

TRABZON ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
SINIF ÖĞRETMENLİĞİ EĞİTİMİ BİLİM DALI

**CEBİRSEL AKIL YÜRÜTME UYGULAMALARININ TOPLAMA VE
ÇIKARMA İŞLEMİNDEKİ KAVRAM YANILGILARINA VE
HATALARINA ETKİSİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tuğba ÇIRAKOĞLU

TRABZON
Mayıs, 2020

TRABZON ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
SINIF ÖĞRETMENLİĞİ EĞİTİMİ BİLİM DALI

**CEBİRSEL AKIL YÜRÜTME UYGULAMALARININ TOPLAMA VE
ÇIKARMA İŞLEMİNDEKİ KAVRAM YANILGILARINA VE
HATALARINA ETKİSİ**

Tuğba ÇIRAKOĞLU

**Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nce Yüksek Lisans Unvanı
Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

Tezin Danışmanı
Doç. Dr. Tuba AYDOĞDU İSKENDEROĞLU

TRABZON
Mayıs, 2020

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalardan bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Trabzon Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

Tuğba ÇIRAKOĞLU

29 / 05 / 2020

ÖN SÖZ

“Cebirsel Akıl Yürütme Uygulamalarının Toplama ve Çıkarma İşlemindeki Kavram Yanılgılarına ve Hatalarına Etkisi” adlı çalışma Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı’nda yüksek lisan tezi olarak hazırlanmıştır.

Yüksek lisans ders döneminde ders aldığım ve ders almadığım tüm Trabzon Üniversitesi Eğitim Fakültesi hocalarına öğrencilerine karşı göstermiş oldukları yardımseverlik ve bilgi aktarma isteklerinden dolayı teşekkür ederim. Yüksek lisans ders dönemim ve tez çalışmam boyunca zor günlerimde bana anlayışla yaklaşan, yardıma her ihtiyacım olduğunda yardımını esirgemeyen, hatalarımı, yanlışlarımı, eksiklerimi bıkmadan ve kırmadan belirten danışman hocam Doç. Dr. Tuba AYDOĞDU İSKENDEROĞLU’na teşekkür ederim.

Öğretmen olarak görev yaptığım Zehra Kitapçıoğlu İlkokulu öğretmen arkadaşlarıma araştırmalarımda yaptıkları yardımdan dolayı teşekkür ederim. Özellikle müdürüm Halil BEKAR’a yüksek lisans sürecimin her aşamasında desteklerini ve yardımlarını esirgemediği için teşekkür ederim.

Yüksek lisans yapmamı canı gönülden destekleyen ve her türlü yardımı yapmaktan çekinmeyen eşim Ömer Faruk ÇIRAKOĞLU’na teşekkür ederim.

Mayıs, 2020
Tuğba ÇIRAKOĞLU

İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ.....	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
ÖZET	vii
ABSTRACT	ix
TABLolar LİSTESİ.....	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xiii
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xiv
1. GİRİŞ.....	1
1. 1. Araştırmanın Amacı.....	4
1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi.....	5
1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları	9
1. 4. Araştırmanın Varsayımları	9
2. LİTERATÜR TARAMASI	10
2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi	10
2. 1. 1. Kavram Nedir?	10
2. 1. 2. Kavram Yanılgısı ve Hata	10
2. 1. 3. Matematiksel Akıl Yürütme	12
2. 1. 4. Cebir ve Aritmetik.....	13
2. 1. 5. Cebirsel Akıl Yürütme	15
2. 1. 6. Cebirsel Akıl Yürütme Uygulamalarının Özellikleri	16
2. 1. 7. Doğal Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemi	17
2. 1. 7. 1. Toplama İşleminin Yapıları	17
2. 1. 7. 2. Çıkarma İşleminin Yapıları.....	18
2. 1. 8. Toplama ve Çıkarma İşleminde Kavram Yanılgısı ve Hatalar ile İlgili Yapılan Çalışmalar	18
2. 1. 9. Cebir ile İlgili Yapılan Çalışmalar.....	20
2. 2. Literatür Taramasının Sonucu	24
3. YÖNTEM	26
3. 1. Araştırma Modeli	26
3. 2. Araştırma Grubu.....	29

3. 3. Veri Toplama Araçları	29
3. 4. Veri Toplama Süreci	31
3. 4. 1. Ön ve Son Test Görüşme Süreci	32
3. 4. 2. Ders Planı ve Uygulama Süreci	32
3. 4. 3. Yapılan Hazırlıklar ve Sınıf Düzeni	36
3. 4. 4. Bir Dersin İşlenişine İlişkin Örnek	42
3. 5. Verilerin Analizi	43
4. BULGULAR	47
4. 1. Yanıtların Analizi	47
4. 2. Kavram Yanılgısı ve Hatalar	73
5. TARTIŞMA	79
5. 1. Toplama İşlemi ile İlgili Olan Kavram Yanılgısı ve Hatalar	79
5. 2. Çıkarma İşlemi ile İlgili Olan Kavram Yanılgısı ve Hatalar	80
5. 3. Hem Toplama İşlemi Hem Çıkarma İşlemi ile İlgili Olan Kavram Yanılgısı ve Hatalar	81
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	86
6. 1. Sonuçlar	86
6. 2. Öneriler	87
6. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler	87
6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler	88
7. KAYNAKLAR	89
8. EKLER	96
9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ	129

ÖZET

Cebirsel Akıl Yürütme Uygulamalarının Toplama ve Çıkarma İşlemindeki Kavram Yanılgılarına ve Hatalarına Etkisi

Bu araştırmanın amacı ilkokul 2. sınıfta cebirsel akıl yürütme uygulamalarının toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanılgılarını gidermeye etkisini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki alt problemler belirlenmiştir.

1. İlkokul 2.sınıf öğrencilerinin toplama işleminde ön-son testte kavram yanılgısı ve hataları nelerdir?
2. İlkokul 2.sınıf öğrencilerinin çıkarma işleminde ön-son testte kavram yanılgısı ve hataları nelerdir?
3. Cebirsel akıl yürütme uygulamalarının kavram yanılgılarını ve hatalarını gidermede etkisi nedir?

Araştırma nicel araştırma yaklaşımlarından tek gruplu ön test- son test zayıf deneysel desen ile yürütülmüştür. Araştırmada veri toplama aracı olarak ön-son test kullanılmıştır. Bu test uzman görüşü alınarak araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile hazırlanmış ders planları da araştırmacı tarafından planlanmış, uzman görüşleri alındıktan sonra araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Bu süreç sırasıyla ön test görüşmeleri- uygulama- son test görüşmeleri olarak gerçekleşmiştir. Araştırmanın verileri soru bazında kategori edilerek frekansları belirlenmiştir. Bu aşamada içerik analizi kullanılmıştır. Deneysel çalışmanın etkililiği Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi ile gösterilmiştir.

Araştırmanın sonucunda cebirsel akıl yürütme uygulamalarının kavram yanılgılarının giderilmesinde etkili olduğu görülmüştür. Öğrencilerle yapılan görüşmeler sonunda 14 türlü kavram yanılgısı ve hata kodlanmıştır. Belirlenen en yaygın kavram yanılgısı eşitlik kavramına yönelik olmuştur. Ön-son test görüşmelerinin karşılaştırılmasına göre en fazla etkili olan kavram yanılgısı ve hata matematiksel işlemin yazılışı olmuştur. Cebirsel akıl yürütme uygulamaları kapsamında kullanılan materyaller, yapılan etkinlikler ve olumlu sınıf atmosferinin araştırmanın sonucunu olumlu etkilediği görülmüştür. Sonuçlara göre bir kısım öğrencinin kavram yanılgısı ve hatalarının düzelmediği görülmüştür. Bu sonuca dayanarak öğrencilerin genel matematik seviyelerine göre kavram yanılgısı ve hataların

giderilme oranının araştırılması önerilmiştir. Cebirsel akıl yürütme uygulamalarının ve farklı materyal ve etkinliklerin müfredatımızda yer alması önerilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Cebirsel Akıl Yürütme, Toplama İşlemi, Çıkarma İşlemi, Kavram Yanılgısı ve Hata



ABSTRACT

The Effect of Algebraic Reasoning Applications on Misconceptions and Mistakes in Addition and Subtraction

The aim of this study is to examine the effect of algebraic reasoning applications on eliminating misconceptions in addition and subtraction in 2nd Grade Primary school. To reach this aim, the subproblems below have been identified.

1. What are the misconceptions and mistakes of 2nd Grade Primary school students in addition in the pretest and post tense?
2. What are the misconceptions and mistakes of 2nd Grade Primary school students in subtraction in the pretest and post tense?
3. What is the effect of algebraic reasoning applications on eliminating misconceptions and mistakes?

In the study, single-group pre-test and post-test poor experimental pattern, which is one of the qualitative research methods, was used. In the study pretests were used to collect data. This test was created by the researcher with the help of a professional. Teaching plans including applications of algebraic reasoning was also planned and applied by the researcher in accordance with an expert's opinion. The process was carried through as, pretest interview -application- and final test interview, respectively. The data collected from the research was categorized in terms of questions and the frequencies were determined. At this stage content analysis was used. The effectiveness of this experimental study was shown by Wilcoxon Signed-Rank Test.

The result of the research shows that the algebraic reasoning applications are effective on eliminating misconceptions in addition and subtraction. Interviews with the students revealed 14 different misconceptions and mistakes. Most common misconception was oriented towards the concept of equality. According to the comparison of pre and final interviews the most effective mistake and misconception was expressing mathematical calculations in a written form. Materials used in the scope of algebraic reasoning applications, the activities performed and the good mood of the class affected the research in a positive way. Results show that some student's mistakes and misconceptions didn't improve. As a result of this, it is suggested to research the rate of elimination of misconceptions in accordance with the students' overall mathematical level.

It is suggested that applications, different materials and activities on algebraic reasoning to take their place in our curriculum.

Keywords: Algebraic Reasoning, Addition, Subtraction, Misconception and Mistake



TABLolar LİSTESİ

<u>Tablo No</u>	<u>Tablo Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Sınıf Düzeylerinde Verilen Kavram Sayısı	6
2.	Araştırmanın Deneysel Deseni.....	27
3.	Test Sorularının Araştırdığı Kavram Yanılgısı ve Hata	30
4.	Toplama ve Çıkarma İşlemi Ders Planı Süre Çizelgesi	33
5.	Birinci Soruya Verilen Yanıtların Doğruluk-Yanlışlık Durumu.....	47
6.	Öğrencilerin “9 + 8 = 17 – 7” İfadesine Verdikleri Yanıtlar	48
7.	Öğrencilerin “9 + 8 = 17 – 7” İfadesine Verdikleri Yanıtların Kategorisi.....	48
8.	İkinci Soruya Verilen Yanıtların Doğruluk-Yanlışlık Durumu	51
9.	Öğrencilerin “5+4=4+5” İfadesine Verdikleri Yanıtlar	51
10.	Öğrencilerin “5+4=4+5” İfadesine Verdikleri Yanıtların Kategorisi.....	52
11.	Birinci ve İkinci Soruya Ait Sembol Okuma Hatası	54
12.	“İki Arkadaş Ellerindeki Misketleri Birleştirence 15 Misketleri Olmuştur. Her Birinin Ellerindeki Misketleri Tahmin Edelim. Çocukların Ellerindeki Misket Sayısı Kaç Olamaz?” Sorusuna Ait Yanıtların Kategorisi.....	55
13.	“10 Sayısı ile 7 Sayısını Toplarsam 17 eder.” ve “16 Sayısından 4 Sayısını Çıkarırsam 12 eder.” Cümlelerinin Matematik İşlemini Yazın (Alt Alta ve Yan Yana). Sorusuna Verilen Yanıtlar	57
14.	Matematiksel Cümle Yazımının Kategorisi	58
15.	Toplama ve Çıkarma İşlemi Arasındaki İlişkiyi Kurabilme	60
16.	Altıncı Soruya Verilen Yanıtlar	62
17.	Yedinci Soruya Verilen Yanıtlar.....	63
18.	Çıkarma İşlemi Sonuçları	65
19.	“İkisinin Toplam Kaç Cevizi Vardır?” İfadesine Verilen Yanıtlar	65

<u>Tablo No</u>	<u>Tablo Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
20.	“İkisinin Ceviz Sayılarını Eşitlemek İstersek Ne Yapabiliriz?” İfadesine Verilen Yanıtlar	67
21.	Eşitlemek Ne Demektir?.....	68
22.	“ $17 + \Delta = 17$ ” İfadesine Verilen Yanıt.....	69
23.	Yer Tutucu Olarak Kullanılan Sembollere Bakış	71
24.	Ön ve Son Test Görüşmelerinde Verilen Yanıtlardan Emin Olma	74
25.	Ön-Son Testte Yer Alan Sorularda Tespit Edilen Kavram Yanılgısı Ve Hata	74
26.	Öğrencilerin Sahip Olduğu Kavram Yanılgısı ve Hataların Ön-Son Test Puanları Arasındaki Farkın Anlamlılığını Test Eden Wilcoxon İşaretlenmiş Sıralar Testi Sonuçları	75
27.	Kavram Yanılgısı ve Hata Miktarının Ön-Son Test Görüşmesine Göre Karşılaştırılması	76
28.	Ön Test Görüşmesindeki Yanıtların Sınıflandırılması	77
29.	Son Test Görüşmesindeki Yanıtların Sınıflandırılması	78

ŞEKİLLER LİSTESİ

<u>Şekil No</u>	<u>Şekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Araştırma modeli.....	28
2.	Veri toplama süreci	31
3.	Küme yöntemi ile toplama işlemi yapma	36
4.	Toplamları 10 eden sayıları birlik bloklar ile bulma	37
5.	İkili abaküs ile toplama işlemi yapma	37
6.	Adımlı sayılar düzeneği ile toplama ve çıkarma işlemi yapma	38
7.	Sayı doğrusunda toplama işlemi yapma.....	39
8.	Yüzlük sayı kartında toplama işlemi yapma.....	39
9.	Onluk-birlik düzeneği ile toplama işlemi yapma	40
10.	Parçalara ayırarak çıkarma işlemi yapma.....	40
11.	Sayı terazisi materyalinde eşitlik kavramı.....	41
12.	4. soruya yanlış verilen cevap örnekleri.....	59

KISALTMALAR LİSTESİ

- MEB** : Milli Eğitim Bakanlığı
TDK : Türk Dil Kurumu
GEAAR : Generalizing to Extend Arithmetic to Algebraic Reasoning
KaPAT : Kassel Projesi Cebir Testi
CCSSM : Matematik'te Ortak Program Eyalet Standartları (Common Core State Standards for Mathematics)
MCAS : Massachusetts Kapsamlı Değerlendirme Sistemi (Massachusetts Comprehensive Assessment System)



1. GİRİŞ

Matematik doğanın ve insan yaşamının önemli bir parçasıdır. Astronomide, fizikte, kimyada, coğrafyada, teknolojiye, müzikte, resimde matematik bilimi kullanılır. Matematik, eğitimin de önemli bir parçasıdır. Hangi matematiksel becerilerin hangi yollarla ve nasıl öğrencilere kazandırılacağı, iyi bir matematik eğitiminin amaçlarının ne olacağı değişen dünya koşullarına paralel olarak farklılaşmaktadır.

Eğitimin uygulandığı yerlerden biri okullardır. Okullarda belli planlar, müfredatlar çerçevesinde ders başlıkları altında eğitim ve öğretim gerçekleştirilmektedir. Bu derslerden biri de matematiktir. Matematik dersi deyince akla ilk hesaplamalar yapmak ve hesap yapmayı öğretmek gelebilir. Ancak matematik öğretimi ile problemlere çözüm üretebilen, bağımsız düşünebilen, yaratıcı, olaylardan mantıksal anlam çıkaran, bilgiyi arayan ve bulan bireyler yetiştirilir (Çite, 2016). Matematik günlük hayatımızda sıklıkla yer almaktadır. Matematiğin nerede ve nasıl karşımıza çıkabileceğinin farkında olmamız, karşılaştığımızda nasıl düşünmemiz gerektiğini bilmemiz hayatımızı kolaylaştıracaktır. Öğrencileri hayata hazırlayan okullarda verilen eğitimin de günlük hayat ile bağdaştırılması gerekmektedir. Nitekim Milli Eğitim Bakanlığı matematik öğretim programında matematiğin hayatın bir parçası olduğu, matematiksel düşünmenin gelişmesi için her fırsatın değerlendirilmesi gerektiği belirtilmiştir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018).

Değişen zaman koşullarına paralel olarak matematik öğretiminde farklı konu başlıklarında araştırmalar yapılmaya başlanmıştır. Öğrencilerde gözlenen hesaplama zorlukları, kavramların bilimsel anlamının dışında anlamlarla algılanması, matematik dersinde görülen genel başarısızlık çeşitli araştırmaların nedeni olmuştur. Matematikte çocuğun sayıları ve sembolleri anlayış biçimi, soruyu yorumlayışı, akıl yürütmesi, anlamada zorluk yaşama nedenleri, sayı duygusu kazanımı, matematiğe karşı tutum ve nedenleri, öğretim yöntemlerinin etkililiği gibi konular matematik eğitiminde araştırılan konulardan olmuştur. Şüphesiz yapılan çalışmalar beraberinde eğitim alanında değişiklikleri getirmiştir.

Ülkemizde Matematik Öğretim Programı zaman zaman değişmiş zaman zaman güncellenmiştir. Araştırmanın yürütüldüğü 2018 yılında geçerli olan 2018 Matematik Öğretim Programı ile bu programdan önce kullanılan 2015 ve bir önceki 2009 Matematik Öğretim Programı karşılaştırıldığında değişim görülebilmektedir. 2009 yılında 1-5.sınıfları kapsayan program 2015 yılından sonra 4+4+4 eğitim sisteminin uygulanmaya başlaması dolayısıyla 1-4. sınıfları kapsamıştır. Öğrenme alanları genel olarak aynı kalmakla birlikte

isim değişikliklerinin yapıldığı görülmektedir. 2009 yılında sayı, geometri, ölçme ve veri olan öğrenme alanları 2015 ve 2018 yıllarında sayı ve işlemler, geometri, ölçme ve veri işleme ismini almıştır. Alt öğrenme alanlarında da yapılan karşılaştırmada ise cebire geçiş kavramı dikkat çekmektedir. 2009 yılında yer almayıp 2015 yılında yer alan bu kavramın 2018 yılında tekrar kaldırıldığı görülmektedir.

Cebir ilkokulda aritmetik, ortaokulda denklem, lisede ise fonksiyon bilgisi ile eğitimde yer alır (Kaya ve Keşan, 2017). Aritmetik ile cebir arasında önemli bir bağ vardır (Akkan, 2009). Cebirde basitçe ileri-geri saymanın ötesinde dört işlem yapılarak cebirsel ifadeler kullanılır (Eski, 2011). Cebirin soyut özelliği nedeni ile öğrenciler, somut işlem döneminden soyut işlem dönemine geçtikleri bu süreçte cebir konusunda zorlanabilirler. Aritmetiğin somutluğundan cebirin soyutluğuna geçiş öğrencilerde karmaşıklığa ve öğrenmede zorluğa neden olabilir. Bu gibi sonuçları sebep göstererek bazı araştırmacılar aritmetikten cebire geçişin sağlıklı olabilmesini ilkokulun ilk yıllarında geliştirilecek cebir becerisine bağlamaktadır (Blanton ve Kaput, 2005; Kaya ve Keşan, 2017, Schifter, 1999). Benzer olarak cebir konusunda öğrencilerin yaşadıkları zorluklar, ortaya koydukları kavram yanlışları ve hatalarının temelinde erken matematik eğitiminde bırakılmış izler olduğu belirtilmektedir (Darley, 2009; Ersoy,1998; Lubinski ve Otto, 2002; Schifter,1999; Vance, 1998). Cebir alanında yaşanan sorunların aritmetik bilgi ve becerisinin edinildiği ilkokul matematik eğitimi süreciyle yakından ilgili olduğu düşünüldüğünden dört işlem bilgi ve becerisinin önemine vurgu yapılmıştır (Akkan, 2009; Gürbüz ve Toprak, 2014). Aritmetik, cebirin bir parçası olarak görüldüğünden aritmetik eğitiminin içerisine cebirsel uygulamaların yerleştirilmesi gerektiği düşünülmektedir (Schliemann vd., 2003). Halen ortaokul ders konusu olarak yer alan cebirin temelleri ilkokulda atılmaktadır. Bu temelin sağlam olması için aritmetik ile cebir arasındaki bağı kurulması gerekmektedir. Akkan, Akkan ve Güven (2017) aritmetik düşünmeyi gerçekleştirilmeden cebirsel düşünmenin beklenmesinin başarısızlıkla sonuçlanacağını belirtmektedirler. Bu bağlamda aritmetik ile cebirin arasındaki bağı kurulabilmesi için öğrencilerde cebirsel düşünme becerisi geliştirilmelidir.

Cebirsel düşünme sembollere yüklenen anlamlarla akıl yürüterek sonuca ulaşmadır (Kaya ve Keşan, 2017). 2015 Matematik Öğretim Programı'nda cebirsel düşünme için "Dört işlem arasındaki ilişkilerin fark edilmesi aynı zamanda erken cebir düşünce yapısının gelişmesini de destekleyecektir. Cebirsel düşüncenin gelişiminin cebir konularının öğretileceği üst kademe seviyesine kadar beklenmeden geliştirilmesi gerekir." ifadesi yer almaktadır (MEB, 2015, s. 11). 2015 matematik öğretim programında cebirsel düşünme becerisinin kazandırılması gerektiği belirtilmiştir (MEB, 2015). Yenilmez ve Teke (2008) cebirsel düşünmenin cebir alt öğrenme alanı ile doğrudan ilişkili olduğunu belirtmektedir.

Cebirsel düşünme becerisine yönelik okul öncesi öğrencilerinden öğretmenlere kadar farklı yaş gruplarında araştırmalar yapılmıştır (Blanton ve Kaput, 2005; Bright, 1999; Ersoy, 1998; Greenes ve Findel, 1999; Russell, 1999; Tang ve Ginsburg, 1999; Witzel Mercer ve Miller, 2003). Yapılan araştırmalarda öğrencilerin cebirsel düşüncelerini sağlayan cebirsel akıl yürütme becerisinde zayıflık, matematik alanında kavram yanlışlarına ve hatalara sahip olma, kusurlu akıl yürütmeye örnekler, farklı çözüm yolları geliştirmede zorluk yaşadıkları saptanmıştır (Ersoy, 1998; Nunes, Braynt, Evans, Gottardis ve Terlektsi, 2015; Stephens, Blanton, Knuth, Isler ve Gardiner, 2015).

Cebirsel düşünme cebirsel akıl yürütme kavramı ile ilişkilidir. Çünkü cebirsel düşünebilmek için akıl yürüterek sonuca ulaşmak gerekir. Blanton ve Kaput (2005) cebirsel akıl yürütme becerilerini destekleyen zihinsel faaliyetleri; genelleştirilmiş aritmetik, işlevsel düşünme, modelleme ve sayılarla işlem yapma olarak ele almıştır. Cebirsel akıl yürütme becerisinin geliştirilmesi için öğrencilerin genelleme yapabilme kabiliyetlerinin geliştirilmesi önemlidir (Blanton ve Kaput, 2005; Johanning, Weber, Heidt, Pearce ve Horner, 2009; Kniach, 2014; Lubinski ve Otto, 2002; Palabıyık, 2010). Öğrencilerin genelleme yapabilme becerisini kullandıkları en yaygın alan örüntülerdir. Yüzlük sayı tablosunda sayıların artış ve azalışını da genelleme yaparak hesaplayabiliriz. Cebirsel akıl yürütme becerisini destekleyen bir diğer düşünme biçimi ise eşitliğin işlevsel düşünülmesidir. Eşitlik sembolünün sonuç hesaplamaktan çok ilişkisel düşünme becerisini geliştirmesi için kullanılan materyaller, sorular, öğretmenlerin soruları ele alışı gibi etmenler işlevsel düşünme becerisini destekleyecektir (Day ve Jones, 1997). Örneğin, $3+5=4+4$ ifadesindeki eşitliğin iki tarafındaki ifadeleri birbiri ile karşılaştırabilme, toplamın değişme özelliğini kullanabilme ve bilinmeyen terimi bulabilme çalışmaları işlevsel düşünme becerisini geliştirebilir (Lubinski ve Otto, 2002). Cebirsel akıl yürütmeyi destekleyen bir diğer beceri ise modelleme ve sayılarla işlem yapabilmektir. Öğrencilerin düşüncelerini organize etmeleri ve fikirlerini farklı temsillerle ifade etmeleri önemlidir (Lubinski ve Otto, 2002; MEB, 2009; Vance, 1998).

Cebirsel akıl yürütme matematiksel akıl yürütmenin konu temelli sınıflandırılmasında yer almaktadır (Umay, 2003). Matematiksel akıl yürütme ise akıl yürütme kavramı içerisinde yer alır (Kaya ve Keşan, 2017). Akıl yürütme kavramı 2015 Matematik Öğretim Programı'nda açıklanarak yer almıştır. Bu açıklamaya göre akıl yürütme matematiksel kavramların derinlemesine anlamlandırılmasını sağlar (MEB, 2015). Matematik öğretiminde kullanılan sınıf içi etkinliklerde terim ve kavramların anlamlarının öğretilmesi önemlidir (Çalıkoğlu-Bali, 2002). Matematiksel kavramların anlamlandırılmaması ya da eksik anlamlandırılması kavram yanlışlığı ve hatalara neden olabilir. Oluşan kavram

yanılgısı ve hatalar ise öğrenilecek bir sonraki konularda zorluklara neden olacaktır (Çite, 2016).

İlkokul matematik dersi kavram yanılgıları içinde aritmetikteki kavram yanılgısı ve hatalar önemli görülmektedir. Çünkü matematik dört işlemden ibaret olmasa da hesaplamanın matematikteki yeri büyüktür. Dört işlemde yaşanan zorluklar ya da aritmetikteki kavram yanılgıları literatürde çeşitli sınıflamalarla yer almaktadır. Dört işlemde yapılan yaygın hataları; sayma hatası, gruplama hatası, gereksiz onluk bozma, işlem yönünü karıştırma, işlemde bilinmeyi bulma, eldeleri işlem sonuna basamak olarak ekleme, sayıları rakam olarak değerlendirme, büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartma, rakamları yan yana yazma, 0 ve 1 kavramları, semboller, basamakları yanlış yere yerleştirme olarak belirtmiştir (Önal ve Aydın, 2018). Toplamada sütunları birbirinden bağımsız olarak düşünme, toplama işleminin özelliklerini çıkarmaya taşıma, bölünenin daima bölünenden küçük olduğunu düşünme, sıfır ile ilgili kavram yanılgıları, daha büyük bir sayı için çarpma daha küçük bir sayı için bölme işlemi yapma başlıkları altında dört işlemdeki kavram yanılgılarını sınıflandırmıştır (Kubanç, 2012). Yapılan literatür taraması sonucunda ilkokul 1 ve 2. sınıf ile yapılan dört işlemdeki kavram yanılgılarına dair çalışmaya rastlanamamıştır. Buna bağlı olarak eldeli toplama işlemi gerektirmeyen toplama işlemlerinde ve onluk bozma gerektirmeyen çıkarma işlemlerinde ne gibi kavram yanılgılarının oluşabileceği, toplama ve çıkarma işlemindeki kavram, sembol ve terimlerin anlamına yönelik ne gibi kavram yanılgılarının olabileceği araştırılmak istenmiştir.

Bu çalışmada 2. sınıf öğrencilerine yönelik hazırlanan cebirsel akıl yürütme uygulamalarının toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanılgısı ve hataları gidermedeki etkisi tespit edilmek istenmiştir. Buna bağlı olarak araştırmanın bir diğer amacı da ilkokul 2. sınıf öğrencilerinin toplama ve çıkarma işlemindeki sahip oldukları kavram yanılgısı ve hataları tespit etmektir. Çalışmanın sonucunda elde edilen bulgular ile ilkokul matematik dersi öğretim programına eklenebilecek yeni kavramlara ve cebirsel akıl yürütme uygulamalarının ilkokul matematik eğitimindeki önemine dikkat çekilmek istenmiştir. Şüphesiz yapılan bu çalışmaların amacı matematik öğretiminde kaliteyi arttırmak ve ülke genelindeki matematik bilgi ve beceri düzeyini yükseltmektir.

1. 1. Araştırmanın Amacı

Çalışmanın ana amacı cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile yürütülen matematik dersinin ilkokul 2. sınıf öğrencilerinin toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanılgısı ve hataların giderilmesine etkisini araştırmaktır. Çalışmanın ana amacı doğrultusunda aşağıdaki alt amaçlar üzerinde çalışılmıştır:

1. İlkokul 2. sınıf öğrencilerinin toplama işleminde ön-son testte kavram yanlışlığı ve hataları nelerdir?
2. İlkokul 2. sınıf öğrencilerinin çıkarma işleminde ön-son testte kavram yanlışlığı ve hataları nelerdir?
3. Cebirsel akıl yürütme uygulamalarının kavram yanlışlığı ve hataları gidermede etkisi nedir?

1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Okul bireyi hayata hazırlar. Bu süreçte derslerin içeriğinde yapılan etkinlikler, eğitim-öğretim faaliyetleri ile öğrenciler hayatı deneyimler. Bu derslerin içinde süre olarak önemli bir payı kaplayan matematik dersi kazanımlarını bireyler günlük hayatta sıklıkla kullanırlar.

İlkokul eğitiminin önemli bir parçası olan matematik öğretiminin verimli olarak gerçekleşmesi bağımsız düşünebilen, sorgulayabilen, üretebilen, analiz ve sentez yapabilen bireylerin yetişmesini sağlayacaktır (Çite, 2016). Matematik dersi öğretim programının temel amaçlarında akıl yürütebilen, düşüncelerini matematik dilini kullanarak ifade edebilen, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirebilen, kendi öğrenme süreçlerini geliştirebilen, kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilen ve günlük hayatında kullanabilen bireyler yetiştirmek yer almaktadır (MEB, 2018).

Ülkemizde 2005 yılında güncellenen Matematik Öğretimi Programı ile birlikte yapılandırmacı yaklaşım eğitim sistemimize girmiştir. Yapılandırmacı yaklaşımın temel aldığı görüşlerde i) Bilgiyi araştırma, yorumlama ve analiz etme ii) Bilgiyi ve düşündürme sürecini geliştirme iii) Geçmişteki yaşantılarla yeni yaşantıları bütünleştirme yer almaktadır (Şaşan, 2002). Aynı doğrultuda matematik öğretim programında kavramsal öğrenme temele alınmıştır. Kavramsal yaklaşım ile öğrencilerin somut deneyimlerinden soyutlama yapabilmeleri, problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme ve iletişim kurma becerilerini geliştirebilmeleri hedeflenmiştir (MEB, 2005).

Matematik öğretim programının temelinde de yer alan öğrenci merkezli, yapılandırmacı yaklaşım kavramsal öğrenmeyi esas almaktadır (Türkdoğan, Güler, Bülbül ve Danişman, 2015). Her sınıf düzeyinde öğrenciler onlarca kavram öğrenmektedirler. Bu süreçte aksaklıkların olması doğal ve kaçınılmazdır. Çünkü matematik kavramları öğrenilme sürecinde öğrenen tarafından kendine göre gereksiz bulunduğu noktaları zihninden atar ve kendince belirlediği hatlar ile yeni kavramlar geliştirir (Zengin, 2014). Bu durum kavram yanlışlığının ortaya çıkmasına neden olur. Kavram yanlışlığı ise kavramsal öğrenme sürecini olumsuz etkilemektedir (Yenilmez ve Yaşa, 2008). Bu açıdan bakıldığında matematik dersindeki yaşanan zorlukların bir nedeni ve sonucu kavram yanlışlığıdır diyebiliriz.

Kavram yanlışları, nedenleri, tespiti ve nasıl giderilebileceği yoğun araştırma konusu olmuştur. Kavram yanlışlarının tespit edilmesi ve kavram yanlışlarının giderilmesi önemli görülmektedir (Keçeli, 2007; Türkdoğan vd., 2015; Zengin, 2014). Kavram yanlışları matematik dersinde öğrencinin yanlış sonuçlara ulaşmasına, bir işlemin özelliğini başka bir işleme yükleyerek aşırı genelleme yapmasına, bir konuya ilişkin özelliği yorumlamayıp aşırı özelleme yapmaya neden olabilir. Kavram yanlışları ve hatalar matematik ders başarısını olumsuz etkileyeceğinden kavram yanlışları ve hataların tespiti ve giderilmesi önemli görülmektedir.

Kavram yanlışlarının giderilmesi için çeşitli yöntemler yer almaktadır. Gönen ve Akgün (2005) sınıf içi tartışma, kavramsal değişim metinleri, kavram ağı ve kavram haritalarına müfredatta yer verilmesini önermiştir. Yurd ve Olğun (2008) probleme dayalı öğrenme ve Bil-İste-Öğren stratejisi ile kavram yanlışlarının azaldığını tespit etmiştir. Coştu, Karataş ve Ayas (2003) bütünleştirici öğrenme kuramının ilkeleri doğrultusunda öğrencilerin kendi öğrenmelerinden sorumlu olurken öğretmenlerin farklı materyaller ile rehber olması gerektiğini belirtmiştir. Ayyıldız ve Altun (2013) ise kavram yanlışlarının öğrenme günlükleri ile giderilebileceğini belirtmiştir. Keçeli (2007) kavram yanlışlarının giderilmesinde Teşhis Testleri'nin önemli yeri olduğunu belirtmiştir. Teşhis Testleri herhangi bir akademik programda yer alan bilgi, beceri ve davranışları akademik program sorumlusu tarafından öğrencilere yeni program başlamadan önce uyguladığı testtir. Akkan ve diğerleri (2017) matematiksel kavramlar arası ilişkinin kurulmasının kavram yanlışlarını önleyebileceğini belirtmiştir. Ayrıca aritmetik ve cebir alanındaki kavramlar arasındaki ilişkinin kurulabilmesinin ilişkilendirme becerisi için önemli olduğunu ifade etmiştir.

İlkokul matematik öğretimi programında 4 öğrenme alanı yer almaktadır. Bunlar sayılar ve işlemler, geometri, ölçme ve veri işlemedir. Bu alanlar içerisinde sınıf düzeylerinde verilen kavram ve terimlerin sayısı aşağıdaki gibidir.

Tablo 1. Sınıf Düzeylerinde Verilen Kavram Sayısı

Sınıf düzeyi	Sayılar ve İşlemler	Geometri	Ölçme	Veri İşleme
1	15	8	6	2
2	16	8	4	5
3	11	14	6	-
4	4	6	7	1

Matematik Öğretim Programı (MEB, 2018).

Tablo 1'e bakıldığında matematik öğretim programında en çok kavram sayılar ve işlemler öğrenme alanında yer almaktadır. Bu nedenle kavram yanlışları ve hataların

tespiti için sayılar ve işlemler alanı seçilmiştir. Bunun yanı sıra ilkokul matematik eğitiminde öğrencilerden beklenen en temel beceri işlem becerisidir. İşlem becerisi ilkokulda dört işlem ile kazandırılır (Yorulmaz, 2018). İlkokulda dört işlem ile sayılar arası ilişki kurulmaya başlanır. Öğrencilerin işlem becerisinde yaşayacakları zorluklar onların ileriki konularda da zorluk yaşamalarına neden olabilir (Yorulmaz, 2018). Bu nedenle ilkokulda işlem becerisi öğrencilere sağlam bir şekilde kazandırılmalıdır. Bir sonraki seviye olan ortaokul seviyesinde görülecek matematik konularına zihinsel hazırlık böylece sağlanabilir. Örneğin ortaokul yıllarında bilinenlerden yola çıkarak bilinmeyenleri bulma işlemleri yer almaktadır. İlkokulda aritmetik ile başlayan bu süreç ise ortaokulda cebir ile devam etmektedir.

Literatürde aritmetik ile cebirin ilişkisine vurgu yapan çalışmaların var olduğu görülmektedir (Akkan ve Baki, 2016; Akkan vd., 2017; Girit ve Akyüz, 2016). Diğer taraftan cebir alanındaki kavram yanılgılarına ilişkin yapılan çalışmalarda ilkokulun ilk yıllarında verilen aritmetik eğitimindeki cebir eksikliğine vurgu yapıldığı görülmektedir (Blanton ve Kaput, 2005; Bright,1999; Ersoy, 1998; Greenes ve Findel, 1999; Kaya ve Keşan, 2017; Russell, 1999; Schifter,1999; Tang ve Ginsburg, 1999; Witzel, vd., 2003). Akkan ve Baki (2016) sadece matematik için değil günlük hayat için de gerekli olan cebirin öğrencilerde istenilen seviyede olması için aritmetik ile cebir ilişkisinin sağlam yapılandırılması gerektiğini belirtmiştir. Aritmetik ile cebir arasındaki bağ Akkan ve diğerlerinin (2017) yaptığı çalışmada aritmetikten cebire geçişte başarısızlık yaşayan, bilişsel boşluğa düşen öğrencilerin cebirsel düşünmede engeller ile karşılaşacağını belirtilmiştir. Bu durum ilkokul yıllarında öğrenilen aritmetiğin sayılar arasında ileri ve geri gidişlerin ötesinde bir beceri kazandırması gerektiğini düşündürmektedir. Girit ve Akyüz (2016) ilkokul öğrencilerinde aritmetik eğitimi ile cebirin ilişkilendirilmesiyle erken yaşlarda cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilebileceğini belirtmişlerdir. Cebir ile aritmetiğin ilişkilendirilerek öğretilmesi parçalar arasındaki düzenli bağlantıların öğrencilere fark ettirilmesini sağlar (Akkan vd., 2017). $3+4=?$ Sorusunun cevabını bulmak için aritmetik yapmak yeterlidir. $3+4=4+3$ ifadesinin anlamı için ise cebirsel düşünme gereklidir (Türkoğlu ve Cihangir, 2017).

İlkokul matematik eğitiminde cebirin yer alması literatürde “erken cebir” olarak kullanılmaktadır. Erken cebir 6-12 yaş aralığındaki öğrencilere cebirle ilişkili öğretim yapılması ve öğrencilerin cebirsel akıl yürütmesi olarak tanımlanır (Girit ve Akyüz, 2016). Oysaki cebire geçiş kavramı 2015 matematik öğretimi programında yer almaktadır. 2015 Matematik Öğretim Programının 4 öğrenme alanından biri olan Sayılar ve İşlemler öğrenme alanının altında Cebire Geçiş alt öğrenme alanı yer almaktadır. Bu alt öğrenme alanı içerisinde örüntüler, genellemeler, matematiksel ifadeler, değişken ve birlikte

değişme kavramları erken cebir düşünce yapısını geliştirecektir (MEB, 2009). 2018 yılı matematik öğretimi programı incelendiğinde ise Cebire Geçiş alt öğrenme alanının kaldırıldığı, erken cebir kavramından bahsedilmediği görülmektedir.

MEB'e (2009) göre cebirsel düşünmenin gelişimi için cebir konusunun yer aldığı üst sınıf seviyelerinin beklenmesi doğru değildir. İlkokuldaki aritmetik eğitimi ile cebir arasında bağ kurularak cebirsel düşünme becerisi geliştirilebilir. Cebirsel düşünme üç temel beceriden oluşmaktadır: i) genellemeleri formüle etmek ii) sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma iii) çoklu gösterimlerden yararlanma (Bağdat, 2003). Genellemenin temelinde dolayısıyla cebirin temelinde örüntü vardır (Baki, 2006). Genelleme becerisi ile birlikte öğrencilerde akıl yürütme becerisi gelişir (Köse ve Tanışlı, 2011). Sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ise öğrencilerde ilişkileri oluşturabilmeyi ve genellemeleri ifade edebilmeyi geliştirir (Driscoll, 1999'dan akt., Bağdat, 2013, s. 6). Öğrencilerin çoklu temsilleri kullanması da öğrencilerin farklı yolları kullanarak deneyimlerini çoğaltmasını, problemleri daha iyi kavramasını ve matematiksel kavramaları anlamasını sağlar (Erbaş, 2005). Cebirsel düşünmenin temeli olan cebirsel akıl yürütme cebiri anlamada ve kullanmada çok önemli bir beceridir (Kaya ve Keşan, 2017).

Cebirsel akıl yürütme becerisi gelişen öğrenci ise miktarı bilinmeyenler üzerinde işlem yapabilir (Swafford ve Langrall, 2000), matematiksel sembolleri ve araçları kullanarak analiz yapabilir, çoklu temsilleri (şekil, resim, tablo, grafik, denklem gibi) kullanabilir, matematiksel bulguları yorumlayarak bilinmeyenleri çözebilir (Herbert ve Brown, 1997).

Elde edilen bilgiler değerlendirildiğinde yapılandırmacı yaklaşımın doğası gereği var olan kavramsal öğrenmenin kavram yanlışları sorununu da beraberinde getirdiği ve matematik eğitiminde önemli bir aksaklığa neden olduğu görülmüştür. İlkokul matematik eğitiminde en fazla kavram sayısı ve işlem öğrenme alanında yer almaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin aritmetik alanında kavram yanlışlığı ve hatalar geliştirmesi olasıdır. Oluşan kavram yanlışlığı ve hataların tespit edilmemesi ve giderilmemesi matematik başarısını düşürecektir. Bu nedenle kavram yanlışlığı ve hataların giderilmesi matematik öğretiminin bir parçası olmalıdır. Bu çalışmada matematik öğretim programının içeriğinde yer alan akıl yürütme becerisinin kavram yanlışlığı ve hataları gidermede etkisi araştırılmak istenmiştir. Akıl yürütme kapsamlı bir kavramdır. Kendi içinde matematiksel akıl yürütmeyi içermektedir. Matematiksel akıl yürütme de kendi içinde cebirsel, orantısal, geometrik, istatistiksel olarak sınıflanmaktadır (Umay, 2003). Cebirsel akıl yürütme ile aritmetikte yer alan dört işlemin bir araya getirildiği etkinlik ve uygulamaların çok çeşitlenebileceği düşünülmektedir. Çünkü pek çok araştırmacı aritmetik ile cebirin arasında bağ olduğunu belirtmiştir (Akkan ve Baki, 2016; Bradfield, 1965; Carraher, Schliemann, Brizuela ve

Earnest, 2006; Darley, 2009; Gülpek, 2006; Gürbüz ve Toprak, 2014). Bunun yanı sıra cebirsel akıl yürütmede geliştirilen aritmetiksel genelleme, ilişkisel düşünme, çoklu temsil etme becerilerinin dört işlemde yer alan kavram, sembol ve terimlerin anlamını kavramada yardımcı olacağı düşünülmüştür. Benzer olarak Moses (1997) cebirsel akıl yürütme uygulamalarını içeren matematik eğitimi temeli ile ilkokulda yaşanan sayılar arası ilişki kurmadaki zorlukların ve kavram yanlışlarının önlenebileceğini belirtmiştir. Ayrıca matematik eğitimi bireyde tümden gelim, tümevarım, problem çözme, fonksiyonel (ilişkisel) düşünme, çoklu temsilleri kullanma, matematiksel okuryazarlık becerilerini geliştirmelidir. Cebirsel düşünme ve cebirsel akıl yürütme becerileri bu becerilerin gelişmesini destekleyen önemli bir yol olarak görülmektedir. Cebirsel akıl yürütme ve kavram yanlışlığı ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında ilkokul 3 ve 4. sınıftaki çalışmaların daha yoğunlukta olduğu görülmüştür. Bu nedenle 2. sınıfta yapılmak istenmiştir. Araştırmanın Ekim-Kasım aylarında yapılması planlandığından ve o aylar içerisinde 1. sınıf öğrencilerinin henüz toplama ve çıkarma işlemini öğrenmedikleri göz önünde bulundurulduğunda 2. sınıf öğrencileri ile bu çalışmanın yürütülmesine karar verilmiştir. Yine bu aylarda henüz çarpma ve bölme öğrenmemiş olan 2. sınıf öğrencilerine toplama ve çıkarma işlemi üzerinden ve 1. sınıf kazanımları göz önünde bulundurularak ön-son test soruları hazırlanmıştır. Böylece hem cebirsel düşünme ve cebirsel akıl yürütme uygulamalarının ilkokuldaki gerekliliği araştırılmak istenmiş hem de toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanlışlarının giderilmesinde cebirsel akıl yürütme uygulamalarının etkililiği araştırılmak istenmiştir.

1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmada yer alan sınırlılıklar:

1. Çalışma Trabzon ilindeki bir devlet okulunun 2. sınıfında gerçekleşmiştir.
2. Çalışma 2018-2019 eğitim öğretim yılında gerçekleşmiştir.
3. Çalışma ön test uygulaması, ders aşaması ve son test uygulaması ile toplamda bir buçuk aylık süreyi kapsamaktadır. Bilgilerin kalıcılığına bakılamamıştır.

1. 4. Araştırmanın Varsayımları

Bilimsel çalışmalarda belli kabuller ve sınırlılıklar yer almaktadır. Bu çalışmada yer alan kabuller:

1. Öğrencilerin ön testte verdikleri yanıtların sürekli kullandıkları kavram yanlışlığı olduğu kabul edilmektedir.

2. LİTERATÜR TARAMASI

2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

2. 1. 1. Kavram Nedir?

Kavram “Bir nesnenin veya düşüncenin zihindeki soyut ve genel tasarımıdır.” (Türk Dil Kurumu [TDK], 2019). Çaycı'ya (2007) göre kavram; benzer ya da farklı obje ve olayların ortak özellikleri baz alınarak aynı isim çatısında buluşmasıdır. Pesen (2007) ise kavramı birden fazla nesneyi ve bu nesnelere arasındaki ilişkiyi belirten soyut düşünceler olarak belirtmiştir. Çite'ye (2016) göre insanın hayatı boyunca karşılaştığı olayları, davranışları, nesnelere gruplayarak onlara bir isim vermesine kavram denir.

Kavramlar bilginin temelidir ve bilimsel bilgiler kavramlardan doğmuştur. İnsan yaşamı boyunca kavramları kullanır, onları sınıflandırır, kavramlar arası ilişki kurar. Yeni bilgilerin eski bilgilere eklenmesi yaşam boyu sürer (Çaycı, 2007). Benzer şekilde Keçeli (2007) kavramların öğrenilmesi geçmiş yaşantıdan gelen beceri, bilgi, tutum ve deneyimlerin yeni deneyimler ve bilgilerle zihinde harmanlanmasının sonucu geliştiğini belirtmiştir. Bu birleşim sonucunda bilimsel olarak doğru olmayan doğrular gelişebilir. Farkında olarak ya da olmayarak birey doğumundan itibaren kavramları kullanmaktadır. Kavramların anlamını öğrenmek ya da onlara yeni anlamlar yüklemek, bu sürecin sağlıklı olup olmaması bireyin çevre şartları ve zihinsel yapısıyla alakalı olmaktadır. Şartlar yerini bulmadığında ise kavram yanılığı ve hatalar öne çıkabilmektedir.

2. 1. 2. Kavram Yanılığı ve Hata

Baki (1999) kavram yanılıklarının öğrencilerin yanlış tecrübeleri ve inandıkları doğrular sonucu beliren davranışlar olduğunu belirtmiştir. Zengin (2014) kavramların öğrenilmesi esnasında yeni bilgiler ile geçmiş yaşantıların, becerilerin ve tutumların düşünce sisteminde kavram yanılıkları oluşturabileceğini ifade etmiştir. Eryılmaz ve Sürmeli (2002) kavram yanılıklarını yanlış verilen bir cevap olarak görmeyip zihinde adı geçen kavramın üstüne oturan ama bilimsel olarak o kavramın gerçek tanımıyla örtüşmeyen bilgi olarak belirtmiştir. Palabıyık (2016) kavram yanılığını sözü geçen kavramın tanımının bilimsel olan tanımından farklı olması olarak açıklamıştır. Önal ve Aydın (2018) yanlış anlama ve yanlış yorumlama olarak belirtmektedir. Pesen (2007) yanılıkların deneyimler ve yanlış inanışlar sonucu oluştuğunu belirtmiştir

Kavram yanılgısının yanında sıklıkla dile getirilen ifadelerden biri de hatadır. Hata işlemlerde yapılan yanlışlıklar, kavram yanılgısı ise doğru öğrenmeyi engelleyen inançlar olarak ayrılabilir (Keçeli, 2007). Kavram yanılgısı ile kavramın bilimsel tanımından başka şekilde zihinde yer ettiğini belirtmiştir. Ayrıca öğrencinin hatalarını ispatlamaya çalışarak beyanından emin olduğunu belirtmesi kavram yanılgısına işaret ettiğini ifade etmiştir. Hata ise yanılgıya dönüşmemiş yanlış düşüncelerdir (Yenilmez ve Yaşa, 2008),

Bazen var olan yanlış ya da eksik bilgilerin üzerine eklenen yeni bilgilerin birleşimi sonucu yanlış öğrenmeler, hatalar, kavram yanılgıları oluşabilir. Kavram yanılgıları ve hatalar önceki eğitim yıllarında da gelişebilir. Öğrencilerde oluşan kavram yanılgıları matematik öğreniminde engellerin oluşmasına neden olabilir. Çocukların çeşitli sebeplerle geliştirdikleri kavram yanılgıları matematik biliminin doğruları ile ters düşerken çocuk açısından oldukça açıklanabilir ve ısrarla kabul edilen ve bireyde oturmuş doğruları içerir (Mohyuddin ve Khalil, 2016). Birey kendince açıklama getirir, doğruluğu noktasında ısrarcı davranır. Bu yüzden kavram yanılgılarını düzeltmek zor olabilmektedir. Dereli'ye (2015) göre kavram yanılgıları rastgele yapılan hatalar değil, bireyin inanarak kullandığı yanlış doğrulardır. Hatalar küçük uyarılar ile düzeltilebilirken kavram yanılgıları düzeltilmek istendiğinde birey kendini savunmaya alır.

Graeber ve Johnson (1991'den akt., Zembat, 2008, s. 43) kavram yanılgılarını 4 ayrı kategoride ele almıştır.

1. Aşırı genelleme (overgeneralization)
2. Aşırı özelleme (overspecialization)
3. Yanlış aktarım (mistranslation)
4. Kısıtlı algılama (limited conception)

1. *Aşırı Genelleme*: Belli konulardaki doğruların benzer konularda da doğru olacağını düşünmektir. Örneğin; toplama işleminde toplananların yerini değiştirerek toplama yaptığımızda sonuç değişmez. Bu bilgiden yola çıkarak çıkarma işleminde de eksilen ile çıkanın yerini değiştirerek aynı sonucu bulacağına inanan ve bunu uygulayan öğrenci aşırı genelleme yapmış olur.

2. *Aşırı Özelleme*: Aşırı genellemeye ters olarak bir konu için geçerli olan kuralın daha alt konular için geçerli olmadığını düşünmektir. Örneğin; iki tane tek basamaklı sayıyı toplarken değişme özelliğini kabul eden öğrenci iki basamaklı ile tek basamaklı sayıyı toplarken değişme özelliğini kabul etmezse aşırı özelleme yapmış olur.

3. *Yanlış Aktarım*: Grafik, tablo, matematik cümlesi, işlem, formül, sembol gibi formlar arası geçişlerde yaşanan zorluklar ve hatalardır. Örneğin; $5+8=13$ ifadesini alt alta yazmasını istediğimiz öğrenci toplananları, toplama çizgisini ve toplamı doğru bir şekilde yerleştiremiyorsa yanlış aktarım yapmış olur.

4. Kısıtlı Aktarım: Bir kavramın kısıtlı ya da olması gerekenden zayıf algılanmasıdır. Örneğin, toplama işleminde iki sayıyı toplamaya alışmış bir öğrenci üç ya da dört sayının toplanamayacağını düşünerek kısıtlı aktarım gerçekleştirmiş olur.

Kavram yanlışları ilerleyen yıllarda düzeltilebilir ancak düzeltmek oldukça güç olacaktır (Dereli, 2015). Matematikte ise kavramlar birbirlerine bağlıdır. Öğrenim ya da öğretim esnasında oluşacak yanlışlık, hata, yanlışlar bir sonraki kavramın öğrenilmesini de etkileyecektir (Palabıyık, 2016). Bu noktada matematik öğretiminde kavram yanlışlarını sıklıkla tespit etme çalışmalarının yapılması yaşanabilecek olumsuzlukları engelleyebilecektir.

Matematik öğretiminde kavramların anlamları üst üste öğrenilerek ve kavramlar arasında ilişkiler kurularak matematik bilgisi sağlanmaya çalışılır. Ancak bazen bireyde kavramı anlama esnasında doğru olmayan durumlar oluşabilir. Öğrenen bireyin yaşantısından izler, kelimelerin anlamlarını yanlış bilmesi ve hayal gücü kavram öğreniminde kavram yanlışlığına düşmesine neden olabilir. Kavramsal gelişimin akıl yürütmeyi doğrudan etkilediği (Ergül, 2014) düşünülürse öğrencilerde matematiksel akıl yürütmenin gelişimini amaçlayan kavramsal öğrenimi içeren eğitim programımızda kavram yanlışlarının önlenmesine ağırlık verilmelidir.

2. 1. 3. Matematiksel Akıl Yürütme

20. yy ikinci yarısından sonra dünya çapında yaygın ve geniş çaplı değişiklikler olmuştur. Bu değişiklikler matematik öğretimimizi ve öğrenimimizi de değiştirmiştir. Dünyadaki farklı kültürlerin etkileşimi ve bunun sınıflardaki etkisi matematik dersimizi de etkilemiştir. 21. yy'daki çocukların üretken olması için farklı popülasyon çeşitliliğine hitap edecek bir matematik literatürüne, matematik eğitimine ihtiyaç doğmuştur. (Malloy, 1999). Bu değişiklik hareketinin içine 2005 yılında Türkiye yapılandırmacı eğitim ile girmeye başlamıştır. Yeni öğretim programları hazırlanmıştır. Geliştirilen yeni Matematik Öğretim Programında vurgulanan anlayışlar arasında matematik okuryazarlığı için gerekli olan matematiksel düşünme, akıl yürütme, tahminde bulunma, problem çözme, tutumlar, değerler yer almaktadır (Ersoy, 2006). Bunlardan bireye matematiksel düşünme becerisi kazandırılması etkili matematik öğretiminin önemli bir parçasıdır (Kaya ve Keşan, 2017). Bilinenlerden yola çıkarak bilinmeyene varma, kritik düşünebilme, yaratıcı düşünebilme, analiz ve sentez yaparak bilgiler arası bağ kurabilme, tümdengelim ve tümevarım ile çıkarsama yapabilme becerileri beraberinde matematiksel düşünmeyi getirir. Buna bağlı olarak matematiksel akıl yürütme de gelişir.

Akıl yürütme en çok matematikte kullanıldığı bilinmesine rağmen günlük hayatta pek çok yerde karşımıza çıkmaktadır (English, 1999). Akıl yürütme bilgilerden yola çıkarak

genellemelere varmak, karşılaştırma yaparken yoğun zihinsel faaliyetler gösterip tümevarım, tümdengelim yapmaktır. Umay'a (2003) göre akıl yürütme; usavurma ya da muhakeme ile eldeki bilgileri kullanarak, düşünerek, analiz ve sentez yaparak bir sonuca ulaşmaktır. Bir kişi herhangi bir konuda akıl yürütme faaliyeti gösterebiliyorsa o kişinin konu hakkındaki bilgisinin çok olduğunu, konuyu farklı yönleriyle görebildiğini, yeni bir sonuca ulaşabildiğini söyleyebiliriz. Matematikte akıl yürütme de aynı şekilde örneklerden yola çıkarak, kanıtlar sunarak, materyal gösterimleri yaparak genel kurallara vararak kendini gösterir. Elbette ki yapılan akıl yürütmelerin yoğun zihinsel faaliyetleri içermesi, kritik ve yaratıcı düşünmeyi, doğru bilgi ile mantıklı yaklaşımları içermesi gerekir. Matematiksel akıl yürütme analitik düşünmeyi, yaratıcı ve pratik düşünmeyi gerektirir (Sternberg, 1999). Matematiksel akıl yürütme hem matematik bilgisi gerektirir hem de matematik bilgisi edindirir (Russell, 1999). Matematik öğrenme ve öğretme sürecinde matematiksel akıl yürütme olmazsa olmaz bir etkidir (Duatepe, Akkuş-Çıkla ve Kayhan, 2005). Bu nedenle matematiksel akıl yürütme matematik eğitiminin önemli bir parçasıdır.

Matematik eğitiminde sıklıkla kullanılan problemler hatırlamayı, karşılaştırma yapmayı, dönüştürmeyi, dört işlemi kullanmayı, akıl yürütme yapmayı gerektirebilir. Problemler kullanılarak öğrencilere akıl yürütme becerisi kazandırmak bazı eğitimci ve araştırmacıların çalışma konusu olmuştur. English (1999) çocuklara problemler kullanılarak akıl yürütme becerisi kazandırılmak isteniyorsa çocuklara problemin kaynağını belirleyebilmeyi, deneyimlerini yeni durumlara nasıl uyarlayabileceğini, geliştirdiği planı tanımlayabilmeyi öğretmemiz gerektiğini belirtmektedir. Artzt ve Femia (1999) ise öğrencilere problem çözerek akıl yürütme becerisi kazandırmak için küçük grup etkinliğini önermiştir. Grupların verilen problem üzerinde tartışmasının ve öğretmenlerin olumlu sınıf atmosferi oluşturmasının önemli olduğunu belirtmiştir. Carroll (1999) öğrencilere sunulan problemlerin iyi seçilmiş olmasını, öğretmenin öğrencinin hatasını değerlendirerek doğruyu bulması için ona rehber olmasını önermiştir. Böylece öğrencide var olan zayıf akıl yürütmenin ortaya çıkacağını ve öğrencinin kendi akıl yürütme sürecini değerlendirebileceğini belirtmiştir.

Kaya ve Keşan (2017) ise matematiksel akıl yürütme becerisi içerisinde cebirsel akıl yürütme becerisini ele almaktadır. Cebir öğrenim alanı içerisinde gerçekleşen cebirsel akıl yürütme kavramına geçmeden önce cebir ve cebir ile yakından ilişkili olan aritmetik kavramına göz atalım.

2. 1. 4. Cebir ve Aritmetik

Aritmetik dört işlemi kullanarak bilinmeyeni bulmak, sayılar arası ilişkiyi kurmak, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme ile işlem yapmaktır (Akkan, 2009). Cebir ise harfleri

kullanarak harflere sayısal anlam yüklemek ve dahası bu sayısal anlamlarla işlem yapmaktır (Kieran, 1992). Cebir soyutlama yapabilmeyi gerektirir ve matematik biliminde ve öğretiminde önemli bir yer tutar (Kaya ve Keşan, 2017). Aritmetiğin temelinde sayılar, cebirin temelinde ise aritmetik vardır (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011). Aritmetikten cebire geçiş döneminde iki kavram arasındaki zihinsel düşünmeye dayalı olan bağı öğrencilerin geliştirmesi gerekmektedir (Akkan vd., 2017). Bu noktada en büyük rol şüphesiz öğretmenlere düşmektedir. Bu tanımlardan yola çıkarak aritmetik sayılarla dört işlem yaparak ve cebir ise sayıları, bilinmeyenleri ve dört işlemi kullanarak sonuca ulaşmaktır diyebiliriz.

Piaget'e göre ilkokul çağı çocuklar somut işlemler döneminde yer almaktadır (Selçuk, 2005). Somut işlemler döneminde yer alan çocuklar için matematiksel kavramların somutlaştırılarak sunulması kavramlar arası ilişkinin kurulabilmesi, ileri matematiksel kavramların öğrenilmesini kolaylaştıracaktır. Özellikle aritmetik ve cebir arasında gerekli kavramların ilişkisini kurabilmek matematiksel beceri açısından önemlidir (Akkan vd., 2017). Öte yandan aritmetikten cebire geçiş sürecinin iyi kurgulanmasının ileriki sınıf seviyelerindeki başarıyı etkileyeceği belirtilmektedir. Aralarında sıkı bir ilişki olan aritmetik ve cebirin birbirinden bağlantısız ele alınmasının ileriki yıllarda cebir alanında kavram yanlışlarına ve zorluklara neden olduğu literatürde belirtilmiştir (Johannig vd., 2010; Lubinski ve Otto, 2002; Moses, 1997; Vance, 1998).

Belirtildiği gibi aritmetik ve cebir kıyaslandığında aritmetik için daha somut, cebir için daha soyut diyebiliriz. Cebirin anlaşılmasını zorlaştıran etkenlerden biri de bu soyut yapısıdır. Öğrencilerde cebir konuları üzerinde somut materyaller ile çalışma, farklı temsillerle aynı eşitliği ortaya koyma, pratikler yapma ve akranları ile fikir paylaşımları cebir alanında becerinin artmasını sağlayabilir. Tüm bu zihinsel faaliyetler cebirsel düşünmenin gelişimini sağlar. Toplama işlemi öğretilirken amaç iki sayının toplamının kaç ettiğinin bulunup söylenmesi olursa bu bize sadece sayılarla hesaplama yapabilme yetisi kazandırır. Ama amacımız toplanan terimlerin ne ifade ettiği, toplamın toplanan sayıdan daha büyük olduğu, eşitlik işaretinin anlamı, eşitliğin çift taraflı kullanımı, ilişkisel sembol olarak eşitliğin kullanımı, zihinden toplama faaliyetleri içerisinde sayı duygusu gelişimi, öğrencinin kendi toplama yöntemini geliştirmeye fırsat sunulması gibi noktalara odaklanılırsa cebirsel düşünme ve cebirsel akıl yürütme faaliyetlerini harekete geçirmiş olabiliriz (Akkan, 2009).

Matematiğin bir dalı olan cebir beraberinde, cebirsel düşünmeyi ve cebirsel akıl yürütmeyi getirir (Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş, 2016). Cebirde gerekli olan zihinsel aktiviteler cebirsel düşünme, cebirsel akıl yürütme gibi kavramlarla çeşitlenmektedir. Çelik'e (2007) göre cebirsel düşünme; matematiksel düşünmenin içinde yer alan özel bir

düşünme biçimidir. Kaya ve Keşan'a (2017) göre ise cebirsel düşünme sembollere yüklenen anlamlarla cebirsel ilişki kurmayı, akıl yürütme yolu ile sonuca ulaşmayı ifade eder. Cebirsel düşünme becerisini gerçekleştirebilen öğrenci uygun eğitimi alırsa cebirsel akıl yürütme becerisini de sağlayabilecektir. Yenilmez ve Teke (2008) ise cebirsel düşünmenin gelişimini öğretmenin dersi işleyişine bağlamaktadır. Radford'a (2012) göre cebirsel düşünme için ilkokul yıllarında örüntü kavramı içerisinde yer alan genelleme anahtar noktadır.

2. 1. 5. Cebirsel Akıl Yürütme

Cebirsel akıl yürütme matematiksel akıl yürütmenin konu temelli sınıflandırılması içinde yer almaktadır (Umay, 2003). Umay (2003) konu temelli matematiksel akıl yürütme biçimlerini cebirsel, orantısal, geometrik ve istatistiksel gibi bölümlere ayırmıştır. Cebirsel akıl yürütme kavramını Blanton ve Kaput (2005) çalışmalarında öğrencilerin alışık olarak kullandıkları cebirsel akıl yürütme faaliyetlerini özel örnekler üzerinden sistematik analizler yaparak açıklamışlardır. Ayrıca cebirsel akıl yürütme faaliyetlerini;

1. Aritmetiği kullanarak biçimleri genellemek,
2. İşlevsel (fonksiyonel) düşünme ,
3. Biçimsel genellemeyi formülleştirmek,
4. İlişkilerden ve hesaplamalardan yola çıkarak matematiksel sistemin genellemesi olarak belirtmişlerdir.

Schifter (1999) cebirsel düşünme yolu ile akıl yürütmenin yerleştirildiği matematik müfredatında daha fazla akılcı sorunun yer aldığını, öğrencilerin kendi matematik sezgilerini nasıl geliştirdiğine odaklanıldığını belirtmiştir. Bir açıdan bakıldığında cebirsel düşünme becerisinin, cebirsel akıl yürütme becerisinin ve matematiksel akıl yürütme yeteneğinin gelişimi birbirini etkileyen döngü içerisinde yer almaktadır. Cebirin anlamlı bir şekilde öğrenilmesi, farklı ortamlara bilgiyi aktarabilmeye, kavramlar arası ilişki kurabilmeye, cebirsel düşünmeye ve akıl yürütebilmeye, durumları analiz edebilmeye ve farklı temsilleri kullanabilmeye bağlı olarak gerçekleşir (Kaya ve Keşan, 2017). Cebirsel akıl yürütme becerileri kazandırmak için öğrencilerde tümevarım ve tümdengelim yapabilme becerisi, çoklu temsil kullanma becerisi, eşitlik formlarını denkleştirme, eşitsizliği eşitliğe dönüştürme, bilinmeyen sayılar için kullanılan değişkenleri kullanabilme becerisi ve oran kurabilme becerisi gelişmelidir (Greenes ve Findell, 1999).

2. 1. 6. Cebirsel Akıl Yürütme Uygulamalarının Özellikleri

Cebirsel akıl yürütme uygulamalarında sayılar, semboller, bilinmeyenler ve yer tutucular yer alır. Bu kavramların hepsi ya da birkaçından oluşan sorularla analiz ve sentez yapmayı, tümevarım-tümdengelimli düşündürmeyi, farklı yollar geliştirmeyi, eşitliğin ilişkisel anlamını fark ettirmeyi, işlemlerde simetrik düşündürmeyi sağlamak amaçlanır. Bu soruların çözümünde sınıf atmosferi düşünmeye, düşündüğünü ifade etmeye, tartışmaya, ortaklaşa karar vermeye elverişli olmalıdır.

Cebirsel akıl yürütme gerektiren etkinliklerde kilit kavramlar örüntü, genelleştirilmiş aritmetik, eşitlik, denklem, pozitif ve negatif sayılar, problem çözme, ilişkisel düşünme, matematiksel durumları sembollerle temsil etme yer almaktadır. (Türkoğlu ve Cihangir, 2017). Cebirsel akıl yürütebilmek için cebirsel düşünebilmek gerekir. Bunun için de genellemeleri formüle etmek, sembolleri kullanmak ve çoklu gösterimlerden yararlanmak gerekir (Bağdat, 2013). Bunun yanı sıra örüntü kurallardan oluşan dizilerdir. Örüntünün kuralını belirleyip genel bir sonuca varmak cebirsel akıl yürütmedir. Kümesteki tavuk sayıları ile ayak sayıları arasında iki katı oran olduğunu belirlemek bunun bir örneğidir. Topamları 20 eden sayıları göstermek de çoklu temsilin bir örneğidir. Öğrencilerde kazandırılmak istenen cebirsel akıl yürütme becerisine yönelik literatürde yer alan çalışmalara bakıldığında farklı uygulamalar olduğu görülmektedir.

Blanton ve Kaput (2005) cebirsel akıl yürütmeyi süreç olarak ele almıştır. İlkokul öğretmenlerinin ders işleyişlerinde cebirsel akıl yürütmeye yaptıkları vurgu, derslerinde buna sıklıkla yer vermeleri bu alandaki reformun ilk adımıdır. Öğretmenlerin günlük uygulamalarda kullandıkları materyaller, sorular ve odaklandıkları noktalar öğrencilerin matematik ilişkileri kurmaları ve genellemelere varmaları için fırsatlar oluşturacak şekilde düzenlenmektedir. Sınıf içi tartışmalar, öğrenci görüşlerinin ve yöntemlerinin dinlendiği olumlu sınıf iklimi, düşündürmeye odaklandırma, öğrencileri cesaretlendirme cebirsel akıl yürütme uygulamalarının önemli kriterlerindedir. Blanton ve Kaput (2005) yaptıkları GEAAR (Generalizing to Extend Arithmetic to Algebraic Reasoning) proje kapsamında 2 haftalık eğitime alınan öğretmenlerin sınıflarında yapılan 57 ziyaret sonucunda sınıf uygulamalarında ortaya çıkan cebirsel akıl yürütme örneklerini tespit etmişlerdir. Örneğin "75'te olsam 65'e gitmek için ne yaparım?" sorusuna verilen yanıtlarda $75-65=?$ işleminde yapılacak ezberlenmiş çıkarma işlemi yönteminden daha fazlası olan sayılar arası ilişkinin kullandırılması sağlanmıştır.

Schifter (1999) cebirsel akıl yürütme için hazırlanan ilkökul matematiğine dikkat çekmiş ve çeşitli akıl yürütme biçimlerini incelemenin en başta önemli olduğunu vurgulamıştır. Schifter çalışmasında geleneksel eğitimin akıl yürütmeden çok hafızanın doğru işlemesi üzerine odaklandığını, bu durumun da çocuklar ile sahip oldukları doğal

akıl yürütme becerileri arasındaki bağı kopardığını belirtmiştir. Bu çalışmada öğrencilere “Sabrina ve Yuanne'nin 14 stikeri vardır. Yuanne'nin 6 stikeri varsa Sabrina'nın kaç stikeri vardır?” sorusu sorulmuştur. Cevabın 8 olarak gelmesinden önce öğrencilerin gerekli gördükleri materyalleri alarak çözümlerini sunması ve değerlendirmenin de yine öğrenciler tarafından yapılmasıyla etkinlik sürdürülmüştür.

Nunes ve diğerleri (2015) yaşları 9 ile 11 arasında değişen 1000 öğrenciye “Billy ve Jason aynı miktarda paraya sahiptir. Fakat sonra Billy Jason'a £10 verir. Jason'ın Billy'den ne kadar fazla parası olur?” sorusu öğrencilere sorularak yanıtları alınmıştır. Öğrencilerin hesaplama yapabildikleri görüldüğü halde dörtte bir öğrencinin soruya doğru cevabı verdiği görülmüştür. Bu soruda öğrencilerden Jason'ın parası £10 artarken Billy'nin parasının £10 azaldığını düşünebilmeleri beklenmektedir.

Ersoy (1998) yaptığı araştırmada ortaokul öğrencilerine “Mehmet aklından bir sayı tutar. Tuttuğu sayıyı 2 ile çarpar, çarpımdan 1 çıkarırsa 33 sayısını elde ettiğine göre Mehmet'in aklından tuttuğu sayı kaçtır?” sorusunu yöneltmiştir. Öğrencilerden alınan yanıtlarla matematik eğitiminin yeniden değerlendirilmesi, matematiksel düşünme becerilerinin gelişmesi için yapılması gerekenler belirlenmeye çalışılmıştır.

2. 1. 7. Doğal Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemi

Toplama ve çıkarma işlemi müfredat dâhilinde okul öncesi kurumunda başlar ve ilkokulda yoğun olarak ele alınır. Sayılar kullanılarak varlıkların sayısal değerinin artmasını ifade eden işlemdir. Haylock ve Cockburn (2014) toplama ve çıkarma işlemi farklı yapılarda ele almıştır.

2. 1. 7. 1. Toplama İşleminin Yapıları

1. *İki Kümenin Birleşimi*: Toplama kavramı iki kümenin birleşimi sonucu oluşan yeni kümenin varlığını ifade eder. Bu tip sorularda mavi ve kırmızı sayma pullarının bir araya gelmesiyle oluşan pul sayısı, kız ve erkek çocukların bir araya gelmesiyle oluşan sınıf mevcudu, iki uzunluğu uc uca ekleme, iki sıvının toplam miktarını bulma, iki farklı ürünün toplam miktarını bulma gibi bağlamlar kullanılabilir ve öğrencilerden “Tamamı ne kadar olur?” sorusuna yanıt bulmaları beklenir.

2. *Hesaba Katarak Üzerine Sayma ve Arttırma*: Hesaba katarak sayma sayıların sıralı olma durumu ile ilişkilidir. Sayı doğrusu ve sayı şeridi üzerinde ilerleme yaparak işlemler gerçekleştirilir. Bu yapıda 1. yapıdan farklı olarak arttırma, yükseltme, hesaba katma, daha çok gibi ifadeler kullanılır.

2. 1. 7. 2. Çıkarma İşleminin Yapıları

1. *Parçalara Ayırma ve Eksiltme*: Bu yapıda küme içinde tanımlanmış nesnelere ayrılan nesnelere ve geride kalan nesnelere gösterilmesi istenir. Kümeden ayrılan nesnelere çıkarılmış, yenilmiş, tahrip edilmiş, kaybolmuş, uçmuş, çalınmış olabilir. Öğrencilerden yanıtlamaları beklenen soru “Geride kaç tane kaldı?” sorusudur.

2. *Karşılaştırma*: Çıkarma işleminin ilk yapısında (işleme tabi tutulan 12 ve 3 sayısı olduğunu varsayalım) 12'nin içinden 3 eksiltme yaparız ancak karşılaştırma yapısında 12 ve 3 farklı grupları temsil etmektedir. Bu gruplar birbiri ile karşılaştırılır. Örnek olarak “12 TL param vardı. 3 TL'sini harcadım. Geride ne kadar param kaldı?” ve “12 askerden 3'ü hastalandı. Hasta olmayan kaç asker vardır?” sorusu verilebilir.

3. *Bir Kümenin Tümleyeni*: Bu tip sorularda hikayeleştirilmiş temel olay döngüsünde 12 elemanlı bir küme vardır ve bu kümenin elemanlarından 3 tanesi belli bir özelliğe sahiptir. Bu durumda “Elemanların kaç tanesi bu özelliğe sahip değildir?” sorusu sorulur. En kritik kelimeyi ise “değildir” oluşturur.

4. *Eksiltme, Eksilterek Geri Sayma*: Bu yapı toplama işleminde hesaba katarak üzerine sayma yapısının tam tersini oluşturur. Ağırlıkta zayıflama, hava sıcaklığının düşmesi, fiyatta indirim yapılması gibi bağlamlar kullanılarak öğrencilerin sayı doğrusu üzerinde geri sayma işlemini yapması beklenir.

5. *Toplama İşleminin Tersisi*: Matematiksel bakış açısıyla bakıldığında çıkarma işlemi toplama işleminin tersi olarak görülür. En zor görülen yapı da budur. Çünkü çıkarma işlemi yapmak yerine cevabın bulunması için toplama işlemi yapmak gerekir. Örneğin “Geçen hafta 37 TL olan radyo bu hafta 49 TL olmuştur. Radyonun fiyatında ne kadar artış olmuştur?” sorusunda var olan “ne kadar” kelimesi öğrencileri toplama işlemi yapmaya yönlendirir. Oysaki aradaki farkı bulması gerekir.

2. 1. 8. Toplama ve Çıkarma İşleminde Kavram Yanılgısı ve Hatalar ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Türkdoğan ve diğerleri (2015), ulusal literatürde matematik eğitiminde kavram yanılgısını konu alan makaleleri inceleyen literatür çalışması gerçekleştirmiştir. Bu araştırmada toplamda 45 makale içinden ilköğretim düzeyinde kesir ve kesirlerin sayı doğrusu üzerinde gösterimini konu alan 2 tane makalenin (Pesen, 2007, 2008), dört işlem ile ilgili 1 tane literatür taraması (Varol ve Kubanç, 2012) çalışması vardır.

Varol ve Kubanç (2012), öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda yaşadıkları aritmetik güçlükleri literatür taraması yöntemiyle ortaya koymak amacıyla bu çalışmayı yapmıştır. Çalışma bulgularına göre dört işlemde yaşanan güçlüklerin çoğu nedeni

basamak gruplama kavramlarında yaşanan zorluk, yanılğı ve ya hatalardır. Ayrıca iki basamaklı sayılarda yapılan hatalar tek basamaklı sayılarda yapılan hatalardan daha fazla sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin toplama ve çıkarma işleminde sayıları yanlış basamaklara yazdığı belirtilmiştir. Özellikle çıkarma işleminde aşağıdan yukarıya doğru çıkarma işlemi yapma yanılığının yaygın olduğu söylenmiştir.

Çite (2016), 4. sınıf öğrencilerinin sayı konusunda yaşadıkları kavram yanılığlarını belirlemek amacıyla 427 öğrenciyle çalışmıştır. Çalışmada teşhis testi kullanılarak nicel veriler analiz edilmiş ve çalışma nitel verilerle desteklenmiştir. 4, 5 ve 6 basamaklı doğal sayıların yazımı ile ilgili olarak sıfırı bir yer tutucu olarak kabul etmeme, yazılışı verilen sayıda ilk ve son kısma odaklanma, binler bölüğünün tam olarak algılanmaması sonuçlarına ulaşılmıştır. 4, 5 ve 6 basamaklı sayıların basamak değerleri ile ilgili kavram yanılığlarının tespitinde basamak değerini sayıdaki rakamları sayarak hesaplama, bölükleri iki ayrı bölük olarak düşünme, basamak değeri yerine bölükteki en büyük sayıya yönelme yanılığlarına ulaşılmıştır. 4, 5 ve 6 basamaklı sayıların çözümlenmesi ile ilgili kavram yanılığlarının tespitinde verilen sayının ilk kısmını değerlendirme, binler bölümündeki sayıları tanımama, sıfırı yer tutucu olarak görme güçlüğü sonuçlarına ulaşılmıştır.

Kubanç (2012) çalışmasında ilkokul 1, 2 ve 3.sınıf öğrencilerinin matematikte dört işlem konusunda yaşadıkları zorlukları belirlemek amacıyla 2. sınıfa devam eden 152 öğrenciyle klinik görüşme yapmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerde işlem tercihini doğru yapıp sonucu hatalı bulma, büyük sayı başta olursa çıkarma yapılır, küçük sayı başta olursa toplama yapılır eğilimine, sorunun bütününe odaklanmak yerine soruda geçen anahtar kelimelere odaklanma hatasına, sorunun başında geçen sayı üste yazılır sonunda geçen sayı alta yazılır kavram yanılığına, eldeli toplama işleminde basamaklar arası ilişki kurmada güçlüğe rastlanmıştır.

Sadi (2007), aritmetik işlemlerdeki kavram yanılığlarını incelemeye almıştır. Çalışmada doğal, ondalık ve kesir sayıları ile yapılan dört işlemlerde ortaya çıkan kavram yanılığları ele alınmıştır. Çalışma sonucunda toplama işleminde alt alta toplananları yazarken basamakları uygun yerlere yazmada ve 0 ile çıkarma işlemi yaparken 0'dan borç alma noktasında hataların yaşandığı belirtilmiştir. Ayrıca öğrencilerin çıkarmayı alttan yukarı doğru yaparak çıkarma işleminde değişme özelliği olduğu yönünde düşünceye sahip oldukları belirtilmiştir.

Önal ve Aydın (2018) ilkokul öğrencilerinin dört işlemde yaygın olarak yaptıkları hataları 12 başlık altında ele almıştır. Bu başlıklar sayma hatası, gruplama hatası, gereksiz onluk bozma, işlem yönünü karıştırma, işlemde bilinmeyeni bulma, eldeli işlem sonuna basamak olarak ekleme, sayıları rakam olarak değerlendirme, büyük sayıdan

küçük sayıyı çıkarma, rakamları yan yana yazma, 0 ve 1 kavramı, semboller, basamakları yanlış yere yerleştirme şeklindedir.

2. 1. 9. Cebir ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Kaya ve Keşan (2017) ilkokul öğrencileri için cebirsel düşünme ve akıl yürütme alanlarının önemini ve gerekçelerini tartışarak ortaya koymuştur. Cebir konusunun öğrencilerde sadece matematik derslerinde değil günlük hayatta da güçlüklerin üstesinden gelme ve yorum yapma becerisi anlamına geldiği belirtilmiştir. Cebirin öğrencilerde zorluklarla başa çıkmak için gerekli zihinsel aktiviteyi kullanabilmesini sağladığı belirtilmiştir. Bu açıdan cebirsel düşünme ve akıl yürütme becerilerinin ilkokulda geliştirilmesi ve öğrenme ortamlarının bu doğrultuda çeşitlendirilmesi önerilmiştir.

Ersoy ve Erbaş (2005) ülkemizdeki öğrencilerin başarı düzeylerini diğer ülkelere karşılaştırmak için yurt dışında geliştirilip uygulamaya konulan KaPAT (Kassel Projesi Cebir Testi) testini ülkemizde sosyo-ekonomik düzeyi orta ve alt grubu oluşturan bölgede uygulamışlardır. Araştırma karşılaştırma yapmanın yanı sıra cebir alanında öğrencilerde yaşanan ortak öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışlarını tespit etme amacını da taşımaktadır. Araştırma sonucuna göre Türk öğrencilerinin başarı puanı 50 üzerinden 20.1 olmuştur. Öğrencilerde ortak olarak eşitlik kavramında yanlışlar saptanmıştır. Bu durum ise eşitliğin anlamı üzerinde kavram yanlışlarının olabileceğini düşündürmüştür. Öğrencilerin sözel ifadeleri matematiksel cümlelere dönüştürmekte zorlandıkları görülmüştür. Bunun nedeni olarak da değişken kavramı ile ilgili kavram yanlışları yaşadıkları düşünülmüştür. Cebire giriş konusunda KaPAT'de bir grup Türk öğrencisi bazı ülkelere göre daha başarılı olurken bazı ülkelere göre daha başarısız olmuştur.

Dede ve Argün (2003) cebirin öğrenciler tarafından anlaşılmasını zorlaştıran nedenler üzerinde durmuştur. 3 başlık altında toplanan nedenler şunlardır:

1. *Cebirin Yapısı:* Cebirin sembollerle ifade edilişi ve soyut bir yapıya sahip olması öğrencilere zor gelmektedir.

2. *Öğrencilerin Zihinsel Gelişimi ve Hazırbulunuşluk Düzeyleri:* Öğrencilerin eşitlik ve değişken kavramını kavraması ve aritmetik işlemlerde pratikleşmesi cebirsel işlemleri yaparken kolaylık sağlayacaktır.

3. *Cebirin Öğretimindeki Eksiklikler:* İşlemsel ve yapısal kavramlar arasındaki geçişin sağlıklı sağlanamaması, uygun yaşta cebir öğretimine başlamama, ezbere dayalı öğretim metodu öğrencilerin zorluk yaşamasına neden olmaktadır.

Stephens ve diğerleri (2015), 3. sınıfta cebirsel akıl yürütmenin geliştirilmesi için stratejiler ve uygulanabilecek sınıf aktivitelerini belirtmiştir. Son yıllarda cebirsel akıl yürütmenin geliştirilmesi için farklı projeler ve modeller ortaya atılmıştır. Bunlarda biri de

Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM)'dir. CCSSM öğrencilerdeki cebirsel düşünme eğitimine yenilik getirerek cebir eğitiminin okul öncesinde başlaması gerektiğini belirtir. Bunun gerekçesi de erken yaşlardaki cebir eğitiminin ileriki yıllardaki matematik başarılarını olumlu yönde etkileyeceğidir. Cebirsel düşünmenin; eşitlik işaretinin anlamını ilişkilendirmeyi, aritmetik ilişkilerde genellemeye varmayı, kesir ilişkilerini tanımlarken farklı temsiller kullanmayı geliştireceğini belirtmişlerdir. Çalışmada 39'ar kişiden oluşan 2 tane 3. sınıf ile çalışılmıştır. Deney grubunda 21 saatlik ders programı uygulanmıştır. Her ders küçük gruplarla özel bir soru üzerinde tartışma ile başlamıştır. Soruya getirilen çözümler tüm gruplarla paylaşılarak bir kez daha tartışmaya alınmıştır. Bu çalışmada ön ve son değerlendirme yapılarak öğrencilerin temsiller üzerindeki yanıtları kıyaslanmıştır. Araştırma sonucuna göre eğitimi alan öğrenciler eğitimi almadan önce ortaya koydukları cebirsel düşünme yollarından daha fazla yol ortaya koymuştur.

Schliemann ve diğerleri (2003) 2. sınıftan 4. sınıfa kadar cebir konulu aktiviteler hazırlayarak temsillerin kullanımı ile öğrencilerin yorumlar yapmasını sağlamışlardır. Bu öğrencilere cebirsel ilişki ve işaretlerin anlamı eğitimi verilmiştir. Araştırmada her dönem 6 ya da 8 aktivite hazırlanarak 90 dakikalık çalışmalar yapılmıştır. Çalışmalar toplama, çıkarma, çarpma, bölme, kesir, oran, negatif sayılar ile ilgilidir. Çocuklarda cebirsel akıl yürütme ve aritmetik arasında ilişki kurdurulmaya çalışılmıştır. Araştırma sonucuna göre deney grubundaki öğrenciler cebirsel akıl yürütme ile aritmetiği ilişkilendirmede temsilleri kullanmada daha başarılı olmuştur.

Tang ve Ginsburg (1999), akıl yürütmenin bileşenlerini problemleri bireysel yorumlama, her gün düzenli olarak kullanılan stratejiler, çoklu temsiller, esnek düşünce, öğrenme eşiği, akıl yürütmede kişiliğin etkisi, bilişüstü düşünce (metacognition) olarak açıklamıştır.

- a) Bireysel Yorumlama: Bireyin sorulan soruyu kendine göre yorumlamasını içerir. Yetişkinlerden daha farklı düşünüp kelimelere daha farklı anlam katan çocukların bir soruya verdiği yanıt yanlış olsa da başka bir soru için doğru cevap olabilir. Çocuklar okula belli yaşantılarla gelir ve bu deneyimler onların dünyayı nasıl gördüğünü etkiler.
- b) Her Gün Düzenli Olarak Kullanılan Stratejiler: Her gün ekleme, çıkarma, çok-az, hesaplama gibi işlemler yapan çocukların matematik gelişimi olumlu etkilenmektedir. Başarılı bir akıl yürütme için etkili strateji seçimi ve kullanımı gerekir. Bunun için sürekli strateji kullanması ve kullandığı stratejileri değiştirecekleri problemlerle karşılaşmaları gerekir.

- c) Çoklu Temsiller: Problemi temsil eden nesnelerin de soru çözümünde önemi büyüktür. Matematik derslerinde kullanılan temsilleri değiştirerek kullanmak gerekmektedir.
- d) Esnek Düşünce: Çocuklar bir mantıksal işlem kullandıktan sonra sonuca göre farklı mantıksal işlemler kullanmaya eğilimlidir. Bu düşüncenin esnek olması olarak tanımlanmaktadır.
- e) Öğrenme Eşiği: Düşünmenin sadece bilişsel işlem düzeyine değil potansiyel gelişime de bağlı olduğunu vurgulamıştır. Çocuklar yetişkin rehberliğinde potansiyelini arttırabilir.
- f) Akıl Yürütmede Kişiliğin Etkisi: Akıl yürütme becerisini tam olarak anlamak için çocuğu bütün olarak ele almak gerekir. Bilişin kişiliğini (personality of cognition) anlamak eğitimcilerle çocukların davranışlarını yorumlamada, çocukları motive etmede, çocuklara daha etkili eğitim sunmada yardımcı olur.
- g) Bilişüstü: Bir kişinin kendi düşüncesi hakkındaki düşüncesi kompleks bir beceri gerektirir. Çocuğun kendi düşüncesini ele alıp yorumlaması bilişüstü olarak tanımlanır. Eğitimcilerin bilişüstünün belirtilerine karşı dikkatli olması gerekir.

NCISLA (2003), Blanton ve Kaput'un liderliğini yürüttüğü Massachusetts Comprehensive Assessment System (MCAS) projesinin amacı daha fazla cebir kullanarak öğrencilerde aritmetiğin gelişimini sağlamaktır. Bu projede öncelikle öğretmenler 1 yıllık eğitime alınmıştır. Eğitim içerisinde öğretmenlerin öğrencilerin cebirsel akıl yürütmelerini fark edebilecekleri durumlarla karşılaşmaları sağlanmış, problem çözümü ve öğrencilerin nasıl düşündüğü ile ilgili konuların yer aldığı seminerler düzenlenmiş, öğretmenlerin cebirsel akıl yürütme alanındaki deneyimleri zenginleştirilmeye çalışılmıştır. Seminerlerde cebirsel akıl yürütmeyi geliştirebilecek soruları tartışan, öğrencilerin hesaplamayı nasıl öğrendiklerini inceleyen, öğrencilerin ispatlama becerilerini gözleyen, eğitimde farklı yaklaşımları ve deneyimleri tartışan öğretmenlerin müfredatta odaklandıkları nokta ise öğrencilere cebiri öğretmek yerine onların cebirsel düşünebilmeleri olmuştur. Bu düşünceye göre öğrenciler karşılaştıkları problemleri küçük gruplar halinde ele alıp farklı temsiller kullanarak genellemeye varmaya çalışırlar. Varılan sonuçlar tüm sınıfça değerlendirilir. Proje sonucunda ortaya çıkan bulgularda 3. sınıf olan deney grubu öğrencilerinin 4. sınıf olan kontrol grubu öğrencilerinden cebirsel akıl yürütme anlamında daha fazla başarı sağladığı belirtilmiştir.

Schifter (1999) makalesinde ilkökul matematik eğitimi müfredatında cebirsel akıl yürütme uygulamalarına yer verilmesi gerektiğine ve çeşitli akıl yürütme biçimlerinin incelenmesi gerektiğine dikkat çekmiştir. Günümüzdeki matematik eğitiminde cebirin, çocukları doğal düşünme becerilerinden uzaklaştırıp hafızayı doğru kullanmaya

yönlendirdiğini belirtmiştir. Schifter değişen matematik öğretim programında şu noktalara ağırlık verilmesini uygun görür: i) Öğrenciler kendi matematik sezgisi oluşturma yolunu nasıl dizayn eder? ii) Merkezde öğrencilerin düşünmesi olan eğitim yaklaşımında öğrencilere kendi akıl yürütmelerini söyleme fırsatı sunma, kendi fikirlerini oluşturma için cesaretlendirme. iii) Öğrencilerin işlemlerde dağılım, ilişki, birleşme, eşitlik gibi özellikleri deneyimlemeleri. Bu çalışma bünyesinde bir ilkökul öğretmeni değiştirdiği matematik eğitimi anlayışının öğrencilerde matematik sezgisinin gelişmesine katkı sağladığını belirtmiştir. Ayrıca öğrencilerin cebir eğitimine hazır hale geldiğine dair ipuçlarına ulaştığını dile getirmiştir.

Kamii ve Warrington (1999) cebirsel akıl yürütmenin çocuklarda geliştirilmesi için matematik eğitiminde dikkat edilmesi gereken bazı hususları belirtmiştir. Bunlar:

1. Matematik öğretiminde öğrencilerin kendi düşüncelerine güvenmelerine dair onları cesaretlendirmek.
2. Kritik noktalarda düşünmeye teşvik etmek ve farklı fikirlere saygılı davranmak.
3. Öğrencinin cevabını yine öğrenciye değerlendirmek.
4. Hazır verilen temsillerden ziyade öğrencinin kendi temsillerini kullanılmaya özendirme.
5. Sorunun çözümü için ne yapacağını söylemeden öğrencinin mental düşüncesini geliştirmesine imkân vermek. Böylece akıl yürütme becerilerinin daha yüksek seviyeye çıkarılabileceği belirtilmiştir.

Greenes ve Findel (1999), çeşitli araştırmaların sonucu olan “ortaokul ve lise düzeyinde, cebir eğitimi almış çocukların cebirsel akıl yürütme alanında çok az beceri göstermiştir” ifadesinden yola çıkarak “Hangi yöntem öğrencilerin cebirsel akıl yürütme becerilerini geliştirebilir?” sorusuna cevap aramıştır. Öğrencilerin tümdengelim ve tümevarım şeklinde düşünmesi, farklı temsiller kullanarak ifade edebilme, eşitlik kavramı, değişkenleri anlayabilme, kesirler ve orantı konusunda akıl yürütebilme kavramlarının eğitim sürecinde yer alması gerektiğini uygulama örnekleri ile açıklamıştır. Çalışmada öğrencilerin erken yaşta cebir ile karşılaştırılması, öğrencilere cebirsel akıl yürütme deneyimlerinin sıkça yaşatılması, öğrencilerin fikirlerini rahatlıkla ifade etmesi ve fikir tartışmalarının yapıldığı sınıf ortamı olması gerektiği önerileri getirilmiştir.

Türkoğlu ve Cihangir (2017) meta-sentez yöntemiyle yaptıkları çalışmada cebirsel düşünmenin baz alındığı 23 araştırmayı ele almışlardır. Araştırmanın bulgularında cebirsel düşünme için öğrencilerdeki kritik sürecin ilkökul olduğunu belirten 14 çalışmanın olduğu belirtilmektedir. Ayrıca çalışmada cebirsel düşünme için genelleştirilmiş aritmetiğin, fonksiyonel düşünmenin, genellenmenin, ters işlem kullanımının gerekli ve önemli olduğu belirtilmektedir.

2. 2. Literatür Taramasının Sonucu

Alan yazın incelendiğinde dört işlemdeki kavram yanılgısı ve hatanın tespit edildiği ya da giderilme etkisinin araştırıldığı çalışmaların genellikle 3. sınıf ve sonrasında yoğunlaştığı görülmektedir. İlkokulun ilk yıllarına yönelik çalışmalara az rastlanmaktadır. İlk yıllarda oluşan ya da oluşabilecek kavram yanılgısı ve hataların önlenmesi şüphesiz ileriki yıllarda matematik başarı düzeyini olumlu etkileyecektir. Yapılan alan yazın taramasına göre kavram yanılgısı ve hataların nedeni olarak basamak değerlerinin kavranamaması, sembollerin anlamlandırılmaması ve yeterince gelişmemiş sayı duygusu olarak belirtilmiştir. Farklı araştırmacılar farklı sınıflandırmalar yapmıştır. Yine bu çalışmalarda oluşabilecek kavram yanılgısı ve hataların önlenmesi için öneriler getirilmiştir. Şüphesiz kavram yanılgısı ve hataların tespit edilmesinden sonraki adım kavram yanılgısı ve hataların giderilmesi olmalıdır. Bu bağlamda kavram yanılgısının ve hataların nasıl giderileceği, hangi yöntemin kullanılacağı araştırılması gereken önemli bir konu olarak görülmektedir. İncelenen alan yazın çalışmaları dikkate alındığında kavram yanılgısı ve hataların oluşma nedenleri ve giderilmesine yönelik öneriler dikkate alınarak ders planları hazırlanmıştır. Toplama ve çıkarma işlemindeki kavram ve sembollerin somutlaştırılarak öğretilmesi, bu kavramlar üzerinde zihinsel strateji geliştirmeye imkân sağlayacak etkinlik ve öğretmen yönlendirilmelerine yer verilmiştir.

Diğer yandan ilkokulun ilk yıllarındaki aritmetik eğitiminin cebirsel düşünmeyi geliştirecek şekilde düzenlenmesinin matematik öğretiminin kalitesini arttıracaklarını belirten çalışmalar oldukça çoktur. Ortaokul yıllarında cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesi için ilkokuldaki aritmetik eğitiminin cebir ile ilişkisinin kurulması gerektiğini öneren pek çok çalışma vardır. Bu görüş doğrultusunda “erken cebir”, “cebir öncesi” eğitimi gibi kavramlara alan yazında rastlanmaktadır. Peki cebirsel düşünme becerisinin ilkokulda geliştirilmeye başlanması sadece ortaokul ve lise cebir eğitimine hazırlık olması için mi gereklidir? Cebirsel düşünme ve cebirsel akıl yürütme becerisi dört işlem yani aritmetik eğitimini nasıl etkiler?

Cebirsel akıl yürütme yapılarak cebirsel düşünme becerisi geliştirilir. Cebirsel akıl yürütmeyi destekleyen düşünme süreçlerinde genelleştirilmiş aritmetik, fonksiyonel (işlevsel) düşünme, genelleme ve ters işlem yer almaktadır. Genelleştirilmiş aritmetik ile dört işlem ileri geri hesaplama yapmaktan öte daha üst düzey zihinsel çalışmaları gerektirir. Böylece sayılar arası ilişki kurma becerisi artar. Fonksiyonel düşünme ile eşittir işaretinin çift taraflı düşünülmesi sağlanır. Sembollerin anlamlarının ve kullanımının en doğru şekilde öğrenilmesi kavram yanılgısı ve hataları önleyecektir. Genelleme ilkokulda örüntüler konusu ile öğrencilere kazandırılmaya çalışılır. Ancak dört işlem öğretiminde de genelleme kullanılabilir. Bir sayının 9 ile toplanması sonucu genelleme yapılarak

bulunabilir. Ters işlem ise birbirinin tersi olan toplama-çıkarma, çarpma-bölme işlemleri arasındaki ilişkinin kurulabilmesini sağlar.

Alan yazında ilkökul matematik eğitiminin ilk yıllarına yapılan vurgu ve araştırmanın yapılacağı Ekim-Kasım ayları ile konunun müfredatta yer aldığı zaman dilimi düşünüldüğünde ilkökul 2. sınıf ile çalışmanın yürütülmesine karar verilmiştir. İlkökul matematik eğitiminde dört işlemde yaşanan kavram yanlışlığı ve hatalar önemlidir. Toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanlışlığı ve hataların cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile giderilme etkisi incelenmek istenmiştir. Böylece matematik eğitimine katkıda bulunabileceği düşünülmüştür.



3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, araştırma grubu, verilerin toplanması, veri toplama araçları, uygulama akışı, verilerin analizi başlıklarına yer verilerek araştırmanın gerçekleştirilmesi sürecinde kurgulanan hazırlık, izlenen yol açıklanmaya çalışılmıştır.

3. 1. Araştırma Modeli

Bilimsel çalışmalar nicel ve nitel yaklaşımlardan biri veya ikisi kullanılarak yapılabilir. Nitel çalışmalarda araştırılacak olgu, araştırılan kişinin bakış açısı ile incelenip yorumlanır. Nicel çalışmalarda ise elde edilen bulgular sayısal değerlerle ifade edilir, ölçülür (Ekiz, 2013.) Değişkenler arasındaki neden-sonuç ilişkisinin test edildiği çalışmalarda nicel yaklaşım içerisinde yer alan deneysel araştırmalar kullanılır (Büyüköztürk, Kılıç-Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2019). Deneysel araştırmalar tek denekli ve çok denekli desenler olarak ikiye ayrılır. Çok denekli deneysel desen ise kendi içinde gerçek, yarı ve zayıf deneysel olarak üçe ayrılmaktadır. Zayıf deneysel desen temelinde seçkisiz atanmanın grup eşleştirmesinin olmadığı çalışmalardır (Büyüköztürk vd., 2019). Creswell (2012) var olmayan bir eğitim uygulamasının etkililiği araştırılmak istendiğinde mevcut eğitim-öğretim ortamında grupların oluşturulması sürecinde müdahale etme imkanı olmaması durumunda tek gruplu ön test- son test deneysel desenin kullanılabileceğini belirtmiştir (Bulut, Dündar ve Yamak, 2014). Tek gruplu ön test- son test desen zayıf deneysel desenin bir türüdür. Bu çalışmadaki araştırmacının aynı zamanda uygulayıcı olması, zamanın kısıtlı olması, çalışmanın uygulanacağı grubun oluşturulmasında müdahale edilememesi, çalışmada zayıf deneysel desenin bir türü olan tek grup ön test-son test desenin kullanılma nedeni olmuştur.

Tek gruplu ön test- son test yapılan bu çalışmada bağımlı değişkeni toplama ve çıkarma işlemlerindeki kavram yanılgısı ve hatalar, bağımsız değişkeni ise cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile işlenen 4 haftalık çalışma planları oluşturmaktadır. Uygulama yapılacak olan gruba ön test uygulanmıştır. Ardından 2 hafta toplama işlemi, 2 hafta çıkarma işlemi konu alan, cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile hazırlanan ders planları işlenmiştir. Son olarak gruba son test uygulaması yapılmıştır. Araştırmada ilkökul öğrencilerinin sahip olduğu yaygın kavram yanılgısı ve hataların türleri belirlenmek ve tespit edilen kavram yanılgısı ve hataların giderilmesinde etkili olabileceği düşünülen cebirsel akıl yürütme uygulamalarının etkisi belirlenmek istenmiştir.

Tablo 2. Araştırmanın Deneysel Deseni

Grup	Ön Test	İşlem	Son Test
D ₁	O _{1,1}	x	O _{2,1}

D₁: Deney grubu

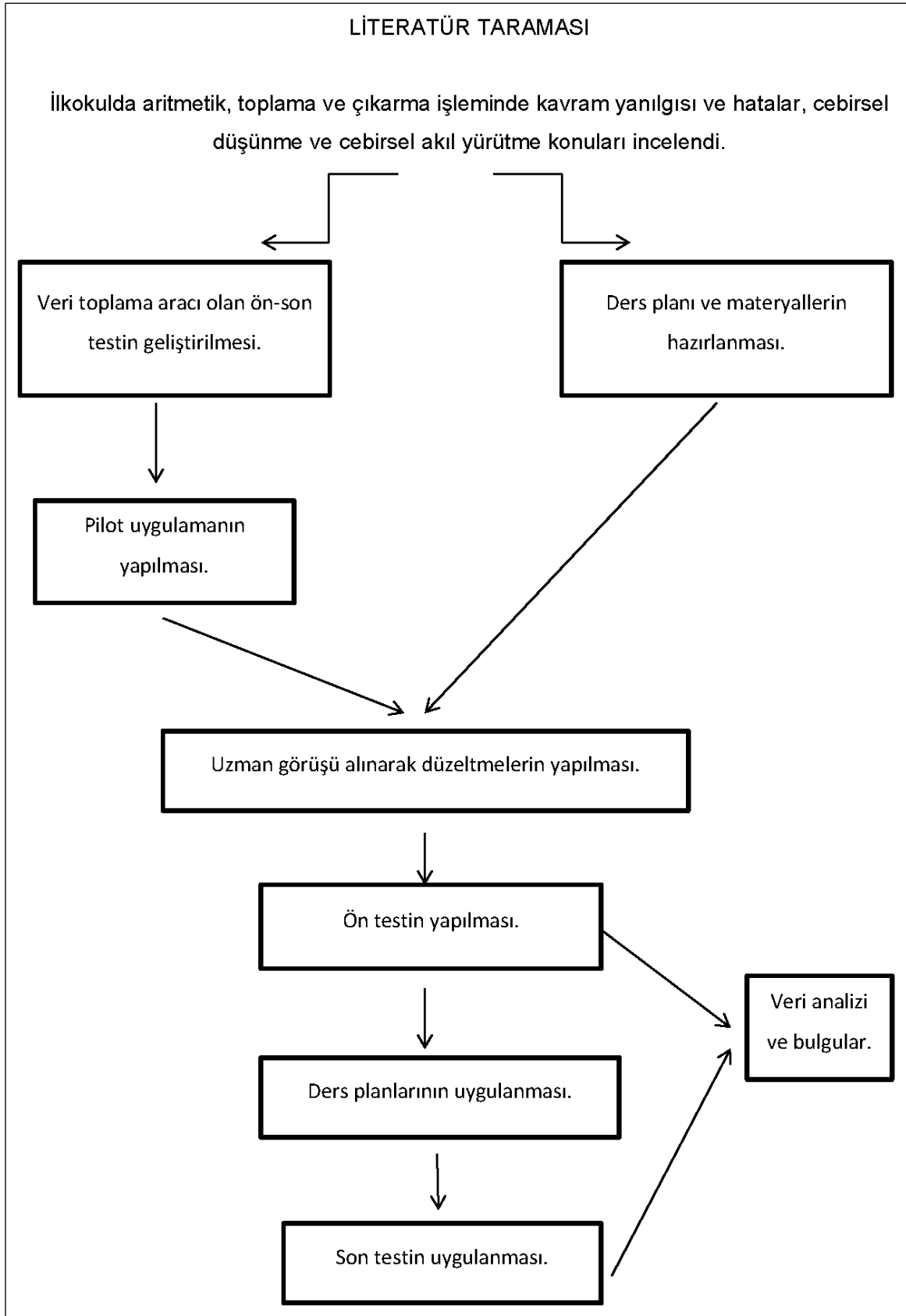
O_{1,1}: Deney grubuna yapılan ön test

X: Cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile işlenen toplama ve çıkarma dersi

O_{2,1}: Deney grubuna yapılan son test

Veri toplamak amacıyla geliştirilen ön-son test yarı yapılandırılmış görüşme şeklinde gerçekleşmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşmeler ön ve son test olarak her öğrenci ile birebir gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler 15-20 dakika sürmüştür. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerin yanıtlarının nedenleri üzerinde durulmuştur. Çünkü yaş grubu 7-8 olan bu öğrenciler cevapları yazarak kendilerini çok net ifade edemeyebilirler. Bu nedenle görüşmeyi yapan araştırmacı “neden” sorusu ile ne düşünerek yanıt verdiklerini anlamaya çalışmıştır.

Araştırmanın planlanması, soruların geliştirilmesi, ders planlarının hazırlanması ve uygulanması araştırmacı tarafından gerçekleşmiştir. Çalışmada kullanılan yöntem aşağıda modellenmiştir.



Şekil 1. Araştırma modeli

3. 2. Araştırma Grubu

Araştırmanın grubunu Trabzon'da bir devlet ilkokulundaki 2. sınıflara ait bir şube oluşturmaktadır. Araştırmayı yapan ve uygulamayı gerçekleştirenin aynı kişi olması ve aynı zamanda araştırmacının 2. sınıfların öğretmeni olması çalışmanın 2. sınıf öğrencileriyle yapılmasının nedenlerinden biri olmuştur. Bir başka neden ise seçilecek sınıfın önceki yıllarda cebirsel akıl yürütme uygulamalarının ders içeriğine entegre edilmeden eğitim aldığından emin olmak olmuştur. Ayrıca literatürde genellikle ilkokul 3.sınıf ve sonrası ile yapılan araştırmalar mevcuttur. Daha alt sınıflarla kavram yanılgısı ve hataya yönelik yapılan çalışmaya rastlanmamıştır. İlkokul 1. sınıflar araştırmanın planlandığı Ekim-Kasım aylarında henüz dört işlemi öğrenmediklerinden 2. sınıf ile çalışmak bu çalışma için en uygun sınıf seviyesi olmuştur. Sınıfta 23 öğrenci bulunmaktadır. Bu sınıfta Türkçe bilmeyen 1 Afganlı öğrenci ve okuma-yazma becerisine sahip olmayan 2 Türk öğrenci araştırma grubuna alınmayarak çalışma 20 kişi ile gerçekleştirilmiştir. Bu nedenle örneklem seçiminde amaçlı örnekleme kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme yöntemi olay, olgu ve durumları derinlemesine incelemeye ve zengin bilgiler elde etmeye yardımcı olur (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Araştırmaya katılan 20 öğrencinin 11'i kız ve 9'u erkektir. Sınıfın ortalama matematik başarısı orta seviyededir. Kız öğrencilerin sayısı erkeklerden daha fazla olmasının da etkisiyle kız öğrencilerinin matematik dersine katılımı ve gösterdikleri başarı erkek öğrencilere göre daha iyi durumdadır. Sayıların birbirleri ile ilişkileri konusunda diğer öğrencilere göre farklı düşünebilen 1 kız, 2 erkek öğrenci vardır. Bunun aksine sayıları tanımada ve ileri- geri saymada ciddi zorluk yaşayan 1 kız ve 1 erkek öğrenci vardır.

3. 3. Veri Toplama Araçları

Araştırmada 2. sınıf öğrencilerinin toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanılgısı ve hatalarını tespit etmek için ön-son test kullanılmıştır. Bu test araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Test geliştirilmeden önce alan yazın taraması yapılarak toplama ve çıkarma işleminde öğrencilerde var olabilen kavram yanılgıları belirlenmiştir. Sorular literatürde rastlanılmayan kavram yanılgılarını da tespit etmesi amaçlanarak kazanımlara uygun olarak hazırlanmıştır. Bu nedenle sorular belirlenirken sembollerin anlamları, eşitlik kavramının kullanımı, basamakların yeri ve değeri, 0'ın toplama işlemindeki yeri, toplama ve çıkarma işleminin birbirinin ters işlemi olduğu, matematiksel cümlenin okunuşu ve yazılışı dikkate alınmıştır. Araştırmanın 2. sınıfın ilk aylarında yapıldığı göz önünde bulundurulduğunda 1. sınıf kazanımlarına göre soru hazırlanması uygun görülmüştür. 7-8 yaş aralığındaki öğrencilerin kesintisiz kaç soruyu okuyup çözebileceği hazırlanan testin

soru sayısının belirlenmesinde etkili olmuştur. Hazırlanan 20 soru kapsam geçerliliğini sağlamak için 3 uzman görüşü alınarak 9 soruya indirilmiştir. Benzer kavram yanlışını belirleyebileceği düşünülen sorular tek soruya düşürülerek, ortalama matematik başarısının altında ve ya üstünde düzey gerektiren sorular elenerek sorular belirlenmiştir. Belirlenen 9 soru ile pilot çalışma yapılmıştır. Yapılan pilot uygulama ve uzman görüşleri ile test son halini almıştır.

Veri toplama aracında Palabıyık'ın (2016) çalışmasında olduğu gibi üç aşamalı soru kullanılmıştır. Üç aşamalı sorulardan birincisinde öğrenciye sorunun yanıtı sorulur, ikincisinde neden o yanıt verdiği sorgulanır, üçüncüsünde ise verdiği yanıttan emin olup olmadığını değerlendirmesi istenir (Palabıyık, 2016).

Testte yer alan soruların hangi tür kavram yanlışını tespit etmeye yönelik olduğunu belirten tablo aşağıdaki gibidir.

Tablo 3. Test Sorularının Araştırdığı Kavram Yanlışını ve Hata

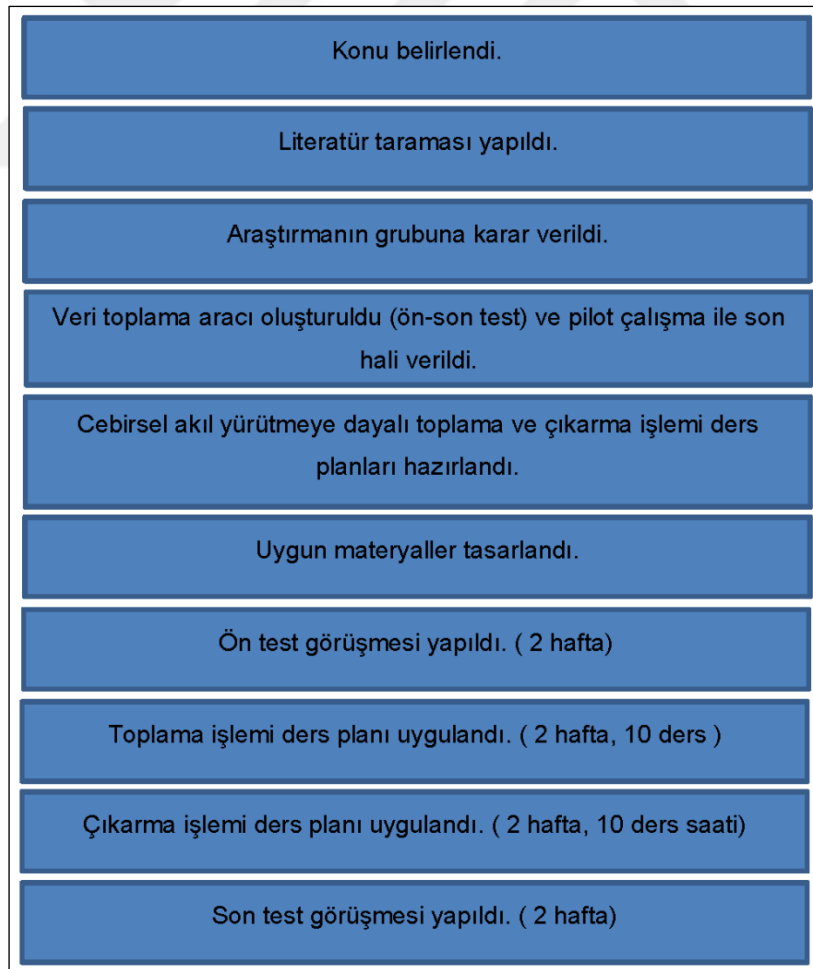
Kavram Yanlışını ve Hata	Soru Sayısı	Örnek
Toplama işleminde saymaya birinci terimden başlama	1 ve 7	Örneğin 9 ile 5'i toplayan öğrencinin 9,10,11,12,13 .. cevap 13 demesi
Toplama işleminde toplananlardan biri sorulduğunda toplamdan daha büyük bir sayı bulunması	3	Örneğin $9+\Delta=15$ sorusunda üçgen işareti ile belirtilen terimi bulmak için 15 ile 9'u toplayan öğrencinin 24 bulunması.
Toplama ve çıkarma işleminde terimlerin birbirleri ile ilişkisini göz ardı ederek verilen sayıları ve işlemi baz almak.	8	$\Delta-7=9$ sorusunda üçgeni bulmak için $9-7=2$ cevabını bulmak
Toplama işleminde farklı varlıkların toplanması	5	"Kaç balon?" olarak sorulan soruda balon ve topların sayısını toplamak.
Matematiksel işlemleri yazarken işaretlerin ve sayıların doğru yerde kullanılmaması.	4 ve 6	$7 \ 8 \ + \ = \ 15$
0'ı toplanan sayıyı arttıran sayı olarak düşünmek.	9	$15+0= 16$
Eşitliği tek taraflı olarak düşünmek	1, 2 ve 7	$3+6=6+3$ ifadesinde eşittirden sonra 9 olması gerektiğini söylemek
Eşitlik sembolüne ilişkin yanlışını	8	Eşitlik birleştirmektir.
Yer tutucu olarak kullanılan sembollere farklı anlam yüklemek	9	\square olan yere 4 kenarı olduğu için 4 sayısını koymak

Tablo 3'ten de görüldüğü üzere bazı sorular tek bir kavram yanlışını araştırırken, bazı sorular birden çok kavram yanlışını araştırmaktadır. Aynı zamanda bazı kavram yanlışları bir tek soruda araştırılırken bazıları da birden fazla soru ile araştırılmaktadır. Araştırmada kullanılan sorular Ek bölümünde yer almaktadır (bkz. Ek 2). Dokuz sorudan oluşan ön-son test toplama ve çıkarma işlemine dair kavram yanlışını ve hataları araştırmaktadır. Soruların bir kısmı işlem bir kısmı da problem üzerinden sorulmuştur.

Bazı kavram yanlışlığı ve hatalar hem işlem hem de problem bağlamında tespit edilmeye çalışılmıştır.

3. 4. Veri Toplama Süreci

Çalışmanın veri toplama süreci 2'şer haftalık iki bölümden oluşmaktadır. İlk bölüm cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile hazırlanmış toplama ve çıkarma işlemi ders uygulamasından önce yapılan ön test görüşmesidir. İkinci bölüm de uygulanan ders planlarından sonra yapılan son test görüşmesidir. Araştırmacı görüşmelerin yapıldığı sınıfın öğretmenidir. Bu nedenle ders planları araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Araştırmacının mevcut sınıfın öğretmeni olması günde 2 öğrenci ile görüşme yapabilmesine olanak vermiştir. Toplamda 20 öğrenci ile yapılan görüşmeler 10'ar günlük periyotlarda tamamlanabilmektedir. Hazırlanan ders planları ise 4 haftalık süreyi kapsamaktadır. Bu sürenin 2 haftası toplama işlemine 2 haftası da çıkarma işlemine ayrılmıştır. Veri toplama süreci aşağıda yer alan Şekil 2'deki şema ile gösterilmiştir.



Şekil 2. Veri toplama süreci

3. 4. 1. Ön ve Son Test Görüşme Süreci

Ön ve son test görüşmeleri her öğrenci ile teker teker sessiz bir ortamda ortalama 15-20 dakika sürmüştür. Görüşmelerin yapıldığı ortamda öğrencilerin dikkatini dağıtıcı gürültü, kalabalık gibi etkenlerin olmamasına dikkat edilmiştir. Görüşmeler esnasında ses kaydı alınmıştır. Görüşmelerde öğrencilerin soruyu okumasına, okuduğunu anlamada sıkıntı yaşayan öğrencilere ise gerekli açıklamanın yapılmasına dikkat edilmiştir. Okuma hatası yapana düzeltme, soruyu okuyup anlamayana ise soruyu sözel olarak anlatma gibi yardımlar yapılmıştır. Görüşme diyaloglar halinde ilerlemiştir. Araştırmacı aynı zamanda sınıfın öğretmeni olduğundan öğrencilerin cevaplarından soruyu anlayıp anlamadığını, soruyu okurken sorun yaşayıp yaşamadığını fark edebilmiştir. Araştırmacı öğrencilerle olan konuşmalarında sorunun doğru yanıtına ulaşmada yönlendirme yapmamaya dikkat etmiştir. Neden sorusu ile kavram yanılgıları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

3. 4. 2. Ders Planı ve Uygulama Süreci

Bu bölümde araştırmanın uygulama kısmına ilişkin planlar ve kullanılan materyallerin tanıtılması yer almaktadır. Araştırma 2. sınıf matematik öğretim programında yer alan “Sayılar ve İşlemler” öğrenme alanı içerisinde yer alan “Doğal Sayılarla Toplama İşlemi” ve “Doğal Sayılarla Çıkarma İşlemi” alt öğrenme alanında yürütülmüştür. Uygulama 4 haftalık süreç üzerinden tasarlanmıştır. Toplama ve çıkarma işlemi ikişer hafta ve onar ders saati olacak biçimde düzenlenmiştir. Ders planı ve çalışma kağıtları hazırlanırken cebirsel akıl yürütme becerilerinin kazandırılması için dikkat edilmesi gereken hususlar, etkinliklerde yer alması gereken örnekler, öğretmenin öğrencilerin akıl yürütmesine fırsat sunacağı sorular dikkate alınmıştır. Ders içinde kullanılan somut materyaller, bu materyallerin her öğrenciye yetecek miktarda olması, etkinliklerin öğrencilerin kendilerini ifade etmesine olanak verecek şekilde düzenlenmesi, farklı çözüm yollarının bulunması için öğrencilerin cesaretlendirilmesi, öğrencilerin genelleme yapabilmesi için yapılan rehberlik dikkat edile hususlardan olmuştur. Araştırmacı tarafından hazırlanan ders planı ve çalışma kağıtları üç uzmanın görüşleri alınarak son halini almıştır. Ders planı ve çalışma kağıtlarının son hali ekler bölümünde yer almaktadır (bkz. Ek 2). Çalışma kağıtları dersin kazanımlarına yönelik olarak hazırlanmış sorulardan oluşmaktadır. Hazırlanan çalışma kağıtları ders içerisinde ve ders dışında öğrencilerin kazanımlara yönelik pratik kazanımları için kullanılmıştır. Ders planı hazırlanırken dikkat edilen kriterler şöyledir:

1. Öncelikle literatür taraması ile toplama ve çıkarma işleminde yapılan yaygın hataların, kavram yanılgılarının ve bunların nedenlerinin neler olduğu

belirlenmiştir. Belirlenen örnekler, sorulan sorular, yönlendirmeler, kullanılmaması gereken ifadeler ders planında yer verilmiştir.

2. Uygulamanın gerçekleşeceği sınıfın ders programında aksaklık yaşanmaması için mevcut matematik öğretim programında toplama ve çıkarma işlemi için ayrılan süre ile hazırlanan ders planındaki süre aynı tutulmuştur.
3. Toplama ve çıkarma işlemine ait kavramların anlamlarının yanlışlara dönüşmemesi için literatürde önerilen materyallerin ve örneklerin kullanımına dikkat edilmiştir. Bazı materyaller de sınıf öğretmeni tarafından geliştirilmiştir.
4. Yapılacak uygulamaların özellikleri ve sınıf seviyesi dikkate alınarak planlarda ayrılan süre belirlenmiştir.
5. Ders planlarında kazanım, kullanılacak materyaller, hangi tür örnekler verilecek verilen örneklerde nelere dikkat edilecek, grup ya da bireysel çalışma yapılacağı bilgilerine yer verilmiştir.
6. Cebirsel akıl yürütme uygulamalarında fikir beyan etme, grup değerlendirmesi, olumlu sınıf atmosferi önemli unsurlardır. Uygulamalar zaman zaman bireysel zaman zaman grup çalışması şeklinde yapılmıştır. Ders planlarında bu hususlar da belirtilmiştir.
7. Cebir ile aritmetik arasındaki bağlantının sağlam kurulması, cebirsel düşünmede önemli bir yeri olan fonksiyonel (ilişkisel) düşünmenin gerçekleşmesi matematik eğitiminde istenen unsurlardır. Ders planında bu hususlara dikkat çekici yönlendirmeler yapılmıştır.

Toplama ve çıkarma işlemi ders planlarında planlara göre ayrılan süre aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4. Toplama ve Çıkarma İşlemi Ders Planı Süre Çizelgesi

Toplama İşlemi		Çıkarma İşlemi	
Ders Planı	Süre (Ders Saati)	Ders Planı	Süre
1	1	1	1
2	1	2	1
3	1	3	2
4	2	4	2
5	2	5	4
6	3		

Derslerde belirlenen kazanımlar, yapılacak çalışmalar, kullanılacak materyaller, öğrenci seviyeleri dikkate alınarak ders planlarına ilişkin süreler belirlenmiştir.

Ders işlenişinde dikkat edilen kriterler şöyledir:

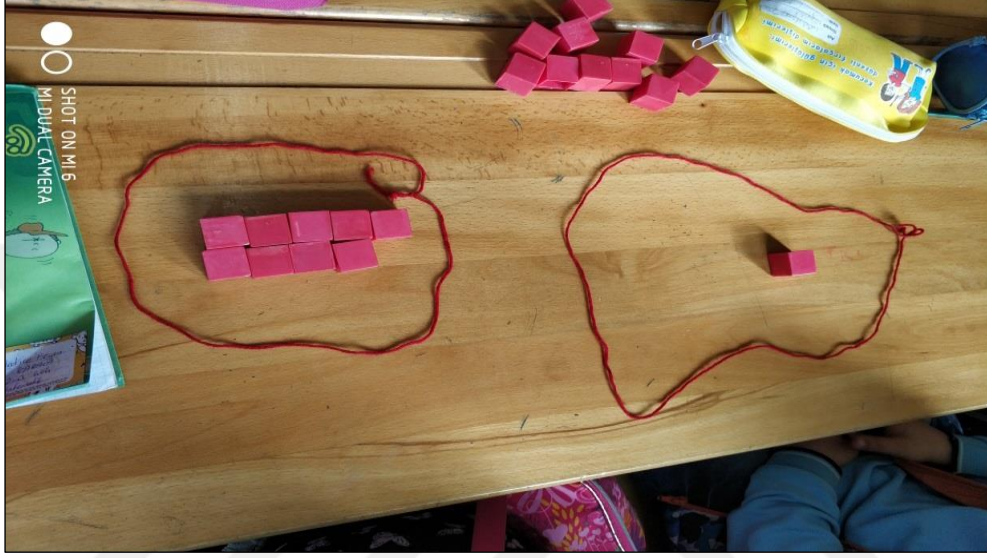
1. Kaya ve Keşan (2017) cebirsel akıl yürütmeyi matematiksel akıl yürütüme becerisinin içinde, matematiksel akıl yürütme becerisini matematik becerisi içinde, matematik becerisini de genel beceriler içerisinde ele almıştır. Cebirsel akıl yürütme işaretlerin ve sembollerin kullanıldığı aritmetik çalışmalarda tahmin etme, düşünme, tümevarım ve tümdengelim yöntemi ile çıkarsama yapma, inceleme, keşfetme, fikirlerin analizinden yeni bir fikir belirleme, planlama yapma gibi düşünsel faaliyetleri içerir. Ayrıca öğrencilerin zihinsel olarak aktif olmaları için çağdaş yöntemlerin kullanıldığı sınıf ortamlarında öğretmenin rolü destekleyici, cesaretlendirici ve bilgiye ulaşılmasında olanak sağlayıcı olmalıdır (Cantürk-Günhan, 2006). Bu doğrultuda sınıf öğretmeni dersini işlerken “Sorunun cevabı nedir?” sorusuna odaklanmak yerine “Cevabı bulmak için farklı yollar var mı? Hangisi doğru yoldur? Bu yol neden yanlıştır?” gibi sorularla öğrencilerin düşüncelerini, analiz ve sentez yapmalarını sağlamıştır.
2. Yine öğrencilere yönlendirilen sorularda doğru-yanlış geri bildirimini vermek yerine sonucun öğrencilerin değerlendirmesine bırakmak, farklı fikirlerin ve stratejilerin sunulmasını sağlamak, eleştirel düşünce ile doğru sonuca ulaşmaya çalışmak cebirsel akıl yürütme uygulamaları için daha doğru olacaktır. Bu çalışmanın uygulama sürecinde de öğretmen mümkün olduğunca sorulara verilen yanıtların sınıf tarafından değerlendirilmesini sağlamıştır. “Farklı bir yol daha var.” gibi ifadeleri olan öğrencilerin düşüncelerini paylaşmasına imkân sağlanmıştır.
3. Blanton ve Kaput’a (2005) göre cebirsel akıl yürütme uygulamalarının gerçekleştirildiği sınıflarda öğretmen öğrencileri düşünmeye odaklandırmalı, onları cesaretlendirmeli, onların araştırma kültürünü geliştirmeli, birbirlerine soru sormalarını teşvik etmeli, farklı düşüncelerin sunulmasına ve sınıfça değerlendirilmesine imkân vermelidir. Araştırmacı ders işlenişinde bunlara dikkat etmiştir.
4. Cebirsel akıl yürütme uygulamalarının belli özelliklere sahip olması gerekir. Bunlar çoklu temsil, eşitlik, değişken, fonksiyonel (ilişkisel) düşünme ve orandır. Araştırmacının seçtiği örnekler ve kullandığı ifadeler bu özellikleri kapsamalıdır (Greenes ve Findel, 1999). Bu çalışmada da ders planlarında sıklıkla yer aldığı gibi eşitlik kavramını ilişkisel düşünmeye yönelik sorulara, aynı sonucu farklı biçimlerde ifade etmeye yönelik örneklere, farklı değişkenlerin kullanımına her ders yer verilmiştir.

5. Ders işlenişinde sonuç değil süreç odaklı olunmuştur. Blanton ve Kaput, (2005) öğrenci fikirleri mümkün olduğunca dinlenmiş ve değerlendirmenin yine öğrenciler tarafından yapılması sağlanmıştır. Uygulama sürecinde sınıf içerisinde yaşanan konuşmanın ardından diğer öğrencilerin de benzer eğilimleri olduğu görülmüştür.
6. Uygulamada dikkat edilen bir husus da farklı temsillere, sembollere, eşitliği çift taraflı ve simetrik düşündüren örneklerle sıklıkla yer vermek olmuştur. Cebirin öğrencilere karmaşık, zor, korkutucu gelmesinin nedeni kullanılan semboller, harfler ve farklı temsiller olduğu ve bu durumun giderilebilmesi için ilkokulun ilk yıllarında aritmetik ile cebir arasındaki bağlantının kurulması gerektiği bilimsel çalışmalarda yer almaktadır (Dede ve Argün, 2003; Eski, 2011; Kaya ve Keşan, 2017; Kocasakal-Baysal, 2010).
7. Yine Haylock ve Cockburn (2014) matematiğin dört temel yaşantısı olan somut materyaller, semboller, dil ve resimler ile sayısal işlemlerin kavratılması gerektiğini belirtmiştir. Diğer yandan öğretim sürecinde toplama ve çıkarma işlemlerinin okunuşunda çeşitlemeye ve farklı bağlamlar kullanmaya dikkat edilmiştir. Örneğin $9+8=?$ İşleminde 9 8 daha kaç eder, 9'a 8 eklersem kaç olur, 9 artı 8 eşittir, 9'un 8 fazlası, 9. merdivenden 8 merdiven daha yukarı çıksam, 9 adım attım 8 adım daha atarsam şeklinde farklı söylemler ve uygulamalar gerçekleştirilmiştir.
8. Öğretmenler matematik eğitiminde pratik öğrenme kazandırmak için bazen kurallar ezberletirler. Bu kurallardaki söylemler her zaman doğru olmayabilir. Çıkarma işleminde büyük sayıdan küçük sayı çıkar kuralı ilerde farklı hatalara neden olabilecek yanlış bir söylemdir (Varol ve Kubanç, 2012). Uygulamada bu tür kurallar verilmemiştir.
9. Uygulamada ayrıca öğrencilerin ilk kez karşılaşacağı materyaller bulunmaktadır. Sayı doğrusu, ikili abaküs, adımlı sayılar, yüzlük sayı tablosu kullanımı, küme ve sayı terazisi bu sınıftaki öğrencilerin uygulama sürecinde ilk kez kullandıkları materyaller olmuştur.
10. Ders planlarına çalışma kâğıtları eklenmiştir. Bu çalışma kâğıtları dersin kazanımlarına yönelik ders içinde ve ders dışında pratiklik kazandırmak için öğrencilere sunulmuş örnekleri içermektedir. Çalışma kâğıtlarının öğrenci başarısına olumlu katkıları bulunmaktadır (Işık ve Çelik, 2017).

3. 4. 3. Yapılan Hazırlıklar ve Sınıf Düzeni

Uygulama sürecinde hazırlanan ders planı doğrultusunda kullanılacak olan materyaller ve çalışma kâğıtları hazırlanmıştır. Çalışma kâğıtları Ek 2'de yer almaktadır. Kullanılan materyaller aşağıda açıklanmıştır.

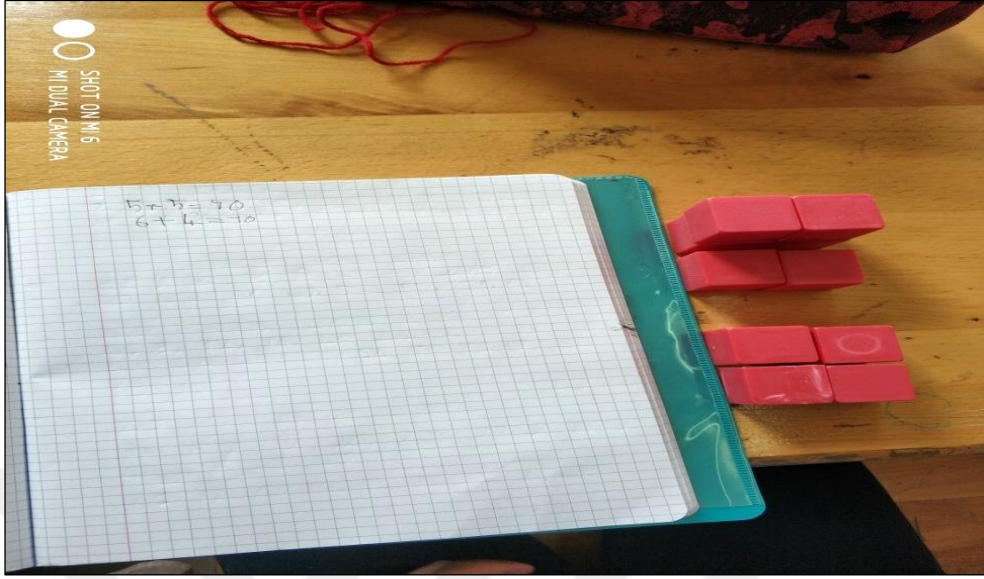
1. Küme Yöntemi



Şekil 3. Küme yöntemi ile toplama işlemi yapma

Şekil 3'de küme yöntemi ile yapılmış toplama işlemi görülmektedir. Çember şeklinde iki ip iki ayrı küme olarak kullanılarak toplananları temsil etmektedir. Çemberlerin içine birim küp ya da taşlar toplanan miktarınca konmaktadır. İki kümedeki elemanlar birleştirilerek toplam kaç birim küp ya da taş elde ettiği bulunmaktadır.

2. Birlik Bloklar



Şekil 4. Toplamları 10 eden sayıları birlik bloklar ile bulma

Yukarıda yer alan Şekil 4'de de görüldüğü üzere birim küpler kullanılarak toplamaları 10 olan sayılar bulunmaya çalışılmıştır. Bunun için her öğrenciye onar tane birim küp verilerek farklı kombinasyonlarda toplama işlemi ile toplamaları 10 olan sayıları bulmaları istenmiştir.

3. İkili Abaküs



Şekil 5. İkili abaküs ile toplama işlemi yapma

İkili abaküs 2 tane 10'lu kutucuktan oluşmaktadır. Toplamları 20 eden sayıların toplama işlemlerinde verilmeyen toplananın bulunmasında kullanılabilir. Toplamları 10 ve 20 olan iki sayıyı keşfetmekte ve sayı duygusunu geliştirmede etkisi olduğu düşünülmektedir. $8+5=?$ işleminde iki terim için iki farklı renk taş kullanılmıştır. 8 taş ve 5 taş sırasıyla yerleştirilerek toplam taş sayısı bulunmuştur. 10'arlı bloklar halinde ayrılan ikili abaküste 8 ve 2'nin toplamının 10 ettiği rahatlıkla görülebilmektedir. Bu materyal ile öğrencilerin toplanan ile toplam arasındaki ilişkiyi somutlaştırması, eşitliği çift taraflı ve simetrik düşünmeleri beklenmektedir.

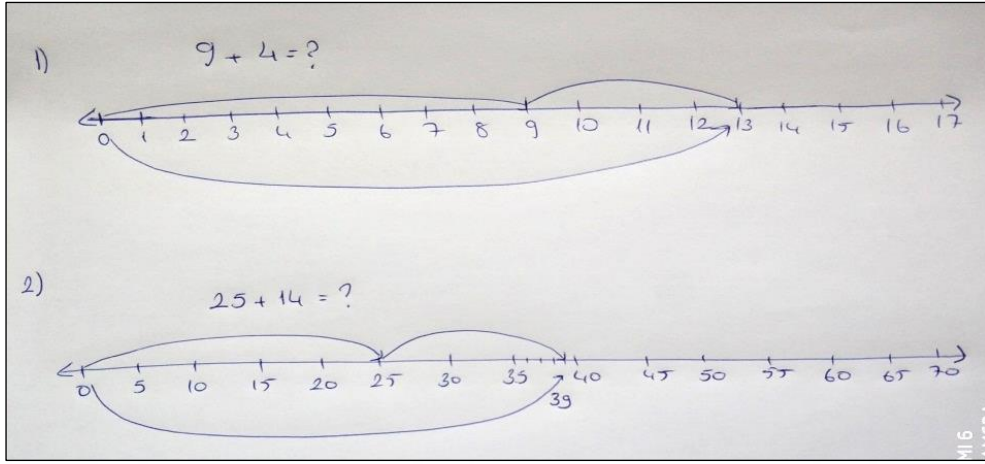
4. Adımlı Sayılar



Şekil 6. Adımlı sayılar düzeneği ile toplama ve çıkarma işlemi yapma

Düzenek sınıf zemininde 1'den 20'ye kadar olan sayıların sırayla yazılmasından oluşur. $6+4=?$ işlemini yapmaya çalışan öğrenci 6 numaralı adımın üzerine gidip 4 parmak çıkarır. Her adımda bir parmağını kapatır. Parmakları bittiğinde ulaştığı sayı cevaptır. Bu yöntemle bilinmeyen toplananları bulmak da mümkündür.

5. Sayı Doğrusu



Şekil 7. Sayı doğrusunda toplama işlemi yapma

Sayı doğrusu sıra sayılarında ileri ve geri sayma becerilerinin geliştirilmesi için kullanılan bir materyaldir. Boş sayı doğruları da üzerinde sayıların bulunmadığı doğrulardır. İki basamaklı sayıların toplama ve çıkarma işlemlerini desteklemek için bu materyal kullanılabilir.

6. Yüzlük Sayı Tablosu

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Handwritten calculations on the left side of the table:

$$\begin{array}{r} 35 \\ + 26 \\ \hline 61 \end{array}$$

$26 = 20 + 6$

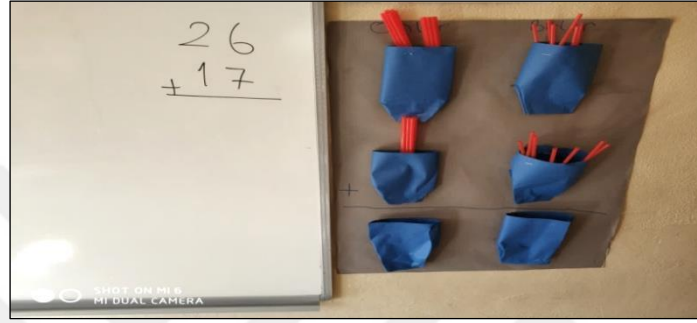
Şekil 8. Yüzlük sayı kartında toplama işlemi yapma

Yüzlük sayı tablosu 1'den 100'e sayıların 10 satır ve 10 sütun halinde yazıldığı tablodur. Sayılar her bir satır aşağı inildikçe 10'ar büyür, her bir satır yukarı çıkıldıkça 10'ar küçülür. Sayılar aynı satırda sağa doğru büyür, sola doğru küçülür. Bu özellikler toplama ve çıkarma yapmada kolaylık sağlar. 35'e 26 eklemek için ikinci toplanan olan 26,

20+6 olarak düşünülür. 35'e 20 eklemek için 2 satır aşağıya ve 6 eklemek için 6 kare sağa gidilir. Böylece sonuca ulaşılr.

Yüzlük sayı tablosunun özelliklerinin fark edilip yollar geliştirilmesi zihinsel stratejilerin geliştirilmesini sağlayacaktır. Ayrıca yüzlük sayı tablosunun yapısında var olan örüntünün cebirsel akıl yürütme becerilerinin de gelişmesini sağlayacağı düşünülmektedir. Çünkü cebirsel akıl yürütme becerilerinin de doğasında genelleme yer almaktadır.

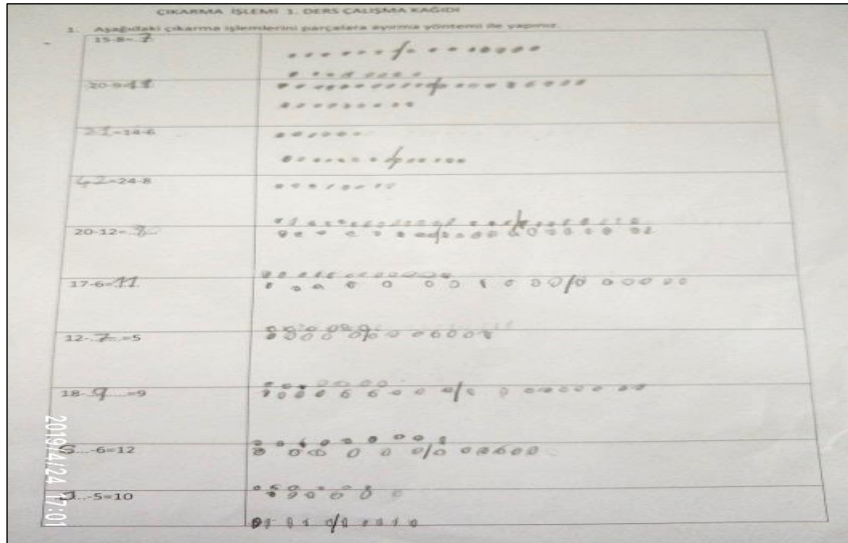
7. Onluk- Birlik Düzeneği



Şekil 9. Onluk-birlik düzeneği ile toplama işlemi yapma

Eldeli toplama işleminin kavratılmasında birlik ve onluk basamak düzeneği kullanılır. Eldenin onlar basamağına geçişinde öğretmenler tarafından çok kullanılan “komşu” tabiri yerine “onlar basamağı” ifadesi kullanılır. Kavramların doğru anlaşılması bakımından kavramların isimlerinin kullanılmasının doğru olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin eldeli toplama işleminde yeterli pratiği yapması sağlanır.

8. Parçalara Ayırma Yöntemi



Şekil 10. Parçalara ayırarak çıkarma işlemi yapma

Örnekte parçalara ayırma yöntemi ile çıkarma işlemi yapıldığı görülmektedir. Öncelikle eksilen sayı kadar nokta çizilmiştir. Çıkan sayı kadar nokta ayrılarak kalan sayı bulunmuştur.

9. Sayı Terazisi



Şekil 11. Sayı terazisi materyalinde eşitlik kavramı

Sayı terazisi materyali eşitlik kavramını verirken kullanılabilen bir materyaldir. Özellikle eşitliğin fonksiyonel düşünme becerisi kazandırılmak istendiğinde bilgiyi somutlaştıran bir materyal olmaktadır. Rakamlar kendi sayı değerleri kadar ağırlıkta olmaktadır. Arada eşitlik kurulduğunda terazi dengede olmaktadır. Örnekte $4+3=5+2$ eşitliğinin dengede olduğunu görmekteyiz. Eşitliğin dengede olmadığı örneklerde öğrencilerin ne yaparak eşitliği sağlayabileceğine dair yorumlar yapması istenir.

Sınıf Düzeni: Ders planları bünyesinde kullanılacak olan adımlı sayılar düzeneği ve grup çalışmasının yapılacak olması nedeniyle sınıf oturma planı grup şeklinde yapılmıştır. Sınıfta ortada boş bir alan oluşturulmuştur. Bu boş alanın zeminine 1'den 20'ye kadar olan sayı adımları yapıştirilmiştir. Onluk-Birlik Düzeneği kullanılacak ders sürecinde her öğrencinin rahatlıkla görebileceği bir yere asılmıştır. Sayı terazisi materyali her öğrencide bulunmaktadır. Sınıf oturma düzeninde her öğrencinin tahtayı rahatlıkla görebildiğine ve öğretmeni yeterince duyabildiğine dair onayı alınmıştır.

3. 4. 4. Bir Dersin İşlenişine İlişkin Örnek

Kazanım: Eldeli toplama işlemi yapar.
Toplama işleminde terimler arası ilişki kurar.

Materyal: Yüzlük sayı tablosu

DERSE GİRİŞ:

Öğrencilere yüzlük sayı tablosu dağıtılarak ne olduğu sorulur. Satır ve sütun tanımı yapılarak yüzlük sayı tablosunda kaçar tane oldukları sorulur. Sayıların diziliş kuralının nasıl olduğu sorularak fikir paylaşımı yapılır. Bu noktada her satırda sayının 10 arttığı, her sütunda sağa doğru 1 artış, sola doğru 1 azalış olduğu genellemesine ulaşmaları için ipuçları verilir. Örneğin; 5'in bir satır altında olan sayının kaç olduğu sorulur. "5'ten 15 sayısına gitmek için kaç sayı ilerlemek gerekir? Bir satır alta inildiğinde sayı kaç sayı artmış olur? Yüzlük sayı tablosunda bir sayıyı 10 arttırmak için ne yapabiliriz?" gibi sorular öğrencilerin doğru sonuca ulaşması için gerekli ipuçları olur.

GELİŞME:

Tahtaya eldeli toplama işlemi gerektiren bir soru yazılır. $34+29=?$ Öğrencilerden bu toplama işlemi yüzlük sayı tablosunu kullanarak yapmaları istenir. 5 dk süre verilerek üzerinde düşünceleri ve fikir üretmeleri beklenir. Ardından paylaşım yapılır. Öğrenciler buldukları yöntemleri, fikirlerini, kullandıkları yolları sınıfa anlatır. Gelen yanıtlar dikkate alınarak 29 sayısının $20+9$ ya da $9+20$ olarak düşünülebileceği fikrine yönlendirme yapılır. Öğretmen bu yanıt ya da bu yanıtla yakın cevapları dikkate alarak sınıfa "Bakın arkadaşınız böyle bir yöntem bulmuş, $20+9$ olarak düşünmek işimizi kolaylaştırabilir, bu şekilde düşünenler oldu mu?" gibi ifadeleri ile diğer öğrencilerinde ilgisini çekmeye çalışır. Öğrencilere "5 sayısından 15 sayısına gitmek için bir satır alta inilmesi gerekir" bilgisi verilmişti. Bu aşamada öğrencilere "Bir sayının 20 sayı büyümesi için ne yapabiliriz?" sorusu yöneltilir. "İki satır alta inilir." yanıtının verilmesi beklenir. Beklenen cevap gelmez ise 5 ile 15 arasındaki ilişkide bulunan genelleme öğrencilere hatırlatılır. Benzer olarak bir sayının 9 sayı artması için 1 satır alta ve 1 sütun sola indirilmesi genellemesine varmaları sağlanır. Bunun yanı sıra $29=30-1$ olarak düşünülebileceği, bunun için sayının 3 satır alta ve 1 sütun sola indirilmesi genellemesine vardırıılması için yönlendirmeler yapılır. Bunun için " Sadece toplama işlemi olarak düşünmeyelim. Çıkarma işlemi kullanarak 29'u nasıl elde edebiliriz?" sorusu sorulabilir. Bir diğer yol olarak $34=30+4$ veya $29=20+9$ olarak düşünüldüğünde 30 sayısı 2 satır aşağı inildiğinde 50 olur. $4+9 =13$ 'ün de $13=10+3$ olarak düşünüldüğünde 50 sayısının 1 satır aşağı inmesiyle 60 ve ardından 3 eklenmesi ile 63 olacağı gösterilir. Bu yol ile onlukların ve birliklerin ayrı ayrı toplandığı, yeterli birlik olduğunda onluğa dönüşebileceği öğrencilere gösterilmiş olur. Öğrencilerden gelen farklı yollar da dikkate alınır. Böylece sayıların farklı biçimlerde temsil edilme becerisi ve sayı

duyusu geliştirilmeye çalışılır. Öğrencilerden birinci toplananı siyah kalem ile yuvarlak içine almaları ve ikinci toplananın hareketini siyah kalem ile doğrusal çizgiler halinde çizmeleri istenir. Ulaşılan sayı yani toplamın kırmızı kalem ile işaretlenmesi istenir. Öğrencilere “Toplam nasıl elde edildi?” sorusu yönlendirilir. Öğrencilerin yanıtlarının ardından toplanan sayıların bir araya gelmesi, birinci toplanan sayısının üstüne ikinci toplanan sayısının eklenmesi ile toplanan sayıya ulaşıldığı gibi ifadeler söylenir.

Farklı örneklerle öğrencilerin benzer çalışmayı yapmaları istenir. Örnekler verilirken eşitliğin ilişkisel düşünülmesini destekleyen örnekler tercih edilir.

Verilebilecek örnekler: $? = 18+24$, $A=62+19$, $28+17= B + 32$

SONUÇ:

Yüzlük sayı tablosunda sayıların dizilişindeki genelleme tekrarlanır. Toplama işleminde toplanan terimlerin toplanması sonucu toplama ulaşıldığı belirtilir.

3. 5. Verilerin Analizi

Araştırmada veri toplamak amacıyla kullanılan ön-son test görüşmeleri ses kaydına alınmıştır. Alınan ses kayıtları yazıya döküldükten sonra incelenmiştir. Araştırmada gerçekleştirilen ön-son test uygulamasındaki görüşmeler analiz edilirken içerik analizi, frekans tabloları ve SPSS paket programı kullanılmıştır. İçerik analizi yapılırken araştırma sürecinde elde edilen belgeler kategoriler ve kategorilere ait alt kategorilere ayrılarak sayısal veriler belirtilir (Ekiz, 2013). İçerik analizinde verilerin içinde saklı kalan gerçekler ortaya çıkarılmaya çalışılır. Birbirine benzeyen bilgiler bir kavram etrafında birleştirilir ve farklı temalar oluşturulur (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Öğrencilerde var olan kavram yanılığı ve hataları tespit edebilmek için içerik analizinin uygun olacağı düşünülmüştür. Öğrencilerin yanıtları her soru bazında kategori edilmiştir. Her sorunun doğasına uygun olacak şekilde tablolar ve kategoriler yapılmıştır. Verilerin analizinde etik kurallar dikkate alınarak öğrenci isimleri yerine Ö1,Ö2,Ö3,, Ö20 kodları kullanılmıştır.. Yanıtlar kavram yanılığı ve hata olarak ayrılırken ön-son test görüşmesindeki “Emin misin?” sorusu belirleyici olmuştur. Eryılmaz ve Sürmeli'ye (2002) göre tespit edilen kavram yanılığını kavram yanılığı olarak kabul edebilmek için öğrencinin yanıtını açıklaması ve yanıtından emin olması gerekmektedir. Üç aşamalı olarak hazırlanan sorulardaki üçüncü aşamada “Cevabından emin misin?” sorusu yer almaktadır. Öğrencilerin yanıtları kavram yanılığı ya da hata olarak sınıflandırırken bu kriter de dikkate alınmıştır. Saptanmak istenen kavram yanılığı ve hatalar önceden belirlenmediği, kavram yanılığı ve hata türleri yanıtlarda arandığından bazı sorular birden fazla açıdan ele alınmıştır. Literatürde yer alan kavram yanılığı ve hata türlerinden farklı örneklerinden de olabileceği ihtimaline dayalı olarak yapılan bu eğilim sonucunda öğrencilere yöneltilen 9 soruda 14 farklı kavram

yanılgısı ve hata türü tespit edilmiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmeler incelendiğinde alınan yanıtlarda bulunan kavram yanılgısı ve hatalar toplama, çıkarma ve hem toplama hem çıkarmaya ilişkin olarak ayrılmıştır.

Verilerin analizinde her soruya verilen yanıtlar kategori edilerek frekanslar ile belirtilmiştir. Ardından tespit edilen 14 farklı kavram yanılgısı ve hata türünde tespit edilen sayı ön test ve son test görüşmeleri için ayrı ayrı verilmiştir. Son olarak her öğrencide ön ve son test görüşmelerinde tespit edilen kavram yanılgısı ve hata miktarı frekansı tablolarında gösterilmiştir. İçerik analizi ile elde edilen sayısal veriler Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi ile analiz edilmiştir.

Nicel araştırma yaklaşımı ile yürütülen bu çalışmadaki örneklem sayısı 30'un altında olduğu için ön-son test arasında anlamlı bir farklılık olup-olmadığını ortaya koymak için nonparametrik test kullanılmıştır. Çalışma tek grup üzerinde yürütülmüş ve yapılacak uygulama öncesinde ve sonrasında kullanılan ön-son test görüşmesi veri toplama aracını oluşturmuştur. Ön test puan karşılaştırmalarında ilişkili iki ölçüm setine ait puanlar arasındaki farkın önemliliğini test etmek için Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi kullanılmıştır. diğer bir ifadeyle Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi ile ön ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığına bakılmıştır. Böylece deneysel çalışmanın etkililiği belirlenmeye çalışılmıştır.

Ön-son testte yer alan sorulardan bazıları bir bazıları birden fazla kavram yanılgısı ve hata türünü tespit etmiştir. Birinci ve ikinci soru Y.T.7 ve 8 kodlu türü tespit etmiştir. Üçüncü soru Y.T.1, dördüncü soru Y.T.9, beşinci soru Y.T.6, altıncı soru Y.T.10, yedinci soru Y.T.4, 5, 11 kodlu türü tespit etmiştir. Sekizinci soru Y.T.3, 12, 13 ve dokuzuncu soru Y.T. 2, 14 kodlu türü tespit etmiştir. Böylece toplamda 14 farklı kavram yanılgısı ve hata türü kodlanmıştır. Yanılgı türleri Y.T. olarak kısaltılmış ve ardından da numaralandırılmıştır. Diğer yandan verilen yanıtlardaki yanlış cevapların hepsi kavram yanılgısı olarak kabul edilemeyeceğinden yanlış yanıtlar yanılgısı ve hata olarak ele alınmıştır. Öğrencilerin yanlış yanıtlarından emin olması durumunda yanıt kavram yanılgısı, yanlış yanıtlarından emin olmaması durumunda yanıt hata olarak sınıflandırılmıştır.

1. Toplama İşlemine İlişkin Kavram Yanılgısı ve Hatalar
 - a) Y.T.1. Toplanan-toplam arası ilişki
 - b) Y.T.2. 0'in toplama işlemindeki yeri
 - c) Y.T.3. Toplama işlemi
2. Çıkarma İşlemine İlişkin Kavram Yanılgısı ve Hatalar
 - a) Y.T.4. Eksilen-çıkan-fark ilişkisi
 - b) Y.T.5. Çıkarma işlemi

3. Hem Toplama Hem Çıkarma İşlemine İlişkin Kavram Yanılgısı ve Hatalar

- a) Y.T.6. Matematiksel işlemin okunuşu
- b) Y.T.7. Eşitliği tek taraflı düşünme
- c) Y.T.8. Matematiksel işlemin yazılışı
- d) Y.T.9. Farklı varlıkların toplanması
- e) Y.T.10. Basamak yerinin yazılışı
- f) Y.T.11. Eşitlik kavramı
- g) Y.T.12. Eşitleme
- h) Y.T.13. Yer tutucu olarak kullanılan semboller

Bu kodlara ait açıklamalar veya örnekler aşağıda yer almaktadır.

1. *Y.T.1. Toplanan-Toplam Arası İlişki:* Toplanan ile toplam terim sayıları arasında sayısal büyüklük karşılaştırmasını yapamamaktır.

2. *Y.T.2. Yer Tutucu Olan Semboller:* Yer tutucu olarak kullanılan sembollerin bir sayının yerine kullanıldığını düşünememektir.

3. *Y.T.3. Toplama İşlemi:* Sayıların birbirine eklenmesinde yapılan hatalardır. Örneğin, $5+7=?$ işleminde 5'in üzerine saymada 6'dan değil 5'ten başlamaktır.

4. *Y.T.4. Çıkarma İşlemini Toplama İşlemi İle Karıştırma:* Çıkarma işleminin yapılması istenen sorularda toplama işlemi yapmaktır.

5. *Y.T.5. Çıkarma İşlemi:* Geri sayım yaparken eksilen sayıdan başlayarak çıkarma yapmaktır.

6. *Y.T.6. Ters İşlem:* Çıkarma işleminin toplama işleminin, toplama işleminin de çıkarma işleminin tersi olduğunu düşünerek terimler arası ilişki kuramamaktır.

7. *Y.T.7. Matematikse İşlemin Okunuşu:* Toplama ve çıkarma işlemindeki sembollerin isimlerinin doğru ve yerinde okunamamasıdır.

8. *Y.T.8. Eşitliği Tek Taraflı Düşünme:* Eşitlik sembolünün ilişkisel değil sembolik düşünülmesidir. Eşitlik işaretinin simetrik düşünülemez eşitliğin sağ tarafına işlemin sonucunun yazılması düşüncesidir.

9. *Y.T.9. Matematiksel İşlemin Yazılışı:* Okunuşu verilen işlemin yazılışında terimleri doğru yere yerleştirememedir.

10. *Y.T.10. Farklı Varlıkların Toplanması:* Problemden istenen birime göre farklı birimdeki varlıkların toplanmasıdır.

11. *Y.T.11. Basamak Yerinin Yazılışı:* Sayılardaki rakamların basamak değerine göre yanlış basamakta yazılmasıdır.

12. *Y.T.12. Eşitlik Kavramı:* Eşitlik kavramının tanımlanmasında "aynı sayı olma" ifadesini kullanamamaktır.

13. Y.T.13. *Eşitleme*: İki farklı sayının eşitlenmesini ikisinin toplanması olarak düşünmektir.

14. Y.T.14. *Yer Tutucu Olarak Kullanılan Semboller*: Sembollerin sayının yerini tuttuğunu düşünmeyip farklı anlamlar yüklemektir.

Yukarda yer alan kodlara dair örnekler, yapılan görüşmelerden örnek diyaloglar ile bulgular kısmında yer almaktadır. Analizin güvenilirliğini sağlamak için çözümlemesi yapılan ses kayıtları 1 ay ara ile tekrar analiz edilmiştir. Yanıtların kavram yanılgısı veya hata olup olmadığı, hangi tür kavram yanılgısı ya da hata olduğu ile ilgili farklılık olan durumlarda uzman görüşü alınmıştır. Araştırmanın yapıldığı grubun alt sınıf seviyesinde olması, sorulan soruların kazanımlarına alan yazında rastlanmaması nedeniyle kavram yanılgısı ve hata türlerinin isimlendirilmesi araştırmacı ve uzamanın görüşleri ile belirlenmiştir.

4. BULGULAR

Bu bölüm 2 bölüme ayrılarak hazırlanmıştır. Birinci bölümde ön ve son testte yer alan sorulara verilen yanıtlar teker teker analiz edilmiştir. Yapılan bu analizlerin sonucunda öğrencilerde saptanan kavram yanlışlığı ve hatalar sınıflandırılmıştır. Böylece araştırmanın 1 ve 2. alt problemine yanıt verilmiştir. İkinci bölümde ise öğrencilerde saptanan kavram yanlışlığı ve hataların ön ve son testte öğrenci bazında ve kavram yanlışlığı ve hata türü bazında karşılaştırılması yapılmıştır. Böylece araştırmanın 3. alt probleminin cevabı verilmiştir.

4. 1. Yanıtların Analizi

Öğrencilere yöneltilen birinci soru “ $9 + 8 = 17 - 7$ yandaki eşitlik doğru mudur, yanlış mıdır? Neden? Cevabından emin misin?” olmuştur. Burada ilk olarak öğrencilerin matematiksel işlemi nasıl okuduklarını ele alalım. Matematiksel işlemin eksik ya da yanlış okunması bizlere sembollerin anlamına yönelik kavram yanlışlığı ve hatalar hakkında ipucu verecektir. Öğrencilerin bu soruya verdikleri yanıt ve ardından açıklamalarının verileri Tablo 5 ve Tablo 6’da gösterilmiştir.

Tablo 5. Birinci Soruya Verilen Yanıtların Doğruluk-Yanlışlık Durumu

Öğrenciler	Ön Test	Son Test
Ö1	Yanlış	Yanlış
Ö2	Yanlış	Doğru
Ö3	Doğru	Doğru
Ö4	Yanlış	Yanlış
Ö5	Doğru	Doğru
Ö6	Yanlış	Yanlış
Ö7	Doğru	Yanlış
Ö8	Yanlış	Yanlış
Ö9	Yanlış	Yanlış
Ö10	Doğru	Yanlış
Ö11	Doğru	Yanlış
Ö12	Doğru	Yanlış
Ö13	Yanlış	Yanlış
Ö14	Doğru	Yanlış
Ö15	Doğru	Yanlış
Ö16	Doğru	Doğru
Ö17	Doğru	Yanlış
Ö18	Doğru	Yanlış
Ö19	Doğru	Yanlış
Ö20	Yanlış	Yanlış

Bu soruda öğrencilerin yanıtı “yanlış” olmalıdır. Çünkü $9+8$ ifadesinin cevabı 17, $17-7$ ifadesinin cevabı ise 10’dur. 17 sayısı 10 sayısına eşit değildir. Bu soruda öğrencilerin eşitliği çift taraflı olarak düşünmesi beklenmektedir. Bu nedenle doğru yanıt “yanlış” ifadesidir. Tablo 5’te görüldüğü gibi ön test görüşmesinde “yanlış” yanıtını verenler sınıfın %40’ını, son test görüşmesinde “yanlış” yanıtını verenler sınıfın %80’nini oluşturmaktadır. Ancak öğrencilerin “yanlış” yanıtını vermesi eşitliği çift taraflı olarak düşündüklerini kanıtlamaya yetmez. Rastgele olarak “yanlış” yanıtını seçmiş olabilirler. Bu nedenle öğrencilere yöneltilen “Neden?” sorusunun cevabına ilişkin veriler Tablo 6’da gösterilmiştir.

Tablo 6. Öğrencilerin “ $9 + 8 = 17 - 7$ ” İfadesine Verdikleri Yanıtlar

	Ön Test	Son Test
Açıklamayı Doğru Yapanlar	Ö8	Ö1, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö13, Ö14, Ö17, Ö18, Ö20
Açıklamayı Yanlış Yapanlar	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö7, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö15, Ö20 Ö3, Ö6, Ö9	Ö2, Ö3, Ö5, Ö11, Ö12, Ö15, Ö16, Ö19
Cevap vermeyenler	Ö19	

Ön test değerlendirmesinde açıklamayı doğru yapan öğrencilerin sınıfın %5’ini oluşturduğunu görmekteyiz. Son test değerlendirmesinde ise öğrencilerin %60’ı beklenen doğru açıklamayı gerçekleştirebilmiştir. Tablo 5 ve 6’nın verileri karşılaştırıldığında öğrencilerin yanıtlarındaki bilinçli olarak doğru cevabı verip vermediklerini anlamamızda “Neden?” sorusunun önemi ortaya çıkmaktadır.

Öğrencilerden “Eşittirden sonra sadece 17 olmalı”, “Eksi 7 olmamalı”, “Sol taraf doğru ama sağ taraf yanlış” gibi yanıtlar alınmıştır. Görüldüğü gibi öğrencilerde eşittir kavramını bir işlemin sonucunu belirten sembol olarak görme eğilimi yüksektir.

Tablo 7. Öğrencilerin “ $9 + 8 = 17 - 7$ ” İfadesine Verdikleri Yanıtların Kategorisi

Cevap Vermeyenler		İşlemsel Hata		Eşitliği Tek Taraflı Düşünenler		Eşitliği İki Taraflı Düşünenler	
Ön test	Son test	Ön test	Son test	Ön test	Son test	Ön test	Son test
Ö5, Ö19, Ö12		Ö1, Ö2, Ö13, Ö15, Ö16, Ö18, Ö20	Ö16	Ö3, Ö4, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö14, Ö17	Ö2, Ö3, Ö5, Ö11, Ö12, Ö19	Ö8	Ö1, Ö4, Ö8, Ö6, Ö7, Ö13, Ö9, Ö10, Ö14, Ö17, Ö18, Ö20

Bu soruda öğrencilerden beklenen eşitliğin her iki tarafını ayrı ayrı düşünmeleridir. Tablo 7'ye göre ön test değerlendirmesinde istenen düşünme biçimini gösteren öğrenciler sınıfın %5'ini oluşturmaktadır. Eşitliği tek taraflı düşünen öğrenciler işlemin sonucunun eşitliğin sağına yazıldığını belirtmekte ve diğer sembol ve sayılara mantıklı açıklama getirememektedir. Son test değerlendirmesinde ise eşitliği iki taraflı düşünen öğrenci oranı %60'a yükselmiştir. Öğrencilerin verdikleri yanıtlarda eşitliğin sağına sonucun yazıldığını belirten ifadeler olduğu gibi eşitlik sembolünü ilişkisel düşünüp iki taraftaki işlemi yapıp sonuca varanlar da olmuştur.

Öğrencilerin yanıtlarında işlemsel hatalara rastlanmıştır. İleri ya da geri sayma yaparken yapılan hatalar, verilen sayılardan farklı sayılarla işlem yapmalar işlemsel hataların örneklerindedir. Ö16 ön test görüşmesinde işlemsel hatayı,

-
- Ö16 : Yanlış.
- A : Neden?
- Ö16 : Çünkü 9' 8 eklememi istiyor.
- A : Evet.
- Ö16 : 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 olur.
- A : 9 ile 8 i topladın. 19 buldun. Doğru mu?
- Ö16 : Evet. 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19.
- A : Yani bu işlem doğru mu yanlış mı?
- Ö16 : Yanlış. 19 olacaktı.

biçiminde ifade etmiştir. Ö16 toplama yaparken işlemsel hata yapmıştır. Aşağıda Ö3, Ö14 ve Ö6 kodlu öğrenciler ile ön test uygulamasında gerçekleştirilen görüşmeden alıntı bir diyalog yer almaktadır. Ö3 eşitliği tek taraflı düşündüğünü,

-
- Ö3 : Yanlış.
- A : Neden yanlış?
- Ö3 : Çünkü buraya 17 yazmış, 7 yazmış.
- A : Ne yazması gerekiyordu?
- Ö3 : Hiç bir şey olması gerekmiyordu ki?
- A : Bu eşitliğin doğru olması için ne olması gerekirdi?
- Ö3 : Bu eksi ve 7 olmasaydı doğru olacaktı.

biçiminde belirtmiştir. Ö3 eşitliğin sol tarafındaki işlemi yapıp sağ tarafta sonucunun yazılmasını beklemektedir. Sağ tarafta başka bir işlemin yer alacağını düşünmemektedir. O yüzden 7 rakamı onun için fazlalıktır. Ö6 benzer düşüncüyü,

.....

Ö6 : Yanlış.

A : Neden yanlış olduğunu düşündün?

Ö6 : 9 ile 8'itoplamış 17 bulmuş yine eksi koymuş 7 yazmış.

biçiminde ifade etmiştir. Ö6 kodlu öğrencinin “yanlış” cevabını vererek doğru sonuca ulaştığını düşünebiliriz fakat yaptığı açıklamada eşitliği tek taraflı düşündüğünü görüyoruz. Eşitlik sembolü ilişkisel değil işlemsel olarak düşünülmüştür. Ö14 de benzer olarak,

.....

Ö14 : 9 ile 8 doğru.

A : 9 ile 8'in nesi doğru?

Ö14 : Onlar toplanabilir sayılar.

A : Peki 17 ve 7 ile ilgili bir fikrin var mı?

Ö14 : Onları toplarsak.

A : Peki bu eşitlik doğru mu?

Ö14 : Sol taraf doğru sağ taraf yanlış.

şeklinde ifade etmiştir. Ö14 kodlu öğrencinin eşitliği tek taraflı olarak düşündüğü görülmektedir. Eşitliğin sağ tarafında sonucun yer alması gerektiğini düşündüğü için sağ tarafı yanlış kabul etmektedir. Aşağıda ise Ö5 kodlu öğrenci ile son test uygulamasında gerçekleştirilen görüşmeden alıntı bir diyalog yer almaktadır.

.....

Ö5 : Evet.

A : Neden doğru?

Ö5 : Çünkü burası 10 olsa 18 oluyor. 9'a 8 ekle 17 olur.

A : Yani bu işlem 9 ile 8'i toplayınca 17 ettiğini mi söylüyor?

Ö5 : Evet.

Ö5 kodlu öğrenci eşitliğin sağ tarafındaki işlemi dikkate almamaktadır. Örnekte de yer aldığı gibi kimi öğrencilerin uygulama sonrasında gerçekleştirilen son test görüşmesinde de eşitlik kavramını tam olarak kavrayamamıştır.

Öğrencilere yöneltilen ikinci soru “ $5+4 = 4+5$ yandaki eşitlik doğru mudur, yanlış mıdır? Neden? Cevabından emin misin?” olmuştur. Bu soruda da matematiksel işlemin okunuşu ve yine eşitliği iki taraflı olarak düşünme araştırılmaktadır. Ayrıca toplama işleminin değişme özelliğinin yanıtlarda var olduğuna dair ipuçlarına da bakılacaktır. Birinci sorunun verilerinde olduğu gibi öncelikle öğrencilerin hangi yanıtları verdiği Tablo 8'de gösterilmiştir.

Tablo 8. İkinci Soruya Verilen Yanıtların Doğruluk-Yanlışlık Durumu

Öğrenciler	Ön Test	Son Test
Ö1	-	Doğru
Ö2	Yanlış	Doğru
Ö3	Doğru	Yanlış
Ö4	Doğru	Doğru
Ö5	Doğru	Yanlış
Ö6	Yanlış	Doğru
Ö7	Yanlış	Doğru
Ö8	Yanlış	Doğru
Ö9	Yanlış	Doğru
Ö10	Doğru	Doğru
Ö11	Doğru	Doğru
Ö12	Doğru	Doğru
Ö13	Yanlış	Doğru
Ö14	Doğru	Doğru
Ö15	Yanlış	Doğru
Ö16	Doğru	Doğru
Ö17	Yanlış	Doğru
Ö18	Yanlış	Doğru
Ö19	Yanlış	Doğru
Ö20	Doğru	Doğru

İkinci soruda öğrencilerin “doğru” yanıtını vermesi beklenmektedir. Tablo 8’e göre ön test görüşmesinde sınıfın %45’i, son test görüşmesinde ise sınıfın %90’ı “doğru” yanıtını vermiştir. Öğrencilerin eşitliği çift taraflı olarak düşündüğünü kesin olarak belirlemek için “Neden?” sorusunun yanıtına ait veriler Tablo 8’de görülmektedir.

Tablo 9. Öğrencilerin “5+4=4+5” İfadesine Verdikleri Yanıtlar

	Ön Test	Son Test
Açıklamayı Doğru Yapanlar	Ö4,Ö11,Ö12,Ö20	Ö4,Ö6,Ö7,Ö8,Ö9,Ö10,Ö13,Ö14,Ö17,Ö18,Ö20
Açıklamayı Yanlış Yapanlar	Ö1,Ö2,Ö3,Ö6,Ö7,Ö8,Ö9,Ö10,Ö13,Ö14,Ö15,Ö16,Ö17,Ö18,Ö19	Ö1,Ö2,Ö3,Ö5,Ö11,Ö12,Ö15,Ö16,Ö19
Cevapsızlar	Ö5	

Verilen yanıtlar incelendiğinde ön test değerlendirmesinde öğrencilerin %20’si açıklamayı eşitliğin her iki tarafındaki işlem sonuçlarını düşünerek eşitlemeyi yaptığını ifade etmiştir. Öğrencilerin %5’inin ise açıklama yapamadığını görmekteyiz. Son test değerlendirmesine bakıldığında öğrencilerin %55’i açıklamayı doğru yapmıştır. Doğru yanıtı veren öğrenci sayısı %20’den %55’e çıkmıştır. Bu soruda da birinci soruda olduğu gibi eşitlik sembolünün anlamının, matematiksel işlemlerde kullanımının öğrencilerde

eksik olduğu görülmektedir. Ayrıca toplama işlemindeki değişme özelliği farkındalığı sınıfta yaygın değildir. Gelen yanıtlarda “5 ile 4’ün toplamı 9 eder”, “Eşittirden sonra 9 olmalı.” gibi ifadeler yer almaktadır. Bunun yanı sıra “ Sol taraf 9, sağ taraf da 9. Yani eşittir.” gibi ifadeler de vardır.

Tablo 10. Öğrencilerin “5+4=4+5” İfadesine Verdikleri Yanıtların Kategorisi

Cevap vermeyenler		İşlemsel hata		Eşitliği tek taraflı düşünenler		Eşitliği iki taraflı düşünenler	
Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test
Ö2,Ö5		Ö1,Ö10, Ö15,Ö16, Ö18,Ö19	Ö15, Ö16,Ö19	Ö3,Ö6, Ö7,Ö8, Ö9,Ö13, Ö14, Ö17	Ö1,Ö3, Ö5	Ö4, Ö11, Ö12, Ö20	Ö2,Ö4,Ö6, Ö8,Ö7,Ö13, Ö9,Ö10,Ö11, Ö12,Ö14, Ö17,Ö18,Ö20

Tablo 10’da öğrencilerin yanıtları kategori edilmiştir. Tabloya bakıldığında ön test değerlendirmesinde öğrencilerin %10’u soruya yanıt verememiş, %40’ı eşitliği tek taraflı olarak düşünmüş, %30’u işlemsel hata yapmış ve %20’si ise eşitliği iki taraflı olarak düşünmüştür. Son test değerlendirmesine bakıldığında ise öğrencilerin %15’i işlemsel hata yapmış, %15’i eşitliği tek taraflı olarak düşünmüş, %70’i ise eşitliği iki taraflı olarak düşünebilmiştir. Öğrencilerin eşitliği iki taraflı olarak düşünmesi %20’den %70’e yükselmiştir.

Verilerin analizine göre öğrencilerde eşitlik işaretinin kavramını işlemsel düşünmek yaygındır. Bu yaygınlık uygulama sonrasında azalmış fakat sıfırlanmamıştır. Öğrencilerin verdiği yanıtları incelediğimizde Ö2 kodlu öğrencinin ön test görüşmesinde cevap veremezken son test görüşmesinde eşitliği iki taraflı olarak düşündüğü görülmektedir. Aşağıda Ö2 kodlu öğrenci ile ön test ve son test görüşmesinde gerçekleşen diyalogdan alıntı bulunmaktadır.

- A : *Bu eşitlik doğru mu?*
 Ö2 : *Hayır.*
 A : *Neden ?*
 Ö2 : *Eşitlik hepsi birbirine eşit değil.*
 A : *Eşitliğin doğru olması için nasıl olması gerekirdi, yazar mısınız?*
 Ö2 : *.....(yazamadı).*

 Ö2 : *Doğru.*
 A : *Neden?*
 Ö2 : *4 ile 5’i toplayınca 9 eder.*
 A : *9 eder.*

Ö2 : *Sonra burada aynı sayı var (eşitliğin sağını gösteriyor). Onları toplayınca 9 eder.*

Ö2 kodlu öğrenci ön test görüşmesinde “hepsi birbirine eşit değil” ifadesiyle eşitliğin iki tarafının eşit olması gerektiğini düşündüğünün belirtisini göstermiş fakat bilgisini tam olarak açıklayamamıştır. Uygulama sonrasında gerçekleşen son test görüşmesinde ise eşitliğin iki tarafındaki işlemleri ayrı ayrı ele alıp birbirine eşit olduğunu açıklayabilmiştir.

Tablo 10’da Ö1, Ö16 ve Ö19 ön test ve son testte verdiği yanıtların değişmediği gözlenmektedir. Bu öğrencilerin sembolleri okuyabildiği fakat matematik işlemi yaparken sembollerin anlamına uygun işlem yapamadığı görülmüştür. Aşağıda Ö15, Ö16 ve Ö19 kodlu öğrenciler ile ön test görüşmesinde gerçekleştirilen diyalogdan alıntı yer almaktadır.

Ö15 : *Hayır.*

A : *Neden?*

Ö15 : *Burada 2 tane 4 var.*

A : *Bir tane 4 olsaydı doğru mu olurdu?*

Ö15 : *Evet.*

A : *Burada hangi işlem var sence?*

Ö15 : *Çıkarma.*

Ö15 verdiği yanıt mantıklı bir açıklama getirememektedir. Ayrıca sembolün yanlış okunduğu görülmektedir. Sembolün anlamını bilmemek onu anlamlandıramamak matematik becerisini düşürür. Ayrıca sembollerin sıklıkla yer aldığı matematikte bu eksiklik kavram yanılgısı ve hatalara neden olabilir. Bu durum öğrenci tarafından sorunun ne sorduğunu anlamamasına ve doğru yanıtı ulaşamamasına neden olabilir.

....

Ö16 : *Doğru.*

A : *Neden?*

Ö16 : *5 burada 4 önde ama 4 burada 5 önde. Yerleri farklı.*

A : *Yerlerinin farklı olması doğru olduğu anlamına mı gelir?*

Ö16 : *Evet.*

....

Ö19 : *Yanlış.*

A : *Neden?*

Ö19 : *Çünkü burada 5,4 var (eşitliğin solunu gösteriyor), burada 4,5 var (eşitliğin sağını gösteriyor). Yerleri farklı.*

A : *Yerleri farklı olduğu için mi yanlış?*

Ö19 : *Evet.*

Öğrencilere yöneltilen “ $9+8=17-7$ ” ve “ $5+4=4+5$ ” ifadelerinin okunmasının istendiği sorularda öğrencilerden bu iki ifadeyi tam ve doğru olarak okumaları beklenmiştir. Gelen yanıtlarda sembollerin eksik ya da yanlış okunma durumu tespit edilmek istenmiştir. Tablo11 sembollerin okunma durumu hakkında bilgi verecektir.

Tablo 11. Birinci ve İkinci Soruya Ait Sembol Okuma Hatası

	9+8=17-7			5+4=4+5	
	Artı (+)	Eksi(-)	Eşittir(=)	Artı(+)	Eşittir(=)
Ön Test	Ö2,Ö4,Ö12, Ö15,Ö20	Ö2, Ö4, Ö7, Ö10, Ö11, Ö12, Ö15, Ö16, Ö19, Ö20	Ö4,Ö8,Ö11, Ö12, Ö15, Ö18, Ö19, Ö20	Ö4,Ö2,Ö6,Ö7 ,Ö12,Ö15	Ö4,Ö15,Ö18, Ö12,Ö19
Son Test	Ö4	Ö19	Ö4, Ö11, Ö15	Ö9, Ö1	Ö11, Ö4

Tablo 11’e ait veriler ön-son testin 1 ve 2. sorularının okunuşuna aittir. Bu sorularda öğrencilerin matematik cümlesini yüksek sesle okuması istenerek öğrencilerin matematik cümlesini okumadaki hataları tespit edilmek istenmiştir. Ön-son testin diğer sorularında da matematiksel cümleler yer almıştır fakat 1 ve 2. soru matematiksel cümlelerin okunuşunu araştırmak üzere düzenlenmiştir. Tablo 11’e bakıldığında öğrencilerin matematiksel işlemleri okurken bir ya da daha fazla kez sembolik işaretlerin isimlerini okumadığı ya da yanlış okuduğu görülmektedir. Tabloda yer almayan öğrenciler ifadeleri tam ve doğru okumuştur. En fazla okuma hatası eşittir (=) işaretinde yapıldığı görülmektedir. Artı(+) işaretinin yerine toplama, eksi(-) işaretinin yerine çıkarma cevabı veren öğrencilerin yanıtları doğru kabul edilmiştir. Ö4 kodlu öğrenci sembol okuma hatalarını en az düzeltene öğrenci olarak görülmektedir.

Öğrencilere yöneltilen üçüncü soru “İki arkadaş ellerindeki misketleri birleştirince 15 misketleri olmuştur. Çocukların her birinin ellerindeki misketleri tahmin edelim. Çocukların ellerindeki misket sayısı kaç olamaz?” olmuştur.

Soruda iki sayının toplamının 15 ettiği bilirse toplamlardan birinin kaç olamayacağı sorulmaktadır. İlkokul 2. sınıf öğrencilerine yönelik olan bu soruda öğrencilerin tam sayıları henüz bilmedikleri göz önüne alındığında toplanan sayıların 14 ile 1 sayıları arasında olması gerektiğini düşünmesini bekliyoruz. Öğrencilerin “Bir kişide 15 diğer kişide 0 misket olur.” biçiminde düşünmemelerini normal kabul edebiliriz. Çünkü soru varlık üzerinden sorulmuştur. Bir kişinin elinde 0 ceviz olmasını öğrenciler savunamayabilir. 0’ın sayısal değeri ile varlık-yokluk temsilini ayırt edememeleri öğrencilerin bilişsel düzeyleri bakımından normaldir. Bu yüzden öğrencilerin “Bir kişide 15 misket olamaz. Çünkü bir kişide 15 misket olursa diğer kişide hiç misket olmaz.” yanıtı doğru kabul edilmiştir.

Tablo 12. “İki Arkadaş Ellerindeki Misketleri Birleştirdince 15 Misketleri Olmuştur. Çocukların Her Birinin Ellerindeki Misketleri Tahmin Edelim. Çocukların Ellerindeki Misket Sayısı Kaç Olamaz?” Sorusuna Ait Yanıtların Kategorisi

Cevap vermeyenler		Yeterli açıklama getiremeyenler		Matematik ders konusu ile ilişkilendiren		Gerçek hayat ile ilişkilendirenler		Olabilir yanıtına göre cevap verenler		Tek toplanan varmış gibi düşünenler		Doğru açıklamayı getirenler	
Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test
													Ö1
													Ö4
		Ö7											Ö5
		Ö8											Ö8
	Ö6	Ö10	Ö2			Ö2				Ö3		Ö5	Ö8
Ö19	Ö19	Ö13	Ö10		Ö7	Ö12	Ö15	Ö1		Ö6	Ö14	Ö9	Ö9
		Ö16				Ö15		Ö4			Ö16	Ö11	Ö11
		Ö17				Ö20					Ö17	Ö14	Ö12
		Ö18											Ö13
													Ö18
													Ö20

Yanıtlar verilen sayısal değerlere göre değil açıklamaya göre doğru ya da yanlış kabul edilmiştir. Ön test değerlendirmesinde öğrencilerin %20'si doğru açıklamayı sunmuştur. Son test değerlendirmesinde ise öğrencilerin %50'si doğru yanıtı vermiştir. Öğrencilerin soruyu nasıl algıladıkları ile ilgili ipuçları da yanıtlarda gizlidir. Soru kimi öğrenciler tarafından gerçeğe ilişkilendirilerek cevaplanmış, kimi öğrenciler tarafından kaç cevaz olabilir şeklinde düşünülerek yanıtlanmış, kimi öğrenciler tarafından değerlendirilmenin yapıldığı tarihlerde matematik derslerinde işlenen konuya göre cevaplanmış kimi öğrenciler tarafından da doğru açıklama yapılarak belirtilmiştir. 20 misketinin olamayacağını belirten Ö20 kodlu öğrenci ön test görüşmesinde neden olarak cebine sığmayacağını öne sürmüştür. Bu da bize öğrencilerin soruyu gerçekçi düşündüğünü hatırlatmaktadır.

...

Ö20 : 20 tane olamaz.

A : Neden 20 tane olamaz?

Ö20 : Çünkü cebime sığmaz.

Tablo 12'de öğrencilerin yanıtları kategori edilmiştir. Öğrencilerin bir kısmı verdikleri yanıtta mantıklı bir açıklama getirememiştir. Bunun nedeni öğrencinin matematik becerisinin düşük olması olabilir. Öğrencilerde soruyu günlük hayat ile ilişkilendirmeye sık rastlanmıştır. Bu durum bize sorular hazırlanırken gerçekliği yansıtmamızın önemini vurgulamaktadır. Öğrencilerin soruya olan yaklaşımı bazen doğruya ulaşmasına engel olabilmektedir. Öğrencilere sorulan sorularda bu nokta göz önünde bulundurulmalıdır.

Öğrencilerde “olumlu soru yüklemine” eğilim görülmüştür. “Elinde kaç ceviz olamaz?” olarak sorulan bu soruda bir kısım öğrenci “Elimde kaç ceviz olabilir?” yanıtına göre cevap vermiştir. Bu durum bize matematik eğitiminde dikkat geliştirmeye de eğilim göstermemiz gerektiği mesajını vermektedir. Bazı öğrencilerin ise tek toplanan varmış gibi düşündüklerini görmekteyiz. 15’ten küçük bir sayının 15’e eşit olmadığı için 15 olamayacağını belirten öğrenciler olmuştur. Bu öğrencilerde toplama işlemindeki terimlerin kavramsal anlamını tam bilemediklerini söyleyebiliriz. Uygulamadan sonra yapılan son test görüşmelerinde doğru açıklamayı yapan öğrenci sayısının arttığı görülmüştür. Ön test değerlendirmesinde doğru açıklamayı yapan öğrenciler sınıfın %20’sini oluştururken, son test değerlendirmesinde bu rakam %50’ye çıkmıştır.

Ö14 kodlu öğrenci ön test değerlendirmesinde doğru yanıtı verirken son test değerlendirmesinde yanlış yanıtı vermiştir. Aşağıda bu öğrenciye ait ön ve son testlerde yapılan görüşmelerden alınan diyalog yer almaktadır.

....

Ö14 :15 olmaz.

A : Neden?

Ö14 : Çünkü aynı sayıda olmaz.

A : Niye?

Ö14 : Çünkü aynı olursa aynı miktarda olmuş olur ve bu yanlış olur.

Ö14 kodlu öğrenci ön test görüşmesinde bir kişide 15 msket olursa diğer kişide hiç msket olmayacağını düşünerek 15 yanıtını vermiştir. Varlıklar üzerinden sorulan bu soruda “0 msket” tanımı somut işlem döneminde olan 2. sınıf öğrencisine soyut gelebileceğinden bu yanıt doğru kabul edilmiştir.

.....

Ö14 : 4 olamaz.

A : Neden?

Ö14 : Çünkü 15 olması için 4 olmaz.

A : Bir tanesi 4 olsa diğeri 11 olur. Toplamları kaç eder?

Ö14 : 15.

A : Bir kişide kaç ceviz olamaz?

Ö14 : 13.

A : Neden?

Ö14 : 15 olması için 13 olmaz.

Ö14 kodlu öğrenci son test değerlendirmesinde toplananlardan birini toplam ile eşitlemeye çalıştığını görmekteyiz. 4'ün 15'e eşit olmadığını savunmaktadır. Bu öğrencinin son test görüşmesinde yanlış yanıt vermesinin nedeni görüşme esnasında soruyu anlayamaması olabilir.

Öğrencilere yöneltilen dördüncü soru “ ‘10 sayısı ile 7 sayısını toplarsam 17 eder.’ Ve “16 sayısından 4 sayısını çıkarırsam 12 eder.’ Cümlelerinin matematik işlemini yazın (alt alta ve yan yana).” Olmuştur. Bu soruda öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemindeki terimleri doğru kullanıp kullanamadığı tespit edilmek istenmiştir. Kavram yanlışlığı ve hataların oluşmasının önemli bir nedeni ve göstergesi olarak kavramların ve sembollerin anlamlarını tam bilememek diyebiliriz. Yanlış kullanım gösteren öğrenciler araştırmacı ve öğretmenler için önemli bir ipucu olacaktır.

Tablo 13. “10 Sayısı ile 7 Sayısını Toplarsam 17 eder.” ve “16 Sayısından 4 Sayısını Çıkarırsam 12 eder.” Cümlelerinin Matematik İşlemini Yazın (Alt Alta ve Yan Yana). Sorusuna Verilen Yanıtlar

	Doğru	f	Yanlış	F	
Ön Test	Toplama işlemi yan yana	Ö3,Ö4,Ö5,Ö7, Ö9, Ö10, Ö11,Ö12, Ö13, Ö14,Ö15, Ö17, Ö18, Ö20	14	Ö1, Ö2, Ö6, Ö8, Ö16, Ö19	6
	Toplama işlemi alt alta	Ö3,Ö5,Ö7,Ö9, Ö10,Ö11,Ö12, Ö14,Ö15,Ö17,Ö20	11	Ö1, Ö2, Ö4, Ö6, Ö8, Ö13, Ö16, Ö18, Ö19	9
	Çıkarma işlemi yan yana	Ö3, Ö5, Ö8,Ö9,Ö10,Ö11, Ö12,Ö13,Ö14 Ö15, Ö17, Ö18, Ö20	13	Ö1, Ö2, Ö4, Ö6, Ö7,Ö16, Ö19	7
	Çıkarma işlemi alt alta	Ö4, Ö5, Ö8, Ö9,Ö10,Ö11, Ö12, Ö14,Ö15, Ö20	10	Ö1, Ö2, Ö3, Ö6, Ö7, Ö13, Ö16, Ö17, Ö18,Ö19	10
Son Test	Toplama işlemi yan yana	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8,Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14,Ö15,Ö17,Ö18,Ö19, Ö20	18	Ö2,Ö16	2
	Toplama işlemi alt alta	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8,Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14,Ö15, Ö17, Ö18, Ö20	17	Ö2,Ö16, Ö19	3
	Çıkarma işlemi yan yana	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8,Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14,Ö15, Ö17, Ö18, Ö20	17	Ö2, Ö16, Ö19	3
	Çıkarma işlemi alt alta	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8,Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14,Ö15,Ö16, Ö17, Ö18, Ö20	17	Ö2, Ö19	3

Tablo 13'e göre öğrencilerin alt alta yapılan işlemlerde yan yana yapılan işlemlere kıyasla daha fazla yanlışlık ya da eksiklik yaptığı görülmektedir. Eşittir işaretini hesabın sonucunu sağına yazma sembolü olarak gören öğrenciler alt alta yapılan işlemlerde eşittir yerine kullanılan işlem çizgisinde sorun yaşamış olabilirler. Bu durumla ilgili örnekler Şekil

12'de verilmiştir. Uygulama sonunda öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemindeki terimleri doğru yerde kullanma oranının arttığı görülmektedir.

Öğrencilerin yanıtlarında alt alta işlemlerde işlem çizgisinin ve işaretinin yanlış yere konulduğu, sayıların basamak değerine göre yanlış yere yazıldığı görülmektedir. Yan yana olan işlemlerde de yanlış yerlere yazmanın yanı sıra sembollerin hiç yazılmadığı örnekler de görülmüştür. Verilen yanlış yanıtların biçimlerini kategori ederek daha net anlamaya çalışalım.

Tablo 14. Matematiksel Cümle Yazımının Kategorisi

Sembollerin yerlerini yanlış ya da eksik kullanma		Terimleri yanlış ya da eksik yerde kullanma		İfadeye dikkat etmeme		İfadeyi doğru yazanlar	
Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön test	Son test
						Ö3, Ö5, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö20	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö20
Ö4, Ö18, Ö19	Ö19	Ö1, Ö2, Ö13, Ö16		Ö6, Ö7, Ö8, Ö16	Ö2, Ö16		

Tablo 14 dördüncü sorudaki verilere aittir. Ön- son testin dördüncü sorusu özellikle öğrencilerin matematiksel cümleleri nasıl yazdıklarını araştırmak üzere düzenlenmiştir. Ön-son testin diğer sorularındaki matematiksel cümlelerin yazılışı bu tabloda değerlendirilmemiştir. Tablo 14'de görüldüğü gibi ön test değerlendirmesinde öğrencilerin % 15'i, son test değerlendirmesinde ise öğrencilerin %5'i sembollerini yanlış ya da eksik kullanmıştır. Artı (+) ya da eksi (-) işaretinin yazılmadığı örnekler görülmüştür. İşlemlerdeki terimleri yanlış ya da eksik yazan öğrenciler ön test değerlendirmesinde sınıfın %20'sini oluşturmuştur. Toplama çizgisini yanlış yere çizen ya da hiç çizmeyen örnekler görülmüştür. Bunun nedeni öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemindeki terimlerin ve sembollerin anlamını bilmemesi olabilir. Şüphesiz bu iki durum öğrencilerin toplama ve çıkarma işleminde kavram yanılgısı ve hatla geliştirmelerinde önemli bir etken oluşturur. Cebir konusunda sembollerin ve kavramların önemi büyüktür. İlkokul eğitiminden itibaren ezberle, tek düze, alışıldık yöntemlerle işlem yapmaya alıştıırılan çocuklar kavramların sembollerin anlamını, yerini, kullanımını tam oturtamayacaklardır. Bu tespitler var olan kavram yanılgısı ve hataların giderilmesinde öğretmenler için çok önemli bulguları oluşturmaktadır. Bazı öğrencilerin ifadeye dikkat etmeyerek, soruda geçmeyen sayıları kullanarak yanlış yanıt verdiği görülmüştür. Bu kategoride yanlış yanıt veren öğrenciler ön

test değerlendirmesinde sınıfın %20'si iken son test değerlendirmesinde sınıfın %10'unu olmuştur. Mevcut örnekleri Şekil 12'de inceleyelim.

<p>İçeriklerin miktarlarını tahmin edelim. Çocukların içinde olan misket sayısı kaç olamaz?</p> <p>'10 sayısı ile 7 sayısını toplarsam 17 eder.'</p> <p>'16 sayısından 4 sayısını çıkarırsam 12 eder.'</p> <p>Bu cümlelerin matematik işlemini yazın.(alt alta ve yan yana yazması istenir) Başka bir şekilde yazılabilir mi?</p> <p>$16+12=38$</p> <p>$\begin{array}{r} 16 \\ +12 \\ \hline 38 \end{array}$</p>	<p>Neden ? K</p> <p>Cevabından emin misin? E</p> <p>Neden ? $\frac{10}{3}$ $17+3=01$</p> <p>$\frac{16}{4}$ $12+12=24$ E</p> <p>Başka</p>
<p>eder.'</p> <p>'16 sayısından 4 sayısını çıkarırsam 12 eder.'</p> <p>Bu cümlelerin matematik işlemini yazın.(alt alta ve yan yana yazması istenir) Başka bir şekilde yazılabilir mi?</p> <p>10 $10+7=17$</p> <p>$\begin{array}{r} 10 \\ +7 \\ \hline 17 \end{array}$</p> <p>$16$ $16+4=12$</p> <p>$\begin{array}{r} 16 \\ +4 \\ \hline 12 \end{array}$</p>	<p>'10 sayısı ile 7 sayısını toplarsam 17 eder.'</p> <p>'16 sayısından 4 sayısını çıkarırsam 12 eder.'</p> <p>Bu cümlelerin matematik işlemini yazın.(alt alta ve yan yana yazması istenir) Başka bir şekilde yazılabilir mi?</p> <p>10 $10+7=$</p> <p>$\begin{array}{r} 10 \\ +7 \\ \hline 17 \end{array}$</p> <p>$16$ $16+4=$</p> <p>$\begin{array}{r} 16 \\ +4 \\ \hline 20 \end{array}$</p>
<p>'10 sayısı ile 7 sayısını toplarsam 17 eder.'</p> <p>'16 sayısından 4 sayısını çıkarırsam 12 eder.'</p> <p>Bu cümlelerin matematik işlemini yazın.(alt alta ve yan yana yazması istenir) Başka bir şekilde yazılabilir mi?</p> <p>10 $10+7$</p> <p>$\begin{array}{r} 10 \\ +7 \\ \hline 17 \end{array}$</p>	<p>'10 sayısı ile 7 sayısını toplarsam 17 eder.'</p> <p>'16 sayısından 4 sayısını çıkarırsam 12 eder.'</p> <p>Bu cümlelerin matematik işlemini yazın.(alt alta ve yan yana yazması istenir) Başka bir şekilde yazılabilir mi?</p> <p>10 $10+7=17$</p> <p>$\begin{array}{r} 10 \\ +7 \\ \hline 17 \end{array}$</p>

Şekil 12. 4. soruya yanlış verilen cevap örnekleri

Şekil 12a'da işlemlerdeki terim sayılarını yanlış yazma, çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapma hataları görülmektedir. Şekil 12b'de de işlemlerin karıştırıldığı

görülmektedir. Yapılan yanlışların alt alta işlemlerle yan yana işlemlerde farklılaştığı görülmektedir. Şekil 12c'de alt alta yapılan işlemlerde işlemin işaretinin ve işlem çizgisinin kullanılmadığı görülmektedir. Şekil 12d'de işlemin sonucunun yazılmadığı görülmektedir. Ayrıca belirtilen iki cümlelerin birbiri ile karıştırıldığı görülmektedir. Şekil 12e'de sonuçların doğru bulunmadığı, terimlerin ve sembollerin eksik olduğu görülmektedir. Şekil 12f'de çıkarma işlemini içeren soruya yanıt verilmeyip toplama işlemi gerektiren matematik cümlesinin yazımında terim ve sembollerin yerini yanlış yazma sorunu görülmektedir. Görüldüğü gibi öğrencilerin yanıtları farklılaşmakla birlikte temelde terim ve sembollerin yerini yanlış kullanmaktan kaynaklanmaktadır.

Öğrencilere yöneltilen beşinci soru “15-8=7 Yukarıda bir çıkarma işlemi yer almaktadır. Yukarıda yer alan sayıları kullanarak bir toplama işlemi yazınız.” şeklindedir. Bu soruda öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemi arasındaki bağı kurup kuramayacağına bakılmak istenmiştir. Toplama ve çıkarma işlemindeki kavramları tam anlamıyla bilen öğrenciler toplama ve çıkarma işleminin birbirinin tersi olacağını ortaya koyabilir. Bu bağı kuramayan öğrenciler ise kavram yanılığı ve hataya sahip olabilir.

Tablo 15. Toplama ve Çıkarma İşlemi Arasındaki İlişkiyi Kurabilme

Doğru Yanıta Ulaşamayanlar		Doğru Yanıta Rastgele Ulaşanlar		Doğru Yanıta Ulaşanlar	
Ön test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test
Ö4, Ö6, Ö10, Ö11, Ö14, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19	Ö2, Ö5, Ö6, Ö16 Ö17, Ö19	Ö1, Ö3, Ö5, Ö7, Ö12	Ö4, Ö13, Ö14, Ö15, Ö18	Ö2, Ö8, Ö9, Ö13, Ö15, Ö20	Ö1, Ö3, Ö7, Ö8 Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö20

Öğrencilerin beşinci soruya verdikleri yanıtlar Tablo 15'te olduğu gibi doğru yanıtta ulaşamayanlar, rastgele doğru yanıtta ulaşanlar ve doğru yanıtı verenler şeklinde kategori edilmiştir. Doğru yanıtta rastgele ulaşan öğrenciler mevcut üç sayının farklı kombinasyonlarını deneyerek en sonunda doğru yanıtta ulaşmıştır. Bu durum toplama ve çıkarma işleminin birbirinin tersi olduğu bilgisine sahip olduğunu göstermemektedir. Doğru yanıtta ulaşan öğrenciler ön test değerlendirmesinde öğrencilerin % 30'u iken son test değerlendirmesinde öğrencilerin %45'i olmuştur. Sınıf genelinde görülen düşük oranın nedeni geleneksel matematik eğitimi anlayışı, müfredatın toplama ve çıkarma işlemindeki kavramların ve terimlerin anlamına yeterince odaklanmayan yapısı olabilir. Toplama ve çıkarma işlem alıştırmaları yapılırken sayılar arasında ileri geri sayma ve doğru sonuca ulaşma yöntemini kullanmak işlemler arasında bağı kurmayı engelleyebilir. Aynı sayılarla farklı işlemler yaptırmak ve aralarındaki ilişkiye dikkat çekmek kavramların ve sembollerin anlamlarını öğrencilerin daha net anlamasına yardımcı olabilecektir.

Doğru yanıtı veren öğrencilerin toplama ve çıkarma işleminin birbirinin tersi olduğunu belirten alıntı diyaloglar Ö9 kodlu öğrenci ile ön test görüşmesinden, Ö8 ve Ö20 kodlu öğrenci ile son test görüşmesinden alınmıştır.

....

A : *Ne yaptın?*

Ö9 : *7 ile 8'i topladım 15 etti. Tersini yani*

.....

A : *Neden 7 ile 8'i topladın?*

Ö8 : *Yukarıda çıkarma yapmış. Toplama soruyor. Küçük sayıları topladım.*

.....

A : *Neden 7 ile 8'i topladın?*

Ö20 : *15 ile toplayaydım daha büyük bir sayıya ulaşırdım.*

Görüşme örneklerinde de görüldüğü gibi Ö9, Ö8 ve Ö20 toplama ve çıkarma işleminin birbirine dönüştürebilmişlerdir. Çıkarma işlemindeki terimlerin ve toplama işlemindeki terimlerin kavramsal anlamını bilmek kavram yanılgısı ve hataların oluşmasını önleyebilir.

Doğru yanıtı ulaşamayan ya da doğru yanıtı rastgele ulaşan öğrenciler toplama ve çıkarma işlemi kavramsal anlamları oturtamadığı için birbirlerine dönüştürmeyi gerçekleştirememişlerdir. Aşağıda Ö19 kodlu öğrenci ile ön test görüşmesinde yapılan diyalogdan alıntı ve ardından Ö11 kodlu öğrenci ile son test görüşmesinde yapılan diyalogdan alıntı yer almaktadır.

.....

A : *Ne yaptın?*

Ö19 : *15 ile 7'yi topladım.*

A : *Kaç buldun?*

Ö19 : *22.*

A : *Neden 15 ile 7'yi topladın?*

Ö19 : *Toplama yapmamı istedi.*

Öğrencilerde görülen yaygın verilen yanıt Ö19 kodlu öğrencinin yaptığı gibi 15 ile 7'yi ya da 15 ile 8'i toplamak olmuştur. Bu durum öğrencilerde eksilen –çıkan- fark arasındaki ilişkinin tam kurulamadığını göstermektedir.

- A : Ne yaptın?
 Ö11 : 15 ile 7'yi topladım.
 A : Kaç buldun?
 Ö11 : 22
 A : 22 bu sayılar arasında yok.
 Ö11 : 15'ten 7'yi çıkarıcam.
 A : Ama toplama yapmanı istiyor.
 Ö11 : $8+7=15$ (yazıyor)
 A : Neden 8 ile 7 'yi topladın.
 Ö11 : Çünkü 15 ile 8'i toptasam burdaki sayılar olmaz. 15 ile 7'yi de toptasam burdaki sayılar olmaz. Ben de 8 ile 7'yi topladım.

Ö11 kodlu öğrenci yanıtın sonuna geldiğinde doğru cevaba ulaşmıştır. Fakat toplama ve çıkarma işleminin birbirinin tersi olduğunu açıklayacak bir ifadeye bulunamamıştır. Bu yanıt rastgele doğru bulunmuş bir yanıt olarak kabul edilmiştir.

Öğrencilere yöneltilen altıncı soru “Sema ile Kenan manava gittiler. Sema 2 kg elma ve 1 kg muz aldı. Kemal 3 kg portakal ve 2 kg muz aldı. Bu çocuklar manavdan toplam kaç kg elma aldı?” olmuştur. Bu soruda öğrencilerden beklenen aynı varlıklarla işlem yapmalarıdır. Öğrenciler problemlere “Hangi dört işlemi kullanmalıyım?” sorusu ile bakmaktadır. Özellikle toplama ve çıkarma işlemini yeni öğrenen öğrenciler önce toplama işlemini sonra çıkarma işlemini deneyerek doğru sonuca ulaşmaya çalışabilirler. Sorunun anlamına odaklanmak ikinci planda yer alabilir. Bu soruda öğrencilerin sorudan istenen birim ile işlem yapılıp yapılmadığına bakılmaktadır. Matematik öğretiminde “Elmalar ile armutlar toplanmaz.” yaygın olan bir söylemdir. Sorunun istediği birim doğrultusunda hangi birimlerin toplanacağına karar vermek gerekir.

Tablo 16. Altıncı Soruya Verilen Yanıtlar

	Ön Test	Son Test
Toplam kelimesine odaklananlar	Ö18,Ö19	Ö3,Ö10,Ö13
Gerçek hayat ile ilişkilendirenler	Ö15	
Çeşitli faktörlere dikkat edenler	Ö3,Ö5,Ö7,Ö10,Ö11, Ö12,Ö13,Ö14,Ö16	Ö2,Ö5,Ö12,Ö15,Ö16,Ö19
Toplananlarda birime dikkat edenler	Ö1,Ö2,Ö4,Ö6,Ö8,Ö9, Ö17,Ö20	Ö1,Ö4,Ö6,Ö7,Ö8,Ö9,Ö11, Ö14,Ö17,Ö18,Ö20

Bu soruda öğrencilerin 2 kg yanıtını “Sadece Sema 2 kg elma almış, Kenan elma almamış” şeklinde açıklamaları beklenmektedir. Öğrencilerin yanıtlarına bakıldığında ön test değerlendirmesinde öğrencilerin %30'u doğru yanıtı vermiştir. Son test değerlendirmesinde ise öğrencilerin %55'i doğru yanıtı vermiştir. Öğrencilerin yanıtları:

1. Toplam Kelimesine Odaklananlar: Öğrencilerin “toplam” kelimesini gördükleri yerde var olan tüm sayıları topladıkları eğilimi görmüştür. Bu durumun nedeni kolaya kaçma, birim kavramındaki eksik bilgi ya da problemi okuyup anlamadaki eksiklik olabilir.
2. Gerçek hayat ile İlişkilendirenler: Yanıtlarda bir öğrencinin “10” yanıtını “Biz hep 10 kilo alırız.” olarak açıklaması görülmüştür. Bu gibi eğilime sahip öğrencilerin problemleri anlayıp matematiksel çözümlere yapma sürecinde sorun yaşadığını söyleyebiliriz. Farklı bir görüş olarak da çocuksu bakış ile probleme farklı bir bakış açısı getirdiğini söyleyebiliriz. Çeşitli Faktörlere Dikkat Edenler: Bazı öğrencilerin soruda yer alan resimlere dikkat ederek resimdeki meyveleri saydığı görülmüştür. Öğrencilerden bazıları resimlerde yer alan meyveleri saymayı tercih etmişlerdir.
3. Toplananlarda Birime Dikkat Edenler: Bazı öğrencilerin sorunun son cümlesinde yer alan “Kaç kilo elma?” ifadesine dikkat ederek sadece elmaları hesaba kattığı görülmüştür. Bu öğrencilerde dikkatin ve matematik okur yazarlığının daha iyi olduğu söylenebilir.

Yedinci soru	15	“Bu işlemin sonucu kaçtır? Bu işlemde bir hata yapılmış mıdır?”
	3	

şeklinde. Bu soru ile basamak değeri kavramındaki yanlış ve hata araştırılmak istenmektedir. Basamakların yazıldığı yer işlem sonucunu etkilemektedir. Bu soru basamakların yerini göz ardı ederek işlem yapan öğrencilerin kavram yanlışlığı ve hatalarını tespit etmektedir.

Tablo 17. Yedinci Soruya Verilen Yanıtlar

	Ön Test	Son Test
Basamak yerini doğru düşünenler	Ö2, Ö7, Ö8, Ö9, Ö11, Ö19, Ö20	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö15, Ö16, Ö20
Basamak yerini yanlış düşünenler	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö10, Ö12 Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18	Ö3, Ö13, Ö14, Ö17, Ö18, Ö19
Sembole dayalı yanlışlar	Ö13	

Yedinci soruda öğrencilerden beklenen 3 sayısının yanlış basamakta yer aldığını belirtmeleridir. Verilere bakıldığında ön test değerlendirmesinde öğrencilerin %30'u doğru açıklamayı yapmıştır. Son test değerlendirmesinde ise öğrencilerin %70'i doğru

açıklamayı yapmıştır. Öğrencilerin yanıtları incelendiğinde yanlış cevap veren öğrencilerin bir kısmının çıkarma işlemi toplama işlemi olarak gördüğü tespit edilmiştir.

Aşağıda Ö13 kodlu öğrenci ile ön test görüşmesinde yapılan diyalogdan bir alıntı yer almaktadır.

.....

Ö13 : 18.

A : *Bu işlemde bir hata yapılmış mıdır?*

Ö13 : *Evet. Çünkü burda eksi koymuş ama biz toplama yaptık.*

A : *Neden toplama yapmamız gerektiğini düşündün?*

Ö13 : *Çünkü yazıda diyor ki bu işlemin sonucu kaçtır?*

Ö13 kodlu öğrencinin işlem dendiğinde aklına toplama işlemi geldiğini görmekteyiz. Bu öğrenci sayıların basamak değerlerine dikkat etmemiştir. Sadece işlemin toplama olduğunu düşünerek sonucun yanlış olduğunu belirtmiştir. Aşağıda Ö15 ve Ö14 kodlu öğrenciler ile son test görüşmesinde yapılan diyaloglardan alıntı yer almaktadır.

.....

Ö15 : *Bir hata var evet.*

A : *Nedir?*

Ö15 : *Çıkarma işlemi yapıcam ya buraya bir daha 5 konması gerekiyor.*

A : *Nereye 5 konması gerekiyor ve neden?*

Ö15 : *Şuraya (15 sayısındaki 5'in altını gösteriyor). Çünkü mesela 15 toplayınca 5 konulmuyor mu?*

A : *Ama burda çıkarma işlemi var.*

Ö15 : *..... (cevap yok)*

Ö15 kodlu öğrencinin verdiği yanıtta işlemi hem toplama hem çıkarma olarak düşündüğü görülmektedir. 15 sayısı olduğunda 5 ile toplanması gerekiyormuş gibi kalıplaşmış bir fikri olduğunu görmekteyiz. Hatanın düzeltilmesi için önerdiği 5'i yerleştirdiği basamak doğrudur. Fakat bunun nedenini basamak değeri olarak açıklamamıştır. Ö14 kodlu öğrenci ise daha farklı bir yanıt vermiştir.

.....

Ö14 : *Evet. 1'den 3 çıkmaz. Yani 1 onluktan 3 onluk çıkmaz. O yüzden bu işlem yanlış*

A : *Nasıl olmalıydı sence?*

Ö14 : *3'ten 1 çıkabilirdi.*

A : *Peki doğrusunu yazabilir misin?*

Ö14 : .. (cevabı 3-15=25 şeklinde yazar)

Ö14 kodlu öğrencinin onluk ve birlik kavramını bildiği görülmektedir. Ancak çıkarma yaparken sayıları doğru basamağa yerleştirememiştir ve tersine çıkarma işlemi yapmıştır.

Bu soruya verilen yanıtlarda çıkarma işlemi toplama işlemi olarak düşünüp yanıtlayan öğrenciler görülmüştür. Yapacağı hesaplamayı geriye doğru yapmayı düşündüğü halde sayma hatası yapan öğrenciler de görülmüştür. Aşağıdaki tabloda bu durum incelenmiştir.

Tablo 18. Çıkarma İşlemi Sonuçları

	Ön Test	Son Test
12 cevabını bulanlar	Ö1, Ö4, Ö6, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö18, Ö20	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10, Ö11, Ö13, Ö16, Ö17
Toplama işlemi olarak düşünüp 18 cevabını bulanlar	Ö2, Ö3, Ö8, Ö9, Ö10, Ö15, Ö17	Ö2, Ö9, Ö12, Ö15, Ö20
Sayma hatası yaparak farklı yanıtlar bulanlar	Ö5, Ö7, Ö16, Ö19	Ö14, Ö16, Ö19

Tablo 18’de göre ön test görüşmesinde öğrencilerin %45’i çıkarma işlemi doğru yaparken son test görüşmesinde bu sayı %60’a çıkmıştır. Doğru yanıtı veremeyen öğrencilerin bir kısmı çıkarma işlemi toplama işlemi ile karıştırarak hesaplamayı geriye doğru değil ileriye doğru yapmıştır. Bir kısım öğrenci ise sayma hatası yaparak 25, 6, 2, 13 yanıtlarına ulaşmıştır. Bu soruda 18 yanıtını veren öğrencilerin çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yaptığı görülmektedir.

Öğrencilere yöneltilen sekizinci soru: Ali’nin 8 cevizi, Merve’nin 6 cevizi vardır.

1. İkisinin toplam kaç cevizi vardır?
2. İkisinin ceviz sayılarını eşitlemek istersek ne yapabiliriz?

Şeklinde. Bu soruda öğrencilerde var olabilecek eşitlik kavramına yönelik kavram yanılgısı ve hatalar tespit edilmek istenmiştir. Ayrıca toplama işleminde toplanan ile toplam arasındaki ilişkiyi kurmada ortaya çıkan kavram yanılgısı ve hatalar araştırılmak istenmiştir. Sorulara verilen yanıtları ayrı ayrı ele alalım.

Tablo 19. “İkisinin Toplam Kaç Cevizi Vardır?” İfadesine Verilen Yanıtlar

	Ön Test	f	Son Test	F
Doğru yanıt veren öğrenciler	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö16, Ö17, Ö18, Ö20	18	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö20	18
Yanlış yanıt veren öğrenciler	Ö15, Ö19	2	Ö2, Ö19	2

Tablo 19'a bakıldığında öğrencilere iki sayının toplamının sorulduğu soruda ön test görüşmesinde öğrencilerin %90'ı, son test görüşmesinde de öğrencilerin %90'ı doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin toplama işleminin hesaplamasını yaparken zorlanmadıklarını söyleyebiliriz. Yanlış yanıt veren öğrencilerin diyalogları nasıl düşündükleri hakkında bize bilgi verebilir. Aşağıda Ö15 kodlu öğrenci ile ön test görüşmesinde yapılan diyalogdan alıntı yer almaktadır.

....

Ö15 : 20.

A : Nasıl buldun?

Ö15 : Aklımdan 20 sayısı geçti.

A : Hesaplama yapmadın mı?

Ö15 : İçimden 20 sayısı geldi 20 dedim.

A : İkisinin toplam kaç ceviz sayısı vardır dediğinde ne yapılması gerekir?

Ö15 : Toplama.

Ö15 kodlu öğrenci toplama işlemi yapması gerektiğini bildiği halde işlemi yapmamış aklına gelen sayıyı belirtmiştir. Hem ön test hem son test görüşmesinde yanlış yanıt veren Ö19 kodlu öğrencinin açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

...

Ö19 : 13

A : Nasıl buldun 13'u?

Ö19 : 6'yı 8'e kattım. 0'a getirdim 6'yı 13 oldu.

...

Ö19 : 17.

A : Nasıl buldun?

Ö19 : 8 ile 6'yı topladım.

A : Sesli bir şekilde bir daha yapar mısın?

Ö19 : 8 .. (8 parmağını çıkarıyor) 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17

Ö19 kodlu öğrenci toplama işlemi yaparken aklındaki sayı ile çıkardığı parmak sayısı aynı olmuştur. Ayrıca sayma esnasında parmaklarını yanlış kontrol etmiş ve bir parmağı iki kere saymıştır. Genel olarak öğrencilerin toplama işlemi yapmaktan zorlanmadıkları sonucu bulabildikleri görülmüştür. Ö15 ve Ö19 kodlu öğrencilerin dışında işlem sonucunu bulamayan ya da yanlış yapan öğrenci olmamıştır.

Tablo 20. "İkisinin Ceviz Sayılarını Eşitlemek İstersek Ne Yapabiliriz?" İfadesine Verilen Yanıtlar

	C-1	C-2	C-3	C-4	C-5	C-6	C-7	C-8	C-9	C-10	C-11	C-12
Öğrenciler	Merve'ye 2 ceviz eklemek	Ali'den 1 tane Merve'ye vermek	14 cevizi 2'ye ayırmak	Ali'den 2 ceviz almak	Ali Merve'ye 2 ceviz verecek	Cevizleri 14'e eşitlemek	6'dan 8'i çıkarmak	14 ile 8'i toplamak	8 ile 6'yı toplamak	Ali'nin 7 Merve'nin 5 cevizi olması	Ali'nin 10 Merve'nin 4 cevizi olması	Cevapsız
Ön test	Ö1 Ö9 Ö10 Ö14 Ö20	Ö2 Ö4 Ö7 Ö16 Ö18	Ö11	Ö12 Ö17	Ö8		Ö15		Ö3 Ö5 Ö13			Ö6 Ö19
Son Test		Ö2 Ö4 Ö8 Ö7 Ö9 Ö17	Ö5	Ö1 Ö10 Ö14 Ö18		Ö13 Ö11		Ö3	Ö6 Ö15 Ö19	Ö12	Ö20	Ö16

Tablo 20'ye bakıldığında öğrencilerin ön test ve son test görüşmesinde verdiği yanıtlar 12 farklı biçimde kategori edilmiştir. Bu yanıtlardan C-1, C-2, C-3, C-4, C-5 ve C-6 doğru yanıt olarak kabul edilmektedir. Bu yanıtlar doğrultusunda gerçekleştirilen işlemler sonucunda ceviz sayıları eşitlenebilmektedir. Fakat C-7, C-8, C-9, C-10 ve C-11 yanıtları ceviz sayılarını eşitleyememektedir. Aşağıda Ö3, Ö4, Ö5, Ö13 ve Ö19 kodlu öğrencilerin eşitlik kavramını tanımlamalarına ilişkin ifadeleri ön test görüşmesinde yapılan diyaloglardan alıntılanmıştır. Bunlardan Ö3 ile yapılan diyalog;

-
- A : İkisinin ceviz sayılarını eşitlemek için ne yaparız?
- Ö3 : Toplarız.
- A : Ne ile neyi toplarız?
- Ö3 : 8 ile 6'yi toplarız.

biçiminde iken Ö4 eşitlemeyi daha farklı tanımlamıştır.

-
- A : Eşitlemek ne demektir?
- Ö4 : Yani toplama, çıkarma.

Aşağıda Ö5 kodlu öğrenciden alınan diyalog yer almaktadır. Ö5 eşitlemeyi toplama olarak algılamaktadır ve buna bağlı olarak açıklamasını da;

.....

A : Eşitlemek ne demektir?

Ö5 : Toplama.

A : Toplama yapmak demektir. Peki ikisinin ceviz sayılarını eşitlemek istersek ne yaparız?

Ö5 : Ben toplanım.

A : Ne ile neyi?

Ö5 : 6 ile 8'i toplanım 14 bulurum.

biçiminde yapmıştır. Ö13'e göre eşitlemek "birleştirmek" demekken Ö19'a göre de "hepsinin cevizini bir araya getirmek" demektir.

Diyaloglara bakıldığında öğrencilerin eşitlik kavramını toplama, bir araya getirme, birleştirme kavramları ile karıştırdığını görmekteyiz. Bu durum eşitlik kavramında kavram yanılgısı ve hataların var olduğunu göstermektedir. Bu öğrenciler sahip oldukları kavram yanılgısı ve ya hatalar nedeni ile Merve ve Ali'nin cevizlerini eşitleyememiş olabilirler. Veriden yola çıkarak "Eşitlemek ne demektir?" sorusuna ön ve son test görüşmesinde verilen yanıtları karşılaştıralım.

Tablo 21. Eşitlemek Ne Demektir?

	Ön Test	f	Son Test	F
İşlem olarak düşünenler	Toplama	Ö4, Ö5, Ö9, Ö13, Ö19	Ö15, Ö3	2
	Çıkarma	Ö4	Ö2, Ö12	2
Sembol olarak düşünenler	Ö2	1	-	0
Aynı sayı olarak düşünenler	Ö1, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö20	13	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö13, Ö14, Ö16, Ö17, Ö18, Ö20	15
Büyüklik olarak düşünenler	Ö3	1	-	0
Cevap vermeyenler	-	0	Ö19	1

Öğrencilerin eşitlik kavramı yanıtları şu şekilde kategori edilmiştir.

1. İşlem Olarak Düşünenler: Eşitlik sembolünü toplama ve ya çıkarma işlemi olarak düşündüğünü ifade etmişlerdir. En çok da toplama işlemi ile eşitlik kavramını ilişkilendirmişlerdir.
2. Sembol Olarak Düşünenler: Eşitlik işaretinin sembolik tanımlaması yapılarak düşünülmüştür. Örneğin "İki tane çizgi".

3. Aynı Sayı Olarak Düşünenler: İki aynı sayının eşit olduğunu belirten ifadelerdir.
4. Büyüklük Olarak Düşünenler: İki varlığın büyüklük olarak aynı olduğunu belirten ifadelerdir.

Belirtilen ifadelerde eşitlik sembolünün doğru yanıtına en yakın olan ifadeler aynı sayı olarak düşünen öğrencilerden gelmiştir. Ö13 kodlu öğrenci ile ön test görüşmesinde yapılan diyalogdan bir ayrıntı dikkat çekicidir.

...

A: Eşitlemek ne demektir?

Ö13: Birleştirmek demektir.

Ö13 kodlu öğrenci eşitlemek kavramını toplama işlemi ile özdeşleştirmiştir. Eşitleme yapabilmek için varlıkları, sayıları toplaması gerektiğini düşünmektedir. Nitekim aynı öğrenci Tablo 20'ye göre Ali ve Merve'nin cevizlerini eşitlemek için 6 ile 8'i toplam önerisini getirmiştir.

Öğrencilere yöneltilen dokuzuncu soru " $17 + \Delta = 17$ işleminde Δ bulunan yere hangi sayı gelmelidir?" ifadesi olmuştur. Bu soruda öğrencilerden 0 sayısının toplama işleminde etkisiz eleman olarak diğer toplanan terimi değiştirmeyeceğini belirtmeleri beklenmektedir. Öğrencilerden gelen yanıtlarda 0 sayısının toplama işlemindeki etkisine yönelik kavram yanılgısı ve hata tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin toplama işleminde toplanan terim ile toplam arasındaki ilişkiyi nasıl yorumladığını da bu soru ile anlayabilmekteyiz.

Tablo 22. " $17 + \Delta = 17$ " İfadesine Verilen Yanıt

Yanıtlar	Ön Test	f	Son Test	F
0	Ö1, Ö4, Ö9, Ö10, Ö11, Ö17, Ö18, Ö20	8	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö17, Ö18, Ö20	15
17	Ö5, Ö16	2	Ö16	1
34	Ö3, Ö6	2	Ö2, Ö3	2
Diğer	Ö2, Ö7, Ö8, Ö12, Ö13, Ö19	6	Ö18, Ö19	2

Bu soruda öğrencilerden "17'ye 0 eklersem 17 olur" gibi bir açıklama yaparak 0 cevabını vermeleri beklenmektedir. Yanıtlar 0, 17, 34 ve diğer olarak kategori edilmiştir.

1. 0 Yanıtı: Bu öğrenciler birim elemanı kavram olarak bilmeseler de 0'ın sayıyı değiştirmeyeceğini düşünmüşlerdir. 0 bir sayıya eklendiğinde sayıyı değiştirmez. Buna toplama işleminin birim elemanı denir (Haylock ve Cockburn, 2014).
2. 17 Yanıtı: Bu öğrenciler toplama işlemindeki terimlerden ikisinin (1.toplanan ve toplam) aynı sayı olduğu durumu üçüncü terime de yansıtılmışlardır.

3. 34 Yanıtı: Bu öğrencilerde de terimlerin toplama işlemindeki yerine ait bilgilerin eksik olduğu görülmektedir. Verilen iki sayının terim anlamı düşünülmeden toplanmıştır.
4. Diğer Yanıtlar: Bu yanıtları her öğrenci tarafından farklı olarak açıklanmıştır. Öğrencilerin herhangi bir sayı söylediği, işleme anlam yüklediği düşünülmüştür.

Aşağıda Ö7, Ö8 kodlu öğrenci ile ön test görüşmesinde yapılan diyaloglardan alıntı ve Ö15 kodlu öğrenci ile son test görüşmesinde yapılan diyalogdan bir alıntı yer almaktadır. Bunlardan Ö7 açıklamasını;

.....

Ö7 : 1.

A : Neden 1?

Ö7 : Çünkü burada 1 tane üçgen var. Üçgeni çıkartıp buraya 1 yazmalıyız.

şeklinde yaparken Ö8;

.....

Ö8 : 3.

A : Neden 3?

Ö8 : Üçgenin 3 tarafı olur.

biçiminde yapmıştır. Ö15 ise son testte yaptığı açıklamada düşüncesini;

.....

Ö15 : 18.

A : Neden?

Ö15 : Düşündüm . Düşündüm. 18 buldum.

olarak dile getirmiştir. Ancak Ö15 kodlu öğrenci verdiği yanıtın nedenine ilişkin açıklama yapamamıştır. Ö7 kodlu öğrenci sembolün miktar olarak sayısını ikinci toplanan olarak düşünmüştür. Ö8 kodlu öğrenci üçgen şeklinin özelliğinden sayısal bir çıkarsama yapmıştır. Ö7 ve Ö8 kodlu öğrencilerin yanıtları yer tutucu olarak kullanılan sembollere yüklenen anlamı da ortaya çıkarmıştır. Bu noktada kavram yanılgısı ve hata tespit edilmiştir.

Doğru yanıtı veren öğrencilerde ise doğru yanıtı ulaşma yolları çeşitlilik göstermektedir. Bazı öğrenciler toplama işleminin özelliğini düşünerek, bazı öğrenciler verilmeyen terimi çıkarma yaparak, bazı öğrenciler de “birim eleman” terimini kullanmadan

sayının değişmemesi gerektiğini açıklayarak doğru sonuca ulaşmıştır. Aşağıda son test görüşmesinde Ö5, Ö10 ve Ö11 kodlu öğrencilerle yapılan diyaloglardan alıntı yer almaktadır. Bunlardan Ö5 açıklamasını;

...

Ö5 : Çıkarma yapmam gerek.

A : Neden?

Ö5 : Burayı bulmak için (üçgeni gösteriyor, işlemi yapıyor). Sonuç 0.

şeklinde yaparken Ö10 açıklamasını “17, 17 aynı sayıdır. O yüzden 0.” olarak yapmıştır. Ö11 ise açıklamasını “17’ye 1 eklersem 18 olur. 0 ekleyecem.” Şeklinde yapmıştır. Diyaloglarda da görüldüğü gibi Ö5 kodlu öğrenci toplama işleminde verilmeyen terimi bulma yolunu ezberlemiştir. Çıkarma işlemi yaparak verilmeyen toplananı bulmuştur. Ö11 kodlu öğrenci ise toplama işlemi özelliğini ve sayı ilişkisini kullanarak sonuca ulaşmıştır. Ö10 kodlu öğrenci 0’ın toplama işleminde sayıyı değiştirmedeği etkisini fark etmiştir.

Tablo 23. Yer Tutucu Olarak Kullanılan Sembollere Bakış

	Ön Test	Son Test
Sembol şekil özelliğine göre değer alır	Ö8	-
Sembol miktarına göre değer alır	Ö7	-
Sembolün yeri eşitliğin sağ olmalıdır	Ö5, Ö6, Ö3, Ö16	Ö2,Ö3,Ö16
Herhangi bir değer verenler	Ö2, Ö12,Ö13,Ö15, Ö19	Ö15
Sembolün değerini terimsel değerine göre belirleyenler	Ö1,Ö4,Ö9,Ö10,Ö11, Ö14,Ö17,Ö18,Ö20	Ö1, Ö4, Ö5,Ö6, Ö7,Ö8 Ö9,Ö10,Ö11,Ö12,Ö13,Ö14 Ö17,Ö18,Ö20

Tablo 23’te öğrencilerin sembolü nasıl algıladıkları belirtilmek istenmiştir. Sembolün şeklinin ya da miktarının sayısal bir değer belirteceğini, sembolün eşitliğin sağındaki sayı ile yer değiştirmesi gerektiğini, sembolün değerini bulunduğu terimin diğer terimlerle olan ilişkisinden alacağını düşünenler olduğu gibi verdiği yanıtı belirli bir temele dayandırmadan herhangi bir sayı söyleyenler de olmuştur. Tablo 23’te görüldüğü gibi ön test görüşmesinde 2 öğrenci yer tutucu olarak kullanılan “üçgen” sembolünün şekli ve miktarına bağlı olarak sayısal değer vermiştir. Aşağıda Ö7 ve Ö8 kodlu öğrencilerle ön test görüşmesinde yapılan diyalogdan alıntı yer almaktadır. Bunlardan Ö7,

...

Ö7 : 1.

A : Neden?
 Ö7 : Çünkü burada 1 tane üçgen var.

şeklinde açıklama yapmıştır. Ö8 ise ön testte yapılan görüşmede düşüncesini,

...
 Ö8 : 3.
 A : Neden?
 Ö8 : Üçgenin 3 tarafı olur.

biçiminde dile getirmiştir. Ö7 ve Ö8 kodlu öğrenciler dört işlemde kavram yanılgılarının oluşmasına neden olabilecek önemli bir noktada zorluk yaşamışlardır. Terimlerin sayısal değerlerinin birbirleri ile olan ilişkisini düşünememişlerdir. Bu öğrencilerin son test değerlendirmesinde bu zorluğu yaşamadıkları görülmektedir. Yanıtlarda dikkati çeken kategorilerden biri de "sembolün yerinin eşitliğin sağında olması gerektiğini düşünenler" olmuştur. Bu yanıtta ortaya çıkan kavram yanılgısı eşitliğin işlevsel olarak düşünülmemesi ile de alakalıdır. Bu kategorideki öğrenciler eşitliğin sağına hesaplama sonucu bulunan yanıtın yazılması gerektiğini düşünmektedirler. Aşağıda Ö16 kodlu öğrenciyle ön test görüşmesinde, Ö3 kodlu öğrenciyle ise son test görüşmesinde yapılan diyalogdan alıntı yer almaktadır. Bunlardan Ö16 ön test görüşmesinde açıklamasını;

...
 Ö16 : 17.
 A : Neden?
 Ö16 : Çünkü bunu buraya çıkarmalıyız. 17'yi de buraya koymalıyız (üçgen ile eşitliğin ardındaki 17'yi yer değiştirmek istiyor).

biçiminde yaparken Ö3 son test görüşmesinde açıklamasını,

...
 Ö3 : 17 artı kutu eşittir 17. 17 ile bir şeyi topluyorum 17 buluyorum.
 A : üçgen olan yere hangi sayı gelmeli.
 Ö3 : 34.
 A : Neden?
 Ö3 : 17 ile 17'yi toplarsam 34 olur. Üçgen yerine 34 gelmeli.

şeklinde yapmıştır. Öğrencilerle yapılan ön-son test görüşmeleri bize nasıl düşündükleri hakkında bilgi vermiştir. Elde edilen bulguların analizi sonucunda öğrencilerin toplama ve

çıkarma işleminde kavram yanlışlığı ve hatalara sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerde saptanan kavram yanlışlığı ve hatalar 14 türde sınıflandırılmıştır.

1. Toplama İşlemine İlişkin Kavram Yanlışlığı ve Hatalar
 - a. Y.T.1. Toplanan-toplam arası ilişki
 - b. Y.T.2. 0'in toplama işlemindeki yeri
 - c. Y.T.3. Toplama işlemi
2. Çıkarma İşlemine İlişkin Kavram Yanlışlığı ve Hatalar
 - a. Y.T.4. Çıkarma işlemi toplama işlemiyle karıştırma
 - b. Y.T.5. Çıkarma işlemi
3. Hem Toplama İşlemi Hem Çıkarma İşlemine İlişkin Kavram Yanlışlığı ve Hatalar
 - a. Y.T.6. Ters işlem ilişkisi
 - b. Y.T.7. Matematiksel işlemin okunuşu
 - c. Y.T.8. Eşitliği tek taraflı düşünme
 - d. Y.T.9. Matematiksel işlemin yazılışı
 - e. Y.T.10. Farklı varlıkların toplanması
 - f. Y.T.11. Basamak yerinin yazılışı
 - g. Y.T.12. Eşitlik sembolü
 - h. Y.T.13. Eşitleme
 - i. Y.T.14. Yer Tutucu Olarak Kullanılan Semboller

4. 2. Kavram Yanlışlığı ve Hatalar

Yanıtlar kavram yanlışlığı ve hata olarak ayrılırken öğrencilere “neden” sorusundan sonra yöneltilen “emin misin” sorusunun yanıtı ayırt edici olmuştur. Öğrencilerin “neden” sorusunu yanlış yanıtlaması ve bu yanlış yanıtta emin olması kavram yanlışlığı, verilen yanlış yanıtta emin olmaması hata olarak sınıflandırılmıştır.

Tablo 24. Ön ve Son Test Görüşmelerinde Verilen Yanıtlardan Emin Olma

Soru	Ön Test		Son Test	
	Evet	Hayır	Evet	Hayır
1	19	1	19	1
2	19	1	19	1
3	20	0	20	0
4	20	0	20	0
5	17	3	19	1
6	18	2	20	0
7	20	0	20	0
8	19	1	19	1
9	20	0	20	0
Toplam	172	8	176	4

Tablo 24'te ön ve son test görüşmelerinde her sorunun yanıtından emin olup olmama durumu sayısal olarak belirtilmiştir. Ön test görüşmesinde en fazla 5. soruya verilen yanıtta emin olunmamıştır. Tablo 24'e bakıldığında son test görüşmesinde verilen yanıtlardaki emin olma oranının arttığını görüyoruz. Öğrenciler yanıtlarından emin olup yanlış yanıt verdiklerinde kavram yanılığı olarak sınıflandırılırken, yanıtlarından emin olmayıp doğru yanıt verdiklerinde doğru yanıt olarak değerlendirilmiştir. Öğrenciler yanıtlarından emin olmayıp yanlış yanıt verdiklerinde ise hata olarak sınıflandırılmıştır. Yanıtlarından emin olup doğru yanıt veren-doğru açıklama yapan öğrencilerin yanıtları da doğru kabul edilmiştir. Araştırmanın veri toplama aracı olan ön-son testte yer alan soruların her birinde tespit edilen kavram yanılığı ve hata miktarını gösteren Tablo 25 aşağıda yer almaktadır.

Tablo 25. Ön-Son Testte Yer Alan Sorularda Tespit Edilen Kavram Yanılığı Ve Hata

Soru	Ön Test		Son Test	
	Kavram Yanılığı Miktarı	Hata Miktarı	Kavram Yanılığı Miktarı	Hata Miktarı
1	39	2	11	
2	26		14	1
3	15		8	
4	36		10	
5	12	2	10	1
6	9	2	9	
7	25		14	
8	14		10	2
9	23		9	1
Toplam	199	6	95	5

Tablo 25'te ön-son testin her sorusu için kaç tane kavram yanılığı ve hata tespit edildiği verilmiştir. Ancak her sorunun özelliği farklı olduğundan tespit ettiği kavram yanılığı ve hata tür sayısı da birbirinden farklıdır. Birinci ve ikinci soru Y.T.7 ve 8 kodlu türü tespit etmiştir. Üçüncü soru Y.T.1, dördüncü soru Y.T.9, beşinci soru Y.T.6, altıncı soru Y.T.10, yedinci soru Y.T.4, 5, 11 kodlu türü tespit etmiştir. Sekizinci soru Y.T.3, 12, 13 ve dokuzuncu soru Y.T. 2, 14 kodlu türü tespit etmiştir. Ayrıca dördüncü soru kendi içinde 4 farklı kavram yanılığı ve hatayı tespit etmiştir. Buna benzer olarak birinci ve ikinci soruda sembol okuma hatası tespiti yapılırken 3 farklı sembolün (artı, eksi, eşittir) kullanımı araştırılmıştır. Bu nedenle Tablo 25'e bakarak öğrencilerin hangi soruda daha fazla kavram yanılığı ve hatası olduğunu belirlemek doğru olmayacaktır. 6. soruda aynı kalmakla birlikte diğer tüm sorularda tespit edilen kavram yanılığı ön ve son test görüşmesi arasında karşılaştırıldığında azalma olduğu görülmektedir. Tespit edilen hatalar karşılaştırıldığında ise azalışın ve artışın örnekleri görülmektedir. Ancak toplamda da hata miktarının azaldığı görülmektedir. Bu nedenle yapılan cebirsel akıl yürütme uygulamalarının öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanılığı ve hatalarını gidermede etkili olduğunu söyleyebiliriz.

Tablo 26. Öğrencilerin Sahip Olduğu Kavram Yanılığı ve Hataların Ön-Son Test Puanları Arasındaki Farkın Anlamlılığını Test Eden Wilcoxon İşaretlenmiş Sıralar Testi Sonuçları

Puan	Sıralar	N	S. O.	S. T.	z	P
Kavram Yanılığı ve Hata	Negatif Sıralar	0	,00	,00		
Son Test Puanı	Pozitif Sıralar	18	9,50	171,00	-3,729	,000
Kavram Yanılığı ve Hata	Eşit	2				
Son Test Puanı	Toplam	20				

Tablo 26 incelendiğinde öğrencilerin kavram yanılığı ve hatalarına ait ön ve son test puanları arasındaki farkta anlamlılık gözlenmiştir ($z = -3,729$, $p < 0,001$). Elde edilen veriler cebirsel akıl yürütme uygulamalarının toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanılığı ve hataların giderilmesinde etkili olduğunu göstermektedir.

Öğrencilerin ön ve son teste verdikleri yanıtlardaki kavram yanılığı ve hata miktarındaki değişimin sayısal olarak karşılaştırılması Tablo 26'da verilmiştir.

Tablo 27. Kavram Yanılgısı ve Hata Miktarının Ön-Son Test Görüşmesine Göre Karşılaştırılması

	Ön Test		Son Test	
	Kavram Yanılgısı	Hata	Kavram Yanılgısı	Hata
Ö1	9	0	2	0
Ö2	14	0	14	0
Ö3	12	0	7	2
Ö4	12	0	4	0
Ö5	13	0	4	0
Ö6	12	0	2	0
Ö7	11	1	1	0
Ö8	8	0	0	0
Ö9	4	0	2	0
Ö10	8	0	2	0
Ö11	3	1	4	0
Ö12	12	0	6	0
Ö13	11	0	3	0
Ö14	6	0	4	0
Ö15	13	2	9	2
Ö16	14	0	10	1
Ö17	7	0	3	0
Ö18	10	1	2	0
Ö19	15	0	14	0
Ö20	4	1	2	0
Toplam	199	6	95	5

Tablo 27'ye bakıldığında öğrencilerde tespit edilen kavram yanılgısı ve hatanın ön test görüşmesine nazaran uygulama gerçekleştirildikten sonra yapılan son test görüşmesinde azalmıştır. Ancak istisnai durumlar da vardır. Kavram yanılgısı ele alındığında Ö11 kodlu öğrencinin son test görüşmesinde ortaya koyduğu kavram yanılgısının 1 sayı arttığı görülmektedir. Hata başlığında ise Ö3 kodlu öğrencinin ön test görüşmesine göre kavram yanılgısını azaltırken hatasını 2 sayı arttırdığı görülmektedir. Bunun dışındaki tüm durumlarda kavram yanılgısı ve hata miktarı azalma göstermiştir. Diğer yandan bazı öğrencilerin kavram yanılgısı ve hata miktarlarında azalma çok iken bazılarında daha az olduğu görülmektedir. Ö6 ve Ö7 kodlu öğrenciler son test görüşmesinde kavram yanılgısı miktarını 10 sayı düşürmüştür. Buna karşın Ö2 kodlu öğrencinin kavram yanılgısı miktarı yüksek ve hiç değişmemiştir. Benzer olarak Ö19 kodlu öğrencinin kavram yanılgısı miktarı diğer öğrencilere göre hem yüksek hem de son test görüşmesinde 1 sayı azalma göstermiştir. Bir başka dikkat çeken öğrenci ise Ö8 olmuştur. Ö8 son test görüşmesinde kavram yanılgısı miktarını 8 sayı azaltarak kavram yanılgısı ve hata miktarını sıfırlamıştır. Genel sonuca bakıldığında araştırmamızın 3 numaralı alt

problemi olan “Cebirsel akıl yürütme uygulamalarının kavram yanılığı ve hataları gidermede etkisi nedir?” sorusunun yanıtı yer almaktadır. Cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile işlenen toplama ve çıkarma işlemi öğretimi dersi toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanılığı ve hataları gidermede etkili olmuştur.

Öğrencilerin yanıtları analiz edilerek 14 farklı türde kavram yanılığı veya hataya sahip oldukları belirlenmiştir. Hangi kavram yanılığı türünde toplamda kaç kez kavram yanılığı veya hata tespit edildiği aşağıdaki tablolarda yer almaktadır.

Tablo 28. Ön Test Görüşmesindeki Yanıtların Sınıflandırılması

Yanıtların Türü	Kavram Yanılığı	Hata
Y.T.1. Toplanan-toplam arasındaki ilişki	15	
Y.T.2. 0'ın toplama işlemindeki yeri	12	
Y.T.3. Toplama işlemi	2	
Y.T.4. Çıkarma işlemi toplama işlemiyle karıştırma	7	
Y.T.5. Çıkarma işlemi	5	
Y.T.6. Ters işlem ilişkisi	12	2
Y.T.7. Matematiksel işlemin okunuşu	34	
Y.T.8. Eşitliği tek taraflı düşünme	31	2
Y.T.9. Matematiksel işlemin yazılışı	36	
Y.T.10. Farklı birimler arası işlem	9	2
Y.T.11. Basamak yeri	13	
Y.T.12. Eşitlik sembolü	6	
Y.T.13. Eşitleme	6	
Y.T.14. Yer tutucu olarak kullanılan semboller	11	
Toplam	199	6

Tablo 28'e bakıldığında ön test görüşmesinde 14 kavram yanılığı ve hata türünde 199 kavram yanılığı tespit edilmiştir. Tespit edilen hata sayısı ise 6'dır. En fazla kavram yanılığı matematiksel işlemin yazılışında gerçekleşmiştir. Eşitliği tek taraflı olarak düşünme de yaygın bir kavram yanılığı olarak görülmektedir. En az kavram yanılığı ise toplama işleminde kendini göstermiştir. Öğrencilerden eşitlik kavramında beklenen eşitliği çift taraflı olarak düşünme ve eşitlik sembolünü ilişkisel olarak ele almalardır. Bu veride görmekteyiz ki örneklem grupta ön test görüşmesinde eşitliği tek taraflı olarak görme yaygındır.

Tablo 29. Son Test Görüşmesindeki Yanıtların Sınıflandırılması

Yanıtların Türü	Kavram Yanılgısı	Hata
Y.T.1.Toplanan-toplam arasındaki ilişki	8	
Y.T.2. 0'ın toplama işlemindeki yeri	4	1
Y.T.3.Toplama işlemi	2	
Y.T.4. Çıkarma işlemi toplama işlemiyle karıştırma	5	
Y.T.5. Çıkarma işlemi	3	
Y.T.6. Ters işlem ilişkisi	10	1
Y.T.7. Matematiksel işlemin okunuşu	9	
Y.T.8. Eşitliği tek taraflı düşünme	16	1
Y.T.9. Matematiksel işlemin yazılışı	10	
Y.T.10. Farklı birimler arası işlem	9	
Y.T.11. Basamak yeri	6	
Y.T.12. Eşitlik sembolü	3	1
Y.T.13. Eşitleme	5	1
Y.T.14. Yer tutucu olarak kullanılan semboller	5	
Toplam	95	5

Tablo 29'a bakıldığında son test görüşmesinde 14 kavram yanılgısı ve hata türünde 95 kavram yanılgısı görülmüştür. Tespit edilen hata sayısı ise 5'dir. En fazla kavram yanılgısı yine eşitliği tek taraflı olarak düşünmede kendini göstermiştir. Yine en az kavram yanılgısı toplama işleminde görülmüştür. Ön ve son test görüşmelerinin sonuçları karşılaştırıldığında tespit edilen kavram yanılgısı sayılarında önemli bir düşüş görülmüş fakat sıfırlanmamıştır. Hata sayısında da azalış görülmüştür.

Ön-son test görüşmelerindeki verilerin soru bazında, tespit edilen kavram yanılgısı ve hata türü bazında ve öğrenci bazında karşılaştırılması yapıldığında son test görüşmelerinde daha az kavram yanılgısı ve hata tespit edildiği görülmüştür. Bu nedenle öğrencilere 4 hafta süreyle uygulanan cebirsel akıl yürütme uygulamalarının öğrencilerde var olan kavram yanılgısı ve hata miktarını azalttığını söyleyebiliriz.

5. TARTIŞMA

Bu çalışmanın amacı ilkokul 2. sınıfta matematik dersi “Sayılar” öğrenme alanında yer alan “Toplama ve Çıkarma İşlemi” alt öğrenme alanında cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile hazırlanmış ders planlarının toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanlışlığı ve hataları gidermede etkisini incelemektir. Amaç doğrultusunda cebirsel akıl yürütme uygulamalarının yer aldığı 20 ders saati planı hazırlanmıştır. Uygulamanın öncesinde ve sonrasında öğrencilerle görüşme yapılarak kavram yanlışlıkları ve hatalar tespit edilmiş ve kodlanmıştır. Yapılan analizler sonucunda cebirsel akıl yürütme uygulamalarının kavram yanlışlığı ve hataları gidermede olumlu yönde etkili olduğu görülmüştür. Öğrencilerle yapılan ön-son test görüşmesi sonucunda elde edilen veriler analiz edilerek 14 kavram yanlışlığı ve hata türü belirlenmiştir. Bunlar toplama işlemi ile ilgili olan, çıkarma işlemi ile ilgili olan, hem toplama hem çıkarma işlemi ile ilgili olan kavram yanlışlığı ve hata olarak sınıflandırılmıştır.

5. 1. Toplama İşlemi ile İlgili Olan Kavram Yanlışlığı ve Hatalar

Y.T.3 Toplama İşlemi olarak kodlanan kavram yanlışlığı ve hata toplama işlemi yaparken sayıların üst üste katılması sürecinde yapılan yanlışları ve hataları belirtmektedir. Bu kavram yanlışlığı ve hatayı ortaya çıkarmakta ön-son testin 7. ve 8. sorusu kullanılmıştır. Verilere göre toplama işlemine yönelik ortaya çıkan kavram yanlışlığı oldukça az ve ön-son test görüşmesinde değişmemiştir. Öğrenciler salt toplama işlemi yaparken zorlanmamışlardır. Benzer olarak Soylu ve Soylu da (2006) yaptıkları çalışmada öğrencilerin işlemsel bilgiyi kullanmada zorlanmadıklarını belirtmiştir. Görüşmelerde bazı öğrencilerin toplama işlemi yaparken üzerine kattıkları sayıyı iki kere kullandıkları görülmüştür. Benzer örnekleri Önal ve Aydın (2018) “Sayma Hatası” başlığında ele almıştır.

Y.T.1. Toplanan-Toplam Arasındaki İlişki başlığı ile sınıflandırılan bu tür, ön test görüşmesinde öğrencilerin yarıdan çoğunda kavram yanlışlığı olarak belirlenmişken son test görüşmesinde öğrencilerin yarıdan azında kavram yanlışlığı olarak belirlenmiştir. Hata ise her iki görüşmede de tespit edilmemiştir. Ön test görüşmesinde yaygın olarak öğrencilerin toplananların toplanması sonucu toplamın elde edildiğini düşünmediği görülmüştür. Salt toplama işlemi yapmakta zorlanmayan öğrencilerin işlemi tersten düşünmesi gerektiğinde ya da terimler arası sayısal büyüklük küçüklük ilişkisi kurması gerektiğinde hatalara ve yanlışlıklara düştüğü görülmektedir. Son test görüşmesinde daha

az öğrencinin kavram yanılığı ortaya koyması cebirsel akıl yürütme uygulamasının olumlu yönde etkili olduğunu göstermektedir. Uygulama sürecinde kullanılan materyallerin varlığı, fikirlerin sınıfça değerlendirilmesi, işlemlerin sadece yukarıdan aşağıya ya da soldan sağa örneklerinin verilmemesi gibi özellikler yer almıştır. Bu soruda doğru yanıtı ulaşan öğrenciler toplama işlemindeki terimlerin ilişkisini düşünerek akıl yürütmüşlerdir. Kaya ve Keşan'ın (2014) belirttiği gibi cebirsel akıl yürütme sayısal akıl yürütmeyi desteklemektedir.

Y.T.2. 0'ın Toplama İşlemindeki Yeri koduyla belirlenen kavram yanılığı 9. sorunun verilerinden elde edilmiştir. Ön test görüşmesinde öğrencilerin yarısından çoğunda, son test görüşmesinde ise öğrencilerin azında kavram yanılığı ve 1 hata tespit edilmiştir. Yanıtlar incelendiğinde bazı öğrencilerin 0'ın toplandığı sayıyı değiştirmede kavradığı ve bu durumu açıklayabildiği görülmüştür. Diğer öğrenciler ise çeşitli düşünme biçimleri ile kavram yanılığı veya hatalarını ifade etmiştir. Toplama işleminin verilmeyen terimlerinin bulunmasında öğrencilerin yaygın yaptıkları hata var olan iki sayıyı toplamaktır. Sayıların hangi terimde yer aldığına dikkat etmeden dört işlem işaretinden yola çıkarak sonuca ulaşmak istendiği görülmektedir. Ayrıca bu öğrencilerin bilinmeyen terimin eşitliğin sağında olması gerektiğini düşündüğünü de söyleyebiliriz. Son test görüşmelerinde cebirsel akıl yürütmenin başka örnekleri de görülmüştür. Son test görüşmelerinde doğru yanıtı veren öğrenciler arasında bir grup öğrenci 0'ın birim eleman özelliğini de fark etmiştir. 0'ın toplananını değiştirmede "aynı sayılar", "ikisi de aynı sayı" ve "bir sayıyı 0 ile toplarsam değişmez" ifadeleri ile belirtmişlerdir. Bu ifadeler cebirsel akıl yürütmenin genelleme özelliğini göstermektedir. Türkoğlu ve Cihangir (2017) genellemenin cebirsel düşünmenin temeli olduğunu belirtmişlerdir.

5. 2. Çıkarma İşlemi ile İlgili Olan Kavram Yanılığı ve Hatalar

Y. T. 4. Çıkarma İşlemini Toplama İşlemiyle Karıştırma kodlu kavram yanılığı ve hata türü görüşmelerde 7. soruda çıkarma işlemi yapılırken tespit edilmiştir. Ön test görüşmesinde öğrencilerin yarısından çoğunda kavram yanılığı belirlenirken son test görüşmesinde öğrencilerin yarısından azında kavram yanılığı tespit edilmiştir. Çıkarma işlemi yaparken öğrencilerin işlemi toplama işlemi gibi düşündüğü örneklere rastlanmıştır. 15'ten 3 çıkarılması istenen soruda 18 yanıtına ulaşan öğrenciler olmuştur. Öğrencilerin çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapması ilk öğrendikleri işlemin toplama işlemi olması ya da ileri doğru saymanın geriye doğru saymadan daha kolay olması nedeniyle öğrencilerin bilinçli ya da bilinçsiz olarak kolay olana yönelmesi olabilir. Bu tip örnekleri Altındağ-Kumaş (2014) "İşlem Değiştirme" kavram yanılığı olarak belirtmiştir. Yorulmaz

(2018) bu durumun nedenini “önceki öğrenmeler sonraki öğrenmeleri etkiler” ya da “çıkarma işleminin tam öğrenilmemesi” olarak belirtmiştir.

5. 3. Hem Toplama İşlemi Hem Çıkarma İşlemi ile İlgili Olan Kavram Yanılgısı ve Hatalar

Literatürde görülen toplama ve çıkarma işlemindeki en yaygın kavram yanılgısı ve hata basamak gruplamaları olarak ele alınmaktadır. Kubanç (2012) ilkokul 1. ,2. ve 3. sınıf öğrencilerinin dört işlemde yaşadığı zorlukları incelediği çalışmasında öğrencilerin çıkarma işleminde gösterdikleri kavram yanılgısı ve hatalarda benzer bir örneğe “çıkartılacak sayıyı soldan hizalama” başlığında yer vermiştir. Önal ve Aydın (2018) ise benzer bir örneği “basamakları yanlış yere yerleştirme” kavram yanılgısı olarak ele almıştır. Bu çalışmada da ön – son testin 7. sorusu Y.T.11. Basamak Yeri kodlu kavram yanılgısı ve hatayı ortaya koymuştur. Ön test görüşmesinde öğrencilerin yarıdan çoğunda, son test görüşmesinde ise öğrencilerin yarıdan azında kavram yanılgısı ortaya çıkmıştır. Her iki görüşmede de hata tespit edilmemiştir. Matematik öğretiminde materyallerin kullanımı önemlidir. Basamak değeri, basamak yeri gibi oldukça soyut olan bu kavramlar uygulama sürecinde çeşitli materyaller ile somutlaştırılmıştır. Ayrıca anlatımlarda, örneklerde bu kavramların kullanılmasını ve kullandırılmasına önem verilmiştir. Bu etkenlerin kavram yanılgısının giderilmesini desteklediği düşünülmektedir. Kavram yanılgısına sahip öğrencilerin sayıların hangi basamakta bulunması gerektiğini düşünmeden işlem yapmaya odaklandığı görülmüştür. Öğrencilerin sınıf seviyesi dolayısı ile örneklerde yer alan sayıların tek ve iki basamaklı olması yanılgı ve hata oranını arttırmış olabilir. Çünkü 15 sayısından 3 sayısını çıkarmak için parmaklarını kullanarak cevaba ulaşmış olabilirler. Böylece basamakların nereye yazıldığı noktası öğrencinin gözünden kaçmış olabilir.

Ön-son testin 5. sorusunda ters işlem ilişkisi irdelenmiştir. Görüşmelerden alınan veriler Y.T.6. Ters İşlem İlişkisi olarak kodlanmıştır. Ön test ve son test görüşmesinde tespit edilen kavram yanılgısı miktarı, öğrenci sayısının yarısından azı olmakla birlikte son test görüşmesinde daha azdır. Ön test görüşmesinde 2 hata tespit edilirken son test görüşmesinde hata tespit edilmemiştir. Öğrencilerin işlemlerin nasıl yapıldığını öğrenmeleri kadar aynı işlemi tersten düşünebilmeleri de gereklidir. Vance'e (1998) göre cebirsel düşünmenin desteklenmesi için öğrencilerin birbirinin tersi olan işlemleri (toplama-çıkarma, çarpma-bölme) dönüştürebilmesi gereklidir. Terimlerin anlamlarının kavranmasında bu hususun önemli olduğu düşünülmektedir. Terimlerin isimlerinin ve verilmeyen terimi bulma yolunun ezberletilmesi öğrencilerin terimler arası ilişkiyi kurmasını zorlaştıracaktır. Kubanç (2012) çalışmasında öğrencilerin dört işlem yaparken bazı

stratejileri kullandığını belirtmiştir. Bunlar doğrudan modelleme, sayma ve sayı ilişkilerini kullanma stratejileridir. Yapılan görüşmelerde bu stratejileri örnekleyen yanıtlar görülmüştür. Bu soruda “8 ile 7’yi toplarsam 15 edeceğini biliyorum” yanıtı sayı ilişkisini kullanma stratejisini göstermektedir

Schliemann ve diğerlerinin (2003) çalışmasında “ $6+9=7+8$ eşitliği doğru mu yanlıştır?” sorusu deney ve kontrol grubuna sorulmuştur. Cebir karakterleri ile sunulan aritmetik eğitimi alan deney grubundaki öğrencilerin doğru yanıt verme oranının daha yüksek olduğu görülmüştür. Eşit işaretini görünce toplama yapacağını veya yanıt vermesi gerektiğini düşünen, eşitliğin ilişkisel anlamını kavramayan öğrencilerde kavram yanılığının görülmesi olasıdır (Köse ve Tanışlı, 2011). Benzer şekilde Akkan (2009), Akkan ve Baki (2016) ve Yaman, Toluk ve Olkun (2003) eşitlik işaretini işlemsel düşünen öğrencilerin çoğunlukta olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmada da benzer bir soru ön-son testin 1. ve 2. sorusunda yer almış ve Y.T.8. Eşitliği Tek Taraflı Düşünme kodlu kavram yanılığı ve hatayı ortaya koymuştur. Verilere göre ön test görüşmesinde öğrencilerin yarısında son test görüşmesinde ise yarıdan biraz azında kavram yanılığı görülmüştür. Ön test görüşmesindeki oldukça az olan hata miktarı sayısı son test görüşmesinde bir azalmıştır. Kavram yanılığı ve hata tespit edilen öğrencilerin eşitliğin solundaki işlemi yapabildiği ancak eşitliğin sağındaki işlem ile ilişkisini kuramadığı görülmüştür. Öğrencilerden gelen yanıtlar arasında yer alan “eşittirden sonra 15 olmalıydı” ifadesi kavram yanılığını net bir şekilde ortaya koymaktadır. Öğrencilerin cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile eşitliği sembol olarak ele alma yaklaşımı azalarak eşitliği ilişkisel düşünme yaklaşımı artış göstermiştir. Bu artışın nedeni olarak somut materyaller ile yapılan örnekler, öğrencilerin kendi örneklerini oluşturma süreçlerinde akıl yürütmelerinin desteklenmesi ve eleştirel düşünceleri söylenebilir.

Y.T.12. Eşitlik Sembolü kodlu kavram yanılığı ve hata türü her iki görüşmede de oldukça az sayıda tespit edilmiş ve uygulama sonrasında azalmıştır. Hata ise son test görüşmesinde oldukça az sayıda tespit edilmiştir. “Eşitlik ne demektir?” sorusuna verilen yanıtlarda eşitliğin toplama-çıkarma işlemi ile karıştırıldığı ve “birleştirme” yanıtının alındığı görülmüştür.

8. sorunun b şıkında öğrencilerden 2 farklı miktarı eşitlemeleri istenmiştir. Yanıtlar doğrultusunda Y.T.13. Eşitleme kodlu kavram yanılığı ve hata belirlenmiştir. Verilere göre görüşmelerde tespit edilen kavram yanılığı miktarı azalma eğilimi göstermiştir. Hata ise son test görüşmesinde oldukça az sayıda tespit edilmiştir. İki kişideki cevizlerin sayılarını eşitlemek isteyen öğrencilerin “aynı sayıya ulaşma” eğilimi içinde farklı yollar geliştirdiği görülmüştür. Bu durumu Kaya ve diğerleri (2016) cebirsel akıl yürütmenin öğrencilerde farklı yolları düşünme potansiyelini geliştirebileceği ve sonuç olarak matematik başarısını

arttırabileceği şeklinde açıklamıştır. Ancak eşitlik kavramını birleştirmek olarak belirten öğrencilerin iki kişideki cevizlerin sayısını topladığı görülmüştür. Yaman ve diğerleri (2003) çalışmasında benzer bir soru ile öğrenci yanıtlarını incelemiş ve tüm öğrencilerin “eşit sayıda” kavramının aynı miktarı ifade ettiğini anladıklarını belirtmiştir. Yapılan analizlerde 3 farklı açıdan ele alınan eşitlik kavramına yönelik kavram yanılması ve hatalarda azalma görülmüştür.

Ön-son testin 1. ve 2. sorusuna verilen yanıtlarda Y.T.7. Matematiksel İşlemin Okunuşu kodlu kavram yanılması ve hata tespit edilmiştir. Verilere göre ön test görüşmesinde tespit edilen kavram yanılması öğrencilerin yarısı kadar iken son test görüşmesinde yarısından çok daha az olmuştur. Hata sayısı ise aynı kalmıştır. Sembollerden oluşan matematikte sembol okuma hatası yapmak veya okuyamamak beraberinde kavram yanılması ve hataları getirebilir. Nitekim Bali (2002) matematiğin semboller aracılığı ile anlatılacağını, öğrencilerin bu sembolik dili öğrenmesini ve anlamına uygun olarak kullanması gerektiğini belirtmiştir. Yine Yenilmez ve Uysal (2007) öğrencilerin matematiksel kavram ve sembollerini sözlü ve yazılı olarak kullanmasının düşüncelerini biçimlendirmede etkili olacağını belirtmiştir. Öğrencilerden matematiksel ifadeyi eksiksiz ve doğru okumasını istediğimizde tüm sembol ve terimlerin isimlerinin doğru ve yerinde olmasını bekleriz. Öğrencilerin okumalarında artı (+), eksi (-) ya da eşittir (=) işaretlerinden birini ya da birkaçının okunmadığı görülmüştür. Şüphesiz bir kavramın isminin doğru bilinmesi o kavramı kavrayabilmede başlangıçtır.

Verilerde açığa çıkan bir diğer kavram yanılması veya hata ise Y.T.9. Matematiksel İşlemin Yazılışı kodu ile belirtilmiştir. İşlemin okunuşunun verilir matematiksel cümle halinde yazılması istenen bu sorunun ön test görüşmesinde öğrencilerin tamamına yakını, son test görüşmesinde ise öğrencilerin yarısından çok daha azında kavram yanılması belirlenmiştir. Hata tespit edilmemiştir. Yanıtlarda sonucun doğru bulunmasına rağmen sembollerin yanlış ve eksik kullanıldığı görülmüştür. Yan yana yapılan işlemlerde kullanılan artı (+), eksi (-) ve eşittir (=) işareti ile alt alta yapılan işlemlerde kullanılan işlem çizgisinin yerleştirilmesinde yanlışlıklar görülmüştür. Benzer sonuç Ersoy ve Erbaş (2005) tarafından yapılan KaPAT araştırmasında da ortaya çıkmıştır. Matematiksel işlem sayılar ve semboller ile yazılmaktadır. Sembol ve kavramlar arası ilişkinin önemi literatürde de belirtilmiştir. Matematikteki semboller, kavramlar arasındaki ilişkinin keşfedilmesini sağlar (Haylock ve Cockburn, 2014). Bali (2002) matematik öğretiminde öğrencilerin ve öğretmenlerin matematiksel dili etkin bir şekilde kullanması gerektiğini belirtmiştir. Matematiksel kavram, sembol ve ifadeleri kullanan öğrencilerin düşüncelerini organize edebileceğini ifade etmiştir.

Verilerde açığa çıkan bir diğer kavram yanılgısı ve hata ise Y.T.10. Farklı Birimler Arası İşlem koduyla belirtilmiştir. Öğrencilere yöneltilen 6. soru problem üzerinden verilen-istenen bağı kurularak istenen birime uygun verileri belirlemeyi esas almıştır. Yanıtlar incelendiğinde ön test görüşmesinde öğrencilerin yarıdan biraz fazlası, son test görüşmesinde ise yarıdan biraz azında kavram yanılgısı tespit edilmiştir. Hata tespit edilmemiştir. Yapılan görüşmelerde öğrencilerin resimdeki varlıkları saydığı ya da tüm meyvelerin miktarını topladığı görülmüştür. Bazı öğrencilerin soruyu gerçek hayat ile ilişkilendirerek cevapladığı belirlenmiştir. Nitekim benzer bir örnek Tang ve Ginsburg (1999) tarafından yapılan araştırmada “4 elma 4 elma daha kaç elma eder?” sorusuna 0 yanıtını veren çocuğun “Elmaları yediğim için hiç elma kalmaz.” açıklamasında görülmektedir. Bu durum problem şeklindeki sorulara çocukların yorum katabileceği gerçeğini ortaya koymaktadır. Diğer yandan pilot çalışmada resimsiz olarak sorulan bu soruda soruyu anlamada zorlandıkları görüldüğü için resim eklemesi yapılmıştır. Ancak bu sefer de resim kimi öğrenciler için yanıltıcı olmuştur. Belirlenen bu tespitin dört işlemdeki kavram yanılgısı, hata ya da zorluklar için önemli olduğu düşünülmektedir. Çünkü birimleri düşünmek toplama ya da çıkarma işlemindeki terimlerin birbirleri ile olan ilişkisini daha iyi kurabilmek için öğrencilerin “Ne ile neyi topladım? Ne buldum?” ya da “Neyden neyi çıkardım? Neyi buldum?” gibi yaptığı işlemi sorgulatan soruları düşünmesini sağlayabilecektir. Böylece kavramlar arası ilişki kurulabilir.

Y.T.14. Yer Tutucu Olarak Kullanılan Semboller koduyla belirlenen kavram yanılgısı ve hata başlığında verilmeyen terim yerine “ Δ ” sembolü kullanılarak hangi sayının gelmesi gerektiği sorulmuştur. Ön test görüşmesinde oldukça az sayıda öğrencide kavram yanılgısı saptanmıştır. Sembolün şekli ve miktarına göre verilen yanıtlar önemli bir kavram yanılgısı tespitidir. Benzer sonuçlar literatürde ortaokul öğrencilerine yönelik yapılan cebirsel ifadelerde kavram yanılgısı konusunda yapılan çalışmada da görülmektedir (Kocasakal-Baysal, 2010). Ayrıca sembolün eşitliğin sağında yer alması gerektiğini düşünen öğrenciler de olmuştur. Son test görüşmesinde ise hiçbir öğrencide kavram yanılgısı ve ya hata tespit edilmemiştir.

Araştırmanın genel sonucuna bakıldığında 9 sorunun yanıtı ve soruların paralelinde öğrencilerle yapılan ön test görüşmelerinde 199, son test görüşmelerinde ise 95 kavram yanılgısı tespit edilmiştir. Tespit edilen hatalar ise ön test görüşmelerinde 6, son test görüşmelerinde ise 5 olarak belirlenmiştir. Tespit edilen kavram yanılgısı ve hatalar 14 farklı kod ile sınıflandırılmıştır. Kavram yanılgılarının son test görüşmelerinde azaldığı fakat sıfırlanmadığı görülmüştür. Kavram yanılgısı ve hataların öğrenci bazlı azalma miktarı 0-10 arasında değişen rakamları göstermektedir. Ön test görüşmesinde en yüksek kavram yanılgısı miktarına sahip olan öğrencilerin son test görüşmesindeki kavram

yanılgısı miktarı tüm öğrencilerin arasında en yüksek miktarları da yer almıştır. Üstelik ön-son test görüşmelerinde kavram yanılgısının azalma miktarına bakıldığında bu iki öğrenci en alt sırada yer almaktadır. Bu öğrencilerin hem yüksek oranda kavram yanılgısına sahip olması hem de uygulama sonrasında kavram yanılgısını en az gideren öğrenciler olmalarının nedeni bu öğrencilerin genel matematik başarısının düşük olması olabilir.



6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

6. 1. Sonuçlar

Araştırmada cebirsel akıl yürütme uygulamalarının toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanlışlığı ve hatayı gidermeye etkisi incelenmiştir. Yapılan çalışmaya göre araştırmadan elde edilen sonuçlar:

1. Uygulama sonunda tespit edilen kavram yanlışlığı ve hatalarda azalma olmuştur. Ön test görüşmesi bulgularında tespit edilen kavram yanlışlığı miktarı son test görüşmesinde yarıya düşmüştür. Ön ve son test görüşmesi bulgularına göre öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışlığını azaltma miktarı 0-10 arasında değişmiştir. Buna bağlı olarak da ön ve son test görüşmesi veri sonuçları karşılaştırıldığında kavram yanlışlığı ve hata miktarındaki azalışta anlamlı bir farklılık ortaya çıkmıştır. Bu da gösteriyor ki çalışmada kullanılan cebirsel akıl yürütme uygulamaları toplama ve çıkarma işlemine yönelik kavram yanlışlığını gidermede olumlu yönde etkili olmuştur.
2. Veri analizi sonucunda sınıflandırılan 14 kavram yanlışlığı ve hata türünden Y.T.10. Basamak Yeri ön ve son test sonucunda aynı miktarda kalmış diğer tüm kavram yanlışlığı ve hata türleri son testte azalmıştır.
3. Öğrencilerde ön ve son test görüşmesinde tespit edilen en yaygın kavram yanlışlığı eşitliği tek taraflı olarak düşünme olmuştur. Kavram yanlışlığına sahip olan öğrenciler eşitlik sembolünün sol tarafında bir işlem olduğunu ve sonucun eşitlik sembolünün sağ tarafına yazılması gerektiğini düşünmektedirler.
4. Yapılan uygulama sonucunda tespit edilen kavram yanlışlığı ve hataları gidermede en fazla etkili olunan alan matematiksel işlemin yazılışı olmuştur. Öğrencilerden sözlü ifadeyle verilen matematiksel bir işlemi yazmaları istendiğinde kavram yanlışlığına sahip olan öğrenciler sembol ve terimleri yanlış yazmış ya da hiç yazmamışlardır.
5. Bulgularda toplama ve çıkarma işlemindeki kavram, sembol ve terimlerin isimlerini tam ve doğru kullanma oranı uygulama sonrasında artmıştır.
6. Cebirsel akıl yürütme becerisinin geliştirilmesinde gerekli olan genelleştirilmiş aritmetik, fonksiyonel düşünme, genelleme ve ters işlemleri kullanma kavram yanlışlığının giderilmesinde etkili olmuştur.

7. Görüşmeye dayalı araştırma yapmak kavram yanılığı ve hatanın tespitinde etkili olmuştur. “Evet” ya da “Hayır” şeklinde verilen yanıtlarda doğru bilgiye ulaşmak sağlıklı olmayacaktır. Yanıtının nedenini öğrenci açıklamalıdır.
8. Cebirsel akıl yürütme uygulamaları toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanılığını gidermede olumlu etki göstermiştir. Ancak her öğrencide aynı düzeyde başarı sağlanamamıştır.
9. Uygulama sürecinde somut materyallerin kullanımına, farklı yöntemlerin kullanımına, terimlerin ve sembollerin isimlerinin sık sık kullanılmasına ve kullandırılmasına, olumlu sınıf atmosferi içinde bilgi paylaşımına dikkat edildiği halde bazı öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemini yapamadığı, kavram yanılığı ve ya hataya sahip olduğu görülmüştür.

6. 2. Öneriler

6. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler

1. Cebirsel akıl yürütme becerisi için gerekli olan genelleştirilmiş aritmetik, fonksiyonel düşünme, genelleme ve ters işlem gibi beceriler dört işlem öğretim süreciyle birleştirilmelidir.
2. İlkokul matematik dersi öğretim programında aritmetik cebirsel yapılarla, cebirsel düşünme ve cebirsel akıl yürütmeyle birlikte verilecek şekilde düzenlenmelidir.
3. Çalışmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında cebirsel akıl yürütme toplama ve çıkarma işleminde karşılaşılan kavram yanılığı ve hataları aza indirmektedir. 2015 matematik dersi öğretim programında yer alan “erken cebir” kavramı 2018 İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programında yer almamaktadır. Erken cebir uygulamalarının öğrencilere kazandırdıkları göz önünde bulundurulduğunda bundan sonraki matematik öğretim programlarında da yer alması uygun olacaktır.
4. Yapılan çalışmada her öğrencinin aldığı eğitimden aynı düzeyde etkilenmediği görülmüştür. Bu nedenle geride kalan öğrencilere yönelik yapılacak çalışmalar için planlamada zaman ayrılmalıdır.
5. Öğrencilerin soruları yorumlarken günlük hayat ile bağdaştırdığı görülmektedir. Bu nedenle sınıf ortamında öğrencilere sorulacak sorular hazırlanırken bu kriter dikkate alınmalıdır. Öğrencilerin yanıtlarında da bu durum göz önünde bulundurulmalıdır.

6. Öğrenciler bazen rastgele doğruyu bulabilir ya da yanlışlıkla doğru sonuca ulaşabilirler. Bu durumda öğrencinin konuyu, kavramı tam olarak anlayıp anlamadığını belirleyemeyiz. Bu nedenle öğretmenler matematik dersi öğretiminde sıklıkla “Neden?” sorusunu öğrencilere sormalıdır.

6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

1. Öğretmenlerin sahip oldukları aritmetik ile cebir bilgisini harmanlayabilme yetisi, bilgisi ve düzeyi yeni araştırmaların konusu olabilir.
2. Daha uzun süreli ve derinlemesine yapılan araştırmalarla kavram yanlışlığı ve hataların giderilmesi ile genel matematik beceri seviyesi arasındaki ilişki araştırılabilir.
3. Öğrencilerin matematik beceri seviyesi ile farklı yöntem, teknik ve metotları kullanabilme ilişkisi araştırılabilir. Matematik becerisi düşük olan öğrencilerin farklı yöntem ve tekniklerle öğrenebilme oranının nasıl olacağı araştırılabilir.
4. Bu çalışmada cebirsel akıl yürütme uygulamalarının toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanlışlığı ve hataları giderebilme etkisine bakılmıştır. Cebirsel akıl yürütme uygulamalarının farklı öğrenme alanlarındaki etkileri araştırılabilir.
5. Toplama ve çıkarma işlemine ayrılan süre ile öğrencilerde tespit edilen kavram yanlışlığı ve hatanın oranı araştırılabilir.
6. Probleme dayalı olan sorularda öğrencilerin problemi günlük hayat ile ilişkilendirdikleri görülmüştür. Yapılacak çalışmalarda öğrencilerin problemleri anlayış biçimleri, günlük hayat ile nasıl ilişkilendirdikleri irdelenebilir.

7. KAYNAKLAR

- Altındağ - Kumaş, Ö. (2014). *Öğrenme güçlüğü olan ve olmayan öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerindeki performansları* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Akkan, Y. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Akkan, Y., Akkan, P. ve Güven, B. (2017). Aritmetik ve cebir kavramları ile ilgili farkındalık. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(24), 527-558.
- Akkan, Y. ve Baki, A. (2016). Ortaokul öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi: sembollerin kullanımı ve harflerin anlamı. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2), 270-305.
- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: Cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, 10(3), 812-823.
- Artzt, F. A. and Femia, S. (1999). Mathematical reasoning during small-group problem solving. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing Mathematical Reasoning In Grades K-12* (pp.115-126). Reston, Virginia: NCTM.
- Ayyıldız, N. ve Altun, S. (2013). Matematik dersine ilişkin kavram yanılgılarının giderilmesinde öğrenme günlüklerinin etkisinin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28-2), 71-86.
- Bağdat, O. (2013). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Baki, A. (1999, Eylül). *Cebirle ilgili işlem yanılgılarının değerlendirilmesi. III*. Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildiri, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Baki, A. (2006) *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (3. baskı). Derya Kitabevi, Trabzon.
- Blanton, L. M. and Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412- 446.
- Bradfield, D. (1965). Algebraic arithmetic for elementary school. *The Arithmetic Teacher*, 12(3), 183-186.
- Bright, G. W. (1999). High elementary- and middle- grades preservice teachers understand and develop mathematical reasoning. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.),

Developing Mathematical Reasoning In Grades K-12 (pp 256-269). Reston, Virginia: NCTM.

- Bulut, N., Dündar, S. ve Yamak, H. (2014). 5. Sınıf öğrencilerinin bilimsel süreç becerileri ile fene karşı tutumlarına FeTeMM etkinliklerinin etkisi. *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(2), 249-264.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, K. Ş., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2015). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (19. baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Cantürk–Günhan, B. (2006). *İlköğretim 2. kademedeki matematik dersinde probleme dayalı öğrenmenin uygulanabilirliği üzerine araştırma* (Yayınlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Carraher, D., Schliemann, A., Brizuela, B. and Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(2), 87-115.
- Carrol, W. M. (1999). Using short question to develop and assess reasoning . In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp.247-255). Reston, Virginia: NCTM.
- Creswell, J W. (2012). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research* (4th ed.). Boston: Pearson
- Coştu, B., Karataş, F. O. ve Ayas, A. (2003). Kavram öğretiminde çalışma yapraklarının kullanılması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(14), 33-48.
- Çalık-Bali, G. (2002). Matematik öğretiminde dil ölçeği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(23), 57-61.
- Çaycı, B. (2007). Kavram değiştirme metinlerinin kavram öğrenimi üzerindeki etkisinin incelenmesi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(1), 87-102.
- Çelik, D. (2007). *Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Çite, H. (2016). *İlkokul 4. Sınıf öğrencilerinin sayılar öğrenme alanına ilişkin kavram yanlışlarının tespiti ve bu kavram yanlışlarının giderilmesine yönelik çözüm önerileri* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Day, R. and Jones, G. (1997). Building bridges to algebraic thinking. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2(4), 208-212.
- Darley, J. (2009). Traveling from arithmetic to algebra. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(8), 458-464.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24), 180-185.

- Dereli, A. B. (2015). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının diziler ve seriler konusundaki hata ve kavram yanlışlarının tespit edilmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). İnönü Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Malatya.
- Duatepe, A. , Akkuş-Çıkla, O. ve Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 73-81.
- Ekiz, D. (2013). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- English, D. L. (1999). Reasoning by analogy a fundamental process in children's mathematical learning. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 22-36). Reston, Virginia: NCTM.
- Erbaş, A. K. (2005). Çoklu gösterimlerle problem çözme ve teknolojinin rolü. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 4(4), 88-92.
- Ersoy, Y. (1998). *Kassel projesi cebir testinde bir grup Türk öğrencinin başarısı ve karşılaştıkları öğrenme güçlükleri*. ODTÜ AFP-97.05. 01.02 Proje Raporu. Eğitim Fakültesi. Fen Bilimleri Bölümü, Ankara.
- Ersoy, Y. (2006). İlköğretim matematik öğretim programındaki yenilikler-I: Amaç, içerik ve kazanımlar. *İlköğretim Online*, 5(1), 30-44.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, A. K. (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup Türk öğrencinin genel başarısı ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim Online*, 4(1), 18-39.
- Eryılmaz, A. ve Sürmeli, E. (2002). Üç-aşamalı sorularla öğrencilerin ısı ve sıcaklık konularındaki kavram yanlışlarının ölçülmesi. <http://users.metu.edu.tr/eryilmaz/TamUcBaglant.pdf> adresinden 15 Mart 2019 tarihinde erişilmiştir.
- Eski, M. (2011). *İlköğretim 7. sınıflarda cebirsel ifadeler ve denklemlerin öğretiminde probleme dayalı öğrenmenin etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Kastamonu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- Girit, D. ve Akyüz, D. (2016). Algebraic thinking in middle school students at different grades: Conceptions about generalization of patterns. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(2), 243-272.
- Gülpek, P. (2006). *İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Gönen, S. ve Akgün, A. (2005). Bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışlarının tespiti ve giderilmesinde çalışma yapıları ve sınıf içi tartışma yönteminin uygulanabilirliği üzerine bir araştırma. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 4(13), 99-111.
- Greenes, C. and Findell, C. (1999). Developing students' algebraic reasoning abilities In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 127-137). Reston, Virginia: NCTM.

- Gürbüz, R. ve Toprak, Z. (2014). Designation, implementation and evaluation of activities to ensure transition from arithmetic to algebra. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science & Mathematics Education*, 8(1), 178-203.
- Haylock, D. and Cockburn, A. (2014). *Küçük çocuklar için matematiği anlama* (Z. Yılmaz, Çev.) Ankara: Nobel.
- Herbert, K. and Brown, R. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 340-344.
- Işık, A. ve Çelik, E. (2017). Çalışma yaprakları ile cebir öğretiminin öğrenci başarısına etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 25(5), 1893-1908.
- Johanning, D., Weber, W., Heidt, C., Pearce, M. and Horner, K. (2009). The polar express to early algebraic thinking. *Teaching Children Mathematics*, 16(5), 300-307.
- Kamii, C. and Warrington, A. M. (1999). Teaching fractions fostering children's own reasoning. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 82-92). Reston, Virginia: NCTM.
- Kaya, D. ve Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 3(2), 29-38.
- Kaya, D. ve Keşan, C. (2017). Çoklu temsil temelli cebir öğretimin matematiğe yönelik tutuma etkisi. *Karadeniz Sosyal Bilimler Dergisi*, 10(18), 1-22.
- Kaya, D., Kesan, C., İzgiol, D. ve Erkus, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyi 1. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(1), 142-163.
- Keçeli, V. (2007). *Karmaşık sayılarda kavram yanılgısı ve hata ile tutum arasındaki ilişki* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.
- Kniah, M. Barbara. (2014). The core of algebraic thinking. *The Mathematics Teacher*, 107(6), 432-439.
- Kocasakal- Baysal, F. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin (4-8.sınıf) cebir öğrenme alanında oluşturdıkları kavram yanılgıları* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Köse, N. ve Tanışlı, D. (2011). İlköğretim matematik ders kitaplarında eşit işareti ve ilişkişel düşünme. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5(2) , 251-277.

- Kubanç, Y. (2012). *İlköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin matematikte dört işlem konusunda yaşadığı zorluklar ve çözüm önerileri* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Fırat Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
- Lubinski, C. and Otto, A. (2002). Meaningful mathematical representations and early algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 9(2), 76-80.
- Malloy, E. C. (1999). Developing mathematical reasoning in the middle grades recognizing diversity . In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 13-21). Reston, Virginia: NCTM.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2005). *İlkokul 1-5.sınıflar matematik dersi öğretim programı*, Ankara: Milli Eğitim Müdürlüğü Basımı.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009). *İlkokul 1-5.sınıflar matematik dersi öğretim programı*, Ankara: Milli Eğitim Müdürlüğü Basımı.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2015). *İlkokul 1-4.sınıflar matematik dersi öğretim programı*, Ankara: Milli Eğitim Müdürlüğü Basımı.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *İlkokul 1-8.sınıflar matematik dersi öğretim programı*, Ankara: Milli Eğitim Müdürlüğü Basımı.
- Mohyuddin, R. G. and Khalil, U. (2016). Misconceptions of students in learning mathematics at primary level. *Bulletin of Education and Research*, 38(1), 133-162.
- Moses, B. (1997). By way of introduction: Algebra for a new century. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 264-265.
- NCISLA (2003). Algebraic skills and strategies for elementary teachers and students. Vol3, No 1.
- Nunes, T., Bryant, P., Evans, D., Gottardis, L. and Terlektsi, M. E. (2015). Teaching mathematical reasoning: Probability and problem solving in Primary School. https://www.nuffieldfoundation.org/wpcontent/uploads/2019/11/Nunes26Bryant2015_Teachingreasoning20-2028Jan15.pdf adresinden 13.01.2019 tarihinde erişilmiştir.
- Önal, H. ve Aydın, O. (2018). İlkokul matematik dersinde kavram yanlışları ve hata örnekleri. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 4(2), 1-9.
- Palabıyık, E. (2016). *İlköğretim 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusunda hata ve kavram yanlışlarının tespiti ve analizi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Ege Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İzmir.
- Palabıyık, U. (2010). *Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Pesen, C. (2007). Öğrencilerin kesirlerle ilgili kavram yanlışları. *Eğitim ve Bilim*, 32(143), 79-88.

- Pesen, C. (2008). Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 157-168.
- Radford, L. (2012). On the development of early algebraic thinking. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 6(4), 117-133.
- Russel, S. J. (1999). Mathematical reasoning in the elementary grades. In L. V. Stiff ve F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 1-21). Reston, Virginia: NCTM.
- Sadi, A. (2007). Misconception in numbers. *UGRU Journal*, 5, 1-7.
- Schifter, D. (1999). Reasoning about operations early algebraic thinking in grades K-6. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 63-81). Reston, Virginia: NCTM.
- Schliemann, A., Carraher, D., Brizuela, B., Earnest, D., Goodrow, A., Lara-Roth, S. and Peled, I. (2003). Algebra in elementary school. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 127-134.
- Selçuk, Z. (2005). *Gelişim ve öğrenme*. Ankara: Nobel.
- Soylu, Y. ve Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözümlerinin rolü. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 97-111.
- Stephens, A. , Blanton, M. , Knuth, E. , Isler, I. and Murphy-Gardiner, A. (2015). Researchers find that these classroom activities and instructional strategies support the development of third-grade students' algebraic thinking. *Teaching Children Mathematics*, 22(2), 93-101.
- Sternberg, R. J. (1999). The nature of mathematical reasoning. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp 37-43). Reston, Virginia: NCTM.
- Swafford, J. O. and Langrall, C. W. (2000). Grade 6 students' pre-instructional use of equations to describe and represent problem situations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 89-112.
- Tang, P. E. and Ginsburg, P. H . (1999). Young children's mathematical reasoning a psychological view. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 45-61). Reston, Virginia: NCTM.
- Türk Dil Kurumu. (2019). *Güncel türkçe sözlük*. Ankara: TDK.
- Türkdoğan, A., Güler, M., Bülbül, B. Ö. ve Danişman, Ş. (2015). Türkiye'de matematik eğitiminde kavram yanılgılarıyla ilgili çalışmalar: Tematik bir inceleme. *Mersin University Journal of the Faculty of Education*, 11(2), 215-236.
- Türkoğlu, D. ve Cihangir, A. (2017). Cebirsel düşünme becerisi üzerine bir meta-sentez çalışması. *Eğitim, Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi*, 2(2), 25-39.

- Şaşan, H. H. (2002). Yapılandırmacı öğrenme. *Yaşadıkça Eğitim*, 74(75), 49-52.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Vance, J. (1998). Number operations from an algebraic perspective. *Teaching Children Mathematics*, 4(5), 282-285.
- Varol, F. ve Kubanç, Y. (2012). Öğrencilerin dört işlemde yaşadıkları yaygın aritmetik güçlükler. *Turkish Studies*, 7(1), 2067-2074.
- Witzel, B. S., Mercer, C. D. and Miller, M. D. (2003). Teaching algebra to students with learning difficulties: An investigation of an explicit instruction model. *Learning Disabilities Research & Practice*, 18(2), 121-131.
- Yaman, H., Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24), 142-151.
- Yenilmez, K. ve Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanlışları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 461-483.
- Yenilmez, K. ve Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229-246.
- Yenilmez, K. ve Uysal, E. (2007). İlköğretim öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri günlük hayatla ilişkilendirebilme düzeyi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2007), 89-98.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yorulmaz, A. (2018). *Gerçekçi matematik eğitiminin ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin dört işlem becerilerindeki hataların giderilmesine etkisi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yurd, M. ve Olğun, Ö. S. (2008). Probleme dayalı öğrenme ve bil-iste-öğren stratejisinin kavram yanlışlarının giderilmesine etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(35), 386-396.
- Zembat, İ. (Ed.). (2008). *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Zengin, S. (2014). *Rasyonel sayıların öğretiminde karşılaşılan kavram yanlışları ve hataların tespiti* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.



8. EKLER

Ek 1. Araştırma İznine Dair Trabzon Kaymakamlığı'nın Yazısı



T.C.
ORTAHAŞAR KAYMAKAMLIĞI
İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 66306514-199-E.16600565

18/09/2018

Konu: Tez Uygulama Talebi

KAYMAKAMLIK MAKAMINA

İlgi : Zehra Kitapçioğlu İlkokulu Müdürlüğünün 14.09.2018 tarih ve E.16316148 sayılı yazısı.

Zehra Kitapçioğlu İlkokulu Müdürlüğü ilgi yazısında okullarında sınıf öğretmeni olan Tuğba ÇIRAKOĞLU'nun yüksek lisans öğrenimi için okullarının 2/D sınıfında "Tez Uygulamaları" çalışması yapmak istediğini belirtmektedir.

Tuğba ÇIRAKOĞLU'nun Zehra Kitapçioğlu İlkokulu Müdürlüğünün 2/D sınıfında ekte belirtilen "Cebirsel Akıl Yürütme Uygulamalarının Toplama ve Çıkarma İşlemindeki Kavram Yanılgılarına Etkisi" konulu tez uygulamasını gerçekleştirmesi, yapılacak olan ön test ve son test esnasında veli izinleri alınmak koşuluyla çalışma gereği ses kayıtlarının alınması ve sadece uygulama için kullanılması Müdürlüğümüzce uygun görülmüş olup;

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınızı arz ederim.

Cemil KARAKAŞ
Müdür V.

OLUR

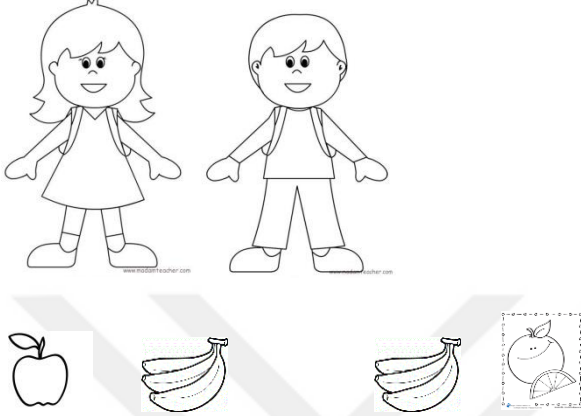
<...>

Dr. Soner ŞENEL
Kaymakam V.

Ek 2. Öğrencilere Uygulanan Ön ve Son Test

<p>$9+8=17-7$ yandaki eşitlik doğru mudur?</p>	<p>Neden ?</p>	<p>Cevabından emin misin?</p>
<p>$5+4=4+5$ yandaki işlemde eşitlik doğru mudur?</p>	<p>Neden ?</p>	<p>Cevabından emin misin?</p>
<p>İki arkadaş ellerindeki misketleri birleştirince 15 misketleri olmuştur. Çocukların her birinin elindeki misketlerin miktarını tahmin edelim . Çocukların ellerinde olan misket sayısı kaç olamaz?</p>	<p>Neden ?</p>	<p>Cevabından emin misin?</p>
<p>' 10 sayısı ile 7 sayısını toplarsam 17 eder.' '16 sayısından 4 sayısını çıkarırsam 12 eder.' Cümlelerinin matematik işlemini yazın.(alt alta ve yan yana yazması istenir) Başka bir şekilde yazılabilir mi?</p>	<p>Neden ?</p>	<p>Cevabından emin misin?</p>
<p>$15-8=7$ Yukarıda bir çıkarma işlemi yer almaktadır. Yukarıda yer alan sayıları kullanarak toplama işlemi yazın.</p>	<p>Neden ?</p>	<p>Cevabından emin misin?</p>

Ek 2'nin devamı

<p>Sema ile Kenan manava gittiler. Sema 2 kg elma ve 1 kg muz aldı. Kemal 3 Kg portakal ve 2 kg muz aldı. Bu çocuklar manavdan toplam kaç kg elma aldı?</p> 	Neden ?	Cevabında emin misin?
<p>15 3 - _____</p> <p>Bu işlemin sonucu kaçtır? Bu işlemde bir hata yapılmış mıdır?</p>	Neden ?	Cevabından emin misin?
<p>Ali'nin 8 cevizi, Merve'nin 6 cevizi vardır? a)İkisinin toplam kaç cevizi vardır? b)İkisinin ceviz sayılarını eşitlemek istersek ne yapabiliriz? c)Bu durumda toplam ceviz sayısı değişir mi?</p>	Neden ?	Cevabından emin misin?
<p>$17+\Delta=17$ işleminde Δ bulunan yere hangi sayı gelmelidir</p>	Neden ?	Cevabından emin misin?

Ek 3. Ders Planları ve Çalışma Kağıtları

DERS PLANI-1

BÖLÜM 1

Okulun Adı	ZEHRA KİTAPÇIOĞLU İLKOKULU
Dersin Adı	MATEMATİK
Sınıf	2
Ünitenin Adı/No	
Konu	TOPLAMA İŞLEMİ
Önerilen Süre	40

BÖLÜM II

Öğrenci Davranışlar	Kazanımları/Hedef	Toplamları en fazla 20 eden iki sayıyı toplar. 0'dan 10'a kadar olan sayıların tümleyenlerini bulur. Toplananların yeri değişince sonucun değişmediğini açıklar.
Ünite Sembolleri/Davranış örüntüsü	Kavramları ve	
Öğretme Teknikleri	Öğrenme Yöntem ve	Küme yöntemi
Kullanılan Araç, Gereçler ve Kaynakça	Eğitim Teknolojileri-	Birim küp, taş, ip
Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri	ETKİNLİKLER	<p>1. Eldeli toplama işlemi gerektirmeyen sayılarla küme birleşimi yöntemini kullanma.</p> <p>2. 0'dan 10'a kadar olan sayılarda tümleyen çiftini bulma</p> <p>3. Toplananların yeri değişince sonucun nasıl etkilendiğini görme.</p> <p>DERSİN İŞLENİŞİ:</p> <p>GİRİŞ:</p> <p>Öğrencilere toplanmanın ne anlama geldiği sorulur. Birleştirme , bir araya getirme yanıtlarına ulaşılması beklenir, desteklenir. Öğretmen tahtaya toplama işleminin terimlerini ve kavramlarını gösteren örnek bir matematik cümlesi yazar. Sembol ve terimlerin isimlerini de söyler ve yazar. Birinci toplanan, ikinci toplanan ve toplam isimleri yazılır. + (artı) ve toplama çizgisi ve eşittir işareti de gösterilir.</p> <p>GELİŞME:</p> <p>Bu derste küme yöntemini kullanarak toplama işlemi yapılacaktır. Küme yöntemi iki ayrı kümenin birleşerek tek küme oluşturmasıdır. Bu yöntem somut nesnelere kullanılarak işlenir. Küme yönteminin isminden bahsedilmez.</p> <p>İki farklı ip çemberinin içindeki benzer varlıkların (birim küp, taş..) sayıları teker teker belirlenir. Toplama işleminin anlamından yola çıkarak farklı bir ip çemberinin içinde varlıklar birleştirilir ve sayılır. Öğrencilerden işlemi matematiksel cümle halinde yazmaları istenir. Benzer örneklerin tüm öğrenciler tarafından yapılması için malzemeler dağıtılır. Çalışma kağıdında yer alan örneklerin bu yöntem ile ev çalışması olarak yapılması istenir.</p> <p>Küme yöntemi ile toplanan ve toplam arasındaki ilişkinin doğru bir şekilde kurulması da amaçlanmıştır. Toplama işlemi örnekleri $7+8=?$, $a=5+6$, $6+c =3+7$ biçimlerinde verilerek eşitliğin çift taraflı ve simetrik düşündürülmek istenmiştir.</p> <p>Dersin ikinci aşamasında 0'dan 10'a kadar olan sayıların tümleyenleri buldurulmaya çalışılır. Toplamları 10 eden iki sayının bulunması için gerekli olan materyaller (birim küp, taş..) öğrencilere verilerek buldukları yanıtları yazmaları istenir. Örnekler sınıf içinde sergilenir. Öğrencilerin yanıtları öğrenciler tarafından değerlendirilir. Nasıl düşündükleri sorulur. Böylece cebirsel akıl yürütmenin çoklu temsil özelliği kullanılır.</p>

Ek 3'ün devamı

	<p>Öğrencilerden gelen örnekler ; $6+4=5+5=9+1=2+8=3+7=4+6=8+2=7+3=9+1=0+10=10+0=10$ biçiminde yazılarak eşitliğin çift taraflı ve simetrik olarak düşünülmesi vurgulanmıştır. $7+6=? \quad \Delta$ $=6+3$ gibi eşitliği çift taraflı düşündüren, $6+5=7+4$ gibi eşitliği ilişkisel düşündüren örneklere yer verilir.</p> <p>SONUÇ: $8+2=?$ Ve $2+8=?$ Gibi toplananları yer değiştirince sonucun nasıl etkilendiğine yönelik çıkarsama yaptırılır. Sonuç değişti mi? Sonuç neden değişmedi? Sonucun değişmesi için ne olması gerekirdi? Gibi sorular öğrencilere sorulur. Toplananlar yer değiştirince toplam değişmez genellemesine ulaşmaları sağlanır.</p>
Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)	Her öğrencinin küme birleştirme yöntemini kullanarak toplama yapması sağlanır. Her öğrencinin 0'dan 10'a kadar olan sayılarda tümleyen çiftini bulması beklenir.
Grupla öğrenme etkinlikleri	
ÖZET	

BÖLÜM III

Ölçme-Değerlendirme	
Dersin Diğer Derslerle ilişkisi:	

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına ilişkin Açıklamalar	
--	--

SINIF ÖĞRETMENİ
 Tuğba ÇIRAKOĞLU

UYGUNDUR
 OKUL MÜDÜRÜ

Ek 3'ün devamı

Toplama İşlemi 1. Ders Çalışma Kağıdı

1. Aşağıdaki toplama işlemlerini küme yöntemi kullanarak yapın.

$5+8=...$	$6+13=...$
$12+5=a$	$10+7=b$
$9+7=\Delta$	$8+6=c$
$16+5=b$	$11+12=\square$
$8+3=c$	$3+8=a$
$7+6= a+ 10$	$6+7=b$
$10+4= b+ 7$	$4+10=c$
$5+8=c + 9$	$8+5=\square$
$7+6= \Delta+7$	$2+6=6$
$\square=9+8$	$6+ a =4+7$

Ek 3'ün devamı

DERS PLANI-2

BÖLÜM 1

Okulun Adı	ZEHRA KİTAPÇIOĞLU İLKOKULU
Dersin Adı	MATEMATİK
Sınıf	2
Ünitenin Adı/No	
Konu	TOPLAMA İŞLEMİ
Önerilen Süre	40

BÖLÜM II

Öğrenci Davranışlar	Kazanımları/Hedef	Toplamları en fazla 20 olan iki sayıyı toplar.
Ünite Sembolleri/Davranış örüntüsü	Kavramları ve Sembolleri/Davranış örüntüsü	
Öğretme Teknikleri	Öğrenme Yöntem ve Teknikleri	
Kullanılan Araç, Gereçler ve Kaynakça	Eğitim Teknolojileri-	İkili abaküs kağıtları ,renkli taş.
Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri	ETKİNLİKLER	<p>1. Eldeli toplama işlemi gerektirmeyen iki sayının toplanmasını 'İkili Abaküs' kullanarak yapar.</p> <p>İkili abaküs hesaba katarak toplama işlemi yapmanın somutlaştırılmış hali ile öğrencileri karşılaştırmak için tasarlanmıştır. Hesaba katarak toplama yapma üzerine sayma, arttırma gibi kavramları içerir.</p> <p>GİRİŞ:</p> <p>İkili abaküsün nasıl kullanılacağı sınıfa anlatılır. Her öğrenciye ikili abaküs kağıdı ve her öğrencide 20 tane olacak şekilde iki farklı renkte taş dağıtılır. İkili abaküs 2 satır 5 sütun 2 kutudan toplamda 20 kutucuktan oluşan materyaldir. Her bir kutucuğa taş yerleştirilerek kullanılır. Toplama işlemindeki her bir toplanan için farklı renkte taş kullanılır.</p> <p>GELİŞME:</p> <p>Örneğin; $7+9=?$ Sorusun için 7 mavi taş sıra ile kutucuklara yerleştirilir. Ardından 9 kırmızı taş en son kalan boş kutucuktan başlanarak yerleştirilir. Sonuçta dolu olan kutu sayısı işlem sonucunu verir. Ardından örnekleri öğrencilerin yapması istenir. İkili abaküsün sayı duygusu geliştirmeye katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Özellikle öğrencileri düşündürmeye yönelik olan örneklerle karşı karşıya kalmaları bu süreci destekleyecektir. Örneğin $7+5=?$ Sonucu 12 olarak bulduktan sonra $7+6=?$ Sorulur. Birinci işlem ve sonucundan yola çıkarak ikinci işlemin sonucunu tahmin etmeleri bulmaları yollar geliştirmeleri beklenir. 5 1 sayı arttığına göre 12 de 1 sayı artmalı 13 olmalı gibi bir cevap ile toplanan 1 artarsa toplanan da 1 artar genellemesine vardırılmalıdır. Ayrıca seçilen örneklerde $6+12=?$ ve $?=11+7$ şeklinde verilerek eşitliğin çift taraflı ve simetrik düşünülmesi sağlanır. $\Delta+16=20$ gibi işlem sonuçları öğrencilere buldurulur. Öğrencilere 'Üçgen olan yere hangi sayı gelmelidir?' Sorusu sorulur. Gelen yanıtlar değerlendirilir. Sınıfta fikirlerin paylaşılması için öğretmen öğrencileri destekler. Bu sorunun çözümünde farklı yolların bulunması desteklediği gibi öğretmen tarafından da gösterilebilir. İkili abaküsün toplamda 20 kutusu vardır. Tüm kutucuklar taş ile doldurulur.</p>

Ek 3'ün devamı

	<p>Ardından ikinci toplananın sayısı kadar yani 16 tane taş ikili abaküsten alınır ve geriye kalan taş miktarı birinci toplananı verir. 2.yol olarak da önce 16 taş ikili abaküse yerleştirilir. Toplamda 20 kutusu olan ikili abaküsü doldurmak için 4 boş kutu kalmıştır. Birinci toplananın cevabı 4'tür. Verilmeyen terimlerin yerine '...' koymak yerine sembol konulmasına dikkat edilmiştir. Çünkü ileriki yıllarda cebir ile karşılaşan öğrenciler sembollerin varlığından korkmaktadır. Kullanılan sembollerin zaman zaman değiştirilip zaman zaman değiştirilmeden kullanılması var olan sembolün her işlemde farklı değerler alabileceğini kavrayabilecektir.</p> <p>SONUÇ: Toplama işlemindeki terimlerin birbirleri ile olan ilişkisi öğrencilere sorulur. Toplananlar toplanarak toplama ulaşılır bilgisine ulaşılır.</p>
Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)	Her öğrencinin ikili abaküs kullanarak toplama yapması sağlanır.
Grupla öğrenme etkinlikleri	
ÖZET	

BÖLÜM III

Ölçme-Değerlendirme	
Dersin Diğer Derslerle ilişkisi:	

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına ilişkin Açıklamalar	
--	--

SINIF ÖĞRETMENİ
Tuğba ÇIRAKOĞLU

UYGUNDUR
OKUL MÜDÜRÜ

Ek 3'ün devamı

TOPLAMA İŞLEMİ DERS 2 ÇALIŞMA KAĞIDI

1. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapın. Toplama işlemlerindeki sayıları, yerlerini ve sonuçlarını inceleyin. Boşluk da modelleyerek gösterin.

$$14 + 6 = a$$

$$15 + 3$$

$$13 + 7 =$$

$$11 + 8 =$$

$$14 + 5 =$$

$$10 + 7 =$$

$$13 + 5$$

$$17 + 3 =$$

$$12 + 8 =$$

$$7 + 9 =$$

$$6 + 8 =$$

$$4 + 7 =$$

$$\dots = 10 + 5$$

$$\dots = 5 + 10$$

$$\dots = 9 + 5$$

$$A = 5 + 9$$

$$B = 6 + 7$$

$$C = 7 + 6$$

$$D = 12 + 3$$

$$E = 3 + 12$$

$$11 + 6 = F$$

$$6 + 11 = G$$

$$12 + 5 = \Delta$$

$$5 + 12 = \square$$

EK 3'ün devamı

DERS PLANI-3

BÖLÜM 1

Okulun Adı	ZEHRA KİTAPÇIOĞLU İLKOKULU
Dersin Adı	MATEMATİK
Sınıf	2
Ünitenin Adı/No	
Konu	TOPLAMA İŞLEMİ
Önerilen Süre	40

BÖLÜM II

Öğrenci Davranışlar	Kazanımları/Hedef	Toplamları 20 olan iki sayıyı toplar. Toplama işlemini farklı biçimlerde yazar. Matematiksel cümle olarak yazılan toplama işlemini farklı biçimlerde okur . Toplama işleminin sembollerini doğru yerde kullanır.
Ünite Sembolleri/Davranış örüntüsü	Kavramları ve	
Öğretme Teknikleri	Öğrenme Yöntem ve	
Kullanılan Gereçler ve Kaynakça	Eğitim Teknolojileri-Araç,	Adımlı sayılar düzeneği
Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri	ETKİNLİKLER	<p>1. Eldeli toplama gerektirmeyen iki sayının toplanması sınıf içinde kurulan 'Adımlı Sayılar' düzeneğinde yapılır.</p> <p>GİRİŞ: Toplama işleminin adımlı sayılar düzeneğinde nasıl yapılacağı bir örneklerle gösterilir. $8+6=?$ İşlemi için adımlı sayılarda birinci toplanan 8 sayısının üstüne gidilir. İkinci toplanan 6 sayısı kadar parmak çıkarılır. Her sayı adımında ileri doğru giderken bir parmak indirilir. Parmaklar bittiğinde gelinen sayı işlemin cevabıdır.</p> <p>GELİŞME: Öğrencilerin de benzer örnekleri yapması beklenir. $8+\square=19$ gibi ifadeler öğrencilerin cebirin önemli bir hususu olan sembollerle ilkokulda karşılaşmaktadır. Yer tutucu olarak kullanılan sembollerden korkmamak ve ne anlama geldiğini keşfetmek için somut ve fiziksel çalışmalar yaptırılır. Öğrencilere 'Kare olan yere hangi sayı gelir?' sorusu sorulur. Öğrenci yanıtları değerlendirilir. Öğrencilerin yöntemlerini açıklamaları desteklenir. Öğrencilere karenin ikinci toplanan yerine kullanılan bir sembol olduğu açıklanır. Adımlı sayılar düzeneği ile toplama işlemine ait tüm terimleri bulmaya yönelik örnekler yaptırılır. $15+4=?$, $\Delta + 9= 17$, $\circ +6 = 18$ gibi. Tahtaya yazılan örnekleri öğrencilerin defterlerine yazmaları ve adımlı sayılar düzeneğinde yapmaları istenir. adımlı sayılar düzeneğini kullanmakta zorlanan öğrencilere yardım edilir.</p> <p>Toplama işleminin matematiksel cümlesinin farklı yazılışları ve farklı okunuşları her örnekte yaptırılır. $5+17=?$ için '5 art on yedi kaç eder?', '5 17 daha kaç eder?', '5'e 17 eklersem kaç olur?', '5'in 17 fazlası kaçtır?' gibi ifadeleri öğrencilerin kullanması istenir.</p>

EK 3'ün devamı

	Bazı örneklerde de sözlü ifade ile verilen toplama işlemlerinin cevabını öğrencilerin bulması ve deftere yazması istenir. Toplama işleminin sembollerinin doğru yerde kullanılıp kullanılmadığına dikkat edilir. SONUÇ: Öğrencilerin toplama işlemindeki sembolleri ve terimleri doğru yerde kullanıp kullanmadığına dikkat edilir. Verilen ev çalışmalarına yoğunlukla yanlış yapılan yada zorlanılan örnekler eklenir.	
	Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)	Her öğrencinin Adımlı Sayılar düzeneğini doğru kullanmasına imkan sağlanır.
	Grupla öğrenme etkinlikleri	
ÖZET		

BÖLÜM III

Ölçme-Değerlendirme	
Dersin Diğer Derslerle ilişkisi:	

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına ilişkin Açıklamalar	
--	--

SINIF ÖĞRETMENİ
Tuğba ÇIRAKOĞLU

UYGUNDUR
OKUL MÜDÜRÜ

EK 3'ün devamı

DERS PLANI-4

BÖLÜM I

Okulun Adı	ZEHRA KİTAPÇIOĞLU İLKOKULU
Dersin Adı	MATEMATİK
Sınıf	2
Ünitenin Adı/No	
Konu	TOPLAMA İŞLEMİ
Önerilen Süre	40 +40

BÖLÜM II

Öğrenci Kazanımları/Hedef Davranışlar	Eldeli ve eldesiz toplama işlemini yapar. Eşitliğin iki tarafındaki işlemleri ilişkilendirir.
Ünite Kavramları ve Sembolleri/Davranış örüntüsü	
Öğretme Öğrenme Yöntem ve Teknikleri	
Kullanılan Eğitim Teknolojileri-Araç, Gereçler ve Kaynakça	Sayı doğrusu , sayı terazisi
Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri	<p>1. Eldeli toplama işlemi gerektirmeyen iki sayının toplanması sayı doğrusu üzerinde yaptırılır.</p> <p>2. Eldeli toplama işlemi gerektiren iki sayının toplanması boş sayı doğrusu üzerinde yaptırılır.</p> <p>3. Sayı terazisi kullanılarak eşitliğin iki tarafındaki işlemleri ilişkilendirir.</p> <p>GİRİŞ: Bu derste öğrencilere sayı doğrusu tanıtılır. Sayı doğrusunun sayıların düz bir çizgi üzerinde eşit aralıklarla ilerlediği gösterilir. Bu etkinlik ile iki miktarın birleşip yeni bir miktarın oluştuğu toplama işleminin anlamından çıkılıp toplama işleminde bir üst düşünme biçimine geçilir. Var olan bir sayının üstüne yeni sayı eklenerek yeni sayıya ulaşılır.</p> <p>GELİŞME: Sayı doğrusunda toplama işleminin nasıl yapıldığı örneklerle gösterilir. Öğrencilerin de benzer örnekler yapması sağlanır. Öğrenciler önce hazır sayı doğrusunda sonra da kendilerinin hazırladıkları sayı doğrusunda çalışır. Basitten zora doğru olan örneklerle öğrenciler karşılaştırılır. $4+7=?$, $8+10=?$, $12+15=?$, $32+9=?$ Gibi.</p> <p>Küçük sayılı toplama işlemlerinde 1'er 1'er ilerleyen sayıların büyük sayıları toplarken kolaylık olması açısından 10'ar 10'ar ilerleyebileceği öğrencilere açıklanır. Örnekler yapılır.</p> <p>Boş sayı doğrusu öğrencilerin sayı duygusunu geliştirmede biraz daha etkili bir materyaldir. Örnekte $47+36=?$ Toplama işleminin boş sayı doğrusunda nasıl yapıldığı görülmektedir.</p> <p>RESİM 2 Bu noktada öğrencilerin sayıları çözümlenebilir becerileri ortaya çıkmaktadır. 62 sayısının $60+2$ ve ya $65-3$ olarak farklı formlarda düşünebilmeleri cebirsel düşünme becerisi için önemli bir adımdır.</p> <p>Toplama işlemindeki terimlerin birbirleri ile olan ilişkileri üzerine öğrencilerin düşünceleri istenir. Öğrencilere ' Toplama işlemindeki en büyük sayı hangi terimdir?' sorusu sorulur. Toplamın toplananlardan büyük olduğu sonucuna varmaları sağlanır. Yapılan alıştırmalar eşitliği iki taraflı düşünmeye yönlendirmek için $20+15=?$ ve $?=12+32$ biçiminde de sunulur.</p>

Ek 3'ün devamı

	<p>Cebirsel akıl yürütme uygulamaları için gerekli olan bir unsur da eşitliğin fonksiyonel düşünülmesidir. $7+5=8+4$ gibi ifadelerde 7 ile 5'in toplamıyla 8 ile 4'ün toplamının eşit olması araştırılır. Sayı terazisi yardımıyla bu düşünme biçimi somutlaştırılır. İki kolu olan sayı terazisinin her kolunda sayı takma yeri bulunmaktadır. Sayılar kendi değerlerinde ağırlıklara sahiptir. Her iki koldaki sayılar aynı ağırlıkta yani aynı değerde ise terazi dengede durmaktadır. Öğrencilerin terazinin dengede olunmadığı örnekler verilerek $6+7=9+3$ terazinin dengeye gelmesi için neler yapılabileceği hakkında fikir yürütmeleri istenir.</p> <p>SONUÇ: Öğrencilere 'Eşitlik nedir?' sorusu sorulur. Yanıtlar alınır. 'Toplama işleminde her hangi bir toplanan verilmediğinde onu bulmak için ne yapılır?' sorusu sorulur. Yanıtlar alınır.</p>
Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)	Sayı doğrusu kullanımını bireysel yapmasına imkan sağlar.
Grupla öğrenme etkinlikleri	Sayı doğrusu kullanımını grup halinde yapmasına imkan sağlar.
ÖZET	

BÖLÜM III

Ölçme-Değerlendirme	
Dersin Diğer Derslerle ilişkisi:	

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına ilişkin Açıklamalar	
--	--

SINIF ÖĞRETMENİ
Tuğba ÇIRAKOĞLU

UYGUNDUR
OKUL MÜDÜRÜ

EK 3'ün devamı

DERS PLANI-5

BÖLÜM I

Okulun Adı	ZEHRA KİTAPÇIOĞLU İLKOKULU
Dersin Adı	MATEMATİK
Sınıf	2
Ünitenin Adı/No	
Konu	TOPLAMA İŞLEMİ
Önerilen Süre	40+40

BÖLÜM II

Öğrenci Davranışlar	Kazanımları/Hedef	Eldeli toplama işlemini yapar. Toplama işleminde terimler arası ilişki kurar.
Ünite Sembolleri/Davranış örüntüsü	Kavramları ve	
Öğretme Teknikleri	Öğrenme Yöntem ve	
Kullanılan Araç, Gereçler ve Kaynakça	Eğitim Teknolojileri-	Yüzlük sayı tablosu
Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri	ETKİNLİKLER	<p>1. Eldeli toplama işlemi gerektiren iki sayının toplanması yüzlük sayı tablosunda yaptırılır.</p> <p>GİRİŞ: Yüzlük sayı tablosu 10'a 10 karelerden hazırlanmış sıra ile 1'den başlayıp 100'e kadar sayıların yazıldığı tablodur. Toplama işleminde yüzlük sayı tablosunun kullanımı zihinsel stratejilerin geliştirilmesine yardımcı olur. Her öğrenciye yüzlük sayı tablosu dağıtılır. Ellerindeki tablonun adının yüzlük sayı tablosu olduğu söylenir.</p> <p>GELİŞME: Öğrencilerinden 'Yüzlük sayı tablosunun ne gibi özellikleri vardır?' sorusuna yanıt vermeleri istenir. Satırlar ve sütunlardaki sayıların ilerleyişine dikkat çekilir. Aynı satırda sağa giderken 1'er artar. Aynı satırda sola giderken 1'er azalır. Aynı sütunda aşağı giderken 10'ar artar. Aynı sütunda yukarı giderken 10'ar azalır. Durumları fark ettirilir.</p> <p>Tahtaya yazılan eldeli toplama işlemi yüzlük sayı tablosu kullanarak yapmaları istenir. Çocuklara bunun için 5 dakika süre verilir. Süre sonunda paylaşım yapılır. Öğretmen bir örnek gösterir ve ardından farklı yolların neler olabileceğini sorar. Paylaşımın ardından her öğrencinin kendi yüzlük sayı tablosunda eldeli toplama işlemleri yapmaları sağlanır.</p> <p>Verilebilecek işlemler: $? = 18+24$, $A=62+19$, $28+17= B + 32$</p> <p>İlk başta toplananlardan birinin üzerine gidilir ve yuvarlak içine alınır. Diğer toplanan çözümlenir. Onluk sayısı kadar alt sütuna, birlik sayısı kadar sağa gidilir ve sonuca ulaşılır.</p> <p>Örnek çalışma: $26 + 16=?$</p> <p>26 sayısının üzerine gidilir. $16= 10+6$ olarak düşünülür. Böylece bir satır aşağıya 6 sütun sağa gidilir.</p> <p>Örnek çalışmaların ardından yüzlük sayı tablosundaki genel kuralları öğrencilerin fark etmesi sağlanır. Aynı sütundaki sayılar yuvarlak içine alınarak 'Bu sayıların ortak özelliği nedir?' sorusu sorulur.</p> <p>Yukarıda yer alan genellemelere ulaşılır. Cebirsel akıl yürütme uygulamalarında örneklerden yola çıkarak aritmetik genellemelere varmak önemli düşünme biçimlerindedir.</p>

EK 3'ün devamı

	<p>Bir diğer cebirsel akıl yürütme biçimi eşitliğin fonksiyonel olarak düşünülmesidir. Bunu destekleyecek örnekler verilir. Örneğin; $15+42=31+26$ eşitliğinin doğru olup olmadığı yine yüzlük sayı tablosu kullanılarak araştırılır. $16+\Delta=28+17$ işleminde yüzlük sayı tablosunu kullanarak sonuca nasıl ulaşabileceğimizi öğrencilerin bulması sağlanır. Bu çalışma ile eşitliğin iki taraflı düşünülmesi ve yer tutucu olarak kullanılan tutucuların toplama işlemindeki anlamını öğrencilerin kavraması amaçlanmıştır. Benzer örnekleri öğrencilerin yapması için çalışma kağıdı verilir.</p> <p>SONUÇ: Yüzlük sayı tablosunda sayıların aynı satırda sağa doğru, aynı sütunda alta doğru büyüdüğü genellemesine varan öğrencilerin toplananlar ve toplam arasındaki büyüklük ilişkisini incelemeleri istenir. Yanlış cevaplara karşı yeni düşünceler geliştirilmesi için yeni sorular sorulur. Toplananların toplamının toplama eşit olduğu bilgisi tekrarlanır.</p>				
	<table border="1"> <tr> <td>Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)</td> <td>Her öğrencinin yüzlük sayı tablosunu kullanması sağlanır.</td> </tr> <tr> <td>Grupla öğrenme etkinlikleri</td> <td>Grup halinde çalışan öğrencilerin fikir paylaşımı yapmaları sağlanır.</td> </tr> </table>	Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)	Her öğrencinin yüzlük sayı tablosunu kullanması sağlanır.	Grupla öğrenme etkinlikleri	Grup halinde çalışan öğrencilerin fikir paylaşımı yapmaları sağlanır.
Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)	Her öğrencinin yüzlük sayı tablosunu kullanması sağlanır.				
Grupla öğrenme etkinlikleri	Grup halinde çalışan öğrencilerin fikir paylaşımı yapmaları sağlanır.				
ÖZET					

BÖLÜM III

Ölçme-Değerlendirme	
Dersin Diğer Derslerle ilişkisi:	

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına ilişkin Açıklamalar	
--	--

SINIF ÖĞRETMENİ
Tuğba ÇIRAKOĞLU

UYGUNDUR
OKUL MÜDÜRÜ

Ek 3'ün devamı

1.Aşağıdaki toplama işlemlerini yüzlük sayı tablosu kullanarak yapın. 10 sayı ilerlemek sayının neresine doğru hareket etmek anlamına geliyor anlamaya çalışın.

a) $21+10= \square$ b) $32+10= \Delta$ c) $43+10= A$ d) $28+10= B$

f) $\Delta =45+10$ g) $\square = 67+10$ h) $\Delta =36+10$ ı) $A=72+10$

i) $B =22+10$ e) $C = 37+10$

Bir sayıyı 9 sayı ilerletmek için

.....

Bir sayıyı 12 ile toplamak için

.....

3.Aşağıdaki eşitliklerin doğru ya da yanlış olduğunu belirtin.

a) $14+16 = 24+45$

b) $27+22 = 30+19$

c) $38+11 = 12+35$

d) $44+13 = 45+10$

e) $18+27 = 56+23$

f) $32 + 27 = 42+33$

EK 3'ün devamı

DERS PLANI-6

BÖLÜM 1

Okulun Adı	ZEHRA KİTAPÇIOĞLU İLKOKULU
Dersin Adı	MATEMATİK
Sınıf	2
Ünitenin Adı/No	
Konu	TOPLAMA İŞLEMİ
Önerilen Süre	40+40+40

BÖLÜM II

Öğrenci Davranışlar	Kazanımları/Hedef	Eldeli toplama işlemini yapar. Toplama işlemi gerektiren problemleri çözer.
Ünite Sembolleri/Davranış örüntüsü	Kavramları ve	
Öğretme Teknikleri	Öğrenme Yöntem ve	
Kullanılan Araç, Gereçler ve Kaynakça	Eğitim Teknolojileri-	Birlik ve onluk basamak düzeneği, yüzlük sayı tablosu, sayı doğrusu
Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri	ETKİNLİKLER	<p>1. Eldeli toplama işlemi gerektiren iki sayının toplanması Birlik ve Onluk Basamak Düzeninde' yapılır.</p> <p>GİRİŞ:</p> <p>Birlik ve onluk basamak düzeneği eldeli toplama işleminin somutlaştırılması amacıyla hazırlanmıştır. Öğrencilere onluk-birlik basamak düzeneği tanıtılır. Birlik ve onluk kavramının öğretilmesinde 10'arlı gruplar halinde hazırlanmış pipetlerin basamaklar arasında yer değiştirdiğinde neyi ifade edeceği somutlaştırılarak kullanılır. Onlar basamağındaki 1 onluk pipet birler basamağına geçtiğinde 10 birlik pipete dönüşür bilgisi kazandırılmaya çalışılır. Bu noktada komşuya gidilir ifadesi kullanılmaz. Onluğa gidilir ifadesi sıklıkla kullanılır.</p> <p>GELİŞME:</p> <p>Örnek toplama işlemleri yapılır. $65+27=?$, $46+19=?$ $72+8=?$</p> <p>Örnekler yapıldıktan sonra öğrencilerin eldeli toplama işlemleri yapmaları için sorular yazılır ve doğru yapıp yapmadıkları kontrol edilir. 2 derslik sürede eldeli toplama işlemi pratikleri yapılır. Her öğrencinin eldeli toplama işlemini ne düzeyde yapabildiği kontrol edilir.</p> <p>Dersin kalan 2 saatinde grup halinde problem çözme çalışması yapılır. Sınıf 3'er ya da 4'er kişilik gruplara ayrılır. Her gruba aynı problem ve materyaller (birlik-onluk basamak düzeneği, yüzlük sayı tablosu, sayı doğrusu) verilir. Çalışma kağıdında yer alan problemler kullanılır. Öğrencilerden problemleri çözmeleri istenir. Kullandıkları yol ve materyaller serbest bırakılır. Bu sorular direk toplama işlemi yapmayı gerektirmeyen aynı zamanda düşünmeyi yöntem geliştirmeyi gerektirdiği ve farklı yollar kullanılarak sonuca ulaşılacak problemler olduğu için seçilmiştir. Ayrıca örüntü kurallarını uygulamaları da gerektirecek problemler de yer almaktadır. Örüntü cebirsel akıl yürütmenin yapıldığı en yaygın alandır. Gruplardan problemi çözmesi ve sonuçta çözüm yöntemlerini paylaşmaları istenir. Yöntemlerin doğruluğu sınıfça değerlendirilir. Farklı yol ve yöntemlere dikkat çekilir. Aynı çözümün farklı gösterimleri ön planda tutulur. Örneğin toplama işlemini yüzlük sayı tablosu ya da sayı doğrusu ile yapma farklı gösterimlerdir.</p>

EK 3'ün devamı

	SONUÇ: Çözümlerde kullanılan işaretlere ve işaretlerin yerlerinin doğruluğuna dikkat edilir.	
	Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)	Her öğrencinin birlik ve onluk basamak düzeneğini kullanarak toplama yapması sağlanır.
	Grupla öğrenme etkinlikleri	Grup halinde toplama işlemi gerektiren problem çözülür.
ÖZET		

BÖLÜM III

Ölçme-Değerlendirme	
Dersin Diğer Derslerle ilişkisi:	

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına ilişkin Açıklamalar	
--	--

SINIF ÖĞRETMENİ
Tuğba ÇIRAKOĞLU

UYGUNDUR
OKUL MÜDÜRÜ

EK 3'ün devamı

Aşağıdaki problemleri çözelim.

1. Esra'nın 26 TL'si vardır. Banu'nun Esra'dan 4 TL fazla parası vardır. ikisinin toplam kaç TL parası vardır?
2. Kübra'nın 37 fıncığı vardı. Kübra kendi fıncıklarının sayısı kadar fıncık daha toplarsa toplam kaç fıncığı olur?
3. Hakan evden okula gitmek için 24 metre, okuldan parka gitmek için 45 metre yol gidiyor. Hakan evden parka gitmek için kaç metre yol gider?
4. Pelin dün 15 TL harcamış. Bugün Pelin'in elinde 67 TL parası olduğuna göre Pelin'in parasını harcamadan önce kaç TL'si vardı?
5. Dört katlı bir apartmanın her katında alt katta yaşayan insan sayısından 2 fazla kişi yaşamaktadır. Apartmanın 1. katında 4 kişi yaşadığına göre apartmanda toplam kaç kişi yaşamaktadır?
6. Aysel Öğretmen öğrencilerine bir oyun oynatmaktadır. Oyunun kuralına göre her öğrenci kendisinden önceki kişiden 5 fazla zıplayacaktır. Oyunda 6 öğrenci yer almaktadır ve ilk öğrenci 0 kez zıplamaktadır.
 - a) En sonda yer alan öğrenci kaç kez zıplar?
 - b) Tüm öğrenciler toplam kaç kez zıplamıştır?
7. Alfabenin ilk harfine 1 puan, ikinci harfine 2 puan vererek ilerleyen Sema ' H' harfine geldiğinde harflere verdiği tüm puanları topluyor. Sema toplama sonunda hangi sayıya ulaşmıştır?
8. Kemal ile Orhan bir oyun oynamaktadır. Oyunda toplamları 50 olan iki sayıyı bulmaya çalışacaklardır. Fakat oyunun bazı kuralları vardır. Toplayacakları sayıların birler basamağındaki sayı '0' ya da '5' olmalıdır. Kemal ile Orhan hangi sayı ikililerini bulmuş olabilirler?
9. Zeynep sayı doğrusu üzerinde 15'ten başlayarak zıplayacaktır. Her zıplayışta 3 sayı ilerleyen Zeynep 3 kez zıplayınca hangi sayıya ulaşır?
10. Yeliz her gün iki bardak süt içmektedir. Yeliz bir haftanın sonunda toplam kaç bardak süt içmiş olur?

EK 3'ün devamı

DERS PLANI-1

BÖLÜM I

Okulun Adı	ZEHRA KİTAPÇIOĞLU İLKOKULU
Dersin Adı	MATEMATİK
Sınıf	2
Ünitenin Adı/No	
Konu	ÇIKARMA İŞLEMİ
Önerilen Süre	40

BÖLÜM II

Öğrenci Davranışlar	Kazanımları/Hedef	Onluk bozma gerektirmeyen çıkarma işlemi yapar. Birim küpleri kullanarak çıkarma yapar. Çıkarma işleminin terimlerini gösterir. Yapılan çıkarma işlemlerini matematiksel cümle halinde yazar. Matematiksel cümle halinde verilen çıkarma işlemini farklı biçimlerde okur.
Ünite Sembolleri/Davranış örüntüsü	Kavramları ve Sembolleri/Davranış örüntüsü	
Öğretim Teknikleri	Öğrenme Yöntem ve Teknikleri	Parçalara ayırma yolu
Kullanılan Araç, Gereçler ve Kaynakça	Eğitim Teknolojileri-	Birim küp, taş
Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri	ETKİNLİKLER	<p>1. Onluk bozarak çıkarma gerektirmeyen iki sayıyı parçalara ayırma yolu ile çıkarma.</p> <p>2. Onluk bozarak çıkarma gerektirmeyen iki sayıyı birim küpler kullanarak çıkarır.</p> <p>GİRİŞ: Öğretmen eline bir miktar birim küp alır. Öğrencilerin görebileceği şekilde birim küpler sayılır. 'Bu birim küpleri iki parçaya ayırmak istesek nasıl ayırabiliriz?' sorusu öğrencilere sorularak yanıtlanabilir.</p> <p>GELİŞME: Parçalara ayırma metodu bir bütünü iki ve ya daha fazla parçaya ayırmaktır. Parçalara ayrılarak çıkarma yapılan bu derste bütün olarak verilen nesnelere önce farklı kombinasyonlarda ayrılarak gösterilir. Örneğin 15 nesnenin olduğu bütün 7 ve 8, 10 ve 5, 9 ve 6 gibi. Ardından bu örnekler teker teker çıkarma işlemi ve toplama işlemi biçiminde yazılarak çıkarma ve toplama işleminin birbirinin tersi olduğuna vurgu yapılır. Örneğin $7+8=15$ ve $15-8=7$, $15-7=8$. benzer örnekleri öğrencilerin de yapması istenir ve örnekler kontrol edilir. Parçalara ayırma yolu ile çıkarma yapma çıkarma işleminin ilk basamağıdır.</p> <p>Dersin ikinci aşamasında var olan bir bütünün eksildiği biçimde çıkarma işlemleri yapılır. Bunun için öncelikle tahtaya çıkarma işleminin terimleri eksilen-çıkan-fark şablonu yazılır. Öğrencilere birim küpler dağıtılır. Tahtaya yazılan örnek çıkarma işlemlerini ($12-6=?$, $14-7=\Delta$, $\square=20-9$ gibi) öğrencilerin birim küpleri kullanarak yapmaları istenir.</p>

EK 3'ün devamı

	<p>Öğrencilerden de benzer örnekler üretmeleri istenir. Öğrencilerden verdikleri örnekleri matematiksel cümle halinde yazmaları istenir. Yazılan matematiksel cümlenin farklı okunuşlarını sunmaları istenir. Örneğin; $18-6=12$ işlemi için '18 eksi 6 eşittir 12 eder', '18'den 6 çıkarsa 12 kalır.', '18'in 6 eksiği 12'dir.' Gibi ifadeler verilir.</p> <p>Bu bölümde eşitliğin iki taraflı olarak düşünülmesi için $9-5=?$ ve $?=10-4$ ifadeleri kullanılır. Öğrencilere verilen örneklerde alt alta ve yan yana çıkarma işlemleri verilmeye dikkat edilir.</p> <p>SONUÇ: Öğrencilere çıkarma işleminin ne anlama geldiği sorulur. Yanıtlar alınır.</p>
Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)	Her öğrenci parçalara ayırma yolu ile çıkarma yapar.
Grupla öğrenme etkinlikleri	İkili grup halinde birim küpler kullanılarak çıkarma işlemi yapılır.
ÖZET	

BÖLÜM III

Ölçme-Değerlendirme	
Dersin Diğer Derslerle ilişkisi:	

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına ilişkin Açıklamalar	
--	--

SINIF ÖĞRETMENİ
Tuğba ÇIRAKOĞLU

UYGUNDUR
OKUL MÜDÜRÜ

EK 3'ün devamı

ÇIKARMA İŞLEMİ 1. DERS ÇALIŞMA KAĞIDI

1. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini parçalara ayırma yöntemi ile yapınız.

15-8=.....	
20-9=.....	
.....=14-6	
.....=24-8	
20-12=.....	
17-6=.....	
12-.....=5	
18-.....=9	
.....-6=12	
.....-5=10	

EK 3'ün devamı

DERS PLANI-2

BÖLÜM I

Okulun Adı	ZEHRA KİTAPÇIOĞLU İLKOKULU
Dersin Adı	MATEMATİK
Sınıf	2
Ünitenin Adı/No	
Konu	ÇIKARMA İŞLEMİ
Önerilen Süre	40

BÖLÜM II

Öğrenci Davranışlar	Kazanımları/Hedef	Onluk bozma gerektirmeyen çıkarma işlemi yapar.
Ünite Sembolleri/Davranış örüntüsü	Kavramları ve Sembolleri/Davranış örüntüsü	
Öğretme Teknikleri	Öğrenme Yöntem ve Teknikleri	
Kullanılan Araç, Gereçler ve Kaynakça	Eğitim Teknolojileri-	İkili abaküs, taş, adımlı sayılar
Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri	ETKİNLİKLER	<p>1. Onluk bozma gerektirmeyen iki sayıyı 'İkili Abaküs' kullanarak yapma.</p> <p>2. Onluk bozma gerektirmeyen iki sayıyı Adımlı Sayılar düzeneğinde yapar.</p> <p>GİRİŞ: Öğretmen bu derste iki farklı materyal kullanarak çıkarma işlemi yapacaklarını anlatır. Öncelikle ikili abaküs materyalleri dağıtılır. İkili abaküs kısaca tanıtılır.</p> <p>GELİŞME: İkili abaküs kullanarak yapılacak çıkarma işlemi için öncelikle öğrencilerin görüşleri alınır. Toplama işleminin yapılışından yola çıkarak ikili abaküste nasıl çıkarma işlemi yapacaklarını düşünmeleri ve fikirlerini sunmaları beklenir. Örnekler dinlenir ve sınıfça değerlendirilir. Örnekler $15-4=?$, $?=10-4$, $\Delta-9=5$, $12-\Delta=8$ gibi farklı düşünmeye ve çıkarma işleminin her bir teriminin isim, yer ve anlamını kavramaya yönelik verilir. İkili abaküs ile çıkarma işlemi yapılırken eksilen sayı kadar taş kutucuklara yerleştirilir. Çıkan sayı kadar taş alınarak fark bulunur. Eğer işlemde fark verilmiş çıkan isteniyorsa bu seferde eksilen taş miktarından fark kadar taş alınır ve çıkan bulunur. Eksilen sayı soruluyor ise çıkan ve fark kadar taş kutucuklara yerleştirilerek eksilen bulunur. Bu kurallar öğrencilere direk verilmez kendi deneyimleri ile bulmaları için yönlendirilir.</p> <p>Dersin diğer bölümünde ise adımlı sayılar düzeneği kullanılır. 1'den 20'ye kadar yerde yazılan sayılarda geriye doğru hareket edilerek işlem sonuçları bulunur. Adımlı sayılar düzeneğinde çıkarma işleminin nasıl yapılacağı öğrencilerden gelen fikirlerin ardından gösterilir. Çıkarma işleminde en büyük terimin eksilen olduğuna dikkat çekilir. Herhangi bir terim yerine bilinmeyen konarak buraya hangi sayı gelmesi gerektiğine yönelik sorular sorulur. Örnekler seçilirken $12-5=?$, $15-5=12-2$, $\Delta-6=12$, $18-\square=11$ gibi yer tutucuların kullanıldığı, eşitliği ilişkisel düşündüren ifadelere yer verilir. Böylece çıkarma işleminde yer alan terimlerin anlamını kavrama, eşitliği çift taraflı düşünme, yer tutucu olan sembollerin kullanım alışkanlığı gibi cebir eğitimi için gerekli olduğu düşünülen hususlar uygulama sürecine katılmış olur.</p>

EK 3'ün devamı

	SONUÇ: Adımlı sayılar üzerinde çözümü gerçekleştirken terimler arası ilişkiye de vurgu yapılır. Çıkarma işleminin toplama işleminin tersi olduğu sonucuna varılır.
	Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)
	Grupla öğrenme etkinlikleri
ÖZET	

BÖLÜM III

Ölçme-Değerlendirme	
Dersin Diğer Derslerle ilişkisi:	

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına Açıklamalar	ilişkin	
----------------------------------	---------	--

SINIF ÖĞRETMENİ
Tuğba ÇIRAKOĞLU

UYGUNDUR
OKUL MÜDÜRÜ

EK 3'ün devamı

DERS PLANI-3

BÖLÜM I

Okulun Adı	ZEHRA KİTAPÇIOĞLU İLKOKULU
Dersin Adı	MATEMATİK
Sınıf	2
Ünitenin Adı/No	
Konu	ÇIKARMA İŞLEMİ
Önerilen Süre	40 +40

BÖLÜM II

Öğrenci Davranışlar	Kazanımları/Hedef	Onluk bozmayı gerektirmeyen iki sayının çıkarma işlemini sayı doğrusunda gösterir.
Ünite Sembolleri/Davranış örüntüsü	Kavramları ve Sembolleri/Davranış örüntüsü	
Öğretim Teknikleri	Öğrenme Yöntem ve Teknikleri	
Kullanılan Araç, Gereçler ve Kaynakça	Eğitim Teknolojileri-	Sayı doğrusu, cetvel
Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri	ETKİNLİKLER	1. Onluk bozma gerektirmeyen iki sayıyı sayı doğrusunda çıkarma.
		<p>GİRİŞ: Öğretmen tahtaya sayı doğrusu çizerek toplama işleminde kullanılan materyali hatırlatır. Sayı doğrusunda çıkarma işleminin nasıl gösterilebileceği üzerine öğrenci fikirleri alınarak. Öğrencilere sayı doğrusu hatırlatılır.</p> <p>GELİŞME: Çıkarma işleminin sayı doğrusunda gösterimine ilişkin öğrenci yanıtları alınır. Paylaşımın ardından doğru gösterime ulaşılır. Çıkarma işleminde en büyük terimin eksilen olduğuna dikkat çekilir. Örnekler $9-4=?$ Gibi kolay işlemlerle başlayarak $24-8=?$, $\Delta-9=4$, $25-\Delta=12$ gibi düşünmeye zorlayan örneklerle devam ettirilir. Küçük sayıların yer aldığı işlemlerde 0,1,2,3... biçiminde ilerleyen sayı doğrusu, büyük sayıların yer aldığı işlemlerde ise 10,20,30... gibi 10'un katı olan sayıların yer aldığı sayı doğrusu kullanılır.</p> <p>Öğrencilerin görsel benzetim ile işlemlerde strateji geliştirmesini sağlayan bu etkinliklerin öğrenciler tarafında da oluşturulması istenir. Etkinlikler bireysel ya da grup çalışması şeklinde yaptırılabilir. Boş sayı doğrusunu kendilerinin doldurması için örnekler yapılır. Öğrenci fikirlerinin olumlu sınıf atmosferi içerisinde paylaşılması, değerlendirme sürecine yine öğrencilerin katılması, öğretmenin doğru yanıtı direkt vermeyip sorularla doğru yanıtı ulaşması öğrencilerde var olan kavram yanlışlarının tespit edilmesine ve oluşabilecek kavram yanlışlarının engellenmesine yardımcı olacaktır.</p> <p>$45-8=?$ İşleminde 45 sayısından başlayarak 8'i ($5+3$) olarak düşünüp önce 5 sayı geri gelip 40'a, sonra 3 sayı geri gelip 37 sayısına ulaşarak cevap bulunur.</p>

EK 3'ün devamı

	<p>RESİM 3</p> <p>63-37=? İşleminin gösteriminde sayılar arası ilişki kurma becerisinin gelişmesi için 63 sayısından başlanıp 37 sayısına ulaşmak için kaç sayı geri gidileceği hesaplanarak fark bulunur. Öncelikle 3 sayı geri gelinip 60'a ulaşılır. Ardından 20 sayı geri gelinip 40'a ulaşılır. Son olarak 3 sayı geri gelinip 37 sayısına ulaşılır. Toplamda $3+20+3=26$ sayı geri gelinmiştir. Fark 26'dir.</p> <p>RESİM 4</p> <p>SONUÇ: Farklı