7 Ö6: 2/9 + 7/8 + 2/3 (tahtaya yazarak) bunu mu anlamadın?
319.8 Kutsal: hı hı
319.9 Ö6: Oğlum 7/8 kime yakın (altını çizerek)
319.10 Kutsal: 7/8 ıııı (biraz düşünerek) 1 tama
319.11 Ö6: 1 tam 2/3 kime yakın
319.12 Kutsal: 1 tama
319.13 Ö6: 2/9 kime yakın?

319.14 Kutsal: (sessiz kaldı)

319.15 Ö6: 1'e mi yakın 0'a mı yakın?

319.16 Kutsal: 0'a (sınıfta da 0 a diyen öğrenciler var)

319.17 Ö6: Evet topladık ne yaptı?

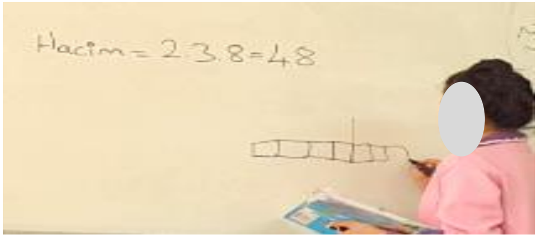
319.18 Kutsal: 2

319.19 Ö6: Çocuklar takıldığınız bir yer oldu mu sayı doğrusu çizin dedim. Sayı doğrusunda 0 ile 1 aralığını 8 eşit parçaya böl. 1.2.3.4.5.6.7.8. (sayı doğrusu çizmeye başladı ve 7/8 işaretledi). Hatta 2/9 u da yapalım bak. 1,2,3,4,5,6,7,8,9 (ikinci bir sayı doğrusu çizmeye başladı). 2/9 kime yakın ?

319.20 Kutsal: 0

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğrencinin soru/problemi daha iyi anlaması için öğretmenin sayı doğrusu çizdiği görülmektedir. Sayı doğrusu çizilerek kesirlerle toplama işleminin açıklandığı görülmektedir. Bu bağlamda sayı doğrusu çizerek soru çözümün somutlaştırıldığı söylenbilir. Somutlaştırmaya yönelik diğer söylem öbekleri incelendiğinde modellemelerden, şekillerden yararlanıldığı belirlenmiştir. Örneğin "Dikdörtgenler prizmanın hacmine sahip bir kare prizma oluşturuyor bu kare prizmanın tabanı 16 birim küpten oluştuğuna göre yüksekliği kaç birim küpten oluşur?" sorusuna ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1900.13 İrem: (dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplamak için tahtaya 2.3.8 yazarak hacmi 48 buldu) Şunu çizelim (birim küplerden oluşan dikdörgenler prizmasını çizmeye başladı)

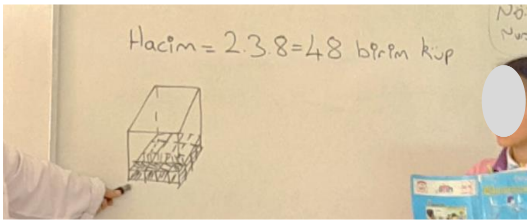


Öğretmenim yapamadım.

1900.14 Ö2: Bir dakika, soruda ne diyor (kitaptan soruya tekrar bakarak) ben çizeyim. (Birim küplerden oluşan kare prizmayı çizmeye başladı)

1900.15 Fatma: Öğretmenim onun basit bir şeysi var biliyor musunuz onu?

1900.16 Ö2: Evet kare prizmada var. Şöyle yapıyorsunuz. (başka bir yerde çizerek) (Öğretmen diğer şekli çizmeye devam etti)



Ö2: 1 evet şimdi 1 kare prizma peki kare prizmanın tabanında kaç tane brim küp var ?

1900.17 *İrem: 16*

1900.18 *Ö2: 16 tane 16 tane varsa?*

1900.19 *İrem: Bunu 2'ye böleceğiz.*

1900.20 *Ö2: 1 kenarı 4, bir kenarı 4. Hayır 2'ye değil.*

1900.21 *İrem: Yani hayır yani böyle (düşüncesi tam ifade edemedi)*

1900.22 *Ö2: 16 hangi sayıyla hangi sayının çarpımıdır?*

1900.23 *İrem: 4*

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, soru çözümünde öğretmen ve öğrenci birlikte modelleme yapmaktadır. Öğretmen ve öğrenci arasında soruyu çözmek için modellemeye ilişkin söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Bu bağlamda soru çözümünde somutlaştırma yapılarak matematiksel düşünceler açıklandığı söylenebilir.

Soru/problem çözümünde matematiksel düşünceler açıklanırken daha önce çözülen ya da benzer sorular ile karşılaştırma yapıldığı görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklarken bu söylem göstergesinden yararlandığı belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1012.4 *Ö3: Şu çizdiğim yer 145'tir. 180'den 35'i çıkarırsak burası 145'tir. Bu yani 145 derece ile alfa da birbirine eşittir dedi. Neden?*

1012.5 *Seda: ııı Ben ilk başta anlamamıştım sonradan anladım. Hani biz demin buradaki örnekte de aynısını yaptık ya. C'yi 72 bulmuştuk Burada C yerine 35 yazılmış. Öyle düşünmemiz gerekiyor. <u>Hani ikisinde de önemli olan</u> paralel olması tabiki de. Biz a ile b yi topladığımızda oradaki alfaya eşit oluyordu. O da onun tam tersi yani o sola yazılmştı o sağa yazıldı. Iıı işte onun toplamı alfaya eşit oluyor.*

1012.6 *Ö3: Neden eşit oluyor ben onu soruyorum.*

1012.7 *Seda: Paraleller.*

1012.8 *Ö3: Ne ne biraz daha aç*

1012.9 *Seda: Yöndeş açı.*

1012.10 *Ö3: Çocuklar yani yöndeş açı aslında ama şöyle.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi Seda, daha önceki soruyla ilişkilendirme yaparak matematiksel düşüncesini açıklamaktadır. Buna ilaveten daha önce çözülen sorularla karşılaştırma yapılmasına ilişkin diğer söylemler incelendiğinde iki soru arasındaki benzerliği öğrencinin fark etmesi için öğretmenin sadece bir öğrenciye açıklama yaptığı ya da yaptırdığı görülmüştür. Örneğin Ö5 kodlu öğretmenin "*Tatlım eğer bunları yaptıysan bunu yapamayacaksın diye bir kural yok. Aynı tarz sorular, 12,13,14,15, 16, 17, 18 (testteki soruları göstererek) bunlar aynı tarz sorular.Tahtada yaptım bak 3 tane yol öğretttim sana. Belinay"* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Öğrencilerin iki soru arasında benzerlik ve farklılığı belirleyerek ilişkilendirme yaptığı belirlenmiştir. Ayrıca benzer sorulara ilişkin açıklamaların yapıldığı diğer söylem öbekleri incelendiğinde, bir öğrencinin iki soru arasındaki benzerlik ya da farklılık olup olmadığını anlamak için öğretmenle soru sorduğu söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda verilmiştir.

190.3 Mete: Öğretmenim bu soru şeyle aynı değil mi? Marangoz Cemalle?(daha önce çözülen soruyu kastediyor)

190.4 Ö6: O birim kesre bölüyordu ama çok güzel aferin çok güzel aferin ama birim kesre bölüyordu her birini 1/4'lik bu kesre bölme başlığımız aynı bir doğal sayıyı birim kesre bölme, birim kesri doğal sayıya bölme, şimdiki başlığımız bu doğal sayıyı kesre bölme aferin Mete

Yukarıdaki 190 nolu söylem öbeğinden görüldüğü üzere, Mete'nin bir doğal sayının birim kesre bölünmesiyle ile ilgili daha önce çözülen soru ile doğal sayı ile kesrin bölünmesine ilişkin çözülen soru arasında ilişki kurduğu söylenebilir. Buna ilaveten 727 nolu söylem öbeğinde a+ (+6) = -7 sorusuna yönelik bir öğrencinin *"Az önce benim sorduğum soruya benziyor"* söylemine karşılık Ö2 kodlu öğretmenin *"Eee, peki öyleyse..."* söylemiyle cevap verdiği görülmüştür. Daha sonra bu öğrencinin sorudaki a yerine "Mutlak değeri 6'dan büyük olacak" söylemiyle doğru cevaba ulaştığı belirlenmiştir (Gözlem notu, 07.03.2017 tarihli Ö2 kodlu öğretmenin 1.dersi). Bu bağlamda benzer soruda öğrendiğini bu soruda uyguladığı görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin geçmiş konularla da çözülen soru/problem arasında ilişki kurarak matematiksel düşüncelerini açıkladığı görülmüştür. Örneğin tamsayılarda birleşme özelliği ile ilgili soru çözümünde öğrencilerin geçmiş konularla ilişki kurduğu belirlenmiştir 630 nolu söylem öbeğinde *"öğretmenim aynı şey gibi mi, hani biz yapıyorduk ya eskiden hani, ııı, dağılma özelliği gibi mi "* söylemiyle geçmiş konularla ilişki kurulduğu anlaşılmaktadır. Soru/problem çözerken daha önceki sorularla ilişki kurulabildiği gibi, öğretmenlerin daha sonraki sorularla da ilişki kurularak matematiksel düşüncelerin açıklandığı söylenebilir. Örneğin Ö6 kodlu öğretmenin *"9,6* *uzunluğundaki ipi 0,8 cm uzunluğundaki kaç eş parçaya ayıralım? İp mi diyelim (düşünerek) ya da bu şişe su olsun. Onu küçük şişelere boşaltırken kaç şişe kullanmamız gerekiyor daha çok o tarz sorular çok çıkıyor. Zeytinyağı kabını küçük kaplara böleceğiz. Meyve suyunu böleceğiz, sütü bölüceğiz gibi suyu böleceğiz. Kaç tane şişeye ihtiyacımız var o tarz sorular için de kullanılır..."* söylemiyle daha sonraki sorularla ilişkilendirme yapılarak matematiksel düşünceler açıklanmaktadır.

Matematiksel düşünceleri açıklamaya bir diğer söylem göstergesi çözüm yolunda yapılan deneme-yanılmadır. Ancak deneme-yanılma yaparak soru çözümünün *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde az olduğu belirlenmiştir. Bu göstergeye ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde çözüm yollarının denenmesiyle ilgili söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin x değerleri -1,0,1,2 iken y'ye karşılık gelen değerlerin sırasıyla -6,-2, 2, 6 olduğunda x ile y değerlerinin aralarındaki ilişkinin belirlenmesine ilişkin matematiksel söylemler aşağıda verilmiştir.

232.12 Mert: Şimdi ben yollar falan denedim hiç biri olmadı, bir anda aklıma esti işte hocam 2'nin 4 katının 2 eksiği yaptım mesela

232.13 Ö1: En son 2'nin 4 katının 2 eksiğine baktın.

232.14 Mert: Evet hocam şöyle buldum mesela örnekte göstereyim, 2 çarpı 4, 8, 8 in 2 eksiği 6 (x yerine 2 koydu) bunla (x yerine 1 koydu) 4 oldu mesela -2 eşittir, 2, 0 çarpı 4 0 eder, sonra 02dan 2 çıkar, -2 oluyor işte (x yerine 0 koydu). Sonra -1 x çarpı 4 = -4 , sonra 2 çıkar

Yukarıdaki söylem öbeğinde, Mert'in deneme yaparak soruyu çözdüğü görülmektedir. Mert'in söylemleri incelendiğinde örnek vererek deneme-yanılma yaptığı görülmüştür. Bu bağlamda deneme-yanılma yaparak matematiksel düşüncelerin açıklnadığı söylenebilir. Ayrıca deneme-yanılma yapmaya ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde matematiksel düşünceler açıklanırken varsayıma dayalı matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Örneğin yüzde hesaplamayla ilgili olan 483 nolu söylem öbeğinde soru çözümünde varsayıma dayalı soru üretildiği görülmüştür. Bu söylem öbeğinde, bir öğrencinin söz alarak *"Mesela 120 sayısının atıyorum, %35 eksiğini bulalım diyor ya bunun tam tersi olur mu, yani %35 sayısının 120 eksiği olur mu"* şeklinde varsayıma dayalı bir başka soru sorulduğu görülmüştür. Öğrencinin bu söyleminden sonra Ö3 kodlu öğretmenle varsayıma dayalı bu soruyu soran öğrenci arasında matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Ayrıca öğretmen ve bir öğrenci arasında matematiksel düşünceler açıklanırken çözüm yolunun esnekliğine ilişkin söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Çözüm yolundaki esnekliğin öğretmenler tarafından dile getirildiği gibi öğrencilerin de farklı bir çözüm yolunu dile getirdiği görülmüştür.

Örneğin 686 nolu söylem öbeğinde bir öğrencinin sorduğu soru ve öğretmenin çözümdeki esnekliğe ilişkin söylemleri aşağıda yer almaktadır.

686.7 *Ö5: Efendim Esra.*

686.8 *Esra: Öğretmenim siz hani böyle yapmanıza gerek kalmadan kafamızdan 1/4 artı 5/12 .. (?)*

686.9 *Ö5: Ama sen bunları eşitlemeden kafadan direkt 8/12 yazamazsın*

686.10 *Esra: Hocam eşitleyeceğim. Altına mesela 3 yazdım.*

686.11 *Ö5: Yazdın.*

686.12 *Esra : Ama o 3/12 artı 5/12'yi yazmadan direkt*

686.13 *Ö5: Şöyle yapabiliyorsunuz. Şunun üzerini çizer 3 yazarsınız bunun üzerini çizer 12 yazarsınız*

686.14 *Esra: Evet öğretmenim*

686.15 *Ö5: Öyle de yapabilirsiniz.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden Esra'nın $\frac{1}{4}+\frac{5}{12}$ işleminde $\frac{3}{12}+\frac{5}{12}$ işlemini yazmadan doğrudan toplama yapmaya yönelik soru sorduğu anlaşılmaktadır. Öğretmenin Esra'nın çözüm yolunu 13 ve 15 nolu satırda onayladığı söylenebilir. 15.satırdaki söyleminden çözüm yolundaki esnekliğe ilişkin vurgu yaptığı görülmektedir. Ayrıca bu dersteki sonraki söylem öbeği olan 690 nolu söylem öbeğinde de çözüm yolundaki esnekliğin vurgulandığı görülmüştür. Bu söylem öbeğinde, $\frac{3}{8}+\frac{1}{2}$ işleminde başka bir öğrencinin *"Şu 8'i 2 ile çarpıp şunu da 4 ile çarpabilir miyiz?"* sorusuna ilişkin Ö5 kodlu öğretmenin *"Olur, tabi, bak senin yaptığını yapalım...(işlemi yaparak) aynı cevabı mı buluruz?..."* söylemiyle çözümdeki esnekliğe ilişkin açıklama yaptığı görülmüştür.

Matematiksel düşünceler açıklamaya yönelik bir diğer söylem gösterge aynı anlama gelen ifadelerin kullanılmasıyla ilgilidir. Soru/problem çözümünde aynı anlama gelen ifadeler diğer göstergelere ilişkin matematiksel söylemlerin oluşumu ile iç içedir. Bu göstergeye ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde, "yani ... dır", "bu, şu anlamına geliyor", "...sayısı, ne anlama geliyor" gibi söz kalıplarını daha çok kullanıldığı belirlenmiştir. Bu bağlamda sorulardaki sayıların ne anlama geldiği ya da yapılan işlemin ne anlama geldiği açıklanmaktadır. Bu söz kalıplarının tümü, aynı anlama gelen ifadeleri içermektedir.

4. 3. 3. 3. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylemler

Öğretmen-Öğrenci tipindeki soru/problemlerin çözümü kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemlerin öğretmenin öğrenciye dönüt vermesi şeklinde ya da yapılan işlemlerin anlamlandırılması şeklinde oluştuğu belirlenmiştir. Soru/problemlerin çözümü kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 39'da gösterilmiştir.

Tablo 39. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Soru/ Problem Çözümü	Doğru cevaba dönüt verme	286	Tamam doğru, oturabilirsin..
	Eksik cevap-olması gerekeni açıklama	23	Siz şurda soruyu bitirdik dediniz çoğunuz 1/18 i bulmuştu zaten ama oradan devam etmediniz
	Aşırı genelleştirme-kurallaştırma	24	Her zaman katsayı başa yazılır...
	Çözüme ilişkin uyarı yapma	40	Bakın orada dikkat edin, çocuklar 3'lerle beraber çarpma yapmıyoruz, 3 leri sadeleştiriyoruz.
	Sınavda/testte yapılan hataları vurgulama	30	Sınavda, Fatmanur basit bir çıkarma hatası yaptın, 100'ü kaçırdın.
	Yanlışa dönüt verme	85	Ama onun tamı yok ki orada, bu şekilde toplama işlemi yapamazsın…
	Farkındalık geliştirme	54	Çıkartma yapacaktım, bir dakika yanlış yaptım...
	Kuralları seçme	43	İstediğin yoldan yapabilirsin.
	İki sonucun karşılaştırılma	59	İkisisinde de önemli olan paralel olması
	İşlemi-kelimeyi anlamlandırma	61	İstediğiniz kadar sıfır atın yazın bunun bir anlamı yok o sayıyı değiştirmez
	Mantığını anlama	24	Ben öyle yapmadım öğretmenim şu mantıkla gittim
	Kuraldan sonuç çıkarma	22	Öğretmenim mesela tepe değeri yok yani öyle varsayıyor; ama tepe değerlerinin toplamını soruyor, o zaman toplama yapmayacak mıyız?
	Zihinden yapma-pratik yapma	37	Parantezin içindeki işlemi zihinden yapabiliriz.

Tablo 39'da matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergeler incelendiğinde, doğru cevaba dönüt vermeye yönelik söylemlerin diğer söylemlere göre daha çok olduğu görülmektedir. Doğru cevaba dönüt vermeye yönelik söylemler incelendiğinde ise çözüm yolunun ve bulunan sonucun doğruluğunu onaylama yönelik söylemlerin olduğu belirlenmiştir. Bu söylemlerin çok az sayıda da olsa akıllı tahtadaki seslendirmelerden oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin 929 nolu söylem öbeğinde doğru yapan öğrenciye de *"Tebrikler hayvanat bahçemizi* *tamamladınız. Dilerseniz farklı hayvanlarla farklı bir hayvanat bahçesi daha oluşturabilirsiniz."* söylemiyle doğru cevaba dönüt verildiği görülmektedir. Bu bağlamda doğru cevaba dönüt vermeye ilişkin söylemlerde takdir edici söylemlerin olduğu söylenebilir. Örneğin parelelkenarın çevresinin eşkenar üçgenin çevresine eşit olduğu sorusunu doğru çözen öğrenciye verilen dönüt aşağıda yer almaktadır.

1991.17 Ö4: (tahtadaki öğrenci işlemleri yaptı ve cevabı 22 buldu) cevap, 22. Ben de olsam soruyu böyle çözerdim tam cevap anahtarı gibi çözüm bu. Hatırlıyor musunuz? Sorunun çözümüne bir bakın parantezli bir işlem var. Önce neresi yapılması gerekiyor? (öğretmen akıllı tahtadan ayrıntıyı göstererek) Parantezin içindeki işlemi toplama yapıp sonra 2 katını aldı 66 cm paralel kenarın çevresi km eşkenar üçgenin çevresi 66/3 ten 22.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmen kendisinin de soruyu bu şekilde çözeceğini ifade etmektedir. Dolayısıyla öğrencinin çözümünü onaylayarak doğru çözüme dönüt verdiği söylenebilir. Ancak soru/problem çözümünü doğru yapan bir öğrenciye öğretmenin bazen dönüt vermeden diğer soruya geçtiği belirlenmiştir. Böylelikle öğrenme alanındaki bir konuya ilişkin soru/problem çözümü *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde peş peşe oluşmaktadır. Bu bağlamda bir söylem öbeğinde matematiksel fikirlere ulaşmadan, diğer söylem öbeğinin başladığı söylenebilir. Dolayısıyla *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin birinin bittiği yerde biri başlamaktadır (Gözlem notu, 08.03.2017 tarihli Ö6 kodlu öğretmenin 1.dersi). Örneğin 1086, 1087, 1088, 1102 nolu söylem öbeklerinde öğrenci cevabı söyledikten sonra, öğretmenin aynı söylemde "evet 4.soru" ya da "evet" diyerek aslında öğrenci cevabına onay verdiği ve bir sonraki soruya geçildiği söylenebilir. Ayrıca öğretmen öğrencinin doğru yaptığı işlemi tekrar ederek doğru cevabı onaylamaktadır. Örneğin 813 nolu söylem öbeğinde Ö5 kodlu öğretmenin $6\frac{7}{9}-2\frac{2}{9}$ işlemine yönelik tahtaya $4\frac{5}{9}$ olarak doğru cevabı yazan öğrenciye *"4 tam, önce tamları çıkardık aferin. 6'dan 2'yi çıkardık 4'ten 2'yi çıkardık 5.ortak paydamız, 9."* söylemiyle dönüt verdiği söylenebilir. Bu bağlamda Ö5 kodlu öğretmenin doğru cevaba dönüt verirken öğrencinin yaptığı işlemi tekrar etmektedir. Ayrıca Ö6 kodlu öğretmen de 1101 nolu söylem öbeğinde öğrencinin yaptığını tekrar ederek doğru cevaba dönüt verildiği belirlenmiştir. Ö6 kodlu öğretmen (-5)-(+6) sorusuna ilişkin *"Eksi 5, eksi, eksi 6. Eşittir; Eksi 5, artı, artı 6 eşittir; artı 11." cevabını veren öğrenciye "Evet. Eksi 5'i aynen aldık. Eksi 6'nın toplamaya göre tersiyle topladık sonra sonuç 1 çıktı."* söylemiyle doğru cevaba dönüt vererek matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir. Ayrıca *Öğretmen* ve *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde olduğu gibi matematiksel fikirlere ulaşırken "anladık mı" söylemiyle doğru cevabın anlaşılırlığı belirlenmektedir. Bu söylem tiplerinde soru/problem çözümünde “anladık mı” söyleminin sınıftaki öğrencilerin tamamına hitap eden genel bir ifade olduğu söylenebilir. Ancak *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde öğretmen etkileşime geçtiği öğrenciye anlayıp anlamadığını sorarak doğru cevaba dönüt vermektedir. Bu duruma örnek olabilecek *“Cenk pul koleksiyonu yapıyor. Cenk ilk ay koleksiyonu için 8 pul aldı. Sonra her ay da koleksiyonuna 3 pul ekledi. Cenk’in altı ayın sonunda kaç pulu olacağını bulunuz.”* sorusunun matematiksel fikirlere ulaşma aşamasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

981.23 Ö2: İlk adımdaki sayı belli 8. Öyle mi? Her ay 3 fazla alıyor? O zaman aradaki fark da 3 mü?

981.24 Eren: Evet

981.25 Ö2: O zaman direkt 3n yazıyor muyum, Eren anladık mı ?

981.26 Eren: (yüz ifadesiyle onaylayarak)

981.27 Ö2: Şimdi 1. adımda n yerine 1 yazıyor muyum? Yazıyorum 3’in 1 3. ama 1.adımdaki sayı 8, o zaman ne yapmam lazım buraya

981.28 Eren: +5

981.29 Ö2:+5 tamam mı? Şimdi 6. aydaki pul sayısnı bulmak için n yerine 6 yazarsın, tamam mı? Burda n yerine 6 yazdığın zaman... anladık mı Eren? Hazal sen?

981.30 Hazal: Ben anladım öğretmenim

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, öğretmen Eren’in anlayıp anlamadığından emin olmak için 23 ve 29 nolu satırlarda Eren’e ve Hazal’a doğru cevabın anlaşılıp anlaşılmadığını sormaktadır. Ayrıca öğretmen 29 nolu satırda Eren’in doğru cevabına dönüt vermektedir.

Doğru cevaba dönüt vererek matematiksel fikirlere ulaşıldığı gibi eksik cevaba dönüt vererek de matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Bu söylem göstergesindeki öğretmenin söylemleri incelendiğinde “... mı?*(düşünerek bakıyor)*”, “Ama bana... sormuyor, neyi soruyor?”, “Şurda soruyu bitirdik dediniz çoğunuz... bulmuştu zaten, ama oradan devam etmedin…”, “Bir tane daha var. Ne var?”, gibi söz kalıplarını kullandığını ve doğru cevabı öğrencinin bulması için yönlendirme yaptığı görülmektedir. Örneğin “Kek yapan Gülçin hamurun içine 2 paketin tamamını ve bir paketin ¾ ü kadar kabartma tozu katmıştır. Buna göre Gülçin toplam kaç paket kabartma tozu kullanmıştır?” sorusunun eksik çözülmesine yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1056.16 Bora: (işlemin sonucunu 2 tam 3/4 bulur ve yerine oturur) 2 tam 3/4'ü kullanmış çünkü 2 ile 3 arasında. Ama 3 paket kullanmış sandım.

1056.17 Ö5: 3/4 bir paket değil ki. 2 tam 3/4 paket kullanmıştır o.

1056.18 Bora: Açıyor ama

1056.19 Ö5: Açık ama hepsini kullanmıyor ki.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, Taha'nın işlemin sonucunu doğru yaptığı ancak sorunun yorumlanmasında eksik cevap verdiği görülmüştür. Öğretmenin 17 nolu satırdaki söyleminden, kullanılan kabartma tozunun net olarak $2\ \frac{3}{4}$ olduğunu ifade ettiği görülmektedir. Bu bağlamda eksik cevaba dönüt vererek matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir.

Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik bir diğer söylem göstergesi yanlışa dönüt vermeye yönelik söylemlerden oluşmaktadır. Bu söylemler incelendiğinde, öğrenciye doğrudan ya da yanlışın nedenini sorarak yanlışa dönüt verildiği belirlenmiştir. Yanlışın nedenini öğrenciye sorması ile öğrencinin matematiksel söyleme daha çok katılmasını sağladığı söylenebilir. Doğrudan dönüt vermeye ilişkin söylemlerde ise öğrencinin soru çözümünde yanlış yaptığı yeri öğretmen ya da akıllı tahtadaki seslendirme açıklamaktadır. Örneğin 926 nolu söylem öbeğinde akıllı tahtada tam sayılarla ilgili alıştırmalarda yanlış yapan bir öğrenciye *"Seçtiğiniz bölüm bu hayvanın yaşayabilmesi için çok sıcak. Belirtilen ideal yaşam sıcaklığını göz önünde bulundurarak tekrar deneyin"* şeklindeki matematiksel söylemle doğrudan dönüt verildiği görülmüştür. Doğrudan dönüt vermeye ilişkin bir başka örnek de Ö5 kodlu öğretmenin 96 nolu söylem öbeğinde öğrenci cevabına yönelik olarak *"Soruda ne diyor, bir girişimci bir semtte tatlıcı açmayı düşünüyor diyor, O zaman hangi soruyu sorması yanlış olur, kaç yaşınızdasınız. Öyle bir şey olmaz Ece, çünkü burada kaç yaşındasın ilgilendirmez ki, gençler tatlı yer yaşlılar tatlı yemez diye bir kural yok"* öğrenciye doğrudan dönüt verdiği görülmüştür. Doğrudan yanlışa dönüt vermeye ilişkin matematiksel söylemlerin işlem hatası, işlem düzeniyle daha çok ilişkili olduğu görülmüştür (Bkz. Ek 10.3.3.3: 1194 nolu söylem öbeği). Öğrencilerin yaptığı kavramsal hatalarda ise öğretmenin yanlışın nedenini daha çok sorduğu ve öğrencilerin matematiksel fikirlere ulaşmasını sağladığı söylenebilir (Bkz. Ek 10.3.3.3: 1489 nolu söylem öbeği). Bu bağlamda öğrencilerin yaptığı hatalara göre dönüt vermeye ilişkin söylemlerin değişebildiği söylenebilir. 90/360'ın yüzde halinde yazılmasıyla ilgili kavramsal hataya ilişkin yanlışa dönüt vermeye ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1730.3 Can: Öğretmenim ben bunu şöyle yaptım. 60 tan ıı 360 tan 60'ı çıkardım.

1730.4 Ö5: 60'ı niye çıkarıyorsun ki? 60 nerede?

1730.5 Can: Şurada 360 var onu onu 100 yapmak içn 60 tan çıkardım sonra

1730.6 Ö5: Bir dakika 360 tan neyi çıkardın? 60'ı çıkardın?

1730.7 Can: 60'ı çıkardım 300 buldum.

1730.8 Ö5: Evet. Sonra ne yaptın?

1730.9 Can: Onu da 100'e çevirmek için 3'e böldüm.

1730.10 Ö5: Ee 100 buldun.

1730.11 Can: Tamam 100 buldum.

1730.12 Ö5: Ee sonra ne yaptın?

1730.13 Can: Yani aynı işlemi üsttekine de uyguladım.

1730.14 Ö5: Üsttekini ne buldun?

1730.15 Can: 10

1730.16 Ö5: 90'dan neyi çıkardın?

1730.17 Can: 60'ı kaldı 30

1730.18 Ö5: Ee sonra ne yaptın? 3'e böldün.

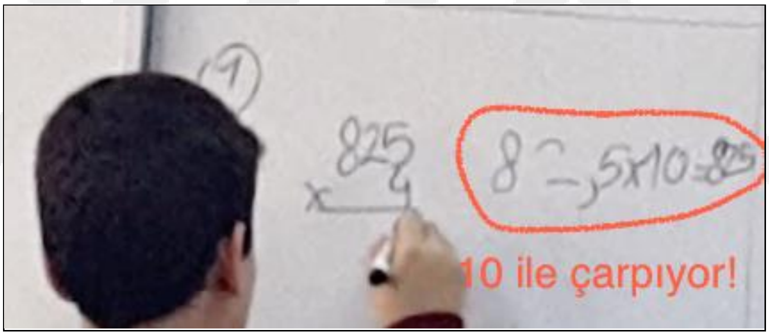
1730.19 Can: 3'e böldüm 10 buldum.

1730.20 Ö5: 10 buldun. Yüzde 10 buldun değil mi cevabını? Ama cevaplarımız ne aynı mı? (sınıfa sorarak) Bir kesri paydasını 100 yapabilmeniz için ya sadeleştirme yapacaksın ya genişletme. Çıkarma ve toplama yapamazsın.

1730.21 Can: Öğretmenim bir kere yapmıştınız.

1730.22 Ö5: Hayır. Hiç yapmadım. O tesadüf eseri senin doğru çıkmıştır. Şimdi burada sadeleştirdiğim zaman şu iki kesrim aynıdır. 90/360 ile 1/4 kesri aynıdır. Ama şimdi senin yaptığın 90/360, 30/300'e eşit değildir.O zaman bir kesiri genişleterek veya sadeleştirerek işlem yapabilirim. Ona ekleme veya çıkarma işlemi yaparak bir sonuca ulaşamam. Ulaştığım takdirde zaten sonuçları da görüyorsun aynı değil.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğrencinin 90/360 ı pay ve paydadan 60 çıkarak yüzde halinde yazmaya çalıştığı görülmektedir. Öğrencinin yüzde pay ve paydaya aynı işlemin yapılacağını düşünerek yüzde hesaplanabileceğini düşündüğü söylenebilir. Bu konuda öğretmenle yapılan ders sonrasındaki görüşmede ise öğretmenin *“360 2 sadeleştirmede 90/360 nın nasıl sadeleştirileceğini bilemedi. Daha önce bir denemesinde tuttuğu için sonrakilerde de tutacağını düşündü”* şeklinde ifade ettiği belirlenmiştir. Öğretmenin öğrencinin sadeleştirme yapılacağını bildiği ama hangi sayılarla olacağını bilmediği için farklı yol denediğini ifade etmiştir (Görüşme notu, 19.04.2017, Ö5 kodlu öğretmenin 1. Dersi). Bu bağlamda öğrenci tesadüf olarak bulunan sonucu genellemektedir. Öğrencinin aşırı genellemesinin bir sonucu olarak kavramsal hata yaptığı ve kavramsal hataya ilişkin yanlışa dönüt verildiği görülmektedir. Yanlışa dönüt vermeye ilişkin diğer söylem öbeklerinde ise hata yapan bir öğrenciye yönelik dönütlerin verilmesinin yanı sıra, bu hatayı başka öğrencilerin de yapmamasına yönelik söylemlerin olduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda bir öğrencinin yaptığı hataya ilişkin dönüt verilerek diğer öğrencilerin de fark etmesi amaçlandığı söylenebilir. Örneğin 409 nolu söylem öbeğinde "saatte 82,5 km yol giden araç aynı hızla 4 saate kaç km gider? "sorusuyla da ilgili yapılan yanlıştan hareketle öğretmen sınıftaki öğrencilerin geneline açıklama yapmaktadır. Ayrıca "*Çocuklar, virgülden kurtarmak için virgülden kurtarmak zorunda değilsiniz ki biz onu bölmede fayda sağlasın diye yapıyoruz"* söyleminden sonra sınıf aralarında dolaşmaya başladığı görülmüştür. Daha sonra sınıftan hiç bir dönüt alamayınca tahtadakinin öğrencinin yanına giderek *"Hamdi yanlış anladı ya bakın çocuklar bir şey söyleyeceğim, burada arkadaşınız 10 ile çarptı gerek yok ki, sayı bu zaten"* söylemi ile yanlışa tekrar dikkat çektiği görülmüştür (Gözlem notu, 15.02.2017 tarihli Ö6 kodlu öğretmenin 2.dersi). Hamdi'nin yaptığı yanlış Şekil 24'te yer almaktadır.



Şekil 24. Öğretmen-Öğrenci söylem tipinde yanlış çözüme ilişkin örnek

Şekil 24'te yer alan Hamdi'nin yanlış çözümüne dönüt verildikten sonra hatasını fark ettiği belirlenmiştir. Matematiksel fikirlere ulaşırken öğrencilerin hatalarının fark etmesine ilaveten, hataya düşmemeleri için öğretmenin uyarı yaptığı belirlenmiştir. Bu söylemler incelendiğinde, öğrencinin soru çözümünü açıklamasından sonra ya da çözümle ilgili bir şey sormasından sonra öğretmen ile arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Soru çözümünde yapılması gerekenlerle ilgili öğretmeninin uyarı amaçlı söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Örneğin 1942 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin *"Evet bize burda demiş ki a b c d eşkenar dörtgen. Çocuklar zaten bize bunu vermese biz bunu biz bunu eşkenar dörtgen gibi algılayamayız. Yani size eşkenar dörtgendir dediği anda şekil üzerinde eşkenar dörtgenin bütün özelliklerini uygulayabilirsiniz. Ama demezse ya bu eşkenar dörtgene benziyor da ben öyle yaptım diyemezsiniz..."* söylemiyle öğrencileri uyarmaktadır. Sorularda "eşkenar dörtgendir" ifadesinin kullanılması gerektiğini vurgulamaktadır. Ayrıca 2004 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *“Çocuklar zaten önemli o bomba notlarımızdan biri kare bir dikdörtgendir. Unutmayacaksınız. Bu soru illa böyle karşınıza çıkacak diye değil; özelliklerini öğrendiğimizde de aynı şey karşılaştırmalı sorularda da çıkacak. Mesela doğru yanlış sorusu sordum kare bir dikdörtgen mi? eee yanlış mı diyeceksin?”* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Bu bağlamda soru çözümünde unutulmaması gerekenlere uyarı yapılarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir.

Matematiksel fikirlere ulaşırken uyarı amaçlı söylemlere ilaveten yapılan hatalara ya da yapılabilecek hatalara da ilişkin öğretmen ve öğrenci arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Aslında bu söylemlerin de uyarı amaçlı olduğu söylenebilir. Uyarı amaçlı söylemlerin öğrencilerin ders esnasında ya da daha öncesinde yapmış olduğu hatalardan yola çıkılarak oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin 1750 nolu söylem öbeğinde Ö5 kodlu öğretmenin *“O zaman yanlış yaptın bir yerde, silme de bir bakayım. Yaren, hangi soruydu? 21 dört daha 25. 21 - 8 Burada 6 kaldı (Öğretmen mırıltılı bir şekilde konuşuyor) 6’dan 5 çıktı burası 1'dir. 281-181. 181'de hatan var. Çıkarmayı yanlış yapmışsın. Sonuçlar tam çıkıyor çocuklar, Eğer çözdüğünüz problemlerde ıı kalanlı çıkıyorsa yaptığınız sonuçlar yanlıştır.”* söyleminin ders esnasında oluştuğu anlaşılmaktadır. Ayrıca yapılabilecek hatalardan da bahsederek sınavlarda yapılması gerekenlerin ya da yapılmaması gerekenlerin vurgulandığı belirlenmiştir. Örneğin 1141 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *“Yoksa diyorum çocuklar 5/10 cevabı doğru. Bir yazılı klasik bir sınav yaparsınız çözerseniz 5/10 da bırakmanız doğru ama gerçekten matematiği kuvvetli olan bir öğrenci 5/10 da bırakmaz. Bilir bu sadeleşecek.”* söylemiyle klasik sınavda doğru cevap ama test türü sınavlarda sadeleşmiş halinin yer alabileceğini ifade etmektedir. Ayrıca kesirlerle sadeleştirme ve genişletmenin yapıldığı bu derse yönelik bir çok söylem öbeğinde “Bu bir test sorusu olduğunda şıklarda olmayabilir…” söyleminin sıklıkla kullanıldığı belirlenmiştir (Gözlem notu, 15.03.2017 tarihli Ö4 kodlu öğretmenin 1.dersi). Buna ilaveten 1275 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *“Çocuklar eğer şurada (kesirlerin genişletilmiş hali ile olan sıralamayı kastediyor) bırakırsanız ben size puan vereceğim çünkü klasik sınavdır karşılıkları denk kesirleridir tamam puanınızı alırsınız ama bu bir test sorusuysa şıklarda bu yok...”* söylemiyle test sınavında bazı şıkların olmayacağını ifade etmektedir. Bu bağlamda çözümün test sınavında nasıl olması gerektiğini vurgulayarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir. Ayrıca ileriki sınıflarda hangi soruların çıkacağına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1005.13 Beyzanur: Burada (x-y=25) iki denklem olduğu için şey yapıyoruz.

1005.14 Ö3: Hayır iki denklem yok tek denklem var.

1005.15 Beyzanur: Hayır x.

1005.16 Ö3: İki bilinmeyen olduğu için

1005.17 Beyzanur: Hı evet ondan dolayı.

1005.18 Ö3: Ama bak sana x nedir? y nedir diye sormuyor zaten sormaz da. Size şu an sadece bir bilinmeyenli denklem biliyorsunuz. Yani birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem için.

1005.19 Furkan: Öğretmenim iki (iki bilinmeyenli denklem) sorabilir mi?

1005.20 Ö3: Sana iki bilinmeyenli denklem soramaz. Sadece burada harfsel olarak çıkarımını soruyor sana, farkını soruyor.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, sorunun çözümünden sonra Beyzanur'un iki bilinmeyenli denklem ile iki değişkenli tek bilinmeyenli denklemi karıştırdığı görülmektedir. Furkan ise bu söylemi onaylatmak için 19 nolu satırda öğretmene iki bilinmeyenli denklem çıkıp çıkmayacağını tekrar sormaktadır. Ö3 kodlu öğretmen ise sorunun çözümün x-y=25 olduğunu, iki açı arasındaki farkın sorulduğunu ifade etmektedir. Ö3 kodlu öğretmenin 18 nolu satırdaki söyleminde iki bilinmeyenli denklemlerin yedinci sınıf seviyesine uygun olmadığını ve böyle bir soru gelmeyeceğini ifade ettiği görülmektedir. Bu bağlamda daha sonraki yıllarda hangi soruların görüleceği vurgulanarak matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır.

Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik diğer söylem göstergesinden biri de yapılan işlemin ya da kelimelerin anlamlandırmasıyla ilgili söylemlerdir. Bu söylemler incelendiğinde soruda yer alan işlemlerin ve kelimelerin ne anlama geldiğinin yorumlandığı görülmektedir. Örneğin "5 ile +3 arasındaki tamsayılar ve -8 den -3'e kadar olan tam sayıların yazınız" ilişkin sorusunun çözümü yapıldıktan sonra kelimelerinnin anlamlandırılmasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

852.17 Işıl: Arasında deyince onu almıyor muyuz öğretmenim?

852.18 Ö6: den diyor. Onu da alacaksın. Dahil edeceksin. Arasında (kollarıyla göstererek) derse arasındakileri alıyorsun.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, soru çözümünden sonra öğretmen ve Işıl arasında kelimelerin anlamlandırıldığı görülmektedir. Anlamlandırılmaya yönelik diğer söylem öbekleri incelendiğinde işlemlerin de anlamlandırılarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.3.3.3: 636 nolu söylem öbeği). Bu matematiksel söylemler incelendiğinde ise "… yaparsam neyi bulurum?" ya da "…nedir" söz kalıplarının kullanıldığı belirlenmiştir. Örneğin 1638 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmenin *“...Bunu bulmak için 60'ı ne yapıyorum? 5'e bölüyorum. 5'e böldüğüm zaman neyi buluyorum? BC'yi. Yani 12 santim nedir? BC kenarı.”* söylemiyle işlemde bulunan sayıları anlamlandırdığı görülmektedir. Ayrıca işlem yollarının anlamlandırılarak matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin öğrencilerin tesadüf sonuç bulmasıyla ilişkili olduğu belirlenmiştir. Örneğin “Bir sınıfta gezilecek yerler için yapılan oyların 8'de 2'si sinema. 8'de 3'ü tiyatro, geriye kalan oylar ise müze için kullanılmıştır. Oyların kaçta kaçı müze gezisi için kullanılmıştır?”sorusuna ilişkin oluşan matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1273.6 Didem: Öğretmenim hani siz anlatırken ben şöyle bir şey yaptım: Sekizde iki ile sekizde üçü toplayınca sekizde 5 buluyoruz. Ondan önce bir sekizde iki sayısından da onu çıkarıyoruz.

1273.7 Ö4: Hayır öyle bir şey yok.

1273.8 Didem: Ama yine aynı sonuç çıktı.

1273.9 Ö4: Aynı sonuç çıkmaz.

1273.10 Didem: Ben mi yanlış mı yaptım orada işlemi (Defterini de alıp öğretmenin yanına gider)

1273.11 Ö4: Ne yaptın sen sekizde 5’ten 8 de ikiyi çıkardın yani sinema için oy kullananları çıkardın, Benim bulduğum sekizde üç, tamamından sinema ve tiyatro toplamını çıkardım. Sen sinemayı çıkardın, geriye 8 de 3 buldun tiyatro kısmı kaldır. Anladın mı?

1273.12 Didem: (yüz ifadesiyle onaylayarak)

1273.13 Ö4: Şu sekizde 5 kimi temsil ediyor? Sinema ve tiyatro. Sinema tiyatrodan sinemayı çıkartırsan kim kalır geriye? Tiyatro kalır. Kesirdeki sayılar tutarlı geldiği için öyle bir şey var tamam mı?

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi Didem, önce sekizde iki ile sekizde üçü toplamıştır. Daha sonra bulduğu sonuçtan tekrar sekizde ikiyi çıkararak sekizde üç bulmuştur. Soruda istenilen müze için oy kullananlar da sekizde üç oy olduğu için aynı sonucu bularak doğru yaptığını düşündüğü görülmektedir. Öğretmenin 11 ve 13 nolu satırlardaki söyleminden sekizde üç ve sekizde iki ile yapılan toplama ve çıkarma işlemlerini anlamdırılarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı görülmektedir.

Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik bir diğer söylem göstergesi iki işlem sonucunun ya da çözüm yolunun birbiriyle karşılaştırılmasıdır. Bu söylem göstergesine ilişkin söylemler incelendiğinde sorunun benzer ve farklı yönlerinin ele alınmasına ilişkin söylemlerin oluştuğu görülmektedir. İki işlem sonucunun karşılaştırılmasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

790.4 Ali: Testte ıı mesela ıı testte bunları çözdük hem 9/4 var hem 2 tam 1/4 var.

790.5 Ö4: Olmaz ikisi de aynı çünkü. İkisi de cevap şıklarında olamaz.

790.6 Ali: O zaman soru yanlış.

790.7 Ö4: Hı hı. İkisi de aynı ama birinde farklılık var. Mesela paydasını 4 değil de 5 yazar ya da payda 2 tam değil de 1 tam yazar, hani sizi yanıltmak için gözünüz yanılsın diye. Aynı şeyi 2 tane şık koymaz.

Yukarıdaki söylem öbeğinde Ali'nin test türü sınavlarda iki farklı sonucun yer alıp almayacağını merak ettiği görülmektedir. Öğretmen ise sorularda nasıl olacağına ilişkin açıklama yapmaktadır. İki farklı sonucun aynı sonucu ifade ettiği vurgulanarak matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır. Buna ilaveten iki soruda verilenlerin de karşılaştırılarak sonuca ilişkin karşılaştırma yapılmasına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Öğrenci ve öğretmen arasında gerçekleşen söylemlerde iki sonuca ilişkin farklılık ve benzerlik vurgulanmaktadır. Ayrıca diğer söylem öbeklerinde de öğretmenin yönlendirmesiyle iki çözüm yolu arasındaki benzerlik ya da farklılığı fark edilmesi amaçlandığı belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

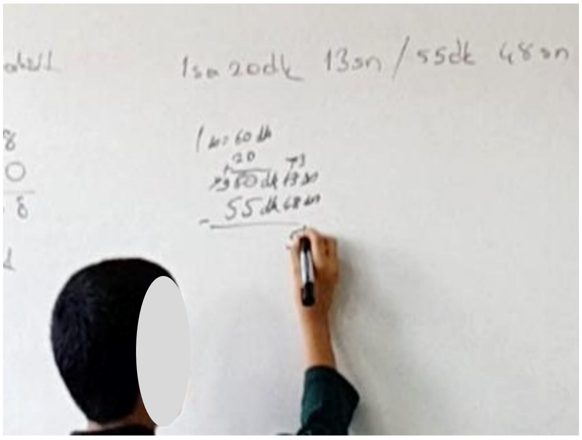
85.12 Yavuz Selim: (tahtaya kalktı)

85.13 Ö5: Yavuz Selim'in çözümüne odaklandı. Önce bir saati, dakikiya çevirdi arkadaşınız.

85.14 Yavuz Selim: Öğretmenim bu 1. koşunun dakika saattir. (soruda verilen saat, dakika, saniyeyi; dakika ve saniye cinsinden yazdı)

85.15 Ö5: Evet.

85.16 Yavuz Selim: Sonra bundan, 55 dakika 48 saniyeyi çıkartacağız.



Sonra burası 60 olur. Yavuz Selim alt alta yazarak işlemi yaptı. (24 dakika, 25 saniye buldu)

85.17 *Ö5: Evet, 24 dakika, 25 saniyede tamamlamıştır. Damla da dakikayı saniyeye mi çevirmeyi unuttu acaba?*

85.18 *Damla: Hayır*

85.19 *Ö5: Ne olarak o zamana*

85.20 *Damla: Öğretmenim, ben şey yaptım. 1 sa 20 dakika 13 saniye yazdım.*

85.21 *Ö5: Ama buradaki saati dakikaya çevirmeden, yine de yapsan aynı şey bak. 1 sa, 20 dk, 13 sn (Öğretmen aynı zamanda söylediklerini tahtaya 1 sa 20 dk 13 sn yazdı) 55 dk 48 saniye (bunları da tahtaya yazdı) Bunu yine bu şekilde de yapsan yine birbirine vermen gerekiyor. Çünkü burda 13 saniyeden 48 saniye çıkmaz. Gelip burdan 1 dakika alıyorsun buraya veriyorsun.... Aynı şekilde diğerinde olduğu gibi işlemi tamamlarsın..*

Yukarıdaki söylem öbeğinde iki çözüm yolunun karşılaştırılarak benzer yönlerinin açıklandığı görülmektedir. Yavuz Selim'in çözümünde olduğu gibi işlem yaparak devam edileceği anlaşılmaktadır. Buna ilaveten iki sonucu karşılaştırarak 1727 nolu söylem öbeğinde de Ö5 kodlu öğretmenin *"8 bölü 50 diyor. Bunu da 2 ile genişlettim direk cevabı buldum diyor. Yanlış bir cevap değil. Aynı ikisi de doğru. İkisi de doğru, yanlış değil. Berkay bize önce elmaları buldu. 100 parçadan 24'ü elmadır. Geriye kalan portakal dediği için kesirlerdeki gibi bütünden 100/100'den 24/100'ü çıkarıp yüzde 76. Bu şekilde de iki şekilde de yapabilirsiniz."*. söylemiyle iki çözüm yolu karşılaştırılmaktadır. Ayrıca öğretmenin söylemlerinden iki çözüm yolunun doğru olduğu ve öğrencilerinin çözüm yolunu seçebilecekleri anlaşılmaktadır.

Çözüm yolunun seçebileceğinin ilişkin söylemler incelendiğinde soru çözümü yapan/açıklayan öğrenciye birden fazla çözüm yolunun olduğunu onaylayarak ya da açıklayarak ifade etmektedir. Ayrıca "Fark etmez"; ... da olur; ... da yapabilirdik" ifadelerini sıklıkla kullanarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Ayrıca çözüm yolunun seçilebileceğinin dile getirilmesinde "*Arkadaşınız diyor ki...Bakın sonucu kaç farklı şekilde bulabiliyoruz"* ve "*Kızım bak ıı yer değiştirirsem yine aynı sonuçlar görürsün"* söylemine benzer söylemlerle çözüm yolunda farklı yollara dikkat çekilerek matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır. Çözüm yolunda istenilen kuralın, özelliğin seçilebileceğini de dile getirilmektedir. Örneğin 1527 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmenin *"Şimdi her dağılma özelliği olduğu yerde o kuralı kullanacaksın diye bir kural yok, Merve…"* söylemiyle kurallarda da seçim yapılabileceğini ifade ederek matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır. Buna ilaveten 1053 nolu söylem öbeğinde Ö5 kodlu öğretmenin "*Tabi ki matematiğin tek yolu yoktur çocuklar. Matematiği herkes istediği tarz mantığına göre de* *çözebilir. Ben bunu çözmeye kalksam şekil çizerim veya buradan giderim veya buradan giderim. Farketmez sonuçta hepiniz aynı sonuca ulaşacaksınız farklı bir yere ulaşmayacaksınız."* söylemiyle soru çözüm yolundaki kuralların, özelliklerin seçilebileceğini ifade etmektedir. Ancak çözüm yolunun esnekliğinden hareketle matematiksel fikirlere ulaşırken öğrencilerin bazen aşırı genelleme yaptığı görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel fikirlere ulaşmaya söylemlerinden, bir soruda uygulanan bir kuralın başka soruda da uygulanarak genellendiği anlaşılmaktadır. Ayrıca bu söylemler incelendiğinde, öğrencilerin kesin, kurala dayanan, genel-geçer söylemler olduğu belirlenmiştir. Aşırı genelleme yapmaya ilişkin bu matematiksel söylemlerin iki farklı soru çözümünün sonunda daha çok oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin bir bütünün kesrini bulma ve kesri verilen bütünün parçasını bulmayla ilgili iki sorunun çözümünden sonra aşırı genellemeye ilişkin söylemler aşağıda verilmiştir.

116.33 Canan: Öğretmenim, şöyle olabilir mi? Eğer, normal, kesir olmayan sayı başta ise bölüyoruz, kesir olmayan sayı sondayda ise ...

116.34 Ö2: Hayır hayır, öyle bir genellleme yapma, çünkü soru sorarken farklı sorrar kızım, yani onu başa, onu sona , öyle bir kural yok. Kural şu: Şimdi sana bir bütün verildi, bütün. Şu sınıfta 30 tane öğrenci var değil mi?

116.35 Canan: Evet

116.36 Ö2: Diyelim ki, bu sınıfın 5 te 2 si kaç öğrenci, sana bütünün, 30 un 5 te 2 si soruluyor, ama sana dese ki, bu sınıifn 5 te 2 si 10 öğrencidir. Ne yapılır? burada sana kesri veriyor. Sınıfn 5 te 2 sini verdi sana. Tamamını soruyor sana, o zaman ne yapacaksın ters çevirip çarpacaksın.

116 nolu söylem öbeğinde, Canan'ın 33 nolu satırdaki matematiksel söyleminde sırasıyla bütünü verilen parçanın kesrini bulmaya ve kesri verilen parçanın bütününü bulmaya yönelik kısa yoldan bahsedildiği görülmüştür. Canan' ın bu söyleminde aşırı genelleme yapıldığı anlaşılmaktadır. Öğretmenin de 34 nolu satırdaki matematiksel söyleminde Canan'ın genelleme yapmamasına ilişkin uyarıda bulunduğu görülmektedir. Ancak 34 nolu satırdaki "kural şu" ifadesiyle ve 36 nolu satırdaki " o zaman ne yapacaksın ters çevirip çarpacaksın" ifadesiyle yine kurallaştırma yoluyla matematiksel fikirlere ulaşıldığı görülmüştür. Bu bağlamda matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmenlerin de bazen aşırı genelleştirmeye yol açılabilecek kurala dayalı, kesin ifade içeren söylemlerinin olduğu söylenebilir. Örneğin 875 nolu söylem öbeğinde Ö6 kodlu öğretmenin *"Mutlak değer daima pozitiftir. Mutlak değer negatif olamaz"* söyleminde mutlak değerle ilgili olması gereken kesin ifadelere yer verdiği görülmektedir. Bu kesin ve kurala dayalı söylemlerin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında yapılan soru çözümünden

sonra kullanıldığı belirlenmiştir. Örneğin “Nihal 360 lira parasının 90 TL sini harcamıştır. Buna göre Nihal parasının yüzde kaçını harcamıştır?” sorusunun çözümünden sonra aşırı genellemeye yönelik söylemler aşağıda yer almaktadır.

1729.7 *Ö5: Anladın mı Berengül? Sen neresini yapamadın bunu anlamamışsın...*
1729.8 *Berengül: Öğretmenim ben hiçbir şey yapmadım bunda sadece okudum anlamadım.*
1729.9 *Ö5: Ama senin 360 lira paran var. 90 TL'ni harcasın. Paranın kaçta kaçını yüzde kaçını harmamışsın onu soruyor. Harcadığı para 90 TL parası 360 TL. 90'ı 360'a böleceğim. Bunu da bölmek için sadeleştirme yaptı arkadaşın 90'a böldü. Bu ikisini de 1/4. Onu da 100'e tamamladı.*
1729.10 *Berengül: Ben 360'ı bölmek için*
1729.11 *Ö5: 360'ı 90'a mı böldün?*
1729.12 *Berengül: Hayır 360'ı bir sayıya bölmeye çalışıyorum.*
1729.13 *Ö5: Hangi sayıya bölmeye çalıştın?*
1729.14 *Berengül: O sayıyı bulamadım.*
1729.15 *Ö5: Ama tamam da 360'ı neye böldüm ki bulamadım diyorsun?*
1729.16 *Berengül: Hayır 360'ı bölebilecek bir sayı bulamadım.*
1729.17 *Ö5: Ama 90 var orada. Yani daima yüzde bulurken harcadığı soruyorsa harcadığı parayı üste, tamamını paydaya yazıp paydayı 100 yapmak amaç*

Yukarıdaki söylemlerden harcanan paranın yüzdesini bulurken Berengül’ün matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında soru çözümünü anlamadığı söylenebilir. Berengül’ün yüzde bulmayla ilgili işlemi anlamadığı anlaşılmaktadır. Soru çözümü yapıldıktan sonra öğretmenin en son satırdaki söyleminde yüzde hesapmayla ilgili aşırı genelleştirme içeren kesin ifadelerinin olduğu belirlenmiştir. Ancak genelleme yapmaya ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde, öğrencinin başka sorularda genellleme yapmaması için kesin ifadeler kullanıldığı söylenebilir (Bkz. Ek 10.3.3.3: 1463 nolu söylem öbeği). Ayrıca öğrencilerin soru/problem çözümünü tam olarak anlamaması nedeniyle çözüme ilişkin aşırı genelleme yaptığı görülmektedir. Matematiksel düşünceler açıklanırken soru/problem çözümünü anlamayan öğrenciye önce kuralı hatırlatılmakta ya da kural hakkında açıklama yapılmaktadır. Ancak kurallarla ilgili karışıklık yaşayan bir öğrencinin bazen genelleme yaparak matematiksel fikirlere ulaştığı belirlenmiştir. Örneğin “Bir A sayısının %45 B sayısının %27’sine eşittir. Bu durumda A nın B sayısının % kaçı olduğunu bulunuz” sorusuna ilişkin matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

466.28 Ö3: Amacım A yı yalnız bırakmak burda A yı yalnız bırakmak için bunu diğer tarafa bölüm olarak geçiriyorum. Sen o zaman 2x=4 te 2 burda çarpım durumunda diğer tarafa bölüm olarak geçiriyorsun.

466.29 Furkan: Ama 2/1 di

466.30 Ö3: Al bunu 2/1 yapayım ben ne fark edecek değişmez ki.

466.31 Furkan: Ama o da 2 çarpı 1 oluyor ama bu 45 çarpı 100 olunca değişiyor

466.32 Ö3: Hayır değişmiyor, nesi değişiyor? Ben sayıyı değiştirmedim ki sayı olduğu gibi bak bölüm olarak geçti.

466.33 Furkan: Yani ben bütün rasyonel sayıları, hep böyle bölü olarak mı geçireceğim.

466.34 Ö3: Yani bak şöyle ezber yapma orda bölü olarak değil çarpım durumunda olduğu için diğer tarafa bölüm olarak geçiyor.

466.35 Furkan: ee ben anlamadım ki

466.36 Ö3: Eğer şöyle olsaydı A+45/10 olsaydı atıyorum B nin yanına geçerken -45/100 olarak geçirecektim. Denklem çözerken öyle çözmüyor muydun? (sınıftan sesler geliyor)

466.37 Furkan: Ama altına

466.38 Ö3: Hangi altına şuraya mı (45/100'in bölü olarak geçtiği yerde)

466.39 Furkan: Evet bir de onun arkasındaki işlem

466.40 Ö3: Yani sen şimdi şuraya bölü olarak geçirdiğimizi anladın mı?

466.41 Furkan: Gibi gibi

466.42 Ö3: Gibi gibi ben denklemleri öğretememişim sana (gülüyor), şimdi çarpım şeklindeki ifade diğer tarafa bölü olarak geçmiyor mu?

466.43 Furkan: Hayır benim anlamadığım bu 45/100 değil mi?

466.44 Ö3: Evet

466.45 Furkan: Bölü 100 ee çarpı 100 olacak o zaman

466.46 Ö3: e bu da 2/1 al 2/1 = 4 (tahtaya 2/1x=4 yazdı)

446.47 Furkan: Nasıl yani

466.48 Ö3: Ben 2 yazmıyorum da 2/1 yazıyorum o da rasyonel sayı 2 de bir rasyonel sayı

466.49 Furkan: Ama onu şey yapınca döndürünce 2x1 oluyor yine 2 oluyor ama bunda 45 ile 100 ü çarpında 4500 oluyor.

466.50 Ö3: Ben sana bir şey söyleyeceğim burada 2 çarpı buraya bölüm geçince ne oluyor?

466.51 Furkan: Nasıl? Kafam karıştı benim iyice

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, A. 45/100= B. 27/100 denklemine ilişkin Furkan'ın 45/100 ün denklemin diğer tarafına geçerken anlamadığı söylenebilir. Furkan denklem çözümüne ilişkin bildiği kuralı tam yerinde uygulamayarak "bütün rasyonel sayıların hep bölü ”şeklinde diğer tarafa geçeceğini düşünerek aşırı genelleme yapmaktadır. Öğretmenin başka bir rasyonel sayı örneği olan 2/1 vermesine yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde ise Furkan'ın 2x1 ve 2/1 in aynı sonuç olduğunu ifade ettiği görülmektedir. 1'in çarpma işleminde etkisiz eleman olmasından dolayı Furkan öğretmenin verdiği 2/1 örneğinden ikna olmadığı anlaşılmaktadır. Furkan'ın rasyonel sayılarda “bölü” ifadesinin denklemlerde karşı tarafa geçerken çarpı olarak geçeceğini düşündüğü için aşırı genelleme yaptığı söylenebilir. Bu söylem öbeğinin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında öğretmenin 45/100 in bir bütün olarak düşünülmesi gerektiğini ifade ettiği görülmüştür. Daha sonraki matematiksel söylemler incelendiğinde ise Furkan'ın “*Buldum ben neyi anlamadığımı 45/100 diye okuyoruz ya benim bunu yapmam için %45 olarak okumam gerek” s*öylemiyle rasyonel sayıların okunuşundan dolayı matematiksel fikirlere ulaşırken aşırı genelleme yaptığı söylenebilir. Aşırı genellemeye ilişkin söylemlerde ise daha kesin ifadelerin kullanılmasına ilaveten kuralların da olduğu görülmüştür. Bu bağlamda aşırı genellleştirmeye ilişkin diğer söylem öbeklerinde aşırı kurallaştırma yapıldığı da belirlenmiştir. Örneğin 191 nolu söylem öbeğinde aşırı kurallaştırmaya ilişkin öğretmen ve bir öğrenci arasında geçen matematiksel söylemler aşağıda verilmiştir.

191.12 Fatih: Hocam ama 3/5 le 1/4 ü çarpınca daha büyük bir sayı elde etmiyor muyuz?

191.13 Ö6: Kesir olarak mı yani 3/5 kesrinden daha küçük bir kesir elde ediyorsun.

191.14 Fatih: Şimdi biz 3/5 i 1/4 le çarpınca 3/5 i 4e bölmüş mü oluyoruz?

191.15 Ö6: Evet.

191.16 Fatih: O zaman şöyle bir şey olabilir mi? Yani çarptığımız yani çarpanın? (devamı bitirmeden)

191.17 Ö6: Evet.

191.18 Fatih: Paydasında ne yazıyorsa, o çarptığımız şeyin kaçta kaçını aldığımız öyle bir şey olur mu?

191.19 Ö6: Olur.

191.20 Fatih: Yani genel her zaman

191.21 Ö6: Her zaman olur hatta bak ordaki kesir bir eğer bir doğal sayıya bölünüyorsa kesrin küçülür ama bak burda doğal sayıyı kesre böldüğümüzde ne oluyor artıyor. Doğal sayıyı kesre böldüğümüzde arttı kesri doğal sayıya böldümüzde kesrim büyümüş gibi gözüküyor ama pay olarak 20 de 3 kesrim küçüldü.

191.22 Fatih: 5 te 3 gibi oldu.

191 nolu söylem öbeğinden görüldüğü üzere, Fatih'in matematiksel fikirlere ulaşırken önce birim kesirle çarpınca çıkan sayı ile ilk sayı arasında küçüklük-büyüklük açısından ilişki kurduğu söylenebilir. Fatih'in daha sonraki söylemleri incelendiğinde ise birim kesir ile çarparken paydadaki sayıya bölmek olduğuna ilişkin bir kural oluşturduğu söylenebilir. Ayrıca Fatih'in 20 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde ise "her zaman" şeklinde kesin bir ifade kullandığı göze çarpmaktadır. Bu bağlamda aşırı kurallaştırmaya ilişkin söylemlerle matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir.

Aşırı genelleme ve kurallaştırmadan farklı olarak matematiksel fikirlere ulaşılırken öğrencilerin kurala ilişkin genel bir sonuç çıkardıkları belirlenmiştir. Bu söylem göstergesine ilişkin söylemler incelendiğinde, öğrencilerin çözümü sorgulayarak öğretmene soru sordukları belirlenmiştir. Örneğin 190 nolu söylem öbeğinde bir doğal sayının birim kesre bölünmesi ve bir doğal sayının kesre bölünmesinde bir öğrencinin matematiksel fikirlere ulaşırken *"hımm, onda payı aynı bunda payı farklı olacak"* şeklindeki söylemi ile kuraldan sonuç çıkardığı söylenebilir. Soru/problem çözümünde öğrencinin kuraldan sonuç çıkartarak ve genellemeye ilişkin matematiksel söylemleri aşağıda yer almaktadır.

1077.3 Ayşe: Öğretmenim toplama işlemini yaparken çıkarma işlemini de mi öğreneceğiz?
1077.4 Ö6: Evet. Zaten biz aslında hiç çıkarma yapmıyoruz. Hep toplama yapıyoruz.
1077.5 Melis: Çıkarmayı bile toplamaya çevirdik
1077.6 Ö6: Evet.
1077.7 Hüseyin: Öğretmenim orada en altta artı yok mu niye çarptık ki biz?
1077.8 Ö6: Geri dön dedi ya bize. Dur dedi yol yok bir adım geri dön diyor. Geri dönmek neydi? Eksiydi değil mi tatlım? Orada geri dön dedi bize.
1077.9 Kemal: Bu çevirme şeyini her işlemde kullanabilir miyiz?
1077.10 Ö6: Evet. Kullanabilirsin her eksi de kullanabilirsin. Evet artı da değil ama eksi de

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, kuraldan sonuca ulaşarak genelleme yapılmaktadır. Kuraldan sonuca ulaşmaya yönelik diğer söylem öbekleri incelendiğinde, doğru genellemelere ulaşıldığı da belirlenmiştir. Bu bağlamda matematiksel fikirlere ulaşırken doğru genellemeler ve sonuçlara ulaşmak için mantıklı çözme ya da sorunun mantığı anlamaya yönelik söylemlerin de oluştuğu görülmüştür. Bu söylem göstergesindeki söylemlerde soru çözümünde hangi konularla ilişki kurulması, temel kurallara uyulması gerektiği gibi söylemler bulunmaktadır. Aslında öğretmen, öğrencilerin mantıksal çözüme ulaşmaları için yönlendirme yapmaktadır. Ayrıca soruyu çözen ya da çözüme ilişkin düşüncesini ifade eden öğrenciye öğretmenin soru çözüm mantığını vurguladığı görülmektedir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1052.16 Ö5: Efendim Halit

1052.17 Halit: Öğretmenim ben de Esra'nın yaptığı gibi yapmıştım ama 1/18 buldum ya.

1052.18 Ö5: Hı

1052.19 Halit: 90'ı 18'e böldüm beş. 5 ile 17'yi çarptım

1052.20 Ö5: Olur öyle de olur.

1052.21 Halit: 85, Ama çok uzun oluyor.

1052.22 Ö5: Tabi ki sen şimdi şunu yapmadın şuraya kadar geldin buraya gelince 90'ı 18'e böldün

1052.23 Halit: 5.

1052.24 Ö5: 5'le de diyorsun 17'yi çarptım 85. 90'dan da 85'i çıkardın. Önemli olan senin kendi mantığınla sorunun çözümünü yaptıysan istersen bir adım daha fazla olsun çocuklar hiç önemli değil. Önemli olan kendi mantığınla ben bu soruyu böyle çözerim istediğin gibi çözebilirsin.

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, öğretmen öğrencilerin soruyu kendi mantıkları ile çözmesinin önemini dile getirmektedir. Aslında öğretmenin "kendi mantığınız" ifadesinden öğrencilerin soru çözümüne ait kendi stratejileri olması gerektiğini vurgulamaktadır. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1744.13 Barış: Ben öyle yapmadım öğretmenim şu mantıkla gittim, 20 100'ün içinde 5 defa var. 40'ı 5 ile çarparsam

1744.14 Ö5: Ben onu anlamazsını diye 20/100 sadeleştirirsin 1/5 olur. 5'te biri 40'sa tamamı kaçtır dersin? Yani şekil çizersin 5 parça çizersin. Bir parçası 20 ise tamamı kaçtır? 20 ile 5'i çarparsın. Aynı mantık. 40 pardon. 20 nerden geldi?

1744.15 Barış: 40 öğretmenim.

1744.16 Ö5: 40 la da 5'i çarparsınız. 200 Aynı cevap gelir. İstediğiniz gibi yapabilirsiniz. Hiç kesirle bağlantı kurmuyorsunuz çocuklar çözerken. Kesir konusuyla bağlantı kurun.

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, Barış soru çözümündeki kendi mantığını açıkalayarak matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır. Ayrıca öğretmen mantıksal çözüme ulaşmak için hangi konu ile ilişkilendirilmesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Matematiksel fikirlere ulaşırken bir diğer söylem göstergesi, çözümün tek adımda bitmesi, zihinden yapılması ya da pratik yapılmasına ilişkin söylemlerden oluşmaktadır. Örneğin sorunun/problemin çözümü yapıldıktan sonra matematiksel fikirlere ulaşırken çözümün daha kısa yoldan yapılmasına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Bazı sorularda işlem rutini gereksiz bulunarak kısa yoldan nasıl yapılabileceği sorgulanmaktadır. Daire grafiğiyle ilgili söylem öbeklerinde (1557, 1562, 1563, 1565 ve 1568 nolu söylem öbekleri) kısa yoldan çözüm yapmaya ilişkin matematiksel söylemlerin daha çok oluştuğu belirlenmiştir. Matematiksel fikirlere ulaşırken çözümün işlem yapmadan tek adımda bitirilmesi gerektiği vurgulanmaktadır. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

343.43 Ö1: Şunu mantıken kendi anlatmak isteyen var mı? Kendi mantığıyla, mesela Sultan, sen hep zihinden yapıyorsun nasıl yapıyorsun?

343.44 Sultan: Öğretmenim ben şey yaptım. %100 den %20 çıkarttım 80 kalıyor sonra 80'ni 4'e böldüm çünkü % 25 i diyor, ondan sonra 60 buldum.

343.45 Ö1: Kalan direkt direkt %60 dır diyorsun.

343.44 Sultan: Evet, ama hocam bu son kalan yol kafa karıştırıyor.

343.45 Ö1: Bak sen % 100 ile başladığın için bir % sembolü ile başladığın için senin sonucun %60 çıktı ya sen otomatik olarak kalanın tamamını oranlamış oluyorsun. (tahtaya %60 yazdı)

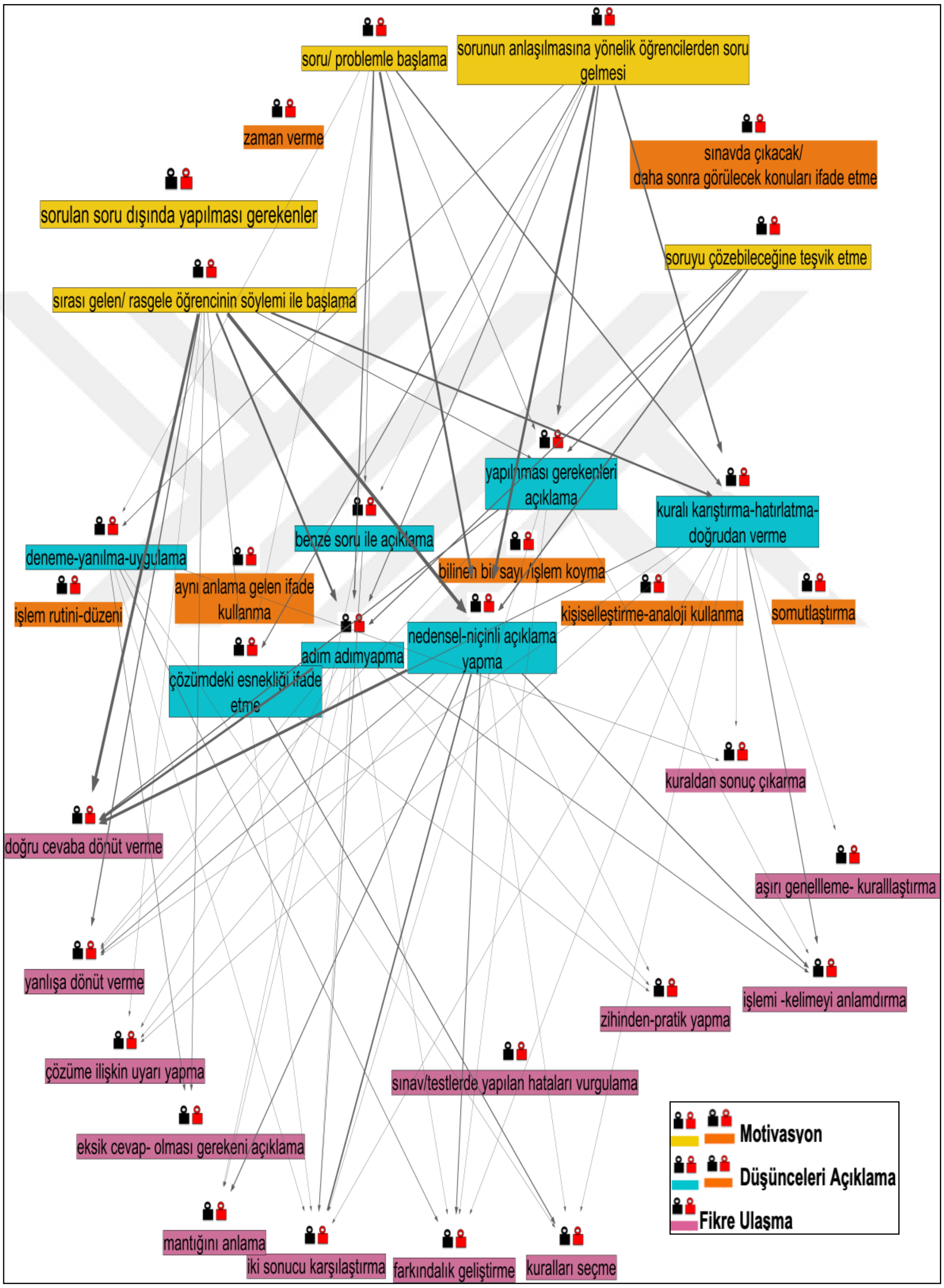
343.46 Sultan: Ama kafa karıştırıyor, o son cümle.

343.47 Ö1: Bak eğer %100 ile başlamasaydın 100 ile başlasaydık o zaman sonucu biz 60 bulacaktık, tamam mı? Bunu % ye çevirmek içinde bunu böyle yapmak zorunda kalacaktın. Kafa karıştırmıyor aslında sen %100 ile başladığın için tam yaptın. 100 sayısal değerini verseydin % ye çevirmek zorunda kalacaktın, anladın mı?

Yukarıdaki söylem öbeğinde, Sultan yüzdeyle ilgili soruları pratik olarak nasıl yaptığını açıklamaktadır. Sultan'ın kendine ait bir çözüm yolu olduğu görülmektedir.

Yukarıda soru/problem çözümü kapsamında *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde oluşan matematiksel söylemin yatay aşamalarında (motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma) söylemler, söylem göstergeleri bağlamında ele alınmıştır. Matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu yansıtan bu göstergeler, öğretmen ve bir öğrenci arasında geçen matematiksel söylemler diyaloglar halinde açıklanmıştır.

Motivasyona yönelik söylemlerden bir sonraki aşama olan matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlere geçişi, bu aşamadan da matematiksel fikirlere yönelik söylemlere geçişi yansıtan matematiksel iletişim haritasındaki yollar Harita 9'da sunulmaktadır.



Harita 9. Öğretmen-Öğrenci söylem tipinin soru/problem çözümü zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası

Yukarıdaki haritada *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde soru/problem çözümüne yönelik matematiksel söylemin yatay aşamalarına ilişkin göstergeler yer almaktadır. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde soru çözümünün başlamasında bitmesine kadar sürecin yansıtıldığı bu haritada, söylem göstergeleri açısından bir çeşitlilik görülmektedir. Matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylem göstergelerindeki bu çeşitilik daha çok görülmektedir. Haritada yer alan turuncu renkli göstergeler, matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki diğer söylem göstergeleriyle iç içedir. Soru/problem çözümü yapılırken kişiselleştirme, analoji gibi ifadeler kullanıldığı gibi aynı anlama gelen ifadeler de kullanılmaktadır. Söylem göstergelerinin birbiriyle ilişkisine bakıldığında ise sırası gelen ya da rasgele bir bir öğrencinin söz almasıyla adım adım yapma,nedensel açıklama, yanlışa dönüt verme ya da doğru cevaba dönüt vermeyle ilgili söylem göstergeleri arasında sıkı bağlar olduğu söylenebilir. Ayrıca *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde aynı derste ardışık olarak problem/soru çözümünün yapıldığı belirlenmiştir. Öğretmenlerle ders sonrasında yapılan görüşmelerde birbirine benzeyen soruların peş peşe çözülmesi gerektiğini ifade etmiştir. Ayrıca ders sonrası görüşme yapılan öğretmenlerden biri, öğrencilerin birbirine benzeyen örneklerle daha iyi anladıklarını, acemi öğretmenlerin ya da öğretmen adaylarının buna çok dikkat etmediğini, kendisi sonradan aynı konuyla ilgili benzer soruları çözdüğünü ifade etmiştir (Görüşme notu, 03.05.2017, Ö5 kodlu öğretmenin, 2. Dersi). Buna ilaveten arrdışık olarak soru/problem çözümünün gözlem yapılan her öğretmenin dersinde yapıldığı belirlenmiştir. Örneğin 354, 355, 356, 357, 358 ve 359 nolu söylem öbeklerinde kesirlerde sadeleştirme ve genişletmeyle ilgili olarak tahtaya kalkan öğrenci ile öğretmen arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Öğretmen ve bir öğrenci arasında geçen matematiksel söylemler ile aslında matematiksel fikirlere tam olarak ulaşılmadığı söylenebilir. Çünkü soruyu çözen öğrencinin yerine oturmasıyla söylem öbeklerinin sonlandığı görülmüştür. Öğretmenin aslında konu alanıyla ilgili problem/soru sayısını artırarak öğrencilerin pratik yapmasını hedeflediği söylenebilir (Görüşme notu, 15.02.2017, Ö4 kodlu öğretmenin 1. Dersi). Bu duruma örnek olarak daha önceki derslerde kesirlerle ilgili yapılan etkinliğe ilişkin sınıf panosundan fotoğraf Şekil 25'te sunulmuştur. Başka bir öğretmenin (Ö5 kodlu) dersinde de soru/problem sayısı artırılarak öğrencilerin pratik yapmasının hedeflendiği söylenebilir. Bu amaçla öğrencilere verilen çalışma kağıdı Ek 9'da yer almaktadır.

Şekil 25. Öğretmen-Öğrenci söylem tipinde kesirlerle ilgili etkinlik örneği

4. 4. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipine Yönelik Oluşan Matematiksel Söylemler

Öğrenci-Öğrenci tipindeki matematiksel söylemler genel olarak incelendiğinde, öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söyleme katılarak matematiksel söylemin oluşması göze çarpmaktadır. Öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini destekleyici ya da reddedici matematiksel söylemlerinin oluştuğu görülmektedir. Bu bağlamda *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinden ayrıldığı söylenebilir.

4. 4. 1. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Söylemler

Öğrenci-Öğrenci söylem tipine yönelik matematiksel terminoloji kapsamındaki söylemler incelendiğinde, birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel terminoloji hakkındaki söylemlerinin olduğu görülmektedir. Ayrıca matematiksel söylem oluşumunun ilk aşaması olan motivasyondan son aşaması olan matematiksel fikirlere ulaşma aşamasına kadar birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı söylenebilir. Terminoloji zemininde *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde oluşan matematiksel söylem aşamaları (M.S.A.) söylem-satır numaraları ile birlikte (S.S.N.) birlikte Ek 8.4.1'de yer almaktadır. Bu bağlamda bir söylem öbeğinin tamamı yer alarak, bu söylem öbeğinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin tamamı görülmektedir.

4. 4. 1. 1. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler

Öğrenci-Öğrenci söylem tipindeki matematiksel terminoloji kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, matematiksel söylemlerin günlük hayatla ilişkili olduğu görülmektedir. Matematiksel terminoloji kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 40'da gösterilmiştir.

Tablo 40. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Haberdar etme/cesaretlendirme	10	Şimdi bakın çemberin uzunluğunu yani bulmamızda bize yardımcı olan aslında bir formül var. Ama biz o formülü beraber çıkaracağız, hayde bakalım…
	Zevkli konu/ soyut konu olduğunu ifade etme	6	Hem eğlenceli, hem zevkli konudur…
	Terimleri tanıma	9	Mesela şunu verdim 130 derece. Diyeceksin ki öğretmenim ben bu 130 dereceyi şu açı özelliğinden dolayı şu numaraya taşıyorum diyeceksin
	Yoruma-varsayıma yönelik soru ile başlama	8	Peki açıortay şöyle midir?
	Ön açıklama-ön tanım yapma	19	Şimdi ters açılar çocuklar birbirlerinden uzak değiller. Bu ters açıların bir özelliği var. Bak bütün bunlar birbirinden uzaktı…
	Terimle ilgili tanım/gerekçe/örnek isteme	24	Şimdi o zaman doğru parçasından sonra neye geçiyoruz ışına, Evet günlük hayatta bana ışına örnek verecek olan kimler?
	Tanım/sembol hakkında merak edilenler	13	Öğretmenim şimdi diyelim ki...

Tablo 40'da motivasyona yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu söylem göstergelerinden biri de yeni konu hakkında öğretmenin yorum getirerek matematiksel söylemlerin başlamasıyla ilgilidir. Öğrenilen ya da öğrenilecek terime ilişkin öğretmenin ***"**Hem eğlenceli hem zevkli bir konudur..."* söylemiyle öğrencileri sonraki söylemlere katılması için teşvik etmektedir. Ayrıca "*eğlenceli konu", "soyut konu"* şeklindeki söylemlerle de öğretmenin öğrencilerde merak uyandırdığı ve öğrencileri motive ettiği söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

214.1 Fatma: Öğretmenim bu konuyu ilk defa görüyoruz.

214.2 Ö1: Biraz ilginç, bir tık soyut

214.3 Burak: Öğretmenim bunu (ax+by+c=0) peki çözecek miyiz?

214.4 Ö1: Yok burda başka bir mantık olacak tamam mı? Denklem çözmek gibi bir niyetimiz olmayacak burada

214.5 Burak: Basit bir konu mu?

214.6 Ö1: Basit basit bir konu merak etmeyin...

214 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi, 7. sınıfta ilk kez görülecek olan "iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiler" adlı konu hakkında öğrenme öncesi konuşulduğu görülmektedir. Öğretmenin 2 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde iki bilinmeyenli değişkenler konusunun "soyut" olduğunu ifade ettiği görülmektedir. Bu söylemin üzerine

Burak’ın 3 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde ax+by+c=0 denkleminin bu haliyle çözülüp çözülmeyeceğini sorduğu görülmektedir. Öğretmen konunun soyut ama basit olduğunu dile getirerek öğrencileri motive etmektedir. Ayrıca öğretmen matematiksel terim/kavramların günlük hayatta nerede kullanıldığını sorarak öğrencilerin matematiksel söyleme katılması için motive etmektedir. Bu bağlamda öğretmenin öğrencileri matematiksel söyleme katılması için güdülemesi, matematiksel söylem oluşumunun diğer aşamaları olan matematiksel düşüncelerini açıklarken ve matematiksel fikirlere ulaşırken birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel terminoloji hakkında söyleme katılmasını sağlamıştır.

Öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasını sağlayan bir diğer gösterge, matematiksel terminolojiyle ilgili ne yapılacağından haberdar edilmesiyle ilgilidir. Buradaki haberdar etmeye ilişkin matematiksel söylemler, diğer söylem tiplerinden farklı olarak öğrencilerin özellikleri, kuralları keşfetmesine yönelik matematiksel söylemlerdir. Örneğin öğretmen kuralları öğrencilerin keşfedeceğini haberdar ederek öğrencileri matematiksel söyleme katılması için motive ettiği söylenebilir. Örneğin 1806 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin *“Şimdi kural çıkartıyoruz başladık kenar sayıma n harfi veriyorum küçük n şu (4. satır) satırım benim formül satırım. Üçgen sayım kenar sayımdan her zaman kaç eksik”* söylemiyle öğrencileri kuralların birlikte çıkarılacağından haberdar ederek motive etmektedir. Buradaki haberdar etme, diğer söylem tiplerinden farklı olarak psikomotor becerilerle ilgili de olabilmektedir. Örneğin 1210 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu *öğretmen “Evet şimdi herkes, iplerin uzunlukları yardımıyla bulduğu çapı bulsun bakalım”* söylemiyle psikokomotor becerilerin başlayacağından haberdar etmektedir. Ayrıca öğretmenin kendisi de bu becerilerle başlayarak terminoloji hakkındaki matematiksel söylemleri başlatmaktadır. Örneğin 306 nolu söylem öbeğinde Ö5 kodlu öğretmen *“Şimdi orda iki doğrunun birbirine göre durumu var. Ben size bunu görsel olarak göstermek istiyorum, şu kalemi bana verir misin?…”* söyleminden sonra iki doğrunun birbirine göre konumlarını göstererek öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasını sağlamaktadır. Öğretmenin bu söyleminden yeni konudan haberdar ettiği de anlaşılmaktadır. Ayrıca öğretmen yeni konudan haberdar ederek öğrencilerin terminoloji hakkında matematiksel söyleme katılması için öğrencileri cesaretlendirmektedir. Örneğin 1801 nolu öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin “... yı kim keşfedecek” gibi söylemler kullanarak öğrencilerin matematiksel söylem katılması için cesaretlendirdiği belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek başka matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

2020.1 Ö5: Size 6 tane aynı uzunlukta çubuk verilmiş, bu çubuklarla hangi geometrik şekil oluşturulamaz diyor. Boyama kalemi olan varsa? Aynı boyutlarda olmaları lazım.

2020.2 Burcu: Ben de var öğretmenim (sınıftan destekleyici karışık ses geldi)

2020.3 Gamze: Kaç tane

2020.4 Ö5: (öğrenciye yaklaşıyor) tamam buldum şimdi şu bak arkadaşımızın kalemleri aynı model olduğu için bunlardan hangi şekli oluşturamayız?

2020.5 Sınıf: (öğrenciler parmak kaldırıyor)

2020.6 Hasancan: Öğretmenim ben biliyorum.

2020.7 Ö5: Birinci şeklimiz (üçgen) oluşur mu? Kerim?

2020.8 Kerim: Hayır oluşmaz.

2020.9 Ö5: Neden?

2020.10 Sınıf:(karışık sesler geldi)

2020.11 Ö5: Şimdi bir bakalım çocuklar, masanın üstüne oluşturalım bak buraya bunlarla birinci şeklimiz üçgen olsun. Üçgen oluşturabilir miyim?

2020.12 Esra: Oluşuyor.

2020.13 Ö5: Baktık ne yapıyor?

2020.14 Sınıf: Oluştu

2020.15 Ö5: Üçgen oluşuyor. Dikdörtgen oluşturabilir miyiz?

2020.16 Yasin: Evet.

2020.17 Ö5: Elanur?

2020.18 Elanur: Hayır.

2020.19 Leyla: Evet.

2020.20 Ö5: Neden?

2020.21 Elanur: Çünkü

2020.22 Ö5: Gel şurda oluşturur musun bana kalemlerle dikdörtgen (Elanur masaya geliyor) (sınıftakiler parmak kaldırıyor) bir dakika. Şu kalemlerle bana dikdörtgen oluşturabilir misin? Arkadaşlar dinler misiniz arkadaşınızı?

Yukarıdaki söylem öbeğinden, aynı uzunlukta 6 farklı çubukla farklı dörtgenler oluşturulup oluşturulmayacağının tartışılmaya başlanılacağı anlaşılmaktadır. Öğretmenin Elanur'un çubuklarla masada göstermesi için motive ettiği görülmektedir. Ayrıca Elanur'un anlatmasını isteyerek diğer öğrencilerin de matematiksel söyleme katılmasını amaçlamaktadır. Çünkü Elanur masada yaparken ve yaptıktan sonra diğer öğrencilerin Elanur'un düşüncesini kabul ettiği ya da reddettiği görülmüştür (Gözlem notu, 10.05.2017 tarihli Ö5 kodlu öğretmenin 1.dersi).

Öğrencilerin birbirinin düşüncesini kabul ettiği ya da reddettiği terminolojiye yönelik söylemleri başlatan bir diğer söylem göstergesi öğretmenin terim hakkında ön bilgi, ön tanım veya ön açıklama yapmasayla ilgili matematiksel söylemlerdir. Örneğin koordinat sisteminde bölgeleri tanıtırken öğretmen 1.bölgeye ilişkin *"Eğer ki bizim bulunduğumuz aradığımız konum, 2 tane pozitif sayıların olduğu bölgeyse biz bu bölgeye 1.bölge diyoruz"* söylemi ile ön tanım yapmaktadır. Daha sonraki bölgelerin tanımlanmasında ise bölgelerin özellikleri hakkında öğrencilerin söylemleriyle koordinat sistemindeki bölgelerin tanımlandığı görülmüştür. Buna ilaveten 1701 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin "*Uzunluk ölçülerini kim sayacak"* söyleminden sonra öğrencilerin uzunluk ölçülerinin isimlerini söyleyerek ön bilgilerin birbirinden farklı öğrenciler tarafından hatırlatıldığı görülmüştür. Önceki konular hakkında konuşarak ön bilgilerin hatırlatıldığı ve öğrenilecek yeni konu için ön açıklama yapıldığı görülmektedir. Örneğin 1755 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmenin *"Şimdi çocuklar bunların birbirine çevrilmeleri var. Biz uzunluk ölçülerini birbirine çevirirken sırasıyla hatırlayalım bakalım ııı nasıl yapıyorduk bunu?"* söyleminden sonra öğretmenin yönlendirmesiyle birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Örneğin Buğra'nın "Uzunluk ölçüleri ıı büyükten küçüğe giderken, ıı 10'la çarpıyorduk söyleminden sonra öğretmenin *"O tamam da, senin dediğini Beren söyledi. Başka ne yapıyorduk"* söyleminden sonra başka öğrencilerin de matematiksel söyleme katılarak Buğra'nın söylemine ilavede bulunduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda terimlere ilişkin ön açıklama yapılmasının matematiksel terminolojiye yönelik söylemlerin başlamasında etkili olduğu söylenebilir. Örneğin 1682 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin *"Bir arızalı soru soruyorum. Medyan bu kadar basitti. Ortanca yani en ortadaki değeri alıyorsun. Hiçbir hesabı kitabı yok ama bir şey olursa eğer yanlış medyan hesaplarsın Yani acaba ne olabilir? Şu veri grubuyla alakalı. Aynı veri gurubu böyle değil de nasıl verilseydi ben yanlış ortanca hesaplayabilirdim? Bak bu veri grubu bir daha söylüyorum böyle verildiği için ki doğru verildi. Ben burada ortancama 8 dedim. Aynı veri grubu nasıl verilseydi o zaman ortanca yanlış hesaplanırdı? Yani ortancanın çok önemli bir şeyi vardı. Ortanca hesaplamaya başlamadan önce bir şey yapılmalı. Muhakkak, yoksa sonuç yanlış çıkar..."* söyleminden sonra birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Öğrencilerin ön açıklamalardan yola çıkarak matematiksel terminoloji hakkında konuştukları söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek başka matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1933.1 *Ö3: Evet sayfa 236'yı açalım sayfa 236'yı açalım eşkenar dörtgen var. Bakın eşkenar dörtgen hani şöyle de çizilebilir şöyle baklava dilimi yada şöyle paralelkenar gibi de (öğretmen tahtaya 2 farklı eşkenar dörtgen çizer) çizilebilir. 2 tane farklı eşkenar dörtgen çizdim 4 kenar uzunluğu da bir birine eşit adından belli zaten eşkenar dörtgen eşkenar dörtgen düzgün çokgen midir ?*

1933.2 *Sınıf: Evet.*

1933.3 *Ö3: Eşkenar dörtgen düzgün çokgen midir? Aynen kaç kişi evet dedi*

1933.4 *Özlem: Hayır.*

1933.5 *Melih: Evet.*

1933.6 *Ö3: Evet diyen neden evet diyor? Hayır diyen neden hayır diyor? Evetin de düşüncelerini evet diyenlerden düşüncelerini alalım evet eşkenar dörtgen düzgün çokgendir, neden?*

1933.7 *Cemile: Öğretmenim adından belli eş kenar dörtgen, yani eş olduğuna göre çokgenleri de eşittir*

1933.8 *Ö3: Çokgenleri mi?*

1933.9 *Cemile: Eş olduğuna göre*

1933.10 *Buse: Değil (sınıftan destekleyen sesler geliyor)*

1933.11 *Ö3: Başka fikrini ee hayır hayır bi dakika ee düzgün çokgendir diyenden düşüncelerini alacağım.*

1933.12 *Vildan: İlk başta düzgün çokgen dedim.*

1933.13 *Ö3: Düzgün çokgen mi?*

1933.14 *Vildan:ıı o yüzden sonradan değiştirdim.*

1933.15 *Ö3: Düzgün olmadığını düşünenlerin fikirleri alalım.*

1933.16 *Dilan: Düzgün çokgenin iç açıları bide kenarları birbirine eşittir ama bunun iç açıları birbirine eşit değil*

Yukarıdaki söylem öbeğinde, eşkenar dörtgen ile ön açıklamaların öğretmen ve öğrencilerle birlikte yapıldığı görülmektedir. Düzgün çokgen olup olmadığına ilişkin birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı ve matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında katılmaya devam edeceği anlaşılmaktadır.

Öğrenciler arasında matematiksel söylemlerin başlamasını sağlayan bir diğer söylem göstergesi terimlerin tanınmasıyla ilgili matematiksel söylemlerden oluşmaktadır. Terimlerin tanınmasıyla, birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel terminoloji kapsamındaki terimleri, kavramları birlikte hatırladıkları görülmektedir. Örneğin bu söylemlerden sonra dikdörtgende köşegenin nasıl olduğunu öğrencilerin birlikte belirledikleri görülmüştür. Terimlerin tanınmasına ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde, öğrencilerin terimler hakkında konuşmasına öncelik verildiği belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1041.1 *Ö1: (öğretmen tahtaya iki parelel ve bu parelel doğruları kesen bir doğru çizdi) 1,2,34, 5,6,7 8. (oluşan açıları numaralandırdı). Mesela şunu verdim 130 derece. (4 nolu açı) Diyeceksin ki öğretmenim ben bu 130 dereceyi şu açı özelliğinden dolayı şu numaraya taşıyorum diyeceksin.*

1041.2 *Sinem: Yazıyor muyuz?*

1041.3 *Ö1: Özelliğin adını söylemeniz önemli yani yöndeşlikten mi taşıyorsun iç tersten mi, dış tersten mi, tersten mi?*

1041.4 *Taha: Öğretmenim değişebilir ama*

1041.5 *Ö1: Tabi canım sen nereye taşıyorsan. Başlayalım. Evet. Herkes birini söylesin. Hayır yazmayın şu an konuşuyoruz. Başlıyoruz. 4 numaralı açı 130 derece başka neresi 130 olabilir? Hangi özellikten taşıyorsun, onu da söylemelisin.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden öğretmenin doğruda açılara ilişkin terimlerin tanınması için öğrencilerin düşüncelerini açıklamaya fırsat vereceği anlaşılmaktadır. Sinem'in söyleminde "yazıyor muyuz" söylemiyle tahtada olanların yazılıp yazılamayacağını sorduğu; Taha'nın ise terimlerin nasıl yerleştirileceğine ilişkin sorduğu görülmektedir. Ancak öğretmenin önce Taha'nın söylemine karşılık verildiği görülmektedir. *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipine yönelik motivasyon aşamasındaki bu söylemin *Öğretmen* söylem tipindeki motivasyon aşamasında söylemlerden tamamen farklı olduğu görülmektedir. Öğretmenin öğrencilerin defterlerine yazmasından daha çok öğrencilerin düşüncelerini açıklamasına önem verdiği anlaşılmaktadır. Bu bağlamda öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamalarına fırsat verileceği söylenebilir.

Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamasına fırsat verecek söylemlerin motivasyon aşamasında belirleyici olduğu görülmüştür. Örneğin öğretmen matematiksel terminoloji hakkında yoruma-varsayıma dayalı soru ile başladığında öğrenciler de birbirlerinin düşüncesini kabul edecek ya da reddecek söylemlerle düşüncelerini açıklamaktadır. Matematiksel terminoloji hakkında yoruma-varsayıma dayalı sorulara "... olsaydı nasıl olurdu", "diyelim ki ... şöyle olsaydı" gibi sorular örnek olarak verilebilir. Bu sorulardan sonra öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söyleme katıldığı görülmüştür. Ayrıca sembollerle de ilgili sorular sorularak öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Örneğin 738 nolu söylem öbeğinde, Ö3 kodlu öğretmenin "*Şimdi gelelim 46 derecelik açının ölçüsü nasıl gösterilir? Matematiksel bir yazıyla nasıl gösterilir? (bir önceki söylem öbeğinde açı çizimi yapılmıştır)"* söyleminden sonra birbirinden farklı öğrencilerin açıya ilişkin sembolü ifade ettiği görülmüştür. Örneğin bu söylem öbeğinin matematiksel düşüncelerin açıklama aşamasında bir öğrenci *"Öğretmenim BAC açısı, A nın üzerinde şapka var"* söyleminden sonra başka öğrencinin *"bir de m olacak"* söylemiyle açıya ilişkin sembolü tarif ettikleri söylenebilir. Bu bağlamda *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel terminoloji kapsamında söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Ayrıca öğretmenin matematiksel terminoloji hakkında öğrencilerden gerekçe ya da tanım istemesiyle de söylemlerin oluşmaya başladığı belirlenmiştir. Aslında bu söylemlerin motivasyon aşamasındaki diğer söylem göstergelerini oluşturan söylemlerden daha kapsayıcı olduğu için daha çok kullanıldığı görülmüştür. Örneğin terminoloji hakkında ön açıklamaya ilişkin söylemlerin, ön tanım yapmayla ilgili söylemlerle ilişkisi olduğu belirlenmiştir. Ayrıca günlük hayattan da bahsedilerek terimin tanımı sorulmuştur. Dolayısıyla terime ilişkin tanımların, doğrudan tanım içeren söylemler yerine "nedir, nerelerde kullanılır" gibi sorular ve cevaplar oluştuğu görülmüştür. Örneğin 1751 nolu söylem öbeğinde de Ö2 kodlu öğretmenin *"Halk arasında konuşurken söyleriz. İşte bizim evimiz 100 m^2. Bizim bir arsamız var, 120 m^2 falan veya işte kitabımızın masamızın üzeri 125 cm^2. Şimdi bu m^2, cm^2 halk arasında bunlar çok kullanılır. Bu ne demek şimdi bana bunun anlamını söyleyecek olan var mı? Metrekare falan mesala en çok kullanırız, ne demek metrekare?"* söylemiyle de terime yönelik tanım istendiği görülmektedir. Öğretmenin terime yönelik tanım istemesiyle birbirinden farklı öğrencileirn matematiksel söyleme katılarak *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin başladığı söylenebilir. Benzer şekilde Ö4 kodlu öğretmenin 1701 nolu söylem öbeğinde *"Uzunluk ölçüleri ne işimize yarar?"* sorusundan sonra birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katılarak düşüncelerini açıkladığı görülmüştür. Dolayısıyla öğretmenin motivasyon aşamasındaki bu söylemlerinden sonra *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin başladığı söylenebilir. Bir sonraki söylem öbeğinde de öğretmenin "*Peki cm yi nerede kullanırız?"* sorusuyla da başka bir *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin başladığı söylenebilir. Ayrıca terminoloji hakkında gerekçe istenerek *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin başladığı belirlenmiştir. Örneğin 762 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin *"Peki bir şey soracağım size şurasıyla şu açıyla şu açı ya da şu açı (açının kolları arasında işaretleme yaparak) farklı mıdır? Gitgide açı artar mı sizce? Hadi dürüst olun bence artar yani diyenler artar. Öğretmenim bence artmaz sonuç olarak hep iki kolun arasında yani nedeni ne olabilir ne düşünüyorsunuz? Artarsa neden artmazsa neden? Artar diye düşünen belki sağlam bir iddası vardır. Artmaz diyenin de belki sağlam bir iddiası vardır bilmiyorum."* söyleminden sonra birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katıldıkları görülmüştür. Öğrencilerin açının ölçüsünün değişip değişmeyeceğini gerekçelerle açıkladıkları söylenebilir. Dolayısyla öğretmenin motivasyon aşamasındaki söylemiyle birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamasına fırsat verildiği görülmüştür. Motivasyon aşamasında öğretmenin yönlendirmesiyle matematiksel düşünceleri açıklamaya fırsat verilse de bu aşamada bazen öğrencilerin de söylemleriyle düşüncelerin açıklandığı görülmüştür. Öğrencilerin terimlerle ilgili anlaşılmayan yeri sorması üzerine *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipi kendiliğinden oluşabilmektedir. Örneğin 1689 nolu söylem öbeğinde bir öğrencinin *"Hocam bu veriler mesela hep pozitif ya hiç negatif bir sayı görebilir miyiz?"*; başka bir öğrencinin de *"Öğretmenim eksi (veri grubundaki sayılar) niye olmuyor? Ben onu anlamadım"* söylemlerinden sonra birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıkladığı görülmüştür. Bu söylem göstergesine ilişkin söylemler incelendiğinde öğrencilerin terim, kavram hakkında merak ettiklerini sordukları; diğer öğrencilerin de matematiksel söyleme katılarak düşüncelerini açıkladıkları görülmüştür.

4. 4. 1. 2. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler

Öğrenci-Öğrenci söylem tipindeki matematiksel terminoloji kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemlerin öğrencilerin kendi aralarında olduğu; ancak öncesinde öğretmenin öğrencilerin konuşması için soru yönelttiği görülmektedir. Matematiksel terminoloji kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 41'de gösterilmiştir.

Tablo 41. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Günlük hayattan örnek verme	15	Yansıma günlük hayattan nerede karşımıza çıkar?
	Sınıftan örnek verme	9	Sınıfımızdaki eşyalardan da örnek verebilirsiniz
	Terimin nasıl bir şey olduğunu ifade etme	18	Sabit terim nasıldı?
	Terimin yapısını belirleme	11	Aynı veri gurubu böyle değil de nasıl verilseydi ben yanlış ortanca hesaplayabilirdim
	Terimin özelliklerini keşfetme	18	Köşegenler birbirini ortalar karede ortalar dikdörtgende ortalar başka?
	Terminoloji sorgulama	8	Öğretmenim paralelkenarda niye olmuyor?
	İki terimin karşılaştırma-ilişkilendirme	8	Dairenin alanı ayrıdır çevresi ayrıdır.
	Tanım yapma/ isimlendirme	7	Dar açının tanımı nedir?
	Farklı gösterim	6	Öğretmenim, bunu zaten böyle (*ters yönde ışını çizerek)* çevirsek bu oluyor.

Tablo 41'de matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu göstergeleri oluşturan matematiksel söylemler arasında günlük yaşamdan ve sınıftan örnek vermeye ilişkin söylemlerin yer aldığı görülmektedir. Örneğin 12 nolu söylem öbeğinde konum bulmaya ilişkin öğrencilerin söylemlerinde, sinema ve uçak biletleri, restaronlarda masa düzenini, merkezi sınavlarda sıra düzenini, blok şeklindeki apartmanların kapı numaralarını ve Excel'deki hücreleri günlük hayattan örnek şeklinde verdikleri görülmüştür. *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde terminolojiye yönelik günlük hayattan örnek verirken birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıkladığı görülmektedir. Örneğin günlük hayattan doğru modeline ilişkin örnek vermeyle ilgili matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

273.3 Ayşegül: Yol
273.4 Ö4: Yol. yolun başı ve sonu belli değil midir?
273.5 Ayşegül: Ama öğretmenim biz ilkokuldan beri öyle biliyoruz.
273.6 Yusuf: Deniz
273.7 Ö4: Deniz (düşünüyor). Denizin boyutları daha farklı. Bizim istediğimiz böyle daha düz (elleriyle göstererek) bir şey değil mi?
273.8 Yağmur: Evren
273.9 Ö4: Evren
273.10 İpek: Lastik
273.11 Ö4: Hangi lastik?
273.12 İpek: Uzayan
273.13 Ö4: (gülüyor) Uzayan şey mi?
273.14 Işıl: Hava yolu
273.15 Ö4:Yani bir dakika şu uçakların indiği yol güzergahı mı yoksa meteorolojinin şu yağmuru ya da bilmem neyi ölçmek için uçakların arkasına bıraktığı şu düz çizgi mi?
273.16 Işıl: İşte hava
273.17 Ö4: Hava. havanın tamam.
273.18 Mahir: Hani şey doğru
273.19 Ö4 Doğruya örnek istiyorum
273.20 Mahir: Yol
273.21 Batu: Elektrik teli
273.22 Cemil: (kollarını açarak) Şura
273.23 Ö4: Şura doğru. (öğrenciler kendi aralarında konuşmaya başlıyor)
273.24 Faruk: Hani Dünya dönüyor ya öğretmenim o dönme süresi, pardon ne kadar döndüğü
273.25 Ö4: (düşünerek) dönmesi
273.26 Zeliha: Hiçbir şey
273.27 Ö4: Hiçbir şey
273.28 Zeliha: Evet
273.29 Aslı: Hiçbir şey
273.30 Oya: Öğretmenim bence saçlarımız kesmezsek uzar gider
273.31 Mine: Ama başı belli (Mine ayağa kalkarak saçını gösterdi) (sınıftan cevaba yönelik karışık ses geldi)

273.32 Çağrı: Evet

273.33 Oya: Saç dibe doğru gider (eliyle göstererek)

273.34 Ö4: Gider (gülerek)

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi birbirinden farklı öğrenciler düşüncelerini açıklamaktadır. Öğrencilerin söylemleri incelendiğinde, örnek verirken sınırsız ya da sonsuz olan doğru modeline ilişkin örnek verdikleri söylenebilir. Örneğin öğrencilerin doğru modeline 8 nolu satırda evreni ya da 24 nolu satırda Dünya'nın dönme süresini örnek verdiği görülmektedir. Öğrencilerin karşılıklı matematiksel düşüncelerini açıklanmasından sonra "Dünya'da doğruya örnek yoktur" diyerek matematiksel fikirlere kendilerinin ulaştığı görülmüştür. Buna ilaveten 287 nolu söylem öbeğinde, bir başka öğretmenin dersinde, öğrencilerin ışın modeline örnek verirken kendi aralarında destekleyici ya da reddeci söylemlerinin olduğu görülmüştür. Öğrencilerin bu derste ışın modeline kalemi, eski zamanlarda kullanılan oku, metreyi ve ağacı örnek olarak verdiği gözlenmiştir (Gözlem notu, 21.12.2016 tarihli Ö5 kodlu öğretmenin 1.dersi). Ancak ağacın kökleri de olduğu düşünerek ışın modeliyle ilişkili destekleyici ve reddedici söylemlerinin daha çok olduğu söylenebilir. Bu söylem öbeğinin matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında öğrencilerin ışının tanımını yaparak matematiksel fikirlere ulaştığı görülmüştür. Ayrıca diğer söylem öbeklerinde de milimetrenin günlük hayatta nerelerde karşılaşıldığına ilişkin matematiksel söylemlerin olduğu söylenebilir. Öğrencilerin milimetrenin kullanımına ilişkin daha farklı matematiksel düşüncelerinin olduğu ve bunları açıkladığı belirlenmiştir. Örneğin 1701 ve 1704 nolu söylem öbeklerinde birbirinden farklı öğrencilerin milimetrenin kullanımına ilişkin "karıncanın ayak izi, kalemin ucu, pirinç tanesi, tırnağımızın kalınlığı, kitap sayfalarının kalınlığı, silgi tozu, noktanın eni, saatin çizgisi *(Kolundaki saati gösterip öğretmene sessizce bir şeyler söylüyor)* vb." söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Bu örnekler üzerine öğrencilerin birbiriyle tartıştığı ve matematiksel söyleme etkili katıldığı söylenebilir. Örneğin araştırma sorusu oluşturmakla ilgili günlük hayattan örnek vererek matematiksel düşüncelerin açıklandığı söylemler aşağıda yer almaktadır.

91.6 Irmak: Öğretmenim, biz bir ara mahaledeyken bir şey düzenlemiştik. Ramazan akşamlarında bir kaç kişiye sormuştuk, size göre karpuz mu daha çok yenir? Kavun mu?

91.7 Ö5: Nasıl sorunu yönelttin, kime yönelttin?

91.8 Irmak: Yoldan geçen birisini gördüğümüzde.

91.9 Ö5: Nasıl sorunu sordun o kişiye? Yoldan geçiyorsun.

91.10 *Irmak: O zaman ödev hazırlıyorduk da, herhangi bir araştırma sorusu hazırlıyoruz da, müsaitseniz sorabilir miyiz diye sorduk, evet diyenlere sorduk. Bazıları karpuz sevmediğini söyledi.*

91.11 *Ö5: Size göre mi sordum, genel olarak mı sordun?*

91.12 *Irmak: Genel olarak, sizce yani. Çoğu kişi kavun dedi.*

91.13 *Ö5: Güzel, size soru soranlar oldu mu? Karşılaştınız mı?*

91.14 *Mehtap: Dün akşam bir filmde gördüm.*

91.15 *Ö5: Ne gördün?*

91.16 *Mehtap:2-3 tane anket almış eline, böyle sokakta dolaşıyordu, böyle arabalarla ilgili*

91.17 *Ö5: Peki, siz karşılaştınız mı?*

91.18 *Nehir: Şey öğretmenim, ben öyle karşılaşmadım da. Bana da bir ödev verilmişti. Öğretmenim, biz yaz tatilinde hep yapıyoruz. Bir böyle bayrama denk gelmişti. Bayramda evlere gittiğimizde böyle diyorduk ki, sizce bayramlarda daha çok şeker mi tüketilir? Çikolata mı? diye*

91.19 *Ö5: Bayramlarda, şeker mi tüketilir? Çikolata mı?*

91.20 *Nehir: Öğretmenim, çok kişi çikolata demişti. biz onları böyle yazdık, sonra onların çetele tablosunda göstermiştik*

91.21 *Gökhan: Öğretmenim, benim babamın başına geldi, şey biz Meydan'daydık. 2 çocuk geldi, ellerinde defter. Aynı Nehir'in dediği gibi, şeker mi daha çok sevilir? Çikolata mı? babam şeker dedi*

91.22 *Cafer: Öğretmenim bayramlarda falan bazıları Atatürk ile ilgili soru soruyorlar bize.*

91.23 *Ö5: Ama nasıl soru soruyorlar? İşte onu istiyorum sizden.*

91.24 *Cafer: Ne olduğunu (cümlesini bitirmeden)*

91.25 *Ö5: Bütün sorular, araştırma sorusu olabilir mi?*

91.26 *Cafer: Hangi tarihte doğduğunu falan soruyor.*

91.27 *Ö5: Ama o bir araştırma sorusu olabilir mi? Hangi tarihte doğduğu, o net bir şey değil mi? Belli değil mi? Atatürk'ün doğduğu tarih belli. O zaman o bir anket, sorusu olabilir mi?*

91.28 *Ali: Olamaz*

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, günlük hayattan örnek vererek araştırma sorusu ile ilgili matematiksel düşüncelerin açıklandığı görülmektedir. Günlük hayattan örnek vermeye ilişkin düşüncelerin açıklanmasında öğretmenin "...karşılaştınız mı" ifadesinin etklili olduğu söylenebilir.

Matematiksel terminolojiyle ilgili günlük hayattan örnek verilirken öğrencilerin bulundukları sınıftan örnek verdiği görülmüştür. Örneğin 281 nolu söylem öbeğinde, doğru parçasına günlük hayattan örnek verilirken sınıftan örnek verildiği gözlenmiştir.

Öğrencilerin sınıftan kapının üstündeki şerite, perdenin baştan sona doğru gitmesine, duvarların kesiştiği yere örnek verdikleri görülmüştür (Gözlem notu, 21.12.2016 tarihli Ö5 kodlu öğretmenin, 1.dersi). Bu bağlamda günlük yaşamdan örnek vermeye ilişkin söylemlerle sınıftan örnek vermeye ilişkin söylemlerin iç içe olduğu söylenebilir (Bkz. Ek 10.4.1.2: 13 nolu söylem öbeği). Örneğin sınıfa getirilen günlük yaşamda kullanılan materyaller üzerinden de terminolojiye ilişkin matematiksel düşüncelerin açıklandığı görülmüştür. Her bir öğrencinin sınıfa getirmiş olduğu kavanoz kapakları, Cd, vb. materyallerin çevresinin ve çapının iple hesaplanmasına ilişkin *Öğrenci-Öğrenc*i söylem tipinin oluştuğu belirlenmiştir. Çemberin çevresinin hesaplandığı 1209 nolu söylem öbeğinde öğrencilerin kendi ölçümlerini ifade etmesiyle sınıftaki tüm öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı görülmektedir. Bu söylem öbeği incelendiğinde, otuzüç öğrencinin kendi ölçümünü söyleyerek matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Kendi ölçümünü *"26,5"* diyen öğrenciye başka bir öğrenci *"aa benim de öyle"* diyerek destekleyen söylemde bulunduğu gibi "*benim 29"* diyerek reddeden söylemle ölçümü ifade ettiği görülmüştür. Benzer şekilde aynı kavanoz kapaklarının çapının hesaplandığı 1210 nolu söylem öbeğinde de tüm öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Öğretmen ise her iki söylem tipinde de yapılan hesaplamaları çevre ve çap uzunlukları eşleştirerek tahtaya yazmıştır. Öğretmen bu eşleştirmeyi *"Evet. 21 santimetre bulan çapını ne buldu"* söylemine benzer söylemlerle tüm öğrencilerin çevre ve çap hesaplamalarını tahtaya yazmıştır. (Gözlem notu, 21.03.2017 tarihli Ö3 kodlu öğretmenin 1.dersi). Buna ilaveten öğrencilerin hesaplamalarına ilişkin 1209 nolu söylem öbeğinde*, "27 buçuk, aslında benzer kapaklarla acaba farklı mı ölçüyorsunuz*?" söylemiyle; 1210 söylem öbeğinde *"Bak şimdi ölçerken neresine bakıyorsun? Ucundan itibaren şuraya kadar mı bakıyorsun?"* söylemleriyle öğrencilerin hesaplamalarında rehber rolünde olduğu söylenebilir. Öğrencilerin çevre ve çap hesaplamalarına ilişkin öğretmenin rehber olduğuna ilişikin fotoğraf aşağıda yer almaktadır.

Şekil 26. Öğrenci-Öğrenci söylem tipinde günlük yaşamdan örneklerin kullanılmasına örnek

Şekil 26'da günlük yaşamda kullanılan çember şeklindeki nesnelerin çevresinin öğretmen ve öğrencilerle birlikte hesaplandığı anlaşılmaktadır. Ayrıca 1702 nolu söylem öbeğinde de uzunluk ölçüleri ile ilgili sınıftan örnek vererek öğrencilerin birbirlerinin matematiksel söylemine katıldığı ya da reddettiği belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1702.3 Ö4: Santimetreye örnek verelim. Neresi santimetredir? Sınıfımızdaki eşyalardan da verebilirsiniz. Santimetre neresi?

1702.4 (Öğrenciler parmak kaldırarak söz istiyor)

1702.5 Çiğdem: Öğretmenim defterimin boyunu gösterebiliriz.

1702.6 Ö4: Kaç cm'dir boyu tahmini? (Defteri eline alır)

1702.7 Çiğdem: Tahmin ediyorum öğretmenim, yani cevap veriyorum (düşünüyor)

1702.8 Burak: Bence 1 m'dir.

1702.9 Sınıf: Yuh. (sesler yükseliyor aynı anda konuşmalar var)

1702.10 Ayşe: Ne için? Eni mi boyu mu ?

1702.11 Gülay: Yirmi beş.

1702.12 Çiğdem: 9 cm'dir.

1702.13 Ahmet: O kadar olmaz.

1702.14 Ö4: Dokuz. Atmayın.

1702.15 Burcu: Sanki 24 öğretmenim.

1702.16 Okan: Yirmi beş, yirmi beş. (Farklı cevaplar aynı anda geliyor)

1702.17 Emre: Bence de

1702.18 Sevgi: Yirmiüç.

1702.19 Demir: Yirmialtı.

1702.20 Ö4: Çocuklar şurada hem fikir miyiz? Bu defterin boyu metre olamaz değil mi?

1702.21 Sınıf: Yani

1702.22 Ö4: 1 metre ne kadardır? Beyza

1702.23 Beyza: 1 m 100 santim.

1702.24 Ö4: 100 santimetre ne kadardır göster bize 100 cm'lik bir yer.

1702.25 Beyza: (Ayağa kalkarak) Öğretmenim kıyafetimiz mesela. (Sınıfta aynı anda anlaşılamayan konuşmalar var)

1702.26 Çetin: 17 buçuk santimetre.

1702.27 Ö4: 1 metre midir kıyafetimiz?

1702.28 Beyza: Pantolon 1m dir. Çünkü bacaklarımız boyumuza uyuyor.

1702.29 Ö4: Herkesin bir metre değildir (Eğilip pantolonuna bakarak) Mesela benimki bir metre olmayabilir. (gülerek)

1702.30 (Öğrenciler parmak kaldırarak söz istiyor)

1702.31 Bade: Öğretmenim bence şu pencerenin kenarı bir metre olabilir.

1702.32 Ö4:(Pencereye yaklaşarak) Pencerenin şu kenarı bir metre olabilir. Şuradan şuraya mı (Elindeki defterle işaret ederek)

1702.33 Ecrin: Hayır olamaz öğretmenim.

1702.34 Bade: Hayır öğretmenim, olur, yan taraftaki.

1702.35 Ö4: Şu taraf mı? (Sınıftan farklı cevaplar gelir) Şurdan aşağıya mı en yukardan aşağıya mı? 1 metreyi arıyoruz.

1702.36 Bade (Koşarak öğretmenin yanına pencere kenarına gelir ve eliyle göstererek) Şurdan şuraya

1702.37 Aliye: Hayır, nasıl olsun ?

1702.38 Ö4: Peki burdan buraya var mıdır 1 m, olamaz mı? (Aynı anda çok sayıda konuşma var)

1702.39 Ceren: Olmaz.

1702.40 Figen: Bal gibi olur bal bal. (Gülüşmeler olur)

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğrencilerin önce cm'ye ilişkin sınıftan örnekler sonra metreye ilişkin verdiği ve kendi aralarında tartışarak matematiksel söylemlere katılmaktadır. Ayrıca bu söylemlerden sonra öğrencilerin sınıftaki tahtanın uzunluğu (sınıfta bulunan yan yana iki tahtanın), öğretmenin ve öğrencilerin kendi boy uzunluğu üzerine de tartıştıkları belirlenmiştir. Tahtanın boy uzunluğu ve öğrencilerin boy uzunluğu arasında ilişki kurularak tahtanın uzunluğu tahmin edilmiştir. Uzunluğu netleştirmek için cetvelle ölçüm yaptıkları da gözlemlenmiştir (Gözlem notu, 19.04.2017 tarihli Ö4 kodlu öğretmenin 1.dersi). Sınıftan örnek vermeye ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde, bu söylemlerin öğrencilerin yakın yaşam alanından örnek vermesiyle ilgili olduğu söylenebilir. Örneğin 1769 nolu söylem öbeğinde de arazi ölçülerine yönelik matematiksel düşünceler açıklanırken Ö2 kodlu öğretmenin "*Karadeniz'de arazi çok olmadığı için hektar kullanılmaz, ama İç Anadolu Bölgesi'nde kullanılır*" söyleminden sonra öğrencilerin *"bizim köyde var",* başka öğrencilerin *"bizim köyde de çok büyük araziler var"* şeklindeki söylemlerle yakın çevrelerinden örnek verdiği belirlenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin yakın çevresinden örnek verdiği söylenebilir. Örneğin 5.sınıflarda araştırma sorusu oluşturmakla ilgili "Caner'in en sevdiği renk nedir?" sorusunun araştırma sorusu olup olmayacağına ilişkin Özlem'in *"Caner kim, kimse bilmiyor Caner'i. Belki kuzeni belki arkadaşı, kardeşi"* söylemi ile bu sorunun araştırma sorusunu olamayacağını ifade etmektedir. Bu söylem üzerine Ö5 kodlu öğretmenin *"Okulumuzdaki bir öğrencinin ismini yazsaydık ne olurdu?"* söylemi ile yakın çevreden örnek vererek aynı soru hakkında başka öğrencilerin de matematiksel düşüncelerini açıklamaya fırsat verdiği söylenebilir.

Matematiksel düşünceleri açıklamaya fırsat veren bir diğer söylem göstergesi terimin ne/nasıl bir şey olduğunun tarif edilmesi ile ilgilidir. Başka bir ifadeyle matematiksel düşünceler açıklanırken öğrencilerin kendi aralarında terimin/kavramın ne ya da nasıl olduğuna ilişkin matematiksel söylemler oluşmaktadır (Bkz. Ek 10.4.1.2: 90 nolu söylem öbeği). Öğrencilerin bu şekilde matematiksel düşüncelerini açıklamalarında öğretmenin "neden" gibi sorular sormasının etkili olduğu belirlenmiştir. Terimlerin, kavramların ne olduğuna ilişkin söylemlerde öğrencilerin "Bence" söylemini kullanarak kendi fikirlerini açıkladıkları görülmektedir. Örneğin açının nasıl olduğunun tarif edilmesine ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

731.11 Ö3: Açı neydi? Evet, bana şöyle bir açının tanımını yapabilecek birini arıyorum.
731.12 Furkan: İki tane çizgi böyle birleşiyor. Birleşme yerinden bir şey oluşuyor derece oluyor onu açı deniyor.
731.13 Ö3: Başka fikrini söylemek isteyen?
731.14 Burcu: Hocam cümleye dökemiyorum.
731.15 Ö3: Evet açının tanımını istiyorum.
731.16 Taha: Iı iki tane doğrunun kesişmesiyle oluşan boşluğun derecesi
731.17 Ö3: Başka fikrini söylemek isteyen? Evet.
731.18 Serpil: İki doğrunun kesişmesiyle oluşan ıı (gülüşmeler oluyor)

731.19 *Berrin: İki doğru arasındaki mesafe.*

731.20 *Ö3: İki doğru arasındaki mesafe?*

731.21 *Berrin: Birleşmesiyle.*

731.22 *Ö3: Peki ben bir şey diyeceğim. Şu iki doğru mesela (tahtaya parelel iki doğru çizdi)*

731.23 *Berrin: Hı ıı kesişen iki doğru.*

731.24 *Ö3: İkisi arasındaki mesafe açı olur mu?*

731.25 *Berrin: Kesişen iki doğru arasında. Kesişen iki doğru arasında.*

731.26 *Emir: O açı olur mu hocam? O keşisen iki doğru arasında olması lazım.*

731.27 *Ö3: Ben şu an kimseyi onaylamıyorum. Sadece fikir alıyorum. Yani açı deyince aklınıza ne geliyor?*

731.28 *Figen: Kesişim noktaları belli olan iki doğru arasındaki mesafe.*

731.29 *Derya: Ben unuttum.*

731.30 *Leman: Hep aynısı oluyor*

731.31 *Derya: Ya aslında unutmadım ama yani cümlesel olarak…*

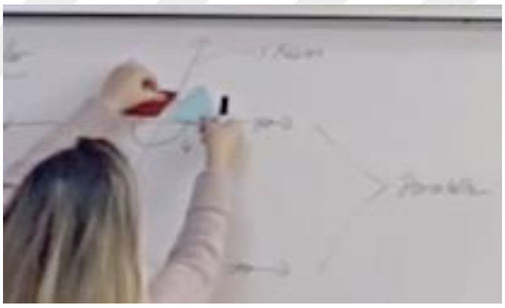
731.32 *Ö3: İfade edemiyorsun.*

731.33 *Derya: Aynen*

Yukarıdaki söylem öbeğinden, öğrencilerin açının nasıl bir şey olduğunu, nelerden oluştuğunu tarif ettikleri görülmektedir. Öğretmen açının tanımını sorarak öğrencilerin açıyı tarif etmesini istemektedir. Öğrenciler de açının tanımını yaparken açının yapısına ilişkin söylemlerle açıyı ifade ettikleri görülmektedir. Ancak öğrencilerin açının tanımını tam olarak yapamadıklarından tam olarak da tarif edemedikleri söylenebilir. Ayrıca 14 ve 31 nolu satırdaki söylemler incelendiğinde öğrencilerin tanım yapamadıklarını dile getirdikleri görülmüştür. Bu nedenle bir sonraki söylem öbeğinde (732 nolu) ise öğretmen açıyı tahtaya çizmiş ve *"Açı çizince acaba tanımı aklınıza gelir mi? Herhangi bir açı çizelim.."* söylemiyle öğrencilerin daha kolay tanım yapacağını düşünmüştür. 732 nolu söylem öbeğinde öğrencilerin tahtadaki şekle bakarak açıya ilişkin "köşe ve ışın" terimlerini kullanarak birbirinden farklı öğrencilerin tanım yaptıkları görülmüştür. Ö3 kodlu öğretmen ise *"En azından doğrudan ışına inebildik, ona sevindim, herkes ışın demeye başladı. Demek ki çizince tanımlamak daha kolay oluyor"* söylemiyle çizime göre açının tanımının daha kolay yapılacağını vurguladığı söylenebilir. Aslında öğretmenin açının şeklini çizmesiyle açının yapısındaki bileşenleri öğrencilerin keşfetmesini sağladığı söylenebilir. Benzer şekilde diğer söylem öbeklerinde de bir öğrencinin terimin yapısıyla ilgili ifade ettiği bileşene başka bir öğrencinin ekleme-çıkarma yaptığı belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.4.1.2: 762 nolu söylem öbeği). Ayrıca terimin yapısıyla ilgili bileşenlerin belirlenmesinde öğrencilerin analoji kullanarak matematiksel terimi/kavramın yapısını belirlediği görülmüştür. Örneğin Ö4 kodlu öğretmenin dersine ilişkin 142 nolu söylem öbeğinde Orhan'ın "*Hırsızlar hapisteyken tebeşirle duvara böyle yazardı"* ya da Zehra'nın *"onlar (çizgiler) bir çete oluyor zaten"* şeklindeki söylemleri ile çetele tablosunda olması gereken çizgileri analoji yoluyla açıklamaktadır. Bu bağlamda çetele tablosunun yapısının Orhan'ın kullandığı analojiyle açıklandığı söylenebilir. Burada dikkat çeken bulgu, matematiksel söylemlerde analojilerin öğrenciler tarafından kullanılmasıdır.

Terimin yapısına ilişkin özelliklerin belirlenmesinde öğrencilerin matematiksel söyleme *gerekçe, neden, analoji* kullanarak katıldığı gibi terimlerin özelliklerini belirlemede de matematiksel söyleme etkili bir şekilde katıldıkları belirlenmiştir. Daha çok geometri öğrenme alanındaki terimlerin özelliklerinin ortaya çıktığı söylenebilir. Örneğin öğrencilerin kendi aralarında tartıştığı 1948, 1949, 1950, 1951 ve 1953 nolu söylem öbeklerinde öğrencilerin gerekçelerle dörtgenlerin özelliklerini belirlediği görülmüştür. Bu söylem öbeklerinde terimlerin özelliklerini Ö1 kodlu öğretmenin yönlendirmesiyle öğrencilerin keşfettiği belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek doğruda açılarla ilgili özelliklerin keşfedilmesine yönelik başka bir öğretmenin dersinden matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1035.22 Ö1: Şu açıya çocuklar mavi açı şu açıya da bordo açı.



Şu mavi açıdan bahsedeyim. Şu küçük şurdaki 1 numaralı açı. Sizce şu mavi kağıdı kimin üzerine oturtursam aynı çıkar? Şu bir. Tipine bakalım birazcık dar farkında mısınız? Biraz dar. Kimle uyuşabilir?

1035.23 (Öğrenciler parmak kaldırarak söz istiyor)

1035.24 Taha: 5

1035.25 Ö1: 5' le uyuşabilir diyorsun bakalım. Evet tam oturdu.

1035.26 Zeynep: Bir tane daha var

1035.27 Ö1: Başka? Bu neyin üstüne oturabilir? Bak o zaman aynı uyuşanlara ne koyayım çarpı (x) koyayım. Bununla bu uyuştu. Başka yine bundayız.

1035.28 Ali: Şekil böyle hep aynı dar şeyle mi oluyor?

1035.29 Ö1: Hep bu (mavi kağıdı kastediyor) ama bunu döndürebilirsiniz.

1035.30 Ali: Hı o zaman öğretmenim buldum.

1035.31 Ö1 : Hı döndürebilirsiniz tabii. Abdurrahman.

1035.32 Abdurrahman: 2'le 6 öğretmenim.

1035.33 Ö1: Ama şu o başka açı. O bordo açı.

1035.34 Abdurahman : Hıı.

1035.35 Ö1: Mavi açıdayız. Başka? Sağa sola döndürebilirsiniz

1035.36 Sudem: 7

1035.37 Ö1: Bu da 7

1035.38 Sıla: Öğretmenim bordoya girmiyor muyuz?

1035.39 Yücel: Hayır.

1035.40 Şevval: Bordo ters açı.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, Ö1 kodlu öğretmen bordo ve mavi renkli kağıtlarla eş açıları öğrencilere sezdirmektedir. Ö1 kodlu öğretmenin 22 nolu satırdaki söyleminden önce bordo ve maviye denk gelen açıları gösterdiği; daha sonra açıları numaralandırarak mavi kağıda denk gelen açıların neler olabileceğini öğrencilere sorduğu görülmektedir. Buna ilaveten 27 numaralı satırda Ö1 kodlu öğretmen "Başka.. "söylemiyle birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katılarak eş açıların keşfedilmesine fırsat vermektedir. Birbirinden farklı öğrenciler, mavi kağıtın hangi açılara denk gelebileceğini söylemleri ifade etmekte ve birbirlerine açıklama yapmaktadır. Matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik daha sonraki söylemlerde bordo kağıda denk gelen eş açıların özelliklerinin keşfedildiği görülmüştür (Gözlem notu, 14.03.2017 tarihli Ö1 kodlu öğretmenin 1.dersi).

Öğrencilerin terimlerin özelliklerinden yola çıkarak terime ilişkin kuralları keşfettiği belirlenmiştir. Ayrıca terimin özelliklerinde bulunan formülleri, ilişkileri, örüntüleri de öğrencilerin belirlediği görülmüştür. Örneğin 1374 nolu söylem öbeğinde Ö5 kodlu öğretmenin dersinde basamak değerleri arasındaki ilişkilerin öğrencilerin söylemleri ile belirlendiği görülmüştür. Ancak bazen öğrencilerin terimin özelliklerinde yanlış ilişkiler kurduğu ve doğal olarak kendi aralarında matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Örneğin alan ölçüleriyle ilgili 12500 cm^2 nin dam^2 ye çevrilmesiyle ilgili matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1760.3 Çetin: Buldum.

1760.4 Simge: Öğretmenim bir şey buldum ama yanlış söylerim diye korkuyorum.

1760.5 Ö2: Peki söyle bakalım.

1760.6 Simge: Öğretmenim ıı hani ıı 2 yani ıı normalde ıı ıı bu tarafa olduğu için ı 2 sıfır silenecek yani.

1760.7 Ö2: Evet.

1760.8 Simge: Iı santimetrekareden dekametrekareye ı Kaç tane oluyor ıı 6 tane oluyor. Ordan 2 sıfır siliniyor ama bir de bu tarafa gittiği için sıfır mı oluyor? (Söz isteyen öğrenciler var.)

1760.9 Ö2: Ee öyle, öyle olması gerekmiyor mu? Ahmet söyle bakalım.

1760.10 Ahmet: Öğretmenim sıfır virgül ıı 125.

1760.11 Funda: Evet öğretmenim.

1760.12 Ö2: 0,125

1760.13 Çiğdem: Binde 125.

1760.14 Ö2: Evet. Sıfır tam binde 125. Öyle mi doğru mu? Peki bakalım.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, alan ölçülerinin birbirine çevrilmesi ile özelliğin yanlış ilişkilendirilerek yanlış sonuç bulunduğu görülmektedir. Örneğin öğrencilerin iki sıfır silinerek ilerleneceğini bilmekte ancak tam olarak sol tarafa ilerleyemedikleri görülmüştür. Öğretmen de doğru cevabı hemen söylemeyerek öğrencilerin özelliklerle ilgili doğru ilişki kurmasını beklemektedir. Daha sonraki aşama olan matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında öğrencilerin alan ölçüleriyle ilgili özelliği doğru ilişki kurarak sonuca ulaştığı belirlenmiştir. Aslında burada alan ölçüleriyle özelliğin alan ölçülerini birbirine çevirmeyle ilgili kural olduğu görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin terimlerin özelliklerinden yola çıkarak terime ilişkin kuralları da keşfettiği söylenebilir. Terime ilişkin kuralların belirlenmesine yönelik diğer söylem öbekleri incelendiğinde, öğrencilerin formüllere kendisinin ulaştığı belirlenmiştir. Örneğin dörtgenlerde üçgen sayısını gösteren formüle, öğrencilerin kendi aralarındaki söylemlerle ulaşıldığı görülmüştür (Bkz. Ek 10.4.1.2: 1801 nolu söylem öbeği). Ayrıca matematiksel terimlerin özelliklerinin, yapısının neden, niçin gibi sorularla sorgulandığı belirlenmiştir. Böylelikle öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söylemler oluşmaktadır. Öğrencilerin terimi tam olarak anlayamadıkları için sorguladıkları belirlenmiştir. Ayrıca bazen öğretmen de matematiksel düşünceleri açıklarken öğrencilerin sorgulaması için varsayıma dayalı sorular sorduğu belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1794.3 Ö1: Ben bir tane kafama göre bir dörtgen çizdim. Bu düzgün dörtgen mi?

1794.4 Semih: Hayır

1794.5 Ö1: Daha düzgün düzgün çokgende

1794.6 Muhammet: Öğretmenim yamuk değil miydi o?

1794.7 Ali: Evet yamuk.

1794.8 (Sınıftan da karışık sesler geldi)

1794.9 Ö1: Efendim yamuk buna yamuk diyebilmek için Muhammet bak, Muhammet çok güzel bir şeye benzetti. Yamukta iki tane kenar kesinlikle bir birine paraleldir. Kesinlikle ben parelel demedim, o yüzden buraya diyemiyorum.

1794.10 Ali: Ne diyeceğiz ?

1794.11 Ö1: Dörtgen soyismi olmayan dörtgen

1794.12 Fuat: Paralel olduğunu söylemediniz

1794.13 Ö1: Evet paralellik demediğim için söylemedim bu bir dörtgen.

Yukarıdaki söylem öbeğindeki söylemlerde yamuğun özelliklerinin kullanılarak yamuk olup olmadığı sorgulanmaktadır. Öğretmenin çizdiği şekilden sonra çizilen şeklin öğrencilerin sorguladığı görülmektedir. Yamuğun sorgulamasında öğretmenin varsayıma dayalı soru sormasının etkili olduğu söylenebilir. Terimlerin sorgulanmasına ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde ise öğrencilerin de varsayıma dayalı sorular sorarak terimleri sorguladığı belirlenmiştir. Ayrıca bu söylem öbeklerinin sayısının, öğretmenin varsayıma dayalı soru sorarak sorgulamaya zemin hazırlamasından çok olduğu görülmüştür. Öğrencilerin terimi sorgularken varsayıma dayalı soruları birbirine de sorduğu görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek aritmetik ortalama ve medyanın sorgulanmasına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1656.3 Taha: Şimdi diyelim bir çocuk dedi ki 10-15-100 (sınav notlarından bahsediyor) Ne olacak?

1656.4 Ö3: Şimdi bak mantıklı olarak 10-15 alan bir çocuk 100 alamaz zaten.

1656.5 Taha: Hadi aldı diyelim.

1656.6 Nisa: Kopya çekip almış olabilir.

1656.7 Gökçe: Belki de kolay sorulardı öğretmenim

1656.8 Zehra: 15 mi olur o zaman?

1656.9 Ö3: Şöyle 10-15-100 aldı. Nedir ortalama? 125 3'e bölersek 40?

1656.10 Fatma: 41 buçuk.

1656.11 Ö3: Bak şimdi. Yani 10-15 bak ortalama bak ortalama fırladı. Sence burada aritmetik ortalama o çocugun durumu hakkında bize yorum yaptırır mı?

1656.12 Sınıftan "Hayır. Evet" olacak şekilde karışık sesler geliyor.

1656.13 Taha: Hiç bir şey yaptırmaz…

1656.14 Ö3: Hayır ortancası ne onun 15.

1656.15 Taha: Ama 15 de ortalamadan düşük.

1656.16 Ö3: Düşük ama onun durumu o zaten.

1656.17 Müge: Nasıl yani?

1656.18 Taha: Ama sonuçta 100 aldı.

1656.19 Ayşegül: Hocam kafamı karıştırdı.

1656.20 Hasan: O zaman 15'i nasıl aldı ?(Aynı anda konuşmalar var)

1656.21 Taha: Ya da hocam 10-100-15. 10-100-15 aldı.

1656.22 Ö3: 10-100 ya öyle bir şey olmaz zaten. Ama bak bir şey diyeceğim.

1656.23 Taha: Kitap okuma sayısı olsun. Kitap sayfa sayısı

1656.24 Buse: Bir an ilham geldi ve okudu (gülerek)

1656.25 Taha: Bir ay okumadı. İkinci ay dersleri yoktu 15 yoktu, ne yapacağız?

1656.26 Ö3: Yani bu da çok şey değil yani yine de.

1656.27 Müge: Olabilir öğretmenim.

1656.28 Kaya: 100 mü diyeceğiz direkt?

1656.29 Ö3: Nasıl şimdi sen kitap okuma 100 tane kitap mı? Sayfa sayısı?

1656.30 Taha: Sayfa sayısı

1656.31 Ö3: Hım, Ha 10 sayfa okudu

1656.32 Taha: İkinci ay 100 sayfa okudu. 3. ay 15 sayfa okudu

1656.33 Ö3: Aydan bahsediyorsun gün desen neyse…

1656.34 Ali: Tamam gün hocam gün.

1656.35 Ö3: 3 gün boyuncu okuyor. 10 sayfa okudu sonra.

1656.36 Taha: 100

1656.37 Ö3: 100 sayfa okudu sonra da 15 tamam

1656.38 Taha: Eee ne olacak?

1656.39 Ö3: Şimdi ortalama bu kişi ortalama 3 günde 60 sayfa kitap okudu pardon 40 sayfa kitap okudu ortalamaya göre değil mi?

1656.40 Taha: Evet

1656.41 Ö3: Ama okumadı da biri 10 biri 15 gerçeği var.

1656.42 Taha: Sonuçta okudu

1656.43 Ö3: Yani burada ortanca daha sağlıklı değer vermez mi? Sonuçta çoğunluk 10 ve 15.

1656.44 Taha: Ama ortanca 100 (söylediği veri grubuna göre ortadaki değerin ortanca değerini söylüyor)

1656.45 Ö3: Ortanca 100 değil.

1656.46 Taha: 100.

1656.47 Ö3: Ha şöyle birinci gün 10 sayfa ikinci gün 100 sayfa üçüncü gün 15 sayfa.

1656.48 Müge: Evet hocam ortanca 100 oluyor o zaman

1656.49 Ö3: Yok tamam dur pardon ben tam tersi olarak algıladım. Bir dakika ortanca nasıl 100 oluyor çocuklar?

1656.50 Selenay: Sıralamamız lazım.

1656.51 (Sınıftan aynı anda birçok konuşma olur. İtirazlar geliyor)

Yukarıdaki söylem öbeğinde, aritmetik ortalama ve medyanın öğrenciler tarafından sorgulandığı görülmektedir. Öğretmenin de soruları sınıfa sorup başka öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasını sağlamaktadır. Ayrıca öğrencilerin varsayımlardan da yola çıkarak farklı problem durumlarında terimlerin nasıl olduğunun sorgulandığı belirlenmiştir.

Matematiksel düşüncelerin açıklanmasına fırsat veren bir diğer söylem göstergesi iki terimin karşılaştırılması ya da ilişkilendirmesine yönelik söylemlerdir. Ayrıca başka terimlerde bilinen sayılar ve işlemlerle yeni öğrenilen terimler arasında ilişkilendirme yapılarak matematiksel düşünceler açıklanmaktadır. Örneğin 1041 söylem öbeğinde yöndeş açı, iç ters vb. açıların karşılaştırılmasıyla ilgili Ö1 kodlu öğretmenin "130 dereceyi *nasıl inşa ederim, nerden bulacağım onu, ... Çünkü onlar nasıl açılardır?"* söylemleriyle soru sorduğu için öğrencilerin gerekçe ile kendi düşüncelerini açıkladıkları görülmüştür. Ayrıca bazı öğrencilerin öğretmen sormadan da gerekçe ile düşüncesini açıkladığı görülmüştür. Örneğin "*Öğretmenim 3 numaralı açı, 50 derece olacak, çünkü ters açı.*" söylemiyle nedensel bir açıklama yaptığı görülmektedir. Bu bağlamda farklı terimlerin karşılaştırılmasında nedensel açıklamaların yapıldığı söylenebilir. Farklı terimlerin karşılaştırılmasında öğrencilerin tanım yapmasından da yararlanılmaktadır. Ancak buradaki tanım yapma, *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel fikirlere ulaşma aşmasından oldukça farklıdır. Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında öğrencilerin tanım yapması istenirken terimlerin anlamlaştırılması hedeflenmektedir. Bu aşamadaki tanım yapma daha çok başka zeminde (soru/problem çözümü) ilişki kurmak için yapılmaktadır. Örneğin 764 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmen *"Şimdi eş açı çizeceğiz, eş açı demek, ne demek?"* söylemiyle görsel aracılarda tanım yapıldığı görülmektedir. Buna ilaveten söylem öbeğinin yapısı soru/problem çözümü görünse de öğrencilerin terimler arasındaki farkı bilmesi gerektiğinden hareketle tanım yapılarak terminolojiye dönmektedir. Örneğin eş karelerden oluşan şeklin çevresinin hesaplanmasının yapılamaması üzerine oluşan tanım yapmaya yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

566.3 Ö6: Çevre nedir biliyor muyuz? Çevrenin tanımını söyle bakalım, evet çevre?

566.4 Semih: Çevre bir bütün (biraz düşünerek)

566.5 Ö6: Bütün bir bütün demek çevre (öğretmen düşünüyor) ne demek Kuzey çevre?

566.6 Kuzey: Hocam şimdi burda bir şekil var ya onun yani dış olarak dış yerleri işte .

566.7 Ö6: Kenarları.

566.8 Kuzey: Hıhı kenarları tüm kenarları

566.9 Meryem: Bence de öyle

566.10 Ö6: Kenarları şimdi çemberin de çevresi var ama, kenar oluşturduğu (cümlesini bitirmeden) şimdi tahtamızın çevresini bulmak istersek ne yapmalıyız?

566.11 Oğuz: Kenarlarını toplayacağız

566.12 Belma: 2 ile çarpıp (uzun kenar ve kısa kenardan bahsediyor) da toplayabiliriz.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, 3 nolu satırda öğretmen çevrenin tanımını öğrencilerin yapmasını istemektedir. Semih'in 4 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde çevrenin tanımını yapamadığı görülmektedir. Sınıftaki diğer öğrencilerin parmak kaldırması üzerine öğretmen başka bir öğrencinin matematiksel düşüncesini açıklamasına fırsat vermektedir. Öğretmenin 10 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde ise sınıftan örnek vererek matematiksel terimi anlamlandırdığı söylenebilir. Ayrıca 1629 nolu söylem öbeğinde Ö2 kodlu öğretmenin dersinde de alan ve çevre kavramlarına ilişkin öğrencilerin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Birbirinden farklı öğrencilerin bu iki terime yönelik hesaplamalardan yola çıkarak ilişkilendirme yaptığı belirlenmiştir. Bu bağlamda alan ve çevre kavramıyla ilgili hesaplamaların ve tanımların içe içe olduğu söylenebilir. Ayrıca tanım yapmaya ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde, öğrencilerin kendi aralarında konuşarak terimlerin de birlikte isimlendirildiği görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

251.4 Ö4: Biz 1 tane doğruyu yapsak üzerinde bir kaç tane noktayı belirlersek (sayı doğrusu çizip üzerine A, B, C ve D noktalarını yazdı) bu doğru nasıl adlandırılır? (öğrenciler parmak kaldırıyor.)

251.5 Buse: ABCD doğrusu olur.

251.6 Ö4: ABCD doğrusu olur mu acaba?

251.7 Mehmet: Hayır.

251.8 Ö4: 2 harf kullanacağız Buse 2 harf

251.9 Buse: AD doğrusu.

251.10 Ö4: AD doğrusu. AD doğrusu başka olmaz mı?

251.11 Sevim: Olur

251.12 Ö4: Ne olur?

251.13 Sevim: AC doğrusu

251.14 Ö4: AC doğrusu. Evet başka (öğrenciler parmak kaldırıyor). Mine?

251.15 Mine: BC doğrusu olur. (Öğrt. bunları sırasıyla tahtaya yazıyor.) Başka?

251.16 Ömer: Öğretmenim AB

251.17 Ö4: AB doğrusuda olabilir. (öğrenciler parmak kaldırıyor)

251.18 Kemal: Bir tane daha var.

251.19 Beyza: BA doğrusu

251.20 Ö4:BA doğrusu ile AB doğrusu acaba aynı mıdır? (öğrenciler sabırsızlanarak parmak kaldırıyor) aynıdır (Beyza'ya bakarak)

251.21 (Öğrencilerden birisi tahtaya gelip BD doğrusu gösteriyor.)

251.22 Vildan: Bir tane daha var

251.23 Ö4: Söyle hayde

251.24 Kemal: CD

251.25 Zeynep: DC de var

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi doğrunun adlandırılmasına ilişkin birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Bu söylemler incelendiğinde öğrencilerin birbirlerinin söylemleri destekleyen söylemlerin daha çok olduğu söylenebilir. Terimlerin adlandırılmasına ilişkin matematiksel söylemlere ilaveten diğer söylem öbeklerinde terimlerin farklı gösterimleri üzerine de birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

260.6 Ö4: Aybüke dinle. Yağmur dedi ki bu ışının EF ışını yerine şöyle yazsak, FE yazıp, ışını şu tarafa koysam (FE nin üzerine sağdan sola ışın çizerek) (sınıfta sessizlik oluştu)

260.7 Sınıf: Olur, olmaz (olmaz daha baskın)

260.8 Ö4: Neden olmaz (Sınıfta bir çok öğrenciden "ben söyleyim" şeklinde sesler yükseldi.)

260.9 Derya: Evet olur. Çünkü öğretmenim, tahtaya gelebilir miyim? (Sınıftan olur ve olmaz diye sesler geliyor)

260.10 Ö4: Gel.

260.11 Derya: Burada E başlangıç olarak gösteriliyor, burada zaten başına koymuş. başlama yeri de bura zaten olur. (FE üzerinden gösterdi)

260.12 Ö4: Başlama yeri (FE üzerinden gösterdi) değil mi? Bu tarafa (sola doğru) devam ediyor. Arkadaşımızın fikri öyle (diğer öğrenciye dönerek) söyle.

260.13 Merve: Öğretmenim bence olmaz çünkü onun ikisini de çizdiğimizde ikisi de aynı olmuyor.

260.14 Ö4: Neden?

260.15 Serkan: Olur öğretmenim

260.16 Ö4: Gel çiz (Merve tahtaya geliyor) başlangıç kim?

260.17 Merve: E

260.18 Ö4: Kime doğru gidecek (FE üzerinde göstererek)

260.19 Merve: F

260.20 Ö4: Çiz

260.21 Merve: (Işını çizmeye başladı; sağ tarafta başlangıç noktası E, solda F olacak şekilde çizdi)

260.22 Ö4: EF oldu mu ?

260.23 Mehmet: Ama tersi öğretmenim olabilir.

260.24 Ö4: Dur dur bir dakika. F okun adı mı ? (Merve, F yi okun yanına koyduğu için böyle dedi)

260.25 Merve: Hayır (düzeltiyor)

260.26 Ö4: Tamam, Şimdi ama Merve diyor ki burdaki ışın bu tarafa doğru (soldan sağa) gelirken, burda çizdiğimiz EF ışını bu tarafa (sağdan sola) doğru gidiyor. Peki bunu şöyle çizseydim (ters yönde çizerek) olur mu? (sınıftan karışık sesler geldi)

260.27 Buket: Öğretmenim, bunu zaten böyle çevirsek bu oluyor (el-kol hareketleri ile ışının döndürülmesini yaptı)

Yukarıdaki 260 nolu söylem öbeğinden, ışının sembolik olarak farklı gösterimi üzerine birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıkladığı anlaşılmaktadır. Birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel düşüncesini açıklamasında öğretmenin de söylemlerinin etkili olduğu söylenebilir.

4. 4. 1. 3. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Matematiksel Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler

Öğrenci-Öğrenci söylem tipindeki matematiksel terminoloji kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin öğretmen ve öğrenciler arasında olduğu görülmektedir. Matematiksel terminoloji kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 42'de gösterilmiştir.

Tablo 42. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Sonuca varma/ genellemelere ulaşma	38	Öğretmenim, hiç tekrarlanmamışsa mod yok
	Fikirlerin netleşmesi	11	Sınıfımızda şöyle bir fikir ayrılığı var bazıları onbeş, onaltı, onyedi, onsekiz dedi…
	Anlamlandırma-anlama-muhakeme etme	20	Düşünsene 200 TL elektrik faturası geldi %15 kdv olursa, 30 lira fazladan ödeyeceksin…

Tablo 42'nin devamı

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Matematiksel Terminoloji	Tanıma ulaşma	13	…Bu noktalar arasında bulunan noktalar kümesine doğru parçasi denir
	Terimlerin okunuşu/yazılışı	5	Öğretmenim bir sayının + işareti yoksa pozitif midir?
	Sembolün/terimin işlemdekini yerini anlama	6	O zaman işlemlerimizde de bir sıra var. Bu sırayı takip etmezsek sonuçlar ne çıkacak?

Tablo 42'de matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu söylem göstergeleri arasında matematiksel terimle ilgili sonuca ya da genellemelere ulaşmaya yönelik söylemlerin diğerlerinden çok olduğu söylenebilir. Genellemeye ulaşmaya yönelik söylemler incelendiğinde tekrar eden örüntüden kural bulmaya, formüllerden genellemeye ulaşmaya kadar farklı söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1246.17 Ö1: Genelleme cümlesi alayım
1246.18 Şevval:Iıı
1246.19 Ö1: Bir çemberde
1246.20 Şevval: Bir çemberde açının bulunduğu
1246.21 Ö1: Merkezdeki
1246.22 Şevval: Merkezdeki açının bulunduğu ııı neydi onun adı?
1246.23 (Başka öğrenciler söz istiyor)
1246.24 Şevval: Sayıya
1246.25 Ö1: Açı.
1246.26 Şevval: Açıya. Iı şey
1246.27 Ö1: Yay
1246.28 Şevval: Aynen yay. Yay eşittir.
1246.29 Ö1: Peki daha güzel bir Türkçe cümle. Peki teşekkür ederim. Oldu. Bakayım güzel Türkçe cümlesini kim kuracak?
1246.30 Sema: Öğretmenim lütfen
1246.31 Ö1: Fuat kurmaya çalış
1246.32 Fuat: Öğretmenim çemberin merkezindeki bütün parçaların birbirine eşit (Aynı anda öğrenciler arasında konuşmalar var) Parçaların çemberdeki merkezin oluşturduğu parçaların açılarının hepsinin eşit olması.
1246.33 Mert: Merkezdeki açılar yaydaki açılara eşit. Yaya eşittir.
1246.34 Ö1: Yalnız bir dakika merkezdeki açı yaya eşit derken hangi yaya bak burası da yay burası da yay (Diğer öğrenciler de ısrarla parmak kaldırırarak

ve öğretmenim öğretmenim diyerek söz istiyor) Onu bir kısıtlayalım. Merkezdeki açı hangi yaya eşit oluyor?

1246.35 Mine: Tam karşısına

1246.36 Ö1: Tam kaşısındaki, Ne? Baktığı, ne diyelim ona?

1246.37 Sinem: Olduğu

1246.38 Doruk: Bulunduğu desek?

1246.39 Ö1: Sena?

1246.40 Sena: Bulunduğu yay

1246.41 Ö1: Bulunduğu yer. Başka daha güzel bir söylem?

1246.42 Kamil: Biz ne bulacağız ben unuttum.

1246.43 Demet: Merkezindeki bölünen açının tam karşısındaki yay ona eşittir.

1246.44 Ö1: Tam karşısındaki, biz ona ne deriz biliyor musunuz? Gördüğü yer. Gördüğü yer evet. O zaman şöyle bir genelleme yapıyorum. Bir çemberdeki merkez açıyla gördüğü yayın, gördüğü bak bu göz gibi (merkez açıya göz çizerek) bak göz oluyor bu. Tamam mı?

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin yönlendirmesiyle öğrenciler merkez açının ölçüsü ile genellemeye ulaşmaktadırlar. Birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katılarak merkez açı ve merkez açının gördüğü yay ile aralarında ilişki kurarak genellemeye ulaştığı söylenebilir. Öğrencilerin genellemeye ulaşmasına ilaveten diğer söylem öbeklerinde matematiksel terminoloji hakkında sonuca ulaştıkları da belirlenmiştir. Bu söylemler incelendiğinde verilen bilgilerden terimin oluşup oluşmadığına karar verme, -ise bağlacı gerektiren terimle ilgili varsayıma dayalı sonuca ulaşma gibi farklı söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Öğrencilerin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında olduğu gibi sonuca ulaşırken terimle ilgili farklı şeyleri de merak ettiği görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1704.46 Elif: Öğretmenim milimetrenin küçüğü var değil mi?

1704.47 Ö4: Milimetreden küçük var tabi? Peki başlayım mı? (kütle ölçü birimlerine geçmek istiyor)

1704.48 Sınıf: Hayır, hayır. (Sınıfta konuşmalar var)

1704.49 Tuğçe: Öğretmenim milimetrenin küçüğü ne?

1704.50 Ö4: (Bir süre düşünür) Tuğçe, o zaman sen araştır bize söyle olur mu? Milimetreden daha küçük hangi birim var?

1704.51 Tuğçe: Tamam, yarın mı?

1704.52 (sınıftan olup olmadığına ilişkin sesler yükselir)

Yukarıdaki söylem öbeğinde, öğrencilerin milimetreden küçük birimleri merak ettiği görülmektedir. 47 nolu satırda öğretmen bu söylem öbeğininin biteceğini başka bir organizasyona geçeceğini de söylese de öğrencilerin konuşmaya devam istedikleri anlaşılmaktadır. Bu bağlamda birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklayacağı anlaşılmaktadır. Benzer şekilde diğer söylem öbeklerinde matematiksel düşünceler açıklanırken öğrencilerin birbirini destekleyen ya da reddeden doğru, eksik veya yanlış fikirleri olduğu karışık fikirlerin olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin zihinlerindeki bu karışıklığı gidermek için terime/sembole ilişkin netleştirme yapıldığı görülmektedir. Matematiksel terminoloji hakkında netleştirmeye ilişkin söylemler incelendiğinde, terminolojinin günlük hayatta nerelerde kullanılacağının ya da terminolojiye uygun örnek olup olmadığının netlik kazandığı belirlenmiştir. Örneğin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında uzunluk ölçülerinin, arazi ölçülerinin nerede kullanılacağına ilişkin birbirinden farklı öğrencilerin örnek vermesinden sonra uygun olmayan fikirler elenerek nerelerde kullanıldığı netlik kazanmıştır. Ayrıca açıortayın yapısının tartışıldığı 775 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmen, fikirlerin netleşip ışın olduğuna karar verildikten sonra çizdiği doğrunun B noktasından sonrasını silerek ışın haline getirmiştir. Ö1 kodlu öğretmenin *"O zaman neresini silmem gerekiyor? B boktasından aşağısını siliyorum (doğru şeklinde olan şekli ışın haline getirildi)"* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Bu bağlamda matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında karışık olan fikirlerin netleştiği söylenebilir. Benzer şekilde 11 nolu söylem öbeğinde matematik düşünceleri açıklama aşamasında koordinat sisteminin nerelerde kullanıldığı tartışılırken harita mühendislerinin kullanıp kullanmadığına ilişkin fikirlerin tam netleşmediği belirlenmiştir. Koordinat sisteminin kullanıma ilişkin başka örnekler verildikten sonra matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında bir öğrencinin "*Öğretmenim Aykut demişti yaa harita mühendisi diye, benim annem harita mühendisi ben gördüm, şimdi hatırladım"* söyleminden sonra koordinat sisteminin günlük yaşamda kullanımıyla ilgili bir netlik oluşmaktadır. Bu bağlamda matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında fikirlerin netlik kazandığı söylenebilir.

Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik bir diğer söylem göstergesi, terminolojinin anlamlaştırılmasına ve muhakeme edilmesine yönelik matematiksel söylemlerden oluşmaktadır. Terimler arasında nedensel ilişki kurularak anlamlaştırma ve muhakeme edildiği görülmüştür. Öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemlerle terminolojinin anlamlaştırıldığı belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1790.4 Ali: Öğretmenim iç bükeyde ee köşegenler içe doğru kalıyor dış bükey.

1790.5 Ö1: Köşegenler değil.

1790.6 Ali: Köşegen

1790.7 Hasan: Köşegenler hocam

1790.8 Gamze: Köşegenler iç içe doğru.

1790.9 Özge: Dışarda kalır.

1790.10 Ufuk: İç içe olanlar (köşegenleri kastediyor) iç bükey oluyor.

1790.11 Ö1: Hayır kenarlar eğer içeri bükükse iç bükeye dönüşüyor ama köşegen anlamındaki özellik o değil.

1790.12 Leyla: him, köşegenler dışarda kalıyor.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, iç bükey ve dış bükey çokgenlerde köşegenlerin ve kenarlarla ilgili özelliklerin karıştırıldığı anlaşılmaktadır. Öğrenciler matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında iç bükey çokgenlerde ve dış bükey çokgenlerde köşegen özelliğinin anlamlandırıldığı görülmektedir. Öğrencilerin iç bükey çokgende köşegenlerin de içeride oldukları düşündükleri söylenebilir. Öğretmenin 11 nolu satırdaki söyleminde köşegen ve kenarla ilgili anlamlandırma yaparak öğrencilerin iç bükeyde köşegenin özelliğini anladığı söylenebilir. Bu bağlamda matematiksel düşünceleri aşamasında anlaşılmayan yerlerin matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında anlaşıldığı/muhakeme edildiği görülmektedir. Ayrıca terminoloji zeminindeki diğer söylem öbekleri incelendiğinde, matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında öğrencilerin terimle ilgili günlük hayattan örnek verdiği; terime ilişkin tanımı ise matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında yaptıkları görülmüştür. Örneğin 281 nolu söylem öbeğinde, Ö5 kodlu öğretmenin *"O zaman doğru parçasını anladık, nasıl bir tanımlama yapabiliriz"* sorusu üzerine öğrencilerin doğru parçasıyla ile ilgili tanımlarda bulunarak matematiksel fikirlere ulaştığı söylenebilir. Daha sonra farklı öğrencilerden gelen eksik tanımlar üzerinde de konuşularak doğru tanımın öğrencilerin defterlerine yazdığı gözlenmiştir (Gözlem notu, 21.12.2016 tarihli Ö5 kodlu öğretmenin, 1.dersi). Ayrıca öğrencilerin matematiksel fikirler ulaşma aşamasında tanımlara ulaşmasından önce motivasyon aşamasında da bazı hazırlıkların olduğu belirlenmiştir. Örneğin 1208 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin motivasyon aşamasındaki *"Birbirinden farklı kavanoz kapaklarınız farklı var. Küçük de var büyük de var (sınıftan karışık sesler geldi) Tamam. Ya ben farklı büyüklükte olmasını özellikle istiyorum. Bir şey göstermek için…"* söyleminden daha sonra sınıfa getirilen kavanoz kapakları incelenmiştir. Matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik öğrencilerin kendi aralarındaki söylemlerinden daha sonra matematiksel fikirlere ulaşılmıştır. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1208.33 Ö3: O zaman ben bu çemberin uzunluğunu bulmak istesem ne yapacağım?

1208.34 Burak: Ölçeceğim.

1208.35 *Ö3: Yani bana çemberin uzunluğu dediğinde aklınıza ne geliyor? Tabi bunun (elindeki duvar saatini göstererek) içi boş olduğunu düşüneceksiniz?*

1208.36 *Alpdemir: Hocam ha bu kenarı var ya hani.*

1208.37 *Ö3: Ha bu kenarı neresi? (gülerek)*

1208.38 *Alpdemir: Etrafı, orayı uzatırsak öyle kaç santim olacak. Uzun düşünün böyle.*

1208.39 *Ö3: Uzatırsak onu uzatırsak açarsak?*

1208.40 *Alpdemir: Evet öğretmenim.*

1208.41 *Ö3: Evet.*

1208.42 *Oğuz: Öğretmenim hani ip getirdik ya herhangi bir ip parçası alalım. Bu ipi ona saralım. Sonra tam kesiştiği birleştiği noktada keselim ve cetvelle ölçelim.*

1208.43 *Ö3: O nedir işte?*

1208.44 *Elif: Çevresi.*

1208.45 *Oğuz: Yani çevresi.*

1208.46 *Ö3:Yani çemberin nesidir aynı zamanda? Uzunluğudur. Çemberin uzunluğu demek ne demek çevresinin uzunluğu demektir.*

Yukarıdaki söylem öbeğinde, öğrencilerin kendi aralarındaki söylemlerle çemberde çevre tanımına ulaştıkları görülmüştür. Öğrencilerin tanıma ulaşmasına yönelik diğer söylem öbekleri incelendiğinde de matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında günlük hayattan-sınıftan örnek verme, terimin yapısı vb. hakkında konuşulduktan sonra matematiksel terimlerle ilgili tanıma ulaşıldığı belirlenmiştir. Örneğin bir veri grubu verilip modun (tepe değer) ne olduğuna ilişkin birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel düşünceleri açıkladığı görülmüştür. Bu aşamada tepedeğerin ne olduğu hakkında "en yüksek değer, tüm verilerin toplamı, verilerin yükselmeye başladığı yer" vb. söylemlerle öğrencilerin konuştukları belirlenmiştir. Tepe değerle ilgili birbirinden farklı söylemlerden sonra tepedeğerin tanımına ulaşılmasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1675.15 *Ö1: Peki ben size söylüyorum. Modun bu veri grubunun (3,3, 5, 10, 12,15) modunu ben söyleyeceğim*

1675.16 *Eren: 3 (çok sessiz bir şekilde)*

1675.17 *Ö1: Siz de bana neden o olabileceğini bu sefer yorumlayacaksınız. Söylüyorum. Çocuklar bu veri grubumuzun modu tepedeki değeri 3.*

1675.18 *Bilal: Nasıl yani?*

1675.19 *Eren: Ben demiştim 3 diye.*

1675.20 *Can: Hımm*

1675.21 Ö1: O zaman ne olabilir mod?

1675.22 Elif: Çünkü tekrarlanan sayılar.

1675.23 Kaan: Ne ?

1675.24 Ö1: Tekrarlanan onun başında bir şey daha var. Tekrarlanandan ziyade

1675.25 Senem: Veriler mi?

1675.26 Burak: Veri grubu mu?

1675.27 Ömer: Bence başlangıç, başlangıç mı öğretmenim?

1675.28 Burak: Öğretmenim veri grubunda 2 tane olan mı?

1675.29 Ö1: İki tane olan ya da

1675.30 Senem: Birden fazla olan.

1675.31 Ö1: Birden fazla demeyelim.

1675.32 Umut: Bir çok.

1675.33 Ö1: En çok kim tekrarlanmışsa o

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, modun tanımıyla ilgili öğrencilerin kendi aralarında söylemleri oluşmaktadır. Öğrencilerin tanıma ulaşmasıyla matematiksel fikirlere ulaşıldığı görülmektedir. Tanıma ulaşmaya yönelik diğer söylem öbekleri incelendiğinde, öğrencilerin tanıma ulaşmasından sonra tanımın bazen deftere yazdırıldığı görülmüştür. Öğrencilerin oluşturdukları tanım deftere yazılırken yeni öğrenilen matematiksel terimin okunuşu ve yazılışı hakkında kendi aralarında matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Örneğin 1813 nolu söylem öbeğinde öğrenciler defterine yazarken çokgenin nasıl yazıldığına ilişkin söylemlerin olduğu belirlenmiştir. Bazı öğrencilerin Türkçe dersinde gördükleriyle ilişkilendirerek “-gen” ekinin ayrı yazılacağını ifade etmiştir. Öğrencilerin çokgenin “bitişik” “ayrı” yazılır söylemlerinden sonra Ö1 kodlu öğretmenin TDK’na bakacağını ifade ederek telefonundan çokgenin nasıl yazıldığına ilişkin araştırma yaptığı belirlenmiştir (Gözlem notu, 02.05.2017 tarihli Ö1 kodlu öğretmenin 2.dersi).

Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik bir diğer söylem göstergesi, terimin/sembolün işlevi hakkında matematiksel söylemlerden oluşmaktadır. Bu söylem göstergesi, farklı söylem tiplerinde görülse de burada, öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söylemlerinin oluşması farklılık oluşturmaktadır. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1938.4 Aynur: (Ayağa kalkar ve tahtada. 1 çizdiği eşkenar çokgende gösterir) Diyelim şu açı 90 derece değil ama diyelim 90 derece bu (köşegen böldükten sonra) 45 45 olmuyor mu?

1938.5 Ö3:Hı hı evet

1938.6 Sınıf: Nasıl?

1938.7 Ö3: Şura (açılar) iki eşit parçaya ayrılıyor bu da 2 eşit parçaya ayrılıyor.

1938.8 Fuat: Ayrılıyor mu ?

1938.9 Suna: Açı ortay oluyor işte.

1938.10 Özge: Ee hocam paralelkenarda niye olmuyor?

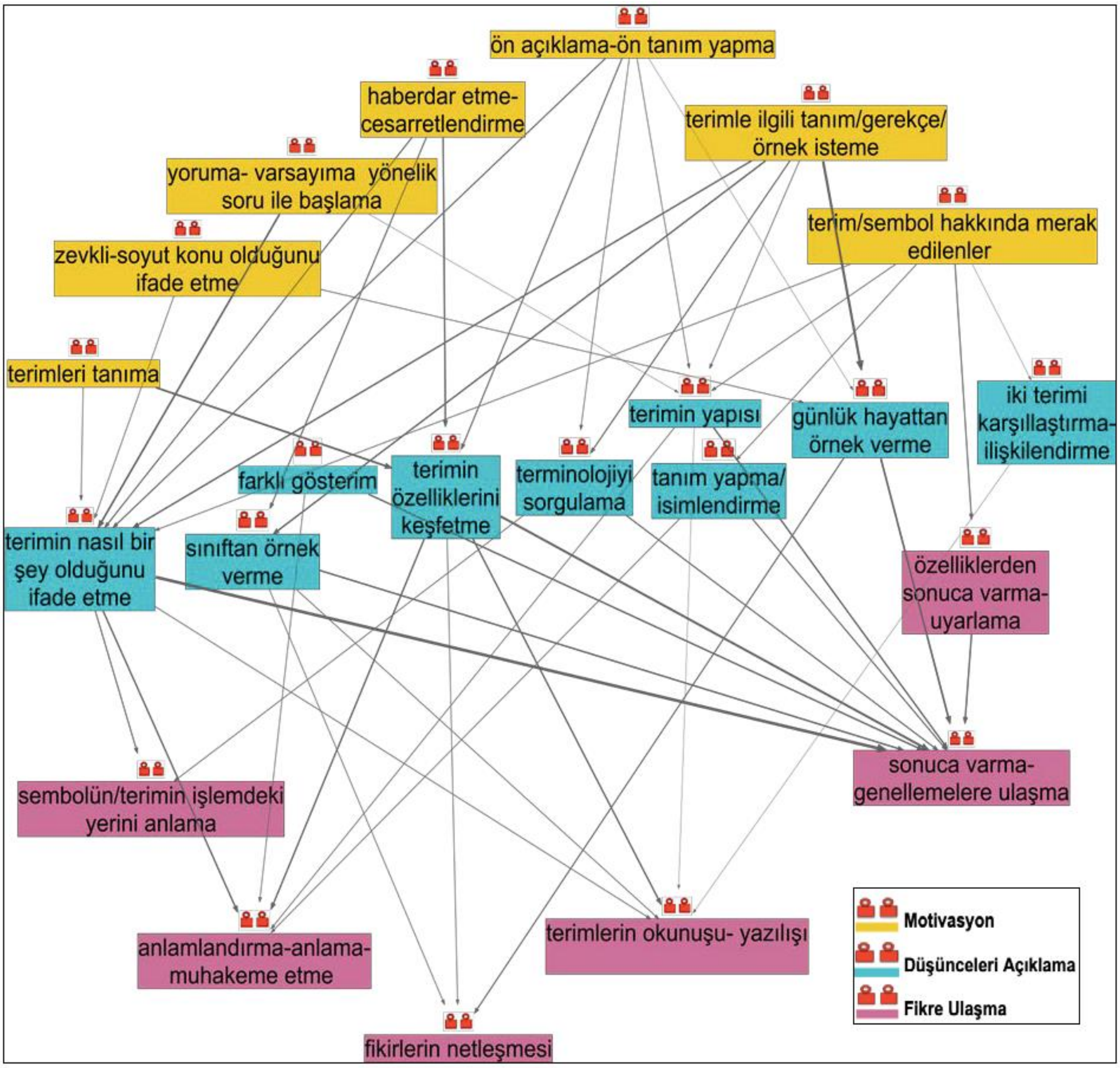
1938.11 Ö3: Paralelkenarda şöyle kenar uzunlukları da farklı ya…

1938.12 Özge: Haa

1938.13 Ö3: O yüzden ayrılmıyor paralelkenarda ama eşkenar dörtgende ayrılıyor, 2 eşit parçaya bölün yani ee şeyler köşegenler aynı zamanda açıortay görevini görür eşkenar dörtgende.

1938 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katılarak terimin/sembolün işlevi hakkkında konuşarak matematiksel fikirlere ulaşmaktadır.

Yukarıda terminoloji kapsamında *Öğrenci-Öğrenc*i söylem tipinde oluşan matematiksel söylemin yatay aşamalarında (motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma) söylemler, söylem göstergeleri bağlamında ele alınmıştır. Matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu yansıtan bu göstergeler, öğretmen ve öğrencilerin kendi arasında geçen matematiksel söylemler diyaloglar halinde açıklanmıştır. Motivasyona yönelik söylemlerden bir sonraki aşama olan matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlere geçişi, bu aşamadan da matematiksel fikirlere yönelik söylemlere geçişi yansıtan matematiksel iletişim haritasındaki yollar Harita 10'da sunulmaktadır.



Harita 10. Öğrenci-Öğrenci söylem tipinin terminoloji zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası

Yukarıdaki haritada, terminoloji kapsamında *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel söylemlerin yatay aşamalarına ilişkin göstergelerin birbiriyle olan bağları verilmiştir. Terminoloji kapsamında diğer haritalara benzer söylem göstergeleri yer alsa da bu söylem tipinde matematiksel söylemlerin oluşma şekli farklıdır. Örneğin terimin yapısı adlı söylem göstergesi diğer söylem tiplerinde yer alsa da, motivasyon aşamasındaki terimle ilgili tanım/gerekçe/örnek istemeyle aralarında bağ olması, diğer söylem tiplerinden farklı kılmaktadır. Benzer şekilde motivasyon aşamasındaki diğer söylem göstergelerinden de doğrudan terimle başlanılmadığı anlaşılmaktadır. Ayrıca matematiksel fikre ulaşmaya yönelik söylem göstergelerinin de diğer söylem tiplerindeki göstergelere daha üst bilişsel göstergeler olduğu görülmektedir. Örneğin bu aşamadaki sonuca varma-genellemelere ulaşma bu durumu destekler niteliktedir.

4. 4. 2. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Söylemler

Öğrenci-Öğrenci söylem tipindeki görsel aracılar kapsamındaki matematiksel söylemler incelendiğinde, görsel aracıların anlaşılmasında öğrencilerin kendi aralarında konuşarak matematiksel söyleme katıldığı görülmektedir. Görsel aracı zemininde *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde oluşan matematiksel söylem aşamaları (M.S.A.) söylem-satır numaraları ile birlikte (S.S.N.) birlikte Ek 8.4.2'de yer almaktadır. Bu bağlamda bir söylem öbeğinin tamamı yer alarak, bu söylem öbeğinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin tamamı görülmektedir.

4. 4. 2. 1. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler

Öğrenci-Öğrenci tipindeki görsel aracılar kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, öğrencilerin matematiksel söyleme katılması için öğretmenin söylemlerinin etkili olduğu görülmektedir. Görsel aracılar kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 43'te gösterilmiştir.

Tablo 43. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Görsel Aracılar	Yeni konuya/diğer görsel aracıya geçişten haberdar etme	7	Şimdi yeni konuya geçiyorum, konumuz ağaç şeması; verileri ağaç şemasında göstermeye geliyorum…
	Görsel aracı hakkında konuşmaya motive etme	7	Hayde şimdi, bu grafikleri günlük hayatta nerde görüyoruz, onu konuşalım..
	Görsel aracı hakkında varsayımlara dayalı soru sorma	5	Koordinat sisteminde doğrusal grafik çizmek için az önce belirlediğimiz üç noktayı bulmasak, grafiği çizebilir miydik?
	Yönerge verme-açıklama yapma	7	Bu tabloda x ve y değerli arasındaki ilişkiyi bulalım diyor. Şimdi çocuklar, burda x ile y arasındaki ilişkiyi bazen hemen görebiliyorsunuz ama bazen hemen göremeyebilirsiniz. Şimdi, ne yapacaksnız mesela? Nasıl yapacaksınız?

Tablo 43'te motivasyona yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu söylem göstergeleri incelendiğinde motivasyona yönelik oluşan söylemlerin yaklaşık aynı sayıda olduğu görülmektedir. Görsel aracıya yönelik motivasyona ilişkin söylemlerle birlikte öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söylemlerin oluşmaya başladığı belirlenmiştir. Örneğin öğretmenin yeni bir görsel aracıya geçeceklerini haber vermesiyle matematiksel söylemlerin başladığı görülmüştür. Ancak buradaki haber vermeye ilişkin söylemler, diğer söylem tiplerinden farklı olarak öğrencilerin görsel aracıyı oluşturmasında aktif katılacağına yöneliktir. Örneğin 169 nolu söylem öbeğinde Ö5 kodlu öğretmenin *"Şimdi yeni konuya geçiyoruz konumuz ağaç şeması verileri ağaç şemasında göstermeye geliyoruz, şimdi bekleyin hiç bir şey yapmıyorsunuz beraber yapacağız bekleyin…"* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca öğretmen başka bir görsel aracıya da geçtiklerinden haberdar ederek matematiksel söylemleri başlatmaktadır. Örneğin 171 nolu söylem öbeğinde Ö5 kodlu öğretmenin *"Şimdi diğer şeklimize geçiyoruz..."* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Öğretmenin görsel aracıyla ilgili yeni konudan ya da başka görsel aracıya geçtiklerinden haberdar etmesinden sonra görsel aracı hakkında soru sorarak matematiksel söylemler başlamaktadır. Öğretmenin sorduğu sorular motivasyon aşamasındaki söylem göstergelerine dayalı olabilmektedir. Örneğin öğretmen görsel aracılar hakkında konuşulması için öğrencileri motive ederek matematiksel söylemlerin başlamasını sağlamaktadır. Öğrencilerin görsel aracı hakkında konuşması ya da çizmesi için öğrencilerin cesaretlendirildiği söylenebilir. Aslında öğrencilerin görsel aracıyı çizebileceğine inandırarak cesaretlendirdiği ve çizime başlaması için motive ettiği görülmüştür. Bu söylem göstergesine ilişkin söylemler incelendiğinde öğretmenin daha farklı çizimlerin olup olmayacağını öğrencilere sorduğu ve "kim çizecek" gibi söylemlerle öğrencilerde merak uyandırdığı görülmüştür. Örneğin kaç farklı dikdörtgen çizilebileceği, yüksekliğin kaç farklı çizilebileceği gibi bir görsel aracıya ilişkin farklı çizimleri kimin çizeceği üzerine motivasyon amaçlı matematiksel fikirler oluşmaktadır. Bu duruma örnek olabilecek parelelkenarda yüksekliğin çizilmesine ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1610.1 Ö2: Şimdi ıı çocuklar ben size başka bir şey soruyorum. Peki paralelkenardaki yükseklik şudur diyebilir miyiz ve bu paralelkenarda başka bir yükseklik tanımlayamaz mıyız? Söyleyemez miyiz yani? Yükseklik nedir peki bunu bir söyleyebilecek olan var mı içinizden?

1610.2 Elif: Köşeden yani dik olması gerekiyor köşeden.

1610.3 Ö2: Tamam. Başka? Yani bir tek burada (tahtada çizilen yükselkliği göstererek) şu paralelkenardaki yükseklik şunlar mı oluyor yani? Başka yükseklik burada yok mu?

Yukarıdaki söylem öbeğinden, parelelkenarda başka yüksekliğin çizilmesine ilişkin öğrencilerin fikirlerinin alınmasına yönelik matematiksel söylemlerin oluşacağı anlaşılmaktadır. Ayrıca öğretmenin 1 nolu satırdaki söyleminden *"...söyleyebilecek olan var mı içinizden"* söylemiyle öğrencilerin görsel aracı hakkında konuşması için motive ettiği görülmektedir. Öğretmen yüksekliğin tanımını sorarak paralelkenarda farklı yüksekliklerin çizilebileceğini sezdirdiği söylenebilir. Farklı çizimlere yönelik motive eden söylemlere ilaveten diğer söylem öbeklerinde de görsel aracının günlük hayattaki kullanımına da ilişkin öğrencilerin konuşması sağlandığı belirlenmiştir. Motivasyona yönelik bu söylemlerde görsel aracı hakkında konuşmaya başlayarak matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında günlük hayat ve görsel aracı arasında ilişki kurulduğu belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1668.1 *Ayşe: Bir tane daha grafik var.*

Tablo: *X Partisinin Belediye Başkanı Adayları ve Aldıkları Oylar*

Adaylar	Aldıkları oylar
Ahmet KURT	750
Burhan KAZ	600
Cihan SERÇE	800
Demet KORTAL	1000
Esra ARSLAN	400

1668.2 *Ö3: Nasıl?*

1668.3 *Ayşe: Bir tane daha grafik var.*

1668.4 *Engin: Öğretmenim buradaki soy isimlerde bütün hayvan isimleri toplanmış herhalde. Kar var, serçe var (gülerek)*

1668.5 *Ö3: Evet ne diyor burada sıra sizde. Yandaki tabloda verilen değerler herhangi bir partinin yaptırmış olduğu kimi belediye başkanı olarak görmek istersiniz anketinin sonuçlarıdır. Buna göre siz partinin başkanı olsaydınız*

1668.6 *Mehtap: Siyaset hocam.*

1668.7 *Ö3: Ya şöyle siyaset olabilir ama şu an bizim gündemimizdeki siyaset olmadığı için rahatlıkla konuşabiliriz. Yani buradaki isimler hayali isimler olduğu için hiç sıkıntı yok yani.*

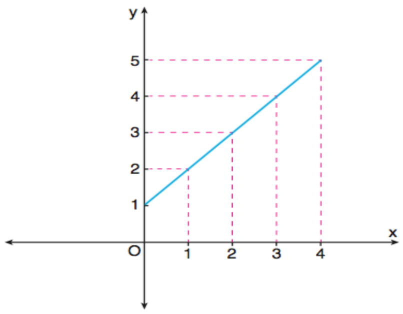
Yularıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, öğretmen öğrencilerin konuşmasına fırsat vermektedir. Bu tablonun öğrencilerin dikkatini çektiği ve matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında da günlük hayattan örnekler vererek tabloyu yorumlamaya çalıştıkları görülmüştür (Gözlem notu, 18.04.2017 tarihli Ö3 kodlu öğretmenin 2.dersi). Bu bağlamda görsel aracı hakkında öğrencilerin konuşmaya motive edildiği ve sonrasında görsel aracının günlük hayattaki kullanımına ilişkin matematiksel söylemlere katıldığı belirlenmiştir. Görsel aracı hakkında konuşmaya motive etmeye ilişkin diğer söylem öbeklerinde varsayıma dayalı soruların da etkili olduğu belirlenmiştir. Öğretmen veya öğrenci görsel aracı hakkında "...olsa nasıl olur", "... olmasa olur muydu?" gibi söz kalıplarıyla başlayarak diğer öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasını sağlamaktadır. Örneğin 234 nolu söylem öbeğinde *"Bakın bakalım şuraya bu soru + lık. Kafa yorarak bulacaksınız...şöyle bir şey çizdim. Şimdi bunlar çapraz formdaydı, bu dikey formda yani dümdüz olması buna doğrusaldır demem için yeterli mi? Yeterliyse neden? Değilse neden? Yine bir kişiye piyango vuracak..."* varsayıma dayalı söyleminden sonra öğrencilerin doğrusal grafiğin nasıl olması gerektiği üzerine öğrencilerin kendi aralarında konuştuğu belirlenmiştir.

Görsel aracı hakkkında öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasını sağlayan bir diğer söylem göstergesi ön açıklama yapma/yönerge vemeye ilişkin söylemlerden oluşmaktadır. Bu söylemlerde görsel aracının çizilmesi için öğretmenin görsel aracının anlaşılmasına ağırlık verdiği belirlenmiştir. Böylelikle çizim için öğrencilerin neyi yapması gerektiği diğer söylem öbeklerinden farklı olarak motivasyon aşamasında şekillenmektedir. Örneğin iki değişken arasındaki ilişkinin grafikle gösterilmesine ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

52.1 *Ö3: Neyse, çocuklar şimdi 2. örneğe bakalım.*

2. ÖRNEK

Aşağıdaki grafikte y ile x arasında nasıl bir ilişki olduğunu bulalım.



2. örnekte size bir grafik verilmiş. Grafiktede de diyor ki, y ile x arasında nasıl bir ilişki olduğunu bululam, diyor.

52.2 *Yusuf: Ama bu şey değil mi öğretmenim, koordinat sistemi?*

52.3 *Ö3: Evet, koordinat sistemi üzerinde çizin diyor.*

52.4 *Derya: Öyle oluyor mu?*

52.5 *Ö3: Zaten size ben ne dedim grafikleri koordinat sistemi üzerinde yapacağız, dedim yaa..*

52.6 *Yusuf: Bir tuhaf geldi bana da.*

52.7 *Ö3: Ee zaten bu denklemin grafiklerini (tahtada yazılı olan ax+by+c=O denklemini göstererek) koordinat sistemi üzerinde göstereceğiz.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğrencilerin soruda istenilen grafikle koordinat sistem arasında tam olarak bir ilişki kuramamaktadır. 1 nolu satırdaki öğretmenin söyleminden öğretmenin soruyu okuyarak önce görsel aracından ne istenildiğini ifade ettiği görülmüştür. Ancak Derya ve Yusuf'un söylemlerinden koordinat sisteminde grafik olmasını şaşkınlıkla cevap verdiği görülmüştür. Öğretmenin 3 nolu satırdaki söyleminden koordinat sistemi üzerinde çizilmesi gerektiğini açıkladığı görülmektedir. Aslında öğretmen bu söyleminden grafikte gösterilen sıralı ikililer dışında diğer noktaların da değerleri belirlenerek grafiğin tamamlanmasını istediği anlaşılmaktadır. Çünkü y ile x arasındaki ilişkinin bulanabilmesi için grafikteki sıralı ikililerden daha çok örnek verilerek öğrencilerin ilişkiyi kendilerinin bulmalarına fırsat vereceğini düşündüğü söylenebilir. Örneğin x 5 iken y'ye karşılık gelen değerin matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik daha sonraki söylemlerde yer aldığı görülmüştür. Nitekim bu grafikteki sıralı ikililere ilişkin örneklerin daha fazla olmasının öğrencilerin y=x+1 denklemine kendilerinin ulaşmasına fırsat verdiği de görülmüştür (Gözlem notu, 06.12.2017 tarihli Ö3 kodlu öğretmenin 2.dersi). Bu bağlamda *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipindeki görsel aracıların ön açıklama yapılarak anlaşılmasına yönelik söylemlerin, daha sonraki söylemlere de yön verdiği söylenebilir. Görsel aracının anlaşılması için ön açıklama yapılmasıyla ilgili diğer söylem öbekleri incelendiğinde öğrencilere çizim hakkında bazen yönerge verildiği belirlenmiştir. Bu bağlamda çizim hakkında yapılması gerekenleri öğrenciler adım adım bilerek öğrencilerin çizim için motive olduğu söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda verilmiştir.

150.1 Ö4: Serkan Cumhuriyet ilkokulundaki 1.sınıf öğrencisi sayısı 40; 2 sınıf öğrencisi sayısı 38; 3.sınıf öğrencisi sayısı 32; 4.sınıf öğrencisi sayısı 34'tür. Bu verilere ait çetele ve sıklık tablolarını tamamlayalım. Çocuklar şimdi burda veri sayımız 40 38 32 ve 34 olduğu için çetele tablosunu yaparken 5'er 5'er gruplardan oluşturmalıyız. Ee çetele tablosunu oluşturup 5'er 5'er artacak şekilde 1.sınıfta kaç tane grubunuz olmuş olur ?

150.2 Funda: 8

150.3 Ö4: Kaç tane grubumuz oluşacak?

150.4 Arcan: 8

150.5 Ö4: 8 tane grup onları oraya sığdırmaya çalışacaksınız, hadi başlayın bakalım.

150 nolu söylem öbeğinde, öğretmenin sütun grafiğiyle ilgili verileri söyledikten sonra 5'er 5'er artması gerektiği hakkında öğrencilere açıklama yaptığı görülmektedir. Öğretmenin 5 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde ise, öğrencilere sütun grafiğinin çizilmesine ilişkin yönerge verdiği görülmektedir. Öğretmenin bu söylemi ile aslında

öğrencileri, sütun grafiğini çizmeye başlamaları için motive ettiği söylenebilir. Bu söylem öbeğindeki matematiksel düşüncelerin açıklandığı daha sonraki söylemler de incelendiğinde öğrencilerin neden 10’ar 10’ar artmadığına ilişkin sorgulama yaptıkları belirlenmiştir.

4. 4. 2. 2. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler

Öğrenci-Öğrenci tipindeki görsel aracılar kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemlerin öğretmen ve öğrenciler arasında oluştuğu belirlenmiştir. Görsel aracılar kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 44’te gösterilmiştir.

Tablo 44. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik
	Kategori	f	Örnekler
Görsel Aracılar	Grafik yapısı-günlük hayat	5	Öğretmenim sütun grafiğinde böyle böyle sütunlar var şöyle çizgi grafiğinde de şöyle bir şeyler var…
	Görsel aracının çizimine yönelik kural tartışması	6	Öğretmenim, 10’ar 10’ar grup (eksende yazmak için) oluşturabilir miyim?
	Görsel aracı oluşuma yönelik destekleyici/ reddedici soru cevap	10	Öğretmenim, bana göre öyle çizilmez...
	Çizim sorgulama	5	Neden 5 çizgi çizdik?
	Farklı matematiksel zeminle görsel aracı arasında ilişki kurma	8	Rakamlara ilişkin ağaç şemasında 10, 11’i neden yazmadığımızı öğretmenim söyleyebilir miyim?

Tablo 44’te matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu söylem göstergelerinden biri de görsel aracının yapısıyla ilgilidir. Öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemlerle görsel aracının yapısındaki bileşenlerin belirlendiği görülmüştür. Örneğin x=3 doğrusunun doğrusal grafik olup olmadığına ilişkin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yansıtan söylemler aşağıda yer almaktadır.

234.15 Ö1: Şöyle bir şey (x=3 doğrusunu çizdi) çizdim. Bu doğrusal bir grafik mi diye soruyorum?

234.16 Ekin: Hayır değil çünkü kesiştiği bir yok yani.

234.17 Ö1: Nasıl kesiştiği yani?

234.18 Ekin: Bir sayıyla kesişmiyor, bir sayıyla şey yapmıyor dümdüz gidiyor.

234.19 *Ö1: Şunu mu demek istiyorsun burda (y=2x doğrusu) şununla şunu birleştirdin (grafikteki noktaları gösteriyor) burada da (y=2x+1 doğrusunda göstererek) birleştirdim.*

234.20 *Ömer: Bence de var.*

234.21 *Ö1: Ama Ekin olur mu bak, burada da var. Bunun üzerinde bir sürü nokta var. Bak şöyle mesela şu nokta 1.noktam ((3,1) noktasını işaretliyor)*

234.22 *Ekin: Ama birleşmiyor ki*

234.23 *Ö1: Mesela x 3 ya, bu 3'e 1 noktası. Mesela bu 3'e 2 noktası, bu 3'e 3 noktası, bu 3'e 4 noktası birleşmiş. (x=3 doğrusu üzerinde noktaları işaretliyor)*

234.24 *Ekin: Ama birleşmiş demiyorsunuz ki sadece yukarı gidiyor diyorsunuz.*

234.25 *Ö1:Dümdüz nasıl olacak? Noktaları buluyorsun sonra birleştiriyorsun ya bu birleşmiş hali. Doğrusal denklem olurmu? Sebebini güzel açıklasın birisi*

234.26 *Tuğçe: Olur.*

234.27 *Ö1: Olur diyorsun.*

234.28 *Tuğçe: Çünkü o doğrular sonsuza kadar yükseliyor ordaki sayılarla sürekli kesiştiği için.*

234.29 *Mehmet: Hocam bence de evet çünkü diğer sayılarla ve sizin verdiğiniz örnekten gidersek eğer 3 ile 1 çarptığımızda 3, diğeri 3 hep giderek artıyor.*

234.30 *Ö1:Hıı*

234.31 *Mert: Öğretmenim bence değildir yani olmaz çünkü öğretmenim hani o x noktasıya .*

234.32 *Ö1: hıı*

234.33 *Mert: x de 3 var ya*

234.34 *Ö1: hı hıı (x=3 doğrusunu göstererek)*

234.35 *Mert: y de o zaman 0 olsa diyeceğim yani y ye bir değer vermediği için bence olmaz.*

234.36 *Batu: Bence olmaz ama belki başka da olabilir ama y den başlamadığı için olabilir mi?*

234.37 *Melisa: Başka nerden başlayacak? (Batu nun sözü bitmeden)*

234.38 *Ö1: y den başlamadığı için, ııı (hayır anlamında). Mustafa?*

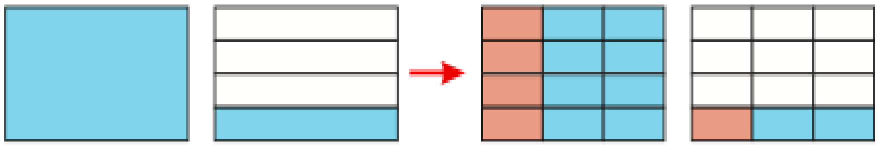
234.39 *Mustafa: Öğretmenim bence olur, çünkü öğretmenim sonsuza kadar gidiyor ve gittiği için de bir noktası da var altta, noktası olduğu içinde gidebilir. Mesela Sultan'ın yaptığı +1 (y=x+1 doğrusundan bahsediyor) vardı ya hani onun bir noktası yoktu.*

234 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi birbirinden farklı öğrencilerin x=3 doğrusunun doğrusal grafik olduğuna ilişkin matematiksel düşüncelerinin ağırlıkta olduğu söylenebilir. Sadece ilk satırlarda düşüncesini açıklayan Ekin'in ve 15 nolu satırda düşüncesini açıklayan Mert'in x=3 doğrusunun doğrusal grafik olmadığını dile getirdiği

görülmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemlerle doğrusal grafiğin yapısının belirlendiği söylenebilir. Görsel aracının yapısındaki bileşenlerin belirlenmesine yönelik diğer söylem öbekleri incelendiğinde ise günlük yaşam ve görsel aracı arasında ilişki kurularak görsel aracının yapısındaki bileşenlerin belirlendiği görülmüştür. Ayrıca bu söylem göstergeleri bazen peş peşe de oluşabilmektedir. Örneğin 1580 nolu söylem öbeğinde sütın grafiğinin yapısı öğrencilerin *"Hocam çizgi grafiği böyle şöyle, burdan sadece çizgiler gidiyor hocam sütun grafiğinde de öyle şeyler (dikey hareketler göstererek) var", "Öğretmenim çizgi grafiğinde de çizgi var böyle şeyini de gösteriyor. Iı artış mı var azalış mı var?"* gibi söylemlerle çizgi grafiği ve sütun grafiğinin yapısının öğrencilerin kendi aralarında belirlenmiştir. 1582 nolu söylem öbeğinde ise sütun grafiğinin nerde kullanıldığının ifade edildiği görülmüştür. Bu söylem öbeğinde birbirinden farklı öğrencilerin *"karşılaştırmalarda"*, *"Hocam mesela dizi izlenmelerinde mesela atıyorum 6 dizi. Sol tarafta dizilerin ismi yok sol tarafta ne kadar izlendiği altta dizilerin ismi mesela"* gibi söylemlerle günlük yaşamdan örnek verdiği görülmüştür. 1584 nolu söylem öbeğinde ise çizgi grafiğinin günlük hayatta nerde kullanıldığının ifade edildiği görülmüştür. Bu bağlamda görsel aracının yapısı ve günlük yaşamla ilişkilendirme söylemlerinin peş peşe ve bazen aynı söylem öbeğinde bir arada bulunulduğu söylenebilir. Çünkü öğretmenin "... yı nerde gördük" söyleminden sonra "Nasıl bir şeye benziyordu" gibi söylemlerlnden sonra, öğrenciler görsel aracı hakkında hem günlük hayattan örnek verdiği hem de görsel aracının yapısını belirlediği görülmüştür. Birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasında ise öğretmenin *"Fikrini başka açıklayabilecek olan var mı? "daha güzel açıklayabilecek olan var mı"* söylemlerinin etkili olduğu belirlenmiştir. Böylelikle birbirinden farklı öğrenciler görsel aracı hakkında matematiksel söyleme katılarak düşüncesini açıklamaktadır.

Görsel aracı hakkkında matematiksel düşüncelerin açıklandığı bir diğer söylem göstergesi öğrencilerin birbirlerini destekleyici ya da reddedici söylemlerinin olmasıdır. Diğer zeminlerde de bu söylemlerin oluşumu daha örtülüyken; bu zeminde daha açık görülmektedir. Aslında bu söylem göstergesi *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipindeki tüm söylemlerde görüldüğü gibi görsel aracılarda ayrı bir söylem göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır. Çünkü burada destekleyici ya da reddeci söylemlerle öğrenciler görsel aracıyı anlamaya çalışmaktadırlar. Dolayısıyla bu söylemler, görsel aracılara ilişkin bir problemde modellenmenin, tablonun veya şeklin anlaşılması için matematiksel düşünceleri açıklarken ortaya çıkmaktadır. Örneğin kesirler konusuna yönelik 6.sınıf matematik ders kitabında (Aydın ve Gündoğdu, 2014) yer alan "Modellenen işlemlerin matematik cümlesini yazınız." sorusuna ilişkin modellemeye yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1.3 *Ö2: Şimdi burada şu 1 tam 1/4 ü kaç ile çarptığını buluyoruz. Burada bunu 3'e bölmüş 2 tanesini almamış mı?*



Aynı şekilde bakın (elindeki kitaptan göstererek) şu yarım olanına bakın. Yani şu 1/4 ü de. 1, 2 3'e bölmüş. 2 parçasını almamış mı? Öyleyse 2/3 ile çarpıyor. Anladık mı?

1.4 *Fatma: Hıı, orda 2 parça var.*

1.5 *Ö2: 3 e bölmüş, 2 tanesini almış. 3 te ikisi. 3 te ikisi 2 /3 değil mi?*

1.6 *Umut: 1 tam 1/4 ün, ııı , şey, o kısmının 2/3 ediyor.*

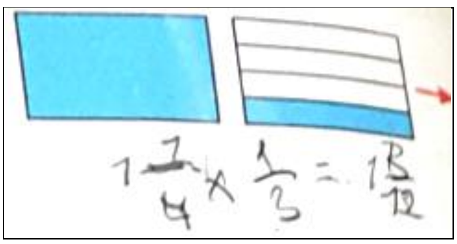
1.7 *Ö2: Evet. 1 tamı da bölmüş, 3 te 2 sini almış, o 1/ 4 ü de bölmüş.*

1.8 *Umut:(öğretmen sözünü bitirmeden Umut söze girdi) 1 parçasını mı alacağız?*

1.9 *Ö2: 2 tanesini almış bak, 2 tane var burada. O kırmızıları saymıyorsun.*

1.10 *Mustafa: Tamam 3'te 2.*

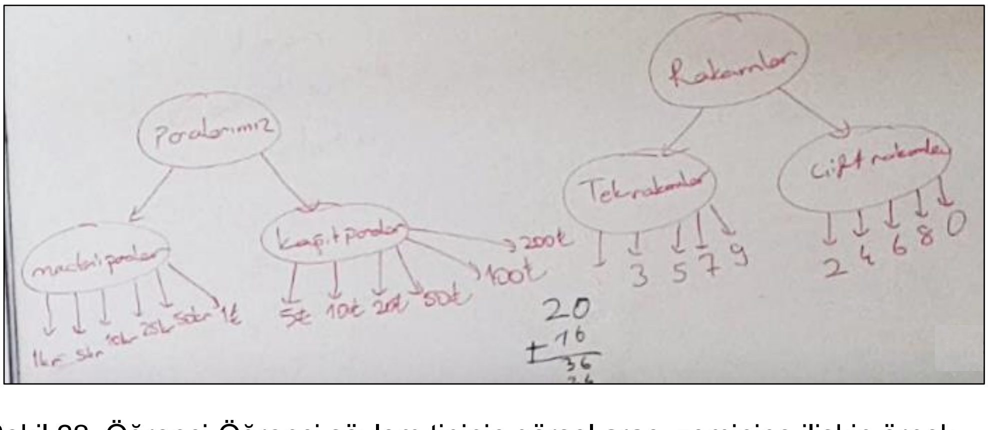
1 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi, matematiksel modellemenin anlaşılması için öğrencilerin anlaşılmayan yerleri sorarak matematiksel düşüncelerini açıkladıkları söylenebilir. Örneğin 6 nolu satırda Umut, öğretmenin matematiksel söylemini onaylasa da 8 nolu satırda modellemede kaç parçanın alınmasına yönelik öğretmene soru sorduğu görülmüştür. Buna ilaveten 9 nolu satırda Umut'a cevap veren öğretmenin matematiksel söylemi incelendiğinde öğretmenin Mustafa'ya soru sormasa da Mustafa'nın kendiliğinden matematiksel söyleme katılarak modellemeyi onayladığı görülmektedir. Matematiksel düşünceler açıklanırken öğrencilerin matematiksel söyleme kendiliğinden katılarak modellemeyi anlamaya ve yorumlamaya çalıştıkları söylenebilir. Umut'un 6 nolu söyleminde bu durum daha çok göze çarpmaktadır. Ayrıca sınıftaki öğrencilerin çoğunun da bu soruya ilişkin modellemeyi tam olarak anlayamadığı gözlenmiştir. Örneğin sınıftaki bir öğrencinin kitabında öğrenci çözümüne ait yanlış olan bir cevap aşağıda yer almaktadır.



Şekil 27. Görsel aracıya ilişkin öğrencinin yanlış çözümüne ilişkin bir örnek

Şekil 27'de matematiksel modellemeye ilişkin matematik cümlesinin tam olarak yazılamadığı görülmektedir. Bu bağlamda matematiksel modelleme ile ilgili anlaşılmayan yerlerin olduğu söylenebilir. Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel söylemlere kendiliğinden katıldığı ve görsel aracıyı (modellemeyi) yorumlamaya çalıştıkları belirlenmiştir (Gözlem Notu, 29.11.2016 tarihli Ö2 kodlu öğretmenin 2.dersi).

Matematiksel düşüncelerin açıklandığı bir diğer söylem göstergesi çizimdeki kuralların tartışmasıdır. Burada da birbirini destekleyen ya da reddeden matematiksel söylemler oluşmaktadır ancak buradaki söylemlerle var olan görsel aracının anlaşılmasına değil oluşturulmasına ağırlık verilmektedir. Örneğin 136 nolu söylem öbeğinde doğrusal grafik çizilmesiyle ilgili bir öğrencinin *"Grafik 0'dan mı başlar, 1'den mi başlar?"* söyleminden sonra diğer öğrencilerin de çizim kuralı hakkında düşüncelerini açıkladığı görülmüştür. Ayrıca 1795 nolu söylem öbeğinde çokgende dış açıyı yanlış çizen bir öğrenciye başka bir öğrenci *"O çizgi doğrultusunda aynı yönde olmalı"* söylemiyle cevap vererek çizim kuralını belirledikleri söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin görsel aracıdaki sayıların, ifadelerin nereye nasıl yazılacağı da kendi aralarındaki matematiksel söylemlerle belirlenmiştir. Örneğin 169 nolu söylem öbeğinde üçgen çeşitleriyle ilgili ağaç şeması çizilirken, şemanın kaç dala ayrılması gerektiğini öğrencilerin matematiksel söylemleri ile belirlenmiştir. Birbirinden farklı öğrencilerin söylemleri ile üçgen çeşitlerinin önce kaça ayrıldığını belirlenmiştir. Kenarlarına göre ve açılarına göre üçgenleri yazarken bir öğrenci *"Öğretmenin ben diğerini yukarı yazdım"* söylemine başka bir öğrenci *"Fark etmez, istediğimiz yere yazabiliriz."* söylemiyle cevap vererek çizim kuralını birlikte belirledikleri söylenebilir. Benzer şekilde bu söylem öbeğinden sonra diğer söylem öbeklerinde (170 ve 171 nolu) de görsel aracıdaki ifadelerin sayıların ne olması gerektiği ve nereye yerleşmesi gerektiğine ilişkin matematiksel düşüncelerin açıklandığı görülmüştür. Bu söylem öbekleri sonunda oluşan görsel aracılar aşağıda yer almaktadır.



Şekil 28. Öğrenci-Öğrenci söylem tipinin görsel aracı zeminine ilişkin örnek

Şekil 28’de görsel aracılardan biri olan ağaç şemalarındaki sayıların ya da ifadelerin öğrencilerin söylemleriyle belirlendiği söylenebilir. Öğrencilerin bu görsel aracılarda *“Paralarımız ağacın başı oluyor”* gibi söylemlerle çizim kuralını açıkladıkları görülmüştür. Aıyrıca görsel aracılarda çizim kurallarının öğrenciler tarafından sorgulandığı belirlenmiştir. Bu söylem öbekleri incelendiğinde öğrencilerin eksenlerin sayıların yerleştirilmesini en çok sorguladıkları görülmüştür. Çizim kuralının sorgulanmasına ilişkin bazen bir öğrenci sorgulayıp diğer öğrenciler matematiksel söyleme katılmakta ya da peş peşe birbirinden farklı öğrencilerin çizim kuralını sorguladığı görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1589.4 Ö1: Şimdi burada tekrar söyleyelim. Bir grafiğimde kesinlikle ne olmalı? İlk önce ?

1589.5 Sınıf: İsim

1589.6 Ö1: İsim. Grafiğe isim verilir. Parantez içinde grafik iki nokta üst üste nokta nokta.(tahtadaki grafiğe yazarak) Bu şekilde. Başka kimlerin ismi olur? Kimlere isim verilir başka?

1589.7 Esra: Eksenlere.

1589.8 Ö1: Aferin. Eksenlere isim verilir. Şart değil ama hangi eksen genellikle sayısal değerleri alır dedim.

1589.9 Şevval: Dikey.

1589.10 Ö1: Dikey peki dikey ya da yatay sayısal ıı verilerimi içeren o eksenimde sayılar kesinlikle nasıl gitmek zorunda? Nasıl ilerlemek zorunda? Zorundanın altını çiziyorum (Öğrenciler parmak kaldırıyor)

1589.11 Hüseyin: Ardışık

1589.12 Ö1: Kesinlikle.

1589.13 Elif: Neden?

1589.14 Ayşe: Öyle

1589.15 Hüseyin: Kural

1589.15 İrem: Hocam sayılar daha karışık olur.

1589.17 Ö1: Kural. Bu kuralı bozarsak ne olabilir acaba? Başımıza da gelebilir bunu da konuşabiliriz bir ara. Bak bir tane çizgi sütun grafiği oluşturalım da sonra konuşalım.

1589.18 Kemal: (öğretmen söylemini bitirmeden) Karışık olur .

1589.19 Elif: Öğretmenim dizileri karşılaştırırken mesela hani Ekin bir örnek vermişti ya dizler vardı hani. (çizgi grafiğiyle ilgili örneklerden bahsediyor) İzlenme oranları şimdi ardışık olmak zorunda mı?

Yukarıdaki söylem öbeğinden, öğretmenin çizgi ya da sütun grafiği ile çizim kurallarını açıkladığı anlaşılmaktadır. Öğretmenin 4, 6 ve 8 nolu satırlardaki söylemleri incelendiğinde grafik çizmeyle ilgili çok kesin kuralları açıkladığı söylenebilir. Ancak Elif'in "neden" diye sormasıyla grafik çizme kurallarını sorguladığı görülmektedir. Elif'in bu söyleminden sonra söylem tipinin *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipi haline geldiği söylenebilir. Elif'in en son satırdaki söyleminde çizim kuralını sorgulamaya devam ettiği görülmektedir. Ayrıca çizim kuralının sorgulanmasına ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde de eksenlere sayıların yerleştirilmesinin sorgulandığı belirlenmiştir. Bu bağlamda grafik eksenindeki sayılar daha büyük olduğunda grafik eksenine sayıların nasıl yerleştireceğinin sorgulanmasına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür (Bkz. Ek 10.4.2.2: 52 nolu söylem öbeği). Dolayısıyla öğrencilerin görsel çizimindeki kuralları sorgulayarak matematiksel düşüncelerini açıkladığı söylenebilir.

Görsel aracılara yönelik matematiksel düşünceler açıklamaya ilişkin bir diğer gösterge, farklı görsel aracıların kullanılmasına ilişkin matematiksel söylemlerden oluşmaktadır. Örneğin koordinat sisteminde iki değişken arasındaki ilişkiye yönelik grafiğin anlaşılması için öğrencilerin x ve y değerleri için soru sorduğu görülmüştür. Örneğin grafik üzerinde bulunan x ve y değerleri için "*Neden öyle karşı karşıya geldiler?"* sorusuyla öğrencinin grafik üzerinde işaretlenen noktaları kastettiği anlaşılmaktadır. Bu soru üzerine grafiğe ilişkin tablo çizilerek birbirinden farklı öğrencilerin söylemleri ile x e karşılık gelen y değerlerinin yazıldığı görülmüştür. Bu bağlamda grafiği açıklamak için farklı bir görsel aracı olan tablonun kullanıldığı söylenebilir. Ayrıca matematiksel düşünceler açıklanırken öğrencilerin bir önceki modelle ilgili akıl yürütürek matematiksel söyleme katıldıkları görülmektedir. Örneğin öğrencilerin *"O zaman öğretmenim, a şıkkını... yanlış/doğru yaptık"* şeklindeki matematiksel söylemlerinden sonra diğer öğrencilerin de modellemeye ilişkin matematiksel söylemlerde bulundukları belirlenmiştir. Farklı görsel aracı kullanılarak ilişkilendirme yapılmasının yanı sıra görsel aracı dışındaki bir matematiksel zeminle ilişkilendirme yapıldığı belirlenmiştir. Geçmiş konularda daha çok hatırlatma yapılarak farklı bir matematiksel zeminin birbirinden farklı öğrencilerin söylemleri ile ilişkilendirildiği görülmüştür. Örneğin 2002 nolu söylem öbeğinde "Çevre uzunluğu 16 birim olan kaç tane dikdörtgen çizilir" sorusunda öğrenciler çizim yaparken dikdörtgende çevre hesaplanmasını da bilmesi gerekmektedir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

2002.21 Öğrenciler defterlerine çizmeye başladı. Öğretmen de çizmelerini bekliyor.

2002.22 Ö4: Bade kaç tane buldun?

2002.23 Bade: 3

2002.24 Hasan: 4

2002.25 Ö4: 4, 4'ü nasıl buldun?

2002.26 Hale: Öğretmenim 4 olursa kare olur.

2002.27 Melek: Evet kare oluyor.

2002.28 Hasan: Haa, doğru, öğretmenim 3.

2002.29 Ö4: Beren kaç tane var?

2002.30 Beren: 3 tane var.

2002.31 Ö4: 3, Berranur kaç tane buldun?

2002.32 Berranur: 1

2002.33 Burhan: 1

2002.34 Ö4: 1, Orhan hiç mi yok? (öğrencinin yanına gidip çizime bakarak) Aybuke kaç tane buldun?

2002.35 Aybuke: 2

2002.36 Beyza: 4 taneden fazla bulamıyor muyuz?

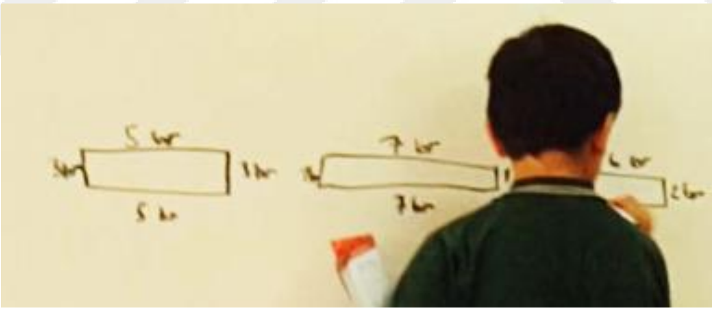
2002.37 Orhan: Bence olmuyor ya.

2002.38 Ö4: Gel Mehmet Ali.

2002.39 Mehmet Ali: Bir tane mi çizeyim yoksa 3 tanesini de çizeyim mi?

2002.40 Bade: Öğretmenim birini çizsin diğerini de biz çizeriz.

2002.41 Mehmet Ali:(Çizmeye başladı.)



2002.42 Oğuz: Öğretmenim, 15, ııı, 16 ya kadar onu eşit yani tüm sayılar da oluyor.

2002.43 Ayda: 15 ile bir şey olmuyor.

2002.44 Ö4: 15 mi? Ama 2 tane uzun kenar 2 tane kısa kenar olduğunu unuttun sanırım.

2002.45 Oğuz: Mesela 15 tane ıı 15'ten, 15 filan sonra 1 derim.

2002.46 Burak: Ama 15 olmuyor.

2002.47 Ö4: Sen alanıyla alanıyla karıştırmış olabilir misin?

2002.48 Hale: Bence de. (sınıftan karışık sesler geliyor)

2002.49 Ö4: Yatay ya da dikey fark etmiyor ölçüler.

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, görsel aracı çiziminde görsel aracı dışındaki zeminle ilişkilendirme yapılarak birbirinden farklı öğrenciler matematiksel söyleme katılmaktadır. Öğrencilerin kare ve dikdörtgen kavramları arasında ilişki kuramadığı için farklı cevaplarının olduğu görülmüştür. Dolayısıyla dikdörtgen çiziminde farklı matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin “ama dikdörtgen diyor” şeklinde çizime itirazlarının olduğu gözlemlenmiştir (Gözlem notu, 10.05.2017 tarihli Ö4 kodlu öğretmenin 2.dersi). Daha sonraki söylemlerde de karenin de bir dikdörtgen olmasına ilişkin matematiksel terminolojie dayalı söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir.

4. 4. 2. 3. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracılar Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler

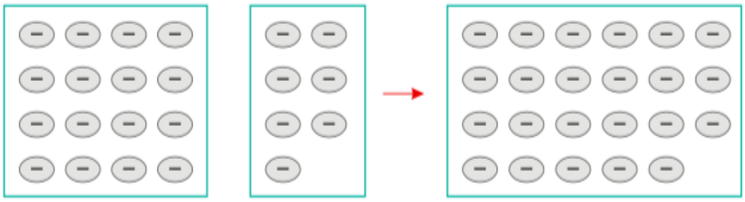
Öğrenci-Öğrenci tipindeki görsel aracılar kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemler, görsel aracı hakkında sonuca ulaşmaya yönelik söylemlerle oluşmaktadır. Görsel aracılar kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 45’te gösterilmiştir.

Tablo 45. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Görsel Aracılar	Sonuç çıkarma	11	Sonuç olarak şu modellemelerin gösterdiği kesir nedir?
	Öncesi ve sonrası arasında ilişki kurma	4	Bunlar doğrusal ilişki midir?
	Karar verme/uygulama/yorumlama	11	Öğretmenim, yani, x’e uygulayarak y’yi buluyoruz.

Tablo 45’te matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu gösteregeler incelendiğinde öğrencilerin matematiksel fikirlere ulaşırken görsel aracında hakkında karar verme/uygulama/ yorumlama ve sonuç çıkarmaya ilişkin söylemleri daha çok kullandığı söylenebilir. Ayrıca bu iki söylem göstergesi bazı söylem öbeklerinde aynı anda görülebilmektedir. Çünkü görsel aracıları yorumlarken öğrencilerin sonuç çıkardıkları görülmüştür. Örneğin 242 nolu söylem öbeğinde koordinat sisteminde doğrusal grafik çizerken öğrencilerin sonuca vararak matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir. Bu söylem öbeğinde öğrencilerin grafik çizerken kendi deneyimiyle sonuca ulaşmasına *“Öğretmenim nokta sayısı fazla olunca, grafiğimiz daha düzgün oluyor değil mi”* söylemi ile Ö4 kodlu öğretmenin dersinden örnek verilebilir. Ayrıca öğrencilerin modellemeden sonra sonuca ulaştıkları belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek tam sayılarda modellemeye ilişkin sonuca ulaşmaya yönelik matematiksel söylemler aşağıda sırasıyla yer almaktadır.

585.1 *Buket: Öğretmenim bu modelde, herhalde çıkarma olduğu için çıkarma olarak düşünüyoruz.*



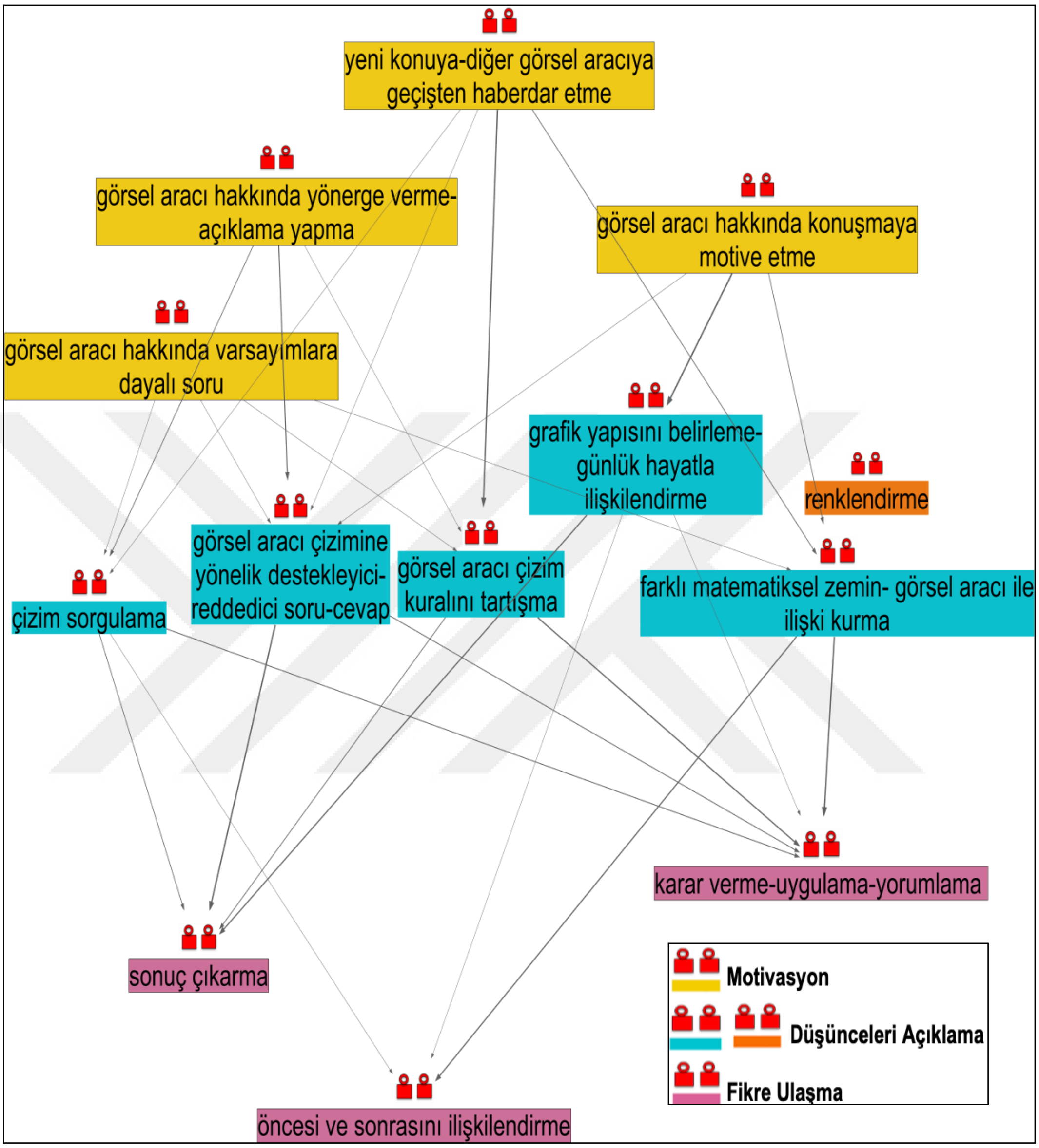
585.2 *Ö2: Hayır eğer bakın bakın çıkarma evet ikisi de eksi ama aynı işaretleri toplamını yazıyoruz oraya evet topladık yazdık.*

585.3 *Buket: Evet çıkarmayacağız, toplayacağız.*

585.4 *Zeliha: İlk ben de öyle anlamıştım gibi, hani ııı, ilk çıkarmayla anladım, sonradan (cümlesinin devamını getirmeden)*

Yukarıdaki söylem öbeğinde Buket'in ve Zeliha'nın matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında kendi deneyimlerinden sonuca ulaştığı söylenebilir. Sayma pulları ile modellenen işlemin matematik cümlesinin -16+(-7) olduğu açıklandıktan sonra Buket'in modellemedeki eksi pullarla çıkarma ilişki kurduğu anlaşılmaktadır. Daha sonraki matematiksel söylemlerde Buket ve Zeliha'nın modellemenin çıkarmayla ilişkilendirilemeyeceğini anladıkları belirlenmiştir. Bu bağlamda görsel aracı hakkında sonuca varırken ilişkilendirme yapılacacağını/yapılamayacağını anlayarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir. Ayrıca bazı söylem öbeklerinde sadece önceki ve sonraki görsel aracı birbiriyle ilişkilendirildiği belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.4.2.3: 47 nolu söylem öbeği). Örneğin kesirlerle modellemeyle ilgili 26 nolu söylem öbeğinde kesrin sadeleşmeden önceki ve sonraki haline dayanarak öğrencilerin matematiksel fikirlere ulaştığı belirlenmiştir. Ayrıca iki görsel aracıdan hangisinin kullanılacağına öğrencilerin matematiksel söylemleriyle karar verilerek matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır. Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik bir diğer söylem göstergesi de görsel aracının yorumlanmasına yöneliktir. Görsel aracıyı yorumlamaya ilişkin söylemlerin tablo ve grafiklerin yorumlanması daha çok üzerine olduğu söylenebilir.

Yukarıda görsel aracılar kapsamında *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde oluşan matematiksel söylemin yatay aşamalarında (motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma) söylemler, söylem göstergeleri bağlamında ele alınmıştır. Matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu yansıtan bu göstergeler, öğretmen ve öğrencilerin kendi arasında geçen matematiksel söylemler diyaloglar halinde açıklanmıştır. Motivasyona yönelik söylemlerden bir sonraki aşama olan matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlere geçişi, bu aşamadan da matematiksel fikirlere yönelik söylemlere geçişi yansıtan matematiksel iletişim haritasındaki yollar Harita 11'de sunulmaktadır.



Harita 11. Öğrenci-Öğrenci söylem tipinin görsel aracı zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası

Yukarıdaki haritada, görsel aracılar kapsamında *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel söylemlerin yatay aşamalarına ilişkin göstergelerin birbiriyle olan bağları verilmiştir. Bu söylem tipinde, matematiksel söylemlerin başlaması için motivasyon aşamasında dört söylem göstergesi olduğu görülmektedir. Bu söylem göstergelerinin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki söylem göstergeleriyle bağlarının farklı olduğu görülmektedir. Örneğin öğretmenin yeni konuya-diğer görsel aracıya geçişte haberdar etmesi ile görsel aracının çizim kuralını tartışması arasında güçlü bağ varken;

öğrencilerin görsel aracı hakkında konuşmaya motive etmesiyle grafik yapısının belirlenmesi ve grafik yapısının günlük hayatla ilişkilendirilmesi arasında sıkı bir bağ olduğu görülmektedir. Bu farklı bağ yapısı, matematiksel fikirlere ulaşırken de görülmektedir. Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki görsel aracının çizim kuralın tartışılması, matematiksel fikirlere ulaşma aşamasındaki görsel aracını çizim kuralını uygulama, karar vermeve görsel aracıdan sonuç çıkarma arasında bir bağ varken; grafik yapısını belirlemenin grafik çiziminin öncesi ve sonrasını ilişkilendirmeyle de bağı olduğu görülmektedir. Ayrıca yukarıdaki iletişim haritasında dikkat çeken bir bulgu da matematiksel fikirlere ulaşma aşamasındaki görsel aracı çizim kuralınına karar verme, uygulama ve yorumlamanın matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki tüm söylem göstergeleri arasında bağ olduğudur.

4. 4. 3. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problemler Zeminindeki Matematiksel Söylemler

Öğrenci-Öğrenci söylem tipindeki soru/problemlerin çözümü kapsamındaki matematiksel söylemler incelendiğinde, soru/problem çözümünde öğrencilerin kendi aralarında konuşarak matematiksel söyleme katıldığı görülmektedir. Soru/problem çözümü zemininde *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde oluşan matematiksel söylem aşamaları (M.S.A.) söylem-satır numaraları ile birlikte (S.S.N.) birlikte Ek 8.4.3'te yer almaktadır. Bu bağlamda bir söylem öbeğinin tamamı yer alarak, bu söylem öbeğinde motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin tamamı görülmektedir.

4. 4. 3. 1. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Zeminindeki Motivasyona Yönelik Söylemler

Öğrenci-Öğrenci tipindeki soru/problemlerin çözümü kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemlerin öğrencilerin matematiksel söyleme katılılımını teşvik edici yöndedir. Soru/problemlerin çözümü kapsamındaki motivasyona yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 46'da gösterilmiştir.

Tablo 46. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Motivasyona Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

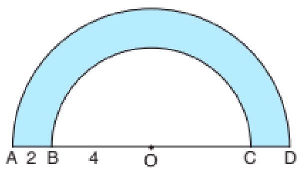
	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Soru/ Problem Çözümü	Problem çözme adımlarını belirleme	51	Şimdi önce verilenler ve istenilenlerle problemi anlayalım..
	Zaman verme	8	Öğretmenin 1 dakika daha verir misiniz?
	Yapamayan/rasgele/sırası gelen öğrenci	40	Öğretmenin yanlış yapıyor, öyle olmaz...
	Anlaşılmayan/yapılamayan soru	34	Öğretmenim bu soruyu ben de yapamadım.
	Varsayımla başlama	14	Öğretmenim zihinden bölme yaparken sayıda sıfır yoksa ne yapacağız?
	Cesaretlendirme-istekli öğrenci	19	En sevdiğim sorulardan biri yine, sizin de yapacağınızı düşünüyorum, hayde başlayalım..
	Oyun-etkinlik yapılacağından haberdar etme	6	Şimdi oyun oynayacağız, ikili gruplar haline gelelim; yeterli olmazsa üçlü grup yaptıracağım..

Tablo 46'da motivasyona yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bu söylem göstergelere ilişkin tüm söylemlerde soru/problem çözerken öğrencilerin konuşacağına fırsat verileceği belirlenmiştir. Ayrıca soru/problem çözmeden önce problem çözme adımlarının öğrencilerin söylemleri ile belirlendiği görülmüştür. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde olduğu gibi problemde istenenlere ilişkin söylemlerin olduğu söylenebilir. Ancak buradaki söylemlerde problemde istenenlerden hareketle problemin anlaşılmasına ve çözüm planına daha çok ağırlık verildiği görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek çemberde çevre hesaplanmasıyla ilgili soruya ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1226.1 *Ö3: Evet beşinci örneğe bakalım o da farklı bir örnek.*

5. ÖRNEK

Yandaki şekilde, |AB| = 2 cm, |BO| = 4 cm olduğuna göre O merkezli çemberler arasında kalan boyalı bölgenin çevre uzunluğunu bulalım (π = 3 alalım.).



Verilen bilgiler ne? AB AB ve BO 2.üzerine yazdım çocuklar verilen bilgileri O merkezli çemberler arasında kalan boyalı bölgenin çevre uzunluğunu bulalım demiş. Pi yi de 3 almış. Önce soruyu anladık mı? (Sınıftan farklı cevaplar geliyor) O zaman soruyu anlamaya çalışalım. Boyalı çemberler diyor. Görebiliyor musunuz o çemberleri?

1226.2 *Mustafa: Hayır.*

1226.3 *Azra: Ben gördüm.*

1226.4 *Sıla: Bir tane o var orada.*

1226.5 *Ö3 (Gülerek) O yu mu görüyorsun? Sıla. Gel göster çemberleri.*

1226.6 Sıla: (Sıla tahtaya kalkar) Birisi şu.

1226.7 Ö3: Evet O merkezli ama tamamı çizilmemiş değil mi yarım.

1226.8 Yiğit: Hı öyle mi, yarım çember mi? (Aynı anda konuşmalar var)

1226.9 Ö3: Yarım çember.

1226.10 Sıla:Birisi de şu.

1226.11 Ö3: Evet.

1226.12 Yiğit: Yarım daire.

1226.13 Ö3: Şimdi çocuklar çemberler derken O merkezli bakın bir burada C den B ye kadar gitmiş. Tamam mı? Bu bir çember. Hani şeyi uzunluğu. Yarım uzunluğu hatta. Diğeri de bakın şurası. Bize ne soruyor?

1226.14 Yiğit: Boyalı

1226.15 Ö3: Boyalı bölgenin

1226.16 Azra: Boyalı bölgenin çevre uzunluğunu soruyor.

1226.17 Ö3: Çevresi. Bana boyalı bölgenin çevresini kim göstermek ister kırmızı kalemle? Şöyle öğretmenim şu uzunluğu bulacağız? boyalı bölgenin çevresi derken şu uzunluğu bulacağız. Furkan gel bakalım.

1226.18 Furkan: (Furkan tahtaya kalkar) Boyalı bölge burası oluyor mantıklı olarak. Bunun çevresi de burası oluyor.

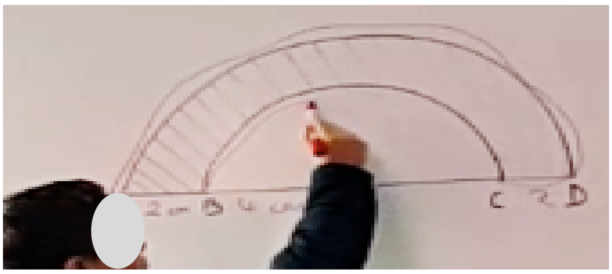
(Gülüşmeler oluyor)

1226.19 Ö3: Bu kadar mı?

1226.20 Furkan: Çevresi bu oluyor.

1226.21 Ö3: Evet başka fikrini söylemek isteyen var mı?

1226.22 Eren: (Tahtaya kalkıyor) Öğretmenim şu ikiler.



1226.23 Ö3: Evet.

1226.24 Eren: Bir de şurası olur mu?

1226.25 Ö3: Evet.

1226.26 Furkan: Ama orası boyalıydı.

1226.27 Eren: Bir de şurası olmalı

1226.28 Ö3: Boyalı bölgenin çevresi değil mi o da?

1226.29 Eren: Şurası olur mu öğretmenim, şurası?

1226.30 Ö3: Evet. Çevresi boyalı bölge.

1226.31 Sıla: Yani o zaman 2 ve 4 ise diğer tarafta 4 ve 2 olur. 2 ve 4 oluyor. Onları toplayalım.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, soruda istenilenlerin neler olduğuna ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Ayrıca problem çözme adımlarının da birbirinden farklı öğrencilerin söylemleri ile belirlendiği görülmektedir. Soruda istenenlerden hareketle sorunun anlaşılması üzerine matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Örneğin Ö5 kodlu öğretmenin dersinde de “Bir restoran sahibi, müşteri memnuniyetini ölçmek için bir araştırma yapmak istiyor. Bu araştırma için restoran müşterilerine sorulacak uygun bir kaç soru yazınız” sorusuna yönelik olarak farklı öğrencilerin “bir tane mi yazacağız”, “ iki tane mi yazacağız”, “müşterilere mi soracağız” şeklindeki ifadeleri ile sorunun anlaşılmasına yönelik söylemleri oluşturduğu görülmüştür. Ayrıca bir başka öğretmenin de dersinde soru/problemin anlaşılmasıyla ilgili matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

322.1 Ö6: 1 tam 1/3 m uzunluğundaki bir demir çubuk, 1/9 m uzunluğunda kaç parçaya ayırılabilir (cümleyi tekrar okuyarak) kaç kesim sonucu yapılır? Diyor

322.2 Emre: Kaç parçaya ayrılır işte, Hocam

322.3 Ö6: Bak bir daha okuyorum ben. Çubuklar bu işlem için bir demir testerede kaç kesim sonucu yapılır diyor. Kaç kesim sonucu yapılır? Kaç kere kesilir bu soruyu bir toparlayalım mı?Bir demir çubuk 1/9 m uzunluğunda kaç kesim sonucu yapılır diyor?

322.4 Ayşe: Kaç kesim sonucunu bulacağız?

322.5 Mustafa: Ben kaç parça anladım.

322.6 Ö6: Evet yani kaç yok yok baştan yazalım olmadı o (soruyu siliyor)

322.7 Şule: Hocam kaç parçaya ayrıldığı değil mi?

322.8 Ö6: Onu sormuyor, kaç kesim yapar diyor, onun için diyorum. Bir demir çubuk (tahtaya yazdı, ne kadar olduğunu) uzunluğundaki çubuklara ayrılmak isteniyor. Bu iş için bir demir testereyle kaç kesim sonucu (cümlesini bitirmeden)

322.9 Hayat: Kaç adet diye sormuyor

322.10 Kuzey: Kaç kere kesilecek olan, hımmm

322.11 *Ö6: Evet soruyu dikkatli çözün bak kaç parça olur demiyor kaç kesim sonucu?*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, soruda istenenlerden hareketle sorunun anlaşılması üzerinde durulmaktadır. Birbirinden farklı öğrenciler matematiksel söyleme katılarak soruyu nasıl anladıklarını ifade etmektedirler. Sorunun anlaşılmasına yönelik diğer söylem öbekleri incelendiğinde de sorudan tam olarak ne istenildiğinin anlaşılmasına önem verildiği görülmektedir (Bkz. Ek 10.4.3.1: 1573 nolu söylem öbeği). Ayrıca günlük hayattan örnek verilerek sorunun netleştiği görülmüştür. Çünkü soru/problemden ne istenildiğinin netleşmesi üzerine çözüm yolunun belirlenmektedir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

338.1 *Ö2: Yalnız bir dakika 3.soruyu okumadan önce size burada bir şey söylemek istiyorum. Bu 3.soruyu diğer sınıflarda kitabın istediği gibi değil de daha farklı yaptık. Şimdi burda tansiyondan bahsediyor. Tansiyon, ciddi bir şeydir. Bende tansiyon hastasıyım ve tansiyon ilacı kullanıyorum. Bu araştırmadan iyi bir sonuç elde etmek istiyorsam gerçekçi yapmam lazım. Yani şimdi burada, saat 18 de büyük tansiyon ve küçük tansiyonu ölçüp ortalamasını alırsanız burdan bir sonuç tansiyondan elde edemezsiniz tamam mı? Bazı insanlar vardır: Mesela küçük tansiyonu yüksek, büyük tansiyonu normaldir. Bazı insanlar vardır küçük tansiyonu düşüktür bazı insanları büyük tansiyonu küçüktür. Yani bunlar kişiden kişiye çok değişiyor. O nedenle şunları bir gerçeğe uygun olarak alalım.*

338.2 *Gamze: Tamam değiştirelim mi rakamları*

338.3 *Ö2: Şimdi bakın ön bir açıklama yapayım size, siz bunları bilmezsiniz. Benim yaşıma gelince 40-50 yaşına geçince siz de başlarsınız tansiyon olayına, o zaman anlarsınız bir şeyler. Şimdi siz doktora gittiğiniz zaman doktor size bir kart verir, yani anket gibi. Siz sabah akşam tansiyonunuz ölçüp bu kağıda yazacaksınız der.*

338.4 *Banu: haa evet evet öğretmenim.*

338.5 *Ö2: Yani 1 saat aralıklara ölçüp*

338.6 *Samet: Anaannem, dedem.*

338.7 *Zeynep: Çok farklılık göstermiyor.*

338.8 *Ö2: Orada hiçbir sonuç elde edemezsiniz Yani bu bir*

338.9 *Esra: Öğretmenim acil hastalar için iniyordur, çıkıyordur. Bir kere bakarlar öyle yani.*

338.10 *Ö2: Şu an bakarlar*

338.11 *Esra: Düşüyor mu artıyor mu ?*

338.12 *Ö2: Adam şimdi çok yüksek bir tansiyondan acile gitti tansiyonu 20 veya 22 neyse ona hemen bir tansiyon, dil altı hapı verirler. Ondan sonra bir yarım saat sonra gidip ölçerler ki düştü mü? Devam ediyor mu diye.*

338.13 *Sude: Yani iyileşiyor mu iyileşmiyor mu?*

338.14 *Ö2: Ha orda olabilir o durumlarda olabilir, yani tansiyon şeysi? Böyle bir saatte verimli ölçemez, sonuca varamaz.*

338.15 *Ömer: Ama öğretmenim yüksek tansiyon şikayetiyle hastaneye başvurmuş.*

338.16 *Seda: Anaannem*

338.17 *Ö2: Evet şimdi, acil (yüz ifadesiyle onaylayarak) acilde bu dediğin gibi de şey yapılabilir ama bir sonuç vermez bize. Bak şimdi biz bunun aritmetik ortlamasını bulacağız değil mi ?*

338.18 *Deniz: Bir saat arayla ölçülse*

338.19 *Ömer: Burada bir, sonuç ortaya koyamayız.*

338.20 *Deniz: Aralarında çünkü zaman farkı daha çok olmalı...*

338.21 *Ö2: Yani, tabi (soruyu okuyor) işte tansiyonu gözetim altına alıyor... (aynı anda soruyu kitaptan dikkatle okuyor)*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmen soru/problem çözümünün gerçeğe yakın olması için 1 nolu satırda kendi yaşamından örnek vererek öğrencileri motive etmektedir. Öğrencilerin de anneanne, dedelerinden örnek vererek soruyu anlamaya çalıştıkları söylenebilir. Öğretmen aslında, büyük tansiyon ile küçük tansiyonun ortalamasını alınmasının sonucu gerçeğe yakın bir sonuç olmayacağını ifade etmektedir. Bu nedenle sorunun/problemin anlaşılması için günlük hayattan örnek vererek *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde bu söylem öbeğinin oluştuğu söylenebilir. Bu söylem tipine ilişkin bazı söylem öbeklerinde, soru/problem çözümüne başlamadan önce öğrencilerin matematiksel söyleme katılarak soruyu kendilerinin şekillendirdiği belirlenmiştir. Daha sonra rasgele bir öğrencinin tahtaya kalkarak soru çözümüne başladığı görülmüştür. Bu bağlamda *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde olduğu gibi sırası gelen ya da rasgele öğrencinin tahtaya kalkması ile soru/problem çözümü başladığı söylenebilir. Ancak bu söylem tipinde tahtaya kalkıp soruyu yapamayan ya da yanlış çözen öğrencinin tahtada yazdıkları üzerine *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipi başlamaktadır. Çünkü diğer öğrencilerin tahtadaki çözüm ile kendi çözüm yollarını karşılaştırarak matematiksel söyleme katıldıkları görülmüştür. Bu duruma ilişkin Ö2 kodlu öğretmenin dersinden kesirlerle çıkarma ile ilgili matematiksel söylemler aşağıda verilmiştir.

34.1 *Ö2: Ahmet yaz, 12 tam 3/16 - 7 tam 7/8.*

34.2 *Elif: Öğretmenim ben öyle yapmadım.*

34.3 *Ö2: Nasıl yaptın?*

34.4 *Elif: Öğretmenim orada sayıları vermiş gene tekrar tam olmuyor mu orası, yani ben şöyle yaptım.*

34.5 *Ö2: (Öğrt. bu soruyu soran öğrencinin yanına gitti) tamam, tam sayılı kesri blieşik kesre çevir.*

34.6 *Arda: Öğretmenim o tam sayılıyı çevirdi ya 14/16 mı oluyor.*

34.7 *Sınıftan çözüme ilişkin yanlış olduğuna ilişkin anlaşılmayan sesler geldi.*

34.8 *Ö2: Neyi yanlış yaptı?*

34.9 *Esra: Tam sayıları çevirirken yanlış yaptı.*

34.10 *Ö2: Nerede yanlış yaptı?*

34.11 *Esra: 7 tam 7/8 ,14/16 etmiyor. 63/8 ediyor.*

34.12 *Mehmet: Önce çevirmesi (bileşik kesre) gerekiyor.*

34.13 *Ahmet: (tahtada eliyle payda eşitlediğini gösterdi)*

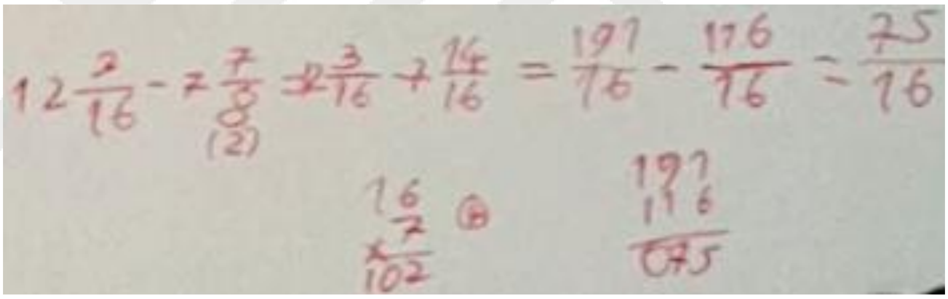
34.14 *Elif: Ama bak Ahmet sen çarptın tamını almadın o zaman.*

34.15 *Mete: Evet o zaman sen tamını almadın.*

34.16 *Elif: Anladın mı?*

34.17 *Mete: 14/16 nın tamı yok.*

34.18 *Sınıftan çözüme ilişkin yanlış olduğuna ilişkin anlaşılmayan sesler geldi*



34.19 *Ahmet: Ya görmüyor musunuz? Çarptım işte, (kalemle göstererek) sadece bileşik kesre çevirdim.*

34 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi, tahtadaki öğrencinin kesirlerle çıkarmayı yanlış yapması üzerine diğer öğrencilerin Ahmet'in çözümüne ilişkin olası hataları dile getirdikleri söylenebilir. Bu bağlamda matematiksel söylem oluşumunun yatay aşamasının ilki olan motivasyon aşamasında diğer öğrencilerin 2, 4, 6, 9, 11, 12, 14, 15, 16 ve 17 nolu satırlarda matematiksel söylemleri görülmektedir. Bu satırlardaki söylemler incelendiğinde,

Ahmet'in hatasının tam sayılı kesrin bileşik kesre çevrilmesi gerektiğiyle ilgili olduğu görülmektedir. Ancak yukarıdaki çözüm örneğinden görüldüğü gibi Ahmet $7\frac{7}{8}$ yi önce genişletip sonra tam sayılı kesre çevirmiştir. Diğer öğrencilerin söylemlerinden ise önce tam sayılı kesrin bileşik kesre çevrilmesi gerektiği anlaşılmaktadır. Dolayısıyla 19 nolu satırdaki Ahmet'in söyleminde ise hatasının nereden kaynaklandığı halen fark edemediği görülmektedir. Bu bağlamda sorunun yanlış çözülmesi üzerine diğer öğrencilerin de matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Sorunun yanlış çözülmesine ilaveten diğer söylem öbeklerinde sorunun yapılamaması üzerine de öğrencilerin soru/problem çözümü için matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Örneğin cebirsel ifadeyi sözel halde yazamayan bir öğrencinin söylemleri üzerine oluşan matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1199.1 Murat: Abuzer'in yaşının pardon (sözel ifade kurmaya çalışıyor)

1199.2 Ö2: Evet

1199.3 Murat: Abuzer'in parası ıı ya öğretmenim ben şey yapmayayım yaa. (Sınıftan itirazlar gelir) Ben sözel bir ifade söyleyemiyorum

1199.4 Ö2: Ama çok büyük bir eksiklik o

1199.5 Ahmet: Öğrenmen lazım

1199.6 Ö2: Peki, nasıl yapabiliriz?

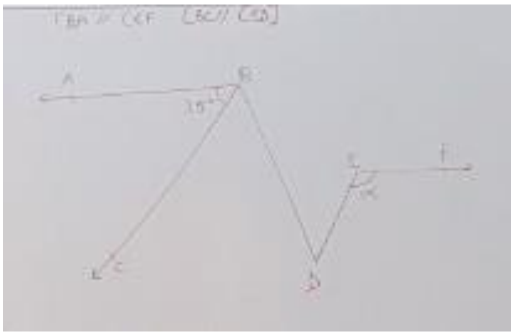
1199.7 Baturay: Kemal'in yaşının 8 katının 4 eksiği Ali'nin yaşına eşittir. Ali'nin yaşı kaçtır?

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, cebirsel sözel ifadeyi sözel olarak ifade edemeyen öğrencinin söylemlerine üzerine birbirinden farklı öğrenciler matematiksel söyleme katılmaktadır. Baturay'ın söyleminin de cebirsel ifade olup olmadığı öğrencilerin matematiksel söylemleri ile belirlenmiştir. Bu bağlamda sorunun yapılamaması ya da yanlış yapılması üzerine diğer öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı söylenebilir. Ayrıca diğer söylem öbeklerinde yapılamayan/anlaşılmayan soru üzerine matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek açılarla ilgili soruya yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1011.1 Ufuk: Hocam ben şu an sizin dediğinizden hiç bir şey anlamadım. (bir önceki soruyu da kastediyor)

1011.2 Meryem: Bir sürü boşluk oluyor sayıları getiremiyorum. (Uğultulu konuşmalar var)

1011.3 Ö3: Gelelim soru ne diyor bize?



1011.4 Emirhan: Hocam 35'le 145'ten başka sayı yok orada.

1011..5 Ö3: BA ışını ile EF ışınının paralel olduğunu vermiş. Bir de BC ile ED nin de paralel olduğunu vermiş. Bak bu da önemli. Demek ki buradan yararlanacağız herhalde. (tahtaya yazmaya başladı)

Yukarıdaki söylem öbeğinden öğrencilerin soruyu anlamadıkları ve bu nedenle yapamadıkları anlaşılmaktadır. Ufuk ve Meryem'in söylemleri bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca yapılamayan sorulara ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde öğrencilerin birbirlerinin çözüm yollarını anlamak için çaba harcadıkları görülmüştür. Örneğin 1405 nolu söylem öbeğinde bir öğrencinin "*Hazal okudu da yani ne demek istediğini anlamadım*" söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Bu söylemden sonra diğer öğrencilerin matematiksel söyleme kendiliğinden katılarak öğrenciler arasında etkileşim oluştuğu görülmüştür. Soru/problem çözümü için öğrencilerin kendiliğinden matematiksel söyleme katıldığı diğer söylem öbekleri incelendiğinde öğrencilerin ya da öğretmenin varsayıma dayalı sorular sormasının da etkili olduğu belirlenmiştir. Örneğin 785 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmenin *"Evet diyelim ki bu bize bir şey sorsun. Şıklarda 5/8 yok, Ne olacak..."* söyleminden sonra birbirinden farklı öğrencilerin sadeleştirme olup olmadığına ilişkin düşüncelerini açıkladığı görülmüştür. Bu varsayıma dayalı sorudan sonra öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Ayrıca sorudaki sayılardan farklı olarak sayıların değiştirilmesi üzerine oluşan matematiksel söylemler ya da aynı sorunun parantez kullanılmadan farklı hali üzerine oluşan matematiksel söylemler de varsayıma dayalı soru tiplerine örnek verilebilir. Ayrıca "*... oluyor neden? Her zaman öyle midir? Acaba?"* soru kalıbının da sıklıkla kullanıldığı ve bu söylemden sonra öğrenciler arasında matematiksel söylemlerin oluşmaya başladığı belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin de bazen varsayıma dayalı soru sorarak söylem öbeğinin *Öğrenci-Öğrenci* tipinde oluşmasına yön verdiği söylenebilir. Çünkü 131 nolu söylem öbeğinde y=x.20+10 doğrusal ilişkisine yönelik söylemler *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipindeyken, bir öğrencinin varsayıma dayalı soru sormasıyla 132 nolu söylem öbeğinin *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde olduğu belirlenmiştir. Bu söylem öbeğinde doğrusal denklemle ilgili ilişkin *"Öğretmenim şöyle olsa x eşittir, 20y artı 10, olur mu*" söyleminden sonra diğer öğrencilerin matematiksel söyleme katılarak olup olmayacağı üzerine matematiksel söylemlerin başladığı belirlenmiştir. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklarken varsayıma dayalı soru sormaları üzerine başka bir öğretmenin dersinde oluşan matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

997.1 Kaya: Öğretmenim bu (örüntüden bahsediyor) hep artıyor, 5 3 olmaz mı öğretmenim?
997.2 Gizem: Azalmaz mı?
997.3 Kaya: Evet
997.4 Ö2: Azalır, şimdi değil dedim yaa baştan bu azalır, hatta bölümlü olur
997.5 Bahar: Mesela örüntüde 3 artıyor, 6 artıyor, 3 artıyor, 6 artıyor, o şekilde giderse

Yukarıdaki varsayıma dayalı sorudan sonra öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı ve katılacağı anlaşılmaktadır. Bu matematiksel söylemlerden sonra öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söyleme katıldığı ve çözüm yolunu birikte belirledikleri görülmüştür.

Öğrencilerin soru/problem çözümünde matematiksel söyleme katılmasını sağlayan bir diğer söylem göstergesi, öğrencilerin soru çözmesi için cesaretlendirildiği ya da istekli hale getirilmesine yönelik söylemlerden oluşmaktadır. Örneğin 1994 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmen *"Ayy en sevdiğim sorulardan biri yine, 3. yazılı sınavınız test ya böyle bir soruyla karşılaşabilirsiniz, şimdiden söyleyeyim çünkü seviyoruz bunları…"* söyleminden sonra öğrencilerin *"beni de kaldırın"* "*öğretmenim bir şey diyeceğim o soruyu sevdiğiniz için beni de sevdiğiniz için en iyisi beni kaldırın"* gibi söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Ayrıca soru çözmeye istekli halen gelen öğrencilerin, tahtaya kalkan arkadaşları çözüm yaparken matematiksel söyleme katıldıkları görülmüştür (Gözlem notu, 10.05.2017, Ö4 kodlu öğretmenin 1.dersi). Bu bağlamda öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasının motivasyon aşamasında öğretmenin söylemlerinin etkili olduğu söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

640.1 Ö3: 5000 TL aylık %12 faiz oranı ile ne olsun, 5 aylığına bankaya yatıralım. Peki 5 aylığına bankaya yatırılıyor
640.2 Burak: Yazıyoruz değil mi?
640.3 Fatma: Yazalım mı öğretmenim?
640.4 Ö3: Evet 5 ay sonundaki faiz miktarını bulalım. 5 ay sonundaki faiz miktarını bulalım.

640.5 Seda: Yazalım mı?

640. Ö3: Yazarsınız şunu. Yazmayı bırakın yazarsınız. Şimdi bakın. Dinle şimdi konuşalım konuşalım. Evet ben 5000 nin %12 sini bulunca napmış oluyorum?

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin sorunun yazılmasından daha çok konuşmaya öncelik verdiği söylenebilir. Bu bağlamda soru/problem çözümüne başlamadan öğretmenin öğrencileri cesaretlendirerek soru çözümü için matematiksel düşüncelerini açıklamaya fırsat vereceği anlaşılmaktadır. Örneğin 1029 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin *"Paralellik var nasıl kullacağız acaba? Mesela şunları falan verse bir şeyler yapabilirdik. Evet ben anlatmadan parmaklar kalktığına göre fikir alalım o zaman."* söylemiyle öğrencilerin soruyla ilgili düşüncelerini açıklamaya fırsat vereceği anlaşılmaktadır. Soru çözümü için öğrencilerin istekli olması ve matematiksel söyleme katıldığı diğer söylem öbekleri incelediğinde de öğretmenin cesaretlendirmeye ilişkin motivasyon söylemlerinin etkili olduğu belirlenmiştir.1990 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmenin *"Tahtaya kim geliyor, (biraz bekledikten sonra) ben yardım edeceğim"* söylemine benzeyen söylemler öğrencilerin soru/problem çözümü için cesaretlendirdiği söylenebilir. Öğrencileri cesaretlendirmeye ilişkin öğretmenin bazı söylem öbeklerinde, dışsal pekiştireçler kullanıldığı belirlenmiştir. Örneğin 1082 nolu söylem öbeğinde Ö6 kodlu öğretmenin soru çözümü için öğrencilerden fikir alacağını belireterek Eren'e söz vermiş; Eren de *"ııı, Hocam, ilk önce eksi olanları birbirleri ile toplayabiliriz"* söyleminden sonra öğretmenin *"Harika.."* gibi söylemlerle cesaretlendirerek motive ettiği belirlenmiştir. Ayrıca oyun-etklinlik yaparken de öğrencilerin soru çözümü için cesaretlendirdiği görülmüştür. Örneğin 1151 ve 1152 nolu söylem öbeklerinde *"Birinci grup bitti. Toplayın onları toplayın görmesinler. (Öğretmen tahtaya 1. grup Berranur- Melisa yazdı) Aferin…" "İkinci grup aranıyor…"* gibi söylemlerle öğrencileri soru/problem çözümü için cesaretlendirip grup çalışmasıyla öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söylemlerin oluşacağı anlaşılmaktadır. Bu bağlamda soru çözümünün oyunla yapılacağına ilişkin matematiksel söylemler, *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin başlamasına yön verdiği söylenebilir. Örneğin 1150 nolu söylem öbeğinde öğretmenin dominoya benzer oyunun kesirlerde soru çözümüne uyarlanmasına ilişkin önce oyunun kuralına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1150.1 Ö4: Oyunumuz şöyle

1150.2 (Öğrenciler merak ediyor ve kendi aralarında konuşuyorlar)

1150.3 Ö4:Çocuklar daha önce hiç Domino oyunu duydunuz mu?

1150.4 Sınıf: Evet.

1150.5 *Ö4: Yaslan arkaya. Domino dediğimiz şey dikdörtgen şeklindeki taşların belirli aralıklarla dizilip herhangi bir şekil oluşturacak şekilde başlangıçtaki taşa dokunduklarında*

1150.6 *Merve: Aaa biliyorum.*

1150.7 *Ö4: Ard arda diğerini devirerek ortaya hepsi yıkılarak bir şekil ortaya çıkıyor.*

1150.8 *(Öğrenciler arasında anlaşılamayan konuşmalar var)*

1150.9 *Ö4: O oyunun adı domino. (Yüksek sesle) Dominonun oynanış şeklini kesirlere uyarladık. Nasıl? Bu sizin domino taşlarınız her biri yatay koyacaksınız şuraya. Ok'la başlayan ok işareti sizin başlangıç işleminiz. Diyorki burada 2/3 ile 1/6 kesrini toplayın. Topladık. Yani kesirlerde genişletme işlemi yaptık. 2 kere çarptık 4. Biri topladık 5. 5/6. Cevabı kaç? 5/6. Diğer kesirlerinizi taşlarınızın içinde beyaz kısımlarda 5/6'yı bulacaksınız (Ellerindeki fişlerden göstererek anlatıyor) 5/6. Evet bakalım 5/6 nerede? Şurada 5/6'yı buldum. Bu benim başlangıç kağıdımdı. Bu işlemin cevabı 5/6. Yani beyaz kısımlarda cevaplar yazıyor. Bunu bunun yanına ekleyeceksiniz sıranızın üzerinde. Şu taraf sizin ikinci işleminiz. Bu işlemi yapacaksınız.*

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, öğretmen oyunun kuralı ile ilgili açıklama yaparken öğrencilerin kendi aralarında söylemlerin oluştuğu ancak bu söylemlerin anlaşılmadığı belirlenmiştir. Öğretmenin domino oyununu anlatırken öğrencilerin oyuna bir an önce başlamak için heyecanlandığı görülmüştür. Öğretmenin kesirlerle işlemlerle ilgili fişleri dağıtmasından sonra öğrencilerin ikili guplar halinde soru çözmeye başladıkları ve birbiriyle fikir alışverişinde bulundukları gözlenmiştir. Buna ilaveten bazı öğrencilerin kesirlerle ilgili soru çözümünü yaparken de heyacanlandığı ve yerinden kalktığı görülmüştür. Ayrıca dersten sonra yapılan ayaküstü mülakatlarda da Ö4 kodlu öğretmen, “Çok güzel oluyor, oyun öğrencileri heyecanlandırıyor” şeklinde ifade ettiği belirlenmiştir (Gözlem ve Görüşme notu, 15.03.2017 tarihli Ö4 kodlu öğretmenin 2.dersi). Bu duruma örnek olabilecek bir fotoğraf aşağıda yer almaktadır.

Şekil 29. Öğrenci-Öğrenci söylem tipinde işbirlikli öğrenmeye bir örnek

Şekil 29'daki fotoğraftan öğrencilerin soru/problem çözümünü birlikte yaptıkları görülmektedir. Bu bağlamda ikişerli grup halinde olan öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söylemlerin oluşacağı anlaşılmaktadır. Öğretmen zaman vererek öğrencilerin soru/problemleri yapmasını beklemektedir. Ayrıca zaman vermeye ilişkin söylemlerin motivasyon aşamasındaki diğer söylem göstergelerindeki söylemlerle de iç içe olduğu belirlenmiştir. Örneğin problem çözme adımlarını belirledikten sonra öğretmenin soru çözümü için zaman verdiği daha sonra matematiksel düşüncelerin açıklandığı görülmüştür.

4. 4. 3. 2. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zeminindeki Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler

Öğrenci-Öğrenci söylem tipine yönelik soru/problem çözümü kapsamında matematiksel düşünceler açıklanırken öğrencilerin kendi aralarında problemin çözümü hakkında konuştukları söylenebilir. Soru/problemlerin çözümü kapsamındaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 47'de gösterilmiştir.

Tablo 47. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Soru/ Problem Çözümü	Kelime/sayı anlamlandırma	7	Paramız, 2 TL ve 3 TL ben bunun karşısına x yazıyorum, bunun anlamı ne ?
	Neden-niçinli çözümü sorgulama	21	Neden y=4x bulduk?
	Basite indirgeme	13	İlkokulda sorulan bir soru vardır ya...

Tablo 47'nin devamı

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Soru/ Problem Çözümü	Adım adım yapma	19	Öğretmenim ilk önce birinci büyük çember var ya hani onun ilk önce bir çevresini bulmalıyız,
	Kendi çözümünü söyleme	23	Öğretmenim ben şey yaptım 1600 'ü 100'e böldüm..
	Farklı çözüm yolunu üretme	40	Ben daha farklı yoldan yaptım, anlatabilir miyim?
	Çözüm yolunu tartışma	39	Öğretmenim bence bir derecelik açıya kaç santim düşüyor onu buluruz…
	Yanlış-eksik cevabı tartışma	21	Banu dediğin doğru ama orada sadeleştirme var...
	Deneme-yanılma	8	6 tane sayı yazacaksınız ki tepe değeri 5, aritmetik ortalaması 6 olan, bir deneyin bakalım

Tablo 47'de matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bazı söylem öbeklerinde bu söylem göstergelerinin ikisinin de yer aldığı belirlenmiştir. Örneğin aynı söylem öbeğinde, basite indirgeme ve kelime/sayı anlamlandırmayla ilgili söylemlerin diğer söylem göstergelerindeki söylemlerle iç içe olduğu belirlenmiştir. Ayrıca soru/problem çözümünde kelime/sayılar anlamlandırılarak nedensel açıklamalar yapılabilmektedir. İşlemlerdeki sayıların ne anlama geldiği açıklanarak işlemlerde ne bulunduğu anlamlandırılmıştır. Ayrıca soru/problem çözümünde matematiksel düşünceler açıklanırken öğrencilerin "en az" ve "en çok" gibi kelimelerini anlamlandıramadıkları için soru/problemi çözemedikleri daha çok görülmüştür. Bu bağlamda öğrencilerin "en az" ve "en çok" kelimeleri kullanıldığında nasıl bir anlam çıkarılması gerektiğine ilişkin birbirinden farklı matematiksel düşüncelerin oluştuğu söylenebilir (Gözlem notu, 14.12.2016 tarihli Ö5 kodlu öğretmenin 2.dersi). Örneğin 181 nolu söylem öbeğinde "Notu en çok 3 olan öğrenci sayısı kaçtır?" sorusunda, "en çok" kelimesinin anlamdırılmasına ilişkin öğrenciler arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Bu söylem öbeğine ilişkin öğrencilerin söylemlerinden biri *" En fazla diyor, en fazla 3 olacak, yani ondan az da olabilir, ama en az deseydi ondan fazlası olacaktı"* olmasına rağmen başka bir öğrencinin söylemi "*Bence notu 3 alanlar olmalı"* şeklinde birbirine zıt düşünceler olabilmektedir. Daha sonraki matematiksel söylemlerde ise *"En çok 3 diyor ya, en çok 3 var demektir. 3'ün altı da var demektir. En çok 3 alalım diyorsa, 1 alalım, 2 alalım, 3 alalım demektir"* söylemlerinin oluştuğu belirlenmiştir. Bu bağlamda "yani" ve "...demektir" söylemleriyle "en çok" kelimesinin anlamlandırdığı görülmektedir. Benzer şekilde başka bir öğretmenin dersinde "İki sayının ortalaması 76 dır. Bu sayılara 10 eklediğinde yeni sayı kaç olur?" sorusuna ilişkin *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin oluştuğu görülmüştür. Öğrencilerin her bir sayıya 10 eklendiğinde aritmetik ortalamanın ne olduğunu buldukları gözlenmiştir (Gözlem notu, 01.03.2017 tarihli Ö6 kodlu öğretmenin 2.dersi). 699 nolu söylem öbeğinde bu sorunun çözümüne ilişkin matematiksel söylemlerin *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde oluştuğu belirlenmiştir. Bu bağlamda soru/problemde geçen kelimelerin anlamlandırılmasının *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipine yön verdiği söylenebilir. Çünkü bu soruya ilişkin soru/problem çözümünde öğrencilerin neden, niçin vb. soruları daha çok sorduğu görülmüştür. Diğer yandan kelimelerin ya da sayıların anlamlandırılmasının nedensel açıklama ile iç içe olduğu görülmektedir. Benzer şekilde basite indirgeme yapılarak da nedensel açıklamalara dayalı matematiksel söylemler oluşmaktadır. Basite indirgemeye ilişkin söylemler incelendiğinde sayı yerine örnek verme, analoji kullanma, kişiselleştirme yapma, farklı sayı koyma vb. ifadelerle soruda geçen ifadelerin somutlaştırıldığı belirlenmiştir. Sorudan farklı sayılar koyarak hangi işlem yapılacağının öğrencilere sezdirilmesine ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

406.3	*Ö6: Tanesi 1 tam 2/10 TL'den 7 tam 2/10 TL'lik ilkokul 1. sorusu şekline getireceğiz bunu şimdi çikolata alan biri kaç tane çikolata almıştır? Kayra sorum aynı rakamları değiştiriyorum. Tanesi 2 liradan olan 8 liralık bir dakika, 8 liralık çikolata alan biri kaç tane çikolata almıştır?*
406.4	*Kayra: 4*
406.5	*Ö6: 4'ü nasıl bulduk?*
406.6	*Kayra: Bölerek*
406.6	*Berat: 8'i 2'ye bölerek.*
406.7	*Ö6: Yani toplam sayıyı şunu buna böldüm anladın mı? Mantığı bunu doğal sayıyla kullandığımda neyi neye bölmem gerektiğini e şimdi 7,2'yi 1,2'ye bölebiliriz. Olayın mantığını kavradıktan sonra...*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, ondalık sayılarla bölme işleminin anlaşılması için ondalık sayı yerine farklı sayı koyularak soru/problem çözümünü basite indirgenmektedir. Öğretmen 3 nolu satırdaki söyleminde *"İlkokul 1.sınıf sorusu şekline getireceğiz..."* ifadesiyle farklı sayı koyarak basite indirgeneceğini vurgulamaktadır. Öğrencilerin de soruyu/problemi doğal sayı gibi düşündüklerinde bölme işleminin yapılacağını anladıkları ve işlemi yaptıkları görülmüştür. Aynı dersin devamındaki 407 nolu söylem öbeğinde de öğretmenin *"Hangi sayının 2 katı 8'dir*" sorusuna öğrencilerden cevap aldıktan sonra *"Peki, hangi sayının 4,3 katı 9,89 eder"* sorusunu yönelttiği ve bölme işlemini basite indirgeyerek öğrencilere sezdirdiği görülmüştür. Basite indirgemeye ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde kişiselleştirme de yapıldığı belirlenmiştir. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde de soru/problem çözümünde öğretmenin kişiselleştirme yaparak basite indirgendiği görülmüştür. Ancak *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde daha farklı olarak öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemlerle kişiselleştirme yaptığı belirlenmiştir. Örneğin 77 nolu söylem öbeğinde Murat'ın tahtaya 25x(12-8 = 25 yazması üzerine Ayşegül'ün *"Parantezi kapat, uçacaklar, sakın kaçırma"* şeklindeki söylemiyle parantez kullanımına dikkat çekmek için kişiselleştirme yaptığı görülmektedir. Soru/problem çözümünde kişiselleştirmeninin diğer söylem göstergelerinde iç içe olduğu söylemlerde, kişiselleştirmenin bir araç olarak kullanıldığı söylenebilir. Örneğin soru/problem çözümünün adım adım yapılmasıyla ilgili matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

66.9 Ö4: Peki, acemi olan ben şöyle yapsam olur mu? Bu ne? 8:2x5 (yazdığına şaşırmış bir ifade kullanarak)

66.10 Sude: Öğretmenim bir şey sorabilir miyim? Öğretmenim olmaz, çünkü çarpmadan mı başlayacağız, bölmeden mi başlayacağız, çünkü çarpma ve bölme önce gelirdi.

66.11 Sınıftan çözümle ilgili anlaşılmayan karışık sesler geldi.

66.12 Ö4: Burda, öncelik kimin?

66.13 Buse: Çarpmanın

66.14 Ö4: Çarpmanın, öncelik kimin?

66.15 Serpil: Öğretmenim bana sorarsanız, ilk başta bölme olunca bölmenin oluyor.

66.16 Mine: Öğretmenim bence ilk, 5 ile 2'yi çarpacağız. Sonra

66.17 Ö4: Öncelik çarpamın diyor.

66.18 Bade: Öğretmenim, öncelik bölmenin diyorum, çünkü 2 ile 5'i çapınca 10, 8'i de 10'a bölemeyiz.

66.19 Ali: Bence de öğretmenim.

66.20 Sınıftan çözümle ilgili anlaşılmayan karışık sesler geldi.

66.21 Orhan: Öğetmenim, ilk önce çarpamayı yaparız, ne bulduysak 2 ile...

66.22 Ö4: 8'i 10'a böleceğiz?

66.23 Orhan: Hayır

66.24 Demet: Öğretmenim, bence şey, yarısını önce çarpıyor, sonra parçalara bölünüyor, o yüzden öncelik çarpmanın bence. Yani farklı çıkar.

Yukarıdaki söylem öbeğinden, parantez kullanılmadan yapılan işlemin adım adım açıklandığı anlaşılmaktadır. Ayrıca "...öncelik kimin?" vb. söylemlerle çarpma işleminin kişiselleştirilerek çözümün adım adım yapıldığı belirlenmiştir. Öğretmen ve öğrenci söylemlerinde adım adım yapmaya ilişkin "önce" ve "sonra" gibi ifadelerin sıklıkla kullanılarak matematiksel düşüncelerin açıklandığı söylenebilir. Öğrenciler adım adım yapılacağını birbirlerine ifade etmesiyle matematiksel söyleme katıldıkları söylenebilir.

Ayrıca diğer söylem öbeklerinde soru/problem çözümünde kendi çözümleri hakkında konuşarak da matematiksel söyleme katılmaktadırlar. Örneğin "öğretmenim .... yaptım" şeklindeki öğrencilerin matematiksel söylemlerine oldukça sık rastlandığı söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

209.3 *Gamze: Öğretmenim ben çözdüm de*

209.4 *Ö2: (Yanına gidiyor, Kitabı alarak soruyu inceliyor ve masasına gidiyor)13 mü?*

209.5 *Burcu: Evet.*

209.6 *Ö2: (soruyu okuyarak) Bir bahçenin 1/4 üne domates 2/3 üne biber ekmiştir. Şimdi bak, bunu yazdırdım ama kitapta var bunlar, sizin kitapta, 74. sayfa 13. Soru. Şimdi bakın, burda Burcu, 1/4 ünü domates 2/3 ünü biber ektiyse ikisini toplarsın ekili alanı bulursun.*

209.7 *Burcu: Ben topladım ama*

209.8 *Ö2: Ekili alan ne ediyor 3 ,8 11/12 tamam mı? Ekili alan 11/12 . Şimdi geriye kalan 132 m^2 lik alan yani geriye, 11/12 ekiyorsa 1/12 i kalıyor.*

209.9 *Burcu: Evet.*

209.10 *Ö2: Eeee, 12 ile 132'yi çarparsan tamamını bulursun. Bahçenin hepsini bulursun ama sen biber ekili alan, biber nedir 3 te 2 si. 2/3 si ile çarparsın.*

209.11 *Burcu: Öğretmenim ben ilk 12 ile çarpmıştım sonra sonucu bulamadım anladım ki biber ekili alanla...*

209.12 *Filiz: Ben anlamadım.*

209.13 *Okan: Ben şimdi çizerek yaptım.*

Yukarıdaki söylem öbeğinde, öğrencilerin kendi çözüm yollarından bahsettikleri görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin kendi çözüm yollarını ifade ettikleri diğer söylem öbekleri incelendiğinde problem çözümüne ilişkin farklı çözüm yolların ürettikleri görülmüştür. 5.sınıfta 24 ile 8'in zihinden çarpılmasıyla ilgili farklı çözüm yolarının üretildiği örnek matematiksel söylemler aşağıda verilmiştir.

16.3 *Ö4: 24'te 8?*

16.4 *Ayşegül: 20'yi bir kenara bölüyoruz, 4'ü de bir kenara. 20 ile 8'i çarpıyoruz, sonradan 4 ile 8'i çarpıyoruz.*

16.5 *Ö4: Onları topluyoruz.*

16.6 *Ayşegül: Çıkan sonuçları topluyoruz.*

16.7 *Ö4: Böyle bir yöntem olabilir mi?*

16.8 *Buse: Öğretmenim, ıı şimdi düzdüz gidip... mesela 24'ün 2 katı 48, 48'in 2 katı 96, 96'nın 2 katı 192*

16.9 *Berkay: Tek mi tek mi çarpacağız?*

16.10 *Ö4: Nasıl yapacağız?*

16.11 *Özlem: Bence öğretmenim, 24 8, 10 olabilir. 24 ile 10'u çarparsan 240, 2 katını çıkarırsın işte.*

16.12 *Ö4: 2 kere çıkartıyorsun. Bak 3 tane farklı yöntem çıktı ortaya.*

16.13 *Özlem: Öğretmenim 24 ile 8'i ayırıyoruz. Ondan sonra 24 ile 2 yi çarpıyoruz. ondan sonra hangi sonucu bulduysak onu da 2 ile çarpıyoruz. Ondan sonra ne bulduysak yine 2 ile çarpıyoruz. En sonundaki ile topluyoruz.*

16.14 *Ö4: Topluyoruz dedin orda bir hata var, 2 ile çarpıyoruz.*

16.15 *Özlem: 2 ile çarpıyoruz .*

16.16 *Arda: Öğretmenim bence 8 ile çarparken 2 kat 2 kat gitmemiz gerekir öğretmenim, 2,4,6,8 diye bana sorarsanız.*

16.17 *Ö4: 2,4,6,8 o zaman 4 kere mi çarpmam lazım?*

16.18 *Arda: Evet*

16.19 *Ö4: Peki o zaman çarpalım, 2 kere 2*

16.20 *Ayşegül: 4*

16.21 *Ö4: 4 kere 2*

16.22 *Arda: 8 (parmaklarıyla kaç kez çarpıldığını göstererek)*

16.23 *Ö4: 8 kere 2*

16.24 *Selçuk: 16*

16.25 *Ö4: Bu işlemde 16 ile çarpmış oluyoruz.*

16.26 *İpek: 3 kere olacak.*

16.27 *Ö4: 2,4,6,8 değil. 2 kere 2 4, 4 kere 2 8 yani 3 defa (parmaklarıyla kaç kez çarpıldığını göstererek) çarpmamız gerekiyor.*

16.28 *Arzu: Öğretmenim 2 katı ile çarpıyoruz, bulduğumuz sayının sonra yine 2 katı ile çarpıyoruz, bulduğumuz sayıyı 2 katı ile çarptığımızda çıkıyor.*

16.29 *Buse: Ben de öyle demiştim.*

Yukarıdaki matematiksel söylemlerden görüldüğü gibi, öğrenciler matematiksel düşüncelerini açıklarken probleme ilişkin farklı çözüm yolları üretmektedirler. Öğrencilerin farklı çözüm yolları üretirken birbirlerinin matematiksel söylemlerini anlayarak cevap verdiği söylenebilir. Örneğin 4 nolu satırda Ayşegül *"bölüyoruz"* ifadesini aslında *"ayırıyoruz"* anlamında kullandığı görülmektedir. Ancak öğretmen ve diğer öğrencilerin de bu söylemden Ayşegül' ün demek istediğini anladığı söylenebilir. Buna ilaveten probleme ilişkin farklı çözüm yolları üretilirken öğrencilerin kendi çözüm yollarının doğruluğunu savunduğu görülmüştür. Örneğin 8. satırdaki Buse'nin söylemi incelendiğinde, 8 ile zihinden çarpmak için 2'nin 3 defa ardışık çarpılabileceğini ifade ettiği ve bunu 29 nolu satırdaki söylemde tekrar dile getirdiği görülmektedir. 8 nolu satırdaki Buse'nin matematiksel söylemine karşılık olarak Berkay'ın 9 nolu satırdaki söyleminde 8 ile zihinden çarparken 2'şer 2'şer çarpılıp çarpılmayacağını sorduğu gözlenmiştir. 16 nolu satırdaki Arda'nın da matematiksel söyleminden, 8 ile zihinden çarpmanın tam olarak anlaşılmadığı gözlenmiştir. Arda'nın matematiksel söylemlerinden 8 ile zihinden çarparken 2'nin 4 defa ardışık olarak çarpılacağını düşündüğü söylenebilir. Daha sonraki söylemlerde, öğretmenin yönlendirmesiyle Selçuk, İpek ve Arzu'nun matematiksel söylemlere katılarak 8 ile zihinden çarpmanın anlaşıldığı belirlenmiştir. Bu bağlamda öğrenciler zihinden çarpmayla ilgili kısa yolları üretirken *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin oluştuğu görülmektedir. Ayrıca bazı sayıların zihinden ya da kolay yoldan çarpılmasına ilişkin *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel söylemlerin oluşmaktadır. Örneğin tahtaya kalkan bir öğrenci önce *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipi oluşmaya başlamışken matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında tahtaki çözüme ilişkin 11 ile kısa yoldan çarpılmasına ilişkin öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1289.4 Tansu: Öğretmenim ıı ben internette buldum da sayıların 11 ile toplamının çarpmanın kolay bir yöntemi varmış.
1289.5 Yağız: Evet.
1289.6 Tansu:İkisini toplayıp çarpıyorsun ortasını... (cümlesinin devamını getiremeden)
1289.7 Arzu: Evet hoca demişti onu bize zaten...

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, 11 ile kısa yoldan çarpmaya ilişkin öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Öğrencilerin soru çözerken kısa yollar bulmasına ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde, çözüme ilişkin kısa yollar, kolay yollar gibi farklı çözüm yolları üzerinde kendi aralarında konuştuğu belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek "Ayça'nın parası, kardeşi Erkan'ın parasının 3 katından 15 TL fazladır. Bu ifadeye uygun cebirsel ifade bulunuz" sorusuna ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1186.3 Ceren: x çarpı 3 artı 15
1186.4 Arda: Hayır ya daha kolayı var.
1186.5 Selin: Evet öyle.
1186.6 Ö2: x çarpı 3 değil de, 3x diyelim.
1186.7 Özge: 3n +10 olur mu?
1186.8 Serkan: Bilinmeyen, (x'i kastediyor) kutu bile olur.
1186.9 Ö2: Olur.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğrencilerin çözümlerinde farklılık bulunmaktadır. Öğrencilerin kendilerine göre kolay olan yolu açıkladığı söylenebilir. Çözüme ilişkin kolay yolların açıkladığı diğer söylem öbekleri incelendiğinde de öğrencilerin çözümlerinde farklılık olduğu belirlenmiştir. Aslında öğrencilerin kendi çözüm yollarından hareketle farklı çözüm yollarının üretildiği söylenebilir. Örneğin yüzde hesaplamayla ilgili bir soru olan “1600 TL maaş alan Kadir maaşının yüzde 50'sini evin giderlerine yüzde 30'unu kiraya ayırmıştır. Buna göre Kadir’in maaşından kaç TL kalmıştır?” sorusunun çözümüne ilişkin kolay yolları içeren farklı çözüm yollarının üretilmesine yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1740.5 Yavuz Selim: Şey direkt 50. Ben şey yaptım. Yüzde 50 ile yüzde 30'u toplayıp sonra işlemleri yaptım.

1740.6 Fatih: Ben de öyle yaptım.

1740.7 Ö5: Doğru aslında en kısa yol o. Teşekkür ederiz Zeynep Sıla (Zeynep Sıla her bir gideri ayrı ayrı hesapladı)Yolumuzu uzattı bize

1740.8 Meral: Öğretmenim hani Zeynep Sıla ilk önce 1600 ile 50 yi çarptı ya ben daha farklı yaptım, 1600’ü 80 ile çarptım.

1740.9 Ö5: Olur direkt 80 ile çarpar 100'e bölersen direkt 1280 bulursun sen. 1600'den de 1280'i çıkarıp cevabını bulursun.

1740.10 Aytekin: Ben 1600-30'u çarptım.

1740.11 Ö5: 1600 ile 30 mu?

1740.12 Aytekin: 1600 ile 30'u çarptım. 100’e böldüm. (sınıfta uğultulu konuşmlar var) Ondan sonra yüzde 50'sini istiyor. Şey ben de 100'ün yarısı 50 olduğu için 1600'ü ikiye böldüm.

1740.13 Ö5: 800 buldun.

1740.14 Aytekin: 800 le de 480'i topladım 1280 buldum. 1600’den den 1280'i çıkardım.

1740.15 Ö5: Tamam olur aynı cevap, farklı bir şey değil. Sen direkt yüzde 50'yi 100'ün yarısı olduğu için 1600'ün direk yarısını 2'ye böldün ve 800'ü direkt buldun. Yüzde 30'unu da bulup toplayıp (800 ile 480’i) çıkarma yaptın olur.

1740.16 Emre: Ben de şey yaptım 1600'ü 100'e böldüm ben ilk başta. 16 buldum. 16'yla da yüzde 50 ile yüzde 30'un toplamı yüzde 80 olduğu için 16'yla da 80'i çarptım.

1740.17 Ö5: 80'i çarptın.

1740.18 Emre: 1280. 1600'den çıkardım.

1740.19 Ö5: 1600'den çıkardın evet doğru.

1740.20 Çiğdem: Ben de 1600 yüzde 80'in 80'ini çarptım. 128 bin buldum. Onu direkt 100'e böldüm. 1280 çıktı. 1600'den çıkardım.

1740.21 Sude: Ben de öyle buldum.

1740.22 Ö5: 1600'den çıkardın evet doğru mantıklı. Yanlış değil.

Yukarıdaki söylem öbeğinden öğrencilerin bir bütünün kesrini bulurken alışagelmiş çözüm yollarından farklı olarak önce payla çarpıp paydaya böldükleri anlaşılmaktadır. Ayrıca öğrencilerin yüzde hesaplama ile ilgili kendilerine göre kısa yollar buldukları söylenebilir. Aytekin'in söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Öğrencilerin kendilerine göre kısa yollar bulmasına ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde öğrencilerin soru çözümünde kolay yollara kendilerinin karar verdiği belirlenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin farklı çözüm yolu üretirken kendilerine göre kolay yollar buldukları söylenebilir. Diğer söylem öbeklerinde de öğrencilerin farklı çözüm yolu üretirken diğer *Öğrenci-Öğrenci* söylem tiplerinde olduğu gibi birbirlerini reddeden veya destekleyen matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür (Bkz. Ek 10.4.3.2: 1433 ve 647 nolu söylem öbekleri). Ayrıca öğrencilerin farklı çözüm yolu üretirken birbirlerine söylemlerine bilinen kurallardan yola çıkarak da katıldığı görülmüştür. Örneğin 1014 nolu söylem öbeğinde geometri öğrenme alanında birbirine paralel doğrulardaki açıların hesaplanmasında bilinen kuralların kullanıldığı görülmüştür. Öğrencilerin farklı bir noktadan doğru çizerek kendilerine göre farklı çözüm yollarını ifade ettikleri görülmüştür. Ayrıca bir öğrenci daha da farklı bir çözüm yolu olarak *"Ben üçgen falan yaptım."* söylemiyle çözüm yolunu dile getirmiştir. Ancak bazı öğrenciler doğru yapsalar da çözüm yolunu tam ifade edemedikleri görülmüştür (Gözlem notu, 14.03.2017 tarihli Ö3 kodlu öğretmenin 1.dersi). Öğretmen yardımcı olmak amacıyla bir öğrenciye "*Bence şöyle yaptın. Şurası U kuralından.."* ve başka bir öğrenciye *"Bak şurda bir Z var şu Z yi görüyor musunuz?"* söylemleri ile bilinen kuralları vurguladığı görülmüştür. Aslında öğrencilerin bilinen kurallardan yola çıkarak farklı çözüm yollarını ürettiği; bilinen kurallar kullanılsa bile bazı öğrencilerin iç ters, bazıların dış ters açı ve ya bütünler açı özeliklerini kullanarak çözüm yoluna ilişkin birbirlerinden farklı düşündükleri söylenebilir. Bu bağlamda *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipine yönelik matematiksel düşünceler açıklanırken aynı soruya ilişkin farklı düşüncelerin olduğu söylenebilir. Birbirinden farklı öğrencilerin farklı düşüncelerinin yanında aynı öğrencilerin de soru/probleme ilişkin farklı düşüncelerinin olduğu görülmüştür. Örneğin 5.sınıflarda araştırma sorusu oluşturmakla soruya ilişkin farklı düşüncelerin ifade edildiği matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

94.24 Esin: En sevdiğiniz yemek hangisidir? Manzarayı nasıl buluyorsunuz?

94.25 Ö5: Manzarayı nasıl buluyorsunuz. Restorantımız nerede acaba? Boğaz manzaralı falan mı? (gülerek)

94.26 Salih: Garsonlar iyi mi?

94.27 Ö5:Garsonların verdiği hizmetlerden memnun musunuz derse, daha düzgün bir cümle olur.

94.28 Yaren:Birincisi, (birinci sorusunu açıklıyor), restorantımızı seviyor musunuz? İkinci yemeklerimizi seviyor musunuz? Üçüncü de ücretlerimiz uygun mu? Dördüncü de, restoranımızda başka yemekler olsun mu? Beşinci de restoranımızın manzarası güzel mi?

94.29 Ö5: Manzarası güzel mi (tekrar ederek onayladı) Elif?

94.30 Elif: Restoranımızdan memnun musunuz? Yemeklerimizi beğeniyor musunuz? Sizce burası insanlara göre beğenilir mi?

94.31 Bora: Restoranta en çok sevilen yemek hangisidir? Yemekler pahalı mı?

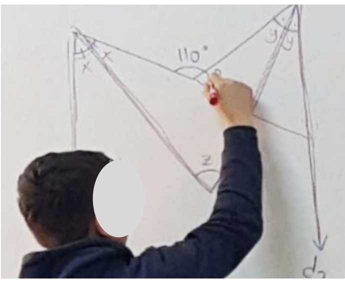
94.32 Ö5: Yemeklerimizi pahalı buluyor musunuz? Cümlelerinizi düzeltin, böyle şey yapmayın.

94.33 Ertan: İkincisi, merhaba değerli, saygıdeğer muhteşem, asil müşterimiz restorandan memnun musunuz? (Öğretmen ve sınıf güldü)

94 nolu söylem öbeğinden, aynı soruya ilişkin matematiksel düşüncelerini açıklarken öğrencilerin farklı düşüncelerinin ortaya çıktığı anlaşılmaktadır. Ayrıca 28 nolu satırdaki söyleme bakıldığında aynı öğrenciye ait de farklı matematiksel düşüncelerin görüldüğü söylenebilir. Aslında soru/problem çözümüne ilişkin farklı örneklerle farklı matematiksel düşüncelerin açığa çıktığı görülmektedir. Bu bağlamda diğer öğrencilerden farklı bir örnek vererek düşüncesini açıklayan öğrencinin söylemiyle *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin oluştuğu söylenebilir (Bkz. Ek 10.4.3.2: 90 nolu söylem öbeği). Ayrıca öğrencilerin matematiksel söyleme etkli bir şekilde katıldığı görülmektedir.

Öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasını sağlayan bir diğer söylem göstergesi de çözüm yollarının birlikte tartışılmasıdır. Bu matematiksel söylemler incelendiğinde, öğrencilerin işlemlerin özelliklerini daha çok sorguladığı görülmüştür. Örneğin tamsayılarla çıkarma işlemi yaparken ikinci tam sayının işaretinin değişmesine yönelik öğrenciler arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.4.3.2: 1079 nolu söylem öbeği). Ayrıca çözüm yolları tartışılırken öğrencilerin birbirlerinin düşüncelerini sorgulayan söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1029.25 Eren: Ben yine şurdan çizdim. Şurası 70 oluyor. Şurası 70 oluyor şöyle



1029.26 Ö3: Üçgen yarattın sen oradan.

1029.27 Eren: Evet. Ondan sonra ne yaptım? Şöyle 2x artı 2y artı artı 70 eşittir 180'e.

1029.4 Ö3: 2x'i nereden buldun?

1029.28 Eren: (eliyle açıyı gösterir) 2x artı 2y, 70 (denklem kurmaya başladı). Bu tarafa eksi geçiyor 110 oluyor. Sonra x artı y burada 2 buraya bölü olarak geçer. 55.

1029.29 Defne: Öğretmenim 70 nereden çıktı?

1029.30 Eren: Bak Şurası 110 ya şuraya ne kalıyor? 70.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, öğrencilerin kendi çözümlerini anlatırken bir başka arkadaşının çözüm yolunu sorgulayarak matematiksel söyleme katıldığı görülmektedir. Bu bağlamda çözüm yollarının birlikte tartışıldığı söylenebilir. Çözüm yolunun tartışılmasına yönelik diğer söylem öbekleri incelendiğinde, öğrencilerin bazen birbirlerine yardım ederek de çözüm yollarını tartıştıkları belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1204.8 Ö2: Azra sen söyle bakalım

1204.9 Azra: Iı bir dakika. 2 onu. Hıh Tamam ıı ıı ne diyelim? Mehmet'in

1204.10 Ömer: Yaşının

1204.11 Azra: Parasının

1204.12 Ö2: Evet.

1204.13 Azra: II karesinin

1204.14 Ö2: Evet

1204.15 Azra: Karesinin

1204.16 Sema: 2 katının.

1204.17 Azra: Nee

1204.18 Sema: Karesinin

1204.19 Azra: 2 katının

Yukarıdaki söylem öbeğinde Azra'nın eksik söylemlerinin diğer öğrencilerin tamamladığı görülmektedir. Ancak diğer öğrencilerin doğru cevabı söylemeden Azra'nın bulması için matematiksel söyleme katıldığı söylenebilir. Bu bağlamda soru/problem çözümünde öğrencilerin birbirlerine yardım ederek çözüm yolunu belirledikleri söylenebilir. Öğrencilerin çözüm yolunu birlikte belirlerken gerekli çözüm yollarına karar verdikleri; gereksizleri eledikleri diğer söylem öbeklerinde de görülmüştür (Bkz. Ek 10.4.3.2: 1167 nolu söylem öbeği). Bu duruma örnek olabilecek "İç açılar toplamı 1620 derece olan çokgen kaç kenarlıdır" sorusunun çözüm yolunun tartışılmasına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1815.11 Onur: Ben deneme yanılma yaptım, sayıları yerine koydum.

1815.12 Aybüke: Ona gerek yok ki

1815.13 Kutay: Bölme işlemini biliyoruz, ordan çıkar.

1815.14 Melisa: Evet tersten yapıyoruz.

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi öğrencilerin çözüm yolunu birlikte belirledikleri ve nasıl yapmaları gerektiğine karar vermektedir. Bu bağlamda çözüm yolunun öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemlerle belirlendiği söylenebilir. Dolayısıyla soru çözümününe ilişkin matematiksel söylemlerin Öğrenci-Öğrenci söylem tipinde oluştuğu söylenebilir.

Öğrenci-Öğrenci söylem tipinde soru/problem çözümünde eksik ya da yanlış yapan öğrenciye diğer öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamaya yönelik müdahalesi göze çarpmaktadır. $2\frac{1}{4}+3\frac{4}{5}$ kesirlerinin toplanmasını tahtada yapan bir öğrenci eksik çözüm yaptığında diğer öğrencilerin müdahalede bulunduğu görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

796.7 Aybüke: Ama öğretmenim

796.8 Orhan: (tahtada problemi çözüyor; sınıfta uğultulu konuşmalar var)

796.9 Ö4: Evet. Orhan bakalım ne yapacak? Tahtaya topladı 5 tam. 20'de

796.10 Orhan: Sessiz olun.

796.11 Kağan: Yanlış mı yapıyorsun?

796.12 Orhan: Evet sessiz olun. (Tahtaya $5\frac{21}{20}$ $yazar$; problemin çözümünü bitirerek öğretmene bakar)

796.13 Hatice: Ne yaptın Orhan?

796.14 Murat: O ne? O büyük.

796.15 Gamze: Eee onu yaparsa 6 tam oluyor.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, Orhan'ın kesirlerde toplama işlemini yaparken eksik çözmesi üzerine matematiksel söylemlerin oluşmaktadır. Diğer öğrenciler Orhan'ın yanlışını fark etmesi için matematiksel söyleme katılmaktadır. Tahtadaki çözüme ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Benzer şekilde diğer söylem öbeklerinde de sırası gelen öğrenci tahtaya kalkmadan matematiksel düşüncesini açıklarken de yanlış yaptıysa *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipi oluşabilmektedir. Örneğin "x + (-3) =(-5)" sorusuna ilişkin bir altıncı sınıf öğrencisinin matematiksel düşüncesini açıklarken yanlış yapmasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

728.4 Ö2: Beşinci soru. Evet şimdi ııı, İrem yapabildin mi bunu?

728.5 İrem: Mideme ağrılar giriyor öğretmenim.

728.6 Ö2: Hah hah ha. (Gülüyor)

728.7 İrem: Öğretmenim şimdi Hazal bana anlattı ben yaptım. Ben de size anlatacağım.

728.8 Ö2: Peki anlat bakalım.

728.9 İrem: Şimdi çıkardığımız için oranın artı olması gerekiyor. Yani zıt işaret olması gerekiyor ki çıkaralım. O yüzden x artı oluyor. Kaçla kaçı...

728.10 Murat: Hayır hayır yanlış anlamışsın. Toplama olması lazım.

728.11 İrem: Tamam ben de dedim ki...

728 nolu söylem öbeğindeki 5 ve 7 nolu satırlardan İrem'in sorunun nasıl çözüleceğini tam olarak anlamadığı anlaşılmaktadır. Matematiksel düşüncelerini açıklamak için sırası gelen öğrencinin (İrem'in) yanlış cevap vermesiyle söylem tipinin *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipi haline geldiği söylenebilir. Öğretmenin sadece İrem' e dönüt vererek matematiksel düşüncelerin açıklanması İrem ve öğretmen arasında olsaydı *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipi olurdu. Ancak İrem'in matematiksel düşüncesindeki karışıklık nedeniyle Murat'ın açıklama yaptığı görülmektedir. 728 nolu söylem öbeğinde matematiksel düşüncelerin açıklanma aşamasına yönelik söylemlerin tamamı yer almasa da birbirinden farklı öğrencilerin İrem'in yanlış cevabına ilişkin matematiksel düşüncelerini açıkladığı anlaşılmaktadır. Benzer şekilde diğer söylem öbeklerinde de yanlış çözümün nedenini diğer öğrenciler ifade ederek matematiksel düşüncelerin açıklandığı belirlenmiştir. Örneğin $\left(3+2\frac{1}{8}\right)-\left(3-1\frac{1}{4}\right)$ işleminin yapılmasına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1062.38 Erdem: (Tahtaya kalkıp işlemi yapmaya başladı; $5\frac{1}{8}-2\frac{1}{4}=3\frac{1}{8}$ = yazdı.)

1062.39 Ö5: Şimdi tamamen hatalı bir şeyler yaptın. Nerede ilk hatası? İlk hatası nerede Erdem'in? Berengül nerede ilk hatası?

1062.40 Berengül: Gösterebilir miyim?

1062.41 Ö5: Gösterebilirsin. (Erdem'i kenara çekiyor) Gel şöyle. Evet nerede ilk hatası?

1062.42 Berengül: Iı galiba şurda.

1062.43 Ö5: Orada. Neden orada ilk hatası? Yüksek sesle

1062.44 Berengül: Burada 4. 4'ten 3 çıkaracağız .

1062.45 Ö5: Hayır. Nerede hatası var?

1062.46 Ebru: Bence hani orada 3 tam hani 2 tam 1/8 yazıyor ya orada 3 ile 2'yi toplayıp yine bizim yaptığımız şekilde yani 5 ile 8i çarpıp biri toplayacağız

1062.47 *Yavuz Selim: Öğretmenim bence orada 5 tam 8 i toplamış, çıkarmış ya 1 den 2 çıkmaz 1 tane satın alacağız.*

1062.48 *Ö5: Nerede? İkinci parantez mi?*

1062.49 *Yavuz Selim: (Yavuz Selim tahtaya kalkar) Öğretmenim şu. Birden bir tam alacağız.*

1062.50 *Ö5: Ama onun üstünde hatası var Erdem'in. Evet Erdem onun sonucunu nasıl 2 tam 1/4 buldun bize açıklar mısın? 3 tamdan 1 tamı çıkardın 2 tam değil mi?*

1062.51 *Erdem: (yüz ifadesiyle onayladı)*

1062.52 *Ö5: Eee bunların önünde pay yok nasıl çıkardın? Sen bu çıkarma işlemini yanlış yaptın Neden? Açıkla onu neden öyle olduğunu?*

1062.53 *Erdem: 3 tamdan bir tam çıkartıksak 2 tam. 2 tamdan da 4'te 1'i çıkarmak gerekiyor.*

1062.54 *Ö5: Doğru yapar mısın? Nasıl yapacak arkadaşınıza kim yardım ediyor? Burası tamam burada bir sorunumuz yok. 5 tam 1/5 de sorunumuz yok. İkinci parantezin içini kim yapacak Elifciğim yardım et yapalım beraberce?*

1062.55 *Elif: Öğretmenim ıı oraya bir tam bir tam.*

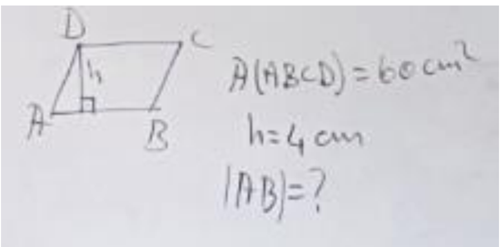
1062.56 *Bahadır: Öğretmenim bence öğretmenim orada (ikinci parantezi kastediyor) 3 tamdan şey (?) onu 4 yaparım*

1062.57 *Ö5: 12/4 yaparım diyorsun çıkarma işlemi.*

1062.58 *Bahadır: 1 tam 1/4 ten çıkarırım.*

Yukarıdaki söylem öbeğine göre, öğrencilerin yanlışı fark ettiği ancak ikinci parentezdeki hatayı daha sonra farkettikleri söylenebilir. Erdem'in yaptığı yanlışı öğretmenin yönlendirmesiyle arkadaşlarının açıkladığı görülmüştür. Ayrıca yanlışın açıklanmasına ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde öğrencilerin yanlış cevabı açıklarken birbirlerinin düşüncelerini dile getirdikleri görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1628.5 *Talha: Öğretmenim bir şey soracağım hani ben de bu soruda 15 buldum .*



Ama biz burada dikdörtgen yapmıyor muyuz? Hani şekli? (parelelkenardan bahsediyor)

1628.6 *Ayşe: Evet dikdörtgen olur.*

1628.7 *Ö2: Dikdörtgen değil bu paralelkenar.*

1628.8 *Talha: Bu köşeyi alıp o köşeye verdiğimiz zaman dikdörtgen olmuyor mu?*

1628.9 *Ö2: E tamam evet.*

1628.10 *Talha: Dikdörtgen oluyor. Dikdörtgen olunca bir kenarı farklı bir kenarı farklı olmuyor mu?*

1628.11 *Ö2: Evet doğru. Ee doğru.*

1628.12 *Talha: Öğretmenim nasıl hepsi 15-15-15 oluyor? (kenarlarından bahsediyor)*

1628.13 *Ö2: Hayır 15 oğlum o şimdi bir dakika.*

1628.14 *Uğur: O bir kenar 15 oluyor.*

1628.15 *Ö2: Bir kenarıdır 15. Hepsi 15 değil ki.*

1628.16 *Uğur: AB kenarı 15.*

1628.17 *Ö2: AB kenarını bulduk Talha.*

1628.18 *Talha: Öğretmenim BC de 15 olunca 30 oluyor.*

1628.19 *Ö2: Ya nasıl oluyor 15? Ne biliyorsun 15 BC. Yani sen şuranın 15 olduğunu ne biliyorsun?*

1628.20 *Talha: Hayır hayır öğretmenim şimdi biz dikdörtgen yapmıyor muyuz bu şekli? Hani oradan alıp oraya verdiğimiz zaman dikdörtgen şekli oluyor.*

1628.21 *Ö2: Peki dikdörtgende bütün kenarlar eşit mi?*

1628.22 *Talha: Değil.*

1628.23 *Ö2: Ee tamam.*

1628.24 *Talha: Öğretmenim tamam da yukarısıyla aşağısı hani eşit ya.*

1628.25 *Özlem: Diyor ki öğretmenim 30 oluyor. Çıkardığımız zaman bir 30 daha kalıyor.*

1628.26 *Talha: Evet karşı taraf da 30 oluyor*

1628.27 *Ö2: (Biraz düşündükten sonra) Evladım çevreden bahsetmiyoruz. Sen çevreyi diyorsun bana. 15-15. Altmış 60 alanıdır alanı. Çevresi değil. Alan ayrıdır çevre ayrıdır. Sen alanla çevreyi karıştırdın.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden, Talha'nın yanlış cevabına yönelik diğer öğrencilerin de matematiksel söyleme katıldığı anlaşılmaktadır. Özlem'in matematiksel söylemi incelendiğinde parelelkenarın alt kenarı ile üst kenarı toplandığında 30 oluyor, 60 dan da 30 çıkarıldığında 30 kaldığı için tüm kenarların eşit olduğunu ifade ederek matematiksel düşünceler açıklanmaktadır.

Matematiksel düşüncelerin açıklmasına ilişkin bir diğer söylem göstergesi soruya/ probleme lişkin ipucu vermesiyle öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıkladığı görülmüştür. Birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasıyla soru/ problemin çözüldüğü söylenebilir. Örneğin çokgenlerle ilgili soru çözümünde bir öğrencinin soruda Z kuralı demesi ipucu gibi düşünülerek diğer öğrencilerin de o kuralı bulmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1990.57 *Nuray: Hocam Z de var.*

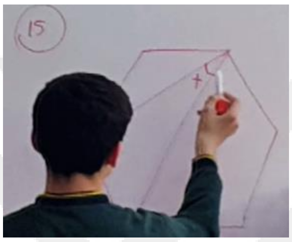
1990.58 *Kemal: Evet hocam var.*

1990.59 *Ö1: Z en kolayı .*

1990.60 *Nuray: 120 30 30*

1990.61 *Ö1: Kesinlikle hiç düşünmemiştim Alperen'cim (tahtadaki öğrenci) Z kuralı vardı. Eğer acaba neresidir Z bana bir Z harfi çiz. Z lerin şu çubukları birbirine paralel olucak.*

1990.62 *Alperen: Şurdan şöyle*



1990.63 *Ö1: Tamam olur ama orda yuva şöyle oluyor bak yuva yuva şunun tamam mı oluyor yuva sadece x de olsun mesela şöyle Z ler (kenarla köşegende) şöyle*

olsa şöylemesine düşünsem bu yuva x se öbür yuva nerde olur?

1990.64 *Alperen: (Gösteremedi.)*

1990.65 *Ö1: Tamam şu bi yuvaysa eğer ama z nin bi yuvası öbür yuva nerde oluyor? Muhammet gel göstersene?*

1990.66 *Muhammet: (tahtaya geldi) öğretmenim z şurda şöyle bide şöyle ya şunla da şu toplam*

1990.67 *Sinan: Öyle değil öyle değil*

1990.68 *Ö1: Olmaz öyle bak Muhammet dinle bak beni bak az önce dedim ki bir tanem böyle yaparsam (z nin dışında) Z nin yuvası şunu hepsi olur.*

1990.69 Muhammet:hıhı

1990.70 Ö1: Hayır böyle (Z) bir yuva var biz sadece içine neresi orası? Yaren gel bizi şundan bir kurtar

1990.71 Yaren: (tahtaya geldi)

1990.72 Ö1: Harikasın ha oraya bir x yazar mısın?

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, ipucu yardımıyla soru/problem çözülmektedir. İpucu vermeye ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde öğretmenin de ipucu vermesiyle öğrencilerin kendi aralarında söylemler oluşarak matematiksel düşüncelerin açıklandığı belirlenmiştir. Öğretmenin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ortaya çıkarmak için "nasıl "sorusu ile başlayan söylemleri daha çok kullandığı görülmüştür.

Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında yer alan ipuçların kullanılmasıyla öğrencilerin çözüme ilişkin deneme-yanılma yaptığı belirlenmiştir. Öğrencilerin deneme-yanılma yoluyla matematiksel düşüncelerini açıkladığı söylemler aşağıda yer almaktadır.

217.4 Ö1: Burada (x=1, y=3; x=2, y=5; x=3, y=7) nasıl bir ilişki var sizce? (Öğrenciler parmak kaldırıyor)

217.5 Mehmet Can: Ben bir şey buldum ama ...

217.6 Ö1: Bir kere bir kere şuna karar verelim acaba burada doğrusal bir ilişki çıkacak mı? Çıkıyor mu?

217.7 Ayşe: Evet.

217.8 Ö1: Nasıl?

217.9 Serkan: Bence y x'in 2 fazlası.

217.10 Ö1: Ama diyorsun ki burdan sadece 2 fazlası, burada?

217.11 Mehmet Can: y orda 3 fazlası

217.12 Ö1: Burdan

217.13 Serkan: 4 fazlası

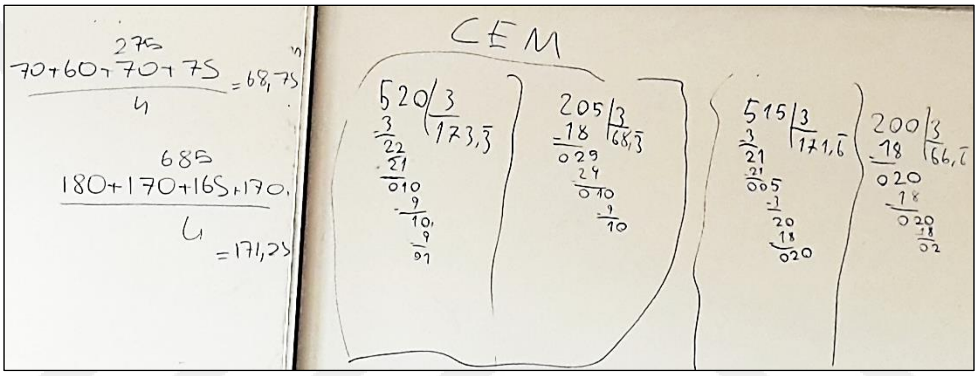
217.14 Ö1: Ama doğrusal ilişkide şöyle bir olay var Mehmetcan, hep aynı (y=2x li diğer örneği göstererek) kuralı bulman lazım, yani şu yataylarım hep aynı kural olmalı. Nasıl bir kural? Çarpı 2 diyen vardı. (Öğrenciler heyecanlarak parmak kaldırıyor) burda 2 işlem vardı .

217.15 Rabia: Çarpı 2 + 1

217 nolu söylem öbeğinde, öğrencilerin x ile y arasındaki doğrusal ilişkiyi bulmaları için y'nin aldığı değerlerden yola çıkarak düşüncelerini açıkladığı görülmüştür. Örneğin 9 nolu satırdaki Serkan'ın söylemi ve 11 nolu satırdaki Mehmet Can'ın söyleminde y'nin aldığı değerlere göre deneme-yanılma yaptıkları görülmüştür. 14 nolu öğretmenin de ipucu vermesiyle x ile y arasındaki doğrusal ilişkinin bulunduğu söylenebilir. Deneme-yanılma yapmaya ilişkin diğer söylem öbekleri incelendiğinde, soruların da deneme yapmaya uygun olması gerektiği görülmüştür. Deneme-yapmaya elverişli soruların çözümünde öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Örneğin "Tabloda bir okulun güreş takımındaki 4 öğrencinin ağırlık ve boyları verilmiştir. Buna göre bu takımdan kim ayrılırsa grubun ağırlık ortalaması azalırken boy ortalaması artar?" sorusuna da yönelik deneme-yanılma yaparak birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Takımdan ayrılan kişinin kilosunun ve boyunun aritmetik ortalamasını tahtada hesaplandığı ancak bir öğrenci çözerken de diğerlerinin de matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Örneğin 1669 nolu söylem öbeğinde Enes'in *"Öğretmenim bana göre Cem. Çünkü öğretmenim ağırlık olan azalacak ya. Burada en ağır olan Davut ama boyu da en fazla olan o ayrılırsa boy ortalaması da azalır. Onun için Cem diyorum. Cem'in boyu kısa olduğu için boy ortalaması artacak. Ağır olduğu içinde ağırlığı azalacak*" söyleminden sonra başka öğrenciler farklı düşüncelerini açıklamıştır. Öğretmenin *"Peki ispat edin. Tahtada ispat edebilir miyiz bunu?"* söyleminden sonra bir öğrenci de Cem'in kilosuna ve boyuna ilişkin aritmetik ortalama değerlerini tahtada hesaplamıştır. Bir sonraki söylem öbeğinde (1670 nolu söylem öbeği) ise öğretmenin "*Peki Davut ayrılırsa boy ortalaması azalmaz mı"* söyleminden sonra tablodaki tüm kişilerin kilo ve boy değerlerine yönelik deneme-yanılma yapılarak sorunun çözülmesine ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1670.36 Ayşe: Hocam Davut'u denersek?
1670.37 Sena: Davut'ta artması lazım.
1670.38 Ö3: Ne artacak?
1670.39 Sena: Ee boy ortalaması artması lazım çünkü en uzunlardan biri.
1670.40 Berrin: Evet öğretmenim Davut Cem'den daha uzun.
1670.41 Taha: Hocam boy ortalaması azalır.
1670.42 Ö3: 181. Yok. Bir dakika boy ortalaması artacak değil mi?
1670.43 Sınıf: Evet.
1670.44 Berrin: Ama Davut'u çıkardığımızda azalmaz mı öğretmenim Cem'e göre.
1670.45 Özge: Hocam deneyebilirim.
1670.46 Ö3: Sen bir yapsana.
1670.47 Taha: Hocam azalır Davut'u çıkarırsak.
1670.48 Berrin: Aynen Cem'e göre azalır.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, Özge'nin tahtaya kalkmasıyla tablodaki başka bir kişi için aritmetik ortalama değerlerinin hesaplandığı; Özge'nin çözümüne yönelik diğer işlem yapma aşamasında da öğrencilerin matematiksel söylemlere katıldığı belirlenmiştir. Nitekim *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde tahtaya kalkan öğrenci ile öğretmen arasında matematiksel söylemlerin daha çok oluştuğu belirlenmiştir. Bu bağlamda tahtada işlem yaparken deneme-yanılma yapılarak matematiksel düşüncelerin açıklandığı söylem tiplerinin *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinden farklı olduğu söylenebilir. Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında deneme-yanılma yapılmasının ayırt edici olduğu söylenebilir. Birbirinden farklı öğrencilerin deneme-yanılma yaparak aritmetik ortalama hesaplamaya ilişkin çözümlerinin yansıtan fotoğraf aşağıda yer almaktadır.



Şekil 30. Öğrenci-Öğrenci söylem tipinin soru/problem çözümünde deneme-yanılmaya yapmaya bir örnek

4. 4. 3. 3. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problemlerin Çözümü Zeminindeki Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler

Öğrenci-Öğrenci tipindeki soru/problemlerin çözümü kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde, çözüm yollarının sorgulanması, yorumlanması gibi çözüm yollarını değerlendirmeye yönelik söylemlerin olduğu görülmektedir. Soru/problemlerin çözümü kapsamındaki matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemleri oluşturan söylem göstergeleri Tablo 48'de gösterilmiştir.

Tablo 48. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zemininde Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylem Göstergeleri ve Örnekler

	Söylem Göstergeleri		Matematiksel Söylemin Oluşmasına Yönelik Örnekler
	Kategori	f	
Soru/ Problem Çözümü	İşlemi-sonucu yordama	31	Öğretmenim bunun anlamı: Onun yediği onun yediğinin iki katı ya da kardeşi Meltem'in yediğinin yarısını yedi demektir
	Hatayı fark etme/ önlem alma	44	Çevreyi hesaplarken hata yaptım...
	İki sonucu karşılaştırma-başka zeminle ilişkilendirme	23	Her ikisinde de tepedeğer öyle…
	Çözüm yolunu gözden geçirme	23	Bu çözüm yolunun şöyle bir kolaylığı var
	Çözüm sorgulama	20	Bölme işleminde neden ters çeviriyoruz?
	Bilişsel stratejiye dayalı sonuç bulma	13	Peki, 8 ile kısa yoldan çarpmayı öğrendikten sonra 4 ü söyledik. 4 ile çarpmanın kısa yolu ne olabilir?

Tablo 48'de matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler yer almaktadır. Bazı söylem göstergeleri, diğer söylem tiplerindeki matematiksel fikre ulaşmaya yönelik söylem göstergelerine benzemektedir.Örneğin işlemi-sonucu yordama yönelik söylemlerin, *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel fikre ulaşma aşamasındaki işlemi-kelimeyi anlamlandırmaya yönelik söylemlere benzemektedir. Ancak *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasının yanı sıra, bilinen işlem işlem sonucundan hareketle bilinmeyen durumların sorgulandığı başka bir ifadeyle yordandığı belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek veri işleme öğrenme alanı kapsamında açıklıkla ilgili çözüm sonucundaki sayıların yordanmasına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

331.12 Ö2: ...Burada dedik ya istatistik bir bilimdir yani bu açıklıklar aritmetik ortalamalar, bunlar böyle iş olsun diye yapılan şeyler değildir bunlardan bir sonuç çıkartılıyor. Anladık mı? Bunlardan bir sonuç çıkartılıyor. Açıklık, bakın açıklık ne kadar az ise sonuç o kadar iyidir, anladık mı? Ama açıklık ne kadar büyük ise sonuç iyi değildir.

331.13 Ali: O zaman 6 daha iyi 10 daha kötü oluyor.

331.14 Ö2: Evet doğru ama şu var yine 10 büyük bir rakam değil.

331.15 Ali: Ya evet değil ama ikisine bakıldığında daha büyük .

331.16 Duru: Hocam, hani dediniz ya açıklık ne kadar küçükse

331.17 Ö2: Sonuç o kadar iyi

331.18 Duru: Sonuç o kadar iyi oluyor ama mesela orda 10 çıktı ya sonuç,diyelim veriler 14-24 gibi olmasaydı, daha 100-200 gibi olsaydı , 20-18 gibi çıksaydı o zaman daha iyi olacaktı yaa …

331.19 Ö2: Az olan daha iyi bak, şimdi bak ne olur? Rakamlar ne kadar büyük olursa olsun açıklık ne kadar az çıkarsa sonuç o kadar iyi tamam mı?

331.20 Duru: Ama diğerlerine göre açıklık daha az olmuyor mu?

331.21 Ö2: Şimdi

331.22 Duru: Mesela 100.

331.23 Ö2: Rakamların büyük olması açıklığın büyük olması gibi bir anlam taşımıyor ki. Rakamlar büyük olur ama içinde küçük bir tane sayı olur, en büyükle en küçüğü aldığın zaman ne olur açıklık çok büyük çıkar.

331.24 Melisa: Öğretmenim, ya da birbirine yakın olur en küçükle en büyük.

331.25 Ö2: O da iyi değil yani , o verilen rakamlar sayılar ne olursa olsun açıklık büyük çıktığı zaman sonuç iyi değil.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, öğretmenin 12 nolu satırdaki söyleminden sonra öğrencilerin yorum yaparak matematiksel fikirlere ulaştığı görülmüştür. Örneğin 13 nolu satırdaki Ali'nin söyleminde "o zaman" ifadesiyle soruya ilişkin yorum yaptığı görülmektedir. Daha sonraki satır olan 14 nolu satırda öğretmenin cevabında ise "10 büyük bir rakam değil" ifadesiyle 6 ile 10 sayılarının birbirine yakın sayılar olduğunu dile getirdiği ve Ali'nin yanlış yorumlamasını hedeflediği söylenebilir. Bu söylemde öğretmen 10 sayısına rakam demesine rağmen sayıların büyüklük-küçüklük açısından karşılaştırılmasına odaklandığı söylenebilir. Ayrıca 16 nolu Duru'nun söyleminde öğretmenin oluşturduğu kuralı sorgulayarak varsayıma dayalı yorum yaptığı görülmektedir. Bu bağlamda varsayımdan hareketle sonucun yordandığı söylenebilir. Ayrıca birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme fikirlere ulaşırken bu sayıların ve işlem sonucundaki sayıların da yordandığı belirlenmiştir. Aslında öğrencilerin çözüm mantığını anlamak için verilen sayıları yorumladıkları söylenebilir.

Çözüm mantığını anlamanın önemime ilişkin *Öğretmen* söylem tipinde öğretmenin söylemleri varken; bu söylem tipinde öğrencilerin de kendi aralarında söylemlerinin olduğu belirlemiştir. Ayrıca öğrencilerin çözüm mantığına ulaşmalarında sonuçlar hakkında yorum yapmalarının etkili olduğu söylenebilir. Çünkü öğrenciler bulunan sonucu yordayarak çözümü anlamlı hale getirmektedir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

337.6 Sude: Öğretmenim sonuçlara göre iyi yansıtıyor.

337.7 Hazal: Kadın erkek film izleme oranları eşittir.

337.8 Taha: En çok macera en az bilim kurgu izlenmektedir.

337.9 Ö2: Yaa, tabi, şimdi bakın.Çocuklar bakın yapılan her istatistikten bir sonuç ortaya çıkıyor değil mi? Neye göre yapıyoruz bu araştırmayı biz. Bundan bir sonuç elde etmek için.

337.10 Cem: Sanki burda, ııı yani sinemacının firmanın işi gibi oldu.

337.11 Ö2: Yani çocuklar bakın kaç kere anlattım size. Bunlar işi olsun diye yapılan şeyler değildir. Bunları adamlar ticaret sahibi insanlar araştırmak için bir sürü para veriyorlar, araştırma yaptırıyorlar ve ona göre yatırım yapıyorlar.

337.12 Cem: Öğretmenim en çok macera en az bilim kurguysa bilim kurguyu azaltıp macerayı arttırırlar.

337.13 Ö2: Evet ,evet, evet

337.14 Meltem: Hocam burda Taha dedi ki en çok macera en az bilim kurgu, burada en çok topladığımız zaman komedi çıkyor, 30 olarak.

337.15 Taha: Tamam işte macera dedim.

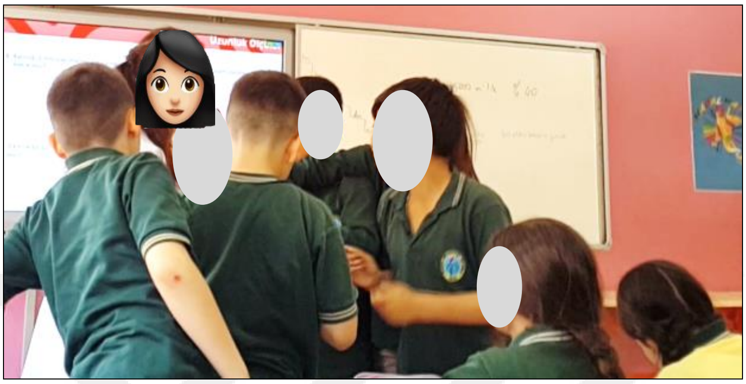
337.16 Meltem: Komedi 30 çıkıyor.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, birbirinden farklı öğrencilerin aritmetik ortalama ve açıkla ilgili soru/problem çözümünü yordadığı görülmektedir. Ayrıca öğretmenin 9 ve 11 nolu satırdaki matematiksel söylemlerinde sonuç elde etmenin önemini vurguladığı görülmektedir. Bu söylemlerden sonra 12 nolu satırdaki Cem'in söyleminde yordayarak günlük hayatla ilgili olası bir sonuca ulaştığı söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin kendi arasında çözümün yanlış olup olmadığının sorgulandığı görülmektedir. Bu söylemlerden hemen sonra Taha'nın açıklama yaptığı daha sonra farklı öğrencilerin doğru cevaba yönelik matematiksel söylemleri ile yanlışa dönüt verildiği belirlenmiştir. Aslında yanlış çözüme dönütün öğrencilerin kendi aralarında olduğu söylenebilir. Bu bağlamda diğer söylem öbeklerinde de benzer durumların görülmesi sebebiyle *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde soru/problem çözümünde yanlışa dönüt vererek matematiksel fikirlere ulaşmanın, *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinden farklı olduğu söylenebilir. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde öğretmenin yanlış yapan öğrenciye dönüt vermesiyle sadece öğretmen ile öğrenci arasında matematiksel söylemler oluşmaktadır. Ancak *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde öğretmenin yönlendirmesiyle öğrencilerin birbirlerine dönüt verdiği görülmektedir. Öğrenciler yanlış çözüme dönüt verirken "doğru yaptı" ve "... olacak" gibi birbirinden farklı söz kalıplarını kullandığı söylenebilir. Bu söz kalıplarıyla öğrencinin hatasını fark ettiği görülmektedir (Bkz. Ek 10.4.3.3: 1817 nolu söylem öbeği). Benzer şekilde diğer söylem öbeklerinde de hata yapılan yerler hakkında öğrencilerin birbirlerinin hatalarını fark ettikleri ve hata yaplan yeri dile getirdikleri görülmüştür. Örneğin "Bir manavda toplam 90 kilogram elma, armut ve muz vardır. Elmalar, tüm meyvelerin 5/18'i, armutlar ise tüm meyvelerin 2/3'ü kadar ağırlıktadır. Buna göre manavda muz miktarı kaç kilogramdır?" sorusuna ilişkin öğrencilerin çoğunun sonucu 1/18 bulduğu görülmüştür (Gözlem notu, 14.03.2017 tarihli Ö5 kodlu öğretmenin 1.dersi). 1050 nolu söylem öbeğinde yapılan bu hatayı Mehmet Can *"Ben 1/18 bulmadım sayısal olarak buldum ama arkadaşlarım büyük* *ihtimalle 5/18 ile 2/3'ü topladı. Mehmet Can: 3'ü ııı beş ile... 6 ile genişletti. onlardan da çıktı."* söylemiyle arkadaşlarının eksik çözüme dönüt verdiği görülmektedir. Ayrıca hatalara karşı çözüm önerileri getirilirken öğretmenin matematiksel söylemlerine ilaveten öğrencilerin de söylemlerinin belirlenmiştir. Soru çözümünde dikkat edilmesi gerekenlere ilişkin söylemler, bir çok söylem tipinde matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında ortaya çıkmıştır. Ancak bu söylem tipinde diğer söylem tiplerinden farklı olarak birbirinden farklı öğrencilerin de söyleme katılarak dikkat edilmesi gereken yerleri öğretmenle birlikte konuştukları belirlenmiştir.

Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik bir diğer söylem göstergesi iki sonucun karşılaştırılması ya da soru çözümünün başka zeminle ilişkilendirilmesidir. Örneğin 1547 nolu söylem öbeğinde, soru/problem çözümünde matematiksel fikirlere ulaşırken doğru orantı ile ters orantı kavramları karşılaştırılmıştır. Bu söylem göstergesinde yönelik söylemler incelendiğinde, iki sonuç, iki zemin veya iki konu arasında ilişkilerin ön plana çıktığı söylenebilir. Örneğin öğrencilerin daha önceki konularla ilişkilendirme yaparak sorular arasında ilişki kurarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir. -6 ile +6 arasında kaç tane tam sayının olduğuna yönelik matematiksel fikirlere ulaşmaya ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1377.10 Ö2: İlkokulda sorulan bir soru vardır. Bakın ee 100 metre uzunluğunda 1 yolun ee kenarına birer metre aralıklarla ağaç dikilecektir.
1377.11 Fatih: Geçen sene sormuştunuz.
1377.12 Hicran: Sevmediğim sorular.
1377.13 Merve: Hatta 31 ağaç falandı.
1377.14 Ö2: Evet kaç tane ağaç dikilir halbuki 100 metre diyince 100 diyorsunuz halbuki 101 oluyor.
1377.15 Kerimcan: 5.sınıfta vardı öyle bir şey.
1377.16 Ö2: Burda (sayı doğrusunda göstererek) 11 tane bak.
1377.17 Kerimcan: 5.sınıfta hatırlıyorum kursta öyle bir soru çözmüştük.
1377.18 Ayşe: Evet.
1377.19 Büşra: Evet evet (başka öğrencilerden de "evet" şeklinde destekleyen cevaplar geldi)
1377.20 Kerimcan: Hatta teogta bile çıkmıştı.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğrenciler, kendi aralarında sonucu daha önceki konularla ilişkilendirerek matematiksel fikirlere ulaşmaktadır. Buna ilavaten konusuyla ilgili olmayan başka konularda da ilişkilendirme yaparak matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. 1865 nolu söylem öbeğinde uzunluk ölçüleri ile ilgili bir soru farklı bir matematiksel kavramın ilişkilendirilmiştir. ”Kalınlığı 2 mm olan madeni paralardan 25 tane üst üste konulduğunda toplam yükseklik kaç cm olur” sorusunda Ö4 kodlu öğretmen milimetrelerin bir araya gelip santimetreyi öğrencilerin zihinlerinde canlandırmak için öğrencilerden 1 TL toplamıştır. Bu duruma ilişkin sınıf içinden bir fotoğraf aşağıda yer almaktadır.



Şekil 31. Öğrenci-Öğrenci söylem tipinin soru/ problem çözümünün farklı zeminlerle ilişkilendirilmesi

Şekil 31’deki fotoğraftan görüldüğü gibi, öğrenciler 1 TL’larını öğretmene vermektedir. Daha sonra öğretmen elindeki paraları üst üste koyararak bir tane madeni paranın kaç millimetre olacağını sorarak öğrencilerin soruyla ilişkilendirmesini sağlamıştır. Buna ilaveten öğrencilere *“1 liraları üst üste koyduğunuzda oluşan şeklin adını merak ediyorum, ne oluşuyor”* söyleminden sonra öğrencilerin silindir cevabını vererek matematiksel fikirlere ulaştığı belirlenmiştir.

Öğrencilerin ilişkilendirme yaparak matematiksel fikirlere ulaşmasına ilaveten çözüm yollarının gözden geçirmesine ilişkin söylemlerin olduğu belirlenmiştir. Bu söylem göstergesinde, pratik yolların hangisi olduğu, zihinden yapılabilecek çözüm yollarının hangisinin olduğu,işe yarayan çözümlerin hangisi olduğu gibi söylemlerin birbirinden farklı öğrenciler tarafından dile getirildiği görülmektedir. Örneğin 976 nolu söylem öbeğinde de örüntüyle ilgili soru/problem çözümünde öğrencilerin birbiriyle fikir alışverişiyle örüntü kuralını bulduktan sonra, kendilerine göre örüntünün sonraki adımlarını buldukları belirlenmiştir. Bu söylemlerde asıl çözüm örüntü kuralı iken; öğrencilerin örüntünün diğer adımlarına ilişkin sayısal değerleri buldukları görülmüştür (Bkz. Ek 10.4.3.3: 976 nolu söylem öbeği). Ancak öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söylemlerinden bu çözüme gerek olmadığı dile getirilmektedir. Benzer şekilde bu söylem göstergesine ilişkin diğer söylemlerde de pratik çözüm yolarının hangisi olduğuna karar verildiği görülmektedir. Matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik bu söylemlerin “...gerek yok” “...çözüm yolunda kolay olan ...” söz kalıplarıyla olduğu söylenebilir. Öğrencilerin çözüm yollarını gözden geçirilmesine ilaveten çözümü sorgulayarak da matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Bu söylem göstergesindeki söylemlerin çözüm yolu tam olarak anlaşılmadığı için sorgulandığı söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

193.9 *Salih: Ben anlamadım hocam.*

193.10 *Buğra: Hocam ama 24 ü 7 ye bölüyoruz 6'sını alıyoruz. 28 ama değil.*

193.11 *Ö6: 6 ya bölüyoruz,6 ya bölüyoruz. 7ye bölmüyoruz ki.*

193.12 *Ayhan: Ama hocam…*

193.13 *Ö6: Bak ne dedim bütün ama kesre bölünürse kesrimiz bütünümüz büyür,demin söylediğim.*

193.14 *Seda: Ama niye?*

193.15 *Ö6: Yani 7'ye bölüyoruz ,6'sını alıyoruz.*

193.16 *Ö6: Kesir parçası.*

193.17 *Buğra: Ama öğretmenim çok saçma değil mi ?*

193.18 *Ayhan: Bence de…(sınıftaki öğrencileri aynı anda bi şeyler söylüyorlar)*

193.19 *Ö6: Bak bir ekmeği dilimlere ayırıyorsun. 10 dilim oluyor ekmek bir bütündü 10 dilim oldu.*

193.20 *Seda: Öğretmenim, anladım ben.*

193.21 *Ö6: Çoğalmadı mı orda?*

193.22 *Buğra: O zaman 10'da 1'i olur .*

193.23 *Ö6: Tamam ama her biri bir dilimden 10 dilim elde ettik bir bütünden.*

193.24 *Seda: Tamam orda 7'ye bölmüyoruz işte ters çeviriyor 6'ya bölüyor, 7'sini alıyor. O yüzden kesir büyüyor.*

193.25 *Ö6: 6'ya bölüp, 7 parça alıyor.*

Yukarıdaki 193 nolu söylem öbeğinden anlaşıldığı gibi, öğrencilerin 24 ün 6/7'e böldündüğünde çıkan sonucun 24'ten büyük olmasını sorguladıkları görülmüştür. Ayrıca çözüm sorgulamaya dayalı diğer söylem öbekleri incelendiğinde, öğrencilerin cebirsel ifadeleri, işlemleri sorgulayarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir (Bkz. Ek 10.4.3.3: 54 nolu söylem öbeği). Örneğin 6.sınıf seviyesinde tamsayılarda çıkarma işlemi yaparken öğrencilerin yapılan işlemi sorguladıkları görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek -9-(-8) işlemine yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

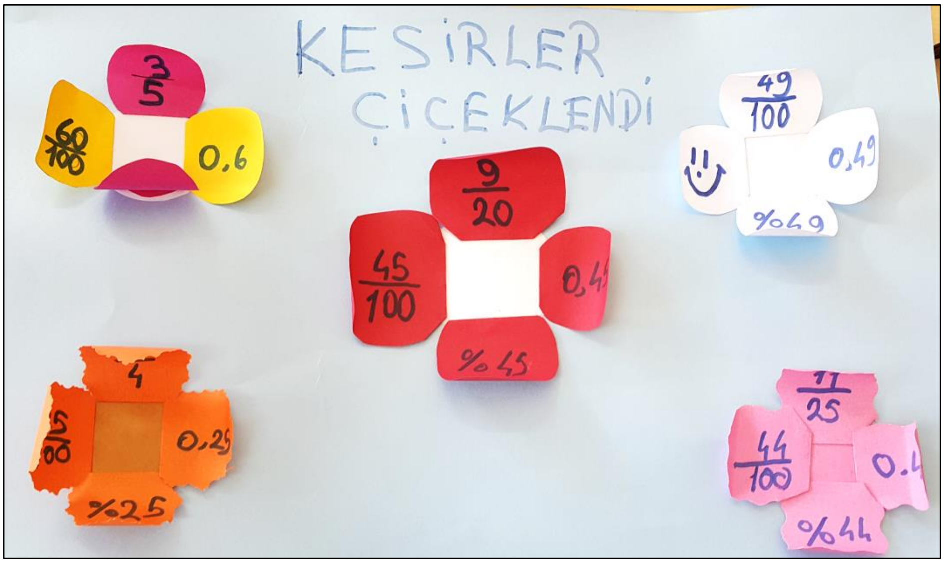
602.10 *Ayşe: Öğretmenim bir şey soracağım.*

602.11 *Ö2: Ne soracaksın?*

602.12 *Ayşe: Bir şey diyeceğim, hani çıkarma yaparken toplama yapıyoruz, tamam da, şöyle bir mantıksızlık yok mu? -9 -8'den küçük.*

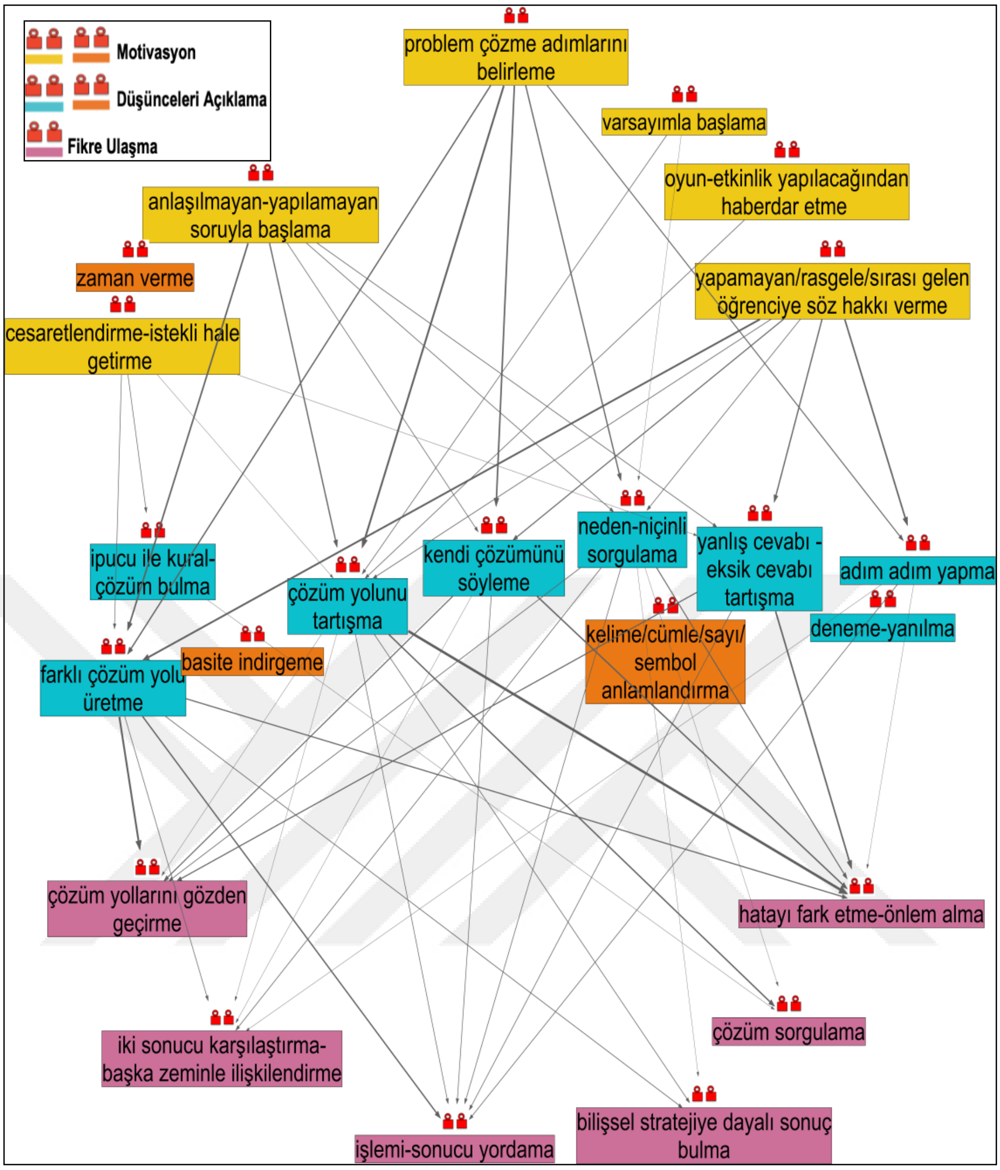
602.13	*Ö2: Eee*
602.14	*Ayşe: Şimdi öğretmenim şimdi -8'den -9'un çıkması lazım değil mi? Yani tamam toplama yapıyoruz ama hani görünüş olarak mantıklısı*
602.15	*Ö2: Şimdi kızım bak.-9 dan -8 i çıkarırsan farklı bir şey olur tamam mı? Ama -8 den -9 u çıkarırsan farklı olur. Sonuç değişir.*
602.16	*Oğuz: Evet sonuçta zaten - den sonraki şeyler değişir. İkisi de farklı farklı olur.*
602.17	*Gamze: Birinde artı, birinde eksi oluyor.*

Yukarıdaki söylem öbeğinde Ayşe'nin küçük sayıdan büyük sayının çıkacağını düşünerek tam sayılarda çıkarma işlemini sorguladığı görülmüştür. Diğer öğrencilerin de son satırlardaki söylemleri incelendiğinde çıkarma işleminde sonucun farklı olacağını anladıkları söylenebilir. Bu söylemlerin devamında öğrencilerin farklı sayıları deneyerek çözümün farklı olduğunu belirledikleri görülmüştür. Öğretmenin de "...peki şimdi yer değiştirelim, sonuç aynı çıkar mı?" söylemleriyle öğrencileri yönlendirdiği görülmektedir. Öğrencilerin de çıkarma işleminde değişme özelliği olmadığı sonucuna vararak bilişsel strateje dayalı sonuca ulaştıkları söylenebilir. Bilişsel stratejiye dayalı sonuca ulaşmaya yönelik söylem göstergesine yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde öğrencilerin çözüme ilişkin özgün çözümleri olduğu belirlenmiştir. Dolayısıyla bu söylem göstergesinin soru/problem çözümünde matematiksel fikirlere ulaşırken *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde belirleyici olduğu söylenebilir. Örneğin 1600 ve 1601 nolu söylem öbeklerinde rasyonel sayı, bu sayının genişletilmesiyle paydası 100 olan rasyonel sayı, ondalık gösterime ve % sembolü ile gösterimi ifade eden aynı sayının dört gösterimine ilişkin etkinlik yaptıkları belirlenmiştir. Etklinlik yapma sürecinde birbirleriyle fikir alışverişte bulunarak matematiksel söylemlerin olduğu söylenebilir. Örneğin $\frac{7}{4}$ rasyonel sayısının %175 yazılamayacağını %75 olarak düşündükleri için kendi aralarında daha çok matematiksel söylemlerinin olduğu söylenebilir (Görüşme notu, 12.04.2017. Ö4 kodlu öğretmenin/2. Dersi) Ayrıca kesir köyü, kesir döngüsü vb. olacak şekilde ilişkin her bir etkinliğe farklı özgün isimler verildiği belirlenmiştir. Bu duruma ilişkin öğrencilerin birinin yaptığı etkinliğe ilişkin fotoğraf aşağıda yer almaktadır.



Şekil 32. Öğrenci-Öğrenci söylem tipininin soru/problem çözümünde bilişsel stratejiye dayalı sonuca ulaşma

Yukarıda soru/problem çözümü kapsamında *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde oluşan matematiksel söylemin yatay aşamalarında (motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma) söylemler, söylem göstergeleri bağlamında ele alınmıştır. Matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu yansıtan bu göstergeler, öğretmen ve öğrencilerin kendi arasında geçen matematiksel söylemler diyaloglar halinde açıklanmıştır. Motivasyona yönelik söylemlerden bir sonraki aşama olan matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlere geçişi, bu aşamadan da matematiksel fikirlere yönelik söylemlere geçişi yansıtan matematiksel iletişim haritasındaki yollar Harita 12'de sunulmaktadır.



Harita 12. Öğrenci-Öğrenci söylem tipinin soru/problem çözümü zemininde matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan iletişim haritası

Yukarıdaki iletişim haritasında, öğrenciler kendi aralarında soru/problem çözerken motivasyona, matematiksel düşünceleri açıklamaya ve fikre ulaşmaya yönelik söylem göstergeleri arasındaki bağlar yansıtılmaktadır. Motivasyon aşamasındaki soru çözümü için zaman verme, diğer motivasyon aşamasındaki söylem göstergeleriyle iç içedir. Motivasyona yönelik söylem göstergeleri incelendiğinde anlaşılmayan-yapılamayan soru, yapamayan öğrenci gibi soruyla ilgili bir bilinmemezlik durumlarına ilişkin söylemlerin olduğu anlaşılmaktadır. Ancak bu söylem göstergelerinin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki göstergelerle bağları farklıdır. Ayrıca bu iki söylem göstergesi, matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki farklı çözüm yolunu üretmeye yönelik söylem göstergesi ile arasında sıkı bir bağ vardır. Farklı çözüm yolu üretme, motivasyon ve fikre ulaşmadaki çoğu söylem göstergesiyle bağlantılıdır. Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki turuncu renkle gösterilen söylem göstergeleri, bu aşamadaki diğer söylem göstergeleriyle iç içedir. Örneğin öğrenciler çözüm yolunu tartışırken kelimeyi, işlemi, sembolün anlamlandırılmasına yönelik söylemleri kullanabilmektedir. Ayrıca öğrencilerin kendi aralarında soru/problem çözümünü tartışmaları, motivasyon aşamasındaki tüm söylem göstergeleriyle bağlantılıdır. Bu söylem göstergesinin de matematiksel fikre ulaşma aşamasındaki hatayı fark etme-önlem alma söylem göstergesi ile arasında sıkı bir bağ olduğu görülmektedir. Matematiksel fikre ulaşma aşamasındaki çözüm yollarını gözden geçirme, iki sonucu karşılaştırma-başka zeminle ilişkilendirme, işlemi-sonucu yorumlama söylem göstergelerinin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki söylem göstergeleri arasındaki bağlarda çeşitlilik görülmektedir.

5. TARTIŞMA

Bu araştırmada, matematik öğrenme ve öğretme sürecinin doğal ortamda gözlenmesiyle matematiksel söylemlerin yapısının belirlenmesi amaçlanmıştır. Matematiksel söylem çerçevesini belirleyen teorik yapının nasıl ortaya çıktığını yansıtan bulgularla ilgili literatürdeki bulguların tartışılmasına bu bölümde yer verilmiştir. Matematiksel söylem oluşumunda farklı teorik yapılara/bileşenlere odaklanan çalışmalardan bu araştırmanın hangi noktalarda birbirinden ayrıldığı ya da matematiksel söylem oluşumunda hangi noktalarının birbirine benzer olduğuna ilişkin bulgular tartışılmıştır. Matematiksel söylem yapısının en dışından en içine doğru bir tartışma süreci izlenmiştir. Matematiksel zemin bağlamında hem dış yapıya (matematiksel söylemin dikey boyutu) hem iç yapıya (matematiksel söylemin yatay boyutu) ilişkin bulgular matematiksel söylemle ilgili literatürle birlikte ele alınmıştır. Matematiksel söylemin dış yapısında olan söylem tiplerine ilişkin bulgular tartışıldıktan sonra söylem tiplerinin iç yapısındaki bulgular tartışılmıştır. Matematiksel söylemin iç yapısını yansıtan motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlere ilişkin bulgular araştırma problemlerine bağlı olarak dört başlık altında tartışılmıştır. *Öğretmen; Öğretmen-Sınıf; Öğretmen-Öğrenci; Öğrenci-Öğrenci* söylem tipine yönelik matematiksel zemini oluşturan bulgular dört başlık altında aşağıda sırasıyla ayrı ayrı ele alınarak tartışılmıştır.

5. 1. Matematiksel Söylemin Dış Yapısına Yönelik Tartışma

Matematiksel söylemin dış yapısı, matematiksel söylemlerin dikey boyutlarından oluşmaktadır. Matematiksel söylemin dikey boyutu ise, matematiksel söylemlerin sınıflandırılmasıyla belirlenmiştir. Söylemsel bakış açısıyla sınıflandırma sadece matematik dersinde değil farklı derslerde oluşan söylemleri analiz etmek için de kullanılmaktadır. Dolayısıyla matematiksel söylemlerin dış yapısını oluşturan söylem tipleri, "iletişim-etkileşim-dil-tartışma" ile ilgili çalışmalardaki söylemlerin sınıflandırıldığı çalışmalara benzemektedir. Gerek "iletişim-etkileşim-dil-tartışma" vb. olsun gerekse bu araştırmadaki söylem tiplerine ilişkin sınıflandırma ile öğrenme ve öğretme sürecinde öğretmen ve öğrencilerin rolleri belirlenmektedir. Öğretmen ve öğrenci rollerinin söylemsel bakış açısıyla en geniş perspektiften değerlendirilmesi, büyük ve küçük grup tartışmalarındaki söylemlerin nasıl oluştuğuyla ilgilidir. Alanyazındaki bazı çalışmalarda büyük grup tartışmalarında öğretmen ve öğrenciler arasında söylemlerin oluşumu incelenirken; küçük grup tartışmalarında öğrencilerin kendi aralarındaki söylemler incelenmektedir (Erduran, Simon ve Osborne 2004; Jahang, Nielsen ve Chan, 2010; Schoenfeld, 2013; Wood, 2013; Demirbağ, 2017; Banes, Ambrose, Bayley, Restani ve Martin, 2018). Bu açıdan bakıldığında matematiksel söylemin doğal yapısının ele alındığı bu araştırmada büyük grup tartışmalarındaki söylemlerin oluşumu *Öğretmen-Sınıf* söylem tipine; küçük grup tartışmalarının *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipine benzediği görülmektedir. Ayrıca büyük grup ve küçük grup tartışmalarının fen bilgisi dersindeki söylemlerle incelendiği bir başka çalışmada, söylem tipleri daha farklı şekilde sınıflandırılarak otoriter ve diyalojik söylem tiplerine ilişkin söylemlerin oluşumu ele alınmıştır. Farklı söylem tiplerinin öğretmen adaylarının argüman gelişimine katkı sağladığı ve fikirlerin müzakere edilmesinden tartışma kültürünün sonlanmasına kadar geçen süreçteki her aşamada öğretmenin rolünün oldukça önemli olduğu bulunmuştur (Demirbağ, 2017). Benzer şekilde bu araştırmada da matematiksel söylemin başlamasını sağlayan motivasyona yönelik söylemlerden bitmesini sağlayan matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerde öğretmenin söylemlerinin etkili olduğu söylenebilir. Öğretmenlerin söylemlerinin etkili olmasıyla ilgili çoklu iletişim-etkileşim analizi yapılan bir başka çalışmada ise bu araştırmada kullanılan Mortimer ve Scott'ın (2003) etkileşim modeline ilaveten Mercer'in (1995) söylem analizi çerçevesi de kullanılmıştır. Sınıf içindeki söylemlerle farklı iletişim yaklaşımının oluşumu grafik halinde gösterilerek, fen bilgisi dersinin kümülatif ve anlamlı bir şekilde öğrenilmesinde diyalog uygulamasının etkili olduğu ve bu uygulamanın oluşmasında öğretmenin rolünün olduğu belirlenmiştir (Lehesvuori, Viiri, Rasku-Puttonen, Moate ve Helaakoski, 2013). Nitekim bu araştırmada da dört söylem tipinin oluşmasında matematik öğretmenlerinin söylemlere yön vermesiyle etkili olduğu belirlenmiştir. Mortimer ve Scott'ın (2003) yaklaşımını bir başka fen bilgisi dersinde kullanan çalışmadaki söylemler, söylem desenleriyle (Üçlü, Zincir, Bitişik sözce) birlikte analiz edilmiştir. Fen bilgisi dersinde öğretmenlerin bilimin doğasını öğretirken üç farklı söylem deseni ve üç farklı etkileşim yaklaşımı (Etkileşimli ve Diyaloglu, Etkileşimli ve Otoriter, Etkileşimli Olmayan ve Otoriter) kullandığı belirlenmiştir. Söylem desenleri açısından üçlü desenin (başlatma-yanıtlama-değerlendirme) en çok kullanıldığı; iletişim yaklaşımları açısından ise etkileşimli ve otoriter yaklaşımın en çok kullanıldığı görülmüştür (Kaya ve diğerleri, 2016). Çalışmadaki söylemlerin kullanıldığı iletişim yaklaşımları bu araştırmadaki söylem tipleriyle eşleşmektedir. Etkileşimsiz ve otoriter söylemler, bu araştırmanın veri analizi sürecinde açıklandığı gibi *Öğretmen* söylem tipine karşılık gelmektedir. Söylem tipleri arasında benzerlik olmasına rağmen, söylem tiplerinin en çok görülmesi açısından bir farklılaşma olduğu belirlenmiştir. Bu araştırmada *Öğretmen* söylem tipi, *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinden daha az görülmüştür. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin başlamasında öğrencilerin de matematiksel terminoloji, görsel aracı veya soru/problem çözümünde anlamadıklarını öğretmene sormasının etkili olduğu söylenebilir. Ayrıca bu araştırmanın farklı bir diğer yönü de dört farklı iletişim yaklaşımı başka bir ifadeyle söylem tipi görülmesidir.

Söylemsel bakış açısıyla matematiksel söylemlerin analiz edildiği diğer çalışmalarla bu araştırmanın benzer ve farklı yönlerinin olduğu görülmüştür. Başka bir ifadeyle bu araştırmadaki söylem tiplerinin diğer çalışmalardaki bileşenlerle eşleştiği ya da birbirinden ayrıldığı görülmüştür (Richards, 1991; Mercer, 1995; Brendefur ve Frykholm, 2000; Knuth ve Peressini, 2001; Sabbagh, 2014). Örneğin Mercer'in (1995) söylem analizi çerçevesinde belirlenen konuşma tipleri; tartışmalı, birikimli ve keşfedici konuşma türlerinin bu araştırmadaki bazı söylem tipleriyle uyumlu olduğu bazıları ile uyumsuz olduğu görülmüştür. Birikimli konuşmanın tekrarlar, onaylar içermesinden dolayı *Öğretmen* söylem tipine kısmen benzediği söylenebilir. Bu araştırmada *Öğretmen* söylem tipine ilişkin tüm matematiksel söylemlerde bu ifadeler yer almaktadır. Benzer şekilde Muto-Humprey'nin (2010) diyalog türleri ile ilgili çalışmasındaki sadece konuşan kişinin söylemlerinin ağırlıkta olduğu Diyalog 1, *Öğretmen* söylem tipiyle; konuşan kişi ve dinleyen kişinin olduğu Diyalog 2, *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipi; birden fazla konuşan kişi olmasından dolayı Diyalog 3 ise *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipiyle eşleşmiştir. Bu araştırmada Diyalog 1 ve *Öğretmen* söylem tipinin eşleşmesi, öğretmenin terimi açıklarken, görsel aracıyı oluştururken ya da soru çözerken tüm adımları kendisinin belirlemesi öğrencilerin bu prosedüre uymasını ifade etmesiyle açıklanabilir. Görüldüğü gibi farklı diyalog türleri, bu araştırmadaki matematiksel söylemin dikey boyutundaki bazı söylem tipleriyle birebir örtüşmektedir. *Öğretmen* söylem tipine ilaveten diğer söylem tipleriyle de matematiksel söylemlerin oluşumu sağlanmaktadır. Diğer yandan matematiksel söylemlerin matematiksel iletişimi kurmada bir köprü olduğu düşünülürse, matematiksel iletişimin de farklı söylem tipleriyle oluştuğu söylenebilir. Nitekim Brendefur ve Frykholm (2000) yapmış olduğu durum çalışmasında farklı iletişim türleri ile matematik sınıflarında söylemlerin oluştuğunu vurgulamıştır. Bu oluşumu, alanyazından da yararlanarak dört farklı iletişim yapısından oluşan bir teorik çerçeve ile açıklamıştır. Bu iletişim yapıları tek yönlü, katkıda bulunan, yansıtıcı iletişim ve üretici iletişimdir. Tek yönlü iletişim türünde matematiksel söylemlerin öğretmenden öğrenciye aktarılan şeklinde olduğunu; katkıda bulunan iletişim türündeki söylemlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin paylaşıldığı ama derinleşmediği; yansıtıcı iletişim türündeki söylemlerde ise matematiksel düşüncelerin derinleştiği; üretici iletişimdeki söylemlerde ise öğrencilerin kendi aralarındaki ya da öğrencilerin tek başına matematiksel bilgiyi ürettiği ve daha derin anlamlara ulaştığı belirlenmiştir. Bu çalışmadaki iletişim türleri ile matematiksel söylemin doğasının incelendiği bu araştırmadaki matematiksel söylemin dış yapısıyla kısmen örtüşmektedir. Bu araştırmanın dış yapısını oluşturan söylem tiplerinden *Öğretmen* söylem tipi, tek yönlü iletişimle örtüşmekteyken; öğretici iletişim ise *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipiyle örtüşmektedir. Ancak katkıda bulunan ve yansıtıcı iletişim türlerinin tüm söylem tiplerinde nadiren de olsa görüldüğü; öğretmen ile bir öğrencinin arasındaki matematiksel söylemlerden oluşan *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipiyle en çok örtüştüğü söylenenebilir. Yansıtıcı söylemi ise, özel bir söylem tipi olarak Cobb, Boufi, McClain ve Whitenakc (1997) tanımlamış ve yansıtıcı söylemlerin matematiksel söylemlerin anlamsal olarak gelişmesinde önemli bir rol oynadığı bulmuştur. Bu bağlamda yansıtıcı ve üretici söylem tipininin oluştuğu matematiksel tartışmalara önem verilmelidir. Ayrıca matematiksel tartışmaların, öğrencilerin ilişkisel akıl yürütmesi ve çözüm stratejilerini karşılaştırması için öğrencilere güçlü bir fırsat sağladığı bilinmektedir (Richland, Begolli, Simms, Frausel ve Lyons, 2016). Öğrenciler, matematik hakkında tartışmaya teşvik edilerek yabancısı oldukları matematik dilinden matematiği anladıkları matematiksel bir dilde daha çok iletişim kurabilirler (Kosko ve Wilkins, 2010). Kazemi ve Hintz (2014) ise matematiksel tartışmaların dört kriteri olduğunu belirlemiş; belirlemiş oldukları bu kriterler aşağıda yer almaktadır.

1. Tartışmalar matematiksel bir hedefe ulaşmalıdır ve farklı türden hedefler, farklı planlama ve tartışmalar yapılmasını gerektirir.
2. Öğrencilerin fikirlerinin başkaları için yararlı olması için sağlamak için neyi/nasıl paylaşacaklarını bilmeleri gerekir.
3. Öğretmenler, öğrencileri birbirlerine ve matematiksel düşüncelere yönlendirmeli, böylece sınıfın her üyesi matematiksel hedefe ulaşmada yer almalıdır.
4. Öğretmenler, tüm çocukların duyu üreticileri olduğunu ve fikirlerinin değerli olduğunu bildirmelidir.

Yukarıdaki kriterler bağlamında bu araştırmada da matematiksel söylemin dikey boyutuna göre sınıf içindeki tartışmaların şekillendiği belirlenmiştir. Başka ifadeyle sınıf içinde oluşan söylem tipleri sınıf içindeki tartışmalara yön vermektedir. Yukarıda açıklanan birinci kritere göre, öğretmen matematiksel hedefe ulaşmak için söylem tipine karar vermelidir ve tartışma ortamının hazırlanması için plan yapmalıdır. İkinci kritere göre, öğrencilerin söylem tiplerinde oluşan tartışmalardaki rollerini bilmelidir. Üçüncü kriter ise bu araştırmanın daha çok *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipiyle ilişkili olup öğretmenin yönlendirmesiyle öğrenciler birbirlerinin çözüm yollarını tartışmalıdır. Pirie ve Schwarzenberger (1988) ise matematiksel tartışmalara daha farklı yaklaşarak, bir yıl boyunca yaptıkları sınıf gözlemlerinin sonucunda, matematiksel tartışma ile matematiksel anlama arasındaki bağlantıların araştırılmasında matematiksel konuşmanın sınıflandırmasının yararlı olacağı sonuca ulaşmışlardır. Bu araştırmanın bulgularında yer alan her bir söylem tipine ve matematiksel zemine göre oluşturulan matematiksel iletişim haritaları bu durumu destekler niteliktedir. Dolayısıyla matematiksel söylemlerin sınıflandırılmasının matematiksel iletişimde yol gösterici olduğu düşünülmektedir. Matematiksel söylemler aracılığıyla tartışma tiplerini sınıflandıran Richards (1991) ise matematiksel söylemleri araştırma, sorgulama, gazete ve okul matematiği olmak üzere dörde ayırmıştır. Araştırma matematiğini, matematikçilerin ve bilim adamlarının konuştuğu matematik olarak; sorgulama matematiğini matematik okuryazarlığına sahip bireylerin matematiksel problem çözme süreçlerindeki soruları ve cevapları olarak; gazete matematiğini ise gazetelerde ve yayınlarda matematiğin konuşmadan farklı olarak ele alınması şeklinde tanımlamıştır. Son olarak okul matematiğini ise sınıf içinde öğretmen ve öğrencilerin arasında konuşulan matematik olarak tanımlamıştır. Bu araştırmada ise sadece okul matematiği esas alınarak matematiksel söylemin karakteristik oluşumunu yansıtan bir teorik çerçeve belirlenmiştir.

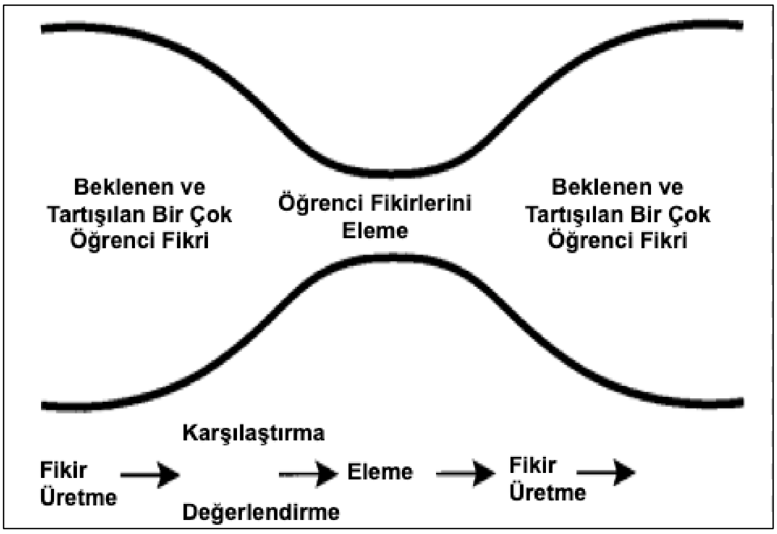
Adler ve Ronda (2015) matematiksel söylemin oluşumu, matematik dersinde video kaydıyla yaptığı gözlemler sonucunda ulaştığı bir teorik çerçeve belirlemiştir. Bu teorik çerçeveyi, matematiği öğrenme amacına bağlı olarak *örnekleme, açıklayıcı konuşma*, *öğrenci katılımı* olmak üzere üç etkileşimli bileşenle tanımlamışlardır. Bu bileşenlerin oluşumunu yansıtan alt bileşenlerin nasıl oluştuğunu bileşenleri seviyelere ayırarak belirlemişlerdir. Örneğin açıklayıcı konuşmanın alt bileşeni olan isimlendirmeye yönelik seviyelendirmelere bakıldığında, birinci seviyenin günlük dil kullanımı; ikinci seviyenin günlük konuşma dil kullanımı ile matematiksel kelimeler arasında geçişi sağlamaya yönelik kullanım; üçüncü seviyenin günlük konuşma dili ve formal matematik dil kullanımı olduğu belirlenmiştir. Matematiksel söylemin doğal yapısının incelendiği bu araştırmada ise, Adler ve Ronda'nın (2015) teorik çerçevesinden daha farklı bileşenler elde edilmiştir. Çünkü Adler ve Ronda (2015), öğrenci katılımını matematiği öğrenme amacı olarak belirleyerek örnekleme ve açıklayıcı konuşmayla paralel bir bileşen oluşturmuştur. Öğrenci katılımını, öğrencilerin matematiksel söyleme katılması için soru sorma stratejileri (Örn: Evet-hayır tipindeki sorular, açıklama isteyen sorular vb.) ile sunulan fırsatlar olarak tanımlamıştır. Ancak matematiksel söylemin doğal yapısının incelendiği bu araştırmada, öğrencilerin matematiksel söyleme katılma sürecine daha genel bir bakış açısından bakılmıştır. Matematiksel söyleme katılma süreci, öğretmen ve öğrencilerin konuya ilişkin örneklerl ve açıklayıcı konuşmaları içermektedir. Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel söyleme katılma şekli, matematiksel söylemin dış yapısı olarak düşünülmüştür. Öğrencilerin matematiksel söyleme katılma durumuna göre matematiksel söylemin dış yapısını oluşturan söylem tipleri belirlenmiştir. Bu söylem tiplerinin de kendi içinde yatay boyutları belirlenmiş; daha sonra yatay boyutları oluşturan göstergeler belirlenmiştir.

Dolayısıyla matematiksel söylemin en küçük yapı taşını oluşturan bu göstergeler, araştırmada sonucunda ortaya çıkacak olan teorik çerçeveyi oluşturmaktadır. Ayrıca Adler ve Ronda'nın (2015) teorik çerçevesinden farklı olarak bu araştırmada matematiksel terminoloji, görsel aracı ve soru/problem çözümü olmak üzere matematiksel zemine özgü göstergeler belirlenmiştir. Adler ve Ronda (2015) belirlediği teorik çerçevede, soru/problem çözümünü, örnekleme bileşeninin görevler alt bileşeni olarak ele almıştır. Bu alt bileşende öğrencilerin çözüm yolları ile ilgili seviyelendirmeler belirlenmiştir. Diğer yandan matematiksel terminoloji ise açıklama yapma bileşeninin isimlendirme alt bileşeninde yer almaktadır. Matematiksel terimlerle günlük hayat arasındaki dil kullanımı ve isimlendirmeler bu bileşende yer almıştır. Ancak bu araştırmada matematiğin kendine ait dilini oluşturan matematiksel zeminlerin tümüne ilişkin göstergeler belirlenmiştir. Dolayısıyla matematiksel söylemin doğal yapısını ortaya çıkaracak teorik yapı ortaya çıkmıştır. Matematiksel söylemin doğal yapısını video kaydıyla gözlem (45 ders saati) yaparak belirleyen Kalathil de (2004), matematiksel söylemi karakterize eden bileşenleri açığa çıkarmıştır. Çalışmasının sonucunda matematiksel söylemin yapısını oluşturan altı yapıtaşı belirlemiştir. Aslında bu altı yapıtaşını temelde üç bileşen çerçevesinde açıklamıştır. Matematiksel söylemin yapısını oluşturan birinci bileşen, cevaplama-kısmen açıklama ve açık açıklama; ikinci bileşen uzantılar ve karşılaştırma; üçüncü bileşen de varsayım ve gerekçelerden oluşmaktadır. Kalathil'in (2004) aşamalı bu bileşenleri, matematiksel söylemin anlamsal olarak derinliğini göstermektedir. Bu bileşenler arasında öğrencilerin söylemlerine göre etkileşim açısından giderek artan bir seviye bulunmaktadır. Matematiksel söylemin doğal yapısının incelendiği bu araştırmada da matematiksel söylemin dikey boyutlarına göre, matematiksel söylemin anlamsal olarak derinlik kazandığı belirlenmiştir. Hatta aynı dikey boyutun kendi içindeki yatay boyutunu oluşturan söylem göstergelerine ilişkin matematiksel söylemlerin de anlamsal olarak farklı şekilde derinleştiği görülmüştür. Örneğin matematiksel söylemin dikey boyutlarından biri olan *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde, yatay boyuta ilişkin göstergelerden olan doğru cevaba dönüt vermeye ilişkin matematiksel söylemlerle, öğrencilerin soru çözümlerine ilişkin farkındalık geliştirmesine yönelik matematiksel söylemler arasında anlamsal olarak bir derinlik olduğu görülmektedir. Öğretmen ve bir öğrenci arasında oluşan doğru cevaba dönüt vermeye ilişkin matematiksel söylemlerde, öğretmen sadece doğru cevaba dönüt vermektedir. Ancak öğrencilerin soru/problem çözümünde öğrencilerin farkındalık geliştirmesine ilişkin matematiksel söylemlerde, öğrenciler matematiksel söylemlerinde doğru ve yanlış yaptıkları yeri, nedensel ifadelerle açıklamaktadırlar. İki göstergeye ilişkin matematiksel söylemlerin de öğretmen ve bir öğrenci arasında oluştuğu; bu bağlamda matematiksel fikirlere ulaşırken farkındalık geliştirmeye ilişkin matematiksel söylemlerin anlamsal olarak daha çok derinlik içerdiği görülmektedir. Matematiksel söylemin doğal yapısını inceleyen iki araştırmada da benzer yönler görülmektedir. Ancak bu araştırmada daha farklı olarak öğrencilerin matematiksel söyleme katılması açısından da bir derinlik vardır. Matematiksel söylemin dikey boyutlarına göre öğrencilerin matematiksel söyleme katılma durumları değişmektedir. Bu dikey boyutlardan biri olan *Öğretmen* söylem tipinde öğrencilerin matematiksel düşünceleri açıklamasına örnek olarak "tahtadakileri yazalım mı" vb. söylemler olmasına rağmen, diğer dikey boyutlardan biri olan *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde "öğretmenim... olduğu için ... olması gerek" vb. söz kalıplarıyla gerekçelere dayalı olarak matematiksel düşüncelerin açıklandığı görülmüştür. Bu bağlamda öğrencilerin matematiksel söyleme katılımı ve matematiksel söylemin anlam açısından farklılaşabilmektedir. Bu araştırmada, matematiksel söylemlerin anlamsal olarak derinlik kazanmasının aslında her bir dikey boyutun kendi içindeki yatay boyutları oluşturan göstergelerle ilişkisi olduğu görülmektedir. Çünkü her bir dikey boyutun içindeki, yatay boyutlara ilişkin göstergeler birbirinden farklıdır ve matematiksel söylemin dikey boyutuna göre spesifik bir hal almaktadır. Dolayısıyla matematiksel söylemin oluşumunu yansıtan teorik çerçeve, matematiksel söylemin yatay ve dikey boyutlarına göre şekillenmektedir.

Drageset (2014) ise, matematik söylemin analizine yönelik olarak belirlediği teorik çerçeevesinde, öğretmen ile öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerin yönlendirme, ilerleme ve odaklama şeklinde olduğu ifade etmiştir. *Yönlendirmeye* ilişkin matematiksel söylemlerde öğrencilerin matematiksel söylemlerini bazen dikkate almaz; çözüm yolunda farklı stratejiyi tavsiye eder; soruları onaylar*; ilerlemeye* ilişkin matematiksel söylemlerde basitleştirme, somutlaştırma gibi söylemi ilerletici ifadeler kullanır. Son olarak *odaklanmaya* ilişkin öğrencilerin matematiksel söylemlerinin derinlik kazanır, çözüm yollarına ilişkin stratejileri benzer durumlardaki sorularda uygular, yorumlar, başkalarının çözüm yollarını değerlendirmesi bekler; öğretmenin matematiksel söylemleri incelendiğinde ise öğrencinin matematiksel söylemini yeniden özetler ve öğrencilerin çözüm yollarına ilişkin farkındalık geliştirmesini sağlar. Bu söylem türlerinin matematiksel söylemlerin doğasının incelendiği bu araştırmada, matematiksel söylemin dikey boyutlarının tümünde kısmen görüldüğü söylenebilir. Ancak bazı dikey boyutlarda yukarıda açıklanan söylem türleri daha baskın görülmektedir. Örneğin yönlendirmeye ilişkin söylemlerin oluşumunun *Öğretmen-Sınıf* söylem tipine; ilerlemeye ilişkin söylemlerin oluşumunun *Öğretmen- Öğrenci* söylem tipine daha çok benzedği görülmüştür. Drageset (2015), bu teorik çerçeveyi biraz daha geliştirerek öğretmen ile öğrenci arasında oluşan matematiksel söylemleri iki temel kategoriye ayırarak basite indirgemektedir. Bu kategorilerden birincisi, öğrencilerin matematiksel açıklamaları ve öğretmenin odaklanma eylemleri arasındaki söylemler, ikincisi öğretmenin ilerleyen eylemleri ile öğrencilerin öğretmenin yönlendirdiği yanıtlar arasındaki söylemler olarak belirlenmiştir. Ancak matematiksel söylemlerin doğal yapısını incelendiği bu araştırmada ise matematiksel söylemin analizine daha geniş perspektiften bakılarak matematiksel söylemi oluşturan yapıtaşları belirlenmiştir. Ayrıca matematiksel söylem etkileşim açısından daha sistematik olarak sınıflandırılarak söylem tiplerine ayrılmış; daha sonra söylem tipleri de matematiksel zemine göre kendi içinde seviyelerin olduğu belirlenmiştir.

Matematiksel zeminin belirlenmesinde, araştırmanın literatür taraması ve yöntem kısmında bahsedildiği gibi Sfard'ın (2007; 2008; 2012) matematiksel söylemi karakterize ettiği teorik çerçeveden yararlanılmıştır. Sfard'ın *terminoloji, görsel aracı, rutinler, tasdik edilmiş anlatılar* adlı bileşenleri, bu araştırmada soru/problem çözümü olarak nitelendirilmiştir. Çünkü bu araştırmada doğal sınıf ortamında yapılan pilot çalışma ve asıl çalışmadaki gözlemlerden soru/problem çözümünün bu iki bileşeni kapsadığı belirlenmiştir. Soru/problem çözümünde terminoloji, görsel aracıya ilişkin söylemler de olabilmektedir. Ancak bazı söylem öbeklerinde terminoloji ve görsel aracıya ilişkin söylemlerin Sfard'ın ifade ettiği gibi başlı başına oluştuğu görülmüştür. Başka bir ifadeyle matematiksel söylemin yatay boyutunun tüm aşamalarında terminoloji ve görsel aracıya ilişkin matematiksel söylemler oluşmaktadır. Sfard'ın teorisindeki bu bileşenlerden ise, bu araştırmada matematiksel zemini belirlemek için yararlanılmıştır. Bu teoriyi kullanarak matematiksel söylemleri analiz eden Sánchez ve García (2014), çalışmalarının sonucunda matematiksel söylem ve sosyomatematiksel söylem olmak üzere iki tipi söylem tipi belirlemiştir. Matematiksel söylemlerin oluşumunu, tanımlar vb. gibi matematiğin kendi zeminine ilişkin şeyleri ele almışken; sosyomatematiksel normlarla ilgili söylemlerin oluşumunu ise bu zemini kullanmak için kullanılan fikirler, düşünceler olarak (Öğretmenin örnek bir söylemi: "Matematiksel göreve cevap olarak ne kadar çok yazarsanız, o kadar iyi yaparsınız vb.") ele almıştır. Ancak matematiksel söylemin sosyomatematiksel normlara ilişkin söylemleri de kapsayacağı akla gelmelidir. Benzer şekilde Sfard'ın teorisini kullanarak matematiksel söylemleri başka şekilde sınıflandıran Toscano, Gavilán-Izquierdo, Sánchez (2019), öğretmen adaylarının diyalojik görev verilen problem çözme sürecindeki matematiksel söylemlerini incelemişlerdir. Öğretmen adayının problem çözme sürecine ilişkin öğrenci rolünü benimsemeyle ve gelecekteki mesleki yaşantılarla ilgili matematiksel söylemler olmak üzere iki söylem tipi belirlemişlerdir. Matematik öğretmeni adaylarının söylemlerinin gömülü teori yaklaşımıyla analiz ettikleri bu çalışmada, matematiksel söylemi karakterize eden bir sonuca ulaşmamışlardır. Matematiksel söylemlerin doğasının ele alındığı bu araştırmada ise farklı olarak, Sfard'ın teorisi söylem tiplerini belirlemek için değil matematiksel zemini oluşturmak için kullanılmış ve araştırma sonucunda her bir zemindeki matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler açığa çıkmıştır. Dolayısıyla matematiksel söylemi zemine göre karakterize eden özellikler ortaya çıkmıştır. Ancak Sfard'ın (2007; 2008) teorik çerçevesini kullanarak matematiksel söylemleri analiz eden çalışmaların çoğunda matematiksel söylemi karakterize eden özelliklerle ilgili bir tam olarak sonuca ulaşılmamıştır (Sinclair ve Yurita, 2008; Berger, 2013; Heyd-Metzuyanim, 2013; Güçler, 2013; Wang ve Kinzel, 2014; Siyepu ve Ralarala, 2014; Ng, 2016; Toscano, Gavilán-Izquierdo ve Sánchez, 2019). Benzer şekilde Sfard'ın teorisinden yararlanan araştırmacılar, bu teoriyi matematiksel söylemleri analiz etmede bir araç olarak kullanmış; matematiksel söylemin yapısını belirleyen bir sonuca ulaşmamışlardır. Örneğin belli bir kişinin matematiksel söylemleri ona verilen görevlerle (Heyd-Metzuyanim, 2013); belli bir öğrenme alanındaki (geometri) öğrencilerin matematiksel söylemlerini dinamik geometri yazılımları gibi farklı ortamların desteğiyle (Sinclair ve Yurita, 2008; Ng, 2016) incelenmiştir. Buna ilaveten geometri dersinde kullanılan kelimelere, görsel aracılara, rutinlere anlatılara bakarak iki öğrencinin Van Hiele geometri düzeyine aynı seviyede (seviye 3) birbirinden farklı söylemlerin olduğunu belirlenmiştir (Wang ve Kinzel, 2014). Diğer yandan Siyepu ve Ralarala (2014), farklı üniversite sınıflarında öğrencilerin yaptığı hataları matematiksel söylemleri incelemek için Sfard'ın teorisini kullanmıştır. Çalışmalarının sonucunda kavramsal, yorumlama, yordamsal, doğrusal hataların olduğunu bulmuşlardır. Güçler (2013) ise limit konusunda matematiksel söylemlerle ilgili yaptığı çalışmada, bu teoriyi kullanarak öğretmenin ve öğrencilerin kullandığı kelimelere, rutinlere, tasdik edilmiş anlatılara bakarak öğretmen ve öğrenci söylemlerinin birbiriyle tutarlı olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının dinamik geometri matematiksel etkinliklerini anlamak için bu teori ile matematiksel söylemleri inceleyen Berger (2013), öğrencilerin kullandığı matematiksel kelimelerin gerçekten önemli olduğunu ve bir katılımcının "dikey asimptot" terimini kullanımındaki bir değişikliğin onun öğrenmesini nasıl oluşturduğunu yansıtmıştır. Görüldüğü gibi az sayıda kişilerin, belli bir durum, belli bir bir öğrenme alanındaki ya da belli bir konudaki matematiksel söylemlerin derinlemesine incelemek amaçlı kullanılan Sfard'ın teorisi, söylemlerin matematiksel iletişimi ya da matematik öğrenme-öğretme sürecini nasıl etkilediğini belirlemede etkili bir rol oynamaktadır. Ancak Sfard'ın teorisiyle ilgili yapılan durum çalışmalarında, matematiksel söylemin doğal yapını belirleyen karakteristik özellklerin belirlenememektedir. Bu araştırmada ise, matematiğin kendine ait dili olan matematiksel zemini belirlemede kullanıldığı için matematiksel söylemin oluşturan yapı ortaya çıkmıştır. Ayrıca Sfard'ın teorisindeki bileşenlerden biri olan rutinlere bazı çalışmalarda daha çok ağırlık verildiği belirlenmiştir (Heyd-Metzuyanim, 2013). Bu araştırmada ise matematiksel söylemin rutin bileşeni, pilot ve asıl çalışmada yapılan gözlemler sonucunda, soru/problem çözümü kapsamında ele alınmıştır. Çünkü soru/problem çözümünün, tasdik edilmiş anlatılar ve rutinleri kapsadığı sonucuna varılmıştır. Örneğin bu araştırmada soru/ problem çözümündeki rutinlerden birine daha da özel bir isim verilerek “işlem rutini” olarak adlandırılmıştır. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde soru/problem çözümünde matematiksel düşünceleri açıklarken oluşan bu söylem göstergesi, defalarca tekarlanan bir eylem olarak düşünülüp araştırmada gözlem yapılan tüm öğretmenlerin sınıflarında gözlenmiştir. Soru/problem çözümünün kendi içindeki rutinlerden dolayı, soru/problem çözümünde terminoloji ve görsel aracıya ilişkin matematiksel söylemler de tekrar eden bir rutin niteliğindedir. Ayrıca Malaspina ve Font (2010), soru/problem çözümünde terminoloji kullanımı ve görsel aracıların kullanılması matematiksel dil olarak düşünerek oluşturdukları teorik çerçevenin ilk adımını terminoloji ve görsel aracı olarak belirlemişlerdir. Matematiksel söylemlerin oluşumunun incelendiği bu araştırmada da soru/problem çözümü zeminine ilişkin matematiksel söylemlerde, terminoloji ve görsel aracılara ilişkin matematiksel söylemler kullanılmaktadır. Bu zeminlerin matematiksel içerik olduğu düşünülürse, matematiksel içeriğin birbiriyle ilişkisi olduğu açık olduğu görülmektedir.

Matematiksel içerikle öğrencilerin matematiksel söyleme katılımı arasındaki dengeye ilişkin bir model geliştiren Sherin (2002), bir yıl boyunca sekizinci sınıfta video kaydıyla gözlem (78 ders saati) yapmıştır. Çalışmasının sonucunda, öğretmenin matematik öğrenme-öğretme süreciyle matematiksel içerik hedeflerini nasıl koordine ettiğine ilişkin bir bakış açısı sunmaktadır. Öğrencilerin matematiksel fikirleri üretmesi, matematiksel fikirlerin karşılaştırılması ve değelendirilmesi, matematiksel fikirlerin bir filtreden geçirilerek elenmesi olmak üzere üç yapıdan oluşan matematiksel söylemlerin oluşumuna ilişkin model Şekil 33’te yer almaktadır.



Şekil 33. Matematiksel söylemin bir temsili

Sherin'in bu modeline göre, matematiksel fikirlerin eleme döngüsünün tekrarlanmasıyla matematiksel dersin içeriği geniş bir alandan daha odaklı bir konuya geçer. Fikirlerin elenmesinden kastedilen, öğrencilerin matematiksel söylemlerinden sonra, fikirlerin değerlendirilmesidir. Matematiksel söylemlerin değerlendirilip yeni fikirler üretilmesinin sürekli olması, bir sonraki tartışma içeriğine odaklanılmasını sağladığı açıklanmıştır. Öğretmenin gündeme getirdiği ilk sorunun veya konunun tartışma içeriğini ve yönünü belirlemede önemli bir faktör olduğu sonucuna varılmıştır. Bu araştırmada da öğrencilerin matematiksel söyleme katılarak tartışmalara katılmasına öğretmenin yön verdiği ve bu tartışmalarda matematiksel fikirlerin değerlendirilmesine önem verildiği görülmüştür. Bu gösterge *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde açığa çıkmıştır. *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde, soru/problem çözümünde ve görsel aracıların oluşturulmasına ilişkin söylem göstergeleri arasında görsel aracıyı oluşturulmasındaki kuralların ve soru çözmeye ilişkin çözüm yollarının değerlendirilmesi yer almaktadır. Öğretmenin yönlendirmesiyle öğrenciler çözüm yollarını eleyerek kendilerine göre, en pratik olanı belirledikleri belirlenmiştir. Kısacası, matematiksel söylemlerin doğal yapısının ele alındığı bu araştırmada da matematiksel tartışma ortamlarının oluşmasında fikirlerin değerlendirilmesinin önemli olduğu sonucuna varılmıştır.

Matematiksel söylemin doğal yapısı, alanyazındaki söylem analiziyle ilgili yaklaşımlardan yararlanarak ele alınmış ve matematiksel söyleme ilişkin genel bir teorik çerçeve tanımlamıştır. Matematiksel söylemi tam olarak karakterize etmeyen bu teorik çerçeveye göre matematiksel söylemi, tek anlamlı ve diyalojik söylem olarak ikiye ayrılmaktadır. Tek yönlü söylem tipindeki matematiksel söylemlerin, öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin dikkate alınmadığı ve öğrencilerin kendi yanlışlarını fark etmesine izin verilmediği belirlenmiştir. Diyalojik söylem tipindeki matematiksel söylemlerde ise, öğretmenin yönlendirmesiyle öğrencilerin çözüm yollarında kendilerinin anlam ürettiği belirlenmiştir (Knuth ve Peressini, 2001). Matematiksel söylemin doğal yapısının araştırıldığı bu araştırmada da tek yönlü söylem tipinin *Öğretmen* söylem tipine; diyalojik söylem tipinin ise *Öğretmen-Öğrenci* ve *Öğrenci- Öğrenci* söylem tipine benzediği görülmektedir. Ayrıca bu söylem tipleri arasında geçişin birbirini tekrarlayan ardışık olmayan bir döngü olduğuna sonucuna varılmıştır. Başka bir ifadeyle bir söylem tipinde diğerine geçiş, öğretmen veya öğrencinin matematiksel söylemi başlatmasına göre olmaktadır. Nitekim söylem tipleri arasında geçişin gömülü teori yaklaşımıyla belirlendiği başka bir çalışmada, bu araştırmada olduğu gibi ortaokul matematik derslerinde sınıf içinde gözlem ve görüşme yapılmıştır. Bu teorik çalışmada, tek yönlü ve diyalojik söylem tipindeki matematiksel söylemlerin arasındaki geçiş üç modelle gösterilmiştir. Tek yönlü söylem tipinde, öğretmen ve öğrenciler arasında sadece anlamın iletildiği; diyalojik söylem tipinde anlamın üretildiği ifade edilmiştir. Tümden gelimsel modelde, tek yönlü söylem tipiyle; tümevarımsal modelde diyalojik söylem tipiyle; karışık modelde ise her iki söylem tipinin kullanıldığı açıklanmıştır. Tek anlamlı söylem tipinden diyalojik söylem tipine geçişi gösteren modellerin, bir çok söylem tipiyle (tek yönlü, yönlendirilen, açıklayıcı konuşma) çeşitliliği sağladığı sonucuna varılmıştır (Truxaw ve DeFranco, 2008). Nitekim bu araştırmada da tek anlamlı söylem tipiyle eşleşen *Öğretmen* söylem tipinden diğer diyalojik söylem tipleriyle eşleşen söylem tiplerine geçiş arasında çeşitlilik olduğu ve bir matematik dersinde söylem tipleri arasında geçişin bir döngü şeklinde devam ettiği sonucuna varılmıştır.

Öğretmen ve öğrenciler arasında matematiksel konuşmaların sınıflandırıldığı çalışmada da teorik bir çerçeve belirlenmiştir. Bu teorik çerçeve, öğretmenin soru sorması, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklaması, matematiksel fikirlerin kaynağı, öğrenmenin sorumluluğu olmak üzere 4 başlık altında seviye 0'dan 4'e kadar seviyeler belirlenerek oluşturulmuştur. Örneğin seviye 0'daki bu başlıklar altında öğretmen ve öğrenci rollerine bakıldığında; soru sormaya yönelik söylemlerde öğretmenin sadece soru soran olduğu; öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamaya fırsat verilmediği; matematiksel fikirlerin kaynağının öğretmen olduğu; öğrencilerin pasif dinleyici olarak öğrenmenin sorumluluğunun öğrencilerde olmadığı belirlenmiştir. Seviye 0 dan Seviye 4'e kadar öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamasına fırsat verilerek matematik fikirlerin kaynağının ve öğrenmenin sorumluluğunun öğrencide olduğu belirlenmiştir (Hufferd-Ackles, Fuson ve Sherin, 2004). Bu araştırmada matematiksel söylemin dikey ve yatay oluşumu, bu çalışma ile öğretmen ve öğrenci rolleri açısından benzerlik göstermektedir. Matematiksel söylemin dikey oluşumu, bu seviyelendirmelere karşılık gelebilir. Ancak matematiksel söylemin yatay aşamalarındaki söylemlerin oluşumu, bu çalışmaya göre biraz farklılık göstermektedir. Bu araştırmada matematiksel söylemin yatay aşaması, matematiksel söylemin başlaması ve bitmesi olarak düşünülerek, motivasyona, matematiksel düşünceleri açıklamaya, matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik olarak belirlenmiştir. Öğretmenin soru sorması, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklaması; bu araştırmadaki matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki söylemlere denk gelmektedir. Matematiksel fikirlerin kaynağı ve öğrenmenin sorumluluğu, bu araştırmadaki yatay matematiksel söylem aşamalarının tümüne yansımıştır. Örneğin *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde terminoloji kapsamında matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerde, öğrenci motivasyon aşmasında da söyleme aktif katılarak öğrenmenin sorumluluğunu taşımaktadır. Matematiksel söylemin dikey boyutundan biri olan *Öğretmen* söylem tipinde ise; öğretmen motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşma aşamalarında kendisi aktif olarak öğrencilerin matematiksel fikirleri üretmesine fırsat tanımamaktadır. Bu bağlamda matematiksel söylemin dikey boyutunu oluşturan söylem tipleri, matematiksel söylemin dış yapısına karşılık gelerek matematik öğrenme ve öğretme sürecinde öğretmen ve öğrenci rolleri açısından genel bir bir fikir vermektedir.

5. 2. Matematiksel Söylemin İç Yapısına Yönelik Tartışma

Matematiksel söylemin iç yapısı, matematiksel söylemlerin yatay boyutundan oluşmaktadır. Yatay boyutlar ise, motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerden oluşmaktadır. Bu bölümde de her bir söylem tipinin kendi içindeki yatay boyutunu yansıtan bulguların tartışılmasına yer verilecektir. Matematiksel söylemin kendi içindeki oluşumunun ilgili literatürde nasıl olduğu ve bu araştırmadaki söylem tiplerine göre nasıl farklılaştığı ya da birbirine benzediği aşağıda sırasıyla tartışılmıştır.

5. 2. 1. Öğretmen Söylem Tipinde Yatay Matematiksel Söylem Aşamalarının Tartışılması

Matematiksel söylemin dikey boyutlarından biri olan *Öğretmen* söylem tipinde matematiksel söylemlerin oluşurken öğretmenin söylemlerinin öğrencilere göre ağırlıkta olduğu görülmüştür. Alanyazındaki bazı çalışmalarda da sınıf içindeki matematiksel söylemlerde, öğretmenin söylemlerinin egemen olduğu belirlenmiştir (Karakuş ve Yeşilpınar, 2013; Hamdani, 2017). Örneğin altıncı sınıf seviyesindeki matematik dersinde yapılan gözlem yapılan başka bir çalışma sonucunda, öğretmenin, öğrencilere rehberlik ettiği ancak öğretmenin daha aktif olduğu belirlenmiştir. Dolayısıyla matematik öğretim programında yer alan alana özgü becerileri öğrencilerin kazanmasında, öğrencilere fırsat verilmemesi açısından bazı sıkıntıların olduğu belirlenmiştir (Karakuş ve Yeşilpınar, 2013). Matematiksel söylemin doğasının ele alındığı bu araştırmada da *Öğretmen* söylem tipindeki matematiksel söylemlerde, öğretmen konuşmaları aktif olup öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamalarına fırsat verilmemektedir. Örneğin öğretmen soru problem çözümünün nasıl olduğunu tekrar anlatmak amacıyla matematiksel söyleme başlayıp, matematiksel düşünceleri açıklamada çözüme ilişkin kural açıklamaktadır. Matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında ise öğretmen öğrencilerin neyi anlayıp anlamadığına karar vermektedir. Bu bağlamda öğretmenin soru/problem çözümünde diğer *Öğretmen* söylem tiplerinde olduğu gibi doğrudan anlatım yönteminin kullandığı söylenebilir. Soru/problem çözümünde doğrudan anlatım yöntemiyle çözüme ilişkin formülü, ilişkinin öğrenciye doğrudan söylenilmesi yerine öğrencinin vereceği cevaplara bağlı olarak adım adım öğrencinin çözüme ulaşması sağlanmalıdır (Baki, 2018). Bu nedenle öğretmenler geleneksel matematik sınıflarında, “öğretmen konuşmasının” egemen olduğu önceki konuşmalarından vazgeçmelidir (Hunter ve Hunter, 2018). Bu araştırmada da belirlenen *Öğretmen* söylem tipinde “öğretmen konuşmasının” oldukça ağırlıkta olduğu görülmektedir. Nitekim terminoloji, görsel aracı, soru/problem çözümü kapsamındaki tüm söylemlerde kuralların öğretmen tarafından söylendiği belirlenmiştir. Örneğin beşinci sınıflarda ilk kez öğrenilecek bir konu olan paydaları farklı kesirlerle toplama işlemi yapılırken öğretmen toplama işlemini kural haline getirip kendisi söylemektedir. Öğretmen söylemi ağırlıkta olduğundan öğrencilerin kesirlerde toplama işlemiyle ilgili kurallara ulaşması için fırsat verilmemektedir. Oysa ki beşinci sınıflarda ilk kez öğrenilecek konu olan paydaları farklı kesirlerde toplama ya da çıkarma işleminin öğrenilmesinde, görsel aracılardan biri olan modelleme kullanılabilir. Farklı bir zemin olan görsel aracılara ilişkin oluşan matematiksel söylemlerle konuya ilişkin anlamsal derinlik sağlanarak matematiksel iletişimin niteliği artırılabilir. Nitekim görsel aracılardan biri olan matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanıldığı çalışmada, altıncı ve yedinci sınıftaki öğrencilerin matematiksel iletişimlerinin gelişmesine yönelik sonuca varılmıştır (Doruk, 2011). Bu bağlamda bu araştırmada da birim kesirlere ilişkin modellemeler aracılığıyla öğrencilerin matematiksel söylemlere katılması sağlanarak öğretmen ve öğrenci arasında daha etkili bir iletişim ortamı oluşturabilir. Dolayısıyla öğrenciler birbirleriyle fikir alış verişi yaparak öğrencilerin kurallara kendilerinin ulaşması sağlanabilir. Benzer şekilde kesirler konusunun öğretilmesine ilişkin çalışmada, öğrenciye kurallardan sürekli bahsedildiği, kuralları doğru uyguladığı sürece öğrencinin konuyu öğrenmiş kabul edileceğini ve kuralların sorgulamasına izin verilmediği vurgulanmıştır. Bu durumun kesirlerde sıralama, toplama-çıkarma ve çarpma konularında, beşinci sınıf öğrencilerinde kavram yanılgısına sebep olabileceği açıklanmıştır. Örneğin öğrencilerin kesirlerde toplama yaparken pay ve paydaları ayrı ayrı topladıkları görülmüştür. Bu kavram yanılgılarının giderilmesi için kesirlerle ilgili modelleme ya da şekil kullanılmasını önerilmiştir (Biber, Tuna ve Aktaş, 2013). Bu araştırmada da öğretmenin kesirlerde toplama işlemine ilişkin kuralı doğrudan söylemesinin, öğrencilerin başka sorularda benzer kavram yanılgıları oluşturmasına sebep olabileceği akla gelmelidir. Dolayısıyla öğrenciler modellemeyle, şekille ilgili matematiksel söyleme katılarak kuralları ezbere öğrenmeden kurallara kendisi ulaşarak daha kalıcı bir şekilde öğrenebilir. Ayrıca matematiksel dille ilgili çalışmada çoklu temsiller, grafikler, tablolar kullanarak matematiksel dilin başka bir ifadeyle söylemin daha çok kullanılacağı ve gelişeceği bulunmuştur (Herbel-Eisenmann, 2002). Diğer yandan *Öğretmen* söylem tipiyle eşleşen ve alanyazındaki söylem tipi olan tek anlamlılık söylem tipinde de öğrencilerin matematiksel düşünmelerine fırsat verilmediği ve öğrencilerin çözüm yolları üzerinde düşünmeden ileride kullanacakları çözüm yolları ile öğretmenin hemen tanıştırdığı belirlenmiştir (Knuth ve Peressini, 2001). Matematiksel söylemin doğal yapısının araştırıldığı bu araştırmada da *Öğretmen* söylem tipinde kural anlatmaya yönelik söylem göstergesine ilişkin söylemlerin oluşumunda benzer durumlar görülmüştür. Öğretmen ilerideki sınıflarda öğrenilebilecek matematiksel kavramların kurallar halinde açıklamaktadır. Örneğin altıncı sınıf seviyesinde tam sayılar konusu işlenirken, öğretmenin yedinci sınıfta görülmesi gereken tam sayılarda toplama, çıkarma, çarpma ve bölmenin nasıl yapılacağını kurallar halinde öğrencilere açıkladığı görülmüştür. Öğrencilerin tam sayılarda işlemleri sorgulamadan öğrenmesine Baki (2014b), "*Eksi ile eksi artı edecek, böyle yazılacak böyle bilinecek, kimse neden demeyecek*" sözüyle dikkat çekmiştir. *Öğretmen* söylem tipinde, terminoloji, görsel aracı ve soru/problem çözümü olmak üzere tüm zeminlerde sorgulanmadan öğretmen kuralları kendisi açıklamaktadır. Bu kurallar terminoloji kapsamında matematiksel kavramın kendi içindeki kurallar, görsel aracı çizmeye yönelik kurallar olabileceği gibi soru/problem çözümünde çözüm yolunda kullanılan soru çözme kuralları da olabilmektedir. Ancak öğretmenin doğrudan açıklama yapmasıyla nedeniyle öğrencilerin bazı matematiksel söylemleri tam olarak anlamadığı belirlenmiştir. Daha sonrasında da peş peşe *Öğretmen-Öğrenci* söylem tiplerinin oluştuğu görülmüştür. Ayrıca öğretmenin kuralı kendisinin açıklamasından sonra oluşan *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde, öğrencilerin soru çözerken bazen aşırı genelleme yaparak yanlış yaptığı görülmüştür. Bu bağlamda öğrencilerin aşırı genellemeye yönelik matematiksel söylemlerinin oluşumunda, kuralların öğretmen tarafından doğrudan aktarılmasının etkili olduğu göz ardı edilmemelidir. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipine özgü bu göstergeye ilişkin söylemlerin oluşmasının temelinde öğrencilerin o konuyla ilgili kavram yanılgıları da etkili olabilir. Nitekim öğretmenler, kavram yanılgılarını ve bu yanılgılara sebep olabilecek nedenleri bilirse öğrencilerin kavram yanılgılarını önleyebilir (Özdeş ve Kesici-Elitok, 2015). Bu bağlamda öğretmenler matematiksel söylemlerinde kavram yanılgısına sebep olabilecek aşırı genellemeye ilişkin ifadeleri kullanmamalıdır. Özdemir-Gökyurt, Bayraktar ve Yılmaz (2017) kavram yanılgıları ile yaptıkları çalışmada öğretmenlerin açıklamalarının önemli olduğunu dile getirerek bazı söylemlerinin kavram yanılgısına sebep olabileceğini ifade etmişlerdir. Örneğin "Her sayının sıfırıncı kuvveti birdir" söylemiyle öğrencilerin $0^0= 1$ ifadesini düşünebileceklerini vurgulamışlardır. Nitekim bu araştırmada da terminoloji kapsamında ya da diğer zeminlerdeki *Öğretmen* söylem tipine yönelik matematiksel söylemlerinde, genelleme içeren kesin ifadelerin olduğu belirlenmiştir. Örneğin öğretmenin "her zaman... dır", "bunu gördüğünüz zaman ... yapın" gibi söylemlerinin olduğu söylenebilir. Bu nedenle bazı söylem öbeklerinde aşırı genelleştirmeye ilişkin söylemlerin olduğu belirlenmiştir. Dolayısıyla öğretmenlerin matematiksel söylemlerinin öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenmesi açısından oldukça önemli olduğu görülmektedir. Shortino-Buck (2017) ise sosyal aktivite olarak matematiksel söylemi, söyleme katılan öğrencilerin ve dil boşlukların doldurulmasını sağlayan öğretmenin dildeki yeteneğine bağlı olduğunu ifaderek öğretmenlerin matematiksel söylemlerinin ne kadar önemli olduğuna dikkat çekmiştir. Dolayısıyla öğretmenin matematiksel söylemlerinde matematik kelimelerin kullanışı, matematiksel kelimelerin söz dizimi daha da önem kazanmaktadır. Diğer yandan doğrudan anlatmaya yönelik öğretmenin bazı söylemlerin gerekli olduğu da belirlenmiştir. Başka bir ifadeyle *Öğretmen* söylem tipindeki matematiksel söylemler, matematik öğrenme ve öğretme sürecinde kullanılmayacağı anlamına gelmemelidir. *Öğretmen* söylem tipine ilişkin matematiksel söylemlerin; matematiksel zeminlerden biri olan görsel aracılara ilişkin matematiksel söylemlerde daha çok olması gerektiği düşünülmüştür. Örneğin pergel, açı ölçer kullanımını ilk kez öğrenecek öğrenciler için, bu araçların görsel aracı üzerinde kullanımı hakkında öğretmenin matematiksel söylemleri gerekli olabilir. Çünkü görsel aracıyla ilgili doğru açıların, eşit birimlerin vb. durumların oluşturabilmesi için öğretmenin söylemleri öğrencilere yol gösterici olmaktadır. Ayrıca bu araştırmada, görsel aracıdaki birimlerin eşit olması gerektiğini öğretmenin vurgulamasıyla öğrencileri çizim konusunda uyarmaya ilişkin söylemlerinin oluştuğu belirlenmiştir. Ancak öğretmenin birimlerin eşit çizilmesine ilişkin nedensel söylemlerinin olmasına rağmen öğrencilerin bir çoğunun çizimlerdeki mesafelere dikkat etmeden çizdiği görülmüştür. Bu durumun nedeni öğrencilerin görsel aracıları oluştururken çizim kurallarını sorgulamadan rutin bir davranış döngüsü ile açıklanabilir. *Öğretmen* söylem tipinde birimlerin eşit çizilmesine ilişkin matematiksel söylemlerden sonra öğrencilerin göstermiş olduğu bu rutin davranış döngüsü, veri işleme öğrenme alanındaki tablo, grafik vb. görsel aracıların çizilmesinde görüldüğü gibi geometri öğrenme alanındaki dörtgenlerin çiziminde de görülmüştür. Bu bağlamda geometri eğitimine daha farklı yaklaşılarak, Cabri ve benzeri yazılımların olduğu dinamik ortamların hazırlanmasıyla tümdengelimci bir yapıdan tümevarımcı yeni bir bakış açısı getirilebilir (Güven ve Karataş, 2005). Bu bakış çatısı altında, pergel ve çizgeç kullanılarak oluşturulan görsel araçlardan geometrik yapıların inşa edilmesinin öğretmen merkezli değil, öğrenci merkezli inşalar olması gerektiği önerilmektedir (Erduran ve Yeşildere, 2010). Başka bir bir ifadeyle öğrencilerin matematiksel içerik hakkında kendi aralarında konuşmalarını sağlayıcı ve matematiksel düşünmelerini ifade edebileceği öğrenme ortamları hazırlanmalıdır (Oikkonen, 2009; Perwitasaria ve Surya, 2017). O halde pergel, açı ölçerin doğru kullanımı hakkında öğretmen söylemlerinin ağırlıkta olduğu *Öğretmen* söylem tipi uygunken, görsel aracının oluşturulurken ise öğrencilerin matematiksel söyleme katılabileceği ortamların oluşması gerektiği düşünülmektedir.

Görsel aracılara ilişkin öğrencilerin matematiksel söyleme katılma durumu açısından farklılık olabileceği gibi, öğretmenin söylemlerinde anlamsal bir farklılık olduğu belirlenmiştir. Örneğin soru/problem çözümünde matematiksel düşünceleri açıklarken kitaptan okunarak işlemlerin takip edilebileceği gibi öğretmenin kendisinin de açıklamalar yaptığı görülmüştür. Bu bağlamda *Öğretmen* söylem tipini yansıtan ve en küçük yapıtaşları olan göstergeler arasında matematiksel söylemlerin oluşumunda anlamsal bir farklılık olduğu söylenebilir. Benzer şekilde matematiksel söylemin yatay boyutunun ilk aşaması olan motivasyon aşamasında, öğretmen hiç bir motive edici söylem kullanmadan doğrudan terimle başladığı gibi, kendisinin dinlenilmesi için motive edici söylemlerle de başlayabilmektedir. Diğer yandan *Öğretmen* söylem tipinde, matematiksel fikirlere öğretmenin daha çok ulaştığı öğrencilerin dinleyici konumunda olduğu belirlenmiştir. Matematiksel zeminin tüm ögelerinde (terminoloji, görsel aracı, soru/problem çözümü) öğrencilerin matematiksel fikirlere tam olarak ulaşamadığı görülmüştür. Örneğin terminoloji ve soru/problem çözümü kapsamında öğretmenin terim, sembolle ile ilgili anlatıklarını ya da çözüm stratejisini açıkladıktan sonra özetleme yaparak söylem matematiksel fikirlere ulaşıldığı belirlenmiştir. Benzer şekilde Kalathil (2004), özetleme ve tekrarı matematiksel söylemin tüm aşamalarında oluştuğunu ifade ederken; bu araştırmada ise bu söylem göstergeleri *Öğretmen* söylem tipinde, matematiksel fikirlere ulaşma aşamasındaki matematiksel söylemlerin oluşumunda görülmüştür.

Öğretmen söylem tipinin yatay boyutlarından biri olan matematiksel fikirlere ulaşırken her bir zemine ilişkin öğretmenin tavsiye ya da uyarıya ilişkin söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Sfard (2001), bir pozitif sayı ile negatif sayını çarpımından örnek vererek öğretmenin tavsiye vermesinin ya da öğrencilerin düşünmesi için kendi haline bırakılmamasının bir ikilem olduğunu dile getirmiştir. Bu araştırmada da soru/problem çözümünde çözüm stratejisinin uygulanması hakkında öğretmenin tavsiye ve uyarıya ilişkin matematiksel söylemlerinin oluşması, öğrencilerin düşünmesine fırsat vermemektedir. Ayrıca öğretmenin bazı tavsiye ve uyarıya ilişkin matematiksel söylemlerinin bir büyük nasihatinde olduğu görülmüştür. Örneğin soru/problem çözümünde öğretmenlerin soruların Türkçe anlaşılması için uyarılarda bulunduğu görülmektedir. Bu söylem göstergelerinde öğretmenlerin "kitap okuyun" "okuduğunuzu anlayın" gibi söylemleri göze çarpmaktadır. Öğretmenlerin soru/problem çözümünde bu durumu göz önünde bulundurması, ulusal alanyazındaki bazı çalışmalarla sorunun daha iyi anlaşılması açısısından benzerlik göstermektedir (Kabael, Ata-Baran, 2016; Özpınar ve Arslan, 2017). Bu duruma Ubuz (2017), öğrencilerin Türkçe derslerindeki dil bilgisi konuları ve matematik dersleri arasında ilişki kurularak matematiksel ifadelerin ne anlama geldiği üzerine öğrencilerin düşünmesi sağlanabileceğini ifade etmiştir. Örneğin “dikdörtgenin tüm özellikleri, tüm paralelkenarlar için geçerlidir” ifadesindeki “tüm” kelimesinin ne anlama geldiği bu derslerde tartışılması olarak öneri getirmiştir. Görüldüğü gibi, matematiksel kelimelerin Türkçe olarak anlaşılmasına önem verilmektedir. Bu araştırmada da soruların Türkçe olarak anlaşılmasına yönelik tavsiye vermeye ilişkin matematiksel söylemler, *Öğretmen* ve *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde fikirlere ulaşma aşamasında görülmektedir.

Öğretmen söylem tipinde soru/problem çözümünde matematiksel fikirlere ulaşırken neyin gerekli olduğuna karar verme ve ardışık kural söylem göstergelerinden, öğrencilerin soru çözümü için strateji üretmediği, öğretmenin çözüm yollarına uyması gerektiği anlaşılmaktadır. Benzer şekilde *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde de soru/problem çözümünde matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmenin ezbere bilinmesi gereken yerlere vurgu yaptığı görülmektedir. Öğretmenin söylemlerinde soruyla, terminolojiyle ilgili ezbere bilinmesi gereken yerlere çok açık bir şekilde vurgu yaptığı anlaşılmaktadır. Ancak alanyazında matematik derslerinde öğrencilerin nedenlerini bilmedikleri kuralların ezberletilmesinin, öğrencilerin matematiği zor bir ders olarak görerek çoğunun matematikten soğumasına yol açtığı bilinmektedir (Boz, 2008). Bu nedenle soru/problem öğrencilerin matematiği ezberlemeden neden-sonuç ilişkilerini kendilerini kurabilecekleri matematiksel söylemler kulanılmalıdır. Nitekim matematik derslerinde kullanılan örneklerin incelendiği çalışmada, öğrencilerin genelleme ya da ezberleme eğiliminde oldukları örneklerin kullanıldığı; ders kitaplarında/öğretmenlerin söylemlerinde zengin örneklerin yer alması gerektiği vurgulanmıştır (Vural-Ören ve Kula, 2019). Bu araştırmada da *Öğretmen* söylem tipindeki matematiksel söylemler oluşurken, günlük hayattan örneklerin oldukça az sayıda verildiği belirlenmiştir. Araştırmanın bulgularında yer alan bu göstergelere ilişkin tablolardaki frekans değerleri bu durumu destekler niteliktedir. Örnek vermenin az olduğu gibi sınıfa getirilen materyallerle (kesir kartları, çalışma kağıdı vb.) de ilgili matematiksel söylemlerin oldukça az sayıda oluştuğu belirlenmiştir. Görüldüğü gibi öğrencilerin matematiği ezberlemeden ve genellemeden anlamlı bir şekilde öğrenebilmesi için *Öğretmen* söylem tipi kullanılmış olsa bile, öğretmen de matematiksel söylemlerinde zengin örnekler kulllanılmalıdır. Çünkü öğretmenin matematiksel söylemleri aşırı bilimsel olursa matematiksel anlayışın o kadar soyut olacağı; günlük yaşamla ilişkilendirilirse matematiği anlamanın da değişeceği düşünülmektedir (Gutiérrez, Sengupta-Irving ve Dieckmann, 2010). Çünkü öğrenciler matematiksel iletişime geçerken günlük dili ve matematiksel söylemi bir arada kullanır (Moschkovich, 2003). Sfard (2001) ise matematiksel iletişime daha farklı yaklaşarak, matematiksel söylemlerde terimleri doğrudan ifade etmek yerine ayrıntılı tanımlamaları olan meta-söylemsel kuralların iletişimin (Örnek: Üçgene üçgen demek yerine, üçgen tanımını içeren ifadeyi matematiksel söylemlerde kullanmak) niteliğini artırdığını ve yeni meta söylemsel kurallar üretmenin öğretmenin elinde olduğunu ifade etmektedir. Matematiksel söylemin doğasının ele alındığı bu araştırmada ise *Öğretmen* söylem tipinde, öğretmenin ayrıntılı tanımlamaları kendisinin yaptığı belirlenmiştir. *Öğretmen* söylem tipinin terminoloji zemininde, öğrencilerin matematiksel tanımlara ulaşmasına fırsat verilmediği için matematiksel iletişimin nitelikli olduğu söylenemez. Koç (2006) ise yaptığı çalışmada, yapılandırmacı sınıflarda etkileşim açısından öğrencinin rolünü önbilgiyi, araştıran sorgulayan ve analiz eden olarak belirlemiştir. Ancak bu araştırmada *Öğretmen* söylem tipinde terminoloji zeminindeki söylemlerde, matematiksel bilginin var olan değişmez bir bir bilgi olduğuna ilişkin söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Dolayısıyla *Öğretmen* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşmasında, öğretmenin matematiğe felsefesik bakışı, matematiksel inancı gibi faktörlerin olduğu akla gelmektedir.

Öğretmen söylem tipinde matematiksel söylemler incelendiğinde, öğretmenin baskın ve otoriter söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Cobb, Gresalfi ve Hodge (2009), öğretmenin otoritesinin öğrencilerle paylaşılan bir otorite ya da sadece öğretmenin sorumluluğunda olan bir otorite olduğunda öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasının farklı olduğu sonucuna varmıştır. Bu bağlamda bazı sınıflarda öğrencilerin matematiksel söyleme daha çok katılmasıyla akıl yürüterek çözüm yöntemleri geliştirdikleri; bazılarında ise kurallara uygun problem çözdükleri belirlemişlerdir. Burada paylaşılan sorumluluğu, öğretmen ve öğrencilerin birlikte argümantasyonlara katılması olarak; sadece öğretmene ait sorumluluğu ise öğretmenin öğrenci cevaplarının kurala uygun olmadığını belirlemesi olarak açıklamışlardır. Benzer şekilde bu araştırmada da *Öğretmen* söylem tipinde öğrencilerle paylaşılmayan bir otorite hakim olup; öğretmenin söylemlerinde kurallar açıklanmakta; öğrencilerin bu kurallara uyulması beklenmektedir. Diğer yandan *Öğretmen* söylem tipinde matematiksel zeminlere ilişkin otoriter söylem tiplerinin oluşması, öğretmenin matematiksel inancı ile ilişkili olabilir. Nitekim Kanadlı ve Sağlam (2016), öğretmenlere verdikleri diyolojik öğretimle ilgili hizmet içi eğitimden önce,öğretmenlerin otoriter söylemler kullanmalarını öğretmen merkezli inançlara sahip olmalarıyla; eğitimden sonra diyalojik söylem kullanmalarını öğrenci merkezli inançlara sahip olmalarıyla açıklamıştır. Ayrıca Handal (2003) yaptığı çalışmada çok sayıda öğretmenin matematiği kurallar ve prosedürler zinciri olarak görerek öğrencilerin de deneyimlerin ezberlenmesiyle öğreneceği sonucuna varmıştır. Toluk-Uçar (2011) ise bu durumu, matematik öğretmeni adaylarının matematik dersinde kurallara dayalı anlatım yapmasını, adayların matematiksel bilgilerinin kurallara dayalı olmasından kaynaklanabileceği şeklinde açıklamıştır. Benzer bu şekilde bu araştırmada da *Öğretmen* söylem tipinde kurallara dayalı anlatım yapılması, öğretmenin matematiksel bilgilerinin nasıl olduğuyla ilişkili olabilir. Ayrıca matematiksel fikirlere ulaşırken kuralların önemine vurgu yaparak yapılacak hatalara karşı uyarıda bulunması öğretmenin matematiği kurallar ve prosedürler olarak algılaması ile ilişkili olabilir. Ayrıca öğretmenin matematikte bazı kavramların ezbere bilinmesinin ya da bol soru çözülmesinin öğrenmede kalıcılığı artıracağını ifade etmesi de *Öğretmen* söylem tipine yön vermiştir. Dolayısıyla söylemlerdeki bu bakış açısının da öğretmenin matematiksel inanışı ile ilgili olduğu söylenebilir. Blanke (2009), çalışmasının sonucunda öğretmenin inancının, hareketinin ve öğretime yönelik uygulamalarının matematiksel söylemlerine yansıdığını belirlemiştir. Kang ve Kim (2016), öğretmenin inancının matematiksel konuşmalarına yansıdığını dolayısıyla öğretime yönelik uygulamalarına da yansıdığını bulmuştur. Nitekim matematiksel inanışla ilgili yapılan diğer çalışmalarda da öğretmenlerin matematik öğretme pratiklerinde inanışın etkili olduğu ve uygulama sürecini etkilediği sonucuna varılmıştır (Chen, 2008; Cross, 2009; Kul ve Çelik, 2017). Ayrıca matematiksel söylem de, sadece konuşma, etkileşim, düşünme, okuma, yazma gibi eylemleri içermemekte aynı zamanda matematiksel değerler, inançlar ve bakış açısını içermektedir (Moschkovich, 2003).

5. 2. 2. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinde Yatay Matematiksel Söylem Aşamalarının Tartışılması

Ünlü matematikçi Pisagor *"En eski ve en kısa kelimeler olan 'evet' ve 'hayır' konuşulurken en çok düşünülerek kullanılması gereken kelimelerdir*" söylemiyle (URL-1, 2019) bu cevaplarda aslında bir derinlik olduğunu kastetmektedir. Nitekim *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde de bu kelimelerin, öğretmenin sorusu üzerine öğrenciler tarafından oldukça sık kullanıldığı görülmektedir. Pisagor'un ifade ettiği gibi, öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını sağlayan bu kelimeler, üzerinde düşünülerek cevap verilmesi gereken kelimelerdir. Ancak doğal ortamda gözlem yapılan bu araştırmada öğrencilerin bazen ilgili matematiksel zemin üzerinde çok düşünmeden bu kelimeler aracılığıyla matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Ayrıca soru/problem çözümünde "evet", "hayır" şeklindeki cevaplardan biraz daha düşündürücü nitelikte olan "doğru", "yanlış"; "var", "yok" cevaplarla da aynı anda öğrenciler matematiksel söyleme katılmaktadır. Way de (2008) yaptığı çalışmada öğretmenin matematik dersinde soru sorma stratejilerinin önemli olduğunu ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerini tetiklediği sonucuna ulaşmıştır. Ancak Cumhur ve Güven'in (2018), ortaokul matematik öğretmeni adaylarının soru sorma amaçlarının inceledikleri çalışmada ise, öğretmen adaylarının öğrencilerle olan diyaloglarını kısa tuttuğu ve öğrencilerin matematiksel düşüncelerini derinleştirmelerine fırsat vermediği sonucuna ulaşmıştır. Bu durum, öğrencilerin ön bilgilerini kontrol etmeye yönelik soru tiplerine daha çok ağırlık vermesi, sorgulama ve kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik soru tiplerini çok kullanmadığı ile açıklanmıştır. Benzer şekilde *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde de ön bilgileri hatırlatmaya ya da öğretmenin söylediklerini onaylatmaya yönelik matematiksel söylemlerin oldukça sık kullanıldığı söylenebilir. Bu açıdan bakıldığında, *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde, terminoloji kapsamındaki soruların yenilenmiş Bloom taksonomisine göre bilişsel açıdan hatırlatma düzeyinde; bilgi boyutu açısından olgusal ve kavramsal düzeyinde sorular olduğu daha çok görülmektedir (Bloom, 1956). Nitekim bu sonucun öğretmenlerin soru sorma davranışlarıya ilgili 2000-2018 arasında ulusal yapılan çalışmaları derleyen araştırma ile benzerlik gösterdiği görülmektedir. Öğretmenlerin Bloom taksonomisinin üst düzey düşünme seviyesindeki soruları, alt düzey düşünme seviyesindeki sorulara göre derslerinde daha az kullanıldığı belirlenmiştir. Başka bir ifadeyle tek ve kısa cevap içeren kapalı uçlu soruların açık uçlu sorulara göre daha çok kullanmaktadır (Çalık ve Aksu, 2018). Ayrıca *Öğretmen-Sınıf* söylem tipindeki diğer matematiksel zeminlerden biri olan soru/problem çözümünde öğretmenin öğrencilere sorduğu sorular biraz daha farklılaşarak basit düzeyde sorular olduğu belirlenmiştir.

Görüldüğü gibi *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin oluşmasında farklı soru sorma stratejilerinin kullanımı daha çok etkili olmaktadır. Öğrencilerin aynı anda katıldıkları matematiksel söylemlerinin bu soru sorma stratejilerine göre değiştiği belirlenmiştir. Öğretmenin kullandığı soru sorma stratejileriyle ilgili alanyazındaki bir çok çalışmada da, sorulan soruya göre öğrencinin cevabının farklılabileceği, dolayısıyla sınıf içinde farklı söylemlerin oluşabileceği sonucuna ulaşılmıştır (Gall, 1970; Klinzing, Klinzing-Eurich ve Tisher, 1985; Brock, 1986; Ek-un, 1990; Singto, 1995; Boaler ve Brodie, 2004); Günel, Kıngır ve Geban, 2012; Naz, Khan, Khan, Daraz ve Mujtaba, 2013; Furtak, Bakeman ve Buell, 2018; Paoletti, Krupnik, Papadopoulos, Olsen, Fukawa-Connelly ve Weber, 2018). Bu araştırma da *Öğretmen-Sınıf* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumunda diğer söylem tiplerinde olduğu gibi soru stratejilerine göre öğrencilerin matematiksel söylemlerin farklılık gösterebileceği bulunmuştur. Nitekim Rezvani ve Sayadi'nin (2015), farklı soru sorma stratejilerini (düşük, orta, yüksek ve daha ileri seviyedeki soru tipleri) belirledikleri çalışmada da öğretmenlerin kullandığı stratejilere göre öğrencilerin söylemlerinin değişebileceğini bulmuşlardır. Suk-a-nake, Heaton, Chantrupanth ve Rorex (2003), sınıf içi etkileşimlerde öğretmenin farklı soru sorma stratejilerinin önemli olduğunu; *gerçek yaşam durumlarındaki prosedürleri içeren, evet-hayır şeklinde cevap verilebilen, yorumsal, kavramsal vb. gibi biraz düşündürücü ifadeler içeren* sorular olmak üzere öğretmenin kullandığı üç soru tipi olduğunu belirlemişlerdir. Bunlardan ilki bu araştırmadaki cevabı bilinen soru tiplerine karşılık gelmektedir. Kitapta ya da soruda yazılanın sorulduğu; sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılarak cevabı belli olan soruya karşılık verdiği belirlenmiştir. İkincisinin ise öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı “Evet-Hayır” tipindeki cevaplarla ve onaylayıcı/yönlendirici soru tipleriyle örtüştüğü belirlenmiştir. Ancak yönlendirici soru tiplerine verilen cevapların “var-yok” şeklinde çeşitlilik gösterdiği belirlenmiştir. Üçüncüsünün ise, bu araştırmada, öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması için öğretmenin kullandığı basit düzeyde soru sorma stratejileri ile kısmen örtüştüğü söylenebilir. Çünkü öğretmenin basit düzeyde soruları içeren matematiksel söylemleri incelendiğinde, öğrencilerin işlemin sonucunu söyleme, matematiksel terimin yapısındaki bileşenleri söyleme gibi basit düzeyde cevaplar verdiği görülmektedir. Ayrıca Mason (2000) çalışmasında, farklı matematiksel sorma stratejilerinin kullanımının öğrencilerin matematiği öğrenirken içselleştirmesinde farklı olacağını bulmuştur. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumunda da öğretmen farklı soru sorma stratejilerini kullandığında, öğrencilerin cevapları arasında da bir farklılık oluşmaktadır. Dolayısıyla *Öğretmen-Sınıf* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumunda anlamsal derinlilik açısından bir seviye oluştuğu belirlenmiştir. Bu bağlamda soru sorma stratejilerinin etkili kullanıldığı öğrencilerin daha derinsel matematiksel düşünmelerini sağlayacak matematiksel söylemler kullanılmalıdır. Diğer yandan Zolkower ve Shreyar (2007) yaptıkları çalışmada öğretmenin tüm sınıfa moderatörlük ettiği otoriter tarz söylemlerin, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini sağlaması açısından elverişli görünmediği sonucuna ulaşmıştır. Dolayısıyla matematik sınıflarında *Öğretmen-Sınıf* söylem tipini kullanmak isteyen öğretmenin otoriter tarz söylemlerden uzak, öğrencilerin katılımını sağlayan soru sorma stratejilerini bilmesinin ve geliştirmesinin yararlı olacağı düşünülmektedir. Bills (2000) ise matematik dersinde öğretmenin sorduğu soruya cevap veren öğrencinin cevabı dikkate alınarak öğretmenin farklı soru sorma stratejileri geliştirebileceğini ifade etmiştir. Yılmaz (2019) ise ortaokul matematik öğretmenlerin derslerde soru sormalarına yardımcı olan ögeleri belirlediği yaptığı doktora tezinde, *basılı kaynak materyalleri, bilgi teknolojisi, analojiler, gerçek hayat örnekleri, öğretmen çizimleri, öğrencilerin fikirler* olmak üzere altı araç olduğunu belirlemiştir. Ayrıca öğretmenlerin yönlendirici, sorgulayıcı ve olgusal sorular kullandığını tespit etmiştir. Buna ilaveten çalışmaya katılan öğretmenlerin soru çeşitlerinin birbirine benzer olduğu ancak öğretmenlerin kullandıkları soruların karakteristikleri birbirinden farklı olduğu sonuca ulaşmıştır. Nitekim bu araştırmada da *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin oluşmasında öğretmenin sorduğu soruların etkili olduğu ve bazı öğretmenlerin dersinde bu söylem tipine ilişkin matematiksel söylemlerin daha çok oluştuğu görülmüştür.

Öğretmen-Sınıf söylem tipinin bazı öğretmenlerin dersinde daha çok oluşması, öğretmenin matematiksel söylemlerdeki karakteristik özellik ile açıklanabilir. Nitekim Akyüz (2014) çalışmasının sonucunda sosyomatematiksel normların oluşmasında ve şekillenmesinde öğretmenin yönlendirici etkisinin olduğunu ifade etmiştir. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipine yönelik matematiksel söylemlerin oluşmasında öğretmenin söylemlerdeki karakteristik özelliklerin yanı sıra sınıf kültürünün etkili olduğu söylenebilir. Çünkü sosyomatematiksel normlar, her bir sınıf toplumu tarafından oluşturulduğu için bir sınıftan diğerine farklılaşabilmektedir (Kozaklı, 2015). Dolayısıyla bu araştırmada da, diğer söylem tiplerine *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin oluşmasında her sınıfın kendine ait kültüründen dolayı sosyomatematiksel normların daha çok etkili olduğu görülmektedir. Sosyomatematiksel normların oluşmasında öğretmenin rolü ise, kendi sınıfının kültürünü tanıyarak motivasyon aşamasında öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını sağlaması olabilir. Dolayısıyla öğretmen, öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını sağlayacak söylem göstergelerini sınıfın kültürüne uyarlayarak kullanmalıdır. Nitekim Güven ve Dede (2017) yaptıkları çalışmada matematiksel söylemi kapsayan problemlerden, çözümlerden, açıklamalarda, yorumlardan farklı olan sınıf içi normların belirlenmesiyle sosyal etkileşimi sağlayan örtük ve açık göstergelerinin ortaya çıkmasını sağladığı sonucuna varmışlardır. Ayrıca Yackel ve Cobb (1996) yaptıkları çalışmada sosyomatematiksel normların matematiksel argümantasyonları ve öğretmen-öğrenci için öğrenme fırsatlarını düzenlediğini göstermişlerdir. Görüldüğü sosyomatematiksel normlar, sadece öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı *Öğretmen-Sınıf* söylem tipiyle ilişkili değildir, ama bu araştırmada sınıfın kültürüne ilişkin özellikleri içerdiği için bu söylem tipiyle daha çok ilişkili olduğu söylenebilir. Gözlem yapılan bazı matematik sınıflarında tutulan alan notlarından da bazı sınıftaki öğrencilerin söylemlerinin *Öğretmen-Sınıf* söylem tipine eğilimli olduğu görülmüştür. Stubbs (1983) bu durumu, bir çok kültürün kendine özgü farklı kavramları olabildiğini ifade ederek açıklamıştır. Moschkovich (2003) çalışmasında, matematiksel tanımların bile kültürel bağlamda farklılık gösterebileceğini bulmuştur. Meaney, Trinick ve Fairhall (2012) ise matematiksel öğrenmenin geleneksel kültüre dayalı olduğunu ve bu kültüre göre öğrencilerin söyleme katılımının desteklendiğini vurgulamıştır. Bu araştırmada da her sınıfın kendine ait kültürünün, öğretmen ve öğrenciler arasındaki matematiksel söylemlerin oluşumuna yön verdiği bu nedenle de bazı sınıflarda belli söylem tiplerinin daha çok oluşmasının şaşırılmaması gereken bir durum olduğu söylenebilir.

Öğretmen-Sınıf söylem tipine yönelik oluşan matematiksel söylemlerin oluşması için bir diğer belirleyici faktör, diğer söylem tiplerinde olduğu gibi matematiksel söylemin yatay boyutunun (motivasyon) ilk aşamasındaki öğretmenin söylemleridir. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde, tüm zeminlerde yatay boyutun ilk aşamasında (motivasyon) öğretmen hedeften haberdar ederek öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını sağlamıştır. Öğrencileri, hedeften haberdar ederek matematiksel söyleme katılmasını sağlamak diğer söylem tiplerinde de görülmektedir. Nitekim Karakuş ve Yeşilpınar (2013), matematik dersinde uygulanan etkinliklerin ve matematik dersindeki ölçme değerlendirme sürecini, öğretmenin söylemleri ve davranışlarını 10 saatlik video kaydıyla altıncı sınıfta gözlemlemişlerdir. Bu çalışmanın bulgularında, hedeften haberdar etmeyi öğretim hizmetinin niteliğini artıran bir değişken olarak belirlemişlerdir. Matematiksel söylemlerin oluşumunu inceleyen bu araştırmada da öğrencilerin matematiksel söyleme katılacağından öğrencilerin haberdar edilmesi, öğrencilerin matematiksel söyleme katılması açısından matematik öğrenme-öğretme sürecinin niteliğine katkı sağladığı söylenebilir. Diğer söylem tiplerinde yeni konuya geçiş, daha sonraki yıllarda görüleceği, müfradatta olup olmaması gibi genel bir habardar etmeye yönelik söylemler varken; *Öğretmen-Sınıf* söylem tipindeki haberdar etme, öğretmenin sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasına çağrı yapar nitelikte bir haberdar etmedir. Örneğin görsel aracı zeminde, sınıfla birlikte çizim yapılmasına ilişkin haberdar etmeye yönelik göstergede, öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması için öğretmenin öğrencileri motive ettiği görülmüştür. Dolayısıyla buradaki haberdar etme göstergesi diğer söylem tiplerinde görülen haberdar etmeden farklı olarak öğrencilerin birlikte aynı anda matematiksel söyleme katılması yönündedir. Ayrıca haberdar etme gibi bazı söylem göstergelerinin *Öğretmen* söylem tipinde de yer aldığı belirlenmiştir. Bu bağlamda *Öğretmen* söylem tipi ve *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde, öğretmen görsel aracıyı çizerken/yaparken motivasyon aşamasında öğretmenin çizimleri, modellemeleri kendisinin yapacağına ilişkin söylemlerinin olduğu görülmüştür. Örneğin *Öğretmen* söylem tipinde öğretmenin "...modelleyeceğim", *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde öğretmenin *"koordinat sisteminde size göstereyim"* şeklinde söylemlerle görsel aracıyı kendisinin oluşturacağına ilişkin söylemlere öğrencileri motive ettiği görülmektedir. Ancak motivasyon aşamasında bu iki söylem tipinde öğretmenin benzer matematiksel söylemleri yer alsa da, matematiksel söylemlerin oluş şekli tamamen farklıdır. Bu durum, matematiksel söylemin ikinci yatay boyutu olan matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında daha da belirginleşmektedir. Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında, sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması, diğer aşamalardan daha çoktur. Alanyazında yer alan ve *Öğretmen-Sınıf* söylem denk gelen büyük grup tartışmalarının bu aşamada şekillendiği söylenebilir. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin kullanım amacı küçük grup tartışmalarından büyük grup tartışmalarına geçişte (Baki, 2014a) olabileceği gibi büyük grup tartışmaları, öğrencilerin daha spesifik çözüme ya da matematiksel fikre odaklanmasını ve bireysel düşünmesi için zihinsel hazırlık yapmasını sağlamak için de kullanılmaktadır (Cengiz, Kline ve Grant, 2011). Matematik dersinde öğretmen ve öğrenci etkileşimlerini küçük grup ve büyük grup olarak incelenen başka bir çalışmada ise, küçük gruptaki matematiksel söylem kimliklerinin büyük gruptaki özellikleri etkilediği sonucuna ulaşmıştır (Wood, 2013). Ayrıca büyük grup ya da küçük grup tartışmalarının eğitimsel amaçları ile konuşma türleri arasındaki ilişkiye oldukça zaman ayrılmalıdır (Mercer ve Howe, 2012).

5. 2. 3. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinde Yatay Matematiksel Söylem Aşamalarının Tartışılması

Öğretmen ile bir öğrenci arasında oluşan matematiksel söylemlerin başlaması için öğretmen veya öğrencinin matematiksel söylemi başlatması gerekmektedir. Bu bağlamda matematiksel söylemin yatay boyutunun ilk aşamasındaki (motivasyon) söylemlerde öğretmen ya da öğrencinin söylemleri görülmektedir. Artzt, Armour-Thomas, Curcio ve Gurl (2015), motivasyona yönelik söylemleri, öğrencilerin matematiksel görevlere katılması için cesaretlendiren, ders süreci dikkatlerini sürdüren matematik öğrenme sürecinde anahtar bir bileşen olarak ifade etmişlerdir. Matematiksel söylemin doğal yapısının ele alındığı bu araştırmada da, motivasyona yönelik söylemler, söylem öbeklerini başlatan ve beraberindeki diğer söylemleri harekete geçiren söylemler olarak belirlenmiştir. Diğer söylem tiplerindeki matematiksel söylemlerin oluşumundan farklı olarak *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipindeki söylem öbeklerinin başlaması, öğretmen veya bir öğrencinin matematiksel söylemleriyle olmaktadır. Bu söylem öbeklerinin bir kısmı, terminolojiye (f=48); görsel aracıya (f=17) ve soru/problem çözümüne (f=210) ilişkin öğrencilerin anlamadıklarını sormasıyla başlamıştır. Dolayısıyla öğrencilerin de bu söylem öbeklerini başlatarak *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumunda öğrencilerin de rolünün olduğu görülmektedir. Viirman (2015) ise bu araştırmada olduğu gibi, matematiksel söylemin karaketeristik yapısından yola çıkarak öğretmenin matematiksel söylemleri başlatan motivasyona ilişkin rutinler belirlemiştir. Bu rutinler matematiğin yararına, doğasına, mizahi anlayışına ilişkin ve sonuç odaklı motivasyon söylemleri olmak üzere dört bileşenden oluşmaktadır. Nitekim matematiksel söylemlerin doğasının ele alındığı bu araştırmada da öğretmenin matematiğin yararından, doğasından ve mizah anlayıştan bahsederek öğrencilerin dikkati çekmesi, *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumunda kullanıldığı gibi diğer söylem tiplerinin oluşumunda kullanılmaktadır. Ancak sonuç odaklı motivasyon söylemlerinden biri olan sınavda hangi tarz soruların çıkıp çıkmayacağına ilşkin matematiksel söylemlerin daha çok *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipindeki söylemlerde görüldüğü ve bu göstergeye ilişkin söylemlerin oluşumunda etkili bir faktör oynadığı belirlenmiştir. Ayrıca bulgularda yer alan matematiksel iletişim haritalarında bu gösterge turuncu renkle gösterilerek diğer motivasyon söylemleriyle iç içedir. Bu bağlamda öğretmen veya bir öğrencinin sınavda çıkacaklar üzerine matematiksel söylemi başlatması üzerine, matematiksel söylemin yatay boyutunun ikinci ve üçüncü aşamalarındaki matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Sonuç odaklı olan sınavda çıkacaklarla ilgili matematiksel söylemlerin oluşmasında öğretmenden daha çok öğrencilerin söylemleri başlatmasının etkili olduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin içsel motivasyonuyla matematiksel söyleme daha çok katıldığı söylenebilir.

Matematiksel söylemlerin doğasının ele alındığı bu araştırmada, öğrencilerin matematiksel söyleme katılma durumlarının öğrencileri motive eden matematiksel söylemlerle ilişkisi olduğu görülmektedir. Problem çözme süreçlerine ilişkin video kaydıyla gözlem yapılan çalışmada da, öğrencilerin problem çözmeye farklı katılım göstermeleri, problem çözmeye ilişkin düşük ya da motivasyonları ile açıklanmıştır (Abele, 1998). Öğretmen ve öğrenci arasındaki etkileşimi sağlayan matematiksel söylemlerin video kaydıyla gözlem yapıldığı başka bir çalışmada ise öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşimden öğrencilerin motivasyonuyla ilgili teorik çerçeve geliştirilmiştir. Bu teorik çerçeveye göre, öğretmenin düzenlediği sınıf içi organizasyonlarının etkili olduğunu ve sürekliliğini sağladığı sonucuna varılmıştır (Durksen, Way, Bobis, Anderson, Skilling ve Martin, 2017). Diğer yandan sınıf içi organizasyonların düzenlenmesiyle ilgili yapılan meta analiz çalışmasında ise; öğretmene, öğrenci davranışına, öğrencilerin sosyal-duygusal gelişimine ve öğretmen-öğrenci ilişkilerine odaklanılarak sınıf içi organizasyonların davranışsal, sosyal-duygusal, motivasyon ve diğer faktörlere etkili olduğu bulunmuştur (Korpershoek, Harms, de Boer, van Kuijk ve Doolaard, 2016). Nitekim bu araştırmada da sınıf içi organizasyonlarla sağlanan motivasyon söylemlerinin öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasını etkilediği ve söylem tiplerini şekillenmesine yön verdiği söylenebilir. Çünkü bu araştırmadaki bir ders içindeki matematiksel söylem öbeklerinin tamamı incelendiğinde, söylem tiplerinin belli bir sırayla gitmediği görülmüştür. O halde bir söylem tipinin diğer söylem tipini etkilemediği söylenebilir. Bu farklılığın nedeni, söylem öbeklerindeki motivasyon aşamasına ilişkin göstergelerin söylem öbeğinin şekillendirmesi ile açıklanabilir. Matematiksel söylemin yatay boyutu olan daha sonraki aşama olan matematiksel düşünceleri açıklamada da motivasyona yönelik söylemlerin etkileri görülmektedir. Örneğin terminoloji zeminde doğrudan terimle başlamaya ilişkin söylemlerin, matematiksel düşünceleri açıklamada terimin yapısı ve formülünü belirlemeye ilişkin söylemlerle arasında sıkı bağlar olduğu matematiksel iletişim haritalarında görülmektedir. Benzer şekilde diğer motivasyona yönelik oluşan matematiksel söylemlerle, matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki matematiksel söylemler arasında ilişki olduğu matematiksel iletişim haritalarından anlaşılmaktadır.

Matematiksel iletişim haritalarında dikkat çeken bir diğer bulgu da matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki söylem göstergelerinde görülmüştür. Kişiselleştirme-anoloji kullanma; işlem rutini ve işlem düzeni; soru çözümünde bilinen bir sayıdan yararlanma gibi söylem göstergelerinin matematiksel iletişim haritasında turuncu renkle gösterilmesinin nedeni, bu söylem göstergelerinin diğerleri ile iç içe olmasıdır. Benzer şekilde diğer söylem tiplerindeki matematiksel söylemlerin oluşumunda da, bu göstergeler görülmektedir. Ancak *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde diğerlerine bu söylem göstergelerine ilişkin matematiksel söylemlerin daha çok oluştuğu belirlenmiştir. Bu söylem göstergeleri matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında tek başına kullanılmaktan daha çok diğerleriyle birlikte kullanılmaktadır. Bu söylem göstergelerini anadilimizdeki mecaz anlam taşıyan söz sanatlarına benzetebiliriz. Söz sanatları, dilin etkili bir şekilde kullanılabilmesi için asırlar boyunca gerekli ve önemli olmuştur. Eski zamanlardan günümüze değin insanlar konuşmalarını ve yazılarını daha etkili kılabilmek adına söz sanatlarının gücüne başvurmuş ve bunları bilmeyi önemsemiştir (Selen, 2017). Nasıl ki söz sanatları Türkçe’ye anlam açısından zenginlik katarken bu göstergeler de matematiksel söylemin söz sanatlarıdır. Nitekim söz sanatları, analoji, metafor ve imgeler, birer düşünme aracı olarak düşünülerek matematiksel söylemlerde kullanılmakta ve matematiksel muhakemede önemli bir role sahip olmaktadır (English, 1997). Dolayısıyla matematiksel söylemin anlaşılması için bu ifadeler söylemlere derinlik ve zenginlik katmaktadır. Ayrıca matematiksel söyleme zenginlik katan matematiksel söz sanatlarını bu araştırmada bazı öğretmenlerin daha çok kullandığı belirlenmiştir. Bu durum da her öğretmenin matematiksel söylemlerinde kendine özgü bir karakteristiği olması ile açıklanabilir. Öğretmenin matematiksel söylemlerde kendine özgü karakteristik söylemlerle matematiksel söz sanatlarını kullanması, matematiksel söyleme zenginlik katmaktadır. Nitekim Manouchehri ve John (2006) yaptıkları çalışmada matematiksel söylemlerin anlamsal olarak zengin olmasının, öğrencilerin farklı yorum yapma ve anlamlanlandırmalarına katkı sağladığı sonucuna ulaşmıştır.

Öğretmen-Öğrenci iletişimini sağlayan matematiksel söylemler, matematik öğrenme-öğretme süreci ile yakın ilişkilidir (Umami, Budayasa, Suwarsono ve 2018). Öğretmen ve bir öğrenci arasında oluşan matematiksel söylemler, bir çok araştırmacı tarafından alanyazında “öğretmen ve öğrenci etkileşimi” adıyla ele alınmıştır. Çalışmalarının sonucunda, öğretmen ve öğrenci arasındaki etkileşimin niteliğini artırmaya yönelik değişkenler belirlemişlerdir (Bills, 2000). Dolayısıyla bu çalışmalarda, öğretmen ve bir öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerin karakteristik yapısına ilişkin sonuçlara ulaşılmamıştır. Bazen de öğretmen ve bir öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerden konunun öğretimi, matematiksel söylemlerin gelişimi, matematiksel kavram yanılgısı gibi spesifik durumlar belirlenmiştir (Heyd-Metzuyanim, 2013). Nitekim bu araştırmada da öğrencilerin önbilgilerinin, kavram yanılgılarının daha spesifik olarak *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde belirlendiği görülmüştür. Çünkü bu söylem tipinin yatay boyutlarını oluşturan matematiksel zemine ilişkin tüm göstergeler incelendiğinde, öğretmen ve bir öğrenci arasında matematiksel söylemlerden oluşmaktadır. Dolayısıyla matematiksel düşüncesini açıklayan öğrencinin yapmış olduğu hatalar, kavram yanılgıları diğer söylem tiplerine göre daha belirgin bir şekilde açığa çıkmaktadır. Örneğin bu söylem tipinin yatay boyutunun son aşamasında, soru/problem çözümünde aşırı genelleme; hatayı fark etme; doğruya-yanlışa dönüt verme gibi söylem göstergeleri oluşarak bir öğrencinin matematiksel söylemlerindeki ifadeler daha ön plana çıkmaktadır.

Öğretmen-Öğrenci söylem tipinde, öğretmen ve bir öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerde öğretmenin bir öğrenciye dönüt verirken bazı matematiksel söylemlerinde yanlış ya da eksiklikler olduğu belirlenmiştir. Öğretmenin yanlış ya da eksik matematiksel söylemlerinin öğrencilerin yanlış öğrenmelere sebep olabileceği düşünülmelidir. Bu nedenle öğretmenlerin söylemleri matematik öğrenme-öğretme sürecinde oldukça önemlidir. Bu durumu, Kabael ve Ata-Baran (2017) yaptıkları çalışmada matematiğin spesifik bir dil olduğu göz önüne alınarak matematik öğretmenlerinin söylemlerinin ayrı bir öneme sahip olması gerektiği şeklinde ifade etmişlerdir. Ayrıca Özpınar ve Arslan (2017) yaptıkları çalışmanın sonucunda, matematiksel iletişimin gelişmesi için matematik öğretmenlerinin öncelikle kendilerinin matematiksel dili doğru ve etkili kullanmaları gerektiğini görüşünde olduklarını belirlemişlerdir. Benzer şekilde matematiksel iletişimin nitelikli olması için tüm söylem tiplerinde öğrenciler de matematiksel dili doğru kullanmalıdır. Nitekim yedinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında matematiksel dilin incelendiği çalışmada da ilgili gerçek yaşam durumlarını matematiksel olarak ifade etmekte zorlandığı ve öğrencilerin bu öğrenme alanına yönelik matematiksel dili kullanma becerilerinin geliştirilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır (Akarsu-Yakar ve Yılmaz, 2017). Matematiksel söylemin doğal yapısının incelendiği bu araştırmada ise matematiğin kendine ait dili olan matematiksel zemine doğrudan odaklanılmamış ama terminolojinin yanlış kullanılması sonucu oluşan söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Ayrıca bazı söylem öbeklerinde, öğretmen ve öğrencilerin aralarındaki söylemlerde matematiksel terminolojinin doğru kullanılmasa da aralarında anlaştıkları ancak daha sonraki söylem öbeklerinde öğrencilerin anlaşılmayan yerleri öğretmene tekrar sordukları görülmüştür. Bu bağlamda terminolojinin yanlış kullanılıp anlaşılmayan yerlerin sorulmasıyla, matematiksel söylemin dikey boyutlarından biri olan *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipi oluşmaktadır. Ayrıca bu söylem tipinde, öğrencilerin tanım yaparken kullandığı matematiksel söylemlerde, matematiksel terimi tam olarak tanımlayamadığı belirlenmiştir. Nitekim Baki ve Çekmez (2012) yaptıkları çalışmada öğretmen adaylarının limitin tanımı anlamada zorluklar yaşadığını ve formal tanım yaparken yanlış anlamalar geliştirdiklerini belirlemişlerdir. Güçler (2013) ise, limit konusunun tanımlanmasına ilişkin matematiksel söylemlerle ilgili yaptığı çalışmada, öğretmen ve öğrenciler arasındaki söylemlerde tutarsızlık olduğunu bulmuştur. Öğretmenin "limit bir sayıdır", "limit bir süreçtir" gibi söylemleri eşgüdümlü kullanarak formal tanımlar yaptığını; ancak öğrencilerin tanım yaparken "limit bir süreçtir" anlatısına yoğunlaştıklarını tespit etmiştir. Bu durumu, her topluluğun kendine özgü matematiksel söylem özellikleri olabileceği ancak öğretmen ya da öğrencilerin matematiksel zeminin söylemin öğelerini kullanımındaki uyumsuzluğun iletişimin bozulmasına neden olması ile açıklamaktadır. Örneğin öğrencilerin limiti tanımlamaya ilişkin söylemlerinde "fonksiyon değerlerinin limite yaklaşması" olarak değil, "limitin sayıya yaklaşması" gibi iletişim bozukluğu içeren söylemlerin kullanıldığını belirlemiştir. Dolayısıyla öğretmen ve öğrenciler arasındaki matematiksel söylemlerde iletişim bozukluğuna sebep olabilecek anlatıların kullanılmaması gerekmektedir. English (1997), ise bu durumu iletişim bozukluğu olarak görmeyerek "fonksiyonun sıfıra yaklaşması" ifadesinin, "fonksiyon değerinin sıfıra yaklaşması" yerine kullanılmasını matematiksel söylemlerdeki söz sanatları ile açıklamaktadır. Ancak matematiksel söyleme anlamsal derinlik katan söz sanatlarının etkili kullanılarak matematiksel terminolojinin doğru kullanılması gerekmektedir.

Öğrenciler terminolojiyi yanlış kullandıklarında, öğretmenlerin öğrencilerin söylemlerini uygun şekilde yeniden düzeltmeleri gerekmektedir (Rubenstein ve Thompson, 2002). Bu bağlamda terminoloji, görsel aracı ya da iki bileşenin kullanılarak rutin haline geldiği soru/problem çözümünde öğrencilerin matematiksel söylemlerine öğretmen daha açıklayıcı dönütler vererek matematiksel dilin doğru kullanılması sağlanmalıdır. Açıl ve Zeybek (2017), öğrencilerin matematiksel dili kullanabilme ve öğretmenlerin bu kullananan dili fark edebilmesine yönelik yaptıkları durum çalışmasının verilerini, gömülü teori yaklaşımına uygun bir şekilde analiz etmişlerdir. Öğrencilerin matematiksel dili doğru ve anlaşılabilir bir şekilde kullanması, matematiksel düşüncelerini açıklarken öğrencilerin kullandıkları semboller, notasyonlar ve şekillerle belirlemişlerdir. Çalışmalarının sonucunda, öğrencilerin matematiksel dili kullanmada bazı sıkıntılar yaşadıklarını belirleyerek; matematiğin kendine ait yapısının ve bu yapıdaki kavramlar arasında ilişkilerin öğrenilmesinde matematiksel dilin önemli olduğu sonucuna varmışlardır. Nitekim bu araştırmadaki tüm söylem tiplerinde de matematiksel zeminin (dil) ögelerinin kendi içinde ilişkili olduğu belirlenmiş ve soru/problem çözümünde terminoloji ve görsel aracıya ilişkin söylemlerinin olduğu görülmüştür. Ayrıca terminoloji kapsamında ele alınan matematiksel sembollerle ilgili çalışmada, öğrencilerin soru/problem çözümünde matematiksel sembolleri üretmesi ve dönüştürmeleri gerektiğini vurgulanmıştır (Rubenstein ve Thompson, 2001). Dolayısıyla matematik dersinde öğrencilerin, matematiksel kelimeleri, sembolleri ve kavramları anlamalarını sağlamak için konuşma, dinleme, okuma ve yazma konularında teşvik edilmesi gerekir. Ayrıca matematik kavramlarının sözel, sembolik, grafiksel ve sayısal biçimleri arasında akıcı bir şekilde geçiş olması için görsel aracılardan bir kaçının bir arada (diyagram gibi) kullanılmasına teşvik edilmelidir (Thompson ve Chappell, 2007).

Görsel aracılardan biri olan paralelkenara ait farklı örneklerin çizilmesini ele alan Bayram ve Paksu (2018) çalışmalarında, öğrencilerin prototip örnekler çizdiğini, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare çizen öğrencilerin sayısının oldukça az olduğunu belirlemişlerdir. Bu sonuçtan hareketle öğrencilerin parelelkenara ait gerekli olan veya olmayan seçici özellikleri ayırt edemedikleri şeklinde yorum yapmışlardır. Bu araştırmada da beşinci sınıflarda eşkenar dörtgen çiziminde benzer durum belirlenmiş; öğrencilerin deltoid ile eşkenar dörtgeni birbiriyle karıştırdıkları tespit edilmiştir. Eşkenar dörtgenin baklava tipinde olacağı düşünülerek öğrencilerin zihinlerinde belli prototiplerin olduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında, öğretmenin bireysel dönüt vermesiyle öğrencilerin kareli kağıtlar üzerinde çizimlerini düzelttiği ve eşkenar dörtgene ilişkin gerekli olan/olmayan özellikleri tam olarak ayırt edemediği söylenebilir. Görüldüğü gibi, *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde görsel aracılarda oluşan bu bulgunun terminolojiyle de ilişkisi olduğu görülmektedir. Alanyazın incelendiğinde de görsel aracılar kapsamındaki dikdörtgen, parellelkenar vb. dörtgen çizilmesinin terimlerin özeliklerini belirleme gibi terminolojiye ilişkin göstergelerle ilişkili olduğu bulunmuştur (Türnüklü, Akkaş ve Gündoğdu-Alaylı, 2012; Fujita, 2012; Erşen ve Karakuş, 2013). Ulusoy ve Çakıroğlu (2017), görsel aracılardan biri olan parallelkenarın çizilmesini tanım yaparak inceledikleri çalışmada, öğrencilerin parallelkenarla ilgili aşırı genelleştirme yaptığını; yamuğu, paralelkenar olarak çizerek tanımladıklarını belirlemişlerdir. Öğrencilerin bu şekilde aşırı genelleştirme içeren tanımlar yapmasını, "paralelkenar" ve "paralel kenarlar" ın karıştırılmasıyla Türkçe'deki sözcüklerin sözdizimsel benzerlikleri ile açıklamışlardır. Nitekim bu araştırmada öğretmen ile bir öğrenci arasında bireysel dönüt vermeye ilişkin söylemler incelendiğinde, eşkenar dörtgen çiziminde "yamuk yamuk çizme" söylemiyle öğrencilere birebir dönüt verdiği belirlenmiştir. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde görsel aracılara ilişkin bu söylem göstergesindeki söylemlerin birebir dönüt vermesi açısından faydalı; ancak yamuğun günlük hayattaki anlamı ile matematiksel terim anlamı arasında farklı kullanılmasının öğrencilerin daha sonraki söylemlerinde kavram yanılgısına sebep olabilecek söylemlere yol açabileceği göz önünde bulundurulmalıdır. Öğrencilerin kavram yanılgıları, matematiksel fikirlere ulaşma aşamasındaki aşırı genelleme-kurallaştırmaya ilişkin göstergeyi oluşturan söylemlerle belirlenmiştir. Dolayısıyla terimlerin, günlük hayattaki anlamı ve matematiksel terim anlamı arasındaki farklılık öğretmen ve öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerin oluşumunu etkilemesine yön vermiştir. Ayrıca matematiksel söylemlerin oluşumunda, günlük yaşam ve matematiksel terim arasındaki farklılığın giderilmesi ve matematiksel söylemlerin daha rahat anlaşılması amacıyla, aynı anlama gelen ifadeler kullanıldığı görülmüştür. Öğretmen ve bir öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerde, gerek soru/problem çözümünde gerekse terminolojide aynı anlama gelen ifadelere ilişkin söylemlerin sıklıkla oluştuğu görülmektedir. Şekil 34'teki karikatür, bu söylemlerin oluşumunu dikkat çekici bir şekilde sunmaktadır.

Şekil 34. Matematiksel söylemlerin başka türlü ifade edilmesine ilişkin karikatür örneği (Özgür, 2019. s. 48).

Görüldüğü gibi, "yani..." "...ki" bağlacı ile matematiksel söylemlerde, söylenilmek istenilenler başka şekilde ifade edilmektedir. Nitekim matematiksel söylem ve anlam arasındaki ilişkide, söylemdeki kelimelerin birebir ifade edildiği gibi bilinen bir diğer kelime ifade edilebilmesi vardır (Morgan, 2005). Diğer söylem tiplerinin de oluşumunda kuşkusuz bu bağlaçlar kullanılmaktadır. Ancak öğretmen ve bir öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerde, bu söylemler diğer söylem göstergeleriyle iç içe geçen ayrı bir söylem göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Diğer söylem göstergeleriyle içe içe geçen bir diğer söylem göstergesi de işlem rutini ve işlem düzenine ilişkin matematiksel söylemlerdir. Öğretmen, matematiksel zemini öğrencilerin doğru kullanması için işlem rutine ilişkin açıklamalar yapmalıdır ancak öğrenci tahtada işlem yaparken önceliği bu açıklamalara vermemelidir. Nitekim matematik öğrenme ve öğretme sürecinde öğretmenin verdiği önceliklerin tahtanın nasıl kullanacağına ilişkin çok zaman ayırma, ders kitaplarını takip etme vb. durumlar olmasının Türkiye’de matematik öğrenme-öğretme sürecinde geleneksel matematik anlayışına sebep olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Noss ve Baki, 1996). Ancak bu araştırmada, gelenekselci bakış açısını yansıtan *Öğretmen* söylem tipinin sayısının (f= 303), *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipininin sayısından (f=1203) az olduğu görülmüştür. Öğretmen ve öğrenci rollerinin belirlendiği çalışmada ise, öğretmen-öğrenen ve öğrenen-öğrenen etkileşimin yapılandırmacı sınıflarda daha çok olduğu belirlenmiştir (Koç, 2006). Bu bağlamda, bu araştırmada öğretmen ile bir öğrenci arasında oluşan matematiksel söylemlerin, diğer söylemlerden daha çok görüldüğü dikkate alınırsa, ülkemizdeki matematik eğitimin anlayışının yapılandırmacı anlayışa yaklaştığının bir belirtisi olabilir. Ancak öğretmen ve öğrenci arasındaki bu matematiksel söylemler, öğretmenin kontrolünde olmamalıdır. Geleneksel matematik sınıflarda öğrencilerin söylediği her şeyin öğretmenin söylemleri arasında sıkıştırıldığı düşünülmektedir (Manouchehri ve John, 2006). Bu araştırmada da *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde öğretmenin öğrenciye verdiği dönütlerde öğrencilerin matematiksel söylemlerinin, öğretmenin matematiksel söylemleri arasında kaldığı belirlenmiştir. Bu aslında Cazden’in (2001) IRE döngüsüne kısmen benzemektedir. Al Dalan’ın (2015) doktora tezindeki bulgularda matematik dersinde bu döngünün öğretmen ile bir öğrenci ya da bir kaç öğrenci arasında (Öğretmen-Öğrenci; Öğretmen-Öğrenci; Öğretmen-Öğrenci…) arasında olduğu yer almaktadır. Bu araştırmada da benzer bir şekilde IRE döngüsü oluşmaktadır. Örneğin soru/problem çözümünde öğretmen sıradaki öğrenciye söz hakkı verir, öğrenci de bir kaç sayıyla ya da kelimeyle cevabı söyler, sonra da öğretmenin “tamam, şimdi sıra kimdeydi?” gibi söylemlerle dönüt verir. Ayrıca *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde, soru/problem çözümünde motivasyon aşamasına yönelik bu göstergeye ilişkin matematiksel söylemlerin diğerlerinden çok oluştuğu belirlenmiştir. Öğretmen, sıradaki ya da rasgele bir öğrenci kaldırdıktan sonra öğretmen ile tahtaya kalkan/söz alan öğrenci arasında gidip gelen matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Öğretmen ve bir öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerde, öğrencinin söylemini sonlandıran değil, devam ettiren söylemler olmalıdır. Doğru cevaba bu şekilde dönüt verildiği gibi yanlış cevaba da öğrencinin söylemini sınırlandıran söylemlerle bazen dönüt verildiği görülmüştür. Her ne kadar bu araştırmada *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin, diğer söylem tiplerinden fazla görünmesi yapılandırmacı anlayışı birazcık temsil etse de bu söylem tipinin şekillenmesinde iyileştirilmesi gereken yönlerin olduğu görülmektedir. Alrø ve Skovsmose’nin (2002) “Matematik eğitiminde diyolog ve öğrenme” adlı kitaplarında matematiksel iletişimin nitelikli olması için öğretmen ve öğrenciler arasındaki söylemlerin diyalog şeklinde olması gerektiğini ve diyalog şeklinde oluşacak söylemlerin bazı kriterlerinin olduğunu belirlemiştir. Bu kriterleri, İrdeleyen İşBirlikli Model (IC-Model) altında açıklamışlardır. İrdeleyen İşBirlikli Model'e göre bu kriterler; iletişim kurma; öğretmenin öğrencilerin matematiksel söyleme katılması için örnek vermesi/soru sorması; matematiksel terimlerin öğrencilerin bakış açısına göre tanımlanması; matematiksel düşüncelerini savunarak sesli ifade edilmesi; fikirlerini yeniden düzenleyerek bakış açılarının netleştirilmesi; yeni düşünceleri üretmelerini desteklemek için cesaretlendirilmesi; değerlendirmeyi sorgulamaya dayalı bir şekilde öğretmen ve öğrencilerin birlikte yapması olarak belirlenmiştir. Bu araştırmada bu kriterlerin *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipindeki söylem öbeklerinin kısmen görüldüğü ancak *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipindeki söylem öbeklerinin çoğunda görüldüğü belirlenmiştir. Örneğin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini savunması, her iki söylem tipinde görülmekte iken matematiksel fikirlerin netleşmesi *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde terminoloji kapsamındaki söylemlerde görülmüştür. Sedova, Sedlacek ve Svaricek (2016), yaptıkları çalışmada ise diyalojik söylem göstergelerini öğrencilerin gerekçelerle düşüncesini açıklaması, öğretmenlerin açık uçlu düşündürücü soruları, öğretmenin söylemi devam ettirici soruları, öğrenci tartışmalarının açılması olmak üzere dört göstergeyle açıklamışlardır. Öğretmenin söylemi devam ettirici sorularına yönelik göstergeyi öğretmen ve bir öğrenci arasında geçen söylemlerle açıklamış; öğrenci tartışmalarının açılmasına yönelik göstergeyi ise öğretmen ve birden fazla öğrencinin etkileşimli söylemlerle örnek verilmesi olarak açıklamıştır. Bu açıdan *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin kısmen diyalojik niteliğinde olduğu; *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin ise diyalojik niteliğinde olduğu söylenebilir. Aslında öğretmenler ve öğrenciler arasındaki söylemlerin diyalog nitelikli olabilmesi için zengin ve anlamlı bir matematiksel söylemlerin olması gerekmektedir (Piccolo, Harbaugh, Carter, Capraro ve Capraro, 2008). Bu bağlamda matematiksel söylemlerin ya da genel olarak söylemlerin bu şekilde nitelendirmesiyle diyalojik söylemlerin kapısı aralanmaktadır. Ateş, Döğmeci, Güray ve Gürsoy (2016), sınıf içi söylemlerin diyalojik ya da monolojik olup olmadıklarını araştırdıkları çalışmada ise, sınıf öğretmenlerinin Türkçe ve Sosyal Bilgiler derslerindeki söylemlerinin monolojik boyuta daha yakın olduğunu belirlemişlerdir. Ayrıca diyolojik söylemlerin gerçekleşebilmesi için, yapılacak ilk işin diyalojik söylemlerin o sınıfta var olup olmadığını belirlemek olduğunu önermişlerdir. Nitekim matematiksel söylemlerin oluşumunun incelendiği bu araştırmada da bazı sınıflarda öğretmenin otoriter söylemleri söylemleri olmasına rağmen, sınıftaki öğrencilerin birbirlerine matematiksel söylemlerine katıldığı ya da reddettiği belirlenmiştir. Dolayısıyla matematiksel tartışmaya açık sınıflarda *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipini daha da geliştirilmeli; açık olmayan sınıflarda sınıfın kültürü, öğretmenin ve öğrencilerin matematiğe tutumu, öğrencilerin matematiği öğrenmeye hazır bulunuşluğu vb. değişkenler araştırarak öğrencilerin birbirlerinin söylemlerine katılmasına ya da reddetmesine engel olabilecek temel sebepler araştırılmalıdır. Brookfield'e (2015) ise, *Öğretmen-Öğrenci* ve *Öğrenci-Öğrenci* söylem tiplerine ilişkin matematiksel söylemlerin oluşumundaki farklılığı şu şekilde açıklamıştır: Öğretmen ve söz verdiği öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerde, sorular, yorumlar, geri bildirimler yoluyla kendi sınıf arkadaşlarının nasıl anladığını ifade etmesini istenirken; öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemlerde ise öğrencilerin yeni fikirler üretmesi, fikirleri değerlendirmesi gibi daha üst düzey bilişsel becerilerin olması gerekmektedir.

Öğrenci-Öğrenci söylem tipindeki matematiksel söylemler, Sfard'ın ifade ettiği gibi meta söylem olarak düşünülmektedir. White (2003), yaptığı çalışmada ise üretilmiş söylemin matematik sınıflarında oluşması için dört temel kriter belirlemiştir. Bunlardan ilki, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini neden, niçin gibi sorularla dikkate almak, ikincisi öğrencilerin doğru cevapları kendisinin keşfetmesini sağlamak, üçüncü öğrencilerin önbilgilerini birleştirmek, dördüncü ise "Kaç kişi bu fikre katılıyor ya da katılmıyor" gibi sorularla öğrenci-öğrenci etkileşiminine teşvik etmek olarak belirlemiştir. Matematiksel söylemin dikey boyutlarından biri olan *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde bu üç kriterin görüldüğü belirlenmişir. Örneğin soru/problem çözümünde bu söylem tipinin yatay boyutunda nedensel-niçinli açıklama adlı göstergeye ilişkin matematiksel söylemlerde daha çok görülmektedir. Bu söylem göstergesine ilişkin söylemler incelendiğinde öğrenci soru çözümünü yaptıktan sonra; öğretmen öğrenciye çözüm yolu hakkında neden, niçinli gibi sorular sorarak öğrencinin matematiksel düşüncesini derinleştirmesine katkıda bulunmaktadır. Diğer yandan *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde ise White'ın (2003) belirlediği dört kriterin görüldüğü belirlenmiştir. Son kriterin *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinine özgü olması nedeniyle karakteristik bir kriter olduğu söylenebilir. Ayrıca bu söylem tipinin bu kriterden daha kapsayıcı olduğu belirlenmiştir. Çünkü *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde sadece soru/problem çözümünde değil tüm zeminlere ilişkin göstergelerde yukarıda açıklanan kriterler görülmektedir. Ayrıca geleneksel matematik sınıflarındaki söylem tipinin; öğretmenin bir soruyla başlaması, gönüllü ya da öğretmenin söz verdiği öğrencinin cevap vermesi ve öğretmenin öğrencinin cevabını değerlendirmesi yönünde olduğu görülmüştür. Öğretmen ile bir öğrenci arasında geçen bu matematiksel söylemlerin, öğrenci katılımı açısından niteliğini ve niceliğinin öğretmen belirlemektedir. Ancak geleneksel olmayan matematik sınıflarındaki söylem tipinin ise başka öğrencilerin de düşüncelerini rahatça ifade edebildikleri çok yönlü matenatiksel söylemler olduğu belirlenmiştir. (Manouchehri ve John, 2006). Dolayısıyla bu araştırmada da matematiksel söylemin dikey boyutlarından biri olan *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin öğrenciler arasında karşılıklı etkileşimi oluşturarak geleneksel anlayıştan uzak matematik sınıflarını oluşturmasına işaret ettiği anlaşılmaktadır.

5. 2. 4. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinde Yatay Matematiksel Söylem Aşamalarının Tartışılması

Piaget, öğrencinin dengesizilik yaşaması durumunda yeni bir şey öğrenmesi için zemin hazırlandığı vurgulanmaktadır (Senemoğlu, 2010). Bu araştırmada da öğrenci anlamadığı terimi, anlam veremediği görsel aracıyı varsayıma dayalı sorularla sormaktadır. Ayrıca bu dengesizlik daha belirgin olarak soru problem çözümünde belirlenmiştir. Soruyu çözemeyen öğrencinin söylemleri üzerine diğer öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı görülmüştür. Dolayısıyla Piaget bakış açısıyla öğrencilerin matematik dersinde öğrendikleri şeylerle ilgili dengesizlik yaşamaları durumununda *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipi oluşmaktadır. Bu bağlamda matematik öğrenme-öğretme sürecinde zıt örnekler, zıt sorular sorarak öğrencilerin matematiksel dengesizliği yaşamaları sağlanmalıdır. Larsson da (2015) doktora tezinde video kaydıyla yaptığı gözlemler ve ders sonrasında öğretmenlerle yaptığı görüşmeler sonucunda, matematik dersinde sınıf tartışmalarının başlaması için yanlış veya eksik çözümlerinin etkili olduğunu bulmuştur. Ayrıca Blanke'nin (2009), doktora tezindeki sonuçlardan biri de öğrencilerin yanlış yapmasının matematiksel söylemin derinleşmesine fırsat vermesidir. Diğer yandan Vygotsky bakış açısıyla da *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin oluştuğu belirlenmiştir. Vygotsky'nin öne sürdüğü akranların birbirlerinin öğrenmesinde etkili olan yakınsal gelişim alanıyla öğrencilerin birbirlerini anlayabileceği seviye oluşmaktadır. Bu araştırmada da bu söylem tipinde öğrencilerin birbirlerini destekleyen ya da reddeden söylemlerin oluşmasında bu bakış açısı etkilidir. Bu bağlamda matematiksel söylemin, matematiksel bilginin yapılandırılmasında ve yakınsal gelişim alanıyla öğrencilerin birbirlerini anlamasında bir köprü görevi gördüğü söylenebilir. Dolayısıyla matematiksel söylemle ilgili yapılan diğer çalışmalarda da Piaget'nin ve Vygotsky'nin bakış açısı ele alınmıştır. Piaget'nin bakış açısı matematiksel bilginin oluşma süreciyle; Vygotsky bakış açısı ise yakınsal gelişim alanıyla ele alınmıştır (Alrø ve Skovsmose, 2002). Ancak bu araştırmada diğer çalışmalardan farklı olarak, *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşmasında (başlamasından bitmesine kadar) bu iki bakış açısının da etkisi görülmüştür.

Sosyokültürel perspektifden bakan Sánchez ve García (2014), öğretmen ve öğrenciler arasındaki arasındaki matematiksel söylemlerden, öğretmenin rolünün belirlenebileceğini ifade etmişlerdir. Bu bakış açısına göre de öğretmen doğrudan öğrenciye bilgiyi aktaran ya da öğrencilerin bilgiye ulaşmasını sağlayan olmaktadır.

Sosyokültürel bir diğer bakış açısıyla matematiksel söylemleri ele alan Steele (2001) ise öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini dinleyerek fikir alışverişinde bulunmasının öğrencilerin matematiği anlamalarında katkıda bulunduğunu ifade etmiştir. Matematiksel söylemlerin yapısını ele alan bu araştırmada da *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde öğrenciler birbirleriyle fikir alışverişinde bulunmakta ve anlamadıkları yerleri birbirlerine açıklamaktadırlar. Matematik dersinde anlaşılmayan yerlere açıklık getirilmesi, öğrencilerin birbirlerinin anlayacağı matematiksel söylemlerle olmuştur. Örneğin “öğretmenim onu demek istemiyor…” gibi söylemlerden sonra başka öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasıyla anlaşılmayan yerlerin fikir alışverişiyle netlik kazandığı belirlenmiştir. Ayrıca *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipine özgü reddedici ya da destekleyici matematiksel söylemlerin oluşması, öğrencilerin matematiği anlamada birbirlerine yardımcı olduklarını göstermektedir. Bu durum öğrencilerin öğrenme eşiğini belirleyen yakınsal gelişim alanıyla ilgilidir. Siyepu (2013) çalışmasında yakınsal gelişim alanını, bir öğrencinin yardımsız yapabileceği ile bir öğrencinin yardımla neler yapabileceği arasındaki boşluğu doldurmak için öğretmenlerin matematik öğretme sürecinde kullanabileceğini vurgulamıştır. Buna ilaveten öğretmenin matematik öğretiminde yakın gelişim alanının nasıl kullandığını açıklayan Steele (2001) ise, öğretmen ve öğrenciler arasındaki matematiksel söylemlerden yola çıkarak yakınsal gelişim alanının kullanımına yönelik altı seviyeden oluşan teorik bir çerçeve belirlemiştir. Oluşturulan bu teorik çerçeveye göre ilk seviyede öğretmen, öğrencilere bildiklerini düşünmeleri ve sonra bilgilerini genişletmeleri için bir bağlam sağlaması bakımından zengin sorular sorar ve öğrenciler cevaplar; ikinci seviyede öğretmen, öğrencilerin soruyu çözmek için görsel araçları oluşturmayı, yazmayı ve kullanmayı içeren çözüm yolları oluşturmasını sağlar; üçüncü seviyede öğretmen, öğrencilerin kendi çözüm yolları üzerinde düşünmesini sağlayarak öğrencilerin günlük yaşamdaki dil ile matematiksel dil arasındaki ilişkiler kurmasına katkıda bulunur; dördüncü seviyede öğrenciler düşünmek ve çalışmak için bağımsız zamanları olduktan sonra, kendi çözümlerinin sonuçlarını başkalarının çözümleriyle yorumlar, kendi varsayımlarını ve stratejilerini diğer öğrencilerle karşılaştırır; beşinci seviyede öğrenciler sorunun nasıl çözüleceği üzerine muhakemede bulunurlar; çözüm yollarını değerlendirirler; altıncı seviyede ise öğrencileri kullandıkları matematiksel kelimelere derinlik katarak kendilerine göre genellemelere ulaşırlar. Bu araştırmada da Vygotsky’e göre yakınsal gelişim alanının akran öğrenmesi açısından ön plana çıktığı matematiksel söylemin dikey boyutlarından biri olan *Öğrenci- Öğrenci* söylem tipinin yatay boyutlarını oluşturan göstergeler arasında da bir seviyelendirme görülmüştür. Benzer şekilde matematiksel söylemin diğer dikey boyutlarının oluşumunda bir seviyelendirme görülmüştür.

Öğrenci-Öğrenci söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergeler arasındaki seviyelendirmelerin öğretmenin rehberliğinde öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemlerle oluştuğu söylenebilir. Örneğin bu söylem tipinde soru/problem çözümünde matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında işlemi-sonucu yorumlama ve bilişsel stratejiye dayalı sonuç bulma söylem göstergeleri arasındaki matematiksel söylemlerin oluşumunda bir seviye olduğu anlaşılmaktadır. Bu bağlamda matematiksel söylemleri oluşturan göstergeler arasında aşamalı bir seviyelendirme olduğu söylenebilir. Aslında bu göstergelere ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklaması için fırsat verilmektedir. Her ne kadar matematiksel söylemin dikey boyutlarından biri olan *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde, öğrencilerin matematiksel fikirlerini açıklamaları için fırsat verilse de, bu göstergeler arasındaki seviyeler de dikkate alınmalıdır. Böylelikle öğrencilerin matematiği öğrenmelerindeki yakınsal gelişim alanındaki farklılıkları en aza indirerek matematiği birbirlerinin söylemleri ile anlaması sağlanabilir. Bu yakınsal gelişim alanından yola çıkan Petrová (2013), diyalojik öğrenme ve öğretmeyle ilgili çalışmasında, diyalojik söylemlerin özgür tartışma ortamlarında fikirlerin daha çok paylaşılmasına ve akıl yürütmeye uygun olması gerektiğini açıklamıştır. Matematiksel söylemin dikey boyutlarından olan *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumunun diyalojik söyleme daha yakın olduğu görülmektedir. Ancak *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumunda, diğer söylem tiplerinde olduğu gibi anlamsal derinlik yönünden bir farklılık olduğu belirlenmiştir. Bu da diyalojik söylem örneği olan *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin de kendi için seviyelendirebileceğini göstermektedir. Nitekim Scott, Mortimer ve Aguiar (2006) ise diyalojik söylemin de öğrencilerin fikirlerinin iç içe geçmesi açısından kendi içinde düşük ve yüksek şeklinde ikiye ayırmıştır. Düşük fikirlerin iç içe geçmesinde, fikirler paylaşılırken; yüksek fikirlerin iç içe geçmesinde fikirlerin araştırılması karşılaştırılması, geliştirilmesi yer almaktadır. Görüldüğü gibi öğrenciler kendi aralarındaki matematiksel söylemlerle fikirlerini ifade etseler de, bu söylemlerin oluşumda fikirlerin şekillenmesi ve anlamsal derinlilik açısından farklılık olduğu düşünülmektedir. Reznitskaya (2012) ise bu farklılığı, monolojik söylem göstergelerinden başlayarak diyalojik söylem göstergelerine doğru seviyelendirmiştir. Bu seviyelendirmelerden 1 ve 2 monolojik söylem göstergelerini temsil ederken; 3 ve 4'ü ikisi arasında; 5 ve 6 da diyalojik söylem göstergesini temsil etmektedir. Diyalojik söylemin göstergelerini otorite, sorular, geribildirim, üst düzey yansıtma, açıklama ve işbirliği olmak üzere altı boyuta ayırmıştır. Diyalojik söylem boyutlarına ilişkin seviyelendirmenin nasıl açıklandığı aşağıda gösterilmiştir.

Tablo 49. Diyalojik Söylem Boyutları

Boyutlar	Monolojik 1,2	3,4	Diyalojik 5,6
1. Boyut			

Yukarıda görüldüğü gibi Reznitskaya (2012), her bir boyuta ilişkin temelde üç seviye belirlemiştir. Monolojik söylem göstergelerinin, bu araştırmadaki *Öğretmen* söylem tipindeki göstergelerle eşleştiği; 3 ve 4 numaralı söylem göstergelerinin ise *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipiyle eşleştiği görülmüştür. Bu göstergede öğrencilerin düşüncelerinin dinlenildiği, soru sorulduğu ancak diğer öğrencilerin düşünceleri ile ilişkilendirilmediği belirlenmiştir. Dolayısıyla *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipiyle eşleşmiştir. Son olarak ise diyalojik söylem göstergelerinin *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipiyle eşleştiği görülmüştür. 5,6 numaralı söylem göstergesi, paylaşılan bir otoriteyi, soruların eleştirel değerlendirilmesini ve analiz yapılmasını, öğrencilerin fikirlerinin diğerleriyle ilişkilendirilmesini, işbirlikli fikirlerin netleşmesini içermesi nedeniyle bu araştırmadaki *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlere benzemektedir. Ancak bu araştırma matematiğin kendine diline ait bir sınıflandırmayı içermesinden dolayı Reznitskaya'nın (2012) diyalojik söylem göstergelerinden oldukça geniş bir bakış açısı içermektedir. Örneğin matematiksel düşünceleri açıklanma aşamasında, terminoloji kapsamındaki söylem göstergeleri ile soru/problem çözümündeki söylem göstergeleri birbirinden farklıdır ve daha spesifiktir. Ayrıca bu araştırmada tüm zeminlere ilişkin *Öğrenci-Öğrenci* tipindeki matematiksel söylemlerde, düşüncelerin dile getirildiği, fikirlerin tartışıldığı, geliştiği ve şekillendiği bir ortam vardır. Reznitskaya da (2012) diyalojik söylemin öğrencilerin düşüncelerinin gelişmesine katkıda bulunacağını ifade etmiştir. Northcutt (2014), doktora tezinde öğrencilerin diyalojik yollarla matematiksel düşüncelerin geliştiği için matematiksel söyleme daha çok katıldığını sonucuna varmıştır. Bu bağlamda diyolojik matematiksel söylemin *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumunda oldukça önemli bir rol oynamaktadır. Khan (2007) ise çalışmasında, akran söylemlerindeki matematiksel iletişim hareketlerini yansıtan diyalojik söylem tipi ile öğretmenlerin yeterliliklerini yansıtan pedagojik söylem tipinin birbirini karşılıklı olarak etkilediği sonucuna ulaşmıştır. Dolayısıyla diyalojik söylemin oluşumunu sağlayan ve öğrenciler arasında etkileşimi artıran söylemlerin önemli olduğu görülmüştür. Selling (2016) ise bu durumu, öğretmenin etkileşimsel hareketleri olarak açıklamış ve çalışmasının sonucunda öğretmenlerin etkileşimsel hareketlerine yönelik teorik bir çerçeve sunmuştur. Bu çerçeveye göre öğretmen, *matematiksel uygulamaların adlandırılması, öğrenci katılımının vurgulanması, öğrenci katılımını değerlendirme, uygulamalara başlamadan önce amaç ve gerekçe açıklanması, farklı öğrencilerin matematiksel uygulamalara katılımını sağlama,* *öğrenci katılımını geniş bir şekilde çerçeveleme (Çerçeveleme: Belirli bir bağlamda neler olup bittiğini ve bu bağlamda farklı insanların nasıl katılabileceğini tanımlayan meta-iletişimsel bir eylemdir), uygulamalarla ilgili öz değerlendirmeyi ortaya çıkarma, uygulamalarda öğretici bir anlatım kullanma* olmak üzere sekiz tip etkileşimsel hareketle öğrencileri matematiksel söylemlere katılabileceğini öne sürmektedir. Matematiksel söylemin doğal yapısının incelendiği bu araştırmada, *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin oluşmasında bu etkileşimsel hareketlerinin çoğunun matematiksel söylemin yatay boyutundaki aşamalarda görüldüğü söylenebilir. Bu araştırmada matematiksel uygulamaların adlandırılması ve uygulamaya başlamadan önce amaç/gerekçe söylenmesine ilişkin göstergeler yatay boyutun motivasyon aşamasındayken; *öğrenci katılımını geniş bir şekilde çerçevede tutma, farklı öğrencilerin matematiksel uygulamalara katılımını sağlama* gibi etkileşimsel hareketler matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında görülmüştür. Selling'in (2016), son etkileşimsel hareketi olan *uygulamalarda öğretici bir anlatım kullanmayı* Sedova, Sedlacek ve Svaricek (2016), yaptıkları çalışmada ise diyalojik söylem göstergelerinden birini öğretmenin devam ettirici soruları olarak açıklamıştır. Matematiksel söylemin doğal yapısının incelendiği bu araştırmada da öğretmenin devam ettirici sorularından sonra öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Ayrıca bu araştırmada öğrencilerin matematiksel söyleme aktif bir şekilde katılmasında motivasyon aşamasındaki söylemlerin oluşumunun da diğer söylem tiplerinden farklı olduğu görülmüştür. Dolayısıyla söylem tiplerinin farklılaşmasının nedeni öğretmenin motivasyon aşamasındaki söylemleriyle açıklanabilir. Örneğin açı kolları arasında mesafenin değişmesiyle açının değişmeyeceğine ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde, iki farklı söylem tipinin oluştuğu görülmüştür. Ö1 kodlu öğretmenin dersinde *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipi oluşmuşken Ö3 kodlu öğretmenin dersinde *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipi oluşmuştur. Ö1 kodlu öğretmen "Peki bir şey soracağım size..." söylemiyle merak uyandırıp birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasına fırsat verdiği; Ö3 kodlu öğretmenin ise doğrudan bilgiyi verip bir öğrencinin "neden" diye sormasıyla bir öğrencinin matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Görüldüğü gibi matematiksel söylem yatay boyutunun ilk aşaması olan motivasyona yönelik söylemlerin, söylem tiplerinin oluşmasında belirleyici olduğu akla gelmektedir. Nitekim Ingram (2012), motivasyon aşamasındaki söylemlerin (öğrencilerin ne kadar ve ne zaman katılması, bir öğrenciden diğerine söz verirken öğrencinin düşünmesi için ne kadar bekleneceği vb.) öğretmenin modaratörlüğünde olmasının, öğrenciler arasındaki etkileşiminin doğası konrtol ederek etkleşimin çeşitliliğini sağladığı sonucuna ulaşmıştır.

Öğrenci- Öğrenci söylem tipinde, motivasyon aşamasındaki bir diğer farklılık tüm zeminlerde matematiksel düşüncelere geçmeden önce ön konuşmaları içeren söylemlerin oluşmasıdır. Ayrıca soru/problem çözümünde diğer söylem tiplerinden farklı olarak *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde, problemin anlaşılması için ayrılan sürenin ve bu süre içinde oluşan matematiksel söylemlerin oldukça çok olduğu belirlenmiştir. Bu durum Albert Einstein'in "*Eğer bana hayati öneme sahip bir problemi çözmem için 1 saat verilseydi, bunun 55 dakikasını problemi düşünmek, kalan 5 dakikasını da problem çözmek için kullanırdım.*" sözüyle (URL-2, 2019) daha da derinlik kazanmaktadır. Rowe ise (1978) bunu "bekleme zamanı" olarak adlandırarak, öğretmen-öğrenci, öğrenci-öğretmen arasındaki söylemler arasındaki problem çözülürken, karar verilirken, öğrenmenin yapısını belirlenirken, düşünceler değerlendirilirken öğrencilerin kullandığı zaman olarak açıklamıştır. Bu araştırmada ise, öğretmen öğrencilerin düşünüp matematiksel söyleme katılması 3-4 dakika bir zaman vermektedir. Ancak bazı problemlerde daha uzun zaman verilerek matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Ayrıca *Öğretmen* söylem tipinde, bu göstergeye ilişkin matematiksel söylemler oluşmazken diğer söylem tiplerinde soru/problem çözümünde oluşmuştur. Ancak öğretmenin soru/problem çözümü için zaman verip farklı söylem tiplerinin oluşması, soruların öğrencileri matematiksel düşünmeye teşvik edici özelliği ile ilişkisi olabilir. Diğer yandan aynı sorunun A,B,C şıklarında farklı söylem tiplerine ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Bu bağlamda matematiksel zemin aynı olup farklı söylem tiplerinin oluşmasının sebebi, öğrencilerin önbilgilerini harekete geçirerek matematiksel söylemlere etkileşimli katılması olabilir. Brookfield'e (2015) göre *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin doğasında, önceki bilgilerle yeni bilgiler arasında bağlantı kurularak mevcut bilgilerine entegre etmeleri vardır. Nitekim yapılandırmacı anlayışa göre öğrencilerin ön bilgilerinin öğrenmeyi etkilediği bilinmektedir (Köseoğlu ve Tümay, 2013). Bu araştırmada da soru/problem çözümüne başlamadan öğrencilerin ön bilgilerinin hatırlatılacak ön açıklama, ön yönerge verilmesinin *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin oluşmasında etkili olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin ön bilgilerine göre, matematiksel zemine göre, sınıfın kültürü gibi faktörlere göre matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan göstergelerden hangisinin kullanılacağına öğretmen karar vererek öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasını sağlamalıdır. Nitekim Manouchehri ve Enderson (1999) sınıf içindeki söylemlerden hareketle matematiksel söylemin teşvik edilmesiyle ilgili yaptıkları çalışmada, her ne kadar sınıfın söyleminin öğrenciler tarafından oluşturulmuş olsa da öğretmenin sınıfın iklimini belirlediği sonucuna ulaşmışlardır. Öğrencilerin keşfetmesini sağlayacak tartışma ortamını oluşturulmasında, üretici söylemin yaratıldığı ve sürdürüldüğü durumları tasarlanmasında, fikirlerin inşa edilmesinde öğretmenin süreçteki kritik rolünü vurgulamışlardır. Matematik öğrenme ve öğretmede öğretmenin rolünü varsayımları, paylaşmayı, desteklemeyi ve anlam müzakere etmeyi içeren bir sosyal aktivite olarak algılanması olduğunu dile getirmişlerdir. Ayrıca Staples (2007), çalışmasının analizleri sonucunda, sınıftaki tüm öğrencilerin etkileşimli bir şekilde matematiksel söyleme katılmasında öğretmenin kullandığı stratejilerin etkili olmasının yanında sınıfın da bu etkileşimlere katılma kapasitesinin etkili olduğunu belirterek iki kavramsal modele işaret etmektedir. Bu araştırmada Ö2 kodlu öğretmenin dersindeki öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söyleme katılmaya eğilimli oldukları; matematiksel fikirlerin oluşturulması ve paylaşılmasının kendiliğinden oluştuğu belirlenmiştir. Ancak *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipini öğrenciler matematiksel söyleme aktif katılarak oluştursa da öğretmenin söylem tipini şekillendirdiği belirlenmiştir. Dolayısıyla öğretmenler, matematiksel iletişimin olduğu öğrenme ortamlarını oluşturmaya çabalamalıdırlar (Brendefur ve Frykholm, 2000). Nitekim öğrencilerin akıl yürütürek matematiksel iletişime katılması, matematiksel düşünmelerinin bir göstergesidir (Yeşildere ve Türnüklü, 2007). Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel söyleme katılarak düşüncelerini rahat bir şekilde dile getirebileceği ve matematiksel söylemlerin öngörülebilir, üretken bir rutine sahip olana kadar uygun platformları (çalışma yaprağı, görevler, posterler) öğretmenlerin oluşturmaları gerekmektedir (Bertolone-Smith ve Gillette-Koyen, 2019). Ayrıca öğretmenlerin matematiksel söylem yeterliliklerinin incelendiği çalışmada, öğretmenlerin üretken söylem üretebilecek öğrenme araçlarının uygulanabilirlik seviyesinin daha az olduğu belirlenmiştir. Bu durumun nedeni ise, öğretmenlerin hazırlamış olduğu ders planları ve çalışma yapraklarıyla ilgisi olması ile açıklanmıştır (Hamdani, 2017). Bu araştırmada da öğrencilere dağıtılan çalışma yapraklarından sonra matematiksel söylemin dikey boyutlarından olan *Öğretmen-Öğrenci* ve *Öğrenci-Öğrenci* söylem tiplerinin oluştuğu belirlenmiştir. Bu söylem tiplerindeki farklılığın oluşmasında çalışma yaprağındaki soruların seviyesi, öğretmenin yönlendirmesi gibi değişkenlerin etkili olduğu belirlenmiştir. Öğretmen, öğrencilerin soru çözerek daha çok deneyim kazanmalarını istiyorsa, sırası gelen ya da rasgele öğrencinin kalkmasıyla çalışma yaprağındaki soruların çözüldüğü belirlenmiştir. Diğer yandan çalışma yaprağındaki soruların niteliği, öğrencilerin orijnal ürün çıkarmalarına yönelik ise *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin oluştuğu belirlenmiştir. Ancak bu araştırmada çalışma yaprakları dışında, yazılı matematiksel söylemi desteklecek etkinliklere çok yer verilmediği belirlenmiştir. Hem pilot çalışmada yapılan gözlemler sonucunda hem de asıl araştırmada yapılan gözlemler sonucunda öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yazılı olarak açıklayabilecekleri matematiksel söylemlerin oluşmadığı söylenebilir. Araştırmacının gözlem yaptığı her ders tuttuğu alan notlarında sınıftaki panolarda da matematikle ilgili hikaye, karikatür gibi dikkat çeken ögelere çok az raslandığını belirlenmiştir. Matematiksel iletişimin hem yazılı hem de sözlü matematiksel söylemlerle oluştuğu düşünülürse, yazılı iletişim göstergelerine raslanmaması bu araştırmanın sınırlılıkları arasındadır.

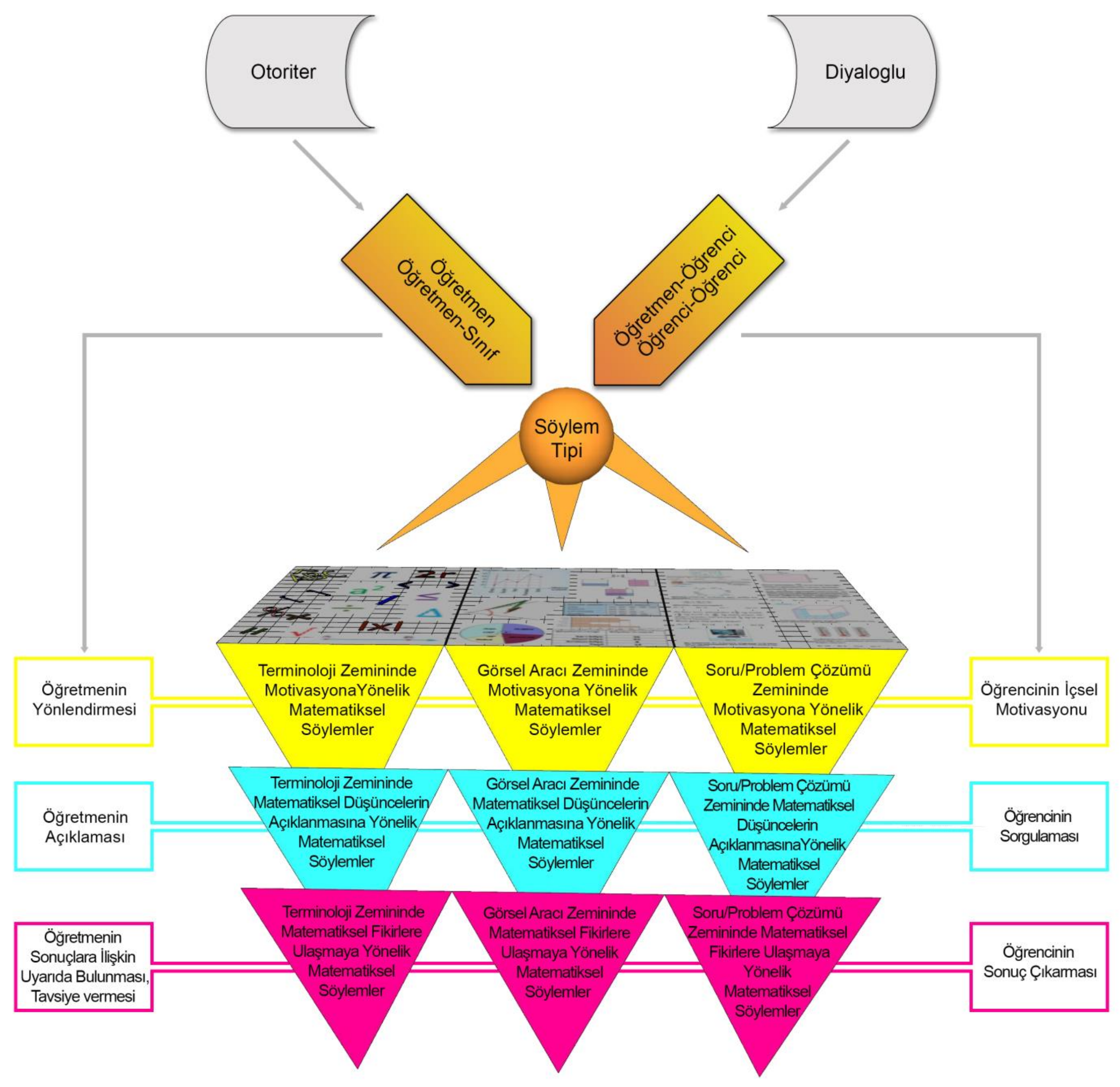
Sözlü matematiksel iletişimin içerdiği matematiksel konuşmalar, öğretmen ve öğrenciler arasındaki soru ve cevaplardan oluştuğu için matematik sınıflarında öğretmenin soru sorma stratejilerinden haberdar olması gerekmektedir (McCarthy, Sithole, McCarthy, Cho ve Gyan, 2016). Dolayısyla bu araştırmada da *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin oluşmasında neden-niçin gibi soruların etkili olduğu görülmektedir. Araştırmanın bu sonucu, Çin'deki matematik öğrenme ve öğretme sürecindeki sınıf söylemlerinin analiziyle ilgili kitap bölümündeki açıklamalarla benzerlik göstermektedir. Bu bölümde öğretmenin ne, niçin, nasıl gibi sorular sormasının öğrenciler arasındaki etkileşimde önemli bir rol oynadığına yer verilmiştir (Li ve Huang, 2013). Öğretmenin varsayıma dayalı, nedenli-niçinli söylemleriyle öğrencilerin sohbet havasında matematiksel söyleme katıldığı görülmüştür. Bu bağlamda Öğrenci-Öğrenci söylem tipi, Mercer'in (1995) öne sürdüğü keşfedici konuşma türü ile benzerlik göstermektedir. Ayrıca Mercer ve Sams'ın (2006), soru/problem çözümünde keşfedici konuşma türüyle ele aldığı matematiksel söylemlerin oluşumunda kriterler belirlemişlerdir. Belirledikleri kriterler doğrultusunda öğrencilerin matematiksel söylemlerinde, "çünkü ..." vb. söylemlerle neden-sonuç ilişkisine; "eğer...", "..ise" vb. söylemlerle olasılıklı düşüncelere ve öğrencilerin kendilerine göre gerekçe açıklamasına dayalı matematiksel söylemlerin olması gerektiğini vurgulamışlardır. Benzer şekilde *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki göstergeleri (Örn: Nedenli-niçinli sorgulama; çözüm yolunu tartışma vb.) oluşturan matematiksel söylemlerde de benzer söylemler görüldüğü; öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel tartışmalarından dolayı *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerde daha çok görüldüğü belirlenmiştir. Diğer yandan matematiksel söylemlerin öğrenme fırsatları ile ilişkili olduğu bilinmektedir (Erath, Prediger, Quasthoff ve Heller, 2018). Çünkü öğrenme fırsatları olmazsa matematiksel söylemlerin gelişimi çok sağlanamaz, bu nedenle öğrencilere görevler verilmelidir (Munter, 2014). Öğrencileri matematiksel söyleme katılması için cesaretlendirmenin bir diğer yolu da kitaplardan yararlanarak ders kitaplarında da problem çözme görevlerine yer verilmesi ile mümkün olabilir (Lewis, Long ve Mackay, 1993). Ayrıca karşılıklı etkileşimle öğrencilerin matematiksel söyleme katılmalarının öğrencilerin birbirlerinin matematiksel anlamalarını desteklediği yönünde bir bakış açısı vardır (Staples, 2008). Bu araştırmada da *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde, öğrencilerin birbirlerinin matematiksel söylemlerini destekleyerek problem kurmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel tanımları formal tanım olmasa da kendi aralarında anlaştıkları görülmüştür. Öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemlerden matematiksel tanım yapmaya ilişkin çalışmada, öğrencilerin formal tanımlardan daha çok günlük hayattaki söylemleri yansıttığı; öğretmenin matematik terimleri tanımlamaya ilişkin söylemlerinin ise sadece ders kitaplarında gösterilen ya da matematikçilerin yaptığı formal tanımlamaya ilişkin söylemler olduğu belirlenmiştir (Moschkovich, 2003). Nitekim matematiksel terimlerin anlamı, günlük hayattaki anlamı ile örtüşmediğinde öğrenciler, matematiği yalnızca sembolleri ve sayıları içeren, yorumlama fırsatı vermeyen zor bir ders olarak düşünebilir (Delice ve Sür, 2015). Ayrıca matematiksel sembollerle ilgili yapılan doktora tezinde öğrencilerin matematiksel kavramları anlamaları için soyut matematiksel sembollerle günlük hayat arasında ilişki kurulması ve terminolojiye ilişkin kuralların ezberlenerek gerekçesiz olarak manipüle edilmemesi gerektiği sonucuna varılmıştır (Mutodi, 2016). Matematiksel söylemlerin yapısının incelendiği bu araştırmada da terminoloji zemine ilişkin matematiksel söylemin dikey boyutları olan *Öğretmen- Öğrenci* ve *Öğrenci-Öğrenci* söylem tiplerinin yatay boyutlarında gerekçelere dayalı daha çok matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin yatay boyutunun son aşaması olan matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında özelliklerden sonuca varma söylem göstergesindeki söylemlerde gerekçelendirmeye ilişkin matematiksel söylemlerin daha çok oluştuğu belirlenmiştir. Diğer yandan *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin tüm yatay boyutlarında gerekçelendirmeye dayalı matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Çünkü öğrenciler terminoloji hakkında konuşurken, terimin yapısını belirleme, terimin özelliklerini keşfetme gibi matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki göstergelerde gerekçelere dayalı matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Bu söylem tipinde, gerekçeye dayalı açıklamaların yapılacağı yatay boyutunun ilk aşaması olan motivasyon aşamasında anlaşılmaktadır. Ayrıca terminolojiye ilişkin gerekçe istenmesinin motivasyon aşamasında ayrı bir söylem göstergesi olarak belirlenmesi, *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin oluşumunu ortaya çıkaran yapı taşlarından birine işaret etmektedir. Bu söylem göstergesinin de matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında terimin nasıl bir şey olduğunu tarif etme söylem göstergesi ile arasında sıkı bağlar olduğu belirlenmiştir.

Öğrenci-Öğrenci söylem tipinde ortaya çıkan, matematiksel terimin nasıl bir şey olduğu hakkındaki matematiksel söylemler incelendiğinde, öğrencilerin terimdeki temsiller üzerinde konuştuğu sonucuna varılmıştır. Matematiksel teriminde varsa cebirsel temsiller üzerine de matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Bu bağlamda matematiksel terimlerin yapısında bulunan temsillerin terimi anlamdırmada etkili olduğu söylenebilir. Nitekim matematiksel söylem ve çoklu temsiller ile ilgili yapılan çalışmada, çoklu temsillerin ilköğretim matematik sınıflarında öğrencilerin konuşmasıyla ilişkili olduğu ve konuşmalarına fırsat verdiği bulunmuştur (Alnizami, 2017). Ayrıca bu araştırmada da çoklu temsillerin yer aldığı veri işleme öğrenme alanında *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin daha çok oluştuğu görülmüştür. Matematiksel söylemin yatay boyutunun hem motivasyon aşamasında hem de matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında, matematiksel zeminin *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipini oluşturmaya daha yatkın olduğu görülmüştür. Bu durumun nedeni, matematik öğrenme ve öğretme programında yer alan kazanımlarla ilgili olabileceği düşünülmektedir (MEB, 2017). Nitekim Temple ve Doerr (2012), matematik öğretmenin kullandığı öğretim stratejilerinin dersten derse hatta ders içindeki bölümden bölüme öğretim hedefine göre değiştiğini bulmuştur. Öğrencinin düşünmeye odaklanan veya araştırma yapan etkileşimli stratejilerin öğrencilerin matematik öğrenmelerini desteklemede etkili olduğu sonucuna varmıştır.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

6. 1. Sonuçlar

Bu araştırmada, matematiksel zemine (matematiksel dil) göre sınıf içindeki matematiksel söylemlerin oluşum sürecinin doğal ortamda incelenmesi amaçlanmıştır. Öğretmen ve öğrenciler arasında oluşan matematiksel söylemlerin transkript edilmesiyle söylemlerin nasıl oluştuğunu kapsayan bir veri seti oluşturulmuştur. Daha sonra verilerin açıklayıcı kodlama, eksensel kodlama ve seçici kodlamasıyla matematiksel söylemlerin yapısındaki gömülü teori ortaya çıkarılmıştır. Açıklayıcı kodlamada öğretmen ve öğrenciler arasında oluşan matematiksel söylemler bütüncül olarak değerlendirilmiştir. Matematiksel söylemlerin kimlerin arasında nasıl oluştuğuna ve ne konuşulduğuna odaklanılarak notlar alınmıştır. Daha sonra eksensel kodlamaya geçilmiştir. Eksensel kodlamada, açıklayıcı kodlamada alınan notlardan hareketle hangi tip söylemlerin var olduğunu gösteren yapı ortaya çıkarılmıştır. Araştırmanın literatür tarama ve yöntem kısmında da açıklandığı gibi, Mortimer ve Scott (2003) iletişim yaklaşımları modelinden yararlanmıştır. Ancak bu iletişim modelinden daha farklı olarak, bu araştırmada doğal sınıf ortamındaki gözlemler sonucunda, sınıf içinde iletişimi sağlayan farklı söylem tiplerinin olduğu belirlenmiştir. Öğretmenin söylemlerinin ağırlıkta olduğu *Öğretmen*; öğretmen ve sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı *Öğretmen-Sınıf*; öğretmen ile bir öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerin oluştuğu *Öğretmen-Öğrenci*; öğretmenin yönlendirerek öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söyleme katıldığı *Öğrenci-Öğrenci* olmak üzere dört farklı özgün söylem tipi belirlenmiştir. Eksensel kodlama sonucu ortaya çıkan bu söylem tiplerinin tümü *matematiksel söylemin dikey boyutu* olarak adlandırılmıştır. Daha sonra, veri analizi sürecinde öğretmenin sınıf içi organizasyonlarına göre düzenlenen her bir söylem öbeğinin söylem tipi belirlenmiştir. Söylem öbeklerinde matematiksel içerik olarak neyin konuşulduğu ise matematiksel zemin olarak adlandırılmıştır. Matematiksel zeminin belirlenmesinde ise matematiği bir söylem olarak ele alan Sfard'ın (2007; 2008; 2012) teorisinden yararlanılmıştır. Matematiksel terminoloji, görsel aracı ve soru/problem çözümü olmak üzere üç farklı matematiksel zemin belirlenmiştir. Matematiksel zemin, Sfard'ın teorisinden biraz daha farklıdır ve alanyazındaki matematiksel dil ile söylemi birbirinden ayırt etmek için kullanılmıştır. Bu bağlamda eksensel kodlama sürecinde alanyazından yararlanarak matematiksel söylemin dikey boyutları ve dikey boyutlara ilişkin matematiksel zemin belirlenmiştir. Eksensel kodlama sonucunda, dikey boyutun ve matematiksel zeminin söylem öbeğinin dışını çevreleyen bir yapı olduğunu ortaya çıkmıştır. Başka bir ifadeyle matematiksel söylemin dış yapısı, matematiksel söylemin dikey boyutları ve dikey boyutlara ilişkin matematiksel zeminlerden oluşmaktadır. Daha sonra bu yapının içini incelemek için seçici kodlama yapılmıştır. Seçici kodlama ile matematiksel söylemin oluşum süreci ya da aşamaları belirlenmiştir. Bu bağlamda “motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma” aşamaları belirlenmiştir. Seçici kodlama sonucu ortaya çıkan matematiksel söylemlerin oluşma aşamaları ise *matematiksel söylemin yatay boyutu* olarak adlandırılmıştır. Var olan söylem tiplerinin oluşumunu sağlayan en küçük yapıtaşları, seçici kodlama ile belirlenmiştir. Bu aşamada birbiriyle ilişkili matematiksel söylemin yapıtaşları olsa da birbirinden dağınık yapıtaşları da belirlenmiştir. Söylem tipine yön veren birbirinden dağınık yapıtaşlarının tekrar edip etmediği incelenerek gruplandırma yapılmıştır. Ancak matematiksel zemine göre her bir yapıtaşının birbirinden farklı olduğu ve zemine göre söylemlerin ayrıştırılması gerektiğine karar verilmiştir. Matematiksel söylem tiplerinin kendi içindeki ilişkilerini gösteren en küçük yapı taşlarının bir araya gelmesiyle daha üst düzey yapıtaşları belirlenerek matematik öğrenme-öğretme sürecine kılavuzluk edecek teori ortaya çıkarılmıştır. Bu üst düzey yapıtaşları, matematiksel söylemi oluşturan göstergeler olarak adlandırılarak matematiksel söylemin iç yapısındaki yatay boyutlarda yer almaktadır. Bu bağlamda matematiksel söylemi dıştan çevreleyen dikey boyutlar ve matematiksel söylemin iç yapısını oluşturun yatay boyutlara ilişkin göstergeler aracılığıyla doğal sınıf ortamında matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan teori ortaya çıkmıştır. Her bir kodlama sürecinde literatür tekrar gözden geçirilerek teori ve teoriye ilişkin modeller son halini almıştır. Matematiksel söylemlerin oluşma sürecini yansıtan teorinin ortaya çıkma aşamaları Şekil 34’te özetlenmiştir.



Şekil 35. Matematiksel söylemin oluşumunu yansıtan göstergelerin açığa çıkması

Yukarıdaki şemada matematiksel söylemin oluşumunu yansıtan teorinin ortaya çıkışı genel bir bakış açısıyla sunulmuştur. Matematiksel söylemlerin zemine göre oluşmasında, söylem tiplerine göre oluşumu ve matematiksel söylemin kendi içindeki oluşumu temel alınmıştır. Matematiksel söylemin dikey ve yatay boyutları oluşmadan önce, matematiksel söylemler aracılığıyla matematik öğrenme ve öğretme sürecinde öğretmen ve öğrenci rolleri belirlenmiştir. Bu roller, bir söylem öbeğinde öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söylemlere aktif katılma durumuna göre belirlenmiştir. Öğretmen söylemlerinin ağırlıkta olduğu ve öğrencilerin matematiksel söyleme katılma durumlarını öğretmenin belirlemesi Otoriter; öğretmenin öğrencileri yönlendirmesiyle ve teşvik etmesiyle öğrencilerin matematiksel söyleme katılması Diyologlu iletişim çatısı altında düşünülmüştür. Otoriter ve Diyologlu iletişim türlerinden (Mortimer ve Scott, 2003) yararlanarak bu araştırmada söylem tipleri oluşmuştur. *Öğretmen* ve *Öğretmen-Sınıf* söylem tipi Otoriter iletişim; *Öğretmen- Öğrenci* ve *Öğrenci- Öğrenci* söylem tipi Diyalojik iletişim çatısı altında incelenmiştir. Ancak araştırmanın verileri analiz edildikçe bu söylem tiplerinin benzer yönlerinin olmasına rağmen kendilerine özgü karakteristik özelliklerin olduğu belirlenmiştir. Dolayısıyla bu araştırmada belirlenen doğal sınıf ortamındaki iletişim sürecini yansıtan dört farklı söylem tipi açığa çıkmıştır.

Şekil 35'te, matematiksel söylemin dikey boyutları olan söylem tiplerinin matematiksel zeminden süzülmesiyle zemine göre, bir söylem öbeğinde başlangıcından bitişine kadar matematiksel söylemlerin oluşumu gösterilmiştir. Bir söylem öbeğinde, matematiksel söylemin başlangıcını oluşturan söylemler, sarı renkteki kutucuklarla; matematiksel söylemlerle düşüncelerin açıklanmasına ilişkin söylemler mavi kutucuklarla; matematiksel söylemlerin bitişini oluşturan söylemler ise pembe kutucuklarla gösterilmiştir. Bu bağlamda söylem tipleri matematiksel söylemin dikey boyutlarını oluştururken; matematiksel söylemin kendi içindeki aşamalar (motivasyona, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşmaya yönelik söylemler) matematiksel söylemin yatay boyutlarını oluşturmaktadır. Daha sonra da matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan, her bir zemine göre süzülen matematiksel söylem göstergeleri açığa çıkmıştır. Matematiksel zeminden süzülen söylem göstergeleri matematiğin kendine ait dili olan zeminine göre farklılaştığı için matematiksel söylemin oluşumunu yansıtan en küçük spesifik yapıtaşlarıdır. Matematiksel söylemin oluşumunu yansıtan teori bu yapıtaşlarıyla açığa çıkmıştır.

Matematiksel söylemin yapısını açıklayan teorinin çıkış noktasında olduğu gibi *Öğretmen* ve *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinden süzelen söylem göstergelerine ilişkin matematiksel söylemlerin oluşumunun birbirine benzediği; *Öğretmen-Öğrenci* ve *Öğrenci-Öğrenci* tipinden süzülen söylem göstergelerine ilişkin matematiksel söylemlerin oluşumunun birbirine benzediği görülmektedir. Ancak söylem tipleri derinlemesine incelendiğinde, söylem tiplerine ilişkin göstergelerin birbirinden farklı olduğu belirlenmiştir. Dolayısıyla her bir söylem tipine göre matematiksel söylemlerin oluşum süreci farklılık göstermektedir. Örneğin *Öğretmen* söylem tipinde terminoloji kapsamında yeni konuya geçişten haberdar etme varken*; Öğretmen-Sınıf* söylem tipindeki haberdar etmeye ilişkin söylemlerin ise, öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasına ilişkin haberdar etmeye yönelik söylemlerin daha çok olduğu belirlenmiştir. Diğer yandan *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde yatay boyutuna ilişkin göstergelerden biri olan terimin özellikleri açıklanırken öğretmen ile bir öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerle terimin özelliklerinin açıklandığı belirlenmiştir. Bu söylemlerin terimle ilgili daha önce bilinen özelliklerin daha çok hatırlatmaya yönelik açıklamalar olduğu belirlenmiştir. Ayrıca

Öğrenci-Öğrenci söylem tipinin yatay boyutuna ilişkin terimin özelliklerini keşfetmeye yönelik söylemlerin öğrenciler kendi aralarında matematiksel söyleme katılarak ve ön bilgilerini kullanarak terimle ilgili farklı bir özelliğin belirlendiği görülmüştür. Görüldüğü gibi terimin özelliklerini açıklama ve terimin özelliklerini keşfetme göstergesi altındaki matematiksel söylemlerin oluşumu ve anlamsal derinliği birbirinden farklıdır. Dolayısıyla motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylem göstergeleri, söylem tipine göre karakteristik bir özelliğe sahiptir. Kısacası, matematiksel söylemin yatay boyutu, dikey boyutuna göre karakteristik özellik göstererek değişmektedir.

Matematiksel söylemin yapısındaki dikey boyut ve yatay boyut, matematiksel söylemin dış yapısı ve iç yapısını oluşturmaktadır. Dolayısıyla matematiksel söylemi, dış yapısı ve iç yapısı olan bir çekirdeğe benzetebiliriz. Matematiksel söylemi, söylem çekirdeği olarak adlandırırsak bu çekirdeğin dış yapısında dikey boyutu oluşturan söylem tipleri bulunurken; iç yapısında yatay boyuta ilişkin matematiksel söylem göstergeleri bulunmaktadır. Bu bağlamda matematiksel söylem çekirdeğini önce dıştan açmak sonra da içini keşfetmek gerekmektedir. Matematiksel söylem çekirdeğinin dış çeperi olan söylem tipleri, matematiksel söylemlerin kimler arasında oluştuğunu açıklamaktadır. Matematiksel söylem çekirdeğinin iç çeperi ise motivasyon, düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylem göstergeleri ise matematiksel söylemin kendi içinde nasıl oluştuğunu yansıtmaktadır. Bu söylem göstergelerinin matematiksel zemine göre olması, matematiksel söylem çekirdeğinin iç yapısını daha da derinleştirmekte ve spesifikleştirmektedir. Araştırmanın bulgularında örnek olarak verilen öğretmen-öğrencilerin matematiksel söylemleri ve bulguların sonlarında yer alan matematiksel iletişim haritalarında bu durum daha çok ön plana çıkmaktadır. Bu matematiksel iletişim haritalarına bakıldığında aynı söylem tipinde aynı yatay aşamada bile söylem göstergelerinin kendi içinde seviyelerinin oluştuğu belirlenmiştir. Dolayısıyla matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan teorik çerçeve burada ortaya çıkmıştır. Örneğin matematiksel söylemin dikey boyutlarından biri olan *Öğretmen* söylem tipine ilişkin matematiksel söylemlerde, öğretmenin söylemleri öğrencilerin söylemlerine daha baskındır. Ancak bu söylem tipinin aynı yatay boyutuna ilişkin matematiksel söylemlerin oluşumunda farklılık vardır. Bu farklılık, matematiksel söylemin yapısını oluşturan göstergelere ilişkin matematiksel söylemlerle belirlenmiştir. Örneğin soru/problem çözümünde çözüm stratejisini açıklamaya yönelik göstergeye ilişkin söylemlerde öğretmenin çözümle ilgili açıklamalar yaptığı; kitaptan okuyarak işlem yapmaya göstergeye ilişkin söylemlerde ise öğrencilerin kitapta yazılanları okuyarak işlemleri açıkladığı belirlenmiştir. İki söylem göstergesi arasındaki matematiksel söylemler karşılaştırıldığında, söylemlerin anlamsal olarak farklı derinlikte olduğu söylenebilir.

Matematiksel söylemin diğer dikey ve yatay boyutlarına yönelik söylem göstergelerinde de farklılıklar olduğu belirlenmiştir.

Görüldüğü gibi matematiksel söylemin aynı dikey boyutu ve aynı yatay boyutuna ilişkin söylem göstergelerine yönelik matematiksel söylemler birbirinden anlamsal olarak farklılaşarak oluşmaktadır. Ayrıca matematiğin kendine ait yapısından dolayı matematiksel zemine göre söylem göstergeleri farklılaşmaktadır. Bu nedenle, matematiksel söylemlerin oluşumunu açıklayan teorik çerçeve matematiksel zemine göre oluşturulmuştur. Bu teorik çerçevede matematiksel söylemin yatay ve dikey boyutları ele alınarak matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğu açıklanmıştır. Matematiksel söylemlerin oluşumunu, matematiksel zeminlere göre yansıtan kapsayıcı teorik çerçeve Tablo 50, Tablo 51, Tablo 52'de yer almaktadır.

Tablo 50. Matematiksel Terminolojiye Yönelik Matematiksel Söylemlerin Oluşumuna Yönelik Teorik Çerçeve

		Matematiksel Söylemin Oluşma Süreci		
Seviye	Dikey Boyut	Yatay Boyut		
	Söylem tipi	Motivasyon	Düşünceleri Açıklama	Fikre Ulaşma
	Öğretmen(T)	(M)	(D)	(F)
1	T	T/M1: Öğretmenin motive edici hiç bir söylemi olmadan terimi, sembolü vb. doğrudan anlatmaya başlar.	T/D1: Öğretmen, terimleri, sembolleri kendisi hatırlatır.	T/F1: Matematiksel terime, sembollere ilişkin söylemleri tekrar ederek ya da terimin, sembolün özelliğini tekrar ederek özetleme yapar.
2	T	T/M2: Öğretmen terminolojiyle ilgili sayfanın kitaptan açılmasını söyleyerek öğrencileri motive eder.	T/D2: Öğretmen, terimleri, sembolleri kendisi tanıtır. Bu süreçte matematiksel terminolojiye ilişkin tanım ve isimlendirme yapar; terimlerin, sembollerin farklı gösterimlerini anlatır.	T/F2: Terimlerin, sembollerin kitapla ilişkilendirmesini yapar. Üzerinde konuşulan matematiksel terimin/sembolün kitapta ne kadarına yer verildiğini değerlendirir. Kitaba ve deftere nasıl yazılmasına gerektiğine ilişkin uyarılarda bulunur.
3	T	T/M3: Öğretmen yeni bir konuyu geçtiğini söyleyerek öğrencileri haberdar eder. Ayrıca yıllık planda yer alan konulardan da haberdar eder.	T/D3: Öğretmen, terimin özelliğini bir örnek vererek açıklar.	T/F3: Öğretmen terimlerin, sembollerle vb. ifadelerde unutulmaması gereken yerleri vurgular.
4	T	T/M4: Öğretmen terime, sembole vb. ifadenin soru/problem çözümündeki öneminden bahsederek terime, sembole vb. ifadeye dikkat çeker.	T/D4: Soru/problem çözümünde bu sembolün/terimin kullanımına ilişkin kuralları anlatır.	T/F4: Terime, sembole ilişkin özellikleri başka bir terime kendisi uyarlar.
	Öğretmen-Sınıf(T-C)	(M)	(D)	(F)
1	T-C	T-C/M1: Öğretmen, sıradaki terime, sembole vb. ifadelere geçiş yapar. Terimle, sembolle ilgili terimle doğrudan sınıfa soru sorarak öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını teşvik eder.	T-C/D1: Öğretmen terimle ilgili özelliği öğrencilere onaylatmak için soru sorar. Onaylayıcı soru tipleriyle (Örn: …mi? değil mi? vb.) terime, sembole, kavrama ilişkin onaylama ve ya hatırlama yapılır.	T-C/F2: Öğretmen, terimlerin, semboller üzerinde konuşulduktan sonra, terimlerin, sembollerin vb. ifadelerin okunuşu ve yazılışı hakkında uyarıda bulunur. Deftere nasıl yazılması gerektiğine açıklamalarda bulunur. Öğretmen terim, sembolün vb. ifadelerin önemi hakkında uyarı da bulunur; öğrenciler de öğrenilen terimin basit ya da zor olduğuna ilişkin yorumlar getirir.
2	T-C	T-C/M2: Öğretmen, yeni öğrenilecek konu için ön bilgilerin hep birlikte hatırlanacağını ve yeni öğrenilecek terim hakkında konuşulacağından haberdar ederek sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması için öğrencileri motive eder.	T-C/D2: Öğrenciler aynı anda matematiksel söyleme katılarak basit düzeyde soru sorarak terimle, sembolle ilgili özelliğin hep birlikte keşfedilir. Öğretmen basit düzeyde soru sorarken sembol/terime ilişkin analojiler, kişiselleştirmeler kullanabilir.	T-C/F2: Matematiksel fikre ulaşmaya yönelik bir önceki seviyeden (T-C/F1) farklı olarak sınıftaki öğrencilerin da aynı anda matematiksel söyleme katılmasıyla terim, sembolün özelliğinin başka terime uyarlanması sağlanır.

Tablo 50'nin devamı

Seviye	Dikey Boyut	Yatay Boyut		
	Söylem tipi	Motivasyon	Düşünceleri Açıklama	Fikre Ulaşma
	Öğretmen(T)	(M)	(D)	(F)
	Öğretmen-Öğrenci(T-S)	(M)	(D)	(F)
1	T-S	T-S/M1: Bir öğrencinin terimle, sembolle ilgili hatırlatma yapması ya da ilgili terim hakkında öğrencinin matematiksel söyleme katılması öğretmen o öğrenciyi motive eder.	T-S/D1: Terimleri ve semboller birbiriyle ilişkilendirilerek terime ilişkin isimlendirmeyi öğrenci ve öğretmen birlikte yapar.	T-S/F1: Terimle ilgili özellikleri yanlış uyarlayan öğrenciye ve ya sınıftaki öğrencilerin tamamına dikkat edilmesi gerekenlere ilişkin öğretmen uyarıda bulunur.
2	T-S	T-S/M2: Bir öğrencinin terim, sembol hakkında anlaşılmayan yeri sorduktan sonra, öğretmen o öğrencinin merakını giderecek söylemlerle öğrenciyi motive eder.	T-S/D2: Terimin yapısında olması gerekenler, öğretmen ve ya öğrencinin neden ve niçin soruları ile açıklanır.	T-S/F2: Terimin/sembol öğretmen ve öğrenci birlikte anlamlandırır. Terimin/sembolün işlevini öğretmen ve öğrenci olası durumları tartışarak belirler.
3	T-S	T-S/M3:	T-S/D3: Terimle ilgili formüllerin öğrenci ile ispatı yapılır . Öğrencinin formülün gerekçesini anlaması hedeflenerek terimi sorgulayan öğrenci ikna edilir.	T-S/F3: Terimi sorgulayan öğrenci, terimle ilgili sonuçlara; -ise bağlacını kullanarak genellemelere ulaşır.
	Öğrenci-Öğrenci(S-S)	(M)	(D)	(F)
1	S-S	S-S/M1: Öğrencilere terime, sembolü günlük yaşamda daha önce nerden duydukları sorularak terime/sembole ilişkin öğrencilerin dikkati çekilir. Ayrıca çok eğlenceli, zevkli bir konu olduğunu söyleyerek öğrencileri motive eder.	S-S/D1: Terimler ve terimlerin farklı gösterimi, sembol ve görsel aracı ile öğrenciler kendi aralarında tartışarak ilişkilendirir.	S-S/F1: Terime, sembole ilişkin farklı fikirler değerlendirilir; gereksiz söylemler elenerek terim, sembole ilişkin bir netleştirme yapılır.
2	S-S	S-S/M2: Terimle ilgili başka örnekler, gerekçeler, anolojiler vb. ifadeler sorarak öğrencilerin matematiksel söyleme katılması için teşvik eder.	S-S/D2: İki ve ya daha fazla terim birbiriyle karşılaştırılarak öğrenciler birbirini destekleyen ya da reddeden söylemlerle ilişkilendirme yapar.	S-S/F2: Terimle ilgili tanımlara, isimlendirmelere ulaşılır. Terimlerin, sembollerin ne anlama geldiği hangi durumlarda ne anlama geleceği üzerine fikir birliğine varılır.
3	S-S	S-S/M3: Terimle ilgili ön açıklama, ön tanım, ön bilgiler verir. Bu süreçte hikayeler, senaryolar, kullanabilir. Varsayıma dayalı sorularla yeni öğrenilecek terim hakkında merak uyandırılır.	S-S/D3: Terimle ilgili özellikler, birbirinden farklı öğrencilerin düşüncelerini açıklaması belirlenir. Terimin nasıl bir şey olduğu öğrencilerin verdiği örneklerle, gerekçelerle açıklanır.	S-S/F3: Terim ve sembollere ilişkin farklı fikirler bir araya gelerek, varsayımlar üzerinden terim, sembol hakkında konuşulup terimle ilgili kurallara ulaşılır.

Not: Aynı söylem öbeğinde farklı seviyeler aynı anda görülebilir. Kodlama yaparken seviyesi yüksek olan göz önünde bulundurulmuştur.

Tablo 51. Görsel Aracılara Yönelik Matematiksel Söylemlerin Oluşumuna Yönelik Teorik Çerçeve

Seviye	Matematiksel Söylemin Oluşma Süreci			
	Dikey Boyut	Yatay Boyut		
	Söylem tipi	Motivasyon	Düşünceleri Açıklama	Fikre Ulaşma
	Öğretmen(T)	(M)	(D)	(F)
1	T	T/M1: Öğretmen görsel aracıyı kendisinin çizeceğini söyleyerek öğrencilerin dikkatini çizime çeker.	T/D1: Öğretmen görsel aracıyı tanıtır. Nerelerde kullanıldığından, özelliklerinden bahseder	T/F1: Görsel aracı oluşturmaya ve oluşturulan görsel aracının deftere yazılmasına ilişkin "eşit aralık, eşit birim" vb. söylemlerle uyarıda bulunur.
2	T	T/M2: Öğretmen görsel aracı ile ilgili sayfanın kitaptan açılmasını söyleyerek öğrencileri dinlemeye motive eder.	T/D2 Öğretmen görsel aracıyı kendisi oluşturur, öğrenciler öğretmenin çizimini izler. Görsel aracıyı oluşturmaya ya da oluşturamaya ilişkin nedensel açıklama yapar.	T/F2: Öğretmen görsel aracının oluşturulması için nelerin gerekli olduğunu karar vererek, görsel aracının bileşenlerini özetler. Çizim kurallarına kendisi ulaşır.
3	T	T/M3: Öğretmen yeni bir görsel aracıyı geçtiğini söyleyerek öğrencileri haberdar eder. Ayrıca ilgili açıölçer, pergel gibi materyallerin nasıl kullanacağını anlatacağını söyleyerek öğrencileri haberdar eder.	T/D3: Öğretmen çizim kurallarını sıralayarak kendisi açıklar. Başlıktan, eksenlerin, görsel aracıya ilişkin ölçümlerin nasıl olması gerektiğini açıklar.	T/F3: Oluşturulan görsel aracının hangi durumlarda yanlış yorumlanabileceğini, doğru yorumlamak için neler yapabileceğini vurgular.
	Öğretmen-Sınıf (T-C)	(M)	(D)	(F)
1	T-C	T-C/M1: Öğretmen görsel aracıyı kendisinin çizeceğini; çizim yaparken de sınıftaki tüm öğrencilerin kendisini dinlemesi için sınıfı motive eder.	T-C/D1: Öğretmen görsel aracıdaki (tablo, grafik, modelleme vb.) ifadelerin yerleştirilmesini ve ya okunmasını sınıftaki tüm öğrencilere sorar; öğrenciler de aynı anda matematiksel söyleme katılarak görsel aracıdaki ifadeleri söyler.	T-C/F1: Öğretmen görsel aracının oluşumundaki eşit mesafe-eşit birime vurgu yapar.
2	T-C	T-C/M2: Öğretmen görsel aracıyı birlikte oluşturacaklarını, oluştururken de sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını istediğini söyleyerek öğrencileri motive eder.	T-C/D2: Görsel aracının yapısında olması ve ya olmaması gerekenler sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasıyla belirlenir. Görsel aracıdaki bazı temel kavramları (başlangıç noktası vb.) öğretmen açıklar.	T-C/F2: Matematiksel fikre ulaşmaya yönelik bir önceki seviyeden (T-C/F1)farklı olarak sınıftaki öğrencilerin da aynı anda matematiksel söyleme katılmasıyla iki görsel aracının karşılaştırılıp aralarındaki benzerlik ve zıtlıkların belirlenir. Yorum yaparken zorunlu ve esnek bileşenlere birlikte karar verilir.
	Öğretmen-Öğrenci(T-S)	(M)	(D)	(F)
	T-S	T-S/M1: Öğretmen görsel aracıya dikkat çekerek, görsel aracı hakkında bir öğrenciye soru sorar.	T-S/D1: Öğretmen, sırasında çizim yapan öğrencilere birebir dönüt verir. Öğrencinin oluşturduğu görsel aracıya ekleme ya da çıkarma yapması için açıklamalar yapar.	T-S/F1: Öğrencinin eksik çizim yapmasından kaynaklanan yanlış yorumlamalara ilişkin uyarılarda bulunulur. Görsel aracının yanlış yorumlamasına sebep olabilecek durumları öğretmen ve bir öğrenci tartışır.

Tablo 51'in devamı

Seviye	Dikey Boyut	Matematiksel Söylemin Oluşma Süreci		
		Yatay Boyut		
	Söylem tipi	Motivasyon	Düşünceleri Açıklama	Fikre Ulaşma
	Öğretmen(T)	(M)	(D)	(F)
	T-S	T-S/M2: Öğretmen öğrencilerin görsel aracıyı bireysel olarak çizmeleri için kitaptan ilgili sayfayı açtırarak ya da çizim hakkında açıklama yaparak motive eder.	T-S/D2: Görsel aracının özelliği öğretmen ve öğrencinin arasında tartışılır. Öğrenci olası durumları öğretmene sorar.	T-S/F2: Görsel aracı, diğer zeminlerle (matematiksel terminoloji ve soru/problem çözümü) ilişkilendirmesini öğretmen ve görsel aracıyı sorgulayan öğrenci birlikte yapar.
	T-S	T-S/M3: Bir öğrencinin görsel aracı hakkında anlaşılmayan yeri sorduktan sonra, öğretmen o öğrencinin merakını giderecek söylemlerle öğrenciyi motive eder.	T-S/D3: Görsel aracıda olması ve ya olmaması gerekenler üzerine konuşulur. Öğrenciler görsel aracının yapısı hakkında varsayıma dayalı soruları öğretmene sorar.	T-S/F3: Öğretmen ve öğrenci iki görsel aracı karşılaştırılarak görsel aracıya özgü yapıtaşlarını belirlerler. Öğrencinin iki görsel aracının birbirinden ayrıldığı yerleri fark etmesi sağlanır.
	T-S	T-S/M4: Öğretmen bir öğrencinin tahtada çizim yapması için rasgele ya da sırası gelen öğrenciyi kaldırır. Eksiksiz bir görsel aracı oluşturacağına ilişkin öğrenciyi cesaretlendirir.		T-S/F4: Görsel aracı çizim kurallarını öğretmen ve öğrenci tekrar gözden geçirilir; çizim kurallarında nelerin yeterli olduğuna karar verilir; çizim kurallarındaki esneklik öğrenciye bırakılır.
	Öğrenci-Öğrenci(S-S)	(M)	(D)	(F)
1	S-S	S-S/M1: Öğretmen yeni görsel aracıya geçtiklerini söyler; görsel aracıyı birlikte oluşturacaklarını söyleyerek öğrencileri haberdar eder.	S-S/D1: Görsel aracı oluşturulurken (öğretmen ve ya öğrencilerden biri) öğrenciler destekleyici ve reddedici söylemlerle görsel aracıda olması gerekenleri tartışır.	S-S/F1: Görsel aracının öncesi ve sonrası arasında öğrencileri ilişki kurar.
2	S-S	S-S/M2: Öğretmenin ve öğrencilerin görsel aracının anlaşılması için varsayıma dayalı soru sormasından sonra, öğrencilerin meraklarını giderecek söylemlerle öğrenciler motive edilir	S-S/D2: Görsel aracıyı oluştururken, çizim kurallarını birlikte sorgularlar. Görsel aracıda olması gereken aralık, sayı, başlangıç noktalarını birlikte belirler.	S-S/F2: Görsel aracının oluşturulmasına yönelik öğrenciler sonuç çıkarır.
3	S-S	S-S/M3: Görsel aracı oluşturmak/çizmek için öğrencileri cesaretlendirir. Çizim hakkında öğrencilere yönerge verilir; ön açıklamalar yapılır.	S-S/D3: Farklı matematiksel zeminle ve günlük yaşamla ya da bir önceki görsel aracı ile ilişki kurularak görsel aracı oluşturulur.	S-S/F3: Görsel aracı ile çizim kurallarını öğrenci değerlendirir; nerede ve ne zaman bu kuralları uygulayacağına karar verir.

Not: Aynı söylem öbeğinde farklı seviyeler aynı anda görülebilir. Kodlama yaparken seviyesi yüksek olan göz önünde bulundurulmuştur.

Tablo 52. Soru/problem çözümüne yönelik matematiksel söylemlerin oluşumuna yönelik teorik çerçeve

Seviye	Matematiksel Söylemin Oluşma Süreci			
	Dikey Boyut	Yatay Boyut		
	Söylem tipi	Motivasyon	Düşünceleri Açıklama	Fikre Ulaşma
	Öğretmen(T)	(M)	(D)	(F)
1	T	T/M1: Öğretmen çözülen ya da anlaşılmayan soruyu ilişkin çözüm yollarını tekrar anlatmaya başlar. Çoğu zaman soruyu tekrar anlatacağından öğrencileri haberdar etmez.	T/D1: Öğrencilerin kitaptan okuduğu çözüm yolunu öğretmen öğrencilerle birlikte takip eder.	T/F1: Öğretmen soru çözümünü kitaptaki ile karşılaştırır; anlaşılmayan yer olup olmadığını sorar. Soru çözümünü tekrar ederek özetler. Kitaba ya da deftere nasıl yazılması gerektiğine ilişkin uyarılarda bulunur.
2	T	T/M2: Öğretmen ilgili soruyu kitaptan açtırır ve çözümü öğrencilerin takip etmesini söyler.	T/D2: Öğretmen soruda istenileni detaylı bir şekilde açıklar. Bu süreçte soru çözümüne ilişkin adımları belirler.	T/F2: Öğretmen soru çözümüne ilişkin tavsiyelerde bulunur; hatalı ya da eksik çözümlere nelerin sebep açtığını söyleyerek aynı hataların yapılmaması yönünde uyarıda bulunur.
3	T	T/M3: Soru/problem çözümünü kendisinin yapacağını söyleyerek öğrencileri haberdar eder; anlatacaklarının dinlenilmesi ister. Soruyla ilgili ön bilgileri kendisi hatırlatır; sorunun anlaşılması açıklamalara başlar.	T/D3: Öğretmen çözüm yoluna ilişkin belirlediği stratejiyle çözüm yolunu açıklar. Çözüm yolunu-kuralı deftere doğrudan yazdırır. Farklı çözüm yollarını kendisi gösterir. İşlem rutini kendisi yapar ve işlem düzenine ilişkin öğrencileri bilgilendirir.	T/F3: Öğretmen öğrencilerin neyi anlayıp anlamadığına belirler. Hangi çözüm stratejilerinin daha pratik olduğunu ve sorularda hangisinin kullanılması gerektiğine ilişkin karar verir.
4	T	T/M4: Birbirine bağlantılı sorulardan (geçen ders, bir önceki soru, sınav soruları, diğer sınıflarda sorulan sorular vb.) soruyla ilgili ileriki zaman ve geçmiş zamandan bahsederek öğrencilerin dikkatini çeker.	T/D4: Öğretmen kuralı soruda uygulayarak soru çözümünü açıklar. Soru çözümünde kuralı uygularken çözümde mutlaka olması ve ya olmaması gerekenler hakkında açıklamalarda bulunur.	T/F4: Öğretmen soru çözümü ile ilgili anlamlandırma yaparak sonuçlara kendisi ulaşır. Soru çözümüne ilişkin nedensel, -iseli sonuçları söyler.
	Öğretmen-Sınıf (T-C)	(M)	(D)	(F)
1	T-C	T-C/M1: Öğretmen güdüleme yapmadan soru çözümüne başlar ya da öğrencilere soru çözümü için zaman vererek çözüm yapmalarını bekler. Matematiksel söylemin diğer yatay aşamalarında Öğretmen-Sınıf söylem tipi kendiliğinden oluşur.	T-C/D1: Öğretmen soruda verilenler ya da yaptığı işlem sonucu gibi cevabı belli olan soruları sınıfa sorar. Öğrenciler soruda yazılanları söyleyerek ya da öğretmenin tahtaya yazdığı işlem sonucunu söyleyerek aynı anda matematiksel söyleme katılır.	T-C/F1: Soru çözümüne ilişkin söylemleri tekrar ederek sınıfla birlikte konuşulanları özetler. Soruda geçen terimlere, çözüm yolunda kullanılan kurallara vurgu yapılır.

Tablo 52'nin devamı

Seviye	Matematiksel Söylemin Oluşma Süreci			
	Dikey Boyut	Yatay Boyut		
	Söylem tipi	Motivasyon	Düşünceleri Açıklama	Fikre Ulaşma
	Öğretmen(T)	(M)	(D)	(F)
2	T-C	T-C /M2: Öğretmen çözülen ya da anlaşılmayan soruyu ilişkin çözüm yollarını tekrar anlatacağını söyleyerek ya da soru çözümünde sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını beklediğini söyleyerek öğrencileri haberdar eder.	T-C/D2: Öğretmen sınıfla birlikte soru çözerken sorudaki işlemleri, çözüm yolu gibi soru çözümünü öğrencilere onaylatmak için soru sorar. Öğrenciler onaylayıcı soru tipleriyle . "…mi?"değil mi? Şeklinde sorulara "evet-hayır" çözümüne ilişkin onaylama ve ya hatırlama yapılır.	T-C/F2: Sınıfla birlikte öğretmen soruyu çözdükten sonra çözümün anlaşılıp anlaşılmadığını sınıfa sorar. "Anladık mı" söylemini burada çok sık kullanır. Soru çözümünün anlaşılması için hata yapılacak yerlerden bahsedebilir; soru çözümünün daha iyi öğrenilebileceğine ilişkin tavsiyelerde (ezbere bilinmesi gereken yerler; yazarak öğrenme gibi) bulunabilir.
3	T-C	T-C/M3: Öğretmen öğrencilerin dikkatini soru çözümüne çekmek için sorunun öneminden bahsedebilir; tahtaya vurabilir; öğrencilerin tamamının dinlemesi için öğrencileri güdüleyebilir. Öğrencilerin dinleyeceğinden emin olduktan sonra sınıfa soru sorarak birlikte soruyu çözeceklerinden haberdar eder.	T-C/D3: Öğretmen sınıfla birlikte soru çözerken soruya ilişkin yönlendirici soru sorular sorarak sınıftan cevaptan bekler. Bir önceki seviyeden (T-C/D2) farklı olarak öğrencilerin burada doğru-yanlış; var-yok gibi cevaplar verir.	T-C/F3: Öğretmen soru/problem çözümünde kuralları sıraya koyar. Varsayımlı sonuçlara kendisi ulaşır. Sınıfla birlikte soru çözümü yapıldıktan sonra soru çözümünün farklı yoldan yapılabileceğinden bahseder.
4	T-C	T-C/M4: Öğretmen, öğrencilerin önbilgilerini hatırlatmaya yönelik sorular sorarak ya da soru çözümüne ilişkin ip ucu vererek sorunun anlaşılmasını sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması ile sağlar.	T-C/D4: Öğretmen sınıfla birlikte soru çözerken soru çözümüne ilişkin basit düzeyde sorular sorarak sınıftan cevaptan bekler. Öğrenciler de formül hatırlatmaya, formülden yola çıkarak ya da basit düzeyde akıl yürüterek sorunun bir adımını yapmaya, işlem rutinini yapma gibi soruları cevaplar.	T-C/F4: Soru çözümü yapıldıktan sonra bulunan sayıların ne anlama geldiği, soruda neyi ifade ettiği öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması ile yorumlanır.
	Öğretmen-Öğrenci(T-S)	(M)	(D)	(F)
1	T-S	T-S /M1: Öğretmen soru çözümü için öğrencilere zaman verir. Öğretmen sınıf aralarında dolaşarak soru çözümü için öğrencilere bireysel dönüt verir. Çoğunluğun soruyu doğru yaptığından emin olduktan sonra bir öğrenciye söz hakkı verir.	T-S /D1: Öğretmen, öğrenciler soru/problem çözümlerine ilişkin işlem rutini ve işlem düzeni ile açıklamalarda bulunur. Öğrenciler, öğretmenin açıklamalarına göre işlemlerini yeniden düzenler.	T-S /F1: Öğrencinin doğru cevabına başka soruya geçerek etkileşimsiz dönüt verildiği gibi, öğrenciye nasıl yaptığı, hangi stratejileri kullandığı sorularak etkileşimli dönüt verilir. Doğru çözümlere dikkat çekilerek, hata yapılmaması gerektiğine uyarı yapılarak sınavda, testlerde çıkabileceği hakkında vurgu yapılır. Bu nedenle diğer öğrenciler de doğru çözümle ilgili anlaşılmayan soruları sorar.

Tablo 52'nin devamı

Seviye	Dikey Boyut	Matematiksel Söylemin Oluşma Süreci		
		Yatay Boyut		
	Söylem tipi	Motivasyon	Düşünceleri Açıklama	Fikre Ulaşma
	Öğretmen(T)	(M)	(D)	(F)
2	T-S	T-S /M2: Öğretmen soru çözümü için sırası gelen ya da rassal olarak kaldıracağı bir öğrenci söz hakkını vereceğini söyleyerek öğrencileri haberdar eder. Matematiksel söyleme katılacak öğrenciyi soru çözebileceğine inandırarak motive eder.	T-S /D2: Öğrenciler soru/problem çözerken çözüm stratejisini uygularken ya da tam uygulamazken öğretmen ile öğrenci arasında çözüm kuralını karıştırma, hatırlatma kuralı doğrudan vermeye ilişkin söylemler oluşur. Benzer soru ile açıklamalar yapılarak öğrencinin benzer çözüm stratejisini uygulaması sağlanır.	T-S /F2: Öğrencinin soru/problem çözümünü yanlış yapmasına etkileşimli dönüt verilir. Öğrenci nasıl çözdüğünü öğretmene mutlaka açıklar. Ayrıca öğrenci yanlış ya da eksik cevapları sonucunda aşırı genellleme yaptığı yerleri de açıklayarak hatasını fark etmesi sağlanır.
3	T-S	T-S /M3: Sorunun anlaşılmasına yönelik öğrencilerden soru gelir. Öğrencinin soru çözümündeki merakını gidermek için öğretmen matematiksel söyleme katılır.	T-S /D3: Öğrenciler soru/problem çözerken nedensel ve varsayıma dayalı açıklamalar yaparak çözüm stratejilerini sorgular.	T-S /F3: Öğrenciler, çözüm stratejilerini iki sonuca ilişkin çözüm stratejilerini karşılaştırır. Zihinden pratik çözüm yollarına karar verir.
4	T-S	T-S /M4: Sorunun anlaşılmasına yönelik bir öğrenci öğretmenle birlikte soruda verilenleri, istenilenleri ya da soru çözme adımlarının neler olabileceğini konuşur. Bir öğrenci ve öğretmenle birlikte soru çözümüne ilişkin plan yapılmış olur.	T-S /D4: Öğrencileri soru/problem çözümünde yapılması gerekenleri sorgular ya da çözüm stratejilerini oluştururken çözüm için izlenmesi gereken yolları adım adım belirler.	T-S /F4: Öğrenciler çözüm stratejileri ile ilgili genellenebilir sonuca ulaşırlar.
	Öğrenci-Öğrenci(S-S)	(M)	(D)	(F)
1	S-S	S-S/M1: Yapılamayan, anlaşılamayan soruyu bir ya da bir kaç öğrenci birlikte sorar. Öğretmen öğrencilerin merakını gidermek için tartışma ortamı hazırlar.	S-S/D1: Öğrenciler, çözüm yolunu neden-niçinli sorularla birlikte sorgularlar. Öğretmen bu aşamada bazen soruyu basite indirgeyip (somutlaştırma, analoji, kişiselleştirme vb. yoluyla) öğrencilerin bildiği matematiksel zemin hakkında konuşmalarını sağlar.	S-S/F1: Öğrenciler çözümü yaptıktan sonra çözüm yolunu tekrar sorgulayarak anlamlı öğrenmeye çalışırlar. Yanlış ya da eksik çözüm yollarını tekrar gözden geçirerek kendi hatalarını fark ederler. Kendi hatalarını dile getirmelerinde birbirini destekleyen söylemler görülür.
2	S-S	S-S/M2: Rasgele/sırası gelen öğrencinin soru çözümünü yapamaması durumunda ya da yaparken soruyu çözen kişiye yardımcı olmak amacıyla diğer öğrenciler matematiksel söyleme kendiliğinden dahil olur.	S-S/D2: Öğrenciler deneme- yanılma yaparak ya da öğretmenin soruyla ilgili verdiği ip ucundan yola çıkarak çözüm yoluna ilişkin farklı stratejileri denerler. Olası çözüm yollarını birlikte tartışırlar.	S-S/F2: Öğretmen soru/problem çözümüne ilişkin yorum/mantık getirmenin öneminden bahseder. Öğrenciler, soru çözümünde yapılan işlemin ne anlama geldiğini yordarlar ya da bulunan sayısal sonucu gerekçelerle yorumlarlar. Kendi hatalarından yola çıkarak hataya bağlı sonuç üretirler.

Tablo 52'nin devamı

Seviye	Dikey Boyut	Matematiksel Söylemin Oluşma Süreci		
		Yatay Boyut		
	Söylem tipi	Motivasyon	Düşünceleri Açıklama	Fikre Ulaşma
	Öğretmen(T)	(M)	(D)	(F)
3	S-S	S-S/M3: Öğretmen öğrencilerin soru/problem çözmesi için onları cesaretlendirir. Soru çözümünün oyun, etkinlikle vb. yapılacağını ifade ederek öğrencileri motive eder. Öğrencileri gruplara ayırıp öğrencilerin matematiksel zemin hakkında birbiriyle konuşmalarına ortam hazırlar.	S-S/D3: Öğrenciler, kendi çözüm yollarını ifade ederler. Çözüm yoluna katılan ya da katılmayan öğrenciler düşüncelerini gerekçelerle ifade ederler. Çözüm yoluna ilişkin farklı stratejiler bu aşamada ortaya çıkar.	S-S/F3: Öğrenciler, soru/problem çözümünde bulunan iki sonucun karşılaştırılması ya da bulunan sonucun ispatlanmasıyla çözüm stratejileri arasında ilişkilendirme yapar. Ayrıca başka zeminlerle de ilişkilendirme yapılarak dikkat edilmesi gereken yerleri fark eder.
4	S-S	S-S/M4: Öğretmen ve öğrenciler soru/problem çözme adımlarını birlikte belirlerler. Sorunun anlaşılması için günlük hayattan örnekler verilir; öğretmen "başka? Vb." söylemlerle öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasını sağlar.	S-S/D4: Öğrenciler, soru/problem çözüm yolunu birbirine sorarak yardımlaşabilir ya da olası çözüm yoluna katılmadıklarını ifade ederler. Çözüm aşamasında varsa kuralları sorgulayıp, çözüme ilişkin olasılıkları-varsayımları düşünerek çözüm yolunu birlikte tartışırlar.	S-S/F4: Soru çözümüne ilişkin farklı stratejileri, denemeleri gördükten sonra kendileri için en uygun, pratik-kolay çözüm yoluna karar verirler. Bilişsel stratejiye (tümden gelim vb.) dayalı soruya ilişkin sonuçlar bulurlar.

Not: Aynı söylem öbeğinde farklı seviyeler aynı anda görülebilir. Kodlama yaparken seviyesi yüksek olan göz önünde bulundurulmuştur.

Yukarıda yer alan matematiksel söylemlerin zemine göre oluşumunu açıklayan teorik çerçevenin oldukça kapsamlı olduğu görülmektedir. Matematiksel söylem çekirdeğinin dış ve iç yapısındaki oluşumu açıkayan bu analitik çerçeve, matematiksel söylemin dikey ve yatay boyutlarıyla belirlenmiştir. Matematiksel söylemin dikey boyutları olan söylem tiplerinin yatay boyutlarına ilişkin söylem göstergeleri ile bu teorik çerçeve açığa çıkmıştır. Araştırmanın bulgularında yer alan matematiksel söylem göstergelerine bakıldığında söylem göstergelerinin kendi içinde anlamsal derinlik açısından bir sınıflandırma olduğu görülmektedir. Bu nedenle T/M1, T/M2, T/M3, T/M4; T/D1, T/D2, T/D3, T/D4; T/F1, T/F2, T/F3, T/F4 şeklinde hiyerarşik bir sınıflama yapılmıştır. İlk harfler matematiksel söylemin dikey boyutunu temsil ederken, sonraki numaralandırılmış harfler matematiksel söylemin yatay boyutuna ilişkin hiyerarşiyi temsil etmektedir. Benzer şekilde diğer yatay boyutlar ve dikey boyutlar da seviyelendirilerek kodlanmıştır. Örneğin T-S/F3 kodunun anlamı, *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel fikre ulaşmaya yönelik üçüncü seviye anlamına gelmiştir. Matematiksel söylemin oluşumuna yönelik teorik çerçeveye bakıldığında, aynı dikey boyut ve aynı yatay boyuta ilişkin matematiksel söylemlerin farklı seviyelerde oluştuğu söylenebilir. Örneğin *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde soru/problem çözümü yapılamayan soruyla başladığı (S-S/M1) gibi soru çözme ile ilgili oyun, etkinlikle (S-S/M4) de başlamaktadır. İki matematiksel söylem göstergesi, aynı dikey boyutta aynı yatay boyutta yer alsa da kendi içlerinde bir farklılık görülmektedir. Ayrıca aynı zeminden başka bir söylem tipinden örnek verirsek, *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde soru/problem çözümünde matematiksel düşünceler açıklanırken öğretmen cevabı bilinen soru sorarak (T-C/D1) da sınıftaki öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasını sağlamaktadır; basit düzeyde soru sorarak (T-C/D4) da öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması sağlamaktadır. Bu bağlamda matematiksel söylemlerin oluşumun yansıtan söylem göstergelerinin kendi içinde bir seviye olduğu görülmektedir. Bir kaç söylem göstergesinin birleşmesi ya da tek bir söylem göstergesi ile göstergeler arasındaki seviyeler belirlenmiştir. Aynı yatay boyutta olan motivasyona ilişkin seviyelere bakıldığında, öğretmenin öğrenciyi matematiksel söyleme katılıp katılmayacağını belirleme şekline göre bir seviye oluştuğu söylenebilir. Bu bağlamda öğretmen merkezli yöntemden yapılandırmacı anlayışa giden motivasyon söylemleri oluşmaktadır. Benzer şekilde bir diğer yatay boyut olan matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında öğrencilerin matematiksel söyleme katılma durumuna göre bir seviyelendirmenin ortaya çıktığı belirlenmiştir. Ancak bu boyutta dikkat çeken bir diğer sonuç da, matematiksel söylemlerin anlamsal derinliğine göre bir seviyelendirme olmasıdır. Örneğin aynı dikey boyutta soru/problem çözümüne ilişkin söylemlerde işlem düzenine ilişkin (T-S/D1) açıklamalar yapıldığı nedensel-varsayımlı açıklamalar da (T-S/D3) yapılmaktadır.

Nedensel-varsayımlı açıklamaların öğretmen ile öğrenci arasındaki söylemlere diyalog niteliği kazandırabileceği düşünüldüğünden daha üst bir seviye olarak belirlenmiştir. Benzer şekilde görsel aracıların hem açıklanmasına (S-S/D1) hem de oluşturulmasına yönelik (S-S/D3) matematiksel söylemler oluşmasında öğrencilerin bilişsel olarak farklı seviyelerdeki düşüncelerin öğrencilerin söylemlerine yansığı belirlenmiştir. Bilişsel olarak anlamsal farklılığın daha çok ortaya çıktığı yatay boyut ise matematiksel fikre ulaşmaya yönelik söylemlerde oluşmuştur. Örneğin aynı dikey boyutta soru/problem çözümünde öğretmenin soru çözümünü aynen tekrar ederek özetlediği (T/F1) gibi, işlemlerin anlamlandırılmasını (T/F4) da kendisi yapmaktadır. Benzer şekilde diğer dikey boyutlarda öğrencilerinde matematiksel söylemlerinde bilişsel olarak anlamsal bir farklılık görülmüştür. Örneğin aynı dikey boyutta soru/problem çözümünde matematiksel fikirlere ulaşırken öğrencilerin çözüm yolunu tekrar sorguladığı (S-S/F1), farklı çözüm yolları arasından kendilerine göre en kolay olanı belirledikleri, çözüme ilişkin kendi öznel sonuçlarını buldukları (S-S/F4) sonucuna varılmıştır.

Görüldüğü gibi matematiksel söylemin yatay boyutları olan motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin oluşumda bir seviye görülmektedir. Bu üç boyut birbiriyle karşılaştırıldığında, matematiksel söylemin oluşumunu etkileyen her bir boyutta birbirinden farklı değişkenlerin olduğu görülmektedir. Motivasyon boyutunda öğretmenin matematiksel söylemi harekete geçirecek sınıf içi organizasyonlarının etkili olduğu ve bu organizasyonların yapılandırmacı anlayışa yakınlığına göre farklı seviyelerin oluştuğu tespit edilmiştir. Matematiksel düşünceleri açıklama boyutunda ise, öğretmen ve öğrencilerin matematiksel söylemlerindeki anlamsal derinliğin göre seviyelerin oluştuğu belirlenmiştir. Son olarak matematiksel fikre ulaşma boyutunda ise, terminoloji, görsel aracı ve ya soru/problem çözümü hakkında yapılan yorumlarda, bulunan sonuçlarda bilişsel olarak anlamsal farklılığın matematiksel söylemlerin oluşumundaki seviyeleri belirlediği sonucuna varılmıştır. Bu bağlamda matematiksel söylemin oluşumunda tüm yatay boyutlarında hiyerarşik bir seviye bulunmaktadır ve matematiksel söylemler de bu seviyelere göre oluşmaktadır. O halde, matematiksel söylemin yatay boyutlarının matematiksel söylem çekirdeğinin iç yapısını oluşturduğu düşünülürse, matematiksel söylem çekirdeğinin iç yapısı, katmanlı bir tabakadan oluşmaktadır. Çünkü matematiksel söylemin iç yapısındaki hiyerarşik seviyelendirmeler, bu katmanları oluşturmaktadır.

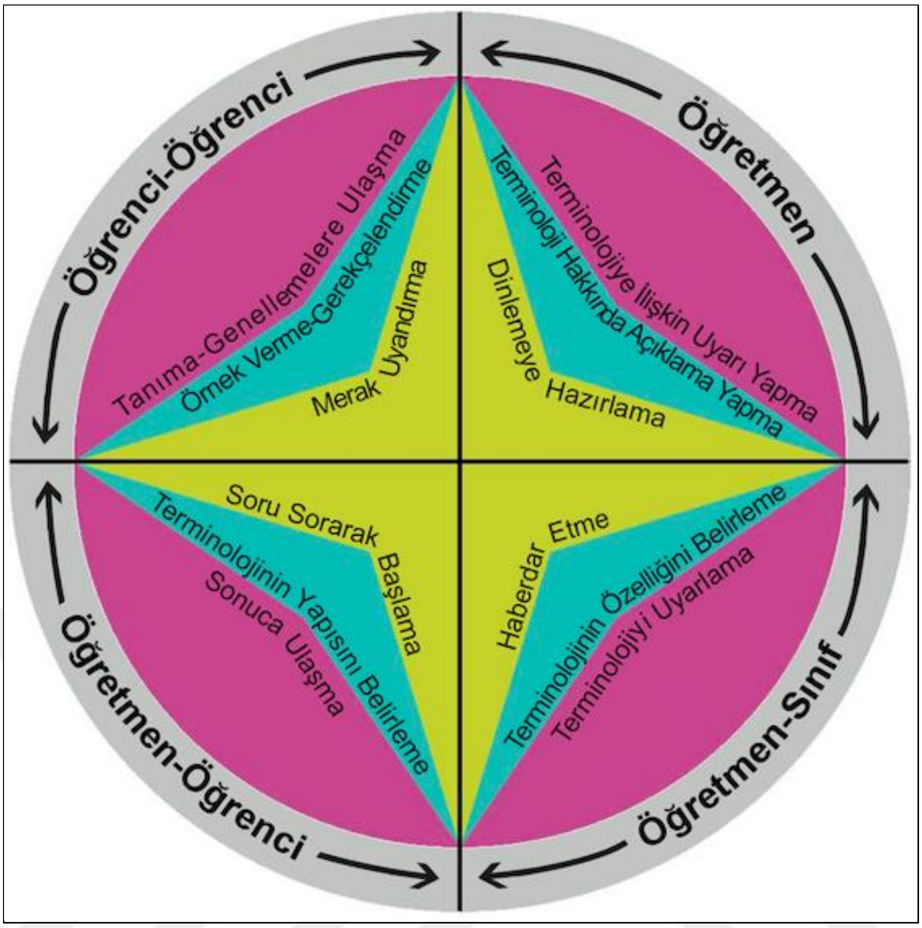
Alanyazında matematiksel söylemin örtük olarak kullanıldığı matematiksel tartışma, matematiksel konuşma gibi çalışmalarda da tartışmaların, konuşmaların seviyelendirilmesi görülmektedir. Ancak bu çalışmalarda çoğunlukla soru/problem çözümünde ya da belli bir öğrenme alanındaki bilişsel seviyeler görülürken bu araştırmada matematiğin kendine ait yapısını kapsayan matematiksel terminoloji ve görsel aracılara da ilişkin söylem göstergeleri arasında bir seviyelendirme vardır. Dolayısıyla bu araştırmada matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan bu teorik çerçevenin daha kapsayıcı olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda bu teorik çerçeve, matematik öğrenme-öğretme sürecini matematiksel söylemlerle kılavuzlamaktadır. Matematik öğrenme ve öğretme sürecini kılavuzlayan bu teorik çerçeve, matematik derslerinin uygulayıcı olan öğretmenlere matematiksel söylemin hangi dikey boyutunu hangi yatay boyuta ilişkin seviyelerle oluşturması açısından fikir vermektedir. Bu bağlamda matematik öğretmenine hangi söylem tipini, hangi söylemlerle derslerde nasıl kullanacağına ilişkin matematiksel iletişim haritası çizmektedir. Ayrıca araştırmanın bulgularında yer alan, matematiksel iletişim haritalarının da öğretmene yol gösterici olduğu düşünülmektedir. Bu haritalardan matematiksel söylem göstergeleri arasında seviyeler daha açık görünmektedir. Nitekim araştırma sonucunda açığa çıkan matematiksel söylemlerin oluşumuna ilişkin teorik çerçeve, bu iletişim haritalarından yararlanılarak bir kaç söylem göstergesinin birleşmesiyle şekillenmiştir. Bu iletişim haritalarından matematiksel söylemin en küçük yapıtaşı olan bazı göstergeler arasında daha sıkı bağların olduğu sonucuna varılmıştır. Örneğin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında tanım yapmaya ilişkin söylemlerle, terimlerin özetlenmesi arasında sıkı bir bağ olduğu belirlenmiştir. Ayrıca matematiksel iletişim haritalarında, farklı söylem tiplerinde öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşimin de farklı olduğu görülmektedir. Bu farklılık sebebiyle matematik öğrenme-öğretme sürecinde, öğretmen ve öğrencinin rolleri açığa çıkmaktadır. Matematiksel söylemler bu rolleri belirlemede bir köprü görevi görmektedir. Matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan bu teorik çerçeve ile matematiksel iletişimin nasıl sağlandığı görülmektedir. Aslında matematiksel söylem çekirdeğinin hem dış yapısı hem iç yapısı matematiksel iletişime yön vermektedir. Matematiksel söylem çekirdeğinin etrafını saran dış yapısındaki söylemlerin, iç yapısındaki söylemleri nasıl oluşturduğu bilinmesi gerekir. Bu bağlamda matematiksel söylemlerin oluşumunu açıklayan matematiksel söylem çekirdeğindeki yapının açıklanmasına ihtiyaç vardır.

Yukarıda açıklanan teorik çerçeveden hareketle, matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan teorik yapıya ulaşılmıştır. Teorik çerçeveden daha genel olan teorik yapı, benzer söylemlerin aralarındaki ilişkileri ortaya çıkaran ve matematik derslerinde uygulanabilen bütünleştirici bir bakış açısı sunmaktadır. Ortaya çıkan teorinin matematiğin tüm öğrenme alanlarında uygulanabilecek kadar genel olmasının yanı sıra matematiksel zemine (matematiğin dilini oluşturan ögeler) göre de spesifik olarak kullanılabileceği düşünülmektedir. Bu bağlamda matematiksel zemine göre ortaya çıkan ve teoriyi yansıtan modeller sırasıyla açıklandıktan sonra matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan genel model açıklanmıştır. Bu modellerde yer alan iç yapıdaki bileşenler, dış yapıların tümünde de görülebilir. Örneğin terminoloji kapsamında terimin özelliğini belirlemeye ilişkin söylemlerin tüm dış yapıdaki söylem tiplerinde görülmektedir. Ancak en belirgin bileşene, araştırmanın bulgularında yer alan matematiksel iletişim haritalarından, göstergelere ilişkin frekanslardan ve ilgili söylem tipinin alanyazındaki karakteristik özelliklerine bakılarak yer verilmiştir. Matematiksel terminoloji, görsel aracı ve soru/problem çözümüne ilişkin teoriyi yansıtan spesifik modeller sırasıyla başlıklar halinde aşağıda yer almaktadır.

6. 1. 1. Matematiksel Terminolojiye Göre Matematiksel Söylemlerin Oluşumu

Matematiksel terminoloji kapsamındaki söylemler, matematiksel terimler, semboller, işaretler, kavramlar, kavramlara ilişkin formüller gibi matematiğe özgü ifadeleri içeren matematiksel söylemlerden oluşmaktadır. Matematiğin kendine ait bir terminolojisi olmasından dolayı alanyazında da matematik, kendine ait bir dil ya da söylem olarak görülmektedir. Dolayısıyla bu araştırmada da matematiğin kendine özgü ifadelerinin kullanıldığı söylemlerin diğer zemine göre ayrı bir öneme sahip olduğu belirlenmiştir. Çünkü diğer matematiksel zeminlerde de terminolojiye ilişkin matematiksel söylemler oluşmaktadır. Örneğin görsel aracılarından bir kaçı oluşturulurken eksen kavramının tanımlanması bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca uzunluk ölçüleriyle ilgili soru/problem çözümü yapılırken uzunluk ölçülerini birbirine dönüştürmek için kullanılan kurallara ilişkin matematiksel söylemlerde terminolojiye ilişkin kavramların özelliklerinin, formülerinin kullanıldığı görülmektedir. Bu bağlamda matematiksel terminolojiye ilişkin söylemlerin diğer zeminlerdeki söylemlerin oluşumuyla ilişkisinin olduğu açıktır. Ancak bazı söylem öbeklerinde terminolojiye ilişkin matematiksel söylemin yatay boyutunu oluşturan motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikre ulaşmaya yönelik söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Bu söylemler matematiksel terminolojiye ilişkin söylemler kapsamında ayrı bir şekilde değerlendirilmiştir. Böylelikle terminoloji zemininde matematiksel söylemin iç yapısı oluşmaktadır. Matematiksel söylemlerin dış yapısı, diğer zeminlerde olduğu gibi terminoloji zemininde de matematiksel söylemlerin kimler arasında oluştuğunu açıklamaktadır.

Terminoloji zemine yönelik matematiksel söylemlerin oluşumunu yansıtan dış ve iç yapısına ilişkin model Şekil 36’da yer almaktadır.



Şekil 36. Terminoloji zemininin matematiksel söylem çekirdeği yapısı

Yukarıdaki modelde, terminoloji kapsamında matematiksel söylem çekirdeğinin yapısı sunulmuştur. Bu modele göre matematiksel söylemlerin oluşumundaki dış yapıya göre iç yapının farklılaştığı görülmektedir. Ayrıca matematiksel söylem çekirdeğinin dış yapısını oluşturan *Öğretmen* söylem tipinden *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipine doğru matematiksel söylemlerin oluşumunun anlamsal olarak derinleştiği görülmektedir. Matematiksel söylemin dış yapısında yer alan söylem tiplerine göre terminoloji kapsamında matematiksel söylemlerin oluşum süreci aşağıda sırasıyla açıklanmıştır.

1. *Öğretmen* söylem tipinde, terminoloji kapsamında matematiksel söylemler oluşmaya başlamadan önce öğretmenin öğrencileri motive edici hiç bir söylemi bulunmadığı gibi, terminolojiyi kendisinin anlatacağından haberdar ederek, ilgili bölümü kitaptan/akıllı tahtadan açtırarak öğrencileri terminolojiyi dinlemeye hazır hale getiredebilir. Dolayısıyla matematiksel söylemin yatay boyutunun ikincisi aşaması olan terminolojiye ilişkin matematiksel açıklamalarda da öğretmenin söylemleri, öğrencilerin söylemlerine göre daha ağırlıktadır. Başka bir ifadeyle, öğrenciler terminolojiyi dinlemeye hazır hale geldikten sonra sembol açıklama, terimin-özelliğini işlevini açıklama, kural anlatma, terminolojinin farklı

gösterimlerini açıklama, tanım yapma gibi terminolojiye ilişkin açıklamaları kendisi yapmaktadır. Bu açıklamalardan sonra matematiksel fikirlere ulaşırken de ilgili terminolojiyle ilgili özetleme, sembolü/işaretin kullanımını tekrar vurgulama, terminolojiyle ilgili unutulmaması-çalışılması gerekenleri açıklama gibi terminolojiye ilişkin tekrar niteliğinde uyarıların olduğu belirlenmiştir. Ayrıca matematiksel söylemin diğer yatay boyutlarında olduğu gibi öğretmen matematiksel söylemlerde aktif olup matematiksel fikirlere ulaşırken terminolojiye ilişkin uyarılar yapmaktadır. Bu söylemlerdeterminoloji kullanımının, terminolojinin işlevinde dikkat edilmesi gereken yerlerin açıklandığı söylenebilir. Görüldüğü gibi matematiksel söylemin dış yapısında yer alan *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin, iç yapısındaki matematiksel söylemlerin oluşumunu etkilediği ve öğretmenin söylemlerinin ağırlıkta olduğu sonucuna varılmıştır.

2. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde, terminoloji kapsamında matematiksel söylemler oluşmaya başlamadan önce öğretmen ön bilgileri sınıftaki öğrencilerin katılımıyla hatırlatmakta ve sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılacağından haberdar etmektedir. Dolayısıyla matematiksel söylemin yatay boyutunun ikincisi aşaması olan terminolojiye ilişkin matematiksel açıklamalarda da öğretmenin yönlendirmesiyle sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı ve terminoloji hakkında açıklamaların yapıldığı görülmüştür. Öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı bu aşamadaki matematiksel söylemlerde, onaylayıcı soru sorularak terimin özelliklerin/işlevinin hatırlatıldığı; basit düzeyde soru sorularak terimin özelliklerinin belirlendiği görülmüştür. Bu söylem tipine ilişkin matematiksel iletişim haritasında da terimin özelliklerini belirlemeye yönelik söylemlerin, hem motivasyon aşamasındaki söylem göstergeleri ile hem de matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylem göstergeleri arasında sıkı bağlar vardır. Bu bağlamda *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde, matematiksel düşünceleri açıklamaya ilişkin söylemlerin, sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasıyla terimlerin özelliklerini belirlemeye yönelik olduğu söylenebilir. Terimlerin özelliklerinin, sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasından sonra, matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında terimlerin özelliklerinin başka terime uyarlandığı görülmüştür. Ancak bu aşamada öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme her zaman katıldığı söylenemez. Görüldüğü gibi matematiksel söylemin dış yapısında yer alan *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin, iç yapısındaki matematiksel söylemlerin

oluşumunu etkilediği ve öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılma durumları birbirinden farklı olduğu sonucuna varılmıştır.

3. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde, terminoloji kapsamında matematiksel söylemleri öğretmenin ya da öğrencilerin başlattığı belirlenmiştir. Öğretmen, bir öğrenciye söz hakkı vererek doğrudan terimle başladığı gibi, terminolojiye dikkat çekerek ya da terminoloji hakkında merak uyandırarak öğrencilerin matematiksel söyleme katılması için motive etmektedir. Öğretmenin bu söylemleri incelendiğinde öğrencilere terminoloji hakkında soru sorarak matematiksel söylemleri başlatmaktadır. Diğer yandan öğrenciler de terminoloji hakkında anlaşılmayan yerleri öğretmene sorarak terminolojiye ilişkin matematiksel söylemleri başlatmaktadır. Daha sonra öğretmen ve öğrenci arasında terminolojiye ilişkin söylemlerin terminolojiye uygun örnek verme/vermeme, sembol/işaret kullanımını açıklama, terimlerin özelliklerini açıklama gibi, terimin yapısındaki formülleri belirleme gibi söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Bu göstergelere ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde terimin yapısını belirlemeye yönelik açıklamalar olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen ile bir öğrenci arasındaki bu açıklamalardan sonra, terimle ilgili sonuca yönelik matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Öğrencilerin, terminolojiyi tekrar sorgulaması, terimle ilgili yapılanların aynı sonuç-aynı gösterim olduğunu fark etmesi, varsayımlı sonuca ulaşması ya da özelliklerden sonuca varması gibi terminoloji hakkında sonuçla ilgili söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Bu bağlamda, terminoloji kapsamında *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin yatay boyutlarından olan matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin, terminoloji hakkında sonuca ulaşma yönünde olduğu tespit edilmiştir. Görüldüğü gibi matematiksel söylemin dış yapısında yer alan *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin, iç yapısındaki matematiksel söylemlerin oluşumunu etkilediği ve iç yapısındaki her aşamada öğrencilerin matematiksel söyleme aktif katıldığı sonucuna varılmıştır.

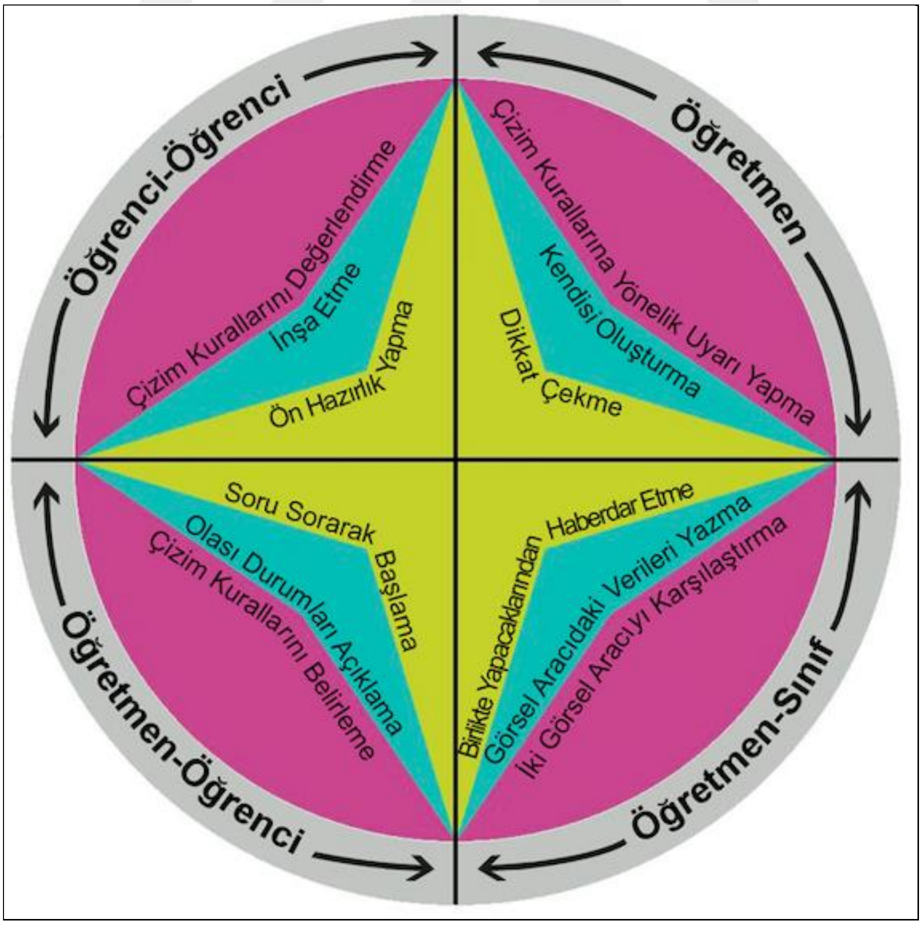
4. *Öğrenci-Öğrenci* terminoloji kapsamında matematiksel söylemler oluşmaya başlamadan önce öğretmenin terminoloji hakkında ön açıklama-ön tanım yaparak ya da ilgili terminolojinin zevkli-soyut konu olduğunu ifade ederek öğrencilerde terminolojiye karşı merak uyandırmaktadır. Diğer yandan öğrenciler de terminoloji hakkında varsayıma dayalı soru sorarak ya da terminoloji hakkında merak ettiklerini sorarak söylemleri başlatmaktadır. Bu bağlamda terminoloji kapsamında *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin yatay boyutlarından olan biri olan motivasyona yönelik söylemlerin terminoloji

hakkında merak edilenlere yönelik olduğu tespit edilmiştir. Daha sonra öğrencilerin kendi aralarında terminolojiye yönelik oluşan söylemlerin günlük hayattan örnek verme, sınıftaki eşyalardan örnek vererek terimin nasıl bir şey olduğunu tarif ettikleri ya da terimin özelliklerini keşfettikleri belirlenmiştir. Ayrıca öğrenciler matematiksel düşüncelerini açıklarken gerekçeye dayalı açıklamalar yapması da araştırmanın dikkat çeken sonuçları arasındadır. Öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemlerle terminolojiye örnek vermekte; örnek verirken gerekçelere dayalı açıklamalar yaptığı görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamasından sonra, dağınık fikirlerin netleştiği, terimle ilgili sonuca vardıkları, terminolojiyi anlamlandırdıkları ve muhakeme ettikleri belirlenmiştir. Matematiksel iletişim haritasında yer alan bu göstergelere ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde, öğrencilerin fikir birliği ile tanımlara ve genellemeler ulaştığı sonucuna varılmıştır. Görüldüğü gibi matematiksel söylemin dış yapısında yer alan *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin, iç yapısındaki matematiksel söylemlerin oluşumunu etkilediği ve iç yapısındaki her aşamada matematiksel söyleme etkileşimli ve aktif katıldığı sonucuna varılmıştır.

Yukarıda terminoloji zeminindeki matematiksel söylem çekirdeğinin oluşum yapısı, dış yapıdan iç yapıya doğru açıklanmıştır. Matematiksel söylemin iç yapısı ile dış yapısı karşılıklı etkileşim halindedir. Matematiksel söylemin iç yapısının birinci katmanı olan motivasyon aşamasında; dinlemeye hazırlama; haberdar etmeye; soru sorarak başlamaya ve merak uyandırmaya ilişkin söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Matematiksel söylemin iç yapısının ikinci katmanı olan matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında terminoloji hakkında öğretmenin kendisinin açıklama yapmaya; terminolojiye ilişkin özellikleri açıklamaya; terminolojinin yapısının belirlemeye; terminolojiye ilişkin örnek-gerekçe vermeye ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür. Matematiksel söylemin iç yapısının üçüncü katmanı olan matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında ise, terminolojiye ilişkin uyarı yapmaya; terminolojiyi uyarlamaya; terminoloji hakkında sonuca ulaşmaya; tanıma ve genellemelere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir.

6. 1. 2. Görsel Aracılara Göre Matematiksel Söylemlerin Oluşumu

Görsel aracılara ilişkin matematiksel söylemlerin tablo, grafik, matematiksel modelleme, şekillere ilişkin matematiksel söylemlerden oluşmaktadır. Alanyazında matematiksel terminolojiye sıklıkla vurgu yapılırken görsel aracıya ilişkin matematiksel söylemlerin daha az ele alındığı belirlenmiştir. Aslında matematiğin kendine özgü dilinde görsel aracılar da yer almaktadır. Bu bağlamda görsel aracılara ilişkin söylemlerin veri işleme öğrenme alanında daha çok oluştuğu söylenebilir. Araştırmanın sonucuna göre, görsel aracılara ilişkin matematiksel söylemlerin, diğer zeminlere ilişkin söylemlerden farklı olarak matematiğin kolay anlaşılmasında ya da yorumlanmasında bir araç olduğu belirlenmiştir. Çünkü görsel aracı oluşturulmadan önce, oluşturulurken, oluşturulduktan sonra görsel aracı kullanmanın yararına, nerelerde kullanıldığına ilişkin farklı dikey boyutlarda ve yatay boyutun farklı aşamalarında bir çok matematiksel söylem oluşmuştur. Örneğin yedinci sınıflarda çizgi, sütun grafiğinin nerelerde kullanıldığına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Ayrıca bir başka görsel aracı olan matematiksel modellemeye ilişkin söylemlerin de somutlaştırma yapılarak matematiğin daha kolay anlaşılması için oluşturulduğu belirlenmiştir. Görsel aracılara yönelik matematiksel söylemlerin oluşum amacı aynı olsa da, matematiksel söylem çekirdeğinin dış yapısından içe doğru görsel aracılara yönelik matematiksel söylemlerin oluşumu farklılık göstermektedir. Görsel aracıya yönelik matematiksel söylemlerinin oluşumun dış ve iç yapısındaki yansıtan model Şekil 37’de yer almaktadır



Şekil 37. Görsel aracı zemininin matematiksel söylem çekirdeği yapısı

Yukarıdaki modelde, görsel aracı kapsamında matematiksel söylem çekirdeğinin yapısı sunulmuştur. Diğer zeminlere ilişkin modellerde görüldüğü gibi, bu modelde de matematiksel söylemlerin oluşumundaki dış yapıya göre iç yapının farklılaştığı görülmektedir. Ayrıca matematiksel söylem çekirdeğinin dış yapısını oluşturan *Öğretmen* söylem tipinden *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipine doğru matematiksel söylemlerin oluşumunun anlamsal olarak derinleştiği görülmektedir. Matematiksel söylemin dış yapısında yer alan söylem tiplerine göre görsel aracılara ilişkin matematiksel söylemlerin oluşum süreci aşağıda sırasıyla açıklanmıştır.

1. *Öğretmen* söylem tipinde, görsel aracılara matematiksel söylemler oluşmasına öğretmenin karar verdiği belirlenmiştir. Öğretmen görsel aracının oluşmasına karar verdikten sonra, öğrencilerin görsel aracıyı ilişkin konu anlatımını ilgili sayfadan kitaptan açtırarak ya da öğrencilerin defterlerine görsel aracıya ilişkin başlık yazdırarak kendisinin anlatacağından haberdar ederek öğrencilerin tüm dikkatini görsel aracıya çekmektedir. Öğretmen görsel aracılar hakkında açıklama yapmadan önce, görsel aracıya dikkat çekerek öğrencilerin görsel aracıya odaklanmasını sağlamaktadır. Daha sonra matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında da öğretmen aktif olarak görsel aracıya ilişkin açıklamaları kendisi yapmıştır. Öğretmen, görsel aracıyı tanıtarak, görsel aracıya ilişkin çizim kuralını açıklayarak ya da sıralayarak, görsel aracıya ilişkin açıklamaları kendisi yaparak görsel aracıyı kendisi oluşturmaktadır. Son olarak matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında öğretmenin söylemleri ağırlıktadır. Öğretmen görsel aracı kuralını tekrar vurgulama, görsel aracıyı oluşturmada nelerin gerekli olduğuna kendisi karar verme ya da görsel aracı oluşturulurken aralıkların eşit aralık-eşit mesafede olmasına vurgu yapması gibi, çizim kurallarına yönelik uyarılar yaptığı belirlenmiştir. Bu bağlamda çizim kurallarına uyarı yapmaya ilişkin öğretmenin matematiksel söylemlerinin, görsel aracının oluşumuna yönelik spesifik kurallar olduğu gibi, aralıkların eşit aralık-eşit mesafe olması gibi genel uyarların da olduğu sonucuna varılmıştır. Görüldüğü gibi matematiksel söylemin dış yapısında yer alan *Öğretmen* söylem tipinin, iç yapısında öğretmenin söylemlerinin ağırlıkta olduğu belirlenmiştir.
2. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde, görsel aracı kapsamında matematiksel söylemler oluşmaya başlamadan önce öğretmen öğrencilerle birlikte görsel aracıyı oluşturacaklarını ya da yorumlayacakların ifade ederek sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılacağından haberdar etmektedir. Sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılacağı, bu zeminde daha belirgindir. Diğer matematiksel zeminlerde *Öğretmen-Sınıf*

söylem tipinin oluşması, öğretmenin öğrencilere sorduğu sorulara göre kendiliğinden oluşmaktayken bu zeminde, öğretmen sınıf içi organizasyonları düzenlerken karar vermektedir. Daha sonra matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında da öğretmen ve sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasıyla grafik yapısının belirlendiği ve tablo/grafiklerin birlikte okunup yerleştirildiği görülmüştür. Öğretmen bu aşamada matematiksel terminolojiden yararlanarak görsel aracıya ilişkin tanımlar da yapmaktadır. Ancak sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı açıklamaların görsel aracıdaki verilerin yerleştirilmesine yönelik daha çok olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca matematiksel iletişim haritasında bu söylem göstergesinin matematiksel söylemin diğer yatay boyutları olan motivasyon ve matematiksel fikre ulaşma arasındaki bazı söylem göstergeleri arasında sıkı bağlarının olduğu görülmüştür. Son olarak matematiksel fikre ulaşma aşamasında ise görsel aracıların karşılaştırılarak çizimdeki esneklik ya da gereklilik durumlarının belirlendiği görülmüştür.

3. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde, görsel aracı kapsamında matematiksel söylemleri diğer matematiksel zeminlerde olduğu gibi öğretmenin ya da öğrencilerin başlattığı belirlenmiştir. Ancak bu zeminde, öğretmen öğrenciye söz hakkı verirken öğrencinin görsel aracıyı oluşturabileceğine yönelik cesaretlendirerek; birlikte- bireysel çizim yapılacağından ya da sırası gelen öğrencinin çizim yapacağından haberdar ederek öğretmen, öğrencilerin görsel aracıyı çizmesi için motive etmektedir. Ayrıca öğrencilerin de görsel aracı hakkında anlamadığını sorarak görsel aracılara ilişkin matematiksel söylemleri başlattığı görülmüştür. Ancak bu göstergelerle ilişkin matematiksel söylemler bazen bir öğrenci ile öğretmen arasında oluştuğu gibi; öğretmen genel konuşup bir öğrenciye söz hakkı vermektedir. Dolayısıyla matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında öğretmen ve bir öğrenci arasında görsel aracı hakkında görsel aracının özelliği, görsel aracıda olması gereken ve olmaması gereken özelliklere ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Öğretmen, görsel aracıyı oluşturan bireysel dönüt vererek de açıklamalar yapmaktadır. Aslında bu aşamada öğretmen ve bir öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerle, görsel aracı hakkında olası durumları açıklamaya yönelik matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Son olarak matematiksel fikre ulaşmaya yönelik söylemlerde, iki görsel aracıyı karşılaştırma; başka zeminle ilişkilendirme; görsel aracının işlevine vurgu yapma; çizim için yeterli kuralları

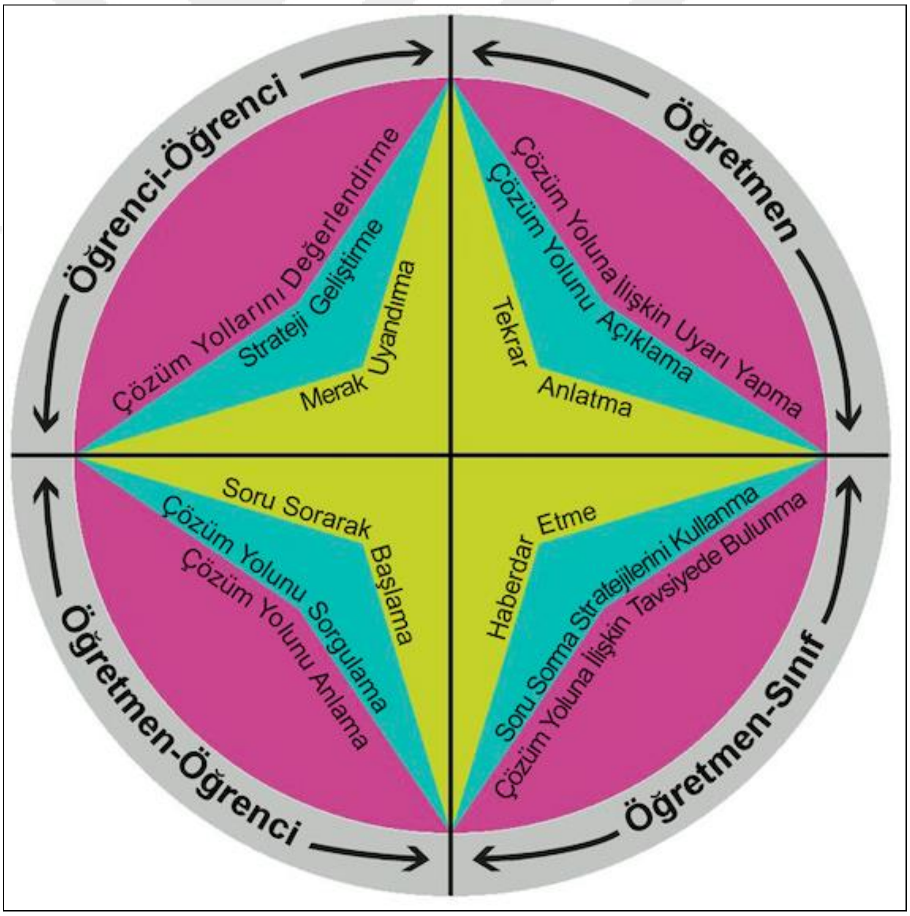
belirleme gibi matematiksel söylemlerle çizim kurallarının değerlendirildiği sonucuna varılmıştır.

4. *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde görsel aracılar kapsamında matematiksel söylemlere başlamadan önce öğretmen öğrencilerin görsel aracı hakkında matematiksel söylemlere katılması için motive etmektedir. Yeni konuya ya da farklı bir görsel aracıya geçişten haberdar ettiği gibi, varsayıma dayalı merak uyandıran sorular da sorarak öğrencilerin matematiksel söyleme katılmasına teşvik etmektedir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel söyleme katılmaları için öğretmen görsel aracıya yönelik ön açıklamalar, ön yönergeler vermektedir. Dolayısıyla öğretmen merak uyandıran sorularla ya da ön açıklama-yönergelerle öğrencilerin görsel aracı matematiksel söyleme katılması için öğrencilere zihinsel olarak ön hazırlık yapılmaktadır. Daha sonra matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında, görsel aracının oluşumunu sorgulama, başka zeminle ya da günlük hayatla ilişkilendirme gibi söylemlerle görsel aracının yapısını belirleyip görsel aracıyı inşa etmeye yönelik matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemlerle görsel aracının inşa edilmesine yönelik destekleyici ya da reddedici söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Son olarak matematiksel fikre ulaşmaya yönelik söylemlerde, öğrencilerin görsel aracının çizim kurallarına ilişkin sonuç çıkarma, görsel aracıya ilişkin çizim kurallarına karar verme, uygulama ve yorumlama gibi matematiksel söylemlerle çizim kurallarının değerlendirildiği sonucuna varılmıştır.

Yukarıda görsel aracı kapsamındaki matematiksel söylem çekirdeğinin oluşum yapısı, dış yapıdan iç yapıya doğru açıklanmıştır. Matematiksel söylemin iç yapısının birinci katmanı olan motivasyon aşamasında; dikkat çekme; birlikte yapacaklarından haberdar etme; soru sorarak başlama; ön hazırlık yapmaya ilişkin söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Matematiksel söylemin iç yapısının ikinci katmanı olan matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında, öğretmenin görsel aracıyı kendisi oluşturmasına; görsel aracıdaki verilerin yazılmasına; görsel aracıya ilişkin olası durumları açıklanmasına; görsel aracıyı inşa edilmesine ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. Matematiksel söylemin iç yapısının üçüncü katmanı olan matematiksel fikirleri ulaşma aşamasında ise, çizim kurallarına ilişkin uyarı yapmaya; iki görsel aracının karşılaştırmaya; görsel aracıya ilişkin çizim kurallarını belirleme ve çizim kurallarını değerlendirmeye ilişkin söylemlerin oluştuğu sonucuna varılmıştır.

6. 1. 3. Soru/Problem Çözümüne Göre Matematiksel Söylemlerin Oluşumu

Ülkemiz ve uluslararası literatürde yer aldığı gibi, matematik dersinde problem çözme becerisi, geliştirilmesi gereken alana özgü beceriler arasında yer almaktadır. Bu bağlamda soru/problem çözümüne alanyazında da çok ağırlık verilerek matematiksel söylemlerin çoğu da soru/problem çözme üzerine incelenmiştir. Ancak buradaki söylemler Sfard'ın ifade ettiği gibi, matematiksel terminoloji ve görsel aracılara ilişkin söylemlerin rutin hale gelmesi ve tasdik edilmiş anlatılarla oluşmaktadır. Dolayısıyla bu araştırmada Sfard'ın belirlediği dört bileşenden farklı olarak matematiksel zemine ilişkin üç öge belirlenmiştir. Çünkü Soru/problem çözümüne yönelik söylemler, matematiksel terminoloji ve görsel aracılara ilişkin söylemleri de içermektedir. Soru/problem çözümü zemine yönelik matematiksel söylemlerinin oluşumun dış ve iç yapısındaki yansıtan model Şekil 37'de yer almaktadır.



Şekil 38. Soru/problem çözümü zemininin matematiksel söylem çekirdeği yapısı

Yukarıdaki modelden görüldüğü gibi, *Öğretmen* söylem tipinden *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipine doğru matematiksel söylemlerin oluşumunun derinleştiği görülmektedir.

Matematiksel söylemin dış yapısına göre matematiksel söylemlerin oluşum süreci aşağıda sırasıyla açıklanmıştır.

1. *Öğretmen* söylem tipinde, soru/problem çözümünde öğrencilerin matematiksel söyleme katılması için öğrencileri motive etmediği belirlenmiştir. Terminolojiye ilişkin matematiksel söylemlerde olduğu gibi, kitap-akıllı tahtadan soruyu açtırarak ya da soruya ilişkin birbirine bağlantılı örneklerden bahsederek doğrudan soru çözümüne başlamaktadır. Öğretmenin doğrudan soru çözümüne başlamasında soru çözümünü tekrar anlatmaya yönelik söylemlerin daha çok olduğu belirlenmiştir. Matematiksel iletişim haritasında da yer aldığı gibi öğretmenin matematiksel söylemlerin başlamasında, öğretmenin soruyla ilgili tekrar anlatımının matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik diğer söylem göstergeleri arasında sıkı bağlar olduğu görülmüştür. Dolayısıyla bu söylem tipine yönelik matematiksel söylemlerin başlamasında öğretmenin soru çözümünü tekrar anlatmaya başlamasının etkili olduğu bulunmuştur. Öğretmenin bazı söylem öbeklerinde tekrar anlatacağından öğrencileri haberdar ettiği bazen de etmeden hemen soru çözümüne başladığı tespit edilmiştir. Dolayısıyla matematiksel söylemin yatay boyutun sonraki aşaması olan matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerde öğretmenin söylemleri ağırlıktadır. Çünkü tekrar anlatmayla başlayan bu söylemler, matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında çözüme ilişkin farklı yolların gösterilmesi, çözüm-stratejinin açıklanması, çözüme ilişkin kural açıklanması gibi çözüm yolunun açıklanmasına ilişkin matematiksel söylemlerle devam etmektedir. Benzer şekilde matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında da öğretmen söylemlerinin daha çok belirlenmiştir. Öğretmen çözüm yollarını açıkladıktan sonra, özetleme, nedensel açıklama gibi çözüme ilişkin tekrar niteliğinde açıklamalar yapmaktadır. Ayrıca çözüm için neyin gerekli olup olmadığına kendisi karar vermekte, öğrencilerin de neyi anlayıp anlamadığına karar vermektedir. Dolayısıyla öğrencilerin hatalı ya da eksik çözüm yapması için sürekli uyarı ve tavsiyelerde bulunmaktadır. Ancak öğretmenin soru çözümüne ilişkin uyarılarının daha çok olduğu belirlenmiştir. Çünkü motivasyon aşamasında bile soru çözümün nasıl yapılacağının; ileriki sınıflarda ve geçmiş dönemlerde nasıl yapıldığına ilişkin açıklanmalar vardır.
2. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde, soru/problem çözümünde sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını için motive etmektedir. Bu motivasyona yönelik söylemlerin bazen açık bir şekilde olduğu bazen de örtük olduğu belirlenmiştir. Öğretmen soru çözümü içim kurala yönelik ipucu vererek,

soruya dikkat çekerek ya da soruya doğrudan başlayarak öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasını sağlamaktadır. Tüm bu söylem göstergelerine ilişkin matematiksel söylemler incelendiğinde, öğretmen öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması için örtülü ya da açık bir şekilde öğrencileri haberdar etmektedir. Öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılması için öğretmen, matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında da öğrencileri yönlendirmektedir. Bu yönlendirmenin öğretmenin kullandığı soru sorma stratejilerini etkili kullanma ile ilişkisi olduğu tespit edilmiştir. Diğer söylem tiplerinde matematiksel düşünceler açıklanırken soru sorma stratejileri kullanılmaktadır ancak *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde daha farklı olarak birden çok soru sorma stratejilerinin aynı anda kullanıldığı belirlenmiştir. Soru sorma stratejileri kapsamında, onaylayıcı soru sorma, yönlendirici soru sorma, basit düzeyde soru sorma gibi farklı stratejiler ele alınmıştır. Öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasında bu stratejilerden yararlanıldığı belirlenmiştir. Son olarak matematiksel fikre ulaşmaya yönelik söylemlerde öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı çok söylenemez. Ancak öğretmenin genelde "Anladınız mı?" diye sorusundan sonra, sınıftaki öğrenciler "evet- hayır" şeklinde cevap vermektedir. Bu aşamada öğretmen, soru çözümü için yapılması gerekenleri sıralama, ezbere bilinmesi gerekenleri vurgulama, daha iyi nasıl öğrenileceğine ilişkin söylemlerle soru çözümüne ilişkin tavsiyede bulunmaktadır.

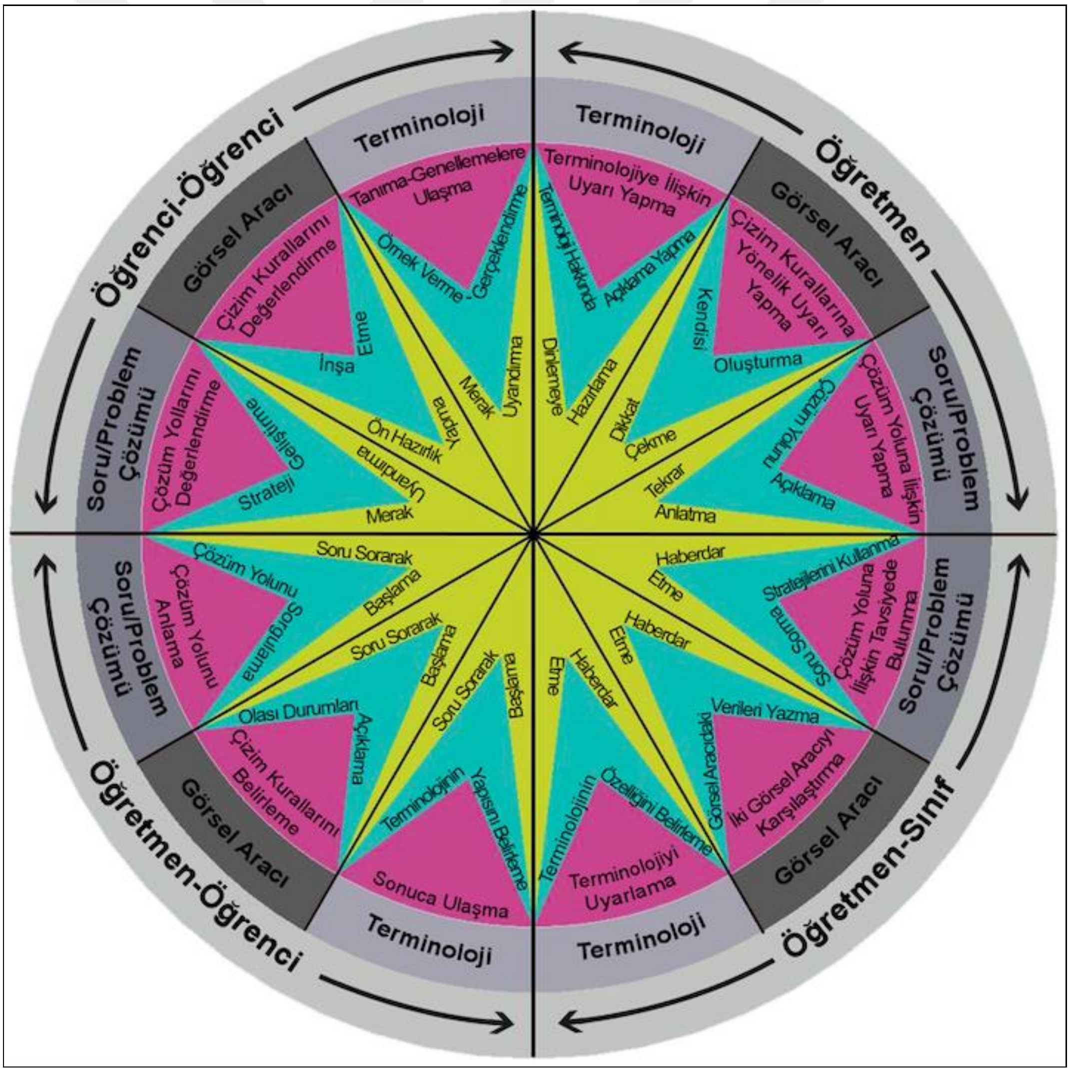
3. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde, soru çözümünün diğer matematiksel zeminlerde olduğu gibi ya öğretmenin söylemleri ile ya da öğrencilerin söylemeleri ile başladığı belirlenmiştir. Öğretmenin soru sorarak öğrenciye söz hakkı vermesi ile başladığı gibi, öğrencilerin de soru çözümünde anlamadıkları yerleri öğretmen sormasıyla matematiksel söylemler başlamaktadır. Daha sonra matematiksel düşünceleri açıklama aşamasındaki öğretmen ve öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerde, çözümdeki esnekliği ifade etme; kuralı karıştırma- hatırlama gibi söylem göstergelerinin oluştuğu belirlenmiştir. Bu göstergeler ışığında, soru çözüm yolunun öğrenciler tarafından sorgulandığı sonucuna varılmıştır. Son olarak matematiksel fikre ulaşmaya yönelik matematiksel söylemlerin doğruya-yanlışa dönüt verme; hatayı fark etme gibi çözümün anlaşılmasına yönelik olduğu tespit edilmiştir. Aslında öğretmen ile bir öğrenci arasında oluşan bu matematiksel söylemleri diğer öğrencilerin de dinlemesi ile çözümün anlaşılması sağlanmaktadır. Çözümü anlamayan öğrenci

anlamadığı yeri sorarak *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipini başlattığı gibi, *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipini de başlatmaktadır.

4. *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde, öğretmen öğrencilerle birlikte problem çözme adımlarını belirlemektedir. Bu aşamada öğrencilerin de problem hakkında merak ettiklerini sordukları görülmüştür. Böylelikle öğrenciler problemi nasıl çözeceğine ilişkin fikir yürüterek daha istekli hale gelmektedir. Ayrıca öğretmen öğrencilerin daha istekli olması için soru/problem çözümünde öğrencileri merak uyandırarak cesaretlendirmektedir. Soru çözümünün oyun-etkinlik yapılacağından haberdar ederek öğrencilerde soru çözümü için merak uyandırmaktadır. Öğrencileri ise anlamadıklarını sorarak da matematiksel söylemleri başlatmaktadır. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde de öğrencilerin anlamadığını sorarak soru çözümünü başlattığı görülmektedir. Ancak bu söylem tipinde daha farklı olarak soru çözümüne öğrenciler kendi aralarında matematiksel söyleme katılarak başlanmaktadır. Buna ilaveten soruyu yapamayan öğrencinin yanlış çözümüne öğrenciler müdahale ederek soru çözümünde merak ettikleri yerleri sormaktadır. Dolayısıyla *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde, gerek öğretmenin öğrencilerde merak uyandırması gerekse öğrencilerin merak ettiklerini sormasıyla soru/problem çözümü başlamaktadır. Daha sonra matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında ise öğrencilerin kendi aralarında çözüm yolunun tartışarak, çözüm yolunu adım adım belirleyerek, kendi çözümlerinden bahsederek, çözüm yolunu nedenli-niçinli sorgulama yaparak çözüm stratejisi geliştirmeye yönelik söylemlerinin olduğu tespit edilmiştir. Soru/problem çözümünde öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemlerle farklı çözüm yolu ürettikleri sonucuna varılmıştır. Matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında öğrenciler kendi aralarındaki matematiksel söylemlerle iki sonucu karşılaştırarak ya da ilişkilendirerek, çözümü tekrar sorgulayarak, kendilerine özgün sonuçlar bularak, çözüm yollarını gözden geçirerek çözüm yollarına ilişkin değerlendirme yaptıkları belirlenmiştir.

Yukarıda soru/problem çözümü kapsamındaki matematiksel söylem çekirdeğinin oluşum yapısı, dış yapıdan iç yapıya doğru açıklanmıştır. Matematiksel söylemin iç yapısının birinci katmanı olan motivasyon aşamasında; öğretmenin soruyu tekrar anlatmaya; haberdar etmeye; soru sormaya; soru çözümü için merak uyandırmaya ilişkin matematiksel söylemler oluşmaktadır. Matematiksel söylemin iç yapısının ikinci katmanı olan matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında; öğretmenin çözüm yolunu açıklamasına; çözüm yolunda soru sorma stratejilerini kullanılmasına; çözüm yolunun sorgulanmasına ve çözüm yoluna ilişkin strateji geliştirilmesine yönelik matematiksel söylemlerin oluştuğu tespit edilmişdir. Matematiksel söylemin iç yapısının üçüncü katmanı olan matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında ise çözüm yoluna ilişkin uyarı yapma; çözüm yoluna ilişkin tavsiyede bulunma; çözüm yolunu anlama ve çözüm yolunu değerlendirmeye ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu sonucuna varılmıştır.

Yukarıda açıklanan matematiksel terminoloji, görsel aracı ve soru/problem çözümüyle ilgili modellerden yola çıkarak matematiksel söylemlerin doğal olarak oluşumunu yansıtan genel model Şekil 38'de yer almaktadır. Bu modelin matematiksel zemine ve söylem tiplerine göre sınıf içindeki matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğunu yansıtan genel bir teorik yapı olması açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Matematiksel söylemlerin oluşumundaki yapıyı yansıtan genel model aşağıda yer almaktadır.



Şekil 39. Matematiksel söylem çekirdeğinin genel yapısı

Yukarıda matematiksel söylem çekirdeğinin genel yapısı, matematiksel söylemin nasıl oluştuğunun teorik olarak açıklamaktadır. Bu teorik bakış açısının matematik sınıflarındaki uygulamalarda öğretmenlere ve araştırmacılara fikir vereceği düşünülmektedir. Matematiksel söylem çekirdeğinin dış yapısındaki söylem tiplerine karar veren öğretmenin, iç yapıdaki söylemlerin oluşumunu göz önünde bulunduracağı düşünülmektedir. Diğer yandan matematiksel söylemin dış yapısını oluşturan *Öğretmen, Öğretmen-Sınıf; Öğretmen-Öğrenci, Öğrenci-Öğrenci* söylem tipleri sadece matematik dersi değil, herhangi bir dersteki söylemlerin analiz edilmesinde kullanılabilir. Dolayısıyla matematiksel söylemin dış yapısı, başka derslerdeki iletişimi sağlayan söylemlere uyarlanabilir. Bu bağlamda gerçek sınıf ortamının uygulayıcısı olan öğretmenlere sınıf içindeki iletişimi kanalize etmede yol göstericidir. Diğer yandan bu dış yapı sınıf ortamlarında iletişimi, söylemi ele alan araştırmacılara da sınıf içindeki söylemleri analiz etmede farklı bakış açısı sunmaktadır. Bu bağlamda, matematik eğitimiyle ilgili başka araştırmalarda kullanılabilir olması, bu araştırmanın alana yaptığı katkıyı artırmaktadır.

Matematiksel söylemin her bir iç katmanı, matematiksel zemine ve söylem tipine göre farklılaşmaktadır. Bu katmanlar, bulgularda yer alan matematiksel söylemin yatay aşamalarının kendi içindeki frekanslarında ve matematiksel iletişim haritalarından yararlanıldığı gibi araştırma sonucunda ortaya çıkan teorik çerçeveden yararlanılarak oluşturulmuştur. Bir kaç söylem göstergesinin birleşmesiyle matematiksel söylemin iç katmanı oluşmuştur. Ancak bu katmanlardan oluşmadan önce farklı dış yapıda, aynı söylem göstergelere ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu belirlenmiştir. *Öğretmen* söylem tipinde terminoloji kapsamında matematiksel fikirlere ulaşırken terimlerin uyarlaması adlı gösterge, *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde de görülmektedir. Ancak *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde bu söylem göstergesinin daha belirgin olduğu söylenebilir. Matematiksel söylemlerin oluşumunun incelendiği bu araştırmada bu göstergenin hem *Öğretmen* söylem tipinde görülmesi hem de *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde görülmesi, söylem tipleri arasındaki geçişi göstermektedir. Dolayısıyla *Öğretmen* ve *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin birbirine benzer yönlerinin olduğunu anlaşılmaktadır. Benzer şekilde *Öğretmen-Öğrenci; Öğrenci-Öğrenci* söylem tipleri arasında ortak söylem göstergeleri olup matematiksel söylemler dikey boyuta göre oluşmaktadır . Dolayısıyla *Öğretmen* ve *Öğretmen-Sınıf*, *Öğretmen-Sınıf* ve *Öğretmen-Öğrenci*, *Öğretmen-Öğrenci* ve *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipleri arasında kesişen söylem göstergelerinin olması, matematiksel iletişimi sağlayan bu söylem göstergeleri arasında geçişin daha esnek olduğu göstermektedir.

Matematiksel iletişimde açığa çıkan diğer bir önemli sonuç da, matematiksel söylem çekirdeğinin dış yapısına göre iç yapısında farklı katmanlarda söylemlerin oluşumudur.

Örneğin *Öğretmen* söylem tipinde terminoloji kapsamında yatay boyutun ilk aşaması (motivasyon) aşamasında öğretmen günlük hayattan örnek verirken; *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde yatay boyutun ikinci aşaması olan (matematiksel düşünceleri açıklama) öğrenciler kendi aralarında matematiksel söyleme katılarak günlük hayattan örnek vermektedir. Benzer şekilde *Öğretmen* söylem tipinde yatay boyutun ikinci aşamasında öğretmen matematiksel terimleri kendisi tanımlarken; *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde yatay boyutun üçüncü aşamasında (matematiksel fikirlere ulaşma) öğrenciler kendisi tanıma ulaşmaktadır. Dolayısıyla matematiksel söylemin iç yapısındaki yatay boyutlardaki oluşum, dış yapısındaki dikey boyutların oluşumuna yön vermektedir. Başka bir ifadeyle matematiksel söylemin iç yapısındaki oluşum, dış yapısının oluşumunda oldukça önemli bir rol oynamaktadır.

Öğretmen söylem tipinin iç yapısındaki birinci katmana (motivasyona) yönelik söylemler incelendiğinde, öğrencilerin matematiksel söyleme katılması için fırsat çok sağlanılmadığı görülmektedir. Ayrıca *Öğretmen* söylem tipinde motivasyona ilişkin bazı söylemler oluşmadan bazen doğrudan matematiksel düşüncelerle başlandığı görülmüştür. dolayısıyla bulgularda yer aldığı gibi, öğretmen söylem tipinde matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik bazı söylemlerin 1 den başladığı görülmüştür. Aslında 1 numaralı satırdaki söylem, hem motivasyonu hem de düşünceleri açıklamaya yöneliktir. Çok nadirde olsa, matematiksel fikirlerlerle de başlanılmaktadır. Dolayısıyla *Öğretmen* söylem tipinin tüm zeminlerinde motivasyona yönelik söylemlerde, öğrencilerin aktif bir şekilde söyleme katılmayacağı anlaşılmaktadır. Benzer şekilde diğer söylem tiplerinde de birinci katmandan öğrencilerin matematiksel söyleme katılıp katılmayacağı anlaşılmaktadır. Bu bağlamda matematiksel söylem çekirdeğinin iç yapısındaki birinci katmanda yer alan motivasyona yönelik söylemlerin, diğer katmanlardaki matematiksel söylemlerin oluşumunu etkilediği görülmektedir.

Yukarıdaki modelde dikkat çeken bir sonuç, terminoloji ile ilgili tanım yapma *Öğretmen* söylem tipinde matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında iken, *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde matematiksel fikirlere ulaşma aşamasındadır.

Soru sorma stratejilerinin matematiksel söylemin dikey boyutlarında farklı şekilde etkili olduğu belirlenmiştir. Diyalojik söylem niteliğinde olan *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşmasında, neden, niçin nasıl gibi soruların *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumundan daha çok etkili olduğu bulmuştur. Çünkü bu sorular, öğrencileri düşündürmeye sevk ederek öğrencilerin kendi aralarındaki etkileşimi sağladığı sonucuna varıştır. Dolayısıyla öğrenciileri düşünmeye teşvik edici, neden-niçin tarzında tek tipi soruların kullanılabileceği anlaşılmaktadır. *Öğretmen-Sınıf* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumunda ise yönlendirici, onaylayıcı, basit düzeyde soru sorma gibi farklı soru sorma stratejileri kullanımının etkili olduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda büyük grup tartışmaları niteliğinde olan *Öğretmen-Sınıf* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumunda farklı soru sorma stratejilerinin bir arada kullanılmaktadır.

Matematiksel söylemin yapısını ortaya çıkan teorik çerçeve ve matematiksel söylem çekirdeğine özgü modellerle ortaokul matematik derslerinde oluşan matematiksel söylemlerin akışı ve işlevi yansıtılmıştır. Bu araştırma ortaya çıkaran teorinin matematik dersinin uygulayıcısı olan öğretmenlerin uygulamaya koymaları açısından önemlidir. Ayrıca, bu araştırma, diğer araştırmalara yön verecek matematiksel söylemi kulllanma stratejilerin ve yapıların geliştirilmesini sağlamıştır.

6. 2. Öneriler

Matematiksel söylemin doğal yapısının incelendiği bu araştırmada, matematiksel söylem çekirdeğinin iç yapısının dış yapısını belirlediği sonucuna ulaşılmıştır. Matematiksel söylemin en küçük yapıtaşı olan göstergeleri ise, matematiksel söylemin yatay boyuttaki aşamalar arasında bağ kurduğu tespit edilmiştir. Araştırmadan elde edilen sonuçlardan hareketle matematik öğrenme ve öğretme sürecinde uygulanabilecek öneriler ve ilerideki araştırmalara fikir olabilecek öneriler aşağıda yer almaktadır.

6. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler

Matematiksel iletişime, gerek ulusal alanyazında gerekse uluslararası alanyazında oldukça önem verilmektedir. Çünkü sınıf içinde matematik öğrenme ve öğretme süreci matematiksel iletişim aracılığılıyla olmaktadır. Matematiksel söylemler ise, öğretmen ve öğrenciler arasındaki matematiksel iletişimi sağlayan bir köprü görevindedir. Dolayısıyla matematiksel söylem çekirdeğinin genel yapısı, sınıf içindeki matematiksel iletişimin nasıl olduğunu göstermektedir. Ancak matematiksel iletişim hem yazılı hem de sözlü ifadeleri içeren matematiksel söylemler olduğu düşünülürse, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamaları sadece sözlü olarak değil yazılı olarak da öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamalarına fırsatlar sunulmalıdır. Matematik günlükleri, matematik gazeteleri gibi öğrencilerin matematiksel düşünceleri yazarken hem eğlenebileceği hem de matematiksel söylemlerini yazıya dökebilecekleri ortamlar oluşturulmalıdır.

Matematiksel söylemlerin oluşumunu açıklayan teorik çerçeveye göre, matematiksel söylemlerin oluşumunda anlamsal bir farklılık olduğu görülmüştür. Bu farklılık, matematiksel söylemin dış yapısına göre iç katmanlardaki matematiksel söylemlerin anlamsal olarak derinleşmesinde de görülmektedir. Nitekim alanyazında ifade edildiği gibi matematiksel söylemlerde meta söylemsel ifadelerin oluşması gerekmektedir. Bu bağlamda öğrencileri matematiksel düşünmeye teşvik edici ortamlar hazırlanarak öğrencilerin daha üst düzey düşünmeleri ve bu düşüncelerinin matematiksel söylemlerine yansımaları sağlanmalıdır. Bu durum, ders kitaplarındaki problem çözme görevlerinin, tanımların vb. ifadelerin de öğrencilerin matematiksel söyleme katılması açısından gözden geçirilmesi gerektiğini açığa çıkarmaktadır. Ders kitaplarında problem çözme görevleri, öğrencilerin kendi aralarında matematiksel söyleme katılacak şekilde yeniden ele alınmalıdır. Ayrıca problem çözme görevlerine ilişkin öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemler, teknolojinin kullanılması gibi farklı öğrenme-öğretme ortamlarında da oluşabilir. Ancak bu araştırmanın dikkat çeken sonuçlarından bir tanesi de, akıllı tahtaya ilişkin söylem göstergelerinin (Örn: Kitaptan-akıllı tahtadan takip etme) *Öğretmen* söylem tipinde yer almasıdır. Öğretmenin kendisi anlatması gereken yerleri, akıllı tahtadan öğrencilere dinleterek *Öğretmen* söylem tipinin oluştuğu belirlenmiştir. Bu bağlamda Fatih projesiyle okullarımıza gelen akıllı tahtanın kullanımının, öğrencilerin matematiksel söyleme katılımını artıracak şekilde kullanılması gerekmektedir. Az sayıdaki söylem öbeğinde soru/problem çözümünde *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin oluştuğu belirlenmiştir. Ancak öğretmen ile öğrenci arasındaki bu söylemlerin niteliği de göz önünde bulundurulmalıdır. Matematik dersinde akıllı tahtadan yansıtılarak daha çok soru çözümünün hedeflendiği ve öğretmen ile öğrenci arasındaki matematiksel söylemlerin buna dayalı olarak oluştuğu matematik sınıfları yerine öğrencilerin matematiksel söyleme daha aktif katılacağı platformlar oluşturulmalıdır. Bu bağlamda öğrencilerin de matematiksel söyleme aktif katılması gerektiği düşünülmektedir.

Öğretmen-Öğrenci söylem tipinde soru çözümünde sırayla ya da rasgele seçilen öğrencinin matematiksel söyleme katılmasının tam olarak aktif olmadığı belirlenmiştir. Öğrencinin soru çözümünü yaptığı daha sonra öğretmenin doğru- yanlış şeklinde çözüme kısa bir dönüt verdiği matematiksel söylemlerin oldukça çok oluştuğu görülmüştür. Ayrıca bu dönütün bir çok söylem öbeğinde öğretmen-öğrenci-öğretmen şeklinde kısa cevaplardan oluşan bir döngü olduğu görülmüştür. Ancak öğrencilerin matematiği daha anlamlı öğrenmeleri için öğretmen ve bir öğrenci arasında oluşan bu döngünün daha nitelikli olması gerektiği düşünülmektedir. Öğrencinin matematiksel söylemleri, öğretmenin söylemleri arasına sıkıştırılmamalıdır. Öğretmen ile sadece bir öğrenci arasında matematiksel söylemler oluşurken, matematiksel söylemlerin anlamsal derinliği olmalıdır. Başka bir ifadeyle öğretmen, öğrenciye "doğru-yanlış" gibi kısa dönütlerden daha çok öğrencinin çözümünü gerekçelere dayandırabileceği matematiksel söylemleri kullanmalı ve kullandırmalıdır. Dolayısıyla öğretmen ve bir öğrenci arasında oluşan matematiksel söylemler daha nitelikli hale gelerek diyalojik söyleme yakın matematiksel söylemler oluşabilir.

Öğretmen-Öğrenci ve *Öğrenci-Öğrenci* söylem tiplerine ilişkin matematiksel söylemlerin oluşumunun, diyalojik söylem tipine ilişkin söylemleri yansıtığı sonucuna varılmıştır. Ancak *Öğretmen-Öğrenci* tipindeki tüm matemaiksel söylemlerin de oluşumunda diyalojik söylem tipine uygun olduğu söylenemez. Kaldı ki *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipine ilişkin matematiksel söylem öbekleri de sayı olarak *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipindeki matematiksel söylemlerin oluşumuna göre oldukça azdır. Dolayısıyla diyalojik söylem tipine uygun matematiksel söylemlerin oldukça az olduğu tespit edilmiştir. Bu durum, ortaokul matematik öğretmelerinin diyalojik söylemi kullanabilecek yeterliliğe sahip olmadığını akla getirmektedir. Alanyazında ve bu araştırmada görüldüğü gibi diyalojik söylemlerin matematiksel anlamayı kolaylaştırdığı görülmüştür. Bu araştırmada ortaya çıkan öğrencilerin matematiksel söyleme katılımını sağlayan diyalojik söylem göstergelerinin öğretmenlere yol gösterici olduğu düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmenlere diyalojik söylemle ilgili verilecek hizmet içi eğitimle öğretmenlere diyalojik söylemle ilgili farkındaklık kazandırılarak matematiksel söylemleri kendi sınıflarında kullanmaları sağlanabilir. Ayrıca öğretmen eğitiminde de diyalojik söylem göstergelerine ilişkin örnekleri içeren videolar izleterek matematik öğretmeni adaylarının da diyalojik söylem tiplerinden haberdar olmaları sağlanır.

Matematiksel söylem çekirdeğinin yer alan dış yapısındaki söylem tiplerinden *Öğretmen-Sınıf* ve *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipine ilişkin matematiksel söylemlerin diğer söylem tiplerine göre, daha az sayıda oluştuğu tespit edilmiştir. Doğal sınıf ortamında bu sonuçların açığa çıkması, alanyazında önerilen matematiksel tartışmaların oluşmadığına işaret etmektedir. Bu bağlamda büyük grup tartışmalarını şekillendiren *Öğretmen-Sınıf* söylem tipi ve küçük grup tartışmalarını şekillendirecek olan *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin oluşumuna önem verilerek öğrencilerin matematiksel düşüncelerini paylaşabileceği ve karşılıklı fikir alışverişinde bulunabileceği tartışma ortamları hazırlanmalıdır. Bu araştırmada ortaya çıkan teorik çerçevenin sınıf içindeki matematiksel tartışmaların oluşumuna ışık tutacağı düşünülmektedir.

Matematiksel söylemin doğal yapısını incelendiği bu araştırmada matematiksel zemin belirlenerek matematiksel söylemin karakteristik yapısı ortaya çıkmıştır. Ancak bu zeminlerden görsel aracıya ilşkin matematiksel söylemlerin diğerlerine göre daha az oluştuğu belirlenmiştir. Her söylem tipinin kendi içinde görsel aracılara ilişkin matematiksel söylemlerin az sayıda oluşması, matematik derslerinde görsel aracıların kullanımına ağırlık verilmesi gerekmektedir. Alanyazında da görsel aracıların matematiksel anlamayı kolaylaştırdığı göz önünde bulundurulursa, öğretmenler görsel aracıların kullanımına önem vermelidir. Matematiksel zeminlere ilişkin belirlenen bir diğer sonuç da, öğrencilerin matematiksel terimleri tam olarak tanımlayamamasıyla ilgilidir. Dolayısyla bu araştırmada tutulan alan notlarından da öğrencilerin tanım yapmaya ilişkin matematiksel söylemlere katılmaktan çekindiği belirlenmiştir. Aslında öğrencilerin tanıma ilişkin zihinlerinde bir şema oluştuğu ama tam olarak tanım yapamadıkları görülmüştür. *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinde yeni öğrenilen bir terim birbirinden farklı öğrencilerin terimi formal olarak tanımlanamasalar da matematiksel fikirler aşamasında tanıma ulaşıldığı görülmüştür. Ancak öğrencilerin zihinlerinde daha önce var olan görülmüştür. *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinde öğrencilerin terimi tanımlamalarında daha çok karışıklık olduğu söylenebilir. Bu bağlamda öğretmenler öğrencilerin matematiksel tanım yapmalarına zemin hazırlayacak söylemler kullanılmalıdır. Öğrencilerin tanım yaparken eksik cevaplarına karşı öğretmenler ip ucu verip öğrencilerin doğru tanıma ulaşmalarını sağlamalıdır.

Matematiksel söylemin yatay oluşumu aşamalarının tümünün bazı söylem öbeklerinde oluşmadığı belirlenmiştir. Matematiksel söylemin yatay boyutunun son aşaması olan matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin, diğer aşamalara göre daha çok oluşmadığı söylenebilir. Bu bağlamda bir sonraki matematiksel terime; görsel aracıya ya da bir sonraki soruya geçilmeden önce matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlere mutlaka yer verilmelidir. Öğrenciler matematiksel söylemlerin nerde başladığını ve nerde bittiğini fark ederlerse, bir sonraki söylem öbeğinde matematiksel söylemlere daha çok katılabilirler. Böylelikle matematiksel söylemlerin başlangıcını ve bitişini belirleyen sınıf içi organizasyonların da daha iyi planlanacağı düşünülmektedir.

Matematik sınıflarında öğretmenin söylemlerinde matematiksel zeminin doğru kullanımının önemli olduğu sonucuna varılmıştır. Dolayısıyla *Öğretmen* söylem tipinde, öğretmen söylemlerinin ağırlıkta olmasından dolayı matematiksel zeminin doğru kullanımı daha da önem kazanmaktadır. Bu nedenle öğretmenler, matematiksel söylemlerinde zeminin kullanımına dikkat etmelidir. Diğer yandan öğrencilerin, matematiksel zemini doğru kullanmasa da aralarında anlaşmaları, Vygotsky'nin yakınsal gelişim alanının etkisinin olduğunu göstermektedir. Öğretmenlerin bu süreçteki rolü ise, öğrencinin öğrenmesini destekleyecek ve matematiksel söyleme katılımı artıracak etkinliklere, sorulara vb. durumlara yer vermesidir. Ders planlarında etkinlik tasarlarken öğrencilerin zihinsel olarak aktif olup; zihinsel faaliyetlerini de matematiksel söyleme dökebileceği etkinlikler hazırlamaya dikkat etmelidir.

6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Çalışmalara Öneriler

Matematiksel söylemin yapısı bu araştırmada matematiksel söylem çekirdeğiyle ilgili modellerle açıklanmıştır. Araştırma sonucunda geliştirilen bu modeller, farklı kültürlerde farklı matematik öğretmenlerinin gözlenmesi ile daha da geliştirilebilir. Nitekim günlük kelimelerle yapılan matematiksel söylemlerin dilden dile kültürden kültüre değişebileceği göz önünde bulundurulmalıdır. Ayrıca aynı konu ya da öğrenme alanında birbirinden farklı dili konuşan öğrencilerin matematiksel söylemleri incelenerek öğretmen ve öğrenciler arasında oluşan etkileşimin kültüre göre ögeleri incelenebilir.

Alanyazında matematiksel dil kullanımı daha çok ikinci dili öğrenen öğrencilerin sınıflarında incelenmiştir. Çünkü matematiğin kendine ait bir dili olduğu düşünülürse, ikinci dili öğrenen sınıflardaki öğrencilerin matematiksel söylemleri incelenerek matematiksel söylemlerin oluşumuna yönelik daha farklı karakteristik yapılar ortaya çıkabilir.

Matematiksel söylemin doğasının ele alındığı bu araştırmada, pilot çalışmada dokuz farklı; asıl araştırmada altı farklı ortaokul matematik öğretmenin derslerinde gözlem yapılmıştır. Bu öğretmenler ve öğrenciler arasında matematiksel söylemlerin oluşumu incelenmiştir. Ancak bazı söylem göstergelerinde analoji, kişiselleştirmeye ilişkin söylemleri bazı öğretmenlerin matematiksel söylemlerinde daha çok kullandığı açığa çıkmıştır. Bu bağlamda gelecek çalışmalarda sadece bir öğretmenin bir derste oluşturduğu söylem öbekleri incelenebilir. Böylelikle her öğretmenin kendine ait bir söylem karakteristiği ortaya çıkarılabilir. Daha sonra da farklı öğretmenlerin matematiksel söylemleri kullanmadaki karakteristik yapılar ortaya çıkarılarak matematiği öğretme bilgileri açısından karşılaştırma yapılabilir.

Matematiksel söylemin oluşumu, bu araştırmada doğal ortamdaki gözlemler sonucunda ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin matematiksel söyleme daha çok katılmasını sağlayan *Öğrenci-Öğrenci* söylem tiplerinin oluşmasına yönelik grup çalışmalarına doğal sınıf ortamında ağırlık verilmelidir. Bu bağlamda grup çalışmalarınına fırsat sunan farklı öğrenme-öğretme ortamları (somut materyaller, sanal öğrenme nesneleri vb.) tasarlanmalıdır. Daha sonraki çalışmalarda bu ortamlarda oluşan matematiksel söylemlerin gelişme süreci eylem araştırmalarıyla incelenebilir.

Bu araştırmada matematiksel söylemlerin nasıl oluştuğuna odaklanılmıştır. Gelecek çalışmalarda bu söylem tiplerinin ayrı ayrı kullanımı ele alınarak, matematik öğrenmeye ve öğretmeye katkısı farklı değişkenler açısıdan ele alınabilir. Bu değişkenler öğretmenin pedogojik alan bilgisi, matematiksel inancı vb. olabilirken; öğrencinin hazırbulunuşluğu, matematik okur yazarlığı, matematiğe olan tutumu vb. olabilir. Dolayısıyla söylem tiplerinin oluşumu belirleyen nedenlerin ortaya çıkacağı düşünülmektedir.

Öğretmen-Öğrenci söylem tipinde, matematiksel terminoloji ve görsel aracılara yönelik matematiksel söylemler incelendiğinde öğrencilerin terime ya da görsel aracılara yönelik kavramsal sorular sorduğu ortaya çıkmıştır. Buna ilaveten soru/problem çözümüne yönelik matematiksel söylemlerde öğrencilerin kavram yanılgılarını ya da kavrama ilişkin eksikliklerinin ortaya çıktığı söylenebilir. Dolayısıyla belli bir öğrenme alanında öğretmen-öğrenci söylem tipleri incelenerek söylemlerdeki kavramsal hatalar ortaya çıkarılabilir. Matematiksel söylemlerin oluşumu belli bir sınıf seviyesinde de incelenebilir. Bu araştırmada altı farklı öğretmenin haftada ikişer dersi gözlemelenmiştir. Belli bir sınıf seviyesinde aynı öğretmenin dersi haftalarca gözlemlenerek boylamsal bir araştırma yapılabilir. Dolayısıyla sınıf içinde oluşan matematiksel söylemlerin oluşumu daha spesifik ve bütüncül olarak inceleneceği düşünülmektedir. Belli bir sınıf seviyesine ilaveten orta öğretim ve üniversitede öğrenim gören öğrenciler ve öğretmenleri arasında oluşan matematiksel söylemler incelenebilir. Bu yaş grubundaki öğrenciler bilişsel açıdan daha soyut düşüneceği için alanyazında ön görülen üst seviyedeki söylemlerin oluşacağı düşünülmektedir. Dolayısıyla matematiksel söylem çekirdeğinin dış yapısında yer alan söylem tipleri ve matematiksel zemin aynı kalarak, söylem çekirdeğinin iç yapısı bilişsel açıdan anlamsal olarak farklı derinlikte olabilir.

Alanyazında matematiksel söylemi analiz eden az sayıda çalışma vardır. Bu araştırmada, matematiksel söylemin hem dış yapısı hem de iç yapısı analiz edilmiştir. Ayrıca matematiksel zeminler belirlenerek matematiksel söylemin karakteristik yapısı ortaya çıkarılmıştır. Dolayısıyla matematiksel söylemlerin anlaşılması için matematiksel söylemleri analiz edecek araştırmacılara, bu yapının yol gösterici olduğu düşünülmektedir. Ayrıca bu araştırmada ortaya çıkan söylem tiplerine göre bilişsel açıdan matematiksel söylemlerde üst düzey söylem görüldüğü sonucuna varılmıştır. Bu bağlamda gelecek araştırmalarda söylem tipleri ile matematiksel düşünce seviyeleri arasındaki ilişkiyi yansıtan bir çalışma yapılabilir.

Matematiksel söylem çekirdeğinin yapısı, dış yapı ve iç yapı olarak belirlenmiştir. Dış yapıda yer alan söylem tipleri başka derslerde kullanılarak öğrenme ve öğretme sürecine ilişkin iletişimi yansıtan farklı modeller açığa çıkabilir.

7. KAYNAKLAR

Abele, A. (1998). Reasoning process and quality of reasoning. In F. Seeger., J. Voigt & U. Waschescio (Eds.), *The culture of the mathematics classroom* (pp. 127–157). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Açıl, E. ve Zeybek, Z. (2017). Öğrencilerin matematiksel dili kullanma ve anlama becerisi ile öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel dili nasıl kullandıklarını fark edebilme yeteneği. *Pamukkale Eğitim Fakültesi Dergisi, 42*, 87-107.

Adler, J. (1998). A language of teaching dilemmas: Unlocking the complex multilingual secondary mathematics classroom. *For the learning of mathematics, 18*(1), 24-33.

Adler, J. and Ronda, E. (2015). A framework for describing mathematics discourse in instruction and interpreting differences in teaching. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, 19*(3), 237-254.

Akarsu-Yakar, E. and Yılmaz, S. (2017). Mathematical language skills of 7th grade students in the process of transforming the real life situation into a mathematical expression in algebra. *Inonu University Journal of the Faculty of Education, 18*(1), 292-310.

Akbaba, S. (2006). Eğitimde motivasyon. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 13,* 343-361.

Akyıldız, P. ve Çınar, C. (2016). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının lineer cebir dersine yönelik tutumları ve alan dili yeterliklerinin incelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, *14*(1), 1-22.

Akyüz, D. (2014). Çember özelliklerini öğretmeyi amaçlayan teknoloji ve sorgulama tabanlı bir sınıfta oluşan sosyomatematiksel normların incelenmesi. *Eğitim ve Bilim, 39*(175), 58-72.

Al-Dalan, B. (2015). *The relationship between mathematics teachers' content and pedagogical knowledge and their handling of student contributions: the case of Saudi trainee primary teachers* (Unpublished doctoral thesis). University of East Anglia, Norwich, United Kingdom.

Alnizami, R. (2017). *Math talk and representations in elementary classrooms of beginning teachers: A MLM exploratory analysis* (Unpublished doctoral thesis). North Carolina State University, North Carolina, USA.

Alrø, H. and Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education-Intention, reflection, critique*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Arık, F. ve Avşar-Arık, I. (2016). Grounded teori metodolojisi ve Türkiye'de grounded teori çalışmaları. *Akademik Bakış Uluslararası Hakemli Sosyal Bilimler Dergisi*, (58), 285-309.

Arthur, J., Waring, M., Coe, R. and Hedges, L. V. (2012). *Research methods & methodologies in education*. Los Angeles, CA: Sage Publications Ltd.

Artzt, A. F., Armour-Thomas, E., Curcio, F. R. and Gurl, T. J. (2015). *Becoming a reflective mathematics teacher: A guide for observations and self-assessment* (3rd ed.). New York, NY: Routledge.

Ateş, S., Döğmeci, Y., Güray, E. ve Gürsoy, F. F. (2016). Sınıf içi konuşmaların bir analizi: Diyalojik mi monolojik mi?. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 17*(2), 603-625.

Aydın, E. ve Gündoğdu, L. (2014). *Ortaokul 6 matematik ders kitabı*. Ankara: Sevgi Yayınları.

Aydın, S. ve Yeşilyurt, M. (2007). Matematik öğretiminde kullanılan dile ilişkin öğrenci görüşleri. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi, 6*(22), 90-100.

Baki, M., ve Çekmez, E. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının limit kavramının formal tanımına yönelik anlamalarının incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitim Dergisi, 3*(2), 81-98.

Baki, A. (2014a, Kasım). Öğrenme ortamı başarıda etkili. http://www.hurriyet.com.tr/ogrenme-ortami-basarida-etkili-27494576 adresinden 10 Haziran 2019 tarihinde edinilmiştir.

Baki, A. (2014b). *Matematik tarihi ve felsefesi* (1. Basım). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Baki, A. (2018). *Matematiği öğretme bilgisi*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Baker, P. (2006). *Using Corpora in Discourse Analysis*. London: Continuum.

Ballard, D. (2017). *Discourse in math-Don't just talk about it.* Consortium on Reaching Excellence in Education. Retrieved 3 March 2018 from https://www.corelearn.com/wp-content/uploads/2017/08/discourse-inmath-whitepaper.pdf.

Banes, L. C., Ambrose, R. C., Bayley, R., Restani, R. M., and Martin, H. A. (2018). Mathematical classroom discussion as an equitable practice: Effects on elementary english learners' performance. *Journal of Language, Identity & Education, 17*(6), 416-433.

Barton, B. (2008). *The language of mathematics: Telling mathematical tales*. New York, NT: Springer.

Barwell, R. (2016). Formal and informal mathematical discourses: Bakhtin and Vygotsky, dialogue and dialectic. *Educational Studies in Mathematics*, *92*(3), 331-345.

Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi, 9*(1), 23-28.

Baxter, J. A., Woodward, J. and Olson, D. (2005). Writing in mathematics: an alternative form of communication for academically low-achieving students. *Learning Disabilities Research & Practice, 20*(2), 119-135.

Bayram, G. ve Paksu, A. D. (2018, Nisan). Sekizinci sınıf öğrencilerinin paralelkenara ilişkin yaptıkları çizimler bağlamında kavram imajları ve bu dörtgen için yaptıkları tanımlar. The 27th International Congress on Educational Sciences, Antalya.

Berch, D. B., Geary, D. C. and Koepke, K. M. (2018). *Introduction: Language and culture in mathematical cognitive development*. In Language and Culture in Mathematical Cognition (pp. 1-29). Academic Press.

Berger, M. (2013). Examining mathematical discourse to understand in-service teachers' mathematical activities. P*ythagoras, 34*(1), 1-10.

Bernardo, A. B. I. (2002). Language and mathematical problem solving among bilinguals. *Journal of Psychology, 136*, 283–297.

Bertolone-Smith, C. M. and Gillette-Koyen, L. (2019). Making mathematical discourse worth your while. *Teaching Children Mathematics, 25*(4), 242-248.

Biber, A. Ç., Tuna, A. ve Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları ve bu yanılgıların kesir problemleri çözümlerine etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 3*(2), 152-162.

Bills, L. (2000). Politeness in teacher-student dialogue in mathematics: A socio-linguistic analysis. *For the Learning of Mathematics, 20*(2), 40-47.

Bjuland, R., Luiza Cestari, M. and Borgersen, H. E. (2008). The interplay between gesture and discourse as mediating devices in collaborative mathematical reasoning: A multimodal approach. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(3), 271-292.

Blanke, B. L. (2009). Understanding mathematical discourse in the elementary classroom: A case study (Unpublished doctoral dissertation). Oregon State University, Oregon, USA.

Blanton, M. L. (2002). Using an undergraduate geometry course to challenge pre-service teachers' notions of discourse. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*(2), 117-152.

Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of educational objectives, the classification of educational goals–Handbook I: Cognitive domain*. New York: McKay.

Boaler, J. and Brodie, K. (2004).The importance, nature and impact of teacher questions. In D. E. McDougall, & J. A. Ross (Eds.), *Proceedings of the twenty- sixth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for Psychology of Mathematics Education* - Volume 2 (pp. 773-782). Toronto, Ontario.

Bogdan, R. C. and Biklen, S. K. (2007). *Qualitative research for education: An introduction to theory and research*. Boston: Allyn & Bacon.

Boz, N. (2008). Matematik neden zor? *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 2*(2), 52-65.

Börekçi, M. (2009). *Türkiye Türkçesinde yapı ve işlev bakımından sözcükler*. Erzurum: Eser Ofset.

Brendefur, J. and Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *3*(2), 125-153.

Brenner, M. E. (1998). Development of mathematical communication in problem solving groups by language minority students. *Bilingual Research Journal, 22*(2-4), 149-174.

Brock, C. A. (1986). The effects of referential questions on ESL classroom discourse. *TESOL Quarterly, 20*(1), 47-59.

Brookfield, S. D. (2015). *Becoming a critically reflective teacher*. San Francisco: Jossey-Bass.

Brummer, T. and Clark, S. K. (2013). *Writing strategies for mathematics*. Teacher Created Materials.

Cai, J., Jakabcsin, M. S. and Lane, S. (1996). Assessing students' mathematical communication. *School Science and Mathematics, 96*(5), 238-246.

Campbell, A. E., Davis, G. E. and Adams, V. M. (2007). Cognitive demands and second-language learners: A framework for analyzing mathematics instructional contexts. *Mathematical Thinking and learning, 9*(1), 3-30.

Cazden, C. (2001). *Classroom discourse: The language of learning and teaching*. Portsmouth: Heinemann.

Cengiz, N., Kline, K. and Grant, T. (2011). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education, 15*(5), 1–20.

Chapin, S. H., O'Connor, C. and Anderson, N. C. (2003). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

Charmaz, K. (2006). *Constructing grounded theory: A practical guide through qualitative analysis*. London: Sage.

Chen, C. L. and Herbst, P. (2013). The interplay among gestures, discourse, and diagrams in students' geometrical reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 83*(2), 285-307.

Chen, C.H. (2008). Why do teachers not practice what they believe regarding technology integration? *The Journal of Educational Research, 102*(1), 65-75.

Chin, C. (2007). Teacher questioning in science classrooms: Approaches that stimulate productive thinking. Journal of Research in Science Teaching: *The Official Journal of the National Association for Research in Science Teaching, 44*(6), 815-843.

Christensen, L. B., Johnson, B., Turner, L. A. and Christensen, L. B. (2011). *Research methods, design, and analysis.* Boston: Pearson.

Clement, L. (1997, November 14). If they're talking, they're learning? Teachers' interpretations of meaningful mathematical discourse. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago, IL.

Cobb, P., Boufi, A., McClain, K. and Whitenack, J. (1997). 'Reflective discourse and collective reflection'. *Journal of Research in Mathematics Education, 28*, 258–277.

Cobb, P., Gresalfi, M. and Hodge, L. L. (2009). An interpretive scheme for analyzing the identities that students develop in mathematics classrooms*. Journal for Research in Mathematics Education, 40,* 40-68.

Cohen, L., Manion, L. and Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6th edition). London - New York: Routledge.

Cooke, B. D. and Buchholz, D. (2005). Mathematical communication in the classroom: A teacher makes a difference. *Early Childhood Education Journal, 32*(6), 365-369.

Creswell, J. W. (2014). *Research design. Qualitative, quantitative and mixed methods approaches*., CA: Sage Publications.

Cross, D. I. (2009). Alignment, cohesion, and change: Examining mathematics teachers' belief structures and their influence on instructional practices. *Journal of Mathematics Teacher Education, 12*(5), 325-346.

Cuevas, G. J. (1991). Developing communication skills in mathematics for students with limited English proficiency. *Mathematics Teacher, 84*(3), 186-89.

Cumhur, F. (2016). *Matematik öğretmeni adaylarının soru sorma davranışlarının gelişiminin incelenmesi: Bir ders imecesi çalışması* (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Cumhur, F. ve Güven, B. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının kullandıkları soruların incelenmesi: öğretmenlik uygulaması dersinden yansımalar. *Journal of Computer and Education Research, 6*(12), 195-221.

Çalık, B. and Aksu, M. (2018). A systematic review of teachers' questioning in Turkey between 2000-2018. *Elementary Education Online, 17*(3), 1548-1565.

Çalikoğlu-Bali, G. (2002). Matematik öğretiminde dil ölçeği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *23* (23), 57-61.

Çelik, H. ve Ekşi, H. (2008). Söylem analizi. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 27*(27), 99-117.

Dede, A. T. (2018). Matematik eğitimi alanındaki ortaklaşa argümantasyon çalışmalarının incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 9*(3), 636-661.

Delice, A. ve Sür, B. (2015). Two faced mathematical words İkiyüzlü matematiksel kelimeler. *Journal of Human Sciences, 12*(1), 831-850.

Demirbağ, M. (2017). Otoriter ve diyalojik söylem tiplerinin fen bilgisi öğretmen adaylarının argüman gelişimine etkisi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30*(1), 321-340.

Doğruer, Ş. Ş., Işıksal, M. ve Yusuf, K. O. Ç. (2015). Beşinci sınıf matematiksel söylem üzerine bir durum çalışması. *Gaziantep University Journal of Social Sciences, 14*(1), 299-322.

Doruk, B. K. (2011). İletişim becerisinin gelişimi için etkili bir araç: Matematiksel modelleme etkinlikleri. *MATDER Matematik Eğitimi Dergisi, 1*(1), 1-12.

Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions-A framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 85*(2), 281–304.

Drageset, O. G. (2015). Student and teacher interventions: A framework for analysing mathematical discourse in the classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education, 18*(3), 253-272.

Durksen, T. L., Way, J., Bobis, J., Anderson, J., Skilling, K. and Martin, A. J. (2017). Motivation and engagement in mathematics: a qualitative framework for teacher-student interactions. *Mathematics Education Research Journal, 29*(2), 163-181.

Ebbelind, A. and Segerby, C. (2015). Systemic functional linguistics as a methodological tool in mathematics education research. *Nordic Studies in Mathematics Education, 20*(1), 33–54.

Ek-un, S. (1990). *Observation and analysis of question-asking behavior of Thai ESP teachers and student responses to those questions* (Unpublished master's thesis) Mahidol University, Bangkok, Thailand.

Emre-Akdoğan, E. (2015). *Lise öğrencilerinin geometrik dönüşümlerle ilgili matematiksel söylemlerinin gelişiminin incelenmesi (*Yayınlanmamış doktora tezi.). Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.

Emre-Akdoğan, E., Güçler, B. and Argün, Z. (2018). The development of two high school students' discourses on geometric translation in relation to the teacher's discourse in the classroom. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Techonology Education, 14*(5), 1605-1619.

English, L. D. (Ed.). (1997). *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors and images*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Enyedy, N., Rubel, L., Castellón, V., Mukhopadhyay, S., Esmonde, I. and Secada, W. (2008). Revoicing in a multilingual classroom. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(2), 134-162.

Erath, K., Prediger, S., Quasthoff, U. and Heller, V. (2018). Discourse competence as important part of academic language proficiency in mathematics classrooms: the case of explaining to learn and learning to explain. *Educational Studies in Mathematics, 99*(2), 161-179.

Erduran, A. ve Yeşildere, S. (2010). The use of a compass and straightedge to construct geometric structures. *Elementary Education Online, 9*(1), 331-345.

Erduran, S., Simon, S. and Osborne, J. (2004). TAPping into argumentation: developments in the application of Toulmin'sargument pattern for studying science discourse. *Science Education, 88*(6), 915-933.

Erşen, Z. B. ve Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 4*(2),124-146.

Evans, M. A., Feenstra, E., Ryon, E. and McNeill, D. (2011). A multimodal approach to coding discourse: Collaboration, distributed cognition, and geometric reasoning. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning,* 6(2), 253.

Evans, W. A. (2017*). Engaging students in authentic mathematical discourse in a high school mathematics classroom* (Unpublished masters dissertation). Missouri State University, Missouri , USA.

Fairclough, N. (1992). *Discourse and social change*. Cambridge, UK: Polity Press.

Fairclough, N. (2003). *Analysing discourse: Textual analysis in social research*. London: Routledge.

Fırat, Z. S. ve Dinçer (2018). Okul öncesi öğretmenlerin doğal matematiksel dil kullanımlarının incelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18*(2), 895-914.

Franke, M. L., Webb, N. M., Chan, A. G., Ing, M., Freund, D. and Battey, D. (2009). Teacher questioning to elicit students' mathematical thinking in elementary school classrooms. *Journal of Teacher Education, 60*(4), 380-392.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomen. *The Journal of Mathematical Behavior, 31*, 60-72.

Furtak, E. M., Bakeman, R. and Buell, J. Y. (2018). Developing knowledge-in-action with a learning progression: Sequential analysis of teachers' questions and responses to student ideas. *Teaching and Teacher Education, 76,* 267-282.

Gall, M. D. (1970). The use of questions in teaching. *Review of educational research*, *40*(5), 707-721.

Gee, J. P. (1999). An introduction to discourse analysis: Theory and method(2nd Edition). New York: Routledge.

Gee, J. P. (2005). *An introduction to discourse analysis: Theory and method* (2nd Edition). New York: Routledge.

Genç, G. (2016). *İlkokul matematik derslerinde olumlu bir söylem ortamının etkisinin söylem analizi yöntemiyle incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.

Glaser, B. G. and Strauss, A. L. (1967). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. New York, NY: Aldine.

Gorgorió, N. and Planas, N. (2001). Teaching mathematics in multilingual classrooms. *Educational studies in mathematics, 47*(1), 7-33.

Gutierrez, K. T., Sengupta-Irving, D. and Dieckmann, J. (2010). Developing a mathematical vision: Mathematics as a discursive and embodied Practice. In J. Moschkovich (Ed.), *Language and mathematics education: Multiple perspectives and directions for research*. Charlotte: Information Age Publishers.

Güçler, B. (2010). *Development of discourse on limits: Connecting history and classroom practice through a communicational approach to learning* (Unpublished PhD thesis). Michigan State University, Michigan.

Güçler, B. (2013). Examining the discourse on the limit concept in a beginning-level calculus classroom. *Educational Studies in Mathematics, 82*(3), 439-453.

Günel, M., Kıngır, S. ve Geban, Ö. (2012). Argümantasyon tabanlı bilim öğrenme (ATBÖ) yaklaşımının kullanıldığı sınıflarda argümantasyon ve soru yapılarının incelenmesi. *Eğitim ve Bilim, 37*(164), 316-330.

Gür, T. (2013). Post-modern bir araştırma yöntemi olarak söylem çözümlemesi. *Zeitschrift für die Welt der Türken/Journal of World of Turks, 5*(1), 185-202.

Güven, B. ve Karataş, İ. (2005). Dinamik Geometri Yazılımı Cabri İle oluşturmacı öğrenme ortamı tasarımı: Bir Model. *İlköğretim Online, 4*(1), 62-72.

Güven, N. D. and Dede, Y. (2017). Examining social and sociomathematical norms in different classroom microcultures: Mathematics Teacher Education Perspective. *Educational Sciences: Theory and Practice, 17*(1), 265-292.

Hale, C. C., Nanni, A. and Hooper, D. (2018). Conversation analysis in language teacher education: an approach for reflection through action research. *Hacettepe University Journal of Education (HUJE), 33* (Special Issue), 54-71.

Halliday, M. A. K. and Hasan, R. (1989). *Language, context and text: aspects of language in a social-semiotic perspective* (2nd ed.). Oxford: Oxford University Press.

Halliday, M. A. K. (1985). *Spoken and written language*. Geelong, Australia: Deakin University.

Halliday, M. A. K. (1991). Writing science: Literacy and discursive power. London: The Falmer Press.

Hamdani, H. (2017). Teacher's ability to develop learning materials potentially mathematical discourse. *Journal Of Education, Teaching and Learning*, *2*(2), 177-182.

Hancock, D. R. and Algozzine, B. (2006). *Doing case study research: a practical guide for beginners researchers*. New York: Teachers College.

Handal, B. (2003). Teachers' mathematical beliefs: A review. *The Mathematics Educator, 13*(2), 47-57.

Har, Y. B. (2007). *The Singapore mathematics curriculum and mathematical communication.* Proceeding of APEC-TSUKUBA International Conference III, Innovation of Classroom Teaching and Learning through Lesson Study, Focusing on Mathematical Communication, (9-14 December), Tokyo and Kanazawa, Japon.

Herbel-Eisenmann, B. A. (2002). Using student contributions and multiple representations to develop mathematical language. *Mathematics Teaching in the Middle School, 8*(2), 100-105.

Heyd-Metzuyanim, E. (2013). The co-construction of learning difficulties in mathematics teacher–student interactions and their role in the development of a disabled mathematical identity. *Educational Studies in Mathematics, 83*(3), 341-368.

Hiebert, J. and Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. *American educational research journal, 30*(2), 393-425.

Huang, J., Normandia, B. and Greer, S. (2005). Communicating mathematically: Comparison of knowledge structures inteacher and student discourse in a secondary math classroom. *Communicating Education, 54*(1), 34–51.

Hufferd-Ackles, K., Fuson, K. and Sherin, M. (2004). Describing levels and components of a math-talk learning community. *Journal for Research in Mathematics Education, 35*, 81–116.

Huggins, B. and Maiste, T. (1999). Communication in mathematics. *Master's Action Research Project*, St. Xaxier University ve IRI Skylight.

Hunter, R. and Hunter, J. (2018). Opening the space for all students to engage in mathematical practices within collaborative inquiry and argumentation. In *Mathematical Discourse that Breaks Barriers and Creates Space for Marginalized Learners* (pp. 1-21). Brill Sense.

Ilgar, M. Z. ve Ilgar, S. C. (2013). Nitel bir araştırma deseni olarak gömülü teori (Temellendirilmiş Kuram). *İstanbul Sabahattin Zaim Üniversitesi sosyal bilimler dergisi, 2*(1),197-247.

Ingram, J. (2012). *Whole class interaction in the mathematics classroom: A conversation analytic approach* (Unpublished doctoral dissertation). University of Warwick, UK.

İlhan, E. G. Ç. and Erbaş, A. K. (2016). Discourse analysis of ınterpersonal meaning to understand the discrepancy between teacher knowing and practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, *12*(8), 2237-2251.

Jacobs, J. K., Kawanaka, T. and Stigler, J. W. (1999). Integrating qualitative and quantitative approaches to the analysis of video data on classroom teaching. *International Journal of Educational Research, 31*(8), 717-724.

Jahang, N., Nielsen, W. and Chan, E. (2010). Collaborative learning in an online course: a comparison of communication patterns in small and whole group activities. *Journal of Distance Education, 24*(2), 39–58

Jeannotte, D. and Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 96*(1), 1-16.

Johnson, M. B. (1999). Communication in the classroom. *The clearing house: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas*, *35*(4), 2–14.

Kabael, T. ve Baran, A. A. (2016). Matematik öğretmenlerinin matematiksel iletişim becerilerinin gelişimine yönelik farkındalıklarının incelenmesi. *Ilkogretim Online, 15*(3), 868-881.

Kabael, T. ve Baran, A. A. (2017). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel iletişimleri, matematik ve pedagoji bilgileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *25*(5), 1-16.

Kalathil, R. R. (2004). *Investigating the structure of discourse for reform-based mathematics classrooms* (Unpublished doctoral thesis). Northwestern University, Illinois, USA.

Kanadlı, S. and Sağlam, Y. (2016). Investigating the effectiveness of a professional development program designed to ımprove science teachers’ classroom discourse. *International Online Journal of Educational Sciences, 8*(3), 97-112.

Kang, S. M. and Kim, M. K. (2016). Sociomathematical norms and the teacher's mathematical belief: A case study from a Korean in-service elementary teacher. *EURASIA Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 12*(10), 2733-2751

Kaphesi, E. S. (2002). *The use of language in mathematics teaching in primary schools in Malawi: Bringing language to the surface as an explicit feature in the teaching of mathematics* (Unpuplished doctoral dissertation). University of Nottingham, Nottingham, UK.

Karakuş, M. ve Yeşilpınar, M. (2013). İlköğretim altıncı sınıf matematik dersinde uygulanan etkinliklerin ve ölçme-değerlendirme sürecinin incelenmesi: Bir durum çalısması. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi, 3*(1), 35-54.

Kaya, D. and Aydin, H. (2016). Elementary mathematics teachers' perceptions and lived experiences on mathematical communication. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, *12*(6), 1619-1629.

Kaya, G., Şardağ, M., Cakmakci, G., Doğan, N., İrez, S. and Yalaki, Y. (2016). Discourse patterns and communicative approaches for teaching nature of science. *Education & Science, 41*(185), 83-99.

Kazak, S., Wegerif, R. and Fujita, T. (2015). The importance of dialogic processes to conceptual development in mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 90*(2), 105-120.

Kazemi, E. and Hintz, A. (2014). *Intentional talk: How to structure and lead productive mathematical discussions*. Stenhouse Publishers.

Keskin, C. (2016). Ortaokul 7 matematik ders kitabı. Ankara: Ada yayıncılık.

Khan, S. K. (2007). *Dialogical relations in a mathematics classroom* (Unpublished masters dissertation). Queen's University, Kingston, ON, Canada.

Kieran, C. (2001). The mathematical discourse of 13-year-old partnered problem solving and its relation to the mathematics that emerges. *Educational Studies in Mathematics, 46*(1-3), 187-228.

Kieran, C., Forman, E. and Sfard, A. (2002). *Learning discourse*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Kim, D. (2009). *Comparison of natıve-English and native-Korean speaking university students' discoures on infinity and limit* (Unpublished doctoral thesis), Michigan State University, East Lansing, MI.

Kim, D. J. and Lim, W. (2017). The Relative interdependency of colloquial and mathematical discourses regarding the notion and calculations of limit: An evidence-based cross-cultural study. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *16*(8), 1561-1579.

Kim, D. J., Ferrini-Mundy, J. and Sfard, A. (2012). How does language impact the learning of mathematics? Comparison of English and Korean speaking university students' discourses on infinity. *International Journal of Educational Research, 51*, 86-108.

Kim, D. J., Sfard, A. and Ferrini-Mundy, J. (2005). Students' colloquial and mathematical discourses on ınfinity and limit. *International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3*, 201-208.

Kjeldsen, T. H. and Petersen, P. H. (2014). Bridging history of the concept of function with learning of mathematics: Students' meta-discursive rules, concept formation and historical awareness. *Science & Education, 23*(1), 29-45.

Klinzing, G., Klinzing-Eurich, G. and Tisher, R. P. (1985). Higher cognitive behaviours in classroom discourse: Congruencies between teachers' questions and pupils' responses. *Australian Journal of Education, 29*(1), 63-75.

Knuth, E. and Peressini, D. (2001). Unpacking the nature of discourse in mathematics classrooms. *Mathematics Teaching in the Middle School, 6*(5), 320-325.

Koç, G. (2006).Yapılandırmacı sınıflarda öğretmen-öğrenen rolleri ve etkileşim sistemi. *Eğitim ve Bilim, 31*(142), 56-64.

Korpershoek, H., Harms, T., de Boer, H., van Kuijk, M. and Doolaard, S. (2016). A meta-analysis of the effects of classroom management strategies and classroom management programs on students' academic, behavioral, emotional, and motivational outcomes. *Review of Educational Research, 86*(3), 643-680.

Kosko, K. W. and Wilkins, J. L. (2010). Mathematical communication and its relation to the frequency of manipulative use. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *5*(2), 79-90.

Kotsopoulos, D. (2007). *Communication in mathematics: A discourse analysis of peer collaborations* (Unpublished doctoral dissertation). Faculty of Graduate Studies, University of Western Ontario.

Kotsopoulus, D., Lee, J. and Heide D. (2010). Investigating matematical cognition using distinctive features of mathematical discourse. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, 2*(1), 138-162.

Kozaklı, T. (2015). *Matematik öğretim sürecinde ortaya çıkan orkestrasyon türleri ile sosyal ve sosyomatematiksel normların etkileşimi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Körükçü, E. ve Şengül, S. (2018). Zenginleştirilmiş öğrenme ortamında 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel zihin alışkanlıklarından iletişim kurma becerisinin gelişiminin incelenmesi. *International Journal of Social Science, 57*, 163-198.

Köseoğlu, F. ve Tümay, H. (2013). Bilim eğitiminde yapılandırıcı paradigma. Ankara: Pegem Akademi.

Kramarski, B. and Mevarech, Z. (2004). Metacognitive discourse in mathematics classrooms. *Journal European Reasearch in Mathematics Education III* (Thematic Grup 8)[online]. Dalam CERME, 3.

Krause, C. M. (2019). What you see ıs what you get? Sign language in the mathematics classroom. *Journal for Research in Mathematics Education, 50*(1), 84-97.

Krussel, L., Edwards, B. and Springer, G. T. (2004). The teacher's discourse moves: A framework for analyzing discourse in mathematics classrooms. *School Science and Mathematics*, *104*(7), 307-312.

Kuckartz, U. and Rädiker, S. (2019). *Introduction: Analyzing qualitative data with software.* In analyzing qualitative data with MAXQDA (pp. 1-11). Springer, Cham.

Kul, U. and Çelik, S. (2017). Exploration of pre-service teachers' pedagogical beliefs in relation to mathematics teaching activities in classroom-based settings. *International Journal of Research in Education & Science, 3*(1), 245-257.

Larsson, M. (2015). *Orchestrating mathematical whole-class discussions in the problem-solving classroom: Theorizing challenges and support for teachers* (Unpublished doctoral dissertation). Mälardalen University, Sweden.

le Roux, K. and Adler, J. (2016). A critical discourse analysis of practical problems in a foundation mathematics course at a South African university. *Educational Studies in Mathematics*, *91*(2), 227-246.

Lehesvuori, S., Viiri, J., Rasku-Puttonen, H., Moate, J. and Helaakoski, J. (2013). Visualizing communication structures in science classrooms: Tracing cumulativity in teacher-led whole class discussions. *Journal of Research in Science Teaching, 50*(8), 912-939.

Lemke, J. L. (1990). *Talking science: Language, learning, and values*. Norwood, NJ: Ablex Lessons.

Lerman, S. (2001). Cultural, discursive psychology: A sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational studies in mathematics, 46*(1-3), 87-113.

Lewis, B. A., Long, R. and Mackay, M. (1993). Fostering communication in mathematics using children's literature. *Arithmetic Teacher, 40*(8), 470-474.

Li, Y. P. and Huang, R. J. (2013). *How Chinese teach mathematics and improve teaching*. New York, NY: Routledge.

Lim, C. S. and Chew, C. M. (2007, December). Mathematical communication in malaysian bilingual classrooms. In *APEC-Tsukuba International Conference: Innovation of classroom teaching and learning through lesson study-focusing on mathematical communication* (pp. 9-14).

Lotman, Y. (1988). The text within the text. *PMLA, 109*(3), 377-384.

Malaspina, U., and Font, V. (2010). The role of intuition in the solving of optimization problems. *Educational Studies in Mathematics, 75*, 107-130.

Manouchehri, A. and Enderson, M. C. (1999). Promoting mathematical discourse: Learning from classroom examples. *Mathematics Teaching in the Middle School, 4(*4), 216-222.

Manouchehri, A. and St. John, D. (2006). From classroom discussions to group discourse. *Mathematics Teacher, 99*, 544–551.

Martin, T. S., McCrone, S. M. S., Bower, M. L. W. and Dindyal, J. (2005). The interplay of teacher and student actions in the teaching and learning of geometric proof. *Educational Studies in Mathematics, 60*(1), 95-124.

Mason, J. (2000). Asking mathematical questions mathematically. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, 31*, 97–111.

Matson, C. L. H. (2010). *Talking about mathematics: prompting discussion among community college students in algebra tutoring* (Unpublished master's thesis). Amsterdam Üniversitesi, Amsterdam, Holland.

Mayring, P. (2011). *Nitel sosyal araştırmaya giriş* (A. Gümüş & M. S. Duran, Çev.) Bilgesu: Yayıncılık.

McCarthy, P., Sithole, A., McCarthy, P., Cho, J. P. and Gyan, E. (2016). Teacher questioning strategies in mathematical classroom discourse: a case study of two grade eight teachers in Tennessee, USA. *Journal of Education and Practice*, *7*(21), 80-89.

Meaney, T., Trinick, T. and Fairhall, U. (2012). *Collaborating to meet language challenges in indigenous mathematics classrooms*. Dordrecht: Springer.

Mendez, E. P. (2001). A history of mathematical dialogue in textbooks and classrooms. *The Mathematics Teacher*, *94*(3), 170-173.

Mercer, N. (1995). *The guided construction of knowledge: Talk amongst teachers and learners*. Multilingual matters. Retrieved 1 March 2019, from https://books.google.com.tr/books?id=GkjyTEg2TNsC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=snippet&q=exploratory&f=false.

Mercer, N. and Howe, C. (2012). Explaining the dialogic processes of teaching and learning: The value and potential of sociocultural theory. *Learning, culture and social interaction, 1*(1), 12-21.

Mercer, N. and Sams, C. (2006). Teaching children how to use language to solve maths problems. *Language and Education, 20*(6), 507–528.

Mercer, N., Wegerif, R. and Dawes, L. (1999). Children's talk and the development of reasoning in the classroom. *British educational research journal*, *25*(1), 95-111.

Mercier, E. (2016). Teacher orchestration and student learning during mathematics activities in a smart classroom. *International Journal of Smart Technology and Learning*, *1*(1), 33-52.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). Ortaokul (5-8. sınıflar) matematik dersi öğretim programı. Ankara: MEB Basımevi.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2017). *Matematik dersi öğretim programı* (İlkokul ve ortaokul). Ankara: MEB Basımevi.

Morgan, C. (2005). Word, definitions and concepts in discourses of mathematics, teaching and learning. *Language and education, 19*(2), 102-116.

Morgan, C., Craig, T., Schuette, M. and Wagner, D. (2014). Language and communication in mathematics education: An overview of research in the field. *ZDM, 46*(6), 843-853.

Mortimer, E. and Scott, P. (2003). *Meaning making in secondary science classrooms*. Maidenhead, England: Open University Press.

Moschkovich, J. (2003). What counts as mathematical discourse? In N.A. Pateman, B.J. Dougherty, & J. Zilliox (Eds.), Proceedings of the 27th Annual Conference of the *International Group for the Psychology of Mathematics Education (*pp. 325–331*)*. Honolulu,USA: PME.

Moschkovich, J. (2007a). Examining mathematical discourse practices. *For the learning of mathematics, 27(*1), 24-30.

Moschkovich, J. (2007b). Using two languages when learning mathematics. *Educational studies in Mathematics, 64*(2), 121-144.

Moschkovich, J. (2007c). Bilingual mathematics learners: How views of language, bilingual learners, and mathematical communication affect instruction. In N. S. Nasir & P. Cobb (Eds.), *Diversity, equity, and access to mathematical ideas* (pp. 89-104). New York: Teachers College Press.

Moschkovich, J., Wagner, D., Bose, A., Mendes, J. R. and Schütte, M. (2017). Topic Study Group No. 31: *Language and Communication in Mathematics Education*. In Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education (pp. 521-524). Springer, Cham.

Munter, C. (2014). Developing visions of high-quality mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education, 45*(5), 584-635.

Mutodi, P. (2016). *Mathematical symbolisation: Challenges and instructional strategies for Limpopo Province secondary school learners* (Unpublished doctoral dissertation). University of South Africa, Pretoria, South Africa.

Muto-Humprey, K. (2010). Discourse analysis through interpersonal meaning. Retrieved 9 July, from https://www.google.com.tr/search?q=Discourse+analysis+through+interpersonal+meaning&oq=Discourse+analysis+through+interpersonal+meaning&aqs=chrome..69i57j69i59.687j0j8&sourceid=chrome&ie=UTF-8.

Nasibov, F. ve Kaçar, A. (2005). Matematik ve matematik eğitimi hakkında. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 13*(2), 339-346.

Nathan, M. J. and Knuth, E. J. (2003). A study of whole classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and Instruction, 21*(2), 175-207.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standarts for school mathematics: An overview*. Reston: NCTM.

Naz, A., Khan, W., Khan, Q., Daraz, U. and Mujtaba, B. G. (2013). Teachers' questioning effects on students communication in classroom performance. *Journal of Education and Practice, 4*(7), 148-158.

Neuman, W. L. (2013). *Social research methods: Qualitative and quantitative approaches*. Pearson education.

Ng, O. L. (2016). The interplay between language, gestures, dragging and diagrams in bilingual learners' mathematical communications. *Educational Studies in Mathematics, 91*(3), 307-326.

Niemi, D. (1996). Assessing conceptual understanding in mathematics: Representations, problem solutions, justifications, and explanations. *The Journal of Educational Research, 89*(6), 351-363.

Northcutt, K. L. (2014). *Coaching a teacher to use dialogic inquiry: fostering students' talk about texts* (Unpublished doctoral dissertation). Texas Woman's University, Dallas and Houston, USA.

Noss, R. ve Baki, A. (1996). Liberating school mathematics from procedural view. *Journal of Education Hacettepe University, 12*, 179-182.

O'Halloran, K. L. (2005). *Mathematical discourse: Language, symbolism and visual images*. London: Continuum.

Oikkonen, J. (2009). Ideas and results in teaching beginning maths students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, (40)*1, 127-138.

Olteanu, C. and Olteanu, L. (2012). Equations, functions, critical aspects and mathematical communication. *International Education Studies, 5*(5), 69-78.

Ontario Ministry of Education (OME). (2005). *Mathematics curriculum grades 1–8*. Ottawa, ON: Queen's Printer for Ontario.

Özdemir-Gökyurt, B. Bayraktar, R. ve Yılmaz, M. (2017). Sınıf ve matematik öğretmenlerinin kavram yanılgılarına ilişkin açıklamaları. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 7*(2), 284-305.

Özdeş, H. ve Kesici-Elitok, A. (2015). 9. Sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki hata ve kavram yanılgıları. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 23*(3), 1277-1292.

Özgür, Y. (2019). *Karikatürler*. İstanbul: Nemesis Kitap.

Özpınar, İ. ve Arslan, S. (2017). Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematiksel iletişim becerisine yönelik görüşlerinin incelenmesi. *Electronic Turkish Studies, 12(*17), 337-356.

Pantaleon, K. V., Juniati, D., Lukito, A. and Mandur, K. (2018, January). The written mathematical communication profile of prospective math teacher in mathematical proving. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 947, No. 1, p. 012070). IOP Publishing.

Paoletti, T., Krupnik, V., Papadopoulos, D., Olsen, J., Fukawa-Connelly, T. and Weber, K. (2018). Teacher questioning and invitations to participate in advanced mathematics lectures. *Educational Studies in Mathematics, 98*(1), 1-17.

Park, J. (2011). *Calculus instructors' and students' discourses on the derivative* (Unpublished doctoral thesis). Michigan State University, Michigan.

Parrish, C. W., Ellis, R. L. and Martin, W. G. (2019). Improving mathematics discourse through action research. *Mathematics Teacher, 112*(4), 302-306.

Perwitasari, D. and Surya, E. (2017). The development of learning material using problem based learning to improve mathematical communication ability of secondary school students, *International Journal of Sciences: Basic and Applied Reseaarch* (IJSBAR), *33*(3), 200-207.

Petrová, Z. (2013). On the relevancy of using Vygotsky's theoretical framework to legitimize dialogic teaching/learning. *Journal of Pedagogy, 4*(2), 237-252.

Piccolo, D. L., Harbaugh, A. P., Carter, T. A., Capraro, M. M. and Capraro, R. M. (2008). Quality of Instruction: Examining discourse in middle school mathematics ınstruction. *Journal of Advanced Academics, 19*(3), 376-410.

Pimm, D. (2004, July). *Discourse analysis and mathematics education: An anniversary of sorts*. Paper presented at the International Congress of Mathematics Education.

Pirie, S. E. B. and Schwarzenberger, R. L. E. (1988). Mathematical discussion and mathematical understanding. *Educational Studies in mathematics, 19*(4), 459-470.

Planas, N. and Schütte, M. (2018). Research frameworks for the study of language in mathematics education. *ZDM, 50*(6), 965-974.

Reznitskaya, A. (2012). Dialogic teaching: Rethinking language use during literature discussions. *The Reading Teacher, 65*(7), 446-456.

Rezvani, R. and Sayadi, A. (2015). Instructors' and learners' questioning: A case of EFL classroom discourse in Iran. The *Journal of Teaching Language Skills, 7*(3), 141-164.

Richards, J. (1991). Mathematical discussions. In E. von Glasersfeld (Eds.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 13-51). The Netherlands: Kluwer.

Richland, L. E., Begolli, J. N., Simms, N., Frausel, R. R. and Lyons, E. (2016). Supporting mathematical discussions: the roles of comparison and cognitive load. *Educational Psychology* Review. doi:10.1007 /s10648-016-9382-2

Ripardo, R. B. (2017). Teaching mathematics from the perspective of Mathematics as a discourse. *Ciência & Educação (Bauru)*, *23*(4), 899-915.

Robson, C. (2015). *Bilimsel araştırma yöntemleri Gerçek Dünya Araştırması* (Çev. Ş. Çınkır ve N. Demirkasımoğlu). Ankara: Anı Yayıncılık.

Rowe, M. B. (1978). Wait, wait, wait…. *School Science and Mathematics, 78*(3), 207-216.

Rowland, T. (2003). *The pragmatics of mathematics education: Vagueness and mathematical discourse* (1st edition). London: UK, Routledge.

Rubenstein, R. N. and Thompson, D. R. (2001). Learning mathematical symbolism: Challenges and instructional strategies. *Mathematics Teacher, 94*, 265–271.

Rubenstein, R. N. and Thompson, D. R. (2002). Understanding and supporting children's mathematical vocabulary development. *Teaching Children Mathematics, 9*(2), 107-113.

Rumsey, C., Guarino, J., Gildea, R., Cho, C. Y. and Lockhart, B. (2019). Tools to support K-12 students in mathematical argumentation. *Teaching Children Mathematics, 25*(4), 208-217.

Ryve, A. (2011). Discourse research in mathematics education: A critical evaluation of 108 journal articles. *Journal for research in mathematics education, 42*(2), 167-199.

Ryve, A., Nilsson, P. and Pettersson, K. (2013). Analyzing effective communication in mathematics group work: *The role of visual mediators and technical terms. Educational Studies in Mathematics, 82*, 497–514.

Saban, A. ve Ersoy, A. (2016). *Eğitimde nitel araştırma desenleri*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Saban-Anapa P., Yenilmez, K. ve Çimen-Evcimen. E. (2016). Niceleyici içeren matematiksel ifadelere dair öğrenci algılarının karakterizasyonu. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi, 9*(1), 115-137.

Sabbagh, S. A. (2014). The discourse levels indicators used by mathematics teachers to promote students' understanding and thinking for the high school in Jordan. *International Proceedings of Economics Development and Research, 78*(15), 74-79.

Sánchez, V. and García, M. (2014). Sociomathematical and mathematical norms related to definition in pre-service primary teachers' discourse. *Educational Studies in Mathematics, 85(*2), 305-320.

Schoenfeld, A. H. (2013). Classroom observations in theory and practice. *ZDM, 45*(4), 607-621.

Schönfelder, W. (2011, January). *CAQDAS and qualitative syllogism logic-NVivo 8 and MAXQDA 10 compared*. Paper presented at the Forum Qualitative Sozialforschung/Forum: Qualitative Social Research.

Scott, P. H., Mortimer, E. F. and Aguiar, O. G. (2006). The tension between authoritative and dialogic discourse: A fundamental characteristic of meaning making interactions in high school science lessons. *Science Education, 90*, 605-631.

Sedova, K., Sedlacek, M. and Svaricek, R. (2016). Teacher professional development as a means of transforming student classroom talk. *Teaching and Teacher Education, 57*, 14-25.

Selen, N. (2017). Söz söyleme sanatının tarihsel gelişimi. *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi, 29*(1-4), 1-23.

Selling, S. K. (2016). Making mathematical practices explicit in urban middle and high school mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education, 47*(5), 505-551.

Senemoğlu, N. (2010). *gelişim öğrenme ve öğretim. Kuramdan uygulamaya*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Setati, M. (2005). Teaching mathematics in a primary multilingual classroom. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(5), 447-466.

Setati, M. (2008). Access to mathematics versus access to the language of power: The struggle in multilingual mathematics classrooms. *South African Journal of Education, 28*(1), 103-116.

Setati, M. and Adler, J. (2000). Between languages and discourses: Language practices in primary multilingual mathematics classrooms in South Africa. *Educational studies in mathematics, 43*(3), 243-269.

Sfard, A. (2000a). On reform movement and the limits of mathematical discourse. *Mathematical thinking and learning*, *2*(3), 157-189.

Sfard, A. (2000b). Steering (dis) course between metaphors and rigor: Using focal analysis to investigate an emergence of mathematical objects. *Journal for Research in Mathematics Education, 3*(31), 296-327.

Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communication to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics, 46*(1-3), 13-57.

Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *The Journal of the Learning Sciences, 16*(4), 565–613.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Sfard, A. (2012). Introduction: Developing mathematical discourse some insights from communicational research. *International Journal of Educational Research, 51*(52), 1-9.

Sherin, M. G. (2002). A balancing act: Developing a discourse community in a mathematics classroom. *Journal of mathematics teacher education, 5(3*), 205-233.

Shilo, A. and Kramarski, B. (2019). Mathematical-metacognitive discourse: how can it be developed among teachers and their students? Empirical evidence from a videotaped lesson and two case studies*. ZDM, 51*(4), 1-16.

Shortino-Buck, M. M. (2017). *Mathematical discourse in elementary classrooms* (Unpublished doctoral thesis). University of Portland, Oregon: USA.

Silver, E. A., Kilpatrick, J. and Schlesinger, B. (1990). *Thinking through mathematics: Fostering ınquiry and communication in mathematics classrooms.* New York, NY: College Board Publications.

Sinclair, N. and Yurita, V. (2008). To be or to become: How dynamic geometry changes discourse. *Research in Mathematics Education, 10*(2), 135-150.

Singto, S. (1995). The study of the effect of the use of low-level questions and high-level questions on students' responses. *Studies of Language Learning and Teaching*, *5*, 32-37.

Siyepu, S. (2013). The zone of proximal development in the learning of mathematics. *South African Journal of Education*, *33*(2), 1-13.

Siyepu, S. W. and Ralarala, M. K. (2014). Making sense of mathematical discourse: Implications for success in the learning of differentiation in a university classroom. Special edition of Alternation: *Interdisciplinary Journal for the study of the Arts and Humanities in Southern Africa*, 12, 326-357.

Staples, M. (2007). Supporting whole-class collaborative inquiry in a secondary mathematics classroom. *Cognition and Instruction*, *25*(2-3), 161-217.

Staples, M. E. (2008). Promoting student collaboration in a detracked, heterogeneous secondary mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education, 11*(5), 349-371.

Steele, D. F. (2001). Using sociocultural theory to teach mathematics: A Vygotskian perspective. *School Science and Mathematics, 101*(8), 404-416.

Stevens, S. A. (2017). The effects of the think interaction framework as an intervention to support students' engagement in mathematical discourse and movement toward mathematical proficiency (Unpublished doctoral dissertation). Middle Tennessee State University, Murfreesboro, Tennessee.

Stubbs, M. (1983). *Language, Schools and Classrooms* (2nd Ed.). London, Methuen.

Suk-a-nake, R., Heaton, S. L., Chantrupanth, D. and Rorex, P. D. (2003). Thai university EFL learners' oral responses to various spoken question types. *Second Language Learning and Teaching, 12*, 19-31.

Sullivan, P. and Clarke, D. (1991). *Communication in the classroom: The importance of good questioning*. Geelong, Australia: Deakin University Press.

Tabach, M. and Nachlieli, T. (2016). Communicational perspectives on learning and teaching mathematics: Prologue. *Educational Studies in Mathematics*, *91*(3), 299-306.

Tanışlı, D. (2016). Satır aralarını okuma sanatı: Söylem çözümlemesi ve matematik eğitimi. E. Bingölbali, S. Arslan ve Ö.İ., Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (s. 901-915). Ankara: Pegema Yayıncılık.

Taylor, S. (2012). *What is Discourse Analysis*. Londra: Bloomsbury.

Temple, C. and Doerr, H. M. (2012). Developing fluency in the mathematical register through conversation in a tenth-grade classroom. *Educational Studies in Mathematics, 81*(3), 287-306.

Thompson, D. R. and Chappell, M. F. (2007). Communication and representation as elements in mathematical literacy. *Reading & Writing Quarterly*, *23*(2), 179-196.

Thornton S. and Reynolds, N. (2006). Analysing classroom ınteractions using critical discourse analysis. In J. Novotna; H. Moraova, M. Kratka & N. Stehlikova (Ed.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 273-280), Prague, Czech Republic.

Toluk-Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 2*(2), 87-102.

Toptaş, V. (2015). Matematiksel dile genel bir bakış. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 4(1), 18-22.

Toscano, R., Gavilán-Izquierdo, J. M. and Sánchez, V. (2019). A study of pre-service primary teachers' discourse when solving didactic-mathematical tasks. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *15*(11), 1-16.

Trillo, J. R. (2001). A mathematical model for the analysis of variation in discourse. *Journal of Linguistics, 37*(3), 527-550.

Truxaw, M. P. and DeFranco, T. (2008). Mapping mathematics classroom discourse and its implications for models of teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39*, 489-525.

Türnüklü, E., Akkaş, E. N. ve Gündoğdu-Alaylı, F. (2012, Haziran). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgen algılarına yönelik bir çalışma. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Niğde.

Ubuz, B. (2017). Dörtgenler arasındaki ilişkiler: 7. sınıf öğrencilerinin kavram imajları. *Yaşadıkça Eğitim, 31*(1), 55-68.

Uğurel, I. (2010). *Ortaöğretim matematik programının temel ögeleri çerçevesinde öğrencilerin ispat kavramına yönelik matematiksel bilgilerini nasıl düzenlediklerinin söylem çözümlemesi ile belirlenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Uğurel, I. ve Moralı, S. (2010). Bir ortaöğretim matematik dersindeki ispat yapma etkinliğine yönelik sınıfiçi tartışma sürecine öğrenci söylemleri çerçevesinde yakından bakış. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi (28),* 135-154.

UK Department for Education (2013). *The National Curriculum in England: Key stages 3 and 4 framework document*. London, UK: Department for Education. Retrived 12 July, 2019, from www.gov.uk/dfe/nationalcurriculum.

Ulusoy, F. ve Çakıroğlu, E. (2017). Ortaokul öğrencilerinin paralelkenari ayırt etme biçimleri: Aşırı özelleme ve aşırı genelleme. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 17*(1), 457- 475.

Umami, R., Budayasa, I. K. and Suwarsono, S. (2018, January). Teacher's Mathematical Communication Profile in Facilitating and Guiding Discussion. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 947, No. 1, p. 012020), IOP Publishing.

Umay, A. (2002). Öteki matematik. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*, 275-281.

URL-1, https://ozlusozluk.com/pisagor-sozleri/ Özlü sözlük. 11 Haziran 2019.

URL-2, https://quoteinvestigator.com/2014/05/22/solve/amp/ Quote Investigator. 05 Ağustos 2019.

US Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for mathematics*. Retrived 12 July, 2019, from http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards1.pdf.

Van Leeuwen, T. (2008). *Discourse and practice: New tools for critical discourse analysis*. Oxford: Oxford University Press.

Viirman, O. (2015). Explanation, motivation and question posing routines in university mathematics teachers' pedagogical discourse: A commognitive analysis. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 46*(8), 1165-1181.

Viseu, F. and Oliveira, I. B. (2017). Open-ended tasks in the promotion of classroom communication in mathematics. *International Electronic Journal of Elementary Education, 4*(2), 287-300.

Vui, T. (2006). *Enhancing classroom communication to develop students' mathematical thinking*. Vietnam: Hue University.

Vural-Ören, D. ve Kula, F. (2019). Matematik öğretiminde örnekler: Temel tanım, kavram ve yaklaşımlar. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19*(2), 569-586.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: the development of higher mental processes*. Cambridge, Harvard University Press.

Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and Language* (Revised edition). Cambridge: Mass: MIT

Walsh, S. (2006). *Investigating classroom discourse*. NY: Newyork, Routledge.

Walshaw, M. and Anthony, G. (2008). The teacher's role in classroom discourse: A review of recent research into mathematics classrooms. *Review of educational research, 78*(3), 516-551.

Wang, S. (2007, December). Research process, changes and ımplementation of mathematics curriculum standard in China. In *Proceeding of APEC-TSUKUBA*

International Conference III, Innovation of Classroom Teaching and Learning through Lesson Study, Focusing on Mathematical Communication, Tokyo and Kanazawa, Japon.

Wang, S. (2011). *The van hiele theory through the discursive lens: prospective teachers' geometric discourses* (Unpublished doctoral thesis). Michigan State University, Michigan.

Wang, S. and Kinzel, M. (2014). How do they know it is a parallelogram? Analysing geometric discourse at van Hiele Level 3. *Research in Mathematics Education, 16*(3), 288-305.

Way, J. (2008). Using questioning to stimulate mathematical thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom, 13*(3), 22-27.

Webb, P. and Sepeng, P. (2012). Exploring mathematical discussion in word problem-solving. *Pythagoras, 33*(1), 1-8.

Weinberg, A. D. (2005). *A framework for analyzing functions in mathematical discourse* (Unpublished dissertation). The University of Wisconsin-Madison, Madison, Wisconsin.

Wertsch, J. V. (1991). *Voices of the mind: Sociocultural approach to mediated action*. Harvard University Press.

White, D. (2003). Promoting productive mathematical classroom discourse. *Journal of Mathematical Behavior, 22*, 37–53.

Whitin, P. and Whitin, D. J. (2000). *Math is language too: Talking and writing in the mathematics classroom*. Urbana, IL: National Council of Teachers of English.

Wood, L. N. (2012). Practice and conceptions: Communicating mathematics in the workplace. *Educational Studies in Mathematics, 79*(1), 109-125.

Wood, M. B. (2013). Mathematical micro-identities: Moment-to-moment positioning and learning in a fourth-grade classroom. *Journal for Research in Mathematics Education, 44*(5), 775-808.

Yackel, E. and Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*, 458-477.

Yağar, F. ve Dökme, S. (2018). Niteliksel araştırmaların planlanması: Araştırma soruları, örneklem seçimi, geçerlik ve güvenirlik. *Gazi Sağlık Bilimleri Dergisi, 3*(3), 1-9.

Yang, E. F., Chang, B., Cheng, H. N. and Chan, T. W. (2016). Improving pupils' mathematical communication abilities through computer-supported reciprocal peer tutoring. *Journal of Educational Technology & Society*, *19*(3), 157-169.

Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi, 24*(2), 61-70.

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. B. (2007). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 40*(1), 181-213.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2003). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin yayıncılık.

Yıldız, F. (2016). *6. ve 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel sözel, sembolik ve görsel dili anlama ve kullanma becerilerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Yılmaz, A. (2019). *A case study on middle grade mathematics teachers' use of questioning in teaching lines and angles* (Unpublished doctoral dissertation). Middle East Technical University, Social Science Institution, Ankara.

Yin, R. (2002). *Case study research, design and methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, Newbury, CA: Sage Publications.

Young, L. and Harrison, C. (2004). *Systemic functional linguistics and critical discourse analysis:* Studies in social change. London/New York: Continuum.

Zakiah, L., Saomi, A. S. N., Syara, R., Hidayat, W. and Hendriana, H. (2018). The efficiency of using education videos on the linear program material as observed in vocational high school students' mathematical communication ability. *Journal Of Educational Experts*, *1*(1), 11-18.

Zolkower, B. and Shreyar, S. (2007). A teacher's mediation of a thinking-aloud discussion in a 6th grade mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 65*(2), 177-202.

8. EKLER

Ek 1.1. Pilot Çalışma İçin İzin Formu

T.C.
TRABZON VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı: 82438636/604.01/8118677 17/08/2015
Konu: Uygulama İzni

VALİLİK MAKAMINA

KTÜ Fatih Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi doktora programı öğrencisi Sedef ÇELİK tarafından yapılan "Matematik Öğretmenlerinin ve Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Dili Kullanma Yeterlilikleri" konulu doktora tezinin ekli listede belirtilen okullarda, 2015-2016 eğitim öğretim yılının 1. yarıyılı içerisinde okul müdürünün de uygun göreceği zamanlarda uygulama isteği Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Bünyamin AKYÜZ
Müdür V.

O L U R

.../.../2015
Mustafa GÜRDAL
Vali a.
Vali Yardımcısı

EK: Liste (1 adet)

Trabzon Valiliği İl Millî Eğitim Müdürlüğü
Telefon : (0 462) 2302094-1400
e-posta : trabzonmem@meb.gov.tr

Bilgi İçin: Mesut KAŞ (Şb.Mdr.)
Faks : (0 462) 230 43 74
İnt.Adresi : trabzon.meb.gov.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 60b7-b2cf-3a51-9871-0cf7 kodu ile teyit edilebilir.

Ek 1.1'in devamı

Bener Cordan Ortaokulu	Yunus Emre Ortaokulu
Trabzon Cumhuriyet Ortaokulu	Yaylacık Ortaokulu
Söğütlü Ortaokulu	Mevlüt Selami Yardım Ortaokulu
Bedri Rahmi Eyüpoğlu Ortaokulu	Mimar Sinan Ortaokulu
İsmetpaşa Ortaokulu	Trabzon Atatürk Ortaokulu
Beşirli İMKB Ortaokulu.	Trabzon Kanuni Ortaokulu
Akçaabat Cumhuriyet Ortaokulu	Trabzon Osman Altuntaş Ortaokulu
Yol- İş Sendikası Ortaokulu	Mehmet Akif Ersoy Ortaokulu
Kavaklı Ortaokulu	Piri Reis Ortaokulu
İskenderpaşa Ortaokulu	

Mesut KAŞ
Trabzon İl Milli Eğitim Müdürlüğü
Şube Müdürü

Ek 1.2. Asıl Çalışma İçin İzin Formu

T.C.
TRABZON VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 82438636/604.01/12779397 — 11.11.2016
Konu: Uygulama İzni (Sedef ÇELİK)

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü'ne bağlı doktora öğrencisi olan Sedef ÇELİK'in tez çalışmalarında kullanacakları ölçme araçları komisyonumuz tarafından kabul edilmiş olup Valilik olur yazıları ektedir. Bahsi geçen olur yazısının tarafınızdan araştırmacıya verilmesi hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Hızır AKTAŞ
Vali a.
Milli Eğitim Müdürü

Ek: Valilik Oluru (1 Sayfa)

Güvenli Elektronik
İmza Aslı İle Aynıdır
14/11/2016
Hasan ÇELEBİ
Tekniker

Trabzon Valiliği İl Millî Eğitim Müdürlüğü
Telefon : (0 462) 2302094-1411
e-posta : trabzonmem@meb.gov.tr

Bilgi İçin: Mesut KAŞ (Şb.Mdr.)
Faks : (0 462) 230 43 74
İnt.Adresi : Trabzon.meb.gov.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 57ef-7cc0-3501-9f67-029d kodu ile teyit edilebilir.

Ek 2. Veli Onay Mektubu ve İzni

Sayın Veli,

Artvin Çoruh Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı' nda Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktayım. Aynı zamanda Karadeniz Teknik Üniversitesi, OFMAE Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi'nde doktora yapmaktayım. Doktora tezim, matematiksel dil konusu üzerinedir.

Matematiksel dilin öğretmen ve öğrenciler tarafından doğru kullanılabilmesinin öğrenmeye katkıda bulunacağı açıktır. Bu nedenle sınıf içindeki matematiksel dilin nasıl olduğu ve matematiksel iletişimin nasıl gerçekleştiği araştırmanın amacını oluşturmaktadır.

''İlköğretim Matematik Sınıflarında Kullanılan Matematiksel Dilin İncelenmesi" başlıklı doktora tezim kapsamında sınıf içindeki doğal matematiksel söylemler incelenecektir. Bu söylemlerden hareketle matematiksel iletişim kurmak için öğretmen ve öğrencilerin matematiksel, dilsel ve görsel ifadeleri nasıl ilişkilendirdiği belirlenecektir.

Araştırma kapsamında okul müdürü ve ilgili öğretmeninin izin verdiği saatler doğrultusunda sınıflara girilip gözlem yapılacaktır. Eğitim-öğretimi aksatmadan gözlemler video ile kaydedilecektir. Ancak söz konusu kayıtlar kesinlikle gizli tutulacaktır. Video kayıtları başka bir amaçla asla kullanılmayıp, öğrenci/ bireylerin kimliğini ortaya çıkarıcı hiçbir bilgi, hiçbir şekilde yayınlanmayacak veya açıklanmayacaktır.

Bahsedilen akademik çalışmaya yönelik daha fazla bilgi almak için başvurulacak araştırmacının adresi, telefon numarası ve e-posta adresi aşağıda bulunmaktadır.

Araştırmacının adı, soyadı ve imzası :

Arş. Gör. Sedef ÇELİK

Adres : Artvin Çoruh Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Şehir Yerleşkesi/ ARTVİN

İş Tel: 04662151042-2328 Cep Tel: 05547346360 e-mail: sedefcelik@artvin.edu.tr

Teşekkür eder, saygılarımı sunarım….

Yukarıda açıklamasını okuduğum akademik çalışmaya, oğlum/kızım…………………….'nin katılımına izin veriyorum. Ebeveynin:

Adı, soyadı: …………………….. …… İmzası: ………………….. Tarih: ……………

Ek 3. Gözlem Yapılan Dersler

Tarih	Öğretmen	Ders
29.11.2016	Ö2	1. ders
29.11.2016	Ö2	2. ders
29.11.2016	Ö3	1.ders
29.11.2016	Ö3	2.ders
30.11.2016	Ö4	1.ders
30.11.2016	Ö4	2.ders
06.12.2016	Ö2	1.ders
06.12.2016	Ö2	2.ders
06.12.2016	Ö1	1.ders
06.12.2016	Ö1	2.ders
06.12.2016	Ö3	1.ders
06.12.2016	Ö3	2.ders
07.12.2016	Ö4	1.ders
07.12.2016	Ö4	2.ders
07.12.2016	Ö5	1.ders
07.12.2016	Ö5	2.ders
07.12.2016	Ö6	1.ders
07.12.2016	Ö6	2.ders
13.12.2016	Ö2	1.ders
13.12.2016	Ö1	1.ders
13.12.2016	Ö1	2.ders
13.12.2016	Ö3	1.ders
14.12.2016	Ö4	1.ders
14.12.2016	Ö4	2.ders
14.12.2016	Ö5	1.ders
14.12.2016	Ö5	2.ders
14.12.2016	Ö6	1.ders
14.12.2016	Ö6	2.ders
20.12.2016	Ö2	1.ders
20.12.2016	Ö1	1.ders
20.12.2016	Ö1	2.ders
20.12.2016	Ö3	1.ders
21.12.2016	Ö4	1.dres
21.12.2016	Ö4	2.ders
21.12.2016	Ö5	1.ders
21.12.2016	Ö5	2.ders
21.12.2016	Ö6	1.ders
21.12.2016	Ö6	2.ders
14.02.2017	Ö2	1.ders
14.02.2017	Ö2	2.ders
14.02.2017	Ö1	1.ders
14.02.2017	Ö1	2.ders
15.02.2017	Ö4	1.ders
15.02.2017	Ö4	2.ders
15.02.2017	Ö5	1.ders
15.02.2017	Ö5	2.ders
15.02.2017	Ö6	1.ders
15.02.2017	Ö6	2.ders
21.02.2017	Ö2	1.ders

Ek 3'ün devamı

21.02.2017	Ö2	2.ders
21.02.2017	Ö3	1.ders
21.02.2017	Ö3	2.ders
21.02.2017	Ö1	1.ders
21.02.2017	Ö1	2.ders
01.03.2017	Ö5	1.ders
01.03.2017	Ö5	2.ders
01.03.2017	Ö6	1.ders
01.03.2017	Ö6	2.ders
08.03.2017	Ö4	1.ders
08.03.2017	Ö4	2.ders
08.03.2017	Ö5	1.ders
08.03.2017	Ö5	2.ders
08.03.2017	Ö6	1.ders
08.03.2017	Ö6	2.ders
14.03.2017	Ö2	1.ders
14.03.2017	Ö2	2.ders
14.03.2017	Ö3	1.ders
14.03.2017	Ö3	2.ders
14.03.2017	Ö1	1.ders
14.03.2017	Ö1	2.ders
15.03.2017	Ö5	1.ders
15.03.2017	Ö5	2.ders
15.03.2017	Ö4	1.ders
15.03.2017	Ö4	2.ders
15.03.2017	Ö6	1.ders
15.03.2017	Ö6	2.ders
21.03.2017	Ö2	1.ders
21.03.2017	Ö2	2.ders
21.03.2017	Ö3	1.ders
21.03.2017	Ö3	2.ders
21.03.2017	Ö1	1.ders
21.03.2017	Ö1	2.ders
22.03.2017	Ö4	1.ders
22.03.2017	Ö4	2.ders
22.03.2017	Ö5	1.ders
22.03.2017	Ö5	2.ders
04.04.2017	Ö2	1.ders
04.04.2017	Ö2	2.ders
04.04.2017	Ö3	1.ders
04.04.2017	Ö3	2.ders
04.04.2017	Ö1	1.ders
04.04.2017	Ö1	2.ders
05.04.2017	Ö4	2.ders
11.04.2017	Ö2	1.ders
11.04.2017	Ö2	2.ders
11.04.2017	Ö3	1.ders
11.04.2017	Ö3	2.ders
11.04.2017	Ö1	1.ders
11.04.2017	Ö1	2.ders

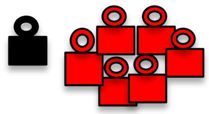
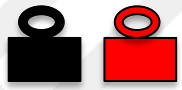
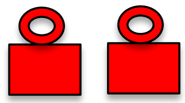
Ek 3'ün devamı

12.04.2017	Ö4	1.ders
18.04.2017	Ö2	1.ders
18.04.2017	Ö2	2.ders
18.04.2017	Ö3	1.ders
18.04.2017	Ö3	2.ders
18.04.2017	Ö1	1.ders
18.04.2017	Ö1	2.ders
19.04.2017	Ö4	1.ders
19.04.2017	Ö4	2.ders
19.04.2017	Ö5	1.ders
19.04.2017	Ö5	2.ders
02.05.2017	Ö2	1.ders
02.05.2017	Ö2	2.ders
02.05.2017	Ö1	1.ders
02.05.2017	Ö1	2.ders
03.05.2017	Ö4	1.ders
03.05.2017	Ö4	2.ders
03.05.2017	Ö5	1.ders
03.05.2017	Ö5	2.ders
09.05.2017	Ö2	1.ders
09.05.2017	Ö2	2.ders
09.05.2017	Ö3	1.ders
09.05.2017	Ö3	2.ders
09.05.2017	Ö1	1.ders
09.05.2017	Ö1	2.ders
10.05.2017	Ö4	1.ders
10.05.2017	Ö4	2.ders
10.05.2017	Ö5	1.ders
10.05.2017	Ö5	2.ders
23.05.2017	Ö3	1.ders
23.05.2017	Ö3	2.ders
23.05.2017	Ö1	1.ders
23.05.2017	Ö1	2.ders

Ek 4. Matematiksel Söylemlerin Düzenlenmesi

Söylem Öbeklerinin İlk Halleri	Düzenlenmiş Söylem Öbekleri
803) Öğrenci 1: Öğretmenim ben onu (?) Öğrt: Sen soruyu anlamadın bence Taha Can. Soruyu bir yüksek sesle tane tane okur musun? Bir soruyu okur musun Taha Can? Taha Can: Emel ile Fatma. Öğrt : (Taha'nın sözünü keserek) Yavaş yavaş bak sakin sakin oku soruyu evet. Taha Can: Emel ile Fatma bir tanesi 9 parçadan oluşan Öğrt: Evet bir tanesi 9 parçadan oluşan, Taha Can : (?) (Gülüşmeler oluyor)	803) Öğrenci 1: Öğretmenim ben onu (?) Öğrt : Sen soruyu anlamadın bence Taha Can. Soruyu bir yüksek sesle tane tane okur musun? Bir soruyu okur musun Taha Can? Taha Can: Emel ile Fatma. Öğrt: (Taha'nın sözünü keserek) Yavaş yavaş bak sakin sakin oku soruyu evet. Taha Can: Emel ile Fatma bir tanesi 9 parçadan oluşan Öğrt: Evet bir tanesi 9 parçadan oluşan, Taha Can: (?) (Gülüşmeler oluyor)
Öğrt: Bu arada soruyu siz yanlış anlıyorsunuz. Ya da şöyle yaparsınız. Efendim Erdem. Erdem : Öğretmenim kesir olara kgöstermek zorunda mıyız? Öğrt: Ne olarak? Erdem : Kesir olarak. Öğrt: Kesir olarak çikolatayı nasıl göstereceksin ki sen? Erdem: 2 ile 9'u çarptım 18. 18'i de 3'le çarptım. Öğrt: Tamam bir dakika 2'yle 9'u çarptım diyosun doğru 18 sonra. Erdem: 5 ile topladım. Öğrt: 18 le 5'i topladın 23. 23 parça yedik bir çikolata 9 parçaya bölünüyor. Bu şekilde yazmak zorundasın. Ya bu şekilde burada arkadaşınızın yaptığı gibi bunu çevirebilirsiniz 2-9, 18. 5 daha 23/9. Ya bu şekilde yapacaksınız ya da Erdem'in söylediği gibi yapacaksınız. Öğrenci 2: Ben ikisini de yaptım. Taha Can: Ee ben onu. Öğrt: ama sen orada kesir yazmadın ki sen 9 la 5'i topladın 14 dedin. Taha can : Hayır ondan önce 9'la 2'yi çarpıyorduk ya. Öğrt: Çarptın sonra çıkarma yaptın sonra tekrar çıkarma yaptı. Sen ne yaptın? Sen ne yaptın 2 çarpı 9, 18. 18'den neyi çıkardın? Taha Can: Beş beş. Öğrt: 5'i çıkardın. 13'den 9'u çıkardın sen bu şekilde gittin. Burda hiç bir mantık yok ki.	Taha Can: Ee ben onu. Öğrt: ama sen orada kesir yazmadın ki sen 9 la 5'i topladın 14 dedin. Taha can: Hayır ondan önce 9'la 2'yi çarpıyorduk ya. Öğrt: Çarptın sonra çıkarma yaptın sonra tekrar çıkarma yaptı. Sen ne yaptın? Sen ne yaptın 2 çarpı 9, 18. 18'den neyi çıkardın? Taha Can: Beş beş. Öğrt: 5'i çıkardın. 13'den 9'u çıkardın senbu şekilde gittin. Burda hiç bir mantık yok ki. 804) Öğrt: Bu arada soruyu siz yanlış anlıyorsunuz. Ya da şöyle yaparsınız. Efendim Erdem. Erdem: Öğretmenim kesir olara kgöstermek zorunda mıyız? Öğrt: Ne olarak? Erdem: Kesir olarak. Öğrt: Kesir olarak çikolatayı nasıl göstereceksin ki sen? Erdem : 2 ile 9'u çarptım 18. 18'i de 3'le çarptım. Öğrt: Tamam bir dakika 2'yle 9'u çarptım diyosun doğru 18 sonra. Erdem: 5 ile topladım. Öğrt: 18 le 5'i topladın 23. 23 parça yedik bir çikolata 9 parçaya bölünüyor. Bu şekilde yazmak zorundasın. Ya bu şekilde burada arkadaşınızın yaptığı gibi bunu çevirebilirsiniz 2-9, 18. 5 daha 23/9. Ya bu şekilde yapacaksınız ya da Erdem'in söylediği gibi yapacaksınız. Öğrenci 2: Ben ikisini de yaptım.

Ek 5. Matematiksel Sözylemin Dikey veYatay Boyutlara Göre Oluşumu

Matematiksel Zemin	Söylem Tipleri											
	Öğretmen Söylem Tipi 			*Öğretmen-Sınıf* Söylem Tipi 			*Öğretmen-Öğrenci* Söylem Tipi 			*Öğrenci-Öğrenci* Söylem Tipi 		
	M	D	F	M	D	F	M	D	F	M	D	F
Matematiksel Terminoloji												
Görsel Aracılar												
Soru/ Problem Çözümü												

M= Motivasyona Yönelik Söylemler
D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler
F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler

Ek 6.1. Öğretmen ve Öğrencileri Arasındaki Ödevle İlgili Dahil Edilmeyen Söylemler

137.15 Ö4: Şimdi ünite değerlendirme soruları var ya…

137.16 Sudenaz: Ödev

137.17 Mehmetcan: Yarına olsun.

137.18 Sudenaz: Yarına olsun.

137.19 Serkut: Aman olsun canım yarına olsun.

137.20 Ö4: Şöyle yok hani yarın değil de Cuma'ya da verebilirim.

137.21 Sınıf: Yaaa (İtiraz Ediyor)

137.22 Serkut: Öğretmenim Cuma günü

137.23 Sudenaz: Hayır cuma günü verecek hafta sonu yapacağız.

137.24 Ö4: Hayır yani perşembe verip cuma günü kontrol ederim.

137.25 (Sınıftan Karışık Sesler Yükseliyor)

137.26 Ö4: Aslında 17 tane soru var yapabilirsiniz.

137.27 (Sınıf: Yarına olsun ve cumaya olsun diye itirazlar geliyor)

137.28 Ö4:Evet bir dakika şöyle bir şey var. Niye bu kadar sorun hale getiriyorsunuz. Bugün günün son saati değil mi?

137.29 Sınıf: Evet

137.30 Ö4: Yarına hangi öğretmen ödev verdi?

137.31 (Sınıftan karışık sesler yükseliyor)

137.32 Ö4: Ya bir şey söyleyeceğim. Benim 28 öğrenciyi birden duyabilecek nitelikte kulaklarım yok. Çocuklar, evet.

137.33 Arda: Öğretmenim Türkçe var Fen var Sosyal var.

137.34 Ö4: Hepsi ödev mi?

137.35 Sınıf: Evet (Yarına yetişecek diye sesler yükseliyor)

137.36 (Öğrenciler karışık halde yarına olan ödevlerini sayıyor) (Öğretmen bunları dinliyor.)

137.37 Ö4: Tamam! Cuma günü kontrol edeceğim ödevlerinizi.

137.38 Sınıf: Öğretmenim sınav var nasıl kontrol edeceksiniz?

137.39 Ö4: Siz sınav olurken ben kontrolümü yaparım .

137.40 Sınıf: (Karışık itiraz sesleri yükseliyor)

137.41 Ö4: Evet Cuma günü istiyorum ünite değerlendirme sorularını.

137.42 Sınıf: (Öğrencilerin bazıları mutlu bazıları itiraz ediyor)

137.43 Arda: Öğretmenim deftere mi yapacağız kitaba mı?

137.44 Ö4: Yani şöyle; problemler genelde defterin üzerine sadece soruda doldurma varsa kitaba, onun dışındakiler deftere.

137.45 Yiğit Alp: Şık var ama öğretmenim.

137.46 Ö4: Nasıl? İyi de çözüp de şıkkı bulacağız, çözmeden şıkkı nasıl bulacağız?

Ek 6.2. Öğretmen ve Öğrencileri Arasındaki Puanlamayla İlgili Dahil Edilmeyen Söylemler

342.14 Ö1: Evet 3. soru

342.15 Gülay: Hocam bir şey sorabilir miyim?

342.16 Ö1: Tabi ki

342.17 Gülay: Öğretmenim 1. dönemin + larını bu dönemde sayacak mısınız?

342.18 Ö1: Hayır, sıfırlandı onlar.

342.19 (Sınıfta karışık sesler geliyor)

342.20 Ö1: Sadece ekstralar vardı.

342.21 (Sınıfta karışık sesler geliyor)

342.22 Ö1: Ekstra sizin sınıfta hiç atmadım mı ?

342.23 (Sınıftan hayır, atmadınız şeklinde sesler geliyor)

342.24 Ö1: Kimdi onlar?

342.25 (Sınıfta parmak kaldıran öğrenciler var.)

342.26 Ö1: Artı sayınızı hatırlıyor musunuz?

342.27 (Sınıfta karışık sesler var.)

342.28 Ö1: Not defterim diğer çantamda.

342.29 (Kaçtı hatırlayan öğrenciler + larını söylüyor 6,8, 3 tü.)

342.30 Ö1: Senin?

342.31 Sevinç: Biz ikimiz aynı almıştık öğretmenim

342.32 Sınıf:8, 3 nasıl 3, 8,6

342.33 Ö1: Ben hatırlamıyorum ama

342.34 Can: Bu şey okulun son haftası çarşamba günüydü galiba

342.35 Sınıf: Evet, hayır Salı.

342.36 Ö1: Salı mıydı?

342.37 Sınıf: Evet

342.38 Ö1: Ders yaptık sınıfta olanlara artılık soru sormuştum (sınıfta karışık sesler var) dedim ki bu sizin son hafta, kimse gelmeyip ders işlediğimiz için 2. dönemin hediyesi demiştim.2. dönemin ilk artıları demiştim. Ben onu öyle yapıyorum.

342.39 (Sınıfta karışık sesler var)

342.40 Ö1: Artı davasını bitirelim.

Ek 6.3. Öğretmen ve Öğrencileri Arasındaki Yazılı Sınavlarla İlgili Dahil Edilmeyen Söylemler

974.7 Azra: Öğretmenim ben bir şey soracağım.

974.8 Ö2: Azra sor.

974.9 Azra: Yanlış anlamazsanız size bir şey sormak istiyorum.

974.10 Ö2: (Yüz ifadesiyle sor gibi baktı.)

974.11 Azra: Siz sınavda bize test sınavı yapmıyorsunuz yaa,

974.12 Ö2: Kızım ne sınavı, 3. Sınav mı?

974.13 Azra: Siz niye diğer sınavları da test sınavı yapmıyorsunuz?Bunun okulla bir alakası falan var mı?

974.14 Ö2: Şimdi kızım bak yönetmelikte der ki; her dönem en az bir test sınavı yapın ,tamam mı? Ve biz de geçen yıldan hazırlayıp her dönemin sonunda ortak olarak bir test sınavı yapıyoruz. Ben şimdi üçünü de test yapma şeyinde değilim yani ve bence klasik sınavlarda öğrenci daha iyi yorum yapar, anlatır, ifade eder.Bu klasik sınav öğrencinin lehinedir.

974.15 Gülnur: Evet notlar daha yüksek. Sen orada bir klasik sınavda ya yaparsın ya da yapamazsın, puan alırsın ama test sınavında gitti mi , gitti.

974.16 Gülnur: Ama diyelim anlamadık, salladık , tuttu, test sınavı daha

974.17 Ö2: Öyle hemen tutmaz. O zaman herkes Fen Lisesini kazanırdı. Ama niye yapıyorum bu test sınavını size?

Ek 6.4. Öğretmen ve Öğrencileri Arasındaki Projelerle İlgili Dahil Edilmeyen Söylemler

570.20 *Mete: Öğretmenim proje ödevi ne vereceksiniz?*

570.21 *Ö6: Şimdi çocuklar sınıf öğretmeninizle de konuşalım da zaten bu proje ödevi dengeli bir şekilde verilmek zorunda.10 tane matematik, 2 tane ingilizce olmaz. Yani bütün derslerde not yükseltmek için proje almak istiyorsunuz ama önceden proje ders içi performansın notlarının ortalaması alınırdı. Proje ortalamaya direkt katılırdı, şimdi 3 tane performansın var, 3 tane yazılın, toplam altı. Bir de proje yedi. Yediye bölünüyor… Yani senin ders içi performansın çok daha önemli. Şimdi proje alıyorsunuz sevmediğiniz dersten ya da devam edemiyorsunuz, yapamıyorsunuz. Proje notu o zaman sizin ortalamanızı düşürür. Proje alırken 2 kere düşüneceksiniz. Bir sevdiğin, ilgi duyduğun kendini geliştirmek istediğin dersle ilgili proje almanız lazım.*

570.22 *Sevgi: Türkçe*

570.23 *Ö6: Projenin amacı o. Kendini geliştirmek istediğin, anlamadığın, istekli olduğun konuyla ilgili. Şimdi zayıf dersinden alıyorsun. Mesela atıyorum İngilizceden zorluyorsun kendini bir anlamı olmuyor. Projede not yükseltmek için aldığın aksine alamayınca notun düşüyor. Biz sizi takip ediyoruz çocuklar. Üç aylık süreç içinde hangi aşamadasınız ne yapıyorsunuz.*

570.24 *(Sınıfta hafiften bir konuşmalar oluyor.)*

570.25 *Ö6: Takip çizelgesinde (biraz sesini yükselterek söylüyor) 2 ay hiçbir şey yapmıyorsunuz. Son ay sıkıştırıp getiriyorsunuz. Bu puan düşürüyor size 1. 2.si ise projelerin çalışma süreçleri uzun sürdüğü için ve öğrenciler bu süreci iyi değerlendirmediği için proje bir akşamda yapılıp geldiği için gerekli şeyler tamamlanamadığı için notlarımız düşüyor. Şimdi 100, 100 almış bir öğrenci 95 alırsa projeden notu düşecek. 80 almış bir öğrenci 60 alırsa projeden notu düşecek.*

570.26 *Mete: O yüzden erken yapmadılar mı hocam projeyi?*

EK 7.1. Terminoloji Zemininde Karışık Söylem Tipinin Oluşumuna Yönelik Matematiksel Söylemler

S.S.N.	M.S.A	Matematiksel Söylemler
10.1	M	Ö3: Çocuklar yeni konuya geçiyoruz, *(öğrt. Kitaptan okuyarak*) Dünyada zeytin üreten ülkeler arasında Türkiye, ağaç sayısı açısından 4. yetiştirilen alan açısından 6.sıradadır. 5 kilogram zeytinden yaklaşık bir kilogram zeytinyağı elde edilmektedir. Bakın ne kadar çok zeytinden çok az yağ elde ediyoruz. Zeytinyağının kilosu boşuna pahalı değil çocuklar. Demek ki bayağı bir şey var. Zeytin ve zeytinyağı miktarları arasında nasıl bir ilişki vardır. Bakın bize ne diyor 5 kilo zeytinden bir kilo yağ çıkıyormuş
10.2	M	Berna: Zeytinden zeytin yağ elde ediyoruz. *Sınıfta eğlenceli bir ortam oluştu. ☺*
10.3	M	Ö3: Hani dersimiz matematik ya biraz daha sayısal konuşşak sayısal verilerle konuşşak (gülerek) 5 kilo zeytinyağı 5 kilo zeytinden 5 kilo yağ çıkıyormuş Evet nasıl bir yorum geliştirirsiniz buradan bize şunu soruyor Kitap diyor ki zeytin ve zeytinyağı miktarları arasında nasıl bir ilişki var Hani sosyal ilişki anlamında değil matematiksel ilişki anlamında *(gülerek ☺)*
10.4	D	Enes: Öğretmenim beş kilo zeytin var. Bir kilo zeytinyağı elde edilmiş Yani 10 kilo zeytinden de 2 kilo yağ elde edilir
10.5	D	Ö3: Yani 20 kilo dan
10.6	D	Enes: 20 kilo dansa dört tane öğretmenim
10.7	D	Ö3: 4 ?
10.8	D	Enes: 4 kilo
10.9	D	Gülşah: öğretmenim yani kesir olarak 1/5
10.10	D	Ö3: Kesir olarak 1/5 kesir den ziyade Biz ona ne diyoruz
10.11	D	*Sınıftan rasyonel sayı, oran gibi sesler çıktı.*
10.12	D	Ö3: hı, oran. oran değil mi? Oran olarak da 1/5 diye de ifade edebiliriz arasındaki ilişkiye bakın. Ne kadar konuştuğumuzu o kadar artırabiliyoruz. (öğrt. tahtaya yazmaya başladı ve yazarak konuştu) Evet bakın 5 kilogram zeytinden ne kadar yağ elde ediyorum Bir kilogram zeytinyağı elde ediyoruz o zaman Arkadaşınız dedi ki 10 kilo zeytin alırsam 2 kilogram zeytin yağı elde ediyorum. Peki 15 kg olsa?
10.13	D	Sedat: 3
10.14	D	Ö3: 3 kg zeytinyağı , 20 kg olursa
10.15	D	Aytuğ: 4.
10.16	F	Ö3: Bu bu şekilde devam eder mi?
10.17	F	Sınıf : Evet.
10.18	F	Ö3: Şimdi bir arkadaşınız da dedi ki, ikisinin arasında ne var ?
10.19	F	Sınıf: Oran
10.20	F	Ö3: Bir oran var. Nasıl bir oran var. şöyle, çocuklar, kimin kime oranı 1/5?
10.21		sınıf: zeytinin zeytinyağa oranı
10.22		Ö3: *(yüz ifadesi ile ip ucu vererek)* zeytinyağının zeytine oranı değil mi? Zeytinyağının zeytine oranı nedir?
10.23	F	Sınıf: 1/5
10.24	F	Ö3: 1/5 yani bu demek, 5 kg da 1 kg yağ elde ediyorum. her 5 kg zeytinden 1 klio yağ elde ediyorum. Şimdi konunun başlangıcını kitap bu şekilde almış. Biz devam edelim şimdi .

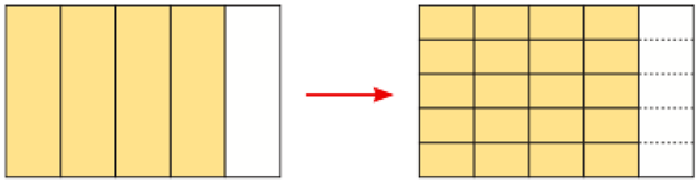
Ek 7.1’in devamı

10.25	F	Ahmet: aa şey olabilir mi? Öğretmenim de biz şey yapmıştık yaa, geçen problemlerde de. bir orantı tablosu oluşturmuştuk. 5 er 5 er..
10.26	F	Ö3: hıı, evet onu da şey yapacağız.
10.27	F	Ahmet: Yani oradan da yapabiliriz.
10.28	F	Ö3: Evet aslında oraya çıkacağız

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

Yukarıdaki karışık söylem tipine yönelik matematiksel terminoloji kapsamındaki söylemler incelendiğinde, matematiksel düşünceler açıklanırken *Öğrenci-Öğrenci* söylem tipinin ve *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin (16, 17, 18 , 19, 20 ve 21 nolu satırlar) oluştuğu görülmektedir. Ayrıca matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemler (16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23,24, 25,26 , 27 ve 28 satırlar) incelendiğinde de *Öğretmen-Sınıf* ve *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin oluştuğu söylenebilir. Bu nedenle sınıf içi organizasyona göre düzenlenen 10 numaralı söylem öbeğinin yapısı karışık söylem tipi olarak belirlenmiştir. Benzer şekilde diğer karışık söylem tipilerinde de araştırmada belirlenen dört söylem tipinin en az ikisinin görüldüğü söylenebilir. Örneğin 12 nolu söylemde de, terminolojiye yönelik matematiksel düşünceler *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde açıklanırken matematiksel fikirlere ulaşırken *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipi görülmüştür

Ek 7.2. Görsel Aracı Zemininde Karışık Söylem Tipinin Oluşumuna Yönelik Matematiksel Söylemler

S.S.N.	M.S.A	Matematiksel Söylemler
25.1	M	Ö2: Bunu  daha kolay yapmanız gerekir.
25.2	D	Savaş: 5/20 bölü 25 eşittir 4/5
25.3	D	Ö2: 20 bölü 25 mi?
25.4	D	Savaş: Öğretmenim siz demin dediniz ya, 1/2 o da aynı şey4/5 e eşit oluyor.
25.6	M	Melis: Öğretmenim A (şıkkını) yapamayınca b yi de yapamıyorum.
25.7	M	Ö2: Evet öğretmenim
25.8	M	Hasan:Öğretmenim ben o şekilleri anlayamıyorum.
25.9	M	Deniz: Öğremenim siz demiştiniz ya, karşımız çok çıkmaz . Ama bu kitapta çok çıkıyır.
25.10	M	Kayra: Şekilli anlatıyor, kitap.
25.11	M	Ö2: Ya şimdi şu var. Çocuklar bunlar ilerdeki konularda, size bir bölme işlemi değildir sorusu çıkmaz. Bunları öğretiyorum, şunları. Niye öğretiyorum? Çünkü çocuklar bunlar öğrencinin yorumunu çok güzel geliştiriyor,düşüncesini, yorum yapmasını, matematik zekasının gelişmesinde çok faydası var bunun, Tamam mı?
25.12	D	Ö2:Şekli bir okuyun. 1.şekil 5 parçaya bölünmüş, 4 tanesi alınmış . bu nedir? 4/5 değil mi?
25.13	D	Sınıf: Evet.
25.14	D	Ö2: Diğerini ondan sonra ne yapmış, 1,2,3 4 .5 e bölmüş ve şu 2.şekli okuduğunuz zaman 1,2,3 4 .5. 1,2,3 4 .5, 25 ne oluyor bu da? 20 bölü?
25.15	F	Sınıf: 20/25
25.16	F	Buğra: 4/5 bölü 5/5
25.17	F	Ö2: *(gülerek)* Siz de aynısı mı söyleyecektiniz?
25.18	F	Yekta: Evet öğretmenim.

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

25 numaralı söylem öbeğinde, modellemenin anlaşılmasına yönelik *Karışık* söylem tipinin oluştuğu görülmektedir. Öğretmen bu modellemeye ilişkin bölme işleminin matematiksel cümlesinin yazılmasının daha kolay olacağını 1 numaralı söylemde dile getirerek öğrencileri motive etmektedir. Ancak daha sonraki 6,7,8,9,10 nolu satırlarda öğrencilerin modellemeye ilişkin matematik cümlesini yazmada zorluk çektikleri görülmektedir. Öğretmen bu matematiksel söylemlerin üzerine 11 nolu satırda modellemenin yorum yapmayı geliştirdiğini dile getirerek öğrencileri tekrar motive etmektedir.

Ek 7.2'nin devamı

Öğretmen 11 nolu satırda modellemeye ilişkin matematiksel düşünceleri açıklanırken "şekli okuyun" derken modellemenin anlaşılmasını vurgulamaktadır. Daha sonraki satırlarda "değil mi" şeklinde sorularla ya da cevabı bilinen sorularla öğretmenin *Öğretmen-Sınıf* söylem tipiyle modellemeyi açıkladığı görülmektedir. Modellemeye ilişkin matematiksel düşünceler açıklarken öğretmenin söylemlerine bakıldığında, her bir parçanın 5'e bölündüğü ve 5'i tarandığı için 5/5 e bölünmüş şeklinde açıklama yapmasa da öğrencilerin matematiksel fikirlere kısmen ulaştığı söylenebilir. 15 numaralı satırda sınıfın çoğunluğu aynı anda katıldığı söylemde, modelin genişletilmiş halinin matematiksel ifadesi yer almaktayken 16 nolu satırdaki Buğra'nın söyleminde doğru matematiksel fikirlere ulaşıldığı görülmektedir. Buğra'nın söylemi, soruyu ilişkin doğru cevabı tam olarak verdiği görülmektedir. Görsel aracıların anlaşılması ve yorumlanmasına ilişkin birbirinden farklı öğrencilerin ve sınıfın çoğunluğunun aynı anda matematiksel söyleme katılmasından dolayı *Karışık* söylem tipi olarak belirlenmiştir.

Ek 7.3. Soru/problem Çözümü Zemininde Karışık Söylem Tipinin Oluşumuna Yönelik Matematiksel Söylemler

S.S.N.	M.S.A	Matematiksel Söylemler
661.1	M	Gamze: Öğretmenim B kitapçığında 11.soruyu yapabilir miyiz?
661	M	Ö1: 11.soruyu tahataya yazıyorum. B kitapçığında mı 11'i istiyorsunuz
661	M	Seda: Evet öğretmenim
661	M	Ö1: Peki eğer 2 çokluk doğru orantılıyla hangi işleme girerdi
661	M	Sınıf: Bölme
661	M	Ö1: Bölmeye girerdi değil mi
661	M	Gamze: Çünkü hocam doğru orantılı
661	D	Ö1: Şimdi a,b,c sırasıyla 3,4,6 yla doğru orantılı ozman a kimi kapar
661	D	Sınıf: 3'ü
661	D	Ö1:3 ü b kimi kapar
661	D	Sınıf: 4 ü
661	D	Ö1: c kimi kapar
661	D	Gamze:6
661	D	Ö1: Bunlar bu çokluklarla doğru orantılıysa bunlar hangi işleme giricekler
661	D	Sınıf: Bölme
661	D	Ö1: Bölme yani a ve 3 doğru orantılı ozaman a ve 3 napmıyo a ve 3 bölünüyo
661	D	Sınıf: Bölme
661	D	Ö1:a/3= bilede 4 doğru orantılı
661	D	Sınıf :b/3
661	D	Ö1: Çocuklar öyle korkuyosunuz ki öyle hayatınızda biz hiç oran orantı işlemedik yani
661	D	Kemal: Yok yok
661	D	Ö1: Yıllar öncesinde kalmış gibi. Bize şunu soruyor ama bundan o kadar çok yaptım kii ben çok net hatırlıyorum şunu soruyor . ha bu arada a + b +c de 52 vermiş. Nasıl ilerlerim bundan sonra bi k olayı vardı nasıl k buluyordur
661	D	Yaren: a 3k
661	D	Ö1: Aferin a 3k oluyodu
661	D	Yaren: b 4k c de 6k
661	D	Ö1: a 3k b 4k c 6k olduğunda burda neden bu eşitlik sağlanır? kim bana söyleycek (sınıf: sessiz) şimdi a yı 3 e böldümde b yi 4 e böldüğüm de c yi de 6 ya böldüğümde hepsinin sonuçları eşit çıkıyor eşitim diyor çünkü o zaman neden a ya 3k b ye 4k c ye 6k dedim hep sizde sonuç ne çıkacak muhammet
661	D	Muhammet: Öğretmenim onun aa katları çıkacak ozaman böldüğümüzde de aynı şey çıkacak eşittir oluyor
661	D	Fuat: Öğretmenim 12 mi çıkacak?
661	D	Ö1: Hayır
661	D	Fuat: Hocam anlamadım
661	D	Ö1: Bak a yerine 3k yazıyorum /3 b yerine 4k yazıyorum bölü 4 6k yazıyorum/6 bunları bilerek seçtim çünki hepsi birbirine eşit çıkıyor unun için ne çıkıyo yani
661	D	Leyla:1/2
661	D	Ö1: Ne çıkacak ? mu
661	D	Ömer: k
661	D	Ö1: Evet
661	D	Ömer: Çok kolay
661	D	Ö1: Çocuklar bunlar sadeleşmiyor mu?
661	D	Leyla:Evet

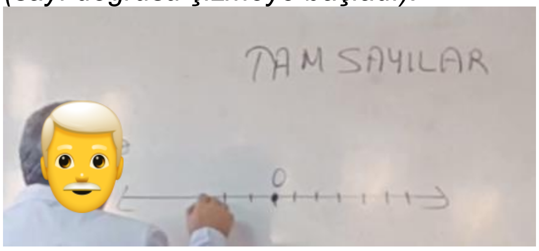
Ek 7.3’ün devamı

661	D	Ö1: Her yer ne kalıyor
661	D	Ö9:k
661	D	Ö1:k ben oyüzden onlara 3k 4k 6k
661	D	Oya: Pardon tersi olsaydı çarpma olurdu
661	D	Ö1:Evet paydalarıyla sadeleşince hep aynı şeyler kalsın diye sonra a yerine 3k b yerine 4k c yerine 6k yazıcam hangisinde bundamı bunda mı 1.de mi? 2. de mi?
661	D	Oya: 2.
661	D	Ö1: Tekrar söyler misiniz?
661		Gamze: a k bölü
661	D	Ö1: ya ayı 3 k bye 4k c ye 6k dedim ya hangisinde yerine yazıyodum Döncelikle ilk başta duygucum
661	D	Duygu: 1.sine
661	D	Nesrin:evet
661	D	Ö1: 1.sine neden yazıyorum
661	D	Duygu : ıı çünkü o zaman ee
661	D	Ö1: Kime soruyorduk
661	D	Duygu: k yı bulacağız a
661	D	Ö1: Hayır, a yerine ne yazıyorum?
661	D	Melis:3k
661	D	Ö1: 3 k +
661	D	Melis:4k
661	D	Ö1:4k + 6k kaç çıkıyor
661	D	Gamze:13
661	D	Ö1:burası 13k 52 ise k ne yapar
661	D	Sınıf:4
661	F	Ö1: k yı bulduktan sonra bütün hepsini tek tek bulabilirim k eğer 4 ise a kimmiş
661	F	Sınıf:12
661	F	Ö1: 12 b kimmiş?
661	F	Sınıf:16
661	F	Ö1: c kimmiş ?
661	F	Sınıf:24
661	F	Ö1: Şimdi nereye geçiş yapıyorum
661	F	Tuncay: 2. sıraya
661	F	Ö1: 2.satıra 2a’dan b 2a şurası kaç yapar ozaman? 2a
661	F	Melis: 24
661	F	Ö1: 24 24 - b kim
661	F	Çağla: 16
661	F	Damla: 8 kalıyor
661	F	Ö1:+ burası c 24 dü 72 dümdüz toplama mantığıyla tabi siz çıkartadabilirsiniz 24 den 16 çık
661	F	Sınıf:8
661	F	Ö1:72 topla, 80 uzun ama uzunda olsa biz bunlardan çok yaptık bak şöyle doğru orantılıdır ters orantılıdır

Ek 7.3'ün devamı

661 nolu söylem öbeğinde, soru/problem çözümünde *Öğretmen-Öğrenci* söylem tipinin ve *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinin oluştuğu görülmektedir. Öğrencilerin yapamadıkları soruyu sorması üzerine matematiksel söylemlerin başladığı görülmektedir. Bu söylem göstergesi, *Öğretmen-Öğrenc*i söylem tipinde yer almaktadır. Ancak matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında öğretmenin sorular sormasıyla sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı görülmektedir. Dolayısıyla bu söylem öbeğinde *Öğretmen-Sınıf* söylem tipi de oluşmaktadır.

Ek 8.1.1. Öğretmen Söylem Tipinin Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Söylemlerin Yatay Aşamalarının Oluşumuna Örnek

S.S.N	M.S.A.	Matematiksel Söylemler
422.1	M-D	Ö2: Şimdi şu sayı doğrusunu çok iyi bilmeniz gerekiyor çocuklar *(sayı doğrusu çizmeye başladı).*  (Sayı doğrusuna sayıları yerleştirdi). Şimdi siz buraya gördükleriniz, ne dedik, sayma sayıları 1'den başlar, şimdi ben sınıfı sayarken 0 diyebiliyor muyum? Yok
422.2	D	Ömer: Hayır
422.3	D-F	Ö2: 1,2,3,4, diye sayıyorum. Sayma sayıları kümesi 0'dan başlar ve sonsuza kadar gider. Doğal sayılar ise 0'dan başlar. Bu zamana kadar size gösterdiğim sayı doğrusu *(tahtada çizdiği sayı doğrusuna gidiyor)* şurası 0, sıfırdan sağa doğru 1,2,3,4, diyerek gidiyordu değil mi? İşte şimdi çocuklar bakın 0 burada sıfırın sağ tarafı artılı sayılar pozitif; sol tarafı eksili sayılar negatif. İşte -1-2 dediğimiz sayılar, deniz seviyesinin altından bahsederken ki sayılar. Şimdi bu eksili ve artılı sayıların tümüne de tam sayılar diyoruz. Tamam mı? Bunlara tam sayılar diyoruz. Şimdi bu tam sayıları sayı doğrusunda gösterdiğim zaman bu şekilde gösteriyoruz. Diğer sınıflarda şunu bana söylediler onu söyleyeyim. Öğretmenim 5'ten bu tarafa gitmiyor mu? Eksiden bu tarafa kadar gitmiyor mu? Gider çocuklar sonsuza kadar gider.

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmen tam sayıları sayı doğrusunda üzerinde göstererek anlatmaktadır. Öğretmenin söylemleri genel olarak incelendiğinde tam sayıları tanımlamaya yönelik söylemler olduğu görülmektedir. 1 nolu satırda *"sayı doğrusunu çok iyi bilmeniz gerekir"* söylemiyle öğrencileri motive ettiği görülmektedir. Daha sonraki satırlardaki matematiksel söylemler incelendiğinde matematiksel düşünceleri açıklama ve fikirlere ulaşma aşamasında da öğretmenin kendisinin aktif olduğu anlaşılmamaktadır. Öğrencilerin sayı doğrusunun sol tarafında da sayılar olduğunu sezmeden sayı doğrusunu kendisini çizip sayı doğrusu üzerinde konuştuğu görülmektedir. Sayma sayılar ve doğal sayılar kümesini hatırlatmak amaçlı tanım yaptıktan sonra tam sayılar kümesinin de tanımını kendisinin yaptığı görülmektedir. 3 nolu satırdaki söylemler incelediğinde de öğrencilerin sorması gereken soruları kendisinin sorduğu ve cevapladığı belirlenmiştir. Örneğin "*Diğer sınıflarda şunu bana söylediler onu söyleyeyim. Öğretmenim 5 ten bu tarafa gitmiyor mu?...*" söylemiyle öğrencilerin soru sormasına fırsat vermediği söylenebilir.

Ek 8.1.1’in devamı

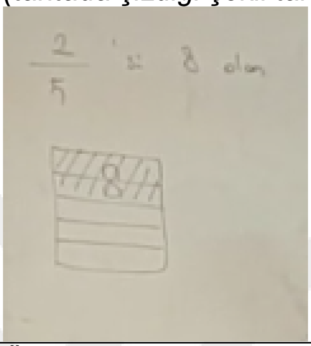
Matematiksel terminoloji kapsamında başka bir öğretmenin matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikirlere ulaşma aşamasındaki söylemleri aşağıda yer almaktadır.

S.S.N.	M.S.A.	Matematiksel Söylemler
59.1	M-D-F	Ö4: Peki, işlem önceliğinin sırasını bir daha hatırlatalım. Üslü sayılar 1 *(eliyle bir işareti yaparak)*; 2 *(eliyle iki işareti yaparak)* parantez içi. Parantez gördüğünüz zaman önce orayı halledeceğiz, anlaştık mı? İçinde hangi işlem varsa, önce parantez içindeki işlem bitirilecek, sonra parantezler bitti. Parantezi olmasa da çarpma ve bölmenin önceliği var. Çarpma der ki, yolumdan çekilin hepinizi çarparım.
59.2	M	*Sınıf güldü*.
59.3	M-D-F	Ö4: Önce, ben olacağım, ama ne kadar giderse gitsin parantezle karşılaşırsa, parantez önceliğe sahip. Önce parantez içi, çarpma ya da bölme, en son yapacağımız işlem toplama ya da çıkarma.

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

59 nolu söylem öbeğinden görüldüğü üzere, öğretmenin motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve fikirlere ulaşma aşamasında kendisinin aktif olduğu görülmektedir. Öğretmen parantezli işlemlerde parantezin işlemlerdeki sırasını açıkladığı görülmektedir.

Ek 8.1.2. Öğretmen Söylem Tipinin Görsel Aracı Zeminindeki Matematiksel Söylemlerin Yatay Aşamalarının Oluşumuna Örnek

S.S.N.	M.S.A.	Matematiksel Söylemler
494.1	M	Ö4: Çocuklar dinliyor musunuz? Şimdiki konumuz. Bir basit kesir kadar önemli. Bir çokluğun bütününü yani tamamını bulmayı çalışacağız. *(Tahtaya dönüp anlatmaya başlıyor).*
494.2	M	Ö4: Diyor ki bize 5 parçadan 2 si (tahtaya 2/5 i yazdı) 8 olan bir tabağın içinde cevizler var *(aynı cümleyi tekrar ederek)* ama bu cevizlerin tamamını bulmak istiyorum. Yani 5 parçadan *(tahtaya modeli çizdi)* 5 eşit parçadan kaçı 8 miş, 2 sini tarıyorum. *(tahtada çizdiği şekli tarayarak)* 
494.3	D	Ö4: 5 parçadan 2 sinin karşılığı kaçmış 8 adet ceviz, ama 2 parçamız, 8. Biz önce ne yapacağız? 8 i önce 2 ye bölelim.*(tahtaya 8:2=4 yazdı)* Her parçaya kaç düştüğünü bulalım. Öyle değil mi? 2 parçamız 8 e eşit geliyorsa, 1 parçayı belirlemem gerekiyor. Bir parça kaç?
494.4	D	Sınıf: 4
494.5	D	Ö4: 4 her parçanın içine 4 yazacağız. 4, 4, ...4 *(modelin üstüne yazarak)* Peki bütün cevizleri bulmam için ne yapıyorum şimdi. 4 ü, 1,2,....5 parça olduğu için; 4 çarpı 5, *(tahtaya yazarak)* cevizlerin tamamı 20 adettir
494.6	F	Ö4: Anladık mı? Yani bize basit kadarı verildi; 5 parçadan 2'si 8 e eşitmiş tamam mı? Ne kadardır diye sordu bize. Bakın önce ne yaptık, 8 i önce payımız var ya önce 2 ye böldüm.(*model üstünde göstererek)* bulduğum sayıyı paydayla 5 ile çarptım.

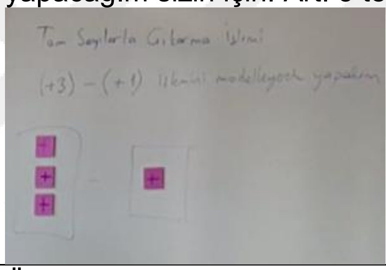
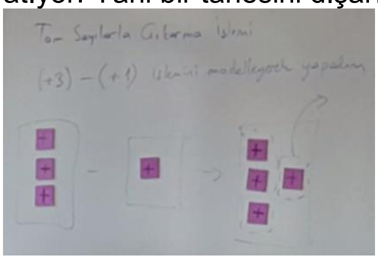
Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmen görsel aracılardan olan modellemeyi oluştururken 1 nolu satırda öğrencileri yeni konudan haberdar ettiği görülmektedir. 2 nolu satırdaki matematiksel söylemi incelendiğinde ise görsel aracı çizimine doğrudan başlayarak öğrencileri çizim için motive etmediği söylenebilir. Ayrıca daha sonraki söylem öbeği olan 495 nolu söylem öbeğinde tahtada soru çözümünü işlemsel olarak doğru yapan öğrenciye *"Yağmur, sen otur ben şeklini yapayım"* söylemiyle de modeli kendisinin oluşturacağını ifade ettiği görülmüştür. Ö4 kodlu öğretmenin matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik yukarıdaki diğer söylemleri incelendiğinde ise model oluştururken sorular sorduğu ancak soruların cevabını kendisinin verdiği söylenebilir. Örneğin 3 nolu satırdaki *"Biz önce **ne yapacağız?** 8 i önce 2 ye bölelim"*söylemi bunu destekler niteliktedir. Buna ilaveten daha sonraki söylem öbeğinde de Ö4 kodlu öğretmen "*Sayalım 1,2,3,4,5,6, 7 7 parçadan 3 ü, karalayalım 3 ünü . 3 nün karşılığı 21 . 3 parça 21 ise (tahtaya 21/3 =7 yazdı) bir parçayı bulmak için 21 i 3 e böldük.*

Ek 8.1.2’nin devamı

7... her parçaya kaç düşüyor 7. 7 burası, 7 burası, 7 burası, 7 burası, 7 burası, 7 burası, 7 burası (parçaları göstererek)” söylemiyle modellemeye ilişkin soruları kendisinin cevapladığı belirlenmiştir. Bu modellemeyi oluştururken öğretmenin kendi söylemlerinin aktif olduğu söylenebilir. Matematiksel düşüncelerin açıklandığı sadece 4 nolu satırda sınıfın çoğunluğunun aynı anda matematiksel söyleme katıldığı söylenebilir. Ancak daha sonraki satırlarda öğretmenin söylemlerinin ağırlıkta olduğu görülmektedir. Buna ilaveten matematiksel fikirlere ulaşılan son satırda da görsel aracı üzerinde yapılanları öğretmenin özetlediği söylenebilir.

Modellemelerin oluşturulmasına yönelik başka bir öğretmenin matematiksel söylemleri aşağıda yer almaktadır.

S.S.A.	M.S.A.	Matematiksel Söylemler
1070.1	M	Ö6: Şimdi çok basit bir modelleme yapalım. Modellemeler biraz karışık oluyor. İlkokul bir sorusu şeklinde işlemine modelleyerek ve sayı doğrultusunda yapalım.
1070.2	M	Ulaş: Öğretmenim yazalım mı?
1070.3	M-D	Ö6: Ne diyor orada dinleyelim. Artı 3 diyor. Şimdi kitabınız aynı kutucuğun içinde yaptığı için mesela şöyle artı 3. *(Artı ikonlarını tahtaya yapıştırarak anlatıyor)* Ben de aynı kutucuğun içinde yapacağım sizin için. Artı 3 ten bir tane artı 1 çıkaracağız. 
1070.4	D	Ö6: Bunu modellerken kitabınız şu şekilde yapıyor. *(Şekil çiziyor)* Neyse bunları da koyayım çizmeyeyim üstünü. Şuraya koyayım da. Şöyle yapıyor kitap şunu alıyor. Bunu alıyor bunu dışarı atıyor. Yani bir tanesini dışarı atıyor.  Attığında yani şurada ikisini bir toplayıp atacaksınız bir taneyi değil. Eşittir. Kaç kalır 3 taneden bir tane çıkarınca?
1070.5	D	İpek: 2
1070.6	D-F	Ö6: 2 kalır. 2 taneyi şöyle işlemsel olarak yaparken yani şurada 2 taneyi atmış gibi gözüküyor yani bir taneyi atıyorsunuz ama içinden. İkisini bir arada yapmış bak. 3 eksi 1 Şurası 3. Eksi bir eşittir 2. Kitap bu şekilde bunu dışarı attığını gösteriyor. Hani 3 kalmış gibi oluyor ama bir taneyi beraber atıyoruz dışarı. Aynı işlemin içinde gösterdiği için öyle görünüyor. Bakın 3 ten bir taneyi çıkardığında 2 kalıyor şekliniz. Anlayabildik mi? Basit değil mi?

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

Ek 8.1.2’nin devamı

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, tam sayılarda çıkarma işlemini modellerken öğretmenin kendi söylemlerinin daha ağırlıktadır. Öğretmen motivasyon aşamasında modellemeyi sınıfla birlikte yapacağını dile getirmektedir. Ancak 2 nolu satırdaki öğrencinin “yazalım mı” söylemine karşılık olarak 3 nolu satırda öğretmenin “dinleyelim” cevabını vermesiyle modellemeyi kendisinin yapacağı anlaşılmaktadır. Buna ilaveten diğer *Öğretmen* söylem tipi görsel aracılara yönelik söylemlerde olduğu gibi öğretmenin kitapla eşleşen bir modelleme yaptığı ve kitaptaki uyumu/uyumsuzluğu dile getirdiği görülmektedir. Matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında görsel aracı olan modellemenin oluşturulmasında yapılması gerekenleri kendisinin açıkladığı söylenebilir. Matematiksel fikirlere ulaşırken görsel aracı oluşturmadaki kuralını kendisinin oluşturduğu ve ifade ettiği görülmektedir. Ayrıca son satırda “Anlayabildik mi?” sorusundan sonra tam sayılarda çıkarma işlemi yapmanın kolay olduğunu ifade ettiği görülmektedir.

Ek 8.1.3. Öğretmen Söylem Tipinin Soru/Problem Zeminindeki Matematiksel Söylemlerin Yatay Aşamalarının Oluşumuna Örnek

S.S.A.	M.S.A.	Matematiksel Söylemler
30.1	M	*(Dilek tahtada 17/20 bölü 17/100 işlemini yapıyordu. İkinciyi ters çevirdikten sonra sadeleştirme yaparken 5 i 20 inin yanına yazdı).* Tam tersi olacak galiba *(kendi hatasını fark etti)*
30.2	M	Ö2: Evet evet 5 yukarıya *(100 ün yanına)* yaz.
30.3	M	*(Dilek 5 yazdı)*
30.4	D	Ö2: Şunu, kesir çizgisinin önüne yazsana, niye böyle yukarıya yazdın?
30.5	D	Dilek: Ben 5/1 yazacaktım da.
30.6	D-F	Ö2: 1 e gerek yok artık. 5 artık. Çocuklar şimdi şu sadeleştirmeye dikkat edin, Hazal'ın yaptığı yanlışlığı bütün öğrenciler yapıyor. Ne dedik, sadeleştirme için pay ve paydanın aynı sayıya bölümü değil mi? Şimdi ben, şimdi şurada*(17/20 bölü 17/ 100 işlemine geri dönerek)* 10 ile 2 yi sadeleştireceğim, ne yapacağım? Her iki tarafı 2 ye böleceğim, öyle değil mi? Şimdi şurada 2 ye böldüm, 2 yi 2 ye böldüm, 1. şu 10 u 2 ye böldüm. 5. şimdi bunun hep tersini yazıyorlar, 5 buraya *(2 nin olduğu yere)*2 yukarıya *(10 unun yanına)* ve ya 5,1 yukarı yazıyorlar. Yani bunu, sadeleştirmenin ne olduğunu tam anlarsanız, çocuklar, bu hatayı yapmazsınız. Sadeleştirme, bir kesrin pay paydasını aynı sayıya bölmektir.Eee böldüğünüz zaman kalanı yazıyorsunuz.

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

Yukarıdaki 30 nolu matematiksel söylem öbeğinden görüldüğü üzere, rasyonel sayılarda bölme yaparken öğrencinin tahtaya yazmasıyla başlayan matematiksel söylemlerde daha çok öğretmenin aktif olduğu görülmektedir. Dilek'in motivasyon aşamasındaki 1 nolu satırdaki söyleminde çoğunlukla sözlü olmayan matematiksel söylemler olduğu göze çarpmaktadır. Başka bir ifadeyle 1 nolu satırda Dilek'in harekete-jeste bağlı matematiksel zeminle ilgisi çok olmayan söylemlerinin olduğu görülmektedir. Matematiksel söylemin yatay gelişme aşamalarından matematiksel düşünceleri açıklarken de Dilek' in sadece 5 nolu satırda matematiksel söylemi bulunmaktadır. Bu söylemin de Dilek'in 1 nolu satırda ifade ettiği gibi sadece nasıl yazacağını tekrarladığı görülmektedir. Matematiksel söylem oluşumunun son aşaması olan matematiksel fikirlere ulaşırken de, 6 nolu satırın tamamında öğretmenin matematiksel söylemleri görülmektedir. Öğretmenin 6 nolu satırdaki söyleminde, hem matematiksel düşünceleri açıkladığı hem de matematiksel fikirlere ulaştığı görülmektedir. Örneğin bu satırda matematiksel düşünceleri açıklarken "*10 ile 2 yi sadeleştireceğim, ne yapacağım? her iki tarafı 2 ye böleceğim, öyle değil mi? şimdi şurada 2 ye böldüm*" söylemleriyle soru sorduğu ancak soruların cevabını söylemin hemen arkasından kendisinin cevapladığı görülmektedir. Buna ilaveten yukarıdaki söylem öbeğinde matematiksel zeminle ilgili öğretmenin başka sorular da sorup kendisinin cevapladığı görülmüştür. Dolayısıyla öğrencilerin bu aşamada matematiksel söyleme katılmadan matematiksel düşüncelerin açıklandığı söylenebilir. Buna ilaveten matematiksel fikirlere ulaşırken de *"Yani bunu, sadeleştirmenin ne olduğunu tam anlarsanız ,çocuklar, bu hatayı yapmazsınız. Sadeleştirme, bir kesrin pay paydasını aynı sayıya bölmektir"* söylemleriyle hata yapılan yerlerde öğrencileri uyararak ve sadeleştirmenin ne olduğunu tam olarak vurgulayarak öğretmenin söylemleriyle matematiksel fikirlere ulaşıldığı görülmektedir. Sadeleştirmeyle ilgili soru/problem çözümüne ilişkin bu söylem öbeği, öğretmenin söylemlerinin, matematiksel söylem oluşumunun yatay aşamalarının tümünde aktif olmasından dolayı *Öğretmen* söylem tipi olarak belirlenmiştir.

Ek 8.2.1. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Söylemlerin Yatay Aşamalarının Oluşumuna Örnek

S.S.N	M.S.A.	Matematiksel Söylemler
14.1	M	Ö3: Matematik dersinde koordinat sistemini nasıl yapacağız? Şimdi çocuklar, aslında biz koordinat sisteminden önce şunu gördük. Mesela bir sayıyı sayı doğrusunda göstermeyi gördük öyle değil mi?
14.2	M	Sınıf: Evet
14.3	M	Ö3: Sayı doğrusunun başlangıç noktası neresi?
14.4	M	Sınıf: 0
14.5	M	Ö3: Evet, 0 noktası. Büyüdükçe giden sayılar, 0 dan büyük sayılar hangi sayılar ?
14.6	M	Sınıf : Pozitif
14.7	M	Ö3: Küçüklerde ?
14.8	M	Sınıf: Negatif sayılar
14.9	D	Ö3: Biz burada hangi sayının nerde olduğunu rahatlıkla gösterebiliyoruz, işte koordinat sistemi iki tane sayı doğrusunun dik olarak kesişmesiyle meydana gelmiş bir sistemdir *(öğretmen aynı cümleyi tekrar ederek)* Hemen yapalım onu *(tahtaya çizerek)* çocuklar, bir sayı doğrusu, nerden başlıyor? 0,1,2,3 4 ama benim aralıklarım ne olmak zorunda tabi.
14.10	D	Sınıf: Eşit
14.11	D	Ö3: Eşit olmak zorunda. Bildiğiniz sayı doğrusunu çizdik. Bakın dediğim gibi 2 tane sayı doğrusunun dik olarak kesişmesiyle oluyor. Peki bu sayı doğruları nerde kesişir sizce?
14.12	D	Sınıf: 0 da
14.13	D	Ö3: 0 da, başlangıç noktasında kesişir. Sayı doğruları nerede kesişir? Başlangıç noktasında. Şimdi bakın tam başlangıç noktasında geçecek şekilde *(tahtaya dikey ekseni çizerek)* bir sayı doğrusu daha çiziyorum. Ama sayı doğrular nasıl? Dik olacak şekilde. Bakın bu sefer sayı doğrumda*(dikey olarak çizdiği sayı doğrusundan bahsediyor)* sıfırdan büyük sayıları üste yazacağım. küçük sayıları alta yazacağım, nerede kesişiyor bu iki sayı doğrusu
14.14	D	Sınıf: 0 noktası.
14.15	D	Ö3: 0 noktası, başlangıç noktasında kesişiyorlar, ama koordinat sistemi aslında biz dik koordinat sistemi deriz. Mutlaka nasıl kesişmeleri gerekiyor?
14.16	D	Sınıf: 90 derece
	D	Ö3: 90 derece yani dik olarak kesişmeleri gerekiyor. İşte bu sistemin adına biz koordinat sistemi diyoruz. Bu en basit haliyle. Farkındaysanız burada kaç tane sayı doğrusu var?
14.17	D	Sınıf: 2

Ek 8.2.1'in devamı

14.18	D	Ö3: 2 tane sayı doğrumuz var. Şimdi bu sayı doğrularını biz karıştırmamız için nasıl ki hepimiz insanız ama birbirimizle karışmamız için isimlerimiz var değil mi? Bu sayı doğrularının da bir isimleri var, nedir? Biz şu yataydaki sayı doğrusuna x ekseni diyoruz, diğer bir adı da var ama *(tahtaya apsis yazarak)* Apsis. dikey olan sayı doğrusuna da y ekseni *(tahtaya ordinat yazarak)* ordinat, başlangıç noktasına da orijin diyoruz (*tahtaya isim olarak da yazdı)* kitaplar hep orijin yazar çocuklar o şekilde yazarlar ama biz genelde bunu okurken, söylerken orjin diye söyleriz. Başlangıç noktası, sıfır noktası diye söyleriz. işte bu sistemin kendisine ne diyoruz?
14.19	F	Sınıf: Koordinat sistemi.
14.20	F	Ö3: Söylerken kordinat diye söylüyorum ama yazımı koordinat. Ama nasıl? Dik koordinat sistemi

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

Yukarıdaki 14 nolu *Öğretmen-Sınıf* söylem tipine yönelik matematiksel terminoloji kapsamındaki söylemler incelendiğinde, koordinat sisteminin tanıtılmasında sınıfın çoğunluğunun aynı anda matematiksel söylemlere katıldığı görülmektedir. Öğretmenin matematiksel terminoloji kapsamındaki motivasyona yönelik 1 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde, koordinat sistemini tanıtmak için ön bilgileri hatırlattığı görülmektedir. Daha sonrasındaki motivasyona yönelik 2, 4, 6 ve 8 nolu satırlardaki söylemler incelendiğinde, öğrencilerin çoğunun sayı doğrusuna sayıları yerleştirmekle ilgili ön bilgileri hatırladığı söylenebilir. Öğretmen, koordinat sistemine geçmeden önce sayı doğrusu ile ön bilgileri harekete geçirerek öğrencilerin çoğunun aynı anda söyleme katılmasını sağlamıştır. Öğretmen 9.satırda ise koordinat sistemi ile sayı doğrusunu ilişkilendirerek koordinat sistemini sayı doğrusuna bağlı olarak tanımlamaktadır. Koordinat sistemi ile matematiksel düşüncelerin açıklandığı bu satır ve sonraki satırlarda öğrenciler, koordinat sisteminin özellikleri hakkında öğretmenin sorularına göre aynı anda söyleme katılmaktadır. Söylem oluşumunun son aşaması olan matematiksel fikirlere de ulaşırken de 19 ve 20 nolu satırlarda, koordinat sisteminin tanımının yapıldığı, tanımın okunuşu ve yazılışı hakkında bilgi verildiği görülmüştür.

Ek 8.2.2. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Görsel Aracı Zeminindeki Matematiksel Söylemlerin Yatay Aşamalarının Oluşumuna Örnek

S.S.N.	M.S.A.	Matematiksel Söylemler
1577.1	M	Ö1: Şimdi bakın buraya. Bakar mısınız? Daire grafiği ile beraber şuradaki bütünlüğün (çizdiği şeklin) arasında hiç bir fark yok. Buna baktığımızda bir bütünü 4 parçaya ayırdığında 3 tanesi gözlüksüz mü olacak?
1577.2	D	Sınıf: Evet
1577.3	D	Ö1: Aynı şeyi burdakine de diyebilirim. Bunun tamamı *(daire grafiği çiziyor)* bir bütün değil mi? Kaç parçaya ayırmam gerekiyor bunu?
1577.4	D	Sınıf: Dört
1577.5	D	Ö1: Kaç parçası gözlüklü oldu pekala?
1577.6	D	Sınıf: Bir parçası.
1577.7	F	Ö1: O zaman diğer 3 parça ne olacak?
1577.8	F	Sınıf: Gözlüksüz**.**
1577.9	F	Ö1: O zaman bunun dilimlerini tek dilim haline getirelim *(daire grafiğindeki gözlüksüzü temsil eden üç eş parçayı birleştiriyor)* Şurası full *(gözlüksüzleri kastediyor; daire dilimin kalan kısmı)*

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmen daire grafiğinin yorumlanmasıyla ilgili söylemlerle söylem öbeğini başlatmaktadır. Matematiksel düşünceleri aşamasında öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı daha çok belirlenmiştir.

Ek 8.2.3. Öğretmen-Sınıf Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zeminindeki Matematiksel Söylemlerin Yatay Aşamalarının Oluşumuna Örnek

S.S.N.	M.S.A.	Matematiksel Söylemler
38.1	M	Ö1: Sizi bırakayım o zaman soruyla başbaşa. Mantık yine aynı. x leri bir tarafa sabitleyip, devam ediyorsun.*(eliyle tahtada göstererek)* Bir deneyin yanlış yapma olasılığınız yüksek olsa da deneyin. Akıl yorarak yapabilirsiniz. *Sınıftan sorunun yapılmasına yönelik ödülle ilgili sesler geldi. artılık mı? Şekerlik mi?* Tamam, şekerli olsun. *Öğrt. çözüm için zaman verdi ve sınıf aralarında dolaşarak sorunun çözümünü kontrol etti. Daha sonra tek tek her öğrencinin sırasına gelerek kontrol etti.* Kaç kişi şeker aldı? *Sınıftan doğru çözenler parmak kaldırdı.* Güzel, buraya bakın, bir sonrakinde siz tahtaya çıkacaksınız tamam mı? İlk soru olduğu için ben anlatıyorum, sonra sizin.
38.2	D	Ö1: Şimdi x leri bu tarafa (sol tarafa), sabitleri (sağ tarafa) bu tarafa toplama kararı alalım *(Öğretmen Sol taraf x., sağ tarafa S.T. yazdı)* Yerinden kıpırdatmadığının işareti değişmez değil mi? Bunu biliyoruz. Buradaki x im kaç?
38.3	D	Sınıf: 4.
38.4	D	Ö1: Onu hiç kıpırdatmıyorum. Nasıl geliyor bu *(sağ taraftaki x)* onun yanına
38.5	D	Sınıf: -x.
38.6	D	Ö1: Şimdi sağ taraftayım. sağ tarafta yerinden kıpırdatmayacağım sabit terim?
38.7	D	Sınıf: 18
38.8	D	Ö1: Bu geliyor onun yanına
38.9	D	Sınıf: -12.
38.10	D	Ö1: Tamam, 4x'ten x çıktı. 3x. Burası 6*(sağ taraf)* . Her iki tarafa 3 e böl. Bitti, x= 2. Bazıları tersinden yaptı. Onu da yapayım. Sorunun orijinali bozmayayım, şuraya yazayım. Onlar x leri bu tarafa topladı, sabitleri bu tarafa topladı. *(Öğrt. Sol taraf S.T., sağ tarafa x yazdı)*Yerinden hiç oynatmayacağım, sabit terim kim?
38.11	D	Sınıf: 12
38.12	D	Ö1: Aferin, onun yanına kim geliyor? -18. tamam. Sağ kefeye bakalım. Hiç oynatmayacağım, x li terim
38.13	D	Sınıf: x
38.14	F	Ö1: Şu onun yanına geliyor. -4x. Çocuklar, bakın unutmayın, çıkarma olduğunda, bu lafı unutmayın lütfen. Toplama mantığında yapın. Bak işlem hatası yapıyorsunuz. Sanki toplama mantığında yapıyormuşsun gibi ama neyle topluyorsun +12 ile -18 i topluyormuşsun gibi yap. Ne yapar? Artı ile eksiyi topluyorsun? Bunun (-18 in 9 adımları daha fazla, ne yapar? -6. Çıkarma yaparken işlem hatası yapmıyorum biliyorsun, devam edebillirsin yoluna. Buna bakalım *(sağ taraf için söylüyor, yani x lerin olduğu yer için)* İster 1 den 4 ü çıkardım diye düşün, istersen +1 ile -4 ü topladım diye düşün, ne yapar?
38.15	F	Sınıf: -3x .
38.16	F	Ö1: Her iki tarafı kime bölmem gerekiyor?
38.17	F	Sınıf: -3

Ek 8.2.3'ün devamı

38.18	F	Ö1: Çünkü katsayım -3, 3 değil , -3. *(öğretmen her iki tarafı -3 böldü.)* 3 lerim de yok oldu, eksilerim de yok oldu. Eksiler yok oldu. 6'yı 3'e böl, 2. Az kalmıştı, şu adım şu ve şu (-3 e bölme ve 2 sonucunu bulma). Sera senin de aynı şekilde değil mi? Güzel toparladınız. Şurası dört dörtlük: İşlemi ilerletemediler, niye ilerletemediler? Tam sayılarda çıkarma, tam sayılarda toplama. *(öğretmen şekerleri verdi)*

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

38 nolu söylem öbeğinden, soru/problemin sınıftaki öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasıyla çözüldüğü anlaşılmaktadır. Öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katılmasında öğretmenin de matematiksel söylemlerinin etkili olduğu görülmektedir. Bu söylemlerin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında daha çok olduğu söylenebilir. Öğretmenin basit düzeyde soru sorduğu; sınıftaki öğrencilerin aynı cevap verdiği belirlenmiştir. Ayrıca matematiksel fikirlere aşamasında da (14, 15, 16, 17 ve 18 nolu satırdaki söylemler) öğrencilerin aynı anda matematiksel söyleme katıldığı görülmektedir.

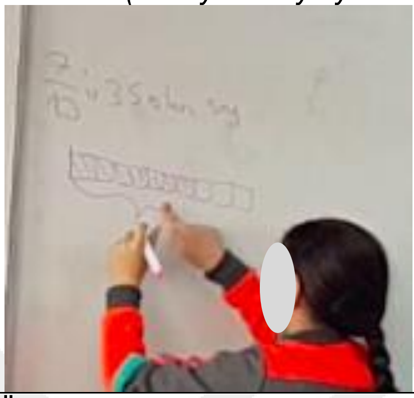
Ek 8.3.1. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Söylemlerin Yatay Aşamalarının Oluşumuna Örnek

S.S.N	M.S.A.	Matematiksel Söylemler
1773.1	M	Ömer: Öğretmenim peki orası km verip hektarı soruyorsa
1773.2	M	Ö2: Sorar
1773.3	M	Ömer: Yani o zaman ne yapacağız?
1773.4	D	Ö2: km^2 yi ne yapacaksın. Şimdi şöyle diyoruz (*tahtaya 150 km^2 = ... hektar yazdı)* tamam mı ne yapacağım? Çocuklar, şimdi ben önce km^2 yi.
1773.5	D	Ömer: m^2 ye mi çevireceğiz?
1773.6	D	Ö2: m^2 ye çevireceğim
1773.7	D	Ömer: 150 miydi
1773.8	F	Ö2: Anladın mı? Şimdi km kareyi neye çeviriyorum 2 4 6 *(basamakları sayıyor)*
1773.9	F	Ö4: 6
1773.10	F	Ö2: Ne yaptı bu m^2 tamam mı? Şimdi ben bunu ne yapacağım hektara çeviriceğim, peki 1 hektar ne kadar?
1773.11	F	Ömer: 10000 m^2
1773.12	F	Ö2: 10000 m^2 değil mi? o zaman ne yapacağım bunu 10000 e
1773.13	F	Ömer: Böleceğiz
1773.14	F	Ö2: Böleceğim ozaman, şurda 1 2 3 4 ne yaptı 15000 hektar tamam mı?

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğrencinin terim hakkında bir soru sorması üzerine matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Ö2 kodlu öğretmen ve Ömer arasında geçen matematiksel söylemlerde, alan ölçüleri ile arazi ölçülerinin birbirlerine nasıl dönüştürüleceği konuşulmaktadır. Öğretmenin sorduğu sorularla Ömer'in matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir.

Ek 8.3.2. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zeminindeki Matematiksel Söylemlerin Yatay Aşamalarının Oluşumuna Örnek

S.S.N	M.S.A.	Matematiksel Söylemler
362.1	M	Ö4: Nursenacım, sorumuz şöyle 7/10 u 35 olan sayının tamamı nedir ?
362.2	D	Nursena: *(tahtaya soruyu yazdı ve şekil çizmeye başladı)* 
362.3	D	Ö4: Nursena, onlar eşit parçalar değil mi?
362.4	D	Nursena: yani *(diyerek gülüyor)*
362.5	F	Ö4: 10 parçanın 7 si 35 e denk geliyormuş. 7 tanesi 35 birini bulalım sonra hepsini buluruz
362.6	F	Nursena: Şeklin altında çözümü yapıyor 35/7 = 5
362.7	F	Ö4: Her parça kaç 5 *(Nursena nın yaptığı işlemleri takip ederek)* 10 çarpı 5, sayımızın tamamı 50.

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi görsel aracıyı oluşturmada Nursena ve öğretmen arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmüştür.

Ek 8.3.3. Öğretmen-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Zeminindeki Matematiksel Söylemlerin Yatay Aşamalarının Oluşumuna Örnek

S.S.N.	M.S.A	Matematiksel Söylemler
395.1	M	Ö6: Evet. 123 de 3. problem. Şimdi biz problem çözerken, problemi çözerken adımlarını yazdık. Problemi anlayalım, verilenler, istenilenler yazdık mı bunları. Evet bu sistemi uyguladığın halde yapamadın mı? Uyguladın mı?
395.2	M	Erhan: *(evet anlamında kafasını sallıyor)*
395.3	M	Ö6: Uyguladın ve 3. soruyu yapamadın.
395.4	M	Erhan: Öğretmenim şey yapıyorum. Yarısını yapıyorum diğer tarafta takılıyorum.
395.5	M	Ö6: Peki şey yapıyor musun? Mesela ondalık kesir değil de doğal sayı gibi düşünüp problemde ne adımlar yapacaksın ona göre ondan sonra, onu da yaptın. Tamam okuyalım
395.6	M	Erhan: Şurayı anlamadım
395.7	M	Ö6: Okuyalım ama bak verileni ve istenilenin yaptıktan sonra anlamama gibi bir durum olmaz. Evet okuyalım soruyu
395.8	D	Erhan: Bir kamyon bir saatte 54,6 km yol alarak
395.9	D	Ö6: 1 saatte not alalım bir taraftan, (*tahtaya yazmaya başladı)* 54,6 km evet devam et
395.10	D	Erhan: Yol alarak gideceği yolu 3 saatte alıyor.
395.11	D	Ö6: Tamam burada bir duralım bak şimdi, 3 saatte ne kadar km gdiyor. 1 saate 50 km alırsa 3 saate 150km yol alır mantığını kullanarak 54,6 yı 3 ile çarpıyoruz değil mi?
395.12	D	Erhan: Evet
395.13	D	Ö6: 6 kere 3 18, 12 ,13, elde var 16. *(çarpma işlemini yapıyor; 163.8 km buldu)* bu doğrumu?
395.14	D	Erhan: Doğru
395.15	D	Ö6: 163.8 km yol alıyor, devam edelim
395.16	D	Erhan: Kamyon dönüşte aynı yolu 4 saate alıyor.
395.17	D	Ö6: Bak aldığı yol bu *(163,8 km)* değil mi?
395.18	D	Erhan: Evet, burayı anlamadım, aynı yolu 4 saate alıyor
395.19	D	Ö6: Bak 4 saatte gidiyor yani hızını düşürüyor.
395.20	D	Erhan: Ama işte onu nasıl bulucağız?
395.21	D	Ö6: İşte bak 163.8 km yi 4 saatte hangi hızla gidiyor. 4 saatte gittiyse.1 saatte 40km gitse 2 saatte kaç km gider *(tekrar ederek)*
395.22	D	Erhan: 80km
395.23	D	Ö6: 3 saatte 120 km, peki 2 saatte 80km gitti, 1 saatte kaç km gider.
395.24	D	Erhan: 40
395.25	F	Ö6: Nasıl buldun?
395.26	F	Erhan: Bölerek
395.27	F	Ö6: *(tahtayı göstererek)* o zaman burada böleceksin 4e. Şimdi anladın mı?
395.28	F	Erhan: Anladım.
395.29	D	Ö6: hee, bak biz burdaki sayıları, ondalık sayıları, doğal sayı mantığıyla düşünerek yaptığımızda hangi işlemi yapacağımızı buluruz. Bulduktan sonrada devam ederiz.

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

Ek 8.3.3’ün devamı

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü üzere, Erhan’ın ondalık kesirlerle ilgili soruyu yapamaması üzerine matematiksel söylemlerin başladığı görülmektedir. 1,2,3,4,5, 6 ve 7 nolu satırdaki öğretmen ve Erhan arasında problemin anlaşılmasına yönelik söylemlerin gerçekleştiği görülmektedir. Öğretmen problem çözme adımlarını hatırlatarak Erhan’ı problem çözümünü anlaması için motive ettiği söylenebilir. 5 nolu satırdaki öğretmenin söyleminde problemde verilenleri istenenleri yazılarak problemin anlaşılacağını vurgulamaktadır.Daha sonraki satırlarda Erhan ile öğretmen arasında problemin çözüm yoluna ilişkin matematiksel düşüncelerin açıklandığı görülmektedir. 25,26, 27 ve 28 nolu satırlardaki öğretmen ve Erhan arasında geçen söylemlerde matematiksel fikirlere ulaşıldığı görülmektedir. Öğretmen “nasıl buldun” söylemiyle Erhan’ın bölme işleminin yapılacağını fark ettiği söylenebilir.

Ek 8.4.1. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Terminoloji Zeminindeki Matematiksel Söylemlerin Yatay Aşamalarının Oluşumuna Örnek

S.S.N.	M.S.A.	Matematiksel Söylemler
11.1	M	Ö3: Çocuklar kitabınızda bir başlık var ve bu başlığı siz ilk defa duydunuz şöyle koordinat sistemi ve sıralı ikililer diye duymuş muydunuz önceden nereden duydunuz?
11.2	D	Furkan: Yabancı filmde duydum
11.3	D	Ö3: Mesela hangi alanda duydun yabancı?
11.4	D	Furkan: Yabancı aksiyon da koordinat falan veriyorlar böyle
11.5	D	Ö3: Aksiyonda dediğinde şey oluyor, mesela filmde nerede hemen koordinat sistemine göre bir iş yapıyorlar
11.6	D	Furkan: Onu bimiyorum.
11.7	D	Begümsu: Öğretmenim biz Bilişim dersinde koordinat sistemi işliyorduk, mesela x,y falan onun doğrultuları vardı.
11.8	D	Taha: Öğretmenim ben bunu bilim sanatta gördüm sosyal dersinde gördüm,şey yapıyorduk, işte güneşin doğmasıyla Güneş ne kadar gelmiş falan zamanını hesaplıyorduk.
11.9	D	Ö3: Bunu koordinat sisteminde mi yapıyordunuz?
11.10	D	Taha: hıı, hıı, işte bilmem kaçıncı meridyeni geldiyse diyor saat orada kaçtır falan
11.11	D	Ö3: Koordinat sistemi üzerinde bu öyle mi
11.12	D	Taha: Güneş ne zaman doğmuş falan.
11.13	D	Nazlı: Öğretmenim yani benim bildiğim kadarıyla koordinat sistemi şey, bir yerin bi yere konumunu şey yapmak için.
11.14	D	Ö3: Mesela örnek ver
11.15	D	Nazlı: Şurda dünya resmi var yaa ,orda mesela bir yere konumunu yaparken, koordinat sistemine göre.
11.16	D	Ö3: Günlük hayatta sizce kimler kullanır bunu?
11.17		Rana: Bilim adamları
11.18	D	Ö3: Yani bana böyle tek bir isim vermeyin, mesela şunlar şu işi yaparken bunu kullanırlar.
11.19	D	Buse: Şey öğretmenim, şey hani *(eliyle göstererek)* ne diyorlar o şeye öğretmenim, kaptan
11.20	D	Ö3: Gemi kaptanları
11.21	D	Buse: Gemi kaptanları bir de uçak pilotları da kullanıyor.
11.22	D	Ö3: Yani onların kullandıkları da aslında bir nevi nedir? Koordinat sistemidir
11.23	D	Bilge: Şey değil mi öğretmenim harita mühendisleri mi ne? onlar kullanmıyor mu? Ya benim kuzenim o bölümü şey okuyor da , ben bilmiyorum da
11.24	D	Ö3: Gördün mü onları hiç?
11.25	D	Bilge: Yok görmedim işte, sadece o kadar biliyorum. Belki bağdaştırma şeyim vardır diye. Yok mu? var mı?
11.26	D	Ö3: Bilmiyorum ben de çok ayrıntılı. Ama mesela dedi yaa Taha, biz bilim sanatta meridyen, güneşin doğuşu. Belki harita mühendisleri buna benzer yer ile ilgili *(yüz ifadesi ile düşünerek)* şöyle aslında yeryüzünün belli bir yükseltileri var ya, dağlar var, şeyler var. onların belki görünümleri ile ilgili harita mühendisleri olabilir
11.27	D	Emirhan: Hava durumlarında olabilir mi öğretmenim
11.28	D	Ö3: Mesela nasıl kullanılabilir?

Ek 8.4.1'in devcamı

11.29	D	Emirhan: Mesela hava tahminleri yapmaya çıkıyorlar, yerin konumuna göre mesela farklı illerde bir de burada
11.30	D	Ö3: Olabilir belki, bilmiyorum. Ben bu konuda da çok ayrıntılı bilgiye sahip değilim.
11.31	D	Furkan: Öğretmenim hani demiştim ya bir tane filmde görmüştüm diye, bir tane film vardı, adını unuttum, yazın sabah 3 te mi 4 te mi ne veriyordu? Hortumları inceliyorlardı bir kaç kişi böyle. Bir araç icat ettiler, o hortumun içindekileri görmeye çalışıyorlar, yani hızını hesaplamak için falan, sürekli koordinatı ayarlıyorlardı, oraya gitmek için
11.32	D	Ö3: Hortum, nerde oluşuyorsa onun koordinatlarını belirleyip oaraya mı gidiyorlardı
11.33	D	Furkan: hıı, oraya çok hızlı gidiyorlardı. Orada bir tane aracı atıyorlardı oraya.
11.34	F	Ö3: Peki ben bir şey söyleyeceğim, sen onu izlerken koordinat kelimesi duyuyorsun ya senin aklına ne geliyor?
11.35	F	Furkan: Konum diye şey yaptım. onun gitti yere doğru
11.36	F	Ö3: Normalde biri sana koordinat dese, sen onun ne tanım olduğunu biliyor musun?
11.37	F	Furkan: Yani, ııı, kısmen
11.38	F	Ö3: Ya da şöyle, filmin gelişinden mi anladım diyosun.
11.39	F	Furkan: Evet filmden anladım
11.40	D	Serkan: Öğretmenim, gps ler var yaa.onlarda da kullanılabilir mesela. burdasınAtıyorum Meydan' a gideceksin sağa dön, sola dön gibi diyorlar yaa
11.41	D	Ö3: Navigasyonlarıfalan mı diyorsun?
11.42	D	Serkan: Evet
11.43	D	Merve: Coğrafyacılar belki kullanabilir diye düşündüm. Biz sosyal dersinde meridyenler ve pareleller
11.44	D	Rana: Deniz altı değil mi
11.45	D	Ö3: Deniz altı,evet özellikle filmlerde çok görüyorsunuz bunu. gideceği yerin konumu belirlemek için kullanıyor
11.46	F	Yusuf: Öğretmenim Miraç demişti yaa harita mühendisi diye, benim annem harita mühendisi ben gördüm.
11.47	F	Ö3: Gördün?
11.48	F	Yusuf: Gördüm onun kağıtlarında gördüm.
11.49	F	Ö3: Koordinat sistemi kullanıyor mu?
11.50	F	Yusuf: Kullanılıyor, bir yere yükseltisi bir yere gidiyorlar yaa, onun için böyle koordinat sistemini kullanıyorlar. Hatta dosyaları da var onun

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

Yukarıdaki 11 nolu söylem öbeğinde, Öğrenci- Öğrenci söylem tipine yönelik matematiksel terminoloji kapsamındaki söylemler incelendiğinde, öğrencilerin koordinat sisteminin günlük hayatta nerede kullanıldığına ilişkin söylemleri görülmektedir. Öğretmenin matematiksel terminoloji kapsamındaki motivasyona yönelik 1 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde, öğrencilerin koordinat sistemini daha önce nerede duyduklarına ilişkin açıklayıcı bir soru sorduğu görülmektedir.

Ek 8.4.1’in devcamı

Öğretmenin bu açıklayıcı sorusu üzerine öğrencilerin koordinat sistemi ile ilgili matematiksel düşüncelerini açıklamalarına ilişkin söylemleri oluşmuştur. Öğrencilerin koordinat sistemi ile ilgili matematiksel düşüncelerini açıklarken koordinat sisteminin kullanıma ilişkin birbirinden farklı örnekler verildiği görülmektedir. Örneğin Furkan’ın 2, 4, 31 ve 39 nolu satırlardaki koordinat sisteminin filmlerde yer-yön bulurken kullandığına ilişkin matematiksel söylemleri göze çarpmaktadır. Ayrıca 11 nolu Öğrenci-Öğrenci söylem tipine ilişkin matematiksel söylem oluşumunun aşamaları incelendiğinde, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerin sırayla oluşmadığı görülmüştür. Örneğin 33, 34, 35, 36, 37, 38 ve 39 nolu satırlarda matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlerden sonra, 40, 41, 42, 43, 44 ve 45 nolu satırlarda matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemlerin tekrar oluştuğu görülmektedir. Öğrenci- Öğrenci söylem tipine yönelik bu örnekten de görüldüğü üzere, öğrenciler matematiksel düşüncelerini belli bir sıraya koymadan ifade edebilmektedir. Ayrıca matematiksel terminoloji kapsamında matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemler incelendiğinde de, belli bir fikir bütünlüğü oluşturmaktan daha çok fikirlerin netleşmesine ağırlık verildiği söylenebilir.

Ek 8.4.2. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Görsel Aracı Zeminindeki Matematiksel Söylemlerin Yatay Aşamalarının Oluşumuna Örnek

S.S.N.	M.S.A.	Matematiksel Söylemler
1608.1	M	Ö2: Evet, parelelkenarda başka yükseklik çizelim
1608.2	D	Bartu: Başka bir de burada var.
1608.3	D	Ö2: Evet bu da yükseklikti. Peki başka? Buraya da h_1 diyorum Başka yükseklik yok mu?
1608.4	D	Melisa: Var öğretmenim
1608.5	D	Bartu: Bir bakayım. Öğretmenim bildiğim kadarıyla şöyle bir şey de çiziyorlar. Değil mi?
1608.6	D	Ö2: Peki başka söyleyecek olan? Buğra söyle.
1608.7	D	Buğra: *(tahtaya kalkıyor)*
1608.8	D	Yıldız: Bir tane daha var.
1608.9	D	Buğra: *(Buğra tahtaya yeni bir yükselik çizdi)*
1608.10	D	Ö2: Peki bu. Başka var mı?
1608.11	D	Yıldız: Bu tarafta.
1608.12	F	Buğra: *(ikinci yüksekliği de çizer)*
1608.13	F	Ö2: Peki başka diyeceğin bir şey var mı?
1608.14	F	Buğra: Sonsuza kadar oluyor.

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğrencilerin yükseklikle ilgili farklı çizimler hakkında kendi aralarında matematiksel söyleme katılmaktadır. Bu bağlamda öğrencilerin görsel aracıyı kendilerinin oluşturduğu söylenebilir. Benzer şekilde diğer söylem öbeklerinde de görsel aracının öğrencilerin kendi aralarındaki matematiksel söylemlerle oluşturulduğu ya da tarif edildiği görülmüştür. Örneğin 1580 nolu söylem öbeğinde Ö1 kodlu öğretmen *"Haydi şimdi faizi bırakalım çizgi ve sütun grafiğinden bahsedelim. Haydi bakalım çocuklar. Günlük hayatınızda, eve gittiğinizde, televizyon izlediğinizde, Meydan' da, sokakta gezdiğinizde hiç çizgi grafiği ya da sütun grafiği ile karşılaşma olasılığınız var mı? Gördünüz mü? (Sınıftaki öğrenciler gördük şeklinde cevap vererek, kendi aralarında anlaşılmayan sesler gelmektedir) Parmak kaldıralım. Çizgi grafiğinin tipi nasıl? Sütun grafiğinin tipi nasıl? Şöyle tarif eder misiniz?"* söyleminden sonra birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir. Bu söylemin matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında öğrencilerin sütun ve çizgi grafiğinden örnek vererek bu iki görsel aracının nasıl olduğunu ifade ettikleri gözlenmiştir. Öğrencilerin kalp grafiğinde, borsadan, nüfus artış- azalış hızından örnek verdiği görülmüştür. Ayrıca öğrencilerden birinin *"Öğretmenim sütun grafiğinde (eliyle sutun çizerek) sütunlar var böyle büyük büyük (gülüşmeler olur) Öğretmenim çizgi grafiğinde de çizgi var böyle şeyini de gösteriyor. (elleriyle göstererek) Iı artış mı var azalış mı var"* söylemiyle sütun ve çizgi grafiğinin nasıl olduğunu dile getirdiği görülmektedir. Bu söyleme başka öğrencilerin de katılarak grafiklerin eksenlerinden bahsettikleri görülmüştür.

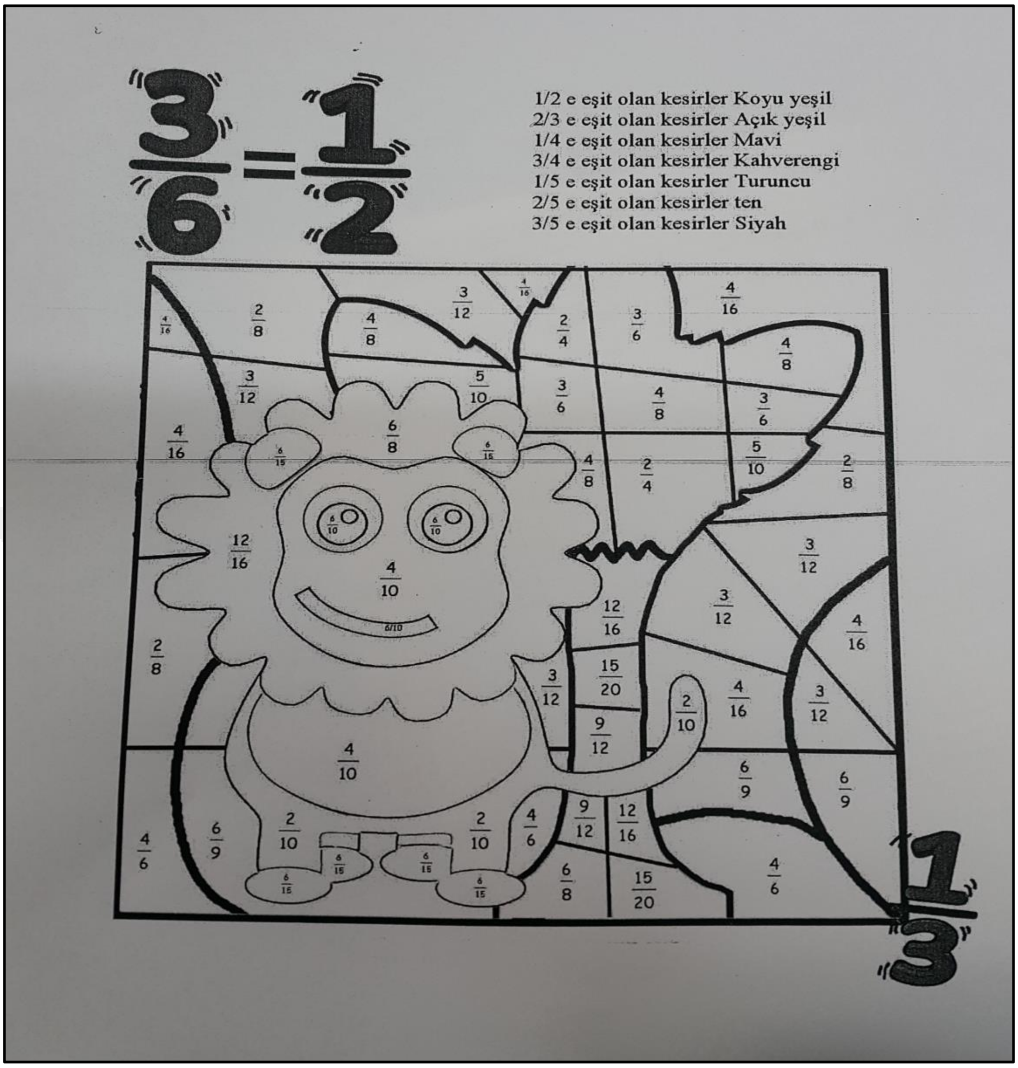
Ek 8.4.3. Öğrenci-Öğrenci Söylem Tipinin Soru/Problem Çözümü Zeminindeki Matematiksel Söylemlerin Yatay Aşamalarının Oluşumuna Örnek

S.S.N.	M.S.A.	Matematiksel Söylemler
794.1	M	Ö4: Şimdi size sorum şu. Biz şimdi sorunun en başında tamlarını toplayarak 5 tamdır dedik ama 5 tamdan büyük olabilir de dedik. 5 tamdan küçük olanları elerim. Peki 6 tamlı olanları eleyebilir miyim şıklarda?
794.2	D	Melis: Evet.
794.3	D	Ali: Hayır.
794.4	D	Ö4: Bak illa 5 tam mı olması gerekiyor cevabımız? (Öğrenciler parmak kaldırarak söz istiyor)
794.5	D	Hale: Öğretmenim eğer ıı sonuçtaki pay ve payda birbirlerine ıı 7/12 gibi değil de bölünüyorsa 6 olabilir.
794.6	D	Ö4: 6 tama geçebilir miyim?
794.7	D	Hale: Yani bazılarında geçebiliriz öğretmenim.
794.8	D	Berranur: Bileşik kesire dönüştürürüz.
794.9	D	Buse: Evet bileşik kesire dönüştürürüz, eğer bileşik ııı veya dönüştürmemize de gerek yok o, mesela 12 üstte olsaydı 7 altta olsaydı bir tam daha oluşmuş olacaktı o yüzden 6 tam olacaktı geriye kalan da bileşik, basit kesir olarak ..
794.10	F	Ö4: Evet aslında söylemek istediğiniz şey şu. Dedi ki tamlarını topladık 5 tam ama toplayacağım kesirlerde de tam gelebilir.
794.11	F	İrem: Yani 5 tamla başlamayabilir
794.12	F	Bora: 5 tamdan büyük olabilir
794.13	F	Ö4: Evet, Toplama işlemi yapıyorum bu ıı basit kesiri topladığımda elimde bileşik kesir de olşabilirdi yani benim 5 tamım 6 tama da çıkabilirdi. Ama çıkmadı. Biz sadece neyi eleyebiliriz. 5 tamdan küçük olanları eleyebiliriz.

Not. *M= Motivasyona Yönelik Söylemler D= Matematiksel Düşünceleri Açıklamaya Yönelik Söylemler F=Matematiksel Fikirlere Ulaşmaya Yönelik Söylemler*

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, öğretmenin varsayıma dayalı soru ile başlamasından sonra öğrencilerin kendi aralarında çözüm stratejisini tartıştıkları görülmektedir. Öğrencilerin matematiksel düşünceleri açıklamak için örnek verdikleri, gerekçelendirme yaptıkları görülmektedir. Son olarak matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemlere bakıldığında ise soru/problem çözümünde olası stratejeleri değerlendirdikleri görülmektedir.

Ek 9. Çalışma Kağıdı



Ek 10. Matematiksel Söylemlerin Oluşumundan Diğer Örnekler

Matematiksel zemine (matematiksel dil) göre sınıf içindeki matematiksel söylemlerin oluşum sürecinin incelendiği bu araştırmada altı farklı öğretmenin dersinde gözlem yapılmıştır. Birbirinden farklı öğretmenler ve bu öğretmenlerin sınıflarındaki öğrenciler arasındaki matematiksel söylemler incelenmiştir. Bu matematiksel söylemlerin farklı sınıflarda birbirini tekrar etmesiyle matematiksel söylemin oluşumunu yansıtan göstergeler belirlenmiştir. Dolayısıyla sadece bir öğretmen ve öğrencileri arasındaki matematiksel konuşmalar dikkate alınmamış; farklı matematik sınıflarında oluşan matematiksel söylemlerin genel yapısı ortaya çıkarılmıştır. Ek-10 adlı bölümde farklı sınıf seviyelerinde, farklı öğrenci veya öğretmenlerin matematiksel söylemlerine yer verilerek bulguların desteklenmesi amaçlanmıştır. Ek-10 adlı bölüm, araştırma problemlerine bağlı olarak dört bölümden oluşmaktadır ve bu bölümlerin açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

- ✓ Ek 10.1. *Öğretmen* Söylem Tipinde Oluşan Diğer Matematiksel Söylemler
- ✓ Ek 10.2. *Öğretmen-Sınıf* Söylem Tipinde Oluşan Diğer Matematiksel Söylemler
- ✓ Ek 10.3. *Öğretmen-Öğrenci* Söylem Tipinde Oluşan Diğer Matematiksel Söylemler
- ✓ Ek 10.4. *Öğrenci-Öğrenci* Söylem Tipinde Oluşan Diğer Matematiksel Söylemler

Her bir söylem tipine oluşan matematiksel söylemler kendi içinde matematiksel zemine göre incelenmiştir. Araştırmada matematiksel zemin olarak belirlenen *Terminoloji, Görsel aracı, Soru/problem çözümü* olmak üzere üç farklı zemine göre matematiksel söylemlerden örnek verilmiştir. Matematiksel zemine göre oluşan söylemler, söylem tipleri başıkları altında verilmiştir. Örneğin Ek 10.1.1. adlı başlık, *Öğretmen* söylem tipinde terminoloji zemininde oluşan matematiksel söylemlerden örnekleri içermektedir. Ayrıca bu başlıklar da motivasyon, matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikre ulaşma olmak üzere kendi içinde üçe ayrılmaktadır. Matematiksel söylem oluşumunun yatay aşamaları olan bu başlıklara da sırasıyla ad verilmiştir. Ek 10.1.1.2. *Öğretmen* söylem tipinde, terminoloji zemininde matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemleri içermektedir. Benzer şekilde Ek-10.2.2.3 adlı başlıkta, *Öğretmen-Sınıf* söylem tipinde, görsel aracılarda matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemleri içermektedir. Dolayısıyla matematiksel söylem oluşumunun yatay aşamalarından örnek verilmiştir. Matematiksel söylemin yatay aşamalarında, matematiksel söylemi oluşturan göstergenin adı yazılmış ve ilgili göstergeye ilişkin matematiksel söylemlerden örnek verilmiştir.

Ek 10.1.1. 2. Tanım Yapmaya Yönelik Matematiksel Söylemler

1611.2 Ö2: Şimdi bakın. Şişt çocuklar. Yükseklik iki kenar arasındaki iki kenar arasındaki en kısa mesafedir, en kısa uzunluktur ve bu karşılıklı iki kenar arasındaki bu en kısa şeye uzaklığa yükseklik diyoruz.

1611.3 Merve: Öğretmenim parelekenarın içine çekebilir miyiz?

1611.4 Ö2: Bakın şimdi bir dakika. Şimdi şurada sen o kırmızı kalemi verir misin bana? (Öğrenci kalemi uzatıyor) Şu bir paralelkenar. Yükseklik deyince hep şuradan indirilen dikme diyorsunuz. Peki bu nedir? İşte şu DC kenarı ile AB kenarı arasındaki en kısa uzaklık, bu en kısa uzaklık da çizdiğimiz dik doğruyla gösterilir. Peki bu paralelkenarın sadece DC ile AB kenarı mı?

1611.5 Ayşe: Öğretmenim şimdi hatırladım. Öğretmenim öğretmenim.

1611.6 Ö2: (Eliyle sus işareti yapıyor) Şurada şuradan şu kenara şöyle yükseklik çizilmez mi?

1611.7 Sınıf: Çizilir (Farklı cevaplar da geliyor)

1611.8 Ö2: Şimdi bakın ıı

1611.9 Ayşe: Öğretmenim hatta burada soru çözerken yapmıştık ya.

1611.10 Ö2: Buradaki, ıı yükseklik illa paralelkenarın içinde çizilecek diye bir şart yok. İşte arkadaşlarınız burada dışarıdan bile çizdi. Bakın şu yüksekliktir (tahtadaki parelelkenarın dışındaki yüksekliği göstererek) Dışarıdan çizilen şu uzaklık, şu iki kenar arasındaki en kısa uzaklıktır.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, öğretmenin yüksekliğin tanımını kendisi yaptığı görülmektedir. Öğretmen yükseklikle ilgili matematiksel düşünceleri açıklarken Merve ve Ayşe'nin söylemlerini dikkate almadan kendisinin devam ettiği söylenebilir. Öğretmenin yüksekliğe yönelik tanıma yönelik söylemleri incelendiğinde yüksekliğin *"iki kenar arasındaki en kısa uzaklık"* olduğunu tekrar ederek açıklama yaptığı söylenebilir.

Ek 10.1.1. 2. Terimin Özelliklerini Açıklama yönelik matematiksel söylemler

1212. 2	*Ö3: Şimdi çapını hesaplarken de tam böyle ıı kendiniz göz kararı alıyorsunuz sonuçta. Tam ıı Ne yapıyorsunuz? Tam ortaya geldiğini hissettiğiniz yerde çapını ölçüyorsunuz. Yani gördüğünüz yerde. Şimdi şöyle bir şey var. Biz bu ölçümleri işte elimizle çok hani ıı tam milim milim uyacak şekilde yapmıyoruz. Mutlaka bizim ufak tefek elimizde kaymalar olabilir. Zaten bunların farklı çıkacağı ortada. Çok normal. Sadece şunu görmenizi istediğim için. Bir dairenin ya da çemberin çevresinin çapa oranı bakın farkındaysanız birbirine benzer sayılar. Bir kere herkesin 3 tam çıktı. Ee bizim bildiğimiz şöyle. Normalde biz bunu 6. sınıfta da görmüştük. Çevrenin çapa oranı bize kimi veriyordu zaten?*
1212.3	*Fatma Nur: Pi sayısını.*
1212.4	*Ö3: Pi sayısını veriyordu öyle değil mi? Ve pi sayısını da aslında normalde bilinen ölçülmüş sabit bir sayı*

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, öğretmenin pi sayısı hesaplanmasıyla ilgili açıklama yapıldığı görülmektedir. Hesaplamalardan sonra pi sayısının nasıl bir sayı olduğu açıklanmıştır. Bu söylem öbeğinde de diğer *Öğretmen* söylem tiplerinde olduğu gibi, öğretmenin öğrencilere soru sorduğu ancak sorulara kendisinin cevap verdiği söylenebilir. Pi sayısının sabit bir sayı olduğu söylenerek eksik ama terimin özelliğe ilişkin açıklama yapıldığı söylenebilir.

Ek 10.1.2. 3. Defter Düzenine Yönelik Matematiksel Söylemler

1373.3 Ö5: Bu basamak adlarını yazdık şimdi basamak değerlerini yazacağız. (Öğrencilerin defterlerine yazması için bir süre bekliyor)

1373.4 Ali: Öğretmenim benim yerim yok.

1373.5 Selma: Benim de.

1373.6 Ö5: Ayarlasaydınız. Ben size, beni dinlemeden neden yazdınız? Mesela arkadaşında hiç yer kalmadı. Niçin dinlemiyorsunuz? Bekleyin. Ben size yazın demedim ki. Siz kendiniz başladınız harılharıl yazmaya. Senin yerin var yine yetecek kadar onun (en ön sırada oturan öğrenciye) hiç yok. O yazılarını sil küçük yaz onları. Şunları sil oklarını kısalt bu yazıları sil daha küçük yaz.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmenin öğrencilerin yazması için süre verdiği görülmektedir. Ancak öğretmen matematiksel düşünceleri açıklama aşamasında kendisi açıklama yaparken öğrencilerin dinlemesini; matematiksel fikirlere ulaşırken öğrencilerin yazmasını istemektedir.

Defter düzenine ilişkin diğer söylemlerde de satırbaşı virgül vb. ifadelere yer verilmektedir. Bu duruma örnek olabilecek bir başka bir öğretmenin matematiksel söylemleri aşağıda yer almaktadır.

1248.10 Ö1: Merkez açı neymiş? Köşesi merkezde olan açı. Devam. Şimdi gördüğü yaydan bahsedeceğiz. Merkez açı dedik ***virgül.****(Öğretmen yazdırmaya kaldığı yerden devam ediyor) Merkez açının gördüğü çember parçasına da, merkez açının gördüğü çember parçasına da, da ayrı (öğretmen aynı söylemi tekrar ederek öğrencilerin yazması için bekliyor)*

1248.11 Melisa: Yay.

1248.12 Ö1: Merkez açının gördüğü yay denir. Çember parçasına da merkez açının gördüğü yay denir. ***Satır başı.*** *Önemli mevzu. Merkez açının ölçüsü ile bak açıdan bahsediyor satır başı merkez açının ölçüsü ile gördüğü yayın ölçüsü eşittir*

1248.13 Açelya: Merkez açının ?

1248.14 Ö1: Merkez açının ölçüsü ile gördüğü yayın ölçüsü eşittir. Gördüğü yayın ölçüsü eşittir.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmen merkez açının ölçüsünün ve gördüğü yayın ölçüsüne eşit olduğunun deftere nasıl yazılması gerektiği ifade etmektedir.

Ek 10.1.2. 3. Sonuca Ulaşmaya Yönelik Matematiksel Söylemler

1650.5 *Ö3: Sınavdan 40 aldığınızı farzedin. Ne olacak notunuz? Ortalamanızı direkt aşağıya çekiyor. Yani oradaki uç bir değer ne yapıyor? Sizin notunuzun ortalamasını etkiliyor. Ortalamayı bakın uç değerler her zaman ortalamayı ne yapar.*

1650.6 *Leyla: Etkiler*

1650.7 *Ö3: Etkiler. Yani ya düşürür ya yükseltir. Ya da şöyle düşünün, notları diyelim ki 45 ve 60 olan bir öğrencinin 3. sınavdan 90 aldığını farzedelim. Ne yapacak? Yani 45 ve 60'a göre 90 uç bir değer olmuyor mu? Ne yapıyor birden ortalamayı*

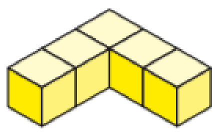
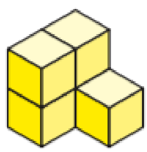
1650.8 *Murat: Yükseltiyor.*

1650.9 *Ö3:Yükseltiyor, değiştiriyor. Yani uç değerler eğer çok küçük bir değerse ortalamayı aşağıya çekerken eğer çok yüksek bir değerse ortalamayı ne yapıyor yukarıya çıkarıyor. Birden arttırıyor.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin veri grubundaki uç değerlerin aritmetik ortalamayı etkilemesi sonucuna kendisi ulaştığı görülmüştür. Leyla ve Murat'ın matematiksel söylemleri öğretmenin söylediklerini tekrar eder nitelikte olduğu için matematiksel söyleme tam olarak katılmadıkları söylenebilir.

Buna ilaveten öğrencilerin etkileşimli bir şekilde matematiksel söyleme katılmadan özelliklerden öğretmenin sonuca ulaşmaya ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1893.10 *Ö2: Prizma olmayan bu yapılar yani prizma değildir hem prizmanın tanımını yaptık değil mi? Evet bak bunlar prizma değil ama birim küplerle beraber bir yapı oluşturulmuş. Bakın şunun (kitaptan göstererek) şekli yapısı farklı; bunun yapısı farklı*

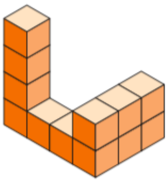



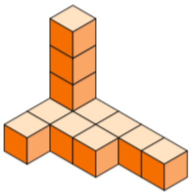
ama saydığın zaman birim küpler birbirine eşit olur

1893.11 *Burak: Evet*

Ek 10.1.2.'nin devamı

1893.12 Ö2: Bakın tamam mı? Birim küpleri eşit oluyor ama yapılar farklı; aynı şekilde bakın burada sarı olan yapılar 5 5, şurada(kitaptan göstererek)





yine karşıdaki şekilde de öyle, bunlara da yapı denir. Bakın ee bunları da saydığın zaman, 12. Farklı farklı bakın her ikiside farklı yapıdır, ıı yani görünüşleri şekilleri falan hep farklıdır. Ama birim küp sayıları

1893.13 Ayşe: Aynı

1893.14 Ö2: Eşittir yani ıı şöylede ifade edebiliriz, hacimleri eşittir. Yani şu cismin şu görüntünün (yapının) hacmi, şuradaki ıı şeyin hacmi birbirine eşit ama görünüş olarak çok nedir farklıdır. Tamam mı?

Ek 10.1.2.2. Görsel Aracı Oluşturmaya Yönelik Matematiksel Söylemler

1268.9 *Ö4: Şimdi sınavdaki bütün soruların sayısını istiyor. Bak şimdi 7 de 3'ü şurası. Ben size şekil çizin dediğimde daha iyi kavrarsınız diyorum ya 7 parça çizeceğim. (tahtada modelleme yapıyor) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 arasını silelim. 7 eşit parçanın 3 matematiye ait. 3 tanesini tarıyorum (model üzerinde göstererek) 7 de 3 ü 60 tane soru. 3 parçaya 60 tane soru denk geliyor. Ben bütün soruların kaç tane olduğunu bulmak istiyorsam. Bak bana kesri verdi kesrin karşılığınıda verdi. Bütünü soruyor şimdi.*

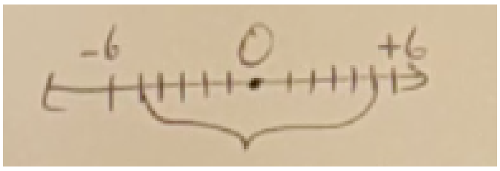
1268.10 *Ela: Altmışı üçe böleceğiz.*

1268.11 *Ö4: 3 parçası 60 denk geliyorsa önce altmışı üçe bölelim. Nereyi buldum 20 ile?(Sınıftan anlaşılmayan cevaplar gelir) 2 parçanın birini. Her biri yirmi, bu yirmi, bu yirmi, bu yirmi yirmi…*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğretmenin modellemeyi yaparken kendisnin aktif olduğu görülmektedir. 10 nolu satırdaki Ela'nın söylemini de cevap vermeden modelleme hakkında konuşmaya devam ettiği görülmektedir.

Tamsayıların sayı doğrusunda gösterilmesine ilişkin sayı doğrusundaki çizimi öğretmenin yaptığı belirlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1376.2 *Ö2: Şimdi şurası diyelim ki sıfır noktası (sayı doğrusu çizdi ve sayı doğrusunda gösterdi) 1,2,3,4,5,6 artı. 1,2,3,4,5,6 eksi artı bakın yine tekrar ediyorum. -6 ile +6 arasında -6 ile +6 buna dahil değil o zaman ne oluyor şu -5 ten başlıyoruz +5 e kadar gidiyoruz-*



5 ile +5 buna dahil mi? Dahil

1376.3 *Gülşen: Değil*

1376.4 *Ö2: Dahil dahil (ses tonunu yükselterek) şimdi sayıyorum -5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5 öyle mi? Hepsini sayalım 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğretmenin sayı doğrusu kendisinin çizdiği ve -6 ile +6 arasında kaç tane tam sayının olduğunu açıkladığı görülmüştür. 3 nolu satırdaki öğrencinin söylemine cevap vermeden anlatımına devam ettiği söylenebilir. Sayıları tek tek sayarak görsel aracının oluşumunu açıklandığı görülmektedir. Dolayısıyla sayı doğrusuyla ilgili çizimlerde adım adım açıklama olduğu söylenebilir.

Ek 10.1.2.2. Görsel Aracıya İlişkin Çizim Kurallarını Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylemler

146.15 Ö4: Bizim sınıfımız 24 kşi. 4 tane var, 1 tane var, 9 tane var...(yandaki tabloya bakarak). Daha önce grafikllerle karşılaştığında bu aralıklar 5 er 5 er artan bir aralık olabilir. 10 ar 10 ar artan bir aralık olabilir. Peki hepinize şöyle bir soru soralım. Diyelim ki Türkiye de bir araştırma yapılmış, bölgelerde nüfus sayımı yapılmış.Türkiye de çok çok insan var, milyonun üstünde. Bunu biz bir grafikle gösterriken, biz onu bir , iki, üç, dört.. altı, yedi diye aralıklarla artan birer birer bir grafik çizersek nereye sığdırırız, biz onu? Sığdıramayız değil mi? Demek ki burada yapmamız gereken bir şey var. Aralıkları belirlerken 10 ar 10 ar artan bir grafik olabilir. 100 er 100 er artan bir grafik olabilir.Ama bu kime bağlı? Aldığımız verilere bağlı.Şimdi bizim sınıfmızda da böyle 2 şer 2 şer artmıyor ya da 5 er 5 er artmıyor. Farklılık gösterdiği için ben grafiğimi birer göstermem gerekir. 24 kişi de az zaten buraya 24 ü sığdırabilirim. Ama bu grafik 2 şer 2 şer artan olabilir. 3 er 3er artan olabilir. Aralığımıza bağlı. Ben şuraya kadar olan kısma (dikey eksende işaretleyerek) 50 diye karar verirsem, şu aralık kaç kareden oluşuyorsa, bundan sonra hep hep 50 50 gideceğim diye anlaşılır.

Yukarıdaki 146 nolu söylem öbeğinden görüldüğü üzere, öğretmenin sütun grafiğindeki aralıkları belirlemek için Türkiye'deki nüfus sayımına ilişkin bir grafiğin çizilmesine ilişkin örnek vererek açıklama yaptığı görülmektedir. Öğretmenin matematiksel söylemleri derinlemesine incelendiğinde de aralıkların nasıl olmasına ilişkin soru sorduğu ancak soruların cevaplarını kendisi verdiği görülmektedir.

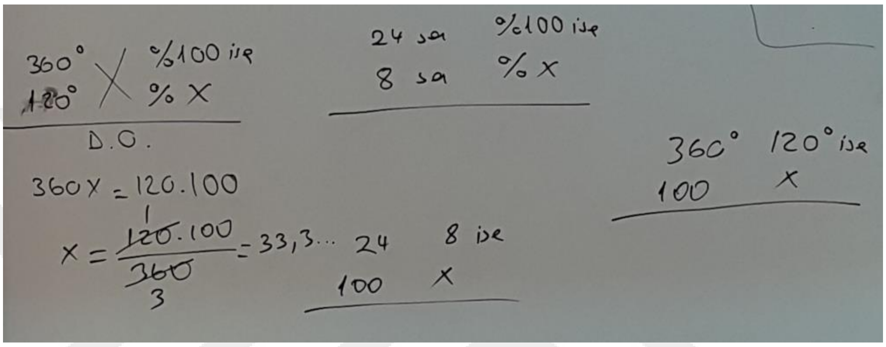
Ek 10.1.2.2. Görsel Aracıya İlişkin Çizim Kurallarını Sıralamaya Yönelik Matematiksel Söylemler

1540.2 *Ö3: Şimdi sırada ne var? Yemek var. 30 derece. Bakın 30 dereceyi nasıl yapacağım.* *Ben burada sırayla gidiyorum ki hani* *ii doğru bir şekilde açıları çizebilmek için, şu şekilde şöyle gideceğim. Bak nasıl yapacağım şimdi. Bakın şurdan 30 derece çizeceğim (çizdiği 120 nin yanını göstererek) Evet şimdi yine şurdaki yarı çapı görüyorsunuz. Yine benim açıölçerimin ortası merkeze gelecek şekilde ayarlanacak. Açıölçerimin de kenarı yarıçapla üst üste gelecek şekilde olacak. Bakın nasıl yapıyorum. (Gönyeyi tahtatadaki daire şekline yerleştirerek öğrencilere dikkatli bir biçimde gösteriyor)Bak şimdi gördünüz, şöyle tam merkeze getirdim. Yarı çapı da çakıştırıyorum. 30 dereceyi de buluyorum. 10, 20, 30. İşaretledim. Tahtaya da biraz kayıyor ama siz daha rahat yaparsınız. Evet 30 dereyi işaretledim. Evet burası da 30 derece.(tahtadaki daire grafiği üzerindeki çizim ve işaretlemelere devam ediyor)Evet bu da neydi? Yemek 2 saat.*

Buna ilavaten öğretmen görsel aracıya ilişkin çizim kurallarını açıklarken kuralları belli bir sıraya koyarak açıklama yaptığı görülmektedir. Örneğin 145 nolu söylem öbeğinde Ö4 kodlu öğretmen *"İlk yapacağım şey, grafiğin eksenlerini çizmek. Yatay eksen ve dikey eksen. Yatay derken şu tarafa doğru yatması gerekiyor (beden dili ile göstererek) dikey derken yukarı doğru çıkması (koluyla dik bir şekilde göstererek)"* söyleminde çizim kurallarını açıklarken belli bir sıraya göre açıkladığı görülmektedir. Benzer şekilde 744 nolu söylem öbeğinde Ö3 kodlu öğretmenin de *"**Önce** herhangi biz açı çizdik. Herhangi bir açı çizdik sonra pergelimizi belli bir mesafede kendimize göre ayarlayıp ıı sivri kısmını başlangıç noktasına koyup bir yay çizdik…Çizdikten **sonra** pegelimin açıklığını şu yayı çizerken bozmadım ya aynı yayı bu başlangıç noktasına koyup tekrar şurda çizdim"* söylemiyle çizim kurallarını sıraya göre açıkladığı görülmektedir.

Ek 10.1.2.3. Çizimde Nelerin Gerekli Olduğuna Karar Vermeye Yönelik Matematiksel Söylemler

1549.21 Ö3: Merkez açısını bilmeliyim, yani (tahtadaki daire grafiği üzerinde göstererek) daire grafiği üzerinde gösterebilmem için o verilere ait merkez açıları bilmeliyim. Bundan dolayı farkındaysanız çözüm kısmında yüzdeliğini bulmuş bak. Yüzdelikten yararlanarak açıyı bulmuş kaç dereceye denk geldiğini bulmuş. (kitaptaki örnekten bahsediyor) Burda hangi ıı orantıyı anlıyorsanız yani size hangisi rahatsa sizin için onu tercih edebilirsiniz. (tahtadaki orantıları göstererek) Hani şu yazdığım 4 tane orantı kurduk ya şurda.



Sen hangisini anladıysan hangisi senin için daha kolay geldiyse onu kullanabilirsin burada

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmen kitaptaki örneği öğrencilere açıklarken daire grafiğinde gösterebilmek için merkez açının bulunması gerektiğini ifade etmektedir. Öğretmenin matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemleri incelendiğinde kendi söylemlerinin daha ağırlıkta olduğu söylenebilir. Öğretmenin “ *Daire grafiği üzerinde gösterebilmem için o verilere ait merkez açıları bilmeliyim”* söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Öğretmen, daire grafiği çizmek için merkez açının bulunması gerektiği üzerinde çok durduğu ve merkez açının nasıl bulunacağına ilişkin çözüm yollarını öğrencilere hatırlattığı görülmüştür

Ek 10.1.2.3. Eşit Aralık-Eşit Mesafeye İlişkin Matematiksel Söylemler

808.22 Ö5: Şekilleri lütfen kareli deftere düzgün şekilde çizin. Yamuk yumuk çizmeyin. Olmaz o şekil. Yamuk yumuk şekil çizmeyin defteriniz kareli defter çocuklar. (Sınıfta dolaşmaya başladı) Bak bu çizdiğini yanlış yerden çizdin. Benim tahta çizdiğim gibi yamuk yumuk şekil çizemezsiniz. Defteriniz kareli defter rahat çizersiniz.

808.23 Öğrenci 7: Öğretmenim .. (?)

808.24 Ö5: Hayır şöyle çizerken defteriniz kareli defter ya arkadaşınız şöyle çiziyor bazı arkadaşlar. Şunu kareli defter düşünelim (Tahtaya birim karelerden oluşan şekil çizmeye başladı) çizerken şöyle yapıyor şöyle alıyor böyle alıyor bunu burdan çiziyor. (Birim karelerin kenarlarından değil, içinden geçen çzigiler çizdi) Böyle yapmayın onu demek istedim size

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmen görsel aracıların eşit mesafede çizilmesiiçin öğrencilerin kareli defterleriyle daha kolay yapılacağına ve yapılması gerektiğine vurgu yapmaktadır.

Ek 10.1.3.1 Yapılacaklardan Bahsetmeye Yönelik Matematiksel Söylemler

1494.1 *Ö1: 3. soruda aynen yeri gelmişken söyleyelim Sadece merkez açıları oranlamanız yeterli...*

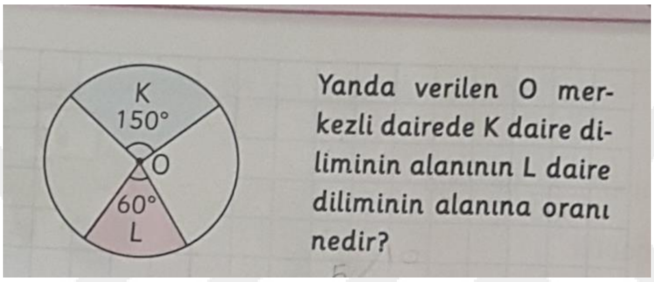
1494.2 *Kadir: Nasıl yani?*

1494.3 *Ö1: Yani mesela K dairesi. K'ya 150 veriyorsun L'ye 60 veriyorsun sadece bu ikisini oranlamak alanları oranlamak gibi bir şey oluyor yani*

1494.4 *(sınıftan aynı anda anlaşılmayan konuşmalar geliyor)*

1494.5 *Ö1: (sınıfta dolaşmaya başlar ve soruyu yapamayan bir çok öğrencinin olduğunu farkeder)*

1494.6 *Ö1:Tamam açık açık yazalım. 3. soruyu herkes okusun. Onu geçecektim normalde. Şimdi bakın bu soruda santim vermemiş çünkü hiç gerek yok.*



Anlatayım kafanıza yatıp yatmadığını bana söyleyin. Hocam ben şurayı anlamadım deyin. Bakın buraya. Şimdi K bir daire dilimi değil mi? Değil mi çocuklar? L de bir daire dilimi ve bu iki dilim de aynı çembere mi ait? Aynı çembere ait.

Yukarıdaki söylem öbeğinin motivasyona yönelik aşamasında, öğretmenin soruyu kendisinin anlatmaya karar verdiği görülmektedir. Ö1 kodlu öğretmen, sınıfta dolaşarak yapamayan öğrencilerin olduğunu fark ettikten sonra, son satırdaki söyleminde de ifade ettiği gibi soruyu kendisi yapmaya karar vermiştir. Bu bağlamda matematiksel düşünceleri açıklama ve matematiksel fikirlere ulaşma aşamalarında da öğrencilerin matematiksel söyleme çok katılamayacağı; kendisinin aktif olacağı söylenebilir.

Ek 10.1.3.1. Soruyu Tekrar Anlatmaya Yönelik Matematiksel Söylemler

Öğretmen soruyu tekrar anlatarak test sınavlarında benzer soruların nasıl çözüleceğini kendisinin anlattığı görülmüştür. -+12, -5,+1 ve -1 sayılarının sıralanmasına ilişkin testte yer alan soruya yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1387.1 *Ö2: Şimdi bakın çocuklar test çözerken bu tip sorularda, şunları ıı, şu bilgileri bilin bunlar bi test çözme tekniği falan derler ya, şimdi burada diyor ki küçükten büyüğe yani en küçük şimdi ben burada şıklarda bakıyorum, en küçük -5 değil mi?*

1387.2 *Sınıf: Evet*

1387.3 *Ö2: Bakın -5 c ile b de var(sınıftan anlaşılmayan yorumlar geliyor; öğretmen de anlatmaya devam ediyor)o zamn a ile d yi ne yapıyoruz*

1387.4 *Tuçe: Sona bakıyoruz hep (öğretmen ile aynı anda söyleme katılarak)*

1387.5 *Ö2: Evet şimdi peki burada en sonda en büyük olmayacak mı? (öğrencilerden cevap gelmedi) Şimdi küçükten büyüğe doğru sıralanmıyor mu? En küçük başta en büyük sonda olmayacak mı? Şimdi en küçüğü en büyüğü başta baktık a ile c, değil mi? Şimdi en büyük bakalım nerede var b*

1387.6 *Murat: b ile c de var*

1387.7 *Ö2: b de var yani bu çocuklar test çözerken bunlara dikkat edin.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin tam sayılarda sıralamaya ilişkin sorunun “test tekniğiyle” çözülebileceğinden bahsederek bu tekniği öğrencilere anlattığı görülmektedir. Bu teknikte stratejileri öğretmenin kendisi belirlediği ve öğrencilerin matematiksel söylemlerini çok dikkkate almadığı söylenebilir. Örneğin Tuçe’nin ve Murat’ın söylemleri bunu destekler niteliktedir. Öğretmenin motivasyon aşamasındaki bu söylemdeki amacının bu tekniği tanıtarak öğrencilere pratik yolu öğretmek olduğu söylenebilir. Çünkü bu söylem öbeğinin matematiksel fikirlere ulaşma aşamasında *“Bir şeyi uzatmaya gerek yok kısaysa bakacaksınız cevaplara buna cevaplardan çözüme gitmek denir”* söylemi ile öğrencilerin soruları kısa yoldan çözmesi için yönlendirme yaptığı belirlenmiştir. Bu bağlamda öğretmen soru/problem çözümünü tekrar anlatarak öğrencilerin testlerdeki soruların nasıl çözüleceğini açıkladığı anlaşılmaktadır.

Ek 10.1.3.2. Kitaptan Okuyarak İşlem Yapmaya Yönelik Matematiksel Söylemler

1289.3 Ö5: Sayfa 152, açın hadi. Açtı mı herkes?

1289.4 Sınıf: Evet.

1289.5 Ö5: Okuyorum o zaman. Sıfır, Sıfır tam onda dört, sıfır tam yüzde yedi. Aşağıya doğru gidiyorum. Iı dört tam yüzde üç. Beş tam binde yüz, yüzüç. Bir tam binde dört, iki tam onda beş, üç tam yüzde on iki. Sıfır tam yüzde kırk sekiz. Sıfır tam binde kırk bir. Sıfır kırkbir yani.

1289.6 Demet: Yazıyor muyuz?

1289.7 Ö5: Evet. Sıfır virgül sıfır kırk bir. Bir de bir tam binde yedi. Iı 4. sorumuzu 5'le genişletiyoruz 10 yapıyoruz. Sıfır tam onda beş. 5/10 Sıfır tam ondan beş. İkincisini 25'le genişletiyoruz 75/100 Sıfır tam %75. Onun altındakini 2 ile genişletiyoruz. 2 tam onda dört. 5 le genişletiyoruz bir tam yüzde kırkbeş. Dörtle genişletiyoruz.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin kitaptaki soruları peşpeşe çözerek doğru cevapları söylediği görülmektedir. Ayrıca öğretmenin soruları peş peşe çözerek çok kısa zamanda bir çok sorunun çözüldüğü belirlenmiştir. Öğrencilerin de öğretmenin matematiksel söylemlerini yazarak ödev olarak verilen bu soruları kontrol ettiği görülmüştür (Gözlem notu, 22.03.2017, Ö5 kodlu öğretmenin 1. Dersi). Ayrıca öğretmenin soru çözümü yaparken öğrencilerin ondalık sayıları yanlış yazmamaları için bazı yerlerde ondalık sayılara ilişkin vurgu yaptığı görülmektedir. Örneiğin *"Sıfır tam binde kırk bir. Sıfır kırkbir yani."* Söylemiyle binde birler basamağına vurgu yaptığı söylenebilir

Ek 10.1.3.2. Çözüm Yolunu Açıklamaya İlişkin Matematiksel Söylemler

Öğretmenin kitaptan çözüm yolunu açıkladığı gibi çözüm yolunu doğrudan kendisinin de anlattığı görülmüştür. Örneğin “1000 m yükseklikte uçan bir uçak ile deniz seviyesinin altında 500 m altında giden bir deniz altı arasındaki mesafe kaç metredir? ” sorusuna yönelik öğretmenin matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemleri aşağıda yer almaktadır.

446.2 Ö2: Bakın çocuklar şimdi 1 sınavlarda sorduğumuz problem şimdi deniz seviyesinin üstünden

446.3 Elif: Şimdi pozitif değil mi?

446.4 Ö2: Uçağın yüksekliği pozitiftir; denizaltının yüksekliği negatiftir ama burada işte ikisinin arasındaki uzaklığı ölçmek için, bunların mutlak değerlerini alarak toplayacağız. Şimdi eğer siz -500 ile 1000'i toplarsanız tamam mı farklı bir sonuç çıkar oysa ki her ikisi arasındaki birim uzaklık nedir 1000 500 de orda 1500. Bu tip soru çözümlerinde bu mutlak değerinden faydalanacağız. Bak şimdi şimdi deniz seviyesinin üstünde uçan bir uçak ile deniz seviyesinin altında giden bir deniz altının ikisinin arasındaki mesafeyi bulmak için, işte mutlak değerden faydalanılır. İkisinin arasındaki mesafe nedir? Deniz altının deniz seviyesine olan uzaklığı,ama bunun mutlak değeri ile; deniz seviyesinin üstündeki uçakla arasındaki mesafe, mutlak değerinin toplamıdır ve toplarsan 1500 eder.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmen mutlak değerle ilgili problem/soru çözümünde hangi işlemin yapılacağını kendisinin ifade ettiği görülmektedir. Öğretmenin çözüm yolları hakkında konuşmak için öğrencilere fırsat vermediği söylenebilir. Buna ilaveten bir sonraki söylem öbeği olan 447 nolu bu söylemlerden yola çıkarak bir öğrencinin “her zaman toplama mı yapıyoruz” sorusuyla işlemsel öğrenme yaptığı söylenebilir.

Çözüm yolunun öğretmenin kendisinin açıklamasına ilişkin başka bir öğretmenin matematiksel söylemleri aşağıda yer almaktadır.

S.S.N. Matematiksel Söylemler

1456.3 Ö3: Bir şey diyeceğim, anlamayanlara bir anlatayım zaten bunun aynısını yapmak zorunda değilsiniz. Özellikle arkadaşınız x i tercih etti ben özellikle r yi tercih ettirdim. Neden? Çünkü zaten içinde daireler var dairenin yarı çapı r kadar, buradan zaten çevreden direkt yarı çapı bulup alanı hesaplayacağız. Hani direkt r yi bulmuş olacağımız için. Ama x deseydi x buranın uzunluğu bir daha 2 ye bölecekti falan işlem uzayacaktı. O yüzden direkt r olarak almasını istedim. Şimdi şöyle burada bize özellikle kenar uzunluklarını vermemiş ama bize verilen şöyle bişey var: Biz şunu düşünebiliriz. İki tane

Ek 10.1.3.2'nin devamı

burada birbirine eş daire varsa bu dairelerden birinin yarı çapı r kadarsa çapı 2r olmaz mı? e o zaman çocuklar dikdörtgenin kısa kenarıda 2r ye eşit olmaz mı? ee burasıda 2r dir. Peki aynı şekilde şöyle düşünelim: Şurası da dairenin çapı bunun da çapı değil mi? Dairenin çapı 2r iken tekrar 2r dir değişmez, 2r burası 2r burası toplam kaç r oldu 4r. Yani uzun kenarı 4r kadar. Şimdi bize dikdörtgenin çevresi verilmiş çevresi verildiğine göre o zaman ben r yi bulabilirim. 4r 2r daha 6r; 4r daha 10r; 2r daha 12r. Yani çevresi 12 r, o da kime eşit 48 e. Eee 12 burada çarpı durumunda diğer tarafa bölüm olarak geçerse r yi kaç buluruz burdan? 4. Bu ne demek bir tane dairenin yarı çapı 4 demek. Eee direkt alanını soruyor bir dairenin alanı pr^2*; burada p yerine 3 yazarız yarı çapın karesi 4 kere 4 ten 16 dır, 3 le de 16 yı çarpınca 48* cm^2 *bir dairenin alanını buluruz.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi çözüm yolunu öğretmenin kendisinin açıklamaktadır. Diğer Öğretmen söylem tiplerinde olduğu gibi, öğretmenin çözüm yoluna ilişikin soru sorduğu ancak kendisinin cevap verdiği görülmektedir. Ayrıca öğretmenin söylemleri incelendiğinde *"Ben özellikle r yi tercih ettirdim"*, *"Şimdi bize dkdörtgenin çevresi verilmiş çevresi verildiğine göre o zaman ben r yi bulabilirim"* vb. Söylemleri öğretmenin söylemlerinin daha ağırlıkta olduğu söylenebilir. Ayrıca çözüm yoluna ilişkin açıklamaların çoğunun öğretmen tarafından yapıldığı belirlenmiştir.

Ek 10.1.3.2. Farklı Çözüm Yollarını Göstermeye İlişkin Matematiksel Söylemler

Öğretmen soru/problem çözümünde çözüm yollarını açıklarken çözüme ilişkin farklı yolları kendisinin gösterdiği görülmüştür. Örneğin 200 sayısının %20 fazlasını bulmaya ilişkin çözüm yollarını öğretmenin anlattığına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

477.14 Ö3: Burada sayının kendisini %100 kabul ediyorum, tamam mı? Bu sayının kendisi zateni bu sayı artırıldı ne kadar artırıldı? %20 artırıldı. eee o zaman %100 dü %20 daha artırıldığında ne oluyor %120 olmuyor mu? Ben direkt 200 ün % 120 sini bulursam bak sayının kendisini bulmuş oluyorum.

477.15 Samet: Kitap daha farklı bir şey yapmış

477.16 Betül: O çok farklı yapıyor

477.17 Ö3: Kitap şunu yaptı (tahtada yazılı olan birinci yolu göstererek; 200.20/100= 40 200+40)

477.18 Göktürk: 200+200, çarpı 20/100 aynı şey oluyor

477.19 Ö3: Aynı şey şunu ben sonradan ekledim ya kitap en başa 200 artı diye yazmış.

477.20 Göktürk: İlk önce çarpmayı yapmamış

477.21 Ö3: Evet, eklemiş. Bak şimdi sayımısın kendisi 200 değil mi? Ben bunu %100 kabul ediyorum. Sayının tamamı 200 zaten, sayının kendisi ,yani tamamı 200 şey %100 olarak kabul ediyorum. Ben bunu %20 artırıyorum. ee %100 ü %20 artırırsam %120 olmaz mı, yani şöyle 200 ün % 120 si olur. Zaten çocuklar biz bir sayının zaten normalde %120 yani %100 den büyük şekilde yüzdesini bulursak her zaman sayıdan büyük çıkacaktır, fazlası çıkacaktır. O yüzden direkt % 120 si ama sen bunu uygulayabilirsin. (1. yolu göstererek; 2 işlemli ol) bunu uygulamak zorunda değilsin bu da bir yöntemdir.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, 200 sayısının %20 fazlasını bulurken öğretmenin iki farklı çözüm yolu üzerinde kendisinin konuştuğu söylenebilir. Öğretmenin 14 nolu satırdaki söyleminde *"Ben direkt 200 ün % 120 sini bulursam bak sayının kendisini bulmuş oluyorum" s*öylemiyle soruya ilişkin çözüm yolunu anlatmada kendisinin aktif olduğu anlaşılmaktadır. Benzer şekilde kitapta gösterilen çözüm yolunu anlattığı 21 nolu satırda da "Ben bunu %100 kabul ediyorum.." söylemiyle de kendisinin aktif olduğu söylenebilir. Ayrıca 1008 nolu söylem öbeğinde de Ö3 kodlu öğretmen ***"**Bunu geçen ders size özellikle ispatladım ki bu tarz sorularla karşılaşırsanız hemen çok rahat bir şekilde çözün diye. Ama yapamadınız ya da hatırlayamadınız ne yapacaksınız? Bak işte bak aynı benim çizdiğim gibi A ve B'ye paralel olacak şekilde doğrular çizeceksiniz iç ters açıların eşitliğinden yararlanarak soruyu çözeceksiniz bu kadar.."* söylemiyle soru/problem çözümüne ilişkin farklı yolları kendisinin gösterdiği söylenebilir.

Ek 10.1.3.3. Tavsiye Vermeye İlişkin Matematiksel Söylemler

1627.17 Ö2: Şimdi şurada ben, ben AB kenarı (parelelkenarın bir kenarı) ile şunu çarptım 60 buldum. Ha öyleyse ben şu AB yi bulmak için 60 cm^2 yi, 4 cm e böleceğim. Bakın böldüğüm zaman çocuklar böldüğüm zaman şurada cm^2 var. Bu cm^2, cm çarpı cm değil mi?

1627.18 Taha: Hı hı öyle.

1627.19 Ö2: İşte şuradaki bir cm le şuradaki bir cm sadeleşiyor. Anladık mı?

1627.20 Hatice: Santim kalıyor (öğretmenle aynı anda konuşarak)

1627.21 Ö2: Bak bunu bir çoğunuz ezbere gidiyorsunuz. Yani ben cm^2 yi, cm ye böldüğüm zaman niye santim çıkıyor? Bunu anlayarak bilerek yapın, öyle ezbere giderseniz orada ileride yanlışlık yaparsınız.

1627.22 Ö2: Şimdi ben 60'ı dörde böldüm. 15 çıktı

1627.23 Taha: 15

1627.24 Ö2: Bu doğru. Tamam buna diyecek bir şey yok. 15 ama bakın niye cm? Burası niye cm? Çünkü şuradaki cm^2, cm çarpı cm değil mi? Şuradaki cm ile buradaki cm sadeleşir. Burada ne kalır bir tane cm kalır. O nedenle sonuç burada 15 cm^2 olur. Anladınız mı?

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğretmen sorunun anlaşılması için çözümün ezbere yapılmasına ilişkin tavsiyede bulunmaktadır. Öğretmenin 21 ve 24 nolu satırlardaki söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca bu söylemlerde öğretmen ezbere yapılmaması için nedensel açıklamayı da kendisi yapmaktadır.

Ek 10.1.3.3. Soru Çözümünde Neyin Gerekli Olduğuna Karar Vermeye İlişkin Matematiksel Söylemler

2005.24 *Ö4: Bir dikdörtgen yazacağım buraya kaç gelebilir? 5 gelebilir. 5 in karşısı da 5 olur, 10. 16 dan 10 u çıkardım, 6. Ee 6 yı 2 ye böldüm olur şuraya (uzun kenara) 3 birim kaldı olmadı siliyorum bura 3 olur bura 3 olur (kısa kenarlar) bura 6 oldu buraya 5 kalır buraya 5 kaldı (uzun kenar) Ben daha 1 tane dikdörtgen çizebiliyorum, bir tane daha yapıyorum. Acaba burası kaç olur (kısa kenar) buraya 4 yazsam karşısı da 4 olur toplamları 8 olur, 16 dan 8 i çıkarırım, 8 kalır 2 ye bölerim. Bura 4 bura da 4 olur. e bu bi dikdörtgen olmadı çarpı atarım. Bakın sizin yaptığınız yöntemle yapmaya çalışıyorum bu uğraştırıcı bu karışık bu sizi yanlışa yönlendirir. Böyle hepsini bulabilir misiniz? Evet belki de zorlarsanız bulursunuz ama çok zaman kaybedersiniz.* ***Ben de diyorum ki bunun yerine şunu tercih edin madem çevrenin toplamı 16 çevreyi 2 ye bölmemiz gerekiyor.*** *Çünkü elimizde 2 tane uzun kenar 2 tane de kısa kenar var çevreyi 2 ye bölüyorum 8 bu 8 birim dikdörtgenin uzun kenarı ile kısa kenarının toplamı olması* ***lazım****. Yani benim dikdörtenimin kısa kenarını 1 alırsam uzun kenarı toplamı 8 olması için 7 birim olması gerekir. Dikdörtgenin kısa kenarını 2 birim alırsam uzun kenarını 6 olması gerekir. Bak buradaki deneme gibi değil, burada sabit artık biliyorum ki uzun kenarla kısa kenarın toplamı...*

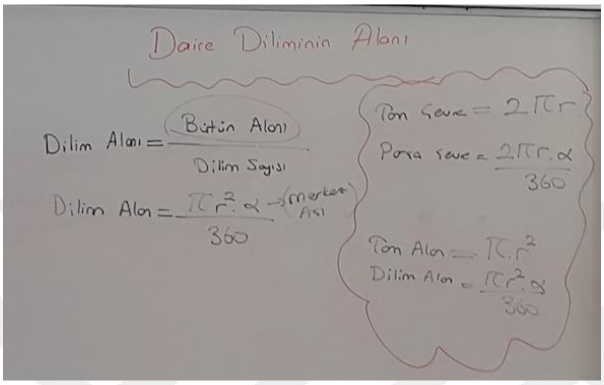
Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğretmen çözüm yolunda nelerin gerekli olduğuna kendisi karar vermektedir. Ayrıca bu soruya ilişkin diğer çözüm yollarını öğrencilerin tercih ederse sonucun yanlış çıkabileceğini ifade ederek matematiksel fikre ulaşmaktadır. Buna ilaveten matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmenin öğrencilerin yapmış olduğu eksik yada hatalı çözümlere yönelik olarak açıklama yaptığı görülmüştür. Örneğin 225 nolu söylem öbeğinde, Ö1 kodlu öğretmenin *"Çocuklar bakar mısınız? Kübra'nın defterinde görünce aklıma geldi. Doğrusal denklemlerin tipleri şöyledir. Eğer bana göstereceksenzi y= olarak göstermenizi istiyorum. Eşittirin soluna y yi yalnız bırakın, y nin yanında bir şey çıkarsa onu karşıya atın"* söylemi ile öğretmenin öğrencilerin yaptığı hatalara uyarı yaparak matematiksel fikirlere ulaşmada aktif olduğu görülmektedir

Ek 10.1.3.3. Soru Çözümünün Kitaba Deftere Yazdırılmasına İlişkin Matematiksel Söylemler

1479.9 *Ö1: Birim alan istendiğinde πr^2 yanına alfa, bölü 360 geliyor. Aynı şey. Alfa nedir?*

1479.10 *Ahmet: Açı.*

1479.11 *Ö1: Merkez açı. Onu şuraya alıyoruz. (tahtanın sol tarafına yazarak) Hatta isteyen şöyle alsın. Karşılaştırmalı. İsteyen sadece birim alan formülünü alsın.*



1479.12 *Bora: Ben önce şurayı alırım.*

1479.13 *Ö1: Bence de şu formülsüz mesela. Bütün alanı direkt dilime bölmek.*

1479.14 *Seda: Hocam daha yazıyoruz biz.*

1479.15 *Bora: Hocam yazalım mı?*

1479.16 *Ö1: Şimdi hıhı yazın. Aynen şu sağ tarafı almanız aslında sizin lehinize. Bu iki konunun özeti resmen çember konusunun özeti.*

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, öğrencilerin tahtada yazılanları defterine yazması için matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Birbirinden farklı öğrenciler, matematiksel söyleme katılsa da soru/problem çözümüyle ilgili matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemlerinin oluşmadığı söylenebilir.

Ek 10.2.1.1. Ön Bilgileri Ya Da Öğrenilenleri Hatırlatmaya İlişkin Matematiksel Söylemler

961.1 Ö2: Şimdi bir de şu var. Buna ben geçtiğimiz derslerde anlattım size. Şimdi şuradaki (3n deki 3 ü göstererek) rakam ile bu harfitr. (n ni göstererek) bunlar çarpım halinde

961.2 Sınıf: Evet

961.3 Ö2: Hatırlıyor musunuz? Çarpma yerine nokta koyduğunuz zaman, çocuklar artık bu noktada kalkacak demiştim

961.4 Sınıf: Evet

Yukarıdaki söylem öbeğinden Öğretmen-Sınıf söylem tipinin terminolojiye yönelik ön bilgilerin hatırlatılarak başladığı görülmektedir. Buna ilaveten bir başka öğretmenin sınıfın çoğunluğunu katarak ön bilgileri hatırlatmasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

Ön bilgileri hatırlatmasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

S.S.N. Matematiksel Söylemler

1977.1 Ö1: Bir iç açısı 160 derece olan düzgün çokgenin 1 kenar uzunluğu 11 cm, çevreyimi istiyor?(soruya bakıp düşündü) aa harika çocuklar bir şeklin çevresini hesaplıyabilmem için neyi bilmem lazım?

1977.1 Sınıf: Kenar sayısını

1977. 3 Ö1: Kenar sayısını aferin size. Kaç kenarlı bu yani bu 11 den kaç tane var? Eğer bu düzgün dörtgense 4 tane vardır; eşkenar üçgense 3 tane vardır (öğretmen tahtaya eşkenar üçgen dörtgen ve düzgün beşgen çizer) düzgün beşgense 5 tane vardır. hani 11 i kenar sayısıyla çarparım çevreyi buluyorduk. Ozaman benim neye odaklanmam lazım? Çevreden çıktım artık...

1977.4 Sınıf: n

1977.5 Ö1: n ye kenar sayısına ben şu harfi bulmalıyım n neye eşit

1977.6 Sınıf: Kenar sayısı

1977.7 Ö1: e bunu bulmam içinde bize şu (160) bilgi fuzuli vermedi.

1977.8 Yıldız: Bir iç açı

1977.9 Ö1: Bir iç açı, 160 hııı biz her zaman bir iç açı vermişse neye bölüyorduk?

1977.10 Sınıf: Dış açı

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi sınıfın çoğunluğunun katılmasıyla ön bilgilerin hatırlatıldığı görülmektedir.

Ek 10.2.1.2. Basit Düzeyde ve Onaylayıcı Soru Sormaya İlişkin Matematiksel Söylemler

444.3 Ö2: Bir kaç tane örnek yapmaya da gerek yok basit geliyor bana da diyelim ki -15 +20 -7 +8 -15'in mutlak değeri nedir?

444.4 Sınıf: 15

444.5 Ö2: 15 bakın işaretsiz +20

444.6 Sınıf: 20

444.7 Ö2: 20 bakın mutlak değerini aldığınız zaman kenarlarında paralel çizgi falan yok. Tamam mı paralel çizgi falan yok -7?

444.8 Sınıf: 7

444.9 Ö2: 7.

444.10 Sınıf: +8

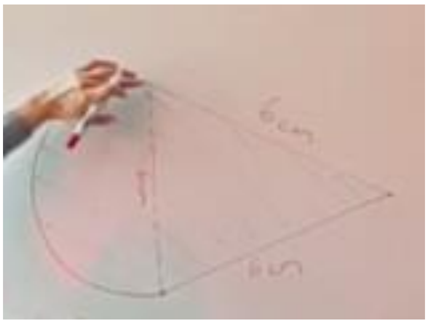
444.11 Ö2: 8 bu işte

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi öğretmenin terim, kavram hakkında basit düzeyde soru sorduğu ve sınıfın çoğunun aynı anda matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir.

S.S.N. Matematiksel Söylemler

1448.1 Leyla: Hocam 13, soruyu hiç bir şey bilmeyen biri gibi, çok zor

1448.2 Ö3: (tahtaya yeni soru yazar) evet şekilde bir kenar uzunluğu 6 cm olan eş kenar üçgenin bir kenarının çap kabul eden bir yarım çember çizilmiştir. Taralı bölgenin çevre uzunluğu, bu arada taralı bölge şöyle şuranın tamamı taralı işte



Evet bunun çevre uzunluğunu soruyor çocuklar bu eşkenar üçgen mi?

1448.3 Sınıf: Evet.

1448.4 Ö3: Eşkenar üçgen mi?

1448.5 Sınıf: Evet

1448.6 Ö3: Burası 6 cm ise burası nedir?

1448.7 Sınıf: 6 cm.

1448.8 Ö3: Şurası da nedir?

1448.9 Sınıf: 6 cm.

Ek 10.2.1.2'nin devamı

1448.10 Ö3: Çocuklar burada diyor ki bir kenarının çap kabul eden Leyla dinliyor musun? Hiçbir şey bilmiyormuş gibi anlatın dedin dinlemen lazım bir kenarı çap kabul eden yarım çember çizilmiştir diyor değil mi ?

1448.11 Sınıf: Evet

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, Leyla'nın söylemi üzerine Öğretmen-Sınıf söylem tipinin başladığı söylenebilir. Öğretmen daha açıklayıcı anlatmak için bir öğrenci kalkıp çözmesi yerine sınfıın aynı anda matematiksel söyleme katıldığı söylem tipine yöne vermektedir. Böylece Öğretmen-Sınıf söylem tipi başlayarak öğretmen soru çözümüne ilişkin onaylayıcı soru sorarak matematiksel düşüncelerin açıklanmaya başladığı görülmektedir.

Ek 10.2.1.2. Tanım Yapmaya Yönelik Matematiksel Söylemler

748.2 Ö3: Şimdi çocuklar çizdiğimiz açıların ölçüleri birbirine nedir?

748.3 Sınıf: Eşittir

748.4 Ö3: Eşit. İşte ölçüleri eşitse biz böyle açılara

748.5 Sınıf: Eşit açılar.

748.6 Ö3: Eş açılar. Çocuklar geometri de şekillere eşit şekiller denmez. Eş, Eşit açılar denmez. Ölçüleri eşittir ama kendileri (cümlesini bitirmeden biraz bekledi).

748.7 Sınıf: Eştir.

748.8 Ö3: Eştir.Tamam mı? Eş açılar yani biz burada bir açıya eş bir açı çizdik

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin yönlendirmesiyle sınıfın çoğunluğu aynı anda matematiksel söyleme katılarak eş açıların tanımının birlikte yapıldığı görülmektedir. Ancak sınıfın çoğunluğu aynı anda matematiksel söyleme katıldığı 5 nolu satırda, "eşit açılar" söylemine ilişkin öğretmenin matematiksel dili doğru kullandığı görülmektedir. Bu amaçla öğretmenin 6 nolu satırda eş ve eşit kavramlarına ilişkin açıklama yaptığı görülmektedir. Daha sonraki satırda da sınıfın çoğunluğu aynı anda matematiksel söyleme katılarak "eş açılar" tanımını yaptığı görülmektedir.

1-2-2-3-3-3-5-5-5-6-6-6-6-7-7-7 veri grubuna yönelik tanım yapmaya ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

S.S.N. Matematiksel Söylemler

1642.3 Ö3: Bu veri grubunda baktığımızda en fazla tekrar eden sayı hangisi?

1642.4 Sınıf: 6.

1642.5 Ö3: Altı. En fazla tekrar eden kim burada? 6. Dört defa tekrar etmiş. Biz buna ne diyoruz?

1642.6 Sınıf: Tepe değeri.

1642.7 Ö3: Tepe değer. En sık tekrar edene tepe değer ı. Diğer adını bilen var mı?

1642.8 Sınıf: Mod.

1642.9 Ö3: Mod. Şimdi burada kaç tane veri var?

1642.10 Sınıf: (Sınıftan önce farklı cevaplar geliyor)16

1642.11 Ö3: 16 tane veri var. En ortasında?

1642.12 Kemal: Nasıl

1642.13 Sınıf: Beş.

1642.14 Ö3: En ortadaki 5 mi?

1642.15 Kemal: Yok 6.

1642.16 Sınıf: 5

1642.17 Ö3: Sayı olarak 5 mi?

1642.18 Sınıf: Evet.

Ek 10.2.1.2’nin devamı

1642.19 Ö3: Bir tane sayı yok değil mi ortada? Bir kere 16 taneyse 16 çift bir sayı düşünsenize en ortada bir tane sayı olması mümkün mü? Ortada kaç tane sayı var?

1642.20 Canan: 5 buçuk.

1642.21 Ö3: Kaç tane sayı var ortada?

1642.22 Sınıf: 2 tane sayı var

1642.23 Ö3: Çocuklar şimdi 2-4-6-8. Şuraya kadar bak şimdi şuraya kadar. 2-4-6-8 burada var. 8 tane burada var. Ortadaki sayı kim? (Öğretmen tahtadaki veri grubundaki iki tane 5-5 değerini yuvarlak içine alır)

1642.24 İrem: Virgül.

1642.25 Ö3: Bu ikisi. Yani 5 ve 5. En ortada 2 tane sayı var bir tane sayı yok. bu durumda biz en ortada sayıya ne diyoruz?

1642.26 Sınıf: Ortanca

1642.27 Ö3: Ortancanın diğer adı?

1642.28 Sınıf: Medyan

1642.29 Ö3: Medyan, burada iki tane sayı olduğu için (cümlesini tamamlamadı) çocuklar biz bunu normalde hani siz bunun ortalamasını bilirsiniz. Farklı bir sayı olsa da ıı aslında çözebilirdiniz.

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, öğretmen ve sınıfın çoğunluğu aynı anda matematiksel söyleme katılarak mod ve medyanın tanımının yapıldığı görülmektedir. Öğrencilerin mod ve medyana ilişkin tanım yapmaya yönelik söylemlerinin hatırlamaya yönelik matematiksel söylemler olduğu söylenebilir (Görüşme notu, 18.04.2017, Ö3 kodlu öğretmenin 1. Dersi).

Ek 10.2.2.2. Grafik Yapısına Yönelik Matematiksel Söylemler

Doğrusal denklemlerin grafiklerinin çizilirken grafik yapısına ilişkin yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

223.2 Ö1: Çocuklar bir doğru çizmek için kaç doğru yeterlidir?

223.3 Sınıf: 2

223.4 Ö1: 2 değil mi? Ben 3 tane yaptım fazla fazla bana yeter mi birleştirmek için

223.5 Sınıf: Evet

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmen doğrusal grafiklerin yapısını sınıftaki öğrencilerle birlikte belirlemektedir. Ayrıca diğer söylem öbeklerinde grafik yapısının öğrencilerle birlikte belirlendiği görülmüştür. Görsel aracılarla ilgili günlük hayattan örnek verilerek grafiğin yapısının belirlenmesinin daha çok olduğu söylenebilir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

147.7 Ö4: Grafikler oluşurken hiç izlediniz mi onları bilmiyorum. Mesela yakın zamanda yapılan seçimde daire grafikleri var ya da sütun grafikleri var. Veriler tam belirlemediği sürece grafikler oynuyor. Biraz yukarı çıkıyor, diğeri onu geçiyor. Yeni veriler geldikçe bazıları geride kalıyor, bazıları ilerliyor ya da daire grafiğinde dilimler artıyor azalıyor yeni gelen verilere göre değişiyor. Ama en sonunda hepsi ortaya çıkmış oluyor. Şimdi bizim sütunlarımız da şurda bekliyor hepsi, yukarı çıkmayı bekliyor. Kaça kadar çıkacak kiraz?

147.8 Sınıf: 4

147.9 Ö4: 4 e kadar. 4 ün hizasına küçük noktalar ile belirliyorum, 4 ün hizasını. Kiraz bir sütun halinde 4 e kadar çıktı. Peki sonra?

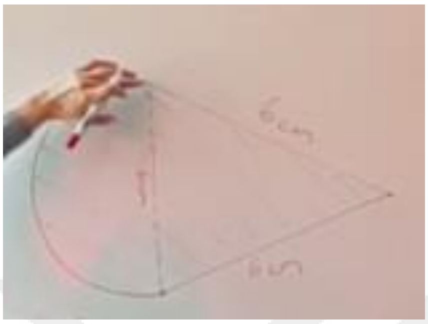
147.10 Sınıf: Muz

Yukarıdaki 147 nolu söylem öbeğinde, matematiksel terime ilişkin günlük hayattan örneğin öğretmen tarafından verildiği görülmektedir. Öğretmenin 7 nolu satırdaki söyleminde daire ve sütun grafiklerinin seçimlerde kullanıldığından bahsederek sütun grafiğindeki artış ve ya azalışı öğrencilerin yorumlamasını hedeflemektedir. Daha sonraki satırlara bakıldığında da öğrenciler tablodaki sayıları yorumlayarak sütun grafiğe yerleştirmek için aynı anda söyleme katıldıkları görülmektedir.

Ek 10.2.3.1.Tekrar Anlatmaya Yönelik Matematiksel Söylemler

1448.1 *Leyla: Hocam 13, soruyu hiç bir şey bilmeyen biri gibi, çok zor*

1448.2 *Ö3: (tahtaya yeni soru yazar) evet şekilde bir kenar uzunluğu 6 cm olan eş kenar üçgenin bir kenarının çap kabul eden bir yarım çember çizilmiştir. Taralı bölgenin çevre uzunluğu, bu arada taralı bölge şöyle şuranın tamamı taralı işte*



Evet bunun çevre uzunluğunu soruyor çocuklar bu eşkenar üçgen mi?

1448.3 *Sınıf: Evet.*

1448.4 *Ö3: Eşkenar üçgen mi?*

1448.5 *Sınıf: Evet*

1448.6 *Ö3: Burası 6 cm ise burası nedir?*

1448.7 *Sınıf: 6 cm.*

1448.8 *Ö3: Şurası da nedir?*

1448.9 *Sınıf: 6 cm.*

1448.10 *Ö3: Çocuklar burada diyor ki bir kenarının çap kabul eden Leyla dinliyor musun? Hiçbir şey bilmiyormuş gibi anlatın dediniz, dinlemen lazım bir kenarı çap kabul eden yarım çember çizilmiştir diyor değil mi ?*

1448.11 *Sınıf: Evet*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, Leyla'nın söylemi üzerine Öğretmen-Sınıf söylem tipinin başladığı söylenebilir. Öğretmen daha açıklayıcı anlatmak için bir öğrenci kalkıp çözmesi yerine sınfıın aynı anda matematiksel söyleme katıldığı söylem tipine yöne vermektedir. Böylece Öğretmen-Sınıf söylem tipi başlayarak öğretmen soru çözümüne ilişkin onaylayıcı soru sorarak matematiksel düşüncelerin açıklanmaya başladığı görülmektedir.

Ek 10.2.3.2. Basit Düzeyde Soru Sorulmasına Yönelik Matematiksel Söylemler

1649.8 Ö3: Şimdi çocuklar kaç tane veri var burada?

1649.9 Sınıf: 27

1649.10 Ö3: 27 kişilik sınıf mı diyor? O zaman ne olacak 14. nedir? 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13 nedir? Ondördüncü?

1649.11 Sınıf: Ortanca.

1649.12 Ö3: (veri grubunda yazılı olan 74'ü daire içine alıyor) Ortanca. Ya da medyan diğer adı da.

1649.13 Rana: Meydan mı

1649.14 (Sınıfta gülüşme ve konuşmalar oluyor)

1649.15 Ö3: Şöyle düşünün Trabzon'un ortası Meydan.

1649.16 Kemal: Hımm

1649.17 Ö3: Meydandan aklınıza gelir. Medyan yani. Yerlerini değiştireceksiniz (gülerek) Şey ıı tepe değer kim? Var mı tepe değer?

1649.18 Sınıf: Var.

1649.19 Ö3: En sık tekrar eden

1649.20 Sınıf: 74

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, analoji kullanılarak basit düzeyde soru ve ceveplar verilmektedir.

1266.15 Ö1: Şu, şu x'in bulunduğu yer Sizce merkez açı mı?

1266.16 Sınıf: Hayır.

1266.17 Ö1: Bu merkez açı değil. Peki şu merkez açı mı?

1266.18 Sınıf: Hayır.

1266.19 Ö1: Bu

1266.20 Sınıf: Evet.

1266.21 Ö1: Şimdi bir O'nun merkez açı olduğunu biliyorum Ben şuradaki yayı bulurum. Bu yay da kaç eder?

1266.22 Sınıf: 126.

1266.23 Ö1: 126 çünkü 126 merkez açının kolları arasında ama bu benim hiç bir işime yaramaz. Biliyorsunuz çevre üzerinde sonsuz tane nokta yaşıyor. Siz merkezle çevrenin üzerindeki noktayı birleştirirseniz şöyle bir köprü kurarsanız bunun adı neydi?

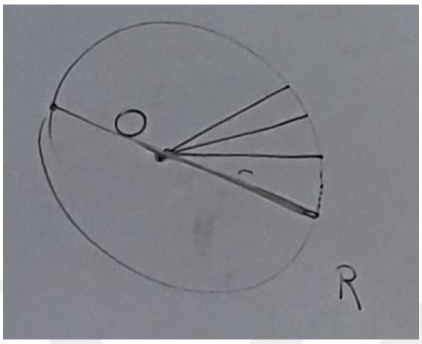
Ek 10.2.3.2’nin devamı

1266.24 *Sınıf: Yarıçap.*

1266.25 *Ö1: Yarıçap küçük r ile gösterelim. Kaç tane yarıçapı vardır bir dairenin?*

1266.26 *Sınıf: Milyonlarca sonsuz*

1266.27 *Ö1: Sonsuz peki bunu aynı doğrultuda bu tarafa uzatılsa bunun adı ne oluyordu?*



1266.28 *Sınıf: Çap*

1266.29 *Ö1: Çap o da büyük R ile gösteriliyordu. Bir tane çap içinde kaç tane yarıçap vardı?*

1266.30 *Sınıf: 2.*

1266.31 *Ö1: Aferin şimdi bana bakın. Şuraya bakın. Şu O dan başlıyor şimdi şu bak. Çemberin üstünde bitmiş. O zaman bunun adı nedir?*

1266.32 *Sınıf: Yarı çap.*

1266.33 *Ö1: Yarı çap. Peki bunun adı nedir?*

1266.34 *Sınıf: Yarı çap*

1266.35 *Ö1: Yarı çap. Bu da yarı çap bu da yarı çap. Peki şu yarı çap mı? (sorudaki kirişi göstererek)*

1266.36 *Sınıf: Hayır.*

1266.37 *Ö1: Hayır o hiç bir şey. Onun adı kiriş. Tamam mı? Hiç bir şey şuan onu görmediniz. Bu çap. Bu neden yarı çap değil. Çünkü nereden başlamamış?*

1266.38 *Sınıf: Merkezden*

1266.39 *Ö1: Merkezden başlamamış. Ama bunun uzunluğu ile bunun uzunluğu birbirine eşit mi?*

1266.40 *Sınıf: Evet.*

1266.41 *Ö1: O zaman ben buraya ikizlik koyabilir miyim?*

1266.42 *Sınıf: Evet.*

1266.43 *Asiye: Hocam nasıl eşit oldu?*

1266.44 *Ö1: Çünkü ikisi de yarı çap. İkisi de yarı çap. Peki şimdi benim üçgenim nasıl bir üçgen oldu?*

1266.45 *Sınıf: İkizkenar.*

Ek 10.2.3.2'nin devamı

1266.46 Ö1: İkizkenar. Peki bu 126 ikizlerden biri mi tepe açısı mı?

1266.47 Sınıf: Tepe açısı.

Yukarıdaki söylem öbeğinden öğrencilerin basit düzeyde akıl yürütürek cevap verdikleri söylenebilir. Ayrıca basit düzeyde soru sorarak sınıfın tümünün aynı anda matematiksel söyleme katılmasında bir öğrencinin de söylemi etkili olabilmektedir.

Ek 10.2.3.3. Ezbere Bilinmesi Gerekenlere Yönelik Matematiksel Söylemler

1816.47 Ö1: Çocuklar hepsi için geçerli bütün beşgenlerin iç açıları toplamı kaç yapar?

1816.48 Sınıf: 540

1816.49 Ö1: 540 bütün altıgenler

1816.50 Sınıf: 720

1816.51 Ö1: 720 bunları bir süre sonra ezberliyorsunuz. Bir daha tekrar edelim bütün üçgenlerin iç açıları toplamı

1816.52 Sınıf: 180

1816.53 Ö1:180 dörtgenler 360

1816.54 Sınıf: 360

1816.55 Ö1: Beşgenler 540

1816.56 Sınıf: 540

1816.57 Ö1: Altıgenler

1816.58 Sınıf: 720

1816.59 Ö1: 720 bunlar en çok kullanılanlar buraya kadar ezberleyin peki şimdi toparlıyorum

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi bazı çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamının ezbere bilinmesi gerektiği vurgulanmaktadır. Sınıftaki öğrenciler de aynı anda matematiksel söyleme katılarak çokgenlerin iç açı toplamını ifade etmektedir. Çokgenlerle ilgili soru çözümünde bu açıların çok kullanıldığı ifade edilerek öğrencilerin kural gibi ezberlenmesi sağlanmaktadır.

Ek 10.3.1.2. Terimin Yapısına-Formüle İlişkin Matematiksel Söylemler

Tam açının 360 derece olmasıyla ilgili doğruda açıların yapısına ilişkin başka bir öğretmen ile öğrenci arasındaki matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1605.3 Barış: Öğretmenim sonuçta bu (tam açı) 360 derece değil mi? Yani toplamı.

1605.4 Ö2: Tabi tabi

1605.5 Barış: Kare gibi.

1605.6 Ö2: Tabi tabi 360 derece.

1605.7 Barış: sonra diyelim ıı zaten hani karşılıklı şunlar aynıysa şunlar aynıysa da toplayınca 180 çıkıyorsa yani ispatlanmış oluyor. Siz dediniz ya şimdi. Hani onlar diyelim hani o köşeler aynı olduğu için Ya zaten toplam

1605.8 Ö2: (Öğrencinin sözünü keserek) Şimdi yani sen ardışık açıların bütünler olduğunu o şekilde mi ispatlanır diyorsun?

1605.9 Barış: Öğretmenim diyelim bunlar eşit ya şimdi 360'sa yarısı da180.

1605.10 Ö2: Yani yürüttüğün mantık doğru.

1605.11 Barış: Öyle mi ispatlanıyor?

1605.12 Ö2: Tam öyle değil ama o dediğin de doğru yani

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi bütünler açının ispatlanmasına ilişkin matematiksel söylemlerin oluşmaktadır. Tam açıların yapısından yola çıkarak ispat Barış’ın yaptığı anlaşılmaktadır.

Ek 10.3.1.2. Terimin İsimlendirilmesi ile Terimin Özelliklerinin Vurgulandığı Matematiksel Söylemler

1931.3 *Ö3: Şimdi söyler misin?*

1931.4 *Sıla: Biz DA ile AB nin dik olduğunu söylemese biz dik mi diyeceğiz*

1931.5 *Ö3: Dikdörtgen zaten. Dikdörtgenin özellikleri arasında iç açıları 90 ar derecedir ve diktir zaten adı dikdörtgen*

1931.6 *Sıla: Bilmem bazı sorularda dik olduğunu söylemiyor*

1931.7 *Ö3: Hayır, dikdörtgenin özelliği yani nasıl senin adın Sıla ise bu da o şekilde tamam mı?*

1931.8 *Sıla: Evet*

1931.9 *Ö3: Dikdörtgen bir dörtgendir. Ama onun adı dikdörtgen özel bi adı var sen bir kızsın adın da Sıla, yani sana kalkıp da Buse diyebilir miyim?*

1931.10 *Sıla: Hayır*

1931.11 *Ö3: Diyemem yani onun gibi öyle olduğunuda düşünemem senin adın Sıla o da dikdörtgen. Onun iç açıları 90 derecedir adından belli zaten dikdörtgen. Soruyu sorma esnasında farklı demezler sana. Şimdi ABCD dikdörtgen dediği anda sen zaten şu yorumu yapmalısın: Bunun iç açıları 90 derecedir bu kadar yani farz edemeyiz ya da öyle olduğunu düşünemeyiz*

1931.12 *Sıla: Evet*

Yukarıdaki söylem öbeğinde, dikdörtgenin özelliğine ilişkin matematiksel düşünceler açıklanmaktadır. Dikdörtgenin iç açılarının 90 ar derece olduğu ve bunun da dikörtgene ait bir özellik olduğu açıklanmaktadır. Ayrıca öğretmenin ve Sıla'nın söylemi incelendiğinde dikdörtgenin özelliği ile dikdörtgenin isimlendirilmesinin bir arada olduğu söylenebilir.

Ek 10.3.1.2. Terimlerin İsimlendirilmesine İlişkin Matematiksel Söylemler

761.12 *Ö1: Bu açının adı nedir? Sanatsal bir şey vardı, nasıl okumalıyım?*

761.13 *Mehmet: ABC açısı*

761.14 *Ö1: ABC açısı diyebiliriz.*

761.15 *Esra: Öğretmenim bir şey daha var*

761.16 *Ö1: Mehmet şöyle yaptı ABC hop şöyle döndü (eliyle göstererek) A-B-C açısı.(tahtaya sembolü ile birlikte yazdı)*

761.17 *Alptuğ**:** Bir tane daha var hocam 2 tane daha var**.***

761.18 *Ö1: Var tabi 2 tane daha var*

761.19 *Deniz: Hocam CBA.*

761.20 *Ö1: C bir de böyle döndü olur. C-B-A açısı. Bir de bir şansınız daha var. Sinem.*

761.21 *Sinem: B açısı.*

761.22 *Ö1: Sadece başlangıç noktası tek başına okunma hakkına sahiptir o torpilli. Ama bu torpili A ve C noktasına uygulayamazsınız. A açısı ya da C açısı diyemezsiniz. Sadece B için geçerli.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi birbirinden farklı öğrenciler açının isimlendirilmesine ilişkin matematiksel söylemlere katılsa da sadece bir öğrenci ile öğretmen arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Esra ve Alptuğ'un söylemlerine bakıldığında ABC açısının farklı isimlendirilmesine ilişkin örneklerin olduğunu ifade etmektedir. 14, 20 ve 22 nolu satırlar incelendiğinde ise açının farklı isimlendirilmesine ilişkin söylemlere öğretmenin açıklama yaptığı görülmektedir.

Ek 10.3.1.2. Terimlerin Gösteriminine İlişkin Matematiksel Söylemler

Doğru, doğru parçası ve ışının isimlendirilmesine ilaveten öğrencilerin ışının farklı gösterimin olup olmayacağını sordukları görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

303.2 *Eymen: Işınımız gelir, bu tarafı kapattık (sağ tarafı), o taraftan açtık (sol tarafı)*

303.3 *Ö5: Yani şöyle diyorsun. (tahtada çizmeye çalıştı) bir çizelim.*

303.4 *Eymen: Orası kapalı (K)*

303.5 *Ö5: Burası K olsun, burası L olsun (L kısmı ucu açık sol tarafta olacak şekilde, K kısmıucu kapalı sağ tarafta olacak şekilde; tahtaya KL ışını çizdi) evet*

303.6 *Eymen: O zaman bu tarafa doğru mu yazacağız?*

303.7 *Ö5: (biraz düşündü) Hayır, yine başlangıç noktasında alırsın K, L (KL yazdı), üzerine ok koyarsın ve ya yazarsan şöyle de yazabilirsin LK yazıp şöyle koyabilirsin (üstteki okun yönünü değiştirerek) ya da LK yazıp, bu taraftan kapalı tutarsın (LK yazıp, K yı köşeli parantez ile kapattı) tamam mı ?*

303.8 *Eymen: Evet, onu merak ettim*

Yukarıdaki 303 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi Eymen'in ışının farklı gösterimi hakkında öğretmene soru sorduğu ve öğretmenle arasında matematiksel söylemlerin oluştuğu görülmektedir. Eymen'in söylemleri incelendiğinde ışının soldan sağa olan sembolik gösteriminin ışın ters yönde olduğunda da kullanılıp kullanmayacağını merak ettiği söylenebilir.

Ek 10.3.1.2. Sembol/İşaret Kullanımını Açıklamaya Yönelik Matematiksel Söylemler

834.4 *Deniz: Şurdaki işaret çıkarma işareti mi?*

834.5 *Ö5: Evet canım. Ne işareti sanıyorsun sen onu? Nedir acaba? (gülerek)*

834.6 *Deniz: Kesir çizgisi diye anlamıştım da.*

834.7 *Ö5: Kesir çizgisi böyle mi yazılır ya? (Sınıfta gülüşmeler var) Şöyle mi yazılmış da kesir çizgisi anlıyorsun? Arada ne var ama bak sen bunu yuvarlak içine alıyorsun ama arada boşluk var ki.*

834.8 *Deniz: Bazen öyle de olabiliyor.*

834.9 *Ö5: Denizciğim öyle olabilmesi için şöyle*$\left(1\,\frac{1}{3}\right)$*olması lazım.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden, Deniz'in $(1-\frac{1}{3})$ $-(1-\frac{1}{2})$ işlemindeki parantez içindeki eksi işareti anlamadığı görülmektedir. Deniz' in 6 ve 8 nolu satırlardaki söylemleri incelendiğinde kesir çizgisi ile çıkarma işleminin işaretinin birbirinden ayrı semboller olduğunu anlamadığı söylenebilir. İşaretlerin kullanımına ilişikşn başka bir öğretmen ile öğrenci arasındaki matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

Ek 10.3.1.3. Terimin Aynı Sonuç-Aynı Gösterim Olduğuna Yönelik Matematiksel Söylemler

1616.4 Ö2: ee dikdörtgenin alanını biliyorum. Uzun kenar çarpı kısa kenar biliyorum. Ee burada kısa kenar yükseklik oluyor şeyin ii paralelkenarın yüksekliği oluyor. Uzun kenarın da bir kenarı oluyor.

1616.5 Mehmet: O zaman taban çarpıyor yükseklik oluyor.

1616.6 Ö2: Evet ve yükseklik diyoruz ki yükseklik. Şeyler nerede? Burada paralelkenarın yüksekliği eşittir taban çarpı yükseklik. Şimdi çocuklar. Taban ifadesi kısatılmış diye yazdık. Esasında esas tanımı şudur: Bir kenarı ile bu kenara ait yüksekliğin çarpımıdır. Tamam mı? Tam anlaşılır ifadesi oldu. Bir kenari ile bu kenara ait yüksekliğin çarpımıdır. Doğrusu budur. Ama biz oraya sığmadığı için biraz kısalttık bunu, taban çarpı yükseklik dedik.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, matematiksel fikirlere ulaşırken öğretmenin tabana ait yükseklik ifadesiyle bir kenara ait yüksekliği ifade ettiği anlaşılmaktadır. İki matematiksel söylemin de aynı anlama geleceğini ifade ederek matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir.

Benzer şekilde terimin özelliğinin değişmeyeceğinin ve aynı sonucu vereceğine ilişkin söylemlerle de matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

2035.6 Ö3: Mesela ben buradayım (adımla göstererek) geriye doğru gidiyorum ben aslında ne oluyorum 3 adım geriye geldim. Ben ne oldum?

2035.7 Hüseyin: Konumunuz değişti

2035.8 Ö3: Ötelendim, şeklimin yönünde büyüklüğünde herhangi bir değişme var mı?

2035.9 Merve: Yönünüz değişmedi mi?

2035.10 Ö3: Hayır aynıyım. Bu tarada bakıyordum yine buraya bakıyorum.

2035.11 Hüseyin: Konum değişti sadece

2035.12 Ö3: Yönümde bir değişiklik var mı? Yok. Mesela şöyle yana doğru öteleneyim yani bana doğru sağ tarafıma 2 br öteleneyim (cama doğru iki adım gidiyor) 2 adım ya da. Bak bir iki. Bak yönümde bir değişiklik yok yönüm aynı büyüklüğüm de bir değişiklik var mı yok

2035.13 Hüseyin: Hayır

2035.14 Ö3: Yani ötelenen şekillerin şekli ve büyüklüğü ne olmaz değişmez.

Yukarıdaki söylem öbeğinden ötelenen şekillerin yönünün değişmediği dile getirilerek matematiksel fikirlere ulaşıldığı anlaşılmaktadır.

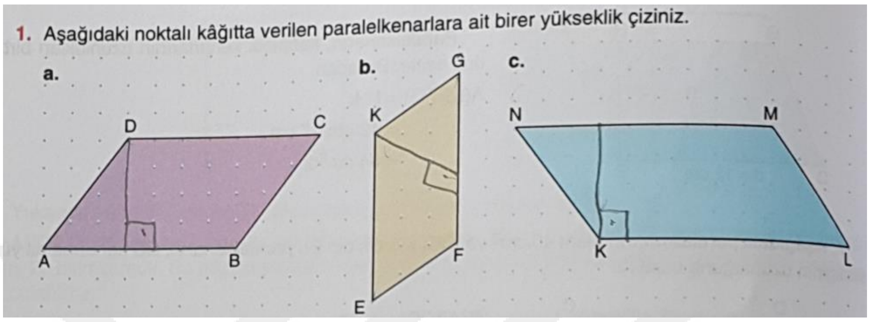
Ek 10.3.2.2. Görsel Aracı Çiziminde Bireyesel Dönüt Vermeye Yönelik Matematiksel Söylemler

1640.9 *Ö2: (Öğrenciler çiziyor öğretmen öğrencilerin defterlerini kontrol ediyor) Kızım çizer misin?*

1640.10 *Ozan: Hocam çizdik.*

1640.11 *Ö2: Öbürlerini de çiz. Bir tane hep. Bak bir şekle ait bir tane yükseklik.*

1640.12 *Deniz: Öğretmenim ben çizdim.*



1640.13 *Emir: Öğretmenim bana bakar mısınız öğretmenim?*

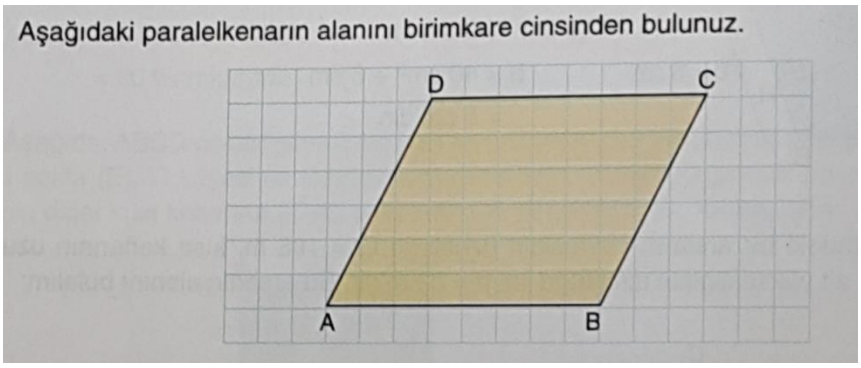
1640.14 *Ö2: Ama bu olmadı ki. Ha oldu oldu tamam. Onlar içeriden de çizilebilirdi. (Aykut' un çizimlerine bakarak)*

1640.15 *Ö2: Kızım bak şimdi şu kenara ait yükseklik sen şu kadar uzaklığı almayacaksın. Şu kenarı BC uzaklığını alacaksın. Tamam mı? (Ayşe'nin çizimlerine bakarak)*

1640.16 *Ayşe: (Öğrencinin sesi anlaşılmıyor)*

1640.17 *Ö2: Kızım bak bak bak. Şurdaki çizdiğin yükseklik AB'ye ait yükseklik. AB'ye ait yükseklik şudur. Tamam mı? Yani sen şurayı AH veya AK 'ya almayacaksın. Tabii. Bak şimdi kızım bir yükseklik. Çokgenlerde yükseklik çizildiği zaman üçgende, işte paralel kenarda, eş kenar dörtgende içindedir. Bunlar dışarda olabilir.*

1640.18 *Ö2: Şimdi şurada şu şeyleri tek tek saymanın bir anlamı yok.*



1640.19 *Mert: Öğretmenim biz öyle yaptık*

1640.20 *Ö2: Hemen birim kareleri saymaya başladınız. Şu bir paralel kenar değil mi? Paralelkenarın alanı bir kenar ve bu kenara ait yüksekliğin çarpımı değil mi? Şuradaki şu kenarı bir sayın. Kaç birim var orada?*

Ek 10.3.2.2’nin devamı

1640.21 Derya: 8

1640.22 Ö2: Şuradan dik yüksekliği çizin.

1640.23 Derya: 6.

1640.24 Ö2: Kaç santim? 6. Altı sekizin 48 bitti yaa.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi farklı öğrenciler matematiksel söyleme katılsa da öğretmenin sadece bir öğrenciye dönüt verdiği görülmektedir.

Buna ilaveten tahtada çizim yapan öğrenciye de öğretmen birebir dönütler vererek çizimin açıklanması ya da düzeltmesinine yönelik matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Örneğin 2x=3y denklemin doğru grafiğinin çizilmesine ilişkin bireysel dönüte yönelik oluşan matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

241.36 Ö3: Nasıl yaptın orayı?

241.37 Ömer: Nasıl nasıl ?

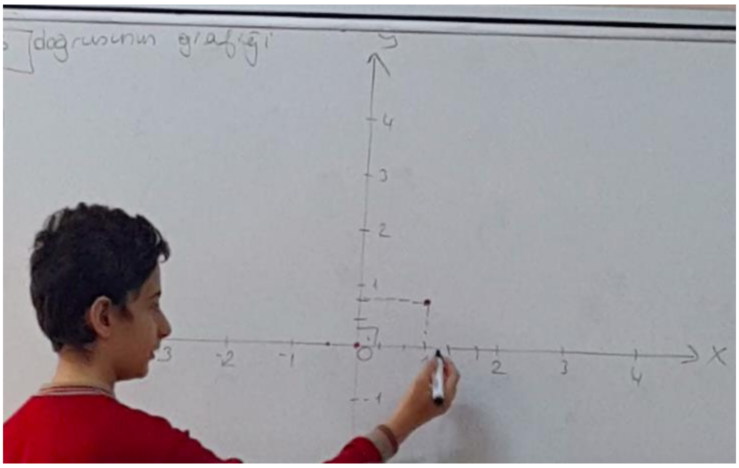
241.38 Ö3: Yani 2 /3 nasıl belirledin orda

241.39 Ömer: 3 böldüm 2.sini aldım

241.40 Ö3: Hee görünüşte böldün hıı tamam. Buradan da hemen hemen işte.Yani düz tahta olduğu için olsun diyorum (mesafelerin eşit olmasına dikkat çekti)

241.41 Aziz: Cetvel masanın üstünde

241.42 Ömer: (koordinat sisteminde tüm sayı aralıklarını 3 e bölmeye başladı; x ekseninde 1ile 2 arasında işaretleyecekti)



241.43 Ö3: Bir dakika bir dakika x eksenini kimi buluyorsun?

241.44 Ömer:3/2

241.45 Ö3: 3/2 nerdedir?

241.46 Ömer: 3/2 he tamam tamam (düzeltme yapıyor).

Yukarıdaki 242 nolu söylem öbeğinden görüldüğü gibi, Ömer görsel aracıyı oluştururken öğretmenin 40 nolu satırda mesafelerin eşit olmasına dikkat çektiği görülmektedir. Ayrıca 0 ile 1, 1 ile 2 arasını üçe bölen Ömer’i, öğretmenin 43 nolu satırda uyardığı görülmektedir.

Ek 10.3.2.3. Görsel Aracının Yorumlanmasına Yönelik Matematiksel Söylemler

Görsel aracıdaki ifadelerin öğretmen ve bir öğrenciyle birlikte yorumladıkları görülmüştür. Örneğin "Bir otelde 15 İngiliz, 25 Fransız, 20 Alman turist kalmaktadır. Bu turistlerin dağılımı daire grafiği ile gösterilirse Fransız turistlere ait daire diliminin merkez açısı kaç derece olur?" sorusuna ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

S.S.N.	Matematiksel Söylemler
1559.13	*Semra: 60 360 ise, Fransızları soruyordu 20 ye x dir dedim. Ondan sonra bu*
1559.14	*Ö3: 3 te biri*
1559.15	*Semra: 3 te biri bu da 3 te biri olacak*
1559.16	*Ö3: Yaz x eşittir 3 te biri nedir?*
1559.17	*Semra:120 derece*
1559.18	*Ö3: Yani bak uzatmadı arkadaşınız pratik yoldan yaptı yani evet toplamda 60 kişi var ee 60 kişiden bakın 3 te 1 i 20 kişinin derecesini soruyor. e tamamı 360 sa 3 te 1 i ne olur 120 derece olur aslında daire grafiğinde yorumlamak çok zevklidir, hem de şeydir rahat yorumlanabilecek grafiktir. Çocuklar açıları var bazen % de de verebilir size ama rahatlıkla yapabilirsiniz. Evet efendim?*
1559.19	*Burcu: Doğru orantı ters orantı vardı ya. Ters orantı var mı*
1559.20	*Ö3: Daire grafiğinde ters orantı olur mu? Çünkü açı büyüdükçe veri de büyür. doğru orantı*

Yukarıdaki söylem öbeğinde, soruda istenilen Fransızlara ait daire diliminin merkez açısının bulunmasından sonra öğretmenin daire grafiğinin yorumlanması ilişkin matematiksel söylemlerinin olduğu belirlenmiştir. Öğretmenin daire dilimin merkez açısı ile kişi sayısı arasında oranlama yaparak yorum getirilebileceğinden bahsettiği görülmüştür. Son satırdaki Burcu'nun söylemi incelediğinde ise, daire grafiğini yorumlarken ters orantının olup olmayacağını sorduğu görülmektedir. Öğretmen de daire diliminin merkez açısı ile verilen veriler arasında doğru orantı olacağını ifade etmektedir. Nitekim öğretmenin 12 nolu satırdaki söyleminde oranlamayı zihinden basit bir şekilde yaparak grafikleri yorumlamanın daha kolay olacağını ifade ederek matematiksel fikirlere ulaşmaktadır.

Ek 10.3.2.3. Çizim Kuralının Seçmeli/Gerekli Olmasına İlişkin Matematiksel Söylemler

Görsel aracının çiziminde kullanılan açıölçer, pergel ya da iletki yardımıyla çizimde nelerin yeterli olacağı belirlenmiştir. Daire grafiğinde verilere ilişkin merkez açıların ondalık sayı olarak bulunmasından sonra matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1551.24 *Ö3: Şimdi tabii şöyle bir şey sorabilirsiniz. Öğretmenim biz bunu daire grafiğinde 212 tam onda dördü nasıl göstereceğiz? Açıölçerde.*

1551.25 *Sınıftan gösterilip gösterilemeyeceğine ilişkin karışık sesler geldi.*

1551.26 *Ö3: Evet. 212 ile 213 arası zaten o kadar küçücük bir dilim ki. Yani açıölçerimize baktığınızda. Yani ikisi arasında biraz daha 212 ye yakın olan kısmı işaretleyeceksiniz işte.*

1551.27 *Murat: Öğretmenim, direkt 212 yi işaretlesek olur mu?*

1551.28 *Ö3: Ya şöyle. Bunlar zaten normalde sayısal Verileri doğru ıı hani doğru bulmak önemli burada. Aralarındaki ilişkiye bakarken bu sayılar sayısal verilere bakarak da yorum yapacağız. Artık bir daire grafiğini de çizerken 3 aşağı 5 yukarı ufak oynamalar olabilir. Onda sıkıntı yok.*

1551.29 *Elif: Öğretmenim 180 derece yazısını vermiş ya. Şöyle yaparız şöyle yaparız şöyle yaparız (elindeki açı ölçeri çevirerek)*

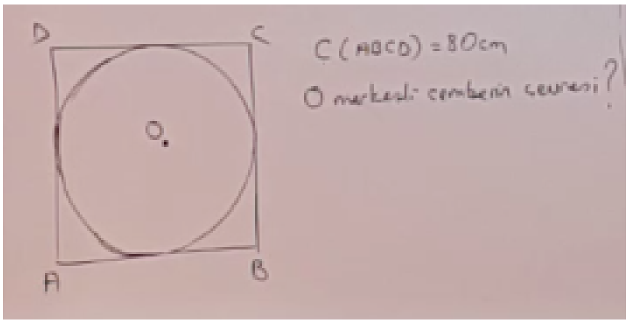
1551.30 *Ö3: Evet Aynen öyle.*

Yukarıdaki söylem öbeğinde ondalık sayıları daire grafiğinde gösterirken ondalık sayıya yakın sayıların gösterilmesinin yeterli olacağı ifade edilerek matematiksel fikirlere ulaşılmaktadır. Bu bağlamda çizim kuralının yeterliliğinin ifade edildiği söylenebilir

Ek 10.3.3.2. Nedensel-Niçinli Açıklamaya İlişkin Matematiksel Söylemler

S.S.N. Matematiksel Söylem

1223.21 Ö3: Evet, Enes bu soru hakkında ne düşünüyorsun?



1223.22 Enes: Öğretmenim hani karenin çevresi 80 diyor ya.

1223.23 Ö3: Hı.

1223.24 Enes: Bir kenarını bulmak için dörde bölerim

1223.25 Ö3: Neden bir kenarını buluyoruz karenin?

1223.26 Enes: Çünkü öğretmenim şimdi şey dairenin çapı bulacağız ya. Dairenin çapı da karenin bir kenarına eşit olduğu için karenin çevresini dörde bölerim.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, Enes çemberin çevresini hesaplamak için nedensel açıklamalarla matematiksel düşüncesini açıklamaktadır. 24 nolu satırdaki Enes'in söyleminde "bir kenarını bulmak için..." söyleminde ilk nedensel açıklaması olduğu söylenebilir. 25 nolu satırdaki öğretmenin de söyleminde "neden..." söylemiyle daha da nedensel bir açıklama yapılması için öğrenciyi yönlendirdiği görülmektedir.

Ek 10.3.3.2. Soru/Problem Çözümünü Adım Adım Yapmaya Yönelik Matematiksel Söylemler

S.S.N.	*Matematiksel Söylem*
130.3	*Sudem: Öğrenciler sıralara 3 erli oturduğunda 2 öğrenci ayakta kalıyor diyor ama bundan önce*
130.4	*Ö1: Ne istediğini yazman lazım.*
130.5	*Sudem: Tamam, 3 erli diyor. 3 ilk önce yazıyorum. Sıra sayısı belli değil, sıra sayısına o yüzden x diyorum. Belli olmadığı için bu da (x den ok çıkararak sıra sayısı yazdı). Sıra sayısı ile kişi sayısını çarpıyoruz ve buluyoruz mevcut olan kişiyi. Ama ondan öncesinde şöyle yazayım .*
130.6	*Ö1: 2 kişi de ayakta*
130.7	*Sudem: Evet , sonra eşititir koyayım, ondan sonra da diyor ki 4 er li oturduklarında ise, sonra buraya yine yazıyorum (denklemin devamına) , 4kişi olduğu için. Sıra sayısı yine belli değil. Ama şöyle bir çarpı işareti koyuyorum. Sonra parantez açıyorum, sonra sıra sayısı belli olmadığı için x koyuyorum. Sonra 1 sıra boş kalıyor. Zaten bu sıra sayısıydı. 1 eksi diyor yani. -1 koyuyorum (x-1 yazıyor) parantez içinde . Parantezi kapatıyorum. Ondan sonra aşağı doğru geçiyorum, temize. Buraya (3x+ 2 li yeri kastediyor) dokunmuyoruz zaten, sonra eşittir koyuyorum. Sonra bunları işlem önceliğine göre dağıtıyoruz. Burası 4x oluyor, sonra burası da ilk önce ev sahibini yazıyorum, burası da -2 oluyor. Burayı*
130.8	*Ö1: Düzenlersek?*
130.9	*Sudem: Burası -1 x oluyor, burası da -6 oluyor. Şimdi bunların paydalarını eşitleyeceğim, yani -1 ile eşitliyorum. Buralar gidiyor, burada hiç bir şey kalmıyor. Sonra burayı da -1 ile eşitliyorum. Sonra bunlar gidiyor. Eşittir 6 oluyor*

Yukarıdaki söylem öbeğinde Sudem'in problem çözümünü adım adım yaptığı görülmektedir. Sudem'in 7 nolu satırdaki söylemiyle "ev sahibi" ifadesiyle analoji kullandığı söylenebilir. Çünkü Ö1 kodlu öğretmenin, denklem çözümünde sabit terimlerin ve bilinmeyenlerin bir tarafa toplanmasında ev sahibi analojisini kullandığı görülmüştür. Ayrıca Sudem'in diğer söylemleri incelediğinde "önce ve ya sonra" ifadelerini sıklıkla kullandığı söylenebilir. Bu bağlamda problem çözümünü adım adım yaptığı söylenebilir

Ek 10.3.3.2. Soru/Problem Çözümününde İşlem Rutinine Yönelik Matematiksel Söylemler

Soru/problem çözümünde hangi işlemin yapılacağı açıklanırken aynı zamanda işlem rutini de yapılmaktadır. Bu duruma örnek olabilecek $\left(1-\frac{2}{5}\right)-(1-\frac{3}{4})$ işlemine yönelik öğretmen ile tahtaya kalkan öğrenci arasındaki matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

837.7 Ertuğrul: 5 ile 1'i çarpıyoruz beş. Beşten 2'yi çıkarıyoruz 3. 5'i de yazıyoruz buraya. 4 ile 1'i çarpıyoruz 4. dörtten 3'ü çıkarıyoruz 1. Dördü de buraya yazıyoruz. Bunu genişleteceğiz. Dörtle üç, 12; Beş dördün 20.

837.8 Ö5: Çıkarma işlemi.

837.9 Ertuğrul: Çıkarma işlemi Beş birin 5; Beş dördün 20. Çıkarıyorum. 7/20

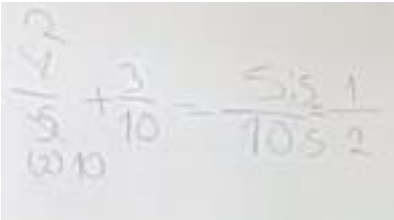
Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, tahtaya kalkan öğrencinin kesirlerde çıkarma işlemini yaparken işlem yolunu açıklayarak işlem rutinini yaptığı anlaşılmaktadır. Ertuğrul'un $\frac{3}{5}-\frac{1}{4}$ işleminde payda eşitlemeye karar verdikten sonra "*Bunu genişleteceğiz"* derken $\frac{3}{5}$ sayısını kastettiği anlaşılmaktadır. Ertuğrul'un matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik son satırdaki söylemi incelendiğinde ise *"Beş birin 5; Beş dördün 20. "* söylemiyle 5 ile 1 in çarpıldığında 5, 5 ile 4 ün çarpıldığında 20 olduğunu ifade ettiği anlaşılmaktadır. Dolayısıyla Ertuğrul'un söylemlerinde hangi işlemin yapılacağını açıklayarak işlem rutinini yaptığı söylenebilir. Buna ilaveten hangi işlemin yapılması gerektiğini açıklanırken problemde farklı sayılar koyulmaktadır.

Ek 10.3.3.2. Soru/Problem Çözümününde İşlem Düzenine Yönelik Matematiksel Söylemler

1137.6 *Nursima:* $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}$ *işlemini tahtada yapmaya başladı.*

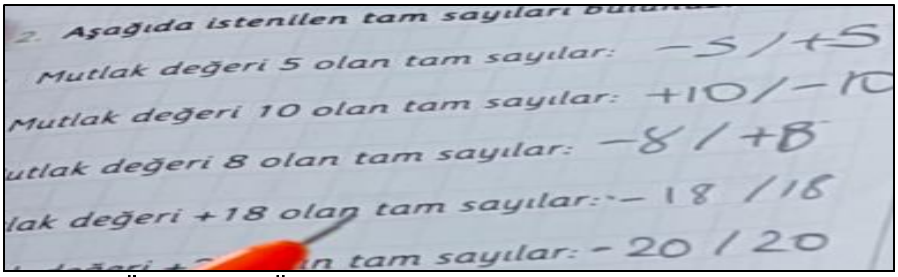
1137.7 *Ö4: Araya artı işareti koy. (Nursima işlemi yaparken)*

1137.8 *Nursima: İşlemleri yaptı.*



1137.9 *Ö4: Nursima ıı bir şey soracağım Genişletmeyi yaparken üzerlerini çizdin ya biz üzerini çizerek sadeleştirmeyi gösteririz. İleriki sınıflarda daha çok yapacaksınız onu. Hem altını 2 ile genişletiyorum diyorsun hem de yeni sayılarını yazıyorsun Onu eşittirden sonra yazsan daha temiz olur. Tamam mı?*

Yukarıdaki söylem öbeğinde, Nursima'nın işlem yaparken işlem düzeniyle açıkalamalar yer almaktadır. Buna ilaveten öğretmenin işlem yaparken ya da soru çözerken düzen ile ilgili düşüncelerin de açıklandığı görülmüştür. Örneğin 877 nolu söylem öbeğinde "Mutlak değeri 5 olan tam sayıların yazılmasına ilişkin Ö6 kodlu öğretmenin *" Eksi beş ve artı beş. Çünkü neden... için. Hem eksi beş hem artı beş* ***virgül koyup yazın."*** Söyleminde virgül konarak yazılmasını istemektedir. Ancak bazı öğrenciler, kitaplarında farklı işaretlerle de -5 ve +5 tam sayılarını yazmıştır. Bu duruma örnek olabilecek öğrenci kitabından bir fotoğraf aşağıda yer almaktadır.



Şekil 32. Öğretmen- Öğrenci söylem tipinde işlem düzenine bir örnek

İşlem düzeniyle ilgili söylemler incelediğinde, sadece işleme yönelik düzen olmadığı soru çözümünün nasıl yazılması gerektiğine ilişkin söylemlerin olduğu belirlenmiştir. Örneğin arazi ölçü birimlerinde öğretmenin birimlerin nasıl yazılması gerektiği konusunda işlem düzeninde olduğu gibi öğrencileri uyardığı görülmektedir. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1783.4 *Gülay: Öğretmenim ar cinsinden diyor değil mi?*

1783.5 *Ö2: Evet evet ar cinsinden*

1783.6 *Gülay: Tamam öğretmenim (ölçü birimlerini birbirine çevirmeye devam ediyor; işlem bittikten sonra birimi ar yazıyor)*

Ek 10.3.3.2’nin devamı

1783.7 Ö2: Çocuklar şu a yı büyük harfle yapında anlaşılsın tamam mı?

1783.8 Gülay: Öğretmenim küçük harfle yazdım öyle alıştım ya

1783.9 Ö2: Anlaşılmıyor çocuklar

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin birimin yazılmasında büyük A harfinin olmasını tercih ettiği görülmektedir. Aynı derse yönelik başka söylem öbeklerinde (1780) de “Ar” şeklinde yazılmasına yönelik söylemlerinin olduğu belirlenmiştir

Ek 10.3.3.2. Soru/Problem Çözümününde Kuralların Karıştırılmasına Yönelik Matematiksel Söylemler

S.S.N.	*Matematiksel Söylem*
1125.2	*Leyla: Eksi 3 eksi 14 eşittir (Bir süre düşünür ve sessizlik oluşur)*
1125.3	*Ö6: Bu toplama kuralları çocuklar bunlar, Pazartesi günkü ders. Eksi 3 eksi 14 daha.*
1125.4	*Leyla: (Cevap gelmedi)*
1125.5	*Ö6: Oğlum 3 lira borcum vardı 14 lira daha borç yaptım. Toplam kaç lira borcum var?*
1125.6	*Leyla: 11*
1125.7	*Tülay: 11 diyor öğretmenim*
1125.8	*Ö6: Oğlum 3 lira borcun vardı 14 lira daha borç yaptın kaç lira borcun oldu?*
1125.9	*Leyla: 1*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü üzere Leyla'nın tam sayılarda çıkarma işlemindeki kuralları hatırlayamadığı ve bu nedenle soruyu ilk başta yapamadığı görülmektedir.

Öğrencilerin kuralı karıştırmalarına bir başka örnek de bileşik kesri tam sayıya çevirirken görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

S.S.N.	*Matematiksel Söylem*
818.3	*Aysun: İşte şu 3 tam oluyor ya.*
818.4	*Ö5: Evet*
818.5	*Aysun: 11 parça yok muydu?*
818.6	*Ö5: Ne yapıyoruz 43'ü 11'e bölerken 3 defa var 10. Şurada bulduğum 3'ü tam kısmına yazıyorum. Kalanı paya yazıyorsun. Bölüneni paydaya yazıyorsun. Bunun paydası bunun paydası aynı.*
818.7	*Aysun: Büyük olan mı payda?*
818.8	*Ö5: Hayır büyük olan zaten payda olur da bunun paydası neyse burası da aynı.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, Aysun'un 5 nolu satırdaki söylemi incelediğinde bileşik kesri tam sayılı kesre çevirirken paydanın tam olarak yazılması gerektiğini düşündüğü anlaşılmaktadır. 7 nolu satırda da büyük sayının payda olarak mı yazılacağını sorduğu görülmektedir. Ö5 kodlu öğretmenin "büyük olan zaten payda olur da" söylemiyle paydanın paydan büyük olması gerektiğini vurgulamaktadır. Ancak öğretmenin söyleminden paydanın, tam sayı kesrin tam kısmından da büyük olacağı anlaşılabilmektedir.

Ek 10.3.3.2. Soru/Problem Çözümününde Kuralların Hatırlatılmasına Yönelik Matematiksel Söylemler

1497.10 *Ö4: Merve. Toplama çıkarmanın kuralını hatırlatır mısın? 3 tane söyle.*

1497.11 *Merve: Virgüller alt alta gelecek. Iı birinci kural.*

1497.12 *Ö4: Birinci kural birinci adım virgüller alt alta gelmeli. İki.*

1497.13 *Merve: Şimdi bir dakika öğretmenim yok öğretmenim. (Merve defterine bakarak kuralı hatırlamaya çalıştı) yok öğretmenim (gülerek)*

1497.14 *Ö4: Yok.Toplamayı beceremediniz. Öğrenciler parmak kaldırıyor) Söyle.*

1497.15 *Melisa: Merve nin dediği gibi virgüller alt alta gelecek.*

1497.16 *Ö4: Bir.*

1497.17 *Melisa: İşlem yaparken virgülleri saymadan toplayacağız.*

1497.18 *Ö4: Virgül.*

1497.19 *Melisa: Yok olmayacak.*

1497.20 *Ö4: Yokmuş gibi toplama çıkarma yapacağız.*

1497.21 *Melisa: Iı sonucu bulduğumuz zaman ıı*

1497.22 *Ö4: Sonucu*

1497.23 *Melisa: Bulduğumuz zaman yine de virgülü yerine koyacağız.*

1497.24 *Ö4: Virgül hizasından virgülle ayıracağız.*

1497.25 *Melisa: Şey sayılar alt alta olmalı. Aynı şeyde.*

1497.26 *Ö4: Basamakları aynı hizada yazmalıyız onu birde (birinci kuralda) söyledik ya.*

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, öğretmenin yönlendirmesiyle öğrencilerin ondalık sayılarda toplama ve çıkarma ile ilgili kuralları hatırlatmaya yönelik söylemleri vardır. Ondalık sayılarda toplama ve çıkarma işlemiyle ilgili öğretmen ile öğrencilerin arasında daha önceden oluşturulmuş ile üç aşamalı bir kuralın hatırlatıldığı görülmektedir.

Buna ilaveten $4-\frac{1}{3}$ işlemine yönelik kesirlerde çıkarma işlemine yönelik kuralın hatırlatılmasına ilişkin bir öğrenci ile öğretmen arasında geçen matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

829.23 *Ö5: Başka? Toplamada bir yolumuz daha var bunu yaparken size dedim ki 6. sınıfa geldiğimiz zaman bunu kullanacağız çocuklar dedim. Onu çıkarmaya uygulayın. Şimdi nasıl yapıyordum onu? Bu çıkarma yerine toplama olsaydı nasıl yapıyordunuz? (tahtaya $4+\frac{1}{3}$ yazdı). Size bir yol öğretmiştim hatırlayan var mı? (Bazı öğrenciler parmak kaldırıyor)*

829.24 *Mehmet Cem : Toplamadayken 3, üçle biri çarpıyorduk sonra*

829.25 *Ö5: 3 ile 1'imi? (Sınıftan itiraz sesleri yükselir)*

829.26 *Mehmet Cem: 3 ile 4'ü çarpıyoruz sonra*

829.27 *Ö5: Sonra bulduğumuz sonuca bir ekliyoruz. (toplama işlemini göstererek) Peki burada ne yapacağız o zaman?*

Ek 10.3.3.2’nin devamı

829.28 Mehmet Cem: O zaman gene

829.29 Ö5: Çarpacağız sonra

829.30 Mehmet Cem: 1 eksilteceğiz

829.31 Ö5: 1 eksilteceğiz. O zaman (tahtaya yöneldi). 4 çıkarma işlemi 1/3 Önce bunu çarp 3-4, 12. Çıkarma olduğu için biri çıkartıyorum 12'den 1'i çıkarıyorum 11. Paydayı aynen alıyorum.

Yukarıdaki söylem öbeğinden, öğretmenin tam sayı ile kesirli bir sayının toplanılmasına ilişkin kuralın hatırlanarak çıkarma işlemine nasıl uyarlandığına ilişkin matematiksel söylemlerin oluştuğu anlaşılmaktadır. Ö5 kodlu öğretmenin 23 nolu satırdaki söylemi incelendiğinde toplama işlemi ile ilişkilendirmek için tahtaya $4+\frac{1}{3}$ yazdığı görülmektedir

Ek 10.3.3.2. Soru/Problem Çözümününde Somutlaştırma Yapılarak Kuralların Hatırlatılmasına Yönelik Matematiksel Söylemler

S.S.N. Matematiksel Söylem

1120.9 Ö6: Söyle bakalım bana toplama kuralını.

1120.10 Osman: Nasıl desem şimdi?

1120.11 Ö6: Nasıl nasıl desem şimdi adın ne? Senin adın ne?

1120.12 Osman: Osman

1120.13 Ö6: Soyadın ne?

1120.14 (Öğrencinin konuşması çok kısık sesli anlaşılmıyor)

1120.15 Ö6: Hangi sınıfta okuyorsun?

1120.16 Osman: 6A.

1120.17 Ö6: Nerede oturuyorsun?

1120.18 Osman: Akçabat

1120.19 Ö6: Bildiğin soruları nasıl cevap veriyorsun? Demek ki bu kuralı iyi bilmiyorsun ki cevap veremiyorsun, tamam mı? Sen bu kuralı evde çalış Osman. Evet tekrar yapalım. Eksi 6 eksi 11 daha 6 metre daldım 11 metre daha daldım gene aşağıdayım. Toplamda kaç metre dalmış oldum?

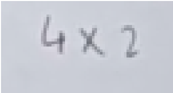
1120.20 Osman: Eksi 17

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, öğretmen kuralı hatırlamayan bir öğrenciye somutlaştırma yaparak hatırlatma yaptığı görülmektedir. Öğretmenin 11, 13,15 ve 17 nolu satırlarda sınıftan örnek vererek somutlaştırma yaptığı; 19 nolu satırda da “Eksi 6 eksi 11 daha 6 metre **daldım** 11 metre daha **daldım gene aşağıdayım**” söylemiyle denizen dibinden örnek vererek somutlaştırma yaptığı görülmektedir.

Ek 10.3.3.3. Soru/Problem Çözümünde Yanlışa Dönüt Vermeye İlişkin Matematiksel Söylemler

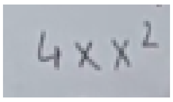
1194.3 Ö2: 4x kare eksi 2

1194.4 Ali: (tahtada yanlış yazdı)



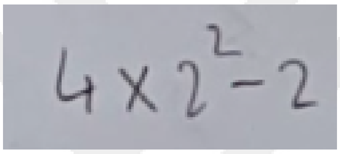
1194.5 Ö2: x kare. x'in üzerine kare. Bilmiyor musun üslü sayıları? x'in üzerine 2

1194.6 Ali: (Öğrenci bir dakika işareti yapıp kitabına baktı ama yine yanlış yazdı)



1194.7 Ö2: Şişt bir dakika. Oooo sil şunu

1194.8 Ali: (tekrar yanlış yazdı; sınıfta gülüşmeler olur devamında uğultulu konuşmalar var)



1194.9 Ö2: Çocuklar bakın bu tip sorularda sıra önemlidir. Çünkü sıraya uymazsanız burada bölmeler çıkacak karşınıza çıkarmalar çıkacak. Yanlış yapmış olursunuz o nedenle işlemleri pratik gidin de yanlış yapmayın. (Ali'nin yaptığını silerek) Ne var şurda en başta 4. Yazar mısın 4'ü? Şuraya şuraya…

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, Ali'nin cebirsel ifadeyi yazamamasına ilişkin doğrudan dönüt verilmektedir. Öğrencilerin yaptığı kavramsal hatalarda ise öğretmenin yanlışın nedenini daha çok sorduğu ve öğrencilerin matematiksel fikirlere ulaşmasını sağladığı söylenebilir

Daire diliminin alanı verilip yarıçapın bulunmasına yönelik matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

1489.26 Ö1: Şimdi Burcu dedi ki r'yi bulmak için 16'yı ikiye böleriz. Katılıyor musunuz? (r^2=16 denkleminden bahsediyor)

1489.27 Sınıf: Hayır.

1489.28 Ö1: Kare karşıya atılan bir şey midir?

1489.29 (Sınıfta Uğultulu konuşmalar var)

1489.30 Ö1: Ne yapıyoruz r kareyi iki parçaya ayırıyoruz. r çarpı r

1489.31 Burcu:(öğretmenin söylediğini yazmaya başladı)

1489.32 Ö1: r çarpı r. Burcu bu r'lerin yerine aynı iki sayı gelecek ve çarpıldığında 16 yapacak. Kim o? Mesela 8 olsa 8 çarpı 8 64.

1489.33 Burcu: ıı, 8 değil

1489.34 Ö1: 8 olmaz.

1489.35 Burcu: 4.

1489.36 Ö1: 4. O zaman bir tane yarıçapım 4. Şuraya yazabilirsin direkt. Burcu anladın mı ?

1489.37 Burcu: (yüz ifadesiyle cevap verdi)

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, üslü sayılı bir denklemde kuvvetin kat gibi düşünülmemesine yönelik matematiksel söylemlerin oluştuğu söylenebilir. Öğretmenin, Burcu'nun kavramsal hatasına dönüt vermesinin yanında sınıftaki diğer öğrencilerin de bu yanlışı fark etmelerini sağlamaktadır. Daha sonraki satırlarda Burcu'ya daha çok dönüt vererek yanlış cevaptan doğru cevaba ulaşarak matematiksel fikirlere ulaşıldığı görülmektedir

Ek 10.3.3.3. Soru/Problem Çözümünde İşlemi/Kelimeyi Anlamlandırmaya Yönelik Matematiksel Söylemler

636.7 Ö3: 5000 lira senin sen 5000 lira yı gidiyosun bankaya yatırıyorsun

636.8 Serhat: Onu anladım

636.9 Ö3: 5le 12 yi çarptım 60 mış bide sıfırım var 600tl faiz getiriyo bu ne demek yani senin parana 1 yılın sonunda 600tl ekleniyor .

636.10 Serhat:hımm

636.11 Ö3: Yani sen bankadan parayı 5600 tl olarak alıyorsun

636.12 Nazlı: Vay bee öğretmenim faiz zarar gibi değilmi ?

636.13 Ö3: Zarar gibi değil hayır

636.14 Musa: Tamam tamam doğru

636.15 Serhat: Ama bankada olduğu zaman

636.16 Ö3: Ya burda biraz kâra geçmiş oluyosun senin bankanın

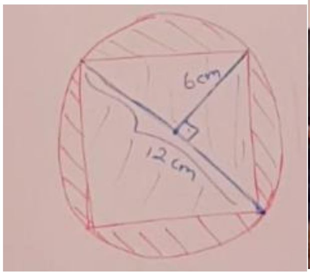
636.17 Serhat: Bankadan aldığımız zaman

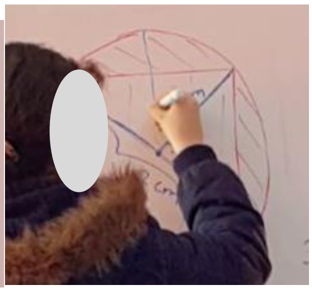
636.18 Ö3: 5600 tl, hayır banka senin 1 yıl boyunca paranı kullanıyor, işletiyor onu farklı şekilde işletiyor

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, işlem sonucunda bulunan 600 TL nin ne anlama geldiğine ilişkin matematiksel söylemler oluşmaktadır. Anlamlandırma yoluyla faizin kâr gibi de düşünülebileceği görülmektedir. Nazlı'nın söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Sayısal değerlerin anlamlaştırılmasına ilaveten soru çözümündeki işlem yollarının da anlamlaştırıldığı görülmüştür

Ek 10.3.3.3. Soru/Problem Çözümünd Aşırı Genellemeye İlişkin Matematiksel Söylemler

1463.5 Betül: Öğretmenim burası 6 cm ya (farklı bir yarıçap çiziyor)





1463.6 Ö3: Evet

1463.7 Betül: Şurası da nasıl 6 cm oluyor (tahtada yazılı olan 6 cm yi göstererek)

1463.8 Ö3: Niye ki? Orası da yarı çap

1463.9 Betül: Çizdiği yerin bir kısmını göstererek

1463.10 Ö3: Hayır hayır köşegen, köşegen şeklinde (soru üzerinde köşegeni göstererek) bu da yarıçap. Bunun merkez olduğunu düşün bu da yarı çap bu da yarı çap

1463.11 Betül: Ama karenin ortasından bölmüyor mu zaten

1463.12 Ö3: Ortası hıı

1463.13 Betül: O zaman aynı uzunukta olmuyor mu

1463.14 Ö3: Hayır hayır asla eşit değildir şunla şu (yarıçap) birbirine eşit değildir, Şununla şu eşit olamaz.

1463.15 Betül: Ama karenin ortasına geliyor

1463.16 Ö3: Olsun bu köşegenle, karenin kenar uzunluğu birbirine eşit olamaz zaten. Bu karenin kenar uzunluğunun yarısı, bu köşegenin yarısı eşit olmaz zaten

Yukarıdaki söylem öbeğinden, Betül'ün öncelikle karenin köşegenlerinden çizilen yarıçapları anlamadığı söylenebilir. Daha sonra da merkezden kareyi ortalayan doğru parçasının neden yarıçap olmadığını sorduğu görülmektedir. Öğretmenin ise Betül'ün gösterdiği doğru parçasının yarıçap olmadığını çok kesin bir ifadeyle dile getirdiği görülmektedir. 14 numaralı satırda öğretmen Betül'ün bahsettiği doğru parçasını gösterdiği; Betül de yarıçapı gösterdiği anlaşılmaktadır. Öğretmeninin bu satırdaki söyleminde eşit olmayacağını ifade eden çok kesin ifadelerinin olduğu söylenebilir. Ayrıca öğretmen 16 nolu satırda karenin kenar uzunluğunun yarısı ile yarıçapın birbirine eşit olmayacağını söyleyerek matematiksel fikirlere ulaşıldığı söylenebilir.

Ek 10.4.1.2. Günlük Hayattan ve sınıftan Örnek Vermeye İlişkin Matematiksel Söylemler

13.10 Ö3: Biz kendi günlük yaşantımızda bireysel yaşantımızda, bir yere gidiyoruz ve bir konum belirliyoruz. Nerde yaparız bunu

13.11 Taha: Öğretmenim bir yerler var ya, böyle kare kare, oradan ben nerde oturduğumu belirleyebilirim.

13.12 Ö3: (başıyla onaylayarak) Sınıf içerisindeki konumu belirleyebilir. Mesela isim verebiliriz ne diyelim mesela (kapının yanındaki sıraya yönelerek) mesela şu sıraya A sırası, şu sıraya B sırası, C sırası, D sırası, E sırası, F sırası (pencerenin yanındaki sıraya gelerek) o zaman burası, F sırasının ikinci(tahtaya yönelerek) o zaman Taha nın yeri için şöyle diyebilir miyiz? Taha F de 2 de oturuyor mesela (tahtaya Taha (F,2) yazarak)bu şekilde gösterebilir miyiz? Bakın Taha nın konumunu belirledim.

13.13 Ö3: Mesela kimin konumunu söyleyelim, Zeynep sen kendi konumunu söyle.

13.14 Zeynep: Oradan (kapı tarafını göstererek) başlıyor değil mi?

13.15 Ö3: Evet, A,B,C,D,E,F.

13.16 Zeynep: C nin 3 ü.

13.17 Ö3: Evet, Zeynep in konumu C3. evet, Ahmet söyle konumunu?

13.18 Ahmet: B nin 4 ü

13.19 Ö3: B4, peki bunu biz başka nerde yaparız, nerede kullanırız? Mesela sınıf ortamında bunu oluşturduk, konumu belirledik.

13.20 Beyza: Sinemalarda

13.21 Ö3: Sinemalarda değil mi? Bilet alıyorsunuz yerinizi nasıl buluyorsunuz?

13.22 İrem: Aaa evet, uçaklarda da var.

Yukarıdaki 13 nolu Öğrenci-Öğrenci söylem tipindeki örnekten görüldüğü üzere, matematiksel terminolojiye yönelik matematiksel düşünceler açıklanırken öğretmenin sınıftan örnek vermesiyle diğer öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı görülmektedir. Öğretmen, Taha' nın söyleminden sonra konum kavramının öğrencilerin zihninde canlanması için 12 nolu satırdaki söyleminde konumla ilgili sınıftan örnek vermiştir. Bu söylemden daha sonra 14,16 ve 18 nolu satırlarda matematiksel terminolojiye yönelik sınıftan örnek vermeye ilişkin öğrencilerin söylemleri matematiksel düşüncelerin açıklandığı söylenebilir. Ayrıca öğretmenin 19 numaralı söyleminde matematiksel terminoloji hakkında sınıftan örnek verilmesiyle günlük yaşamdan örnek vermeye geçiş yapıldığı görülmektedir.

Ek 10.4.1.2. Terimin Ne/Nasıl Bir Şey Olduğunun Tarif Edilmesine Yönelik Matematiksel Söylemler

Veri işleme öğrenme alanına ait sıklık tablosunun ne olduğuna ilişkin başka matematiksel söylemler aşağıda verilmiştir.

S.S.N.	*Matematiksel Söylem*
90.7	*Ö5: Eray, nedir bunlar? Sıklık tablosu ne? Çetele tablosu ne?*
90.8	*Eray: Çetele tablosunda çubuklar var.*
90.9	*Ö5: Çubuklar çiziyoruz.*
90.10	*Eray: Sıklık tablosu da*
90.11	*Ö5: Sayıları yazıyoruz, ordaki...*
90.12	*Duru: Çetele tablosunda böyle 4 tane çizik oluyor ortasında da bir tane oluyor.*
90.13	*Ö5: 4 çizik oluyor, ortasını da çizdiğimizde bu neyi gösteriyor?*
90.14	*Sınıf: 5*
90.15	*Ö5: 5 i gösteriyor. Ordan daha devam etmiyoruz, tekrar 5 ten sonra devam ediyorsan 1 tane daha çubuk çiziyoruz.*
90.16	*Duru: Sıklık tablosu da oraya ne kadar çubuk çizdiysek onları gösteriyor*
90.17	*Ayşe: Sayıları*
90.18	*Ö5: Sayısını yazıyoruz.*
90.19	*Gülay: Çetele tablosunda 5 i gösteren bir çizgilerden oluşturduğumuzda, örüntü gibi bir şey var. Sıklık tablosunda ise şey, ıı, bir işin ne kadar çok yapıldığını gösteriyor ama altta bir azı da olabilir öğretmenim. Bir gösterge iki şeyi gösterir gibi falan...*
90.20	*Murat: O başka bir şey.*
90.21	*(Sınıftan 'başka bir şey gibi' anlaşılamayan karışık sesler geldi)*

90 nolu söylem öbeğinden görüldüğü üzere, öğrencilerin sıklık tablosuna ilişkin "çubuk ve "çizgi" lerden oluştuğunu ifade ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin 16, 17 ve 19 nolu satırlardaki matematiksel söylemlerine bakıldığında çubukların ve çizgilerin sayıları temsil ettiğini dile getirdikleri görülmüştür.

Ek 10.4.1.2. Terimin Yapısına Yönelik Matematiksel Söylemler

Açının kollarının uzatılmasıyla açı ölçünün yapısına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

762.7 Gökhan: Öğretmenim bence şimdi B noktasına yakın olan daha küçük bir aralık var hem de gittikçe açı büyüyor büyüyor büyüyor

762.8 Ö1: Açı gittikçe büyüyebilir.

762.9 Mehmet: Hocam bence değişmez nedenini söyleyeyim.Çünkü hocam onun kolları hep gidiyor yani uzamasının bir anlamı yok yani hocam hep iki nokta arasında olduğu için

762.10 Ö1: Hadi (?) Efe sen ne düşünüyorsun?

762.11 Efe: Hocam ben şey diyecektim benim fikrim büyümez de şimdi hani büyüyor ya bence

762.12 Ö1: Görünüş olarak büyüyor.

762.13 Efe: Görünüş olarak büyüyünce belki ıı açı azalıyor da olabilir

762.14 Ö1: Azalıyor da olabilir diyorsun. Nasıl azalabilir

762.15 Efe: Öğretmenim bilmiyorum işte.

762.16 Hüseyin: Dik açıya döner

762.17 Ö1: Mesela

762.18 Efe: Benim kararım değişmez

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi açının kolları büyüdüğünde açı ölçüsünün değişip değişmeyeceğine ilişkin matematiksel düşünceler açıklanmaktadır. 9 nolu satırdaki öğrencinin söyleminde aslında açının kollarının yapısı açıklanmaktadır. Daha sonraki satırlarda da öğrencilerin kendi aralarında açının ölçüsüne ilişkin düşüncelerin açıklandığı görülmektedir. Öğrencilerin birbirlerinin düşüncelerine ilavede bulunulduğu söylenebilir. Hüseyin, Efe nin söylemine ekleme yaparak düşüncesini açıklamaktadır. Buna ilaveten terimin yapısına ilişkin diğer söylemler incelediğinde de, bir öğrencinin ifade ettiği bileşene başka bir öğrenci ekleme-çıkarma yaptığı belirlenmiştir.

Ek 10.4.1.2. Terimin Özelliklerini Belirlemeye Yönelik Matematiksel Söylemler

1801.6 Ö1: Üçgenin pardon şeklin dörtgen 4 kenarlı 2 üçgen sığdı, şeklim beşgen 5 kenarlı içine 3 üçgen sığdı. O zaman hiç çizmeden hiç çizmeden sizce 1 sekizgende tek köşesinden tutarak böyle köşegenler çizsem parçalasam kaç üçgen oluşur? Örüntü var.

1801.7 Ömer: 6

1801.8 Seyit: 7

1801.9 Ö1: Ne oluyor hep çok basit çok basit hep ne çıktı bu kadarcık kişi mi görebildi Sena, hep ne oldu?

1801.10 Sena: Şeyi çıkar, ııı

1801.11 Ö1: Neyi çıkartırız?

1801.12 Sena: Hahah şimdi üçgen

1801.13 Ö1: 3 te 1, 4 te 2, 5 te 3 se, 8 de?

1801.14 Sena: 4 tür.

1801.15 Ö1: 8 de 4 tür

1801.16 Sınıf: Hayır.

1801.17 Sena: Kafam şeye gitti…

1801.18 Ö1: Haa o şöyle yaptı bak 1 2 3 ama buraya düzgün gitmedim ki 5 ten 8 e… (sınıfta karışık sesler var)

1801.19 Nuray: Hayır hocam, başka bir şey yaptı.

1801.20 Hasan: 4 te 2 ise 8 de kaçtır, öyle yaptı. Şöyle mi yaptın orantı kurdun?

1801.21 Sena: Yok ben öyle yapmadım örüntü yaptım.

1801.22 Ö1: Örüntü yaptın ama zıpladığımı gözünden kaçırdın tamam. Kuralı nedir kuralda çok basit minicik küçücük bir işlem farka değer olmayan bir işlem

1801.23 Suat: Denklem

1801.24 Ö1: Hayır, hangi işlem Şevval?

1801.25 Şevval: Sürekli mesela dörtgenin 4 tane köşesi var ıı (sınıf karışık sesler gelir)

1801.26 Ali: Öğretmenim 2 artıyor.

1801.27 Yeşim: Öğretmenim kaç tane olduğunu söylesek?

1801.28 Asım: Kaç tane olduğunu söyleyebiliyoruz?

1801.29 Şevval: 6

1801.30 Ö1: Hangi işlemi yaptın?

1801.31 Şevval: Şu işlemi yaptım ben eee 8 den 2 yi çıkardım.

1801.32 Cemil: Haa sonunda.

1801.33 Şevval: Köşe sayısını buldum.

1801.3 Çetin :+2

1801.35 Ö1: Hep napıyor hep napıyor kenar sayısından?

Ek 10.4.1.2’nin devamı

1801.36 Kayra: 2 çıkartıyor.

1801.37 Fatma: Aynen.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, çokgende bir köşesinden çizilen köşegenle çokgenin kaç tane üçgene ayrıldığının belirlenmektedir. Ayrıca öğrenciler, birbirlerinin nasıl yaptığını anlamaya çalışarak kaç üçgene ayrıldığını belirlemeye çalışmaktadır. Hasan’ın söylemi bu durumu destekler niteliktedir. Üçgen sayısını gösteren formüle öğrencilerin kendi aralarındaki söylemlerle ulaşıldığı görülmektedir. Bu bağlamda bir köşesinden kaç tane üçgenin oluştuğu sayılarak aslında o çokgene ait özelliğin öğrencilerin söylemleriyle belirlendiği görülmektedir.

Ek 10.4.2.2. Görsel Aracıya İlişkin Çizim Kurallarının Sorgulanmasına Yönelik Matematiksel Söylemler

52.48 *Duygu: Peki bir şey sorabilir miyim? Mesela 1,2,3 diye gidiyor ya bunlar. Mesela atalım ki 95 sayısını yapmak istiyoruz biz. Bir de 1den 95 e çok uzun yol gidiyoruz. Peki direkt orijin miydi?*

52.49 *Ö3: Evet*

52.50 *Duygu: Orijin yazdık oraya O harfiyle gösterdik, ondan sonra 94, 95, 96 falan yazdık olur mu?*

52.51 *Can: Ben hiç bir şey anlamadım.*

52.52 *Ö3: Ben de anlamadım sorunu, tekrar edersen.*

52.53 *Yekta: 95 ten başlıyor.*

52.54 *Duygu: Hee, evet evet onu dedim.*

52.55 *Ö3: Şurası mı? (tabloyu göstererek) 95 ten başlasın*

52.56 *Duygu: Yok, hayır. (Duygu yerinden kalkıp göstermek için tahtaya doğru yöneldi) mesela bu grafiğin üzerinde 95 olsa, 95 ten sonra gitse olur mu? (ordinat ekseninde 1 noktasını göstererek).*

52.57 *Gamze: Olur, niye olmasın.*

52.58 *Bulut: Aynı şey . (Sınıftan farklı sesler geldi)*

52.59 *Duygu: Ama, şurası 0 kabul edilmiş ya.*

52.60 *Ö3: Değişen bir şey olmaz. (Tahtaya ikinci bir koordinat sistemi çizdi)yani şurası 0, burası 94, 93.. sen şurda 95 ten başlasın diyorsun. senin grafiğin şöyle gidecek yani. olabilir yani.*

52.61 *Duygu: Hımm, tamam (yerine oturdu)*

52.62 *Can: O zaman 0 a 95 oluyor değil mi?*

52.63 *Ö3: Hıı, evet, 0 a 95 diye olur.*

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi, sayılar daha büyük olduğunda grafiğin nasıl başlayacağı sorgulanmaktadır.

Ek 10.4.2.3. Görsel Aracılar Arasında İlişkilendirilmesine Yönelik Matematiksel Söylemler

47.12 *Ö3: (tahtaya bu konuyla ilgili tablo çizdi) Şimdi çocuklar, burada x ile y arasındaki ilişkiyi bazen hemen görebiliyorsunuz ama bazen hemen göremeyebilirsiniz. Şimdi, ne yapacaksnız mesela? Nasıl yapacaksınız? Biri diğerinden ne kadar fazla ya da,ne kadar eksik ,aynı şey. diğerleninde de var mı? Baktınız, bulamadınız, Bu sefer kat alarak yapıyorsunuz bunu. İşte diyelim k, 2 katı olsa. Mesela şunun 2 katı 0,ama -1 yapmak için ne yapmak lazım?*

47.13 *Çağrı: 2 katından 1 çıkarmak lazım.*

47.14 *Ö3: 1 çıkarmam lazım. Acaba aynı şey diğerlerinde de oluyor mu? 2 katı nedir? 2, 1 çıkardım, 1. 2 katı 4, 1 çıkardım, 2 katı 6,*

47.15 *Buğra: Hımm,*

47.16 *Ö3: 1 çıkardım 5. Yani şöyle dün biraz azcık konuştuğum için şimdi direkt söyledim. Bazen 2 katı olmaycak, neye bakabilirdim, şöyle düşünebilrdim. -1 , 0 ın 1 eksiği değil mi? Acaba 1 in 1 eksiği ne? 0, ama burda sıfır yazmıyor. Demek ki 1 eksiği olmayacak.*

47.17 *Emirhan: Ben şöyle düşündüm öğretmenim. x 0,1,2,3,4 diye gidiyorum her bir artma da . y de 2 şer 2 şer gidiyor, ben öyle buldum.*

47.18 *Ö3: O da olur.*

47.19 *Yasemin: Hocam, örüntü gibi mi?*

47.20 *Ö3: Aynen öyle, örüntü gibi. aynen öyle.*

47.21 *Yasemin: O zaman şöyle mi göstereceğiz, hani geçen sene, n 7 falan yapıyorduk ya.*

47.22 *Ö3: O şekilde bulabilirsin.*

47.23 *Yasemin: Hıı, tamam.*

47.24 *Ö3: Şimdi aslında, Emirhan daha güzel bir noktaya değindi. İşte dedi ya, bu zaten sıraya gidiyor. Örüntünün başlangıcı vardı, 1. adım , 2. adım diye*

47.25 *Çağrı: Hı, kaçar kaçar artar?*

47.26 *Ö3: x in blunduğu yeri, adım sayısı gibi düşünün. y nin bulunduğu yeri de artış olarak düşünebilrisiniz. Artış aynı olduğu zaman, hatırlayın hemen direkt. Mesela, artış 3, 3 ise ise, 3 n diyorduk. 4, 4 ise, 4n, artış 5, 5 ise ise, 5n diyorduk, onun gibi de yapabilirsiniz .Mesela kaç artıyor burada? (çizdiği tabloda işaretlemeler yaparak).*

47.27 *Emirhan: 2*

Yukarıdaki söylem öbeğinde görüldüğü gibi doğrusal grafiğin denkleminin bulunmasında tablodan yararlanılarak ilişkilendirme yapılmaktadır. Çizilen tablo ve grafik arasında ilişki kurulduğu söylenebilir.

Ek 10.4.3.1. Sorunun Anlaşılmasına Yönelik Matematiksel Söylemler

1573.1 Ö1: 5 ne tatlım 2 tane çeyrek ıı çember yapıştırılmış. (Uğultulu konuşmalar var) Başlayalım. Soru cevap şeklinde. Çocuklar O tahtaya çizdiğim şekil kimlerden oluşmuş?

1573.2 Sınıf: Çeyrek dairelerden.

1573.3 Ö1: Kaç tane çeyrek daire ?

1573.4 Sınıf: İki.

1573.5 Ekin: İki daire yarım eder.

1573.6 Ö1: Peki o ah bak şimdi Ekin dedi ki yani yarım eder. (aynı anda farklı cevap ve konuşmalar)

1573.7 Özlem: Hayır

1573.8 Ekin: Hayır ben onu tam olarak dedim.

1573.9 Ö1: O ikisi birleşince bir yarım eder mi?

1573.10 Sınıf: Hayır.

1573.11 Ö1: Çünkü birbirine.

1573.12 Suna: Eşit değiller.

1573.13 Ö1: Eş değiller. Güzel. Pekala, şimdi bu şeklin çevresini istiyor bu bizim bahçemiz olsa çevre için nereleri alırsınız? Bunun çevresi hangi sınır (Öğrenciler parmak kaldırıyor) Biliyorsunuz çevre dediğimiz şey dış hat. Dış çeper. Hücre çeperi gibi düşünün. Dış. (kollarıyla dairesel hareketler çizerek)

1573.14 Ceren: Tekrarlar mısınız?

1573.15 Ö1: Hayatım soru şu. Bu boyalın şeklin çevresini soruluyır ya işte çevresi için analiz etmem lazım kimlere bakacağım yani İlk önce onu bir kaleminizle boyamanız gerekiyor çevre sorularında. Gidip nereyi boyabilirsiniz? Bu şeklin çevresi, dış çeperi, kendinize güvenin yanlış da olabilir. (sınıftan bir çok parmak kalkıyor) İrem gel bakalım.

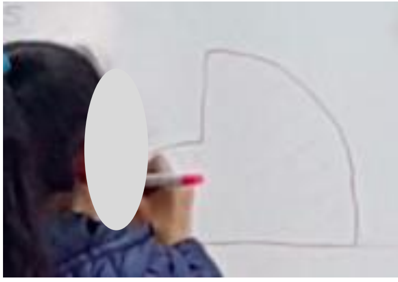
1573.16 (İrem tahtaya kalkar)

1573.17 Ö1: Bir dene dış çeper. Nerelerin uzunluklarını toplayacağım?

1573.18 (İrem şekil üzerinde çizerek çevreyi gösteriyor)

1573.19 Ö1: Evet Düz çizgiyi tamamen aldık.

Ek 10.4.3.1'in devamı

1573.20 

İrem: (çizmeye devam ediyor)

1573.21 *Ö1: Büyük çember ıı büyük çeyrek çemberin yayını aldık. Harikasın. Aynen. Katılıyor musunuz?*

1573.22 *Sınıf : Aynen.*

1573.23 *Ö1: Pekala şimdi hesaplaması çok kolay olanlar var. Mesela şu doğru parçalarını aradan çıkaralım mı?*

1573.24 *Yasemin: Evet.*

1573.25 *Ömer: İkiye dört. (sırasıyla çeyrek çemberin yarıçaplarını söylüyor)*

1573.26 *Mustafa: Ama hocam, pi re kare (cümlesinin devamını getirmedi)*

1573.27 *Ö1: Şurası, Şurası (Çemberlerin yarı çaplarını işaretleyecek) iki birim. Şu uzunluk.*

1573.28 *Altay: Dört.*

1573.29 *Ö1. (Sınıf içinde çözüme yönelik karışık sesler geliyor) Dört birim pekala. Peki şu parça?*

1573.30 *Özge: Orası da İki.*

1573.31 *Ö1: Katılıyor musunuz?*

1573.32 *Sınıf: Evet.*

1573.33 *Ö1: Nerden bulduk bu ikiyi? (Farklı cevaplar uğultulu bir şekilde geliyor)*

1573.34 *Altay: Kare*

1573.35 *Ö1:Hıı burda kare verilmiş. Kare olmasaydı*

1573.36 *Muhammed: Öğretmenim (Söz istiyor)*

1573.37 *Ö1: Efendim Muhammed*

1573.38 *Muhammed: Öğretmenim şu aşağısı 4 değil mi?*

1573.39 *Ö1: Şurası 4.*

1573.40 *Muhammed: Evet. Öğretmenim onu yatırsak eklesek onu ıı bölsek 2 ediyor.*

1573.41 *Ö1: Diklesek ortadan bölsek ama bana daha teknik konuşursak Bu su merkez bu dört birim ne yani o zaman? (Öğrenciler parmak kaldırarak söz istiyor) Daha teknik konuşalım. Emirhan konuşabilecek misin?*

1573.42 *Emirhan : Iı Küçük çeyrek dairenin yarı çapı iki ise diğer yarı çapı da iki.*

1573.43 *Ö1: Şurası mı?*

1573.44 *Emirhan: Evet. Ora iki. Iı büyüğün yarı çapı 4 olduğu için diğeri de 4 olacak oraya da 2 kalıyor.*

Ek 10.4.3.1'in devamı

1573.45 Ö1: Burası da 4. 2 yi çıkardık. Say yukarı.

Yukarıdaki söylem öbeğinden, sorunun anlaşılması için sorular sorulduğu ve öğrencilerin cevaplarına göre yönlendirmeler yapıldığı görülmektedir. Sorunun anlaşılmasına yönelik birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel söyleme katıldığı belirlenmiştir.

Ek 10.4.3.2. Soru/Problem Çözümünde Farklı Çözüm Yollarının Üretilmesine Yönelik Matematiksel Söylemler

1433.4 Funda: 7x-2 cebirsel ifadesinin x=25 için değeri kaçtır ? Denizli (şıkkı söylüyor) 173

1433.5 Hakan: Evet doğru .

1433.6 Müge: Öğretmenim şöyle bir kolaylığı var bulmak için 7 ile 25 çarpılıyor son rakamı 35 ten 5 çıkıyor son rakamı 2 de çıkarttığında 3 son rakamı burda

1433.7 Serdar: Eee zaten öyle yapmadın mı?

1433.8 Müge: Ordan kolay yapılıyor.

1433.9 Ö2: Güzel bir dakika bir dakika, eğer ters cevaplardan giderek çok güzel bir şey yol bulunur,evet bakın bakın diyor ki arkadaşınız ben 5 le 7 yi çarptığımız zaman 5 in katı olacak yani 5 le 7 di çarptığımız zaman önemli değil ne olduğu son rakamı 5 olacak. Doğru ama şöyle 5 oluyor sonu eğer çift sayıysa şu (sorudaki) 7, o zaman 0 olur

1433.10 Müge: Evet o çift sayı olduğu için öyle olur.

1433.11 Ö2: Şimdi diyor ki burda 7 var. Ben diyor bunu 5 le çarptığım zaman diyor son rakamı 5 çıkacak diyor. 5 ten de 2 yi çıkardığımda 3 kalır. Son rakamı 3 olacak cevap şıklarında diyor son rakamı üç olan diyor bir tek diyor d şıkkında 173 öyleyse cevap d şıkkı bravo güzel.

1433.12 Metehan: Öğretmenim ben şöyle düşündüm bir sayıyı 5 le veya 0 la çarptığımızda yani burda 5 olduğu için ya 0 ya da 5 çıkar.

1433.13 Ö2: Doğru evet evet .

1433.14 Metehan: Sonra da 2 çıkardığımız zaman ya 8 yada 3, bir de sadece 3 var burda

1433.15 Ö2: Şimdi sen daha genel düşünüyorsun ben onu zaten burda söyledim .

1433.16 Metehan: Ben işlemi yapmadan direkmen yapmaya çalıştım

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, 7x-2 cebirsel ifadesinde x yerine 25 yazıldığında değerini hesaplarken faklı strateji geliştirdikleri ve bu çözüm yolunun daha kolay olduğuna kendilerinin karar verdiği görülmektedir. Bu duruma örnek olabilecek başka matematiksel söylemler aşağıda yer almaktadır.

647.22 Ö3: Bankaya yatırılan para kaç TL dir diyor. Evet düşüncelerinizi alalım?

647.23 Zeynep: Öğretmenim önce hani % ıı aa evet % ıı 0 tam 10 da 8 ıı faiz oranı diyo ya aylık diyor 5 aylıkta kaç % kaç faiz oranının olduğunu bulurum sonra 832'nin o çıkan faiz oranını bulurum yani nekadarı olduğunu. Çıkan faiz oranının 832'nin kaçta kaçı olduğunu bulurum.

647.24 Ö3: Şöyle mi bak bi dakika şimdi senin bir dediklerini yapalım ben şu an şey oldum bak şimdi dedin ki bu % zaten 0 tam 10 da 8 ne demek ?

647.25 Fatma: 8 bölü 1000

Ek 10.4.3.2'nin devamı

647.26 Ö3: 8 bölü 1000 yazaym mı? Direkt çocuklar değil mi 8 bölü 1000?

647.27 Zeynep: Evet.

647.28 Ö3: Sonra ne dedin sen?

647.29 Zeynep: Bunu 5 ile çarpıp,

647.30 Ö3: Bunu 5

647.31 Zeynep: 5'li halini zorunlu

647.32 Ö3: Ha 5 ile çarptım ne oldu 40 bölü 1000 hatta istersen şöyle 0 larını sadeleştiriyim 4 bölü 100 onu buldum.

647.33 Zeynep: Yani 100 de 4 oluyor

647.34 Ö3: Ha bu %4

647.35 Zeynep: Sonra 832 nin %4 nü bulup 832 den çıkarıyorum.

647.36 Emirhan: Olmaz ki

647.37 Ayşegül: Hocam %96 sını bulsak?

647.38 Turgut: Yani evet öyle olabilir.

647.39 Ayşegül : Aynı şey oluyor.

647.40 Ö3: Başka fikri olan? Ya şimdi bir şey söyliyeceğim burdan nasıl devam eder sizce?

647.41 Merve: Şimdi parayı hani yatırdığınız yer ilk bunu bide % ıı 4bölü 100 ile hani topluyoruz ve şey 832 ye oluyo. O zaman bunların ikisinin toplamı 832 verdiğine göre

647.42 Ö3: Şöyle yapalım ilk yatırdığımız para x di

647.43 Merve: Evet

647.44 Ö3: Sen diyorsun ki x sin %4 ünü bulursam bu 5 aylık zaten bak 5 ile çarptığı için direk 5 aylık bu . O yüzden exstradan 5 le çarpmıyoruz yukarıda arkadaşınız (Zeynep ' in söyleminden bahsediyor) 5 ile çarptırdığı için

647.45 Hasan: Öğretmenim neden?

647.46 Ö3: Bak bu, yatırılan paranın ıı faiz miktarını veriyor bize zaten bir de kendisi var. Bunların toplamı bana neyi verecek naparım sonra ?

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi öğretmenin 22 ve 40 nolu satırlardaki "başka fikri olan var mı? düşüncelerinizi alalım" söylemleriyle öğrencilerin düşüncelerini açıklaması için fırsat verdiği söylenebilir. Buna ilaveten öğretmen öğrencilerin söylemlerinin daha iyi anlaşılması için 24, 28 ve 42 nolu satırlarda " şöyle mi bak.. sonra ne dedin, şöyle yapalım ilk yatırdığımız para x di" söylemleri ile öğrencilerin söylemlerinin anlaşılmasına katkıda bulunduğu görülmektedir. Dolayısıyla diğer öğrencilerin de hem öğretmenin söylemlerine hem de birbirlerinin söylemlerine katılarak ya da reddederek farklı çözüm yollarının üretildiği görülmüştür.

Ek 10.4.3.2. Farklı Çözüm Yolunu (Farklı Düşünceler) Üretmeye Yönelik Matematiksel Söylemler

5. sınıflarda *"Mutfak aletleri üreten bir firma, ürünlerini geliştirmek için bir araştırma yapacaktır. Bu araştırmanın yararlı olabilmesi için aşağıda verilnlerden hangisine ya da hangilerlerine soru sormak uygun olur? 1) öğretmenlere, 2) doktorlara, 3) ev hanımlarına 4) berberlere"* sorusu üzerine farklı düşüncelerin açıklanmasıyla diğer öğrencilerin de söyleme katılmasına ilişkin matematiksel söylemler aşağıda verilmektedir.

S.S.N.	*Matematiksel Söylemler*
95.10	*Sıla: Öğretmenim bence, doktorlara ve aşçılara sorabiliriz.*
95.11	*Ö5: Doktorlara ve aşçılara diyor, arkadaşınız.*
95.12	*Hilal: Hayır.*
95.13	*Ö5: Hayır, diyor arkadaşınız.*
95.14	*Hilal: Bence ev hanımlarına ve aşçılara.*
95.15	*Ö5: Ev hanımlarına ve aşçılara.*
95.16	*Mert: Doktorlara niye sorsun ki, ev aletini*
95.17	*Sıla:Sağlık açısından sorabilir*
95.18	*Ö5: Ama geliştirmek istiyor diyor, sağlık açısını demiyor ki, mutfak aletlerini geliştimek istiyor diyor. Doktorla ne işimiz olabilir ki bizim?*
95.19	*Esra: Ev hanımlarına ve aşçılara*

95 nolu söylem öbeğinde görüldüğü gibi, 10 nolu satırdaki Sıla'nın söyleminden Sıla' diğer öğrencilerden farklı düşündüğü ve düşüncesinin gerekçesini 17 nolu satırda açıkladığı görülmüştür. Sıla'nın matematiksel düşüncesinin doğru ya da yanlış olmasından daha çok Sıla'nın düşüncesiyle Öğrenci-Öğrenci söylem tipine yön verildiği söylenebilir. Çünkü düşüncesini ifade eden Sıla'ya 14 ve 16 nolu satırlarda farklı öğrencilerin cevap vermesiyle diğer öğrencilerin de matematiksel söyleme katıldığı söylenebilir.

Ek 10.4.3.2. Çözüm Yollarının Tartışılmasılmasına Yönelik Matematiksel Söylemler

1079.3 Emre: Hocam ben 2. örneği (-7)-(+4) bahsediyor) anlamadım ya çıkarıp nasıl daha büyük bir sayı. Topladık mı?

1079.4 Fatih: Hayır hocam.

1079.5 Ö6: Topladık yaa yavrum.

1079.6 Hediye: Hocam ikinci örnekte normal eksi yaparsak ne çıkarsak ne çıkıyor?

1079.7 Ö6: (tahtadaki işlemi göstererek)

1079.8 Hediye: Normal hocam normal yaparsak işte? Nasıl ki sonuç 11 çıkıyor

1079.9 Cemal: Artı var hocam

1079.10 Ö6: Eksi artı geri dön diyor. Dört adım geri dön diyor.

1079.11 Özden: Tamam toplama işlemine göre tersi.

1079.12 Ö6: Eksiye gidebilirsin dört adım geri dön diyor.

1079.13 Yaren: Öğretmen toplama işlemine çevirip yapıyor. (soru soran arkadaşına bakarak)

1079.14 Hediye: Çevirmeden diyorum

1079.15 Yaren: hııı

1079.16 Zafer: şu Artı 4'ü eksi 4 yapmazsak çevap eksi 3 olmuyor mu?

1079.17 Ö6: Olmaz. Çünkü iki işaret var bak burada geriye dön diyor.

Yukarıdaki söylem öbeğinden öğrencilerin tam sayılrda çıkarma işlemi yaparken çıkarma işleminin toplama işlemini olduğunu anladığı ancak ikinci tam sayının neden işaretinin değiştiğini tartıştıkları görülmektedir.

Ek 10.4.3.2. Çözüm Yolunu Tartışılmasına Yönelik Matematiksel Söylemler

1167.4 Dilek: Öğretmenim x burada değişken

1167.5 Ö2: Evet.

1167.6 Dilek: Peki sabit olan hangisi, var mı?

1167.7 Ö2: Kızım x burada değişken. x'in bir değerini verirsin bulursun ama sabit olanı (x in değişmeyeceği değeri kastediyor) denklemde olur denklemde.

1167.8 Dilek: Hıı.

1167.9 Ö2: Denklemde. Şimdi denklemde de eşitlik olur. O cebirsel ifadeye eşittir diyelim ki 10 dersin, tamam mı? Ondan sonra x'in bir değerini bulursun.

1167.10 Kağan: Öğretmenim 9 mu? Yok 10.

1167.11 Ö2: 9 olmaz.

1167.12 Nilay: 30 olur.

1167.13 Ecem: Bulamazsın ki o zaman.

1167.14 Yavuz: Evet.

Yukarıdaki söylem öbeğinden görüldüğü gibi, Dilek cebirsel ifadedeki x değerinin hesaplanmasına yönelik soru sorduğu x in ne zaman sabit bir değer alacağını merak ettiği görülmektedir. Ö2 kodlu öğretmen eşitliğin diğer tarafında da bir sayı olduğunda da x değerinin değişmeyen bir değer olacağını ifade ederek Dilek'e açıklama yapmaktadır. Öğretmen ise 9 nolu satırdaki matematiksel düşünceleri açıklamaya yönelik söylemleri bu durumu destekler niteliktedir. Öğretmenin bu satırdaki açıklamasından sonra diğer öğrencilerin de cebirsel ifadede x değerinin merak edip hesaplamaya çalıştıkları görülmüştür. Bu söylem öbeğinden daha önce söylem öbeklerinde de öğrencilerin x değerini hesaplamaya çalıştıkları görülmüştür. (Gözlem notu, 21.03.2017, Ö2 kodlu öğretmen, 1. Dersi). Öğrencilerin çözüm yolunda merak ettiklerini birlikte çözme yoluna gittikleri söylenebilir.

Ek 10.4.3.3. Hatayı Fark Etmeye Yönelik Matematiksel Söylemler

1817.7 İsmail: Öğretmenim yanlış yapmadım mı?

1817.8 Merve: Doğru yaptı.

1817.9 Ö4: Neresi yanlış ?

1817.10 Aybüke: Anlatmadı öğretmenim.

1817.11 Ö4: Tekerlememize uymuyor mu? Kamil hanımın damda m dm ye camda merhaba merhaba (sınıf da tekerlemeyi söylüyor)

1817.12 Aybüke: Uyuyor.

1817.13 Eylül: Şey şurada (uzunluk ölçüleri ile ilgili çizilen merdiveni kastediyor) dam yazan yere dm olacak.

1817.14 Serhat: Hayır doğru yaptı.

1817.15 Ö4: Şurayı diyorsun (dm nin olduğu basamağı gösterek)

1817.16 Eylül: hıhı o dm ile dam yer değiştirsin

1817.17 Ö4: Bunlar yer mi değiştirsin ama bu (dam) daha büyük bir birim dekametre daha yukarıda.

1817.18 Eylül: Tamam öğretmenim.

Yukarıdaki söylem öbeğinde, yanlış çözüme öğrencilerin birbirine dönüt verdiği ve hatanın fark edildiği görülmektedir. Öğrenciler yanlış çözüme dönüt verirken “doğru yaptı” ve “... olacak” gibi birbirinden farklı söz kalıplarını kullandığı söylenebilir.

Ek 10.4.3.3. Çözüm Yolunu Gözden Geçirmeye Yönelik Matematiksel Söylemler

976.12 Hatice: Öğretmenim buna (Sorudaki noktalı yeri kastediyor)

sadece 4n+1 yazsak olur mu ?

976.13 Gökçen: Ben zaten öyle yaptım

976.14 Ö2: Evet, 4 n+1

976.15 Ali: Öğretmenim 5. adımı buldum ben.

976.516 Ö2: Orda nokta nokta koymuş, o nokta nokta yerien 4n+1 yazmanız yeterli.

Yukarıdaki söylem öbeğinden, Hatice’nin doğru cevap olan örüntüye ilişkin kuralı bulduğu anlaşılmaktadır. Ancak Ali’nin 15 nolu söyleminden doğru cevabı bulup 5. adımı bulduğu da görülmektedir. Ancak bu çözüme gerek olmadığı dile getirilmektedir.

Ek 10.4.3.3. Çözümün Sorgulanmasına Yönelik Matematiksel Söylemler

54.29 Ö3: Yol uzunluğuna ilişkin denklemi çıkarmış olduk, yani şöyle y= 80+0.5x

54.30 Burcu: Toplanmıyor değil mi?

54.31 Ö3: Bu toplanmıyor. 80 km zaten vardı. Her hafta 0,5, 0,5, 0,5... Çünkü şey diyor, söylüyor zaten, hep eşit miktrada çalışılıyor, diyor.

54.32 Fatih: Şu hani, y eşittir diyoruz ya, neden hep ya eşittir diyoruz.

54.33 Ö3: Onu buluyoruz, y uzunluğunu.

54.34 Fatih: Hayır, yani. neden x eşiitir değil de, y eşittirli çıkıyor.

54.35 Ö3: Yani, şöyle onun çok özel bir nedeni yok. Mesela, şu tabloyu bana bu şekilde veriyor. Yani y üstte olsaydı da, x aşağıda olabilirdi, o (bir önceki tablodan göstererek) o zaman da ona göre yapardık.

54.36 Fatih: Ya da bizi, x i soruyor olabilirdi.

54.37 Ö3: Mesela bize bir denklemde her zaman sadece y eşittir olmuyor.x'in de eşit olup, y'ye eşit olduğu denklemler olabiilir. Hani öyle bir sınırlama yok.

54.38 Melda: Ama geneli böyle?

54.39 Ö3: Genelde evet, y eşittir. İlk başta yazdım ya hani size. doğrusal denklem şu şekilde gösterilir diye. İlk başta genel yazdığım. ax+by+c=0 şu denkleme uyduğu sürece, sıkıntı yok aslında. Ama genelde y eşittir oluyor?

Yukarıdaki 54 nolu söylem öbeğinde, denklemdeki değişkenlerin yordanmasına ilişkin birbirinden farklı öğrencilerin matematiksel fikirlere ulaşmaya yönelik söylemleri görülmektedir. Burcu'nun 29 nolu satırdaki matematiksel söyleminde sabit terimle x'in toplanmadığına ilişkin soru sorarak öğretmenden onay aldığı görülmüştür. Fatih'in 32 ve 34 nolu satırdaki söylemlerine bakıldığında ise y nin neden hep x cinsinden yazıldığını merak ettiği görülmüştür. Daha sonraki söylemlerden olan 38 nolu satırdaki Melda'nın söyleminde denklemlerde y'nin x cinsinden yazılmasının daha genel bir cebirsel ifade olduğunu anladığı görülmektedir

9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ

1986 yılında Ankara' da doğdu. İlk ve ortaöğrenimini Eskişehir' de tamamladı. 2005 yılında kazandığı Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, İlköğretim matematik öğretmenliği programını 2009 yılında tamamladı. Aynı üniversitede 2013 yılında matematik eğitimi alanında yüksek lisansını tamamladı ve aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi, Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi anabilim dalı matematik eğitiminde doktora programına başladı. Aynı zamanda 2012 yılından beri Artvin Çoruh Üniversitesi'nde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

İLETİŞİM BİLGİLERİ

Adres : Artvin Çoruh Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü

E-Posta : sedefcelik@artvin.edu.tr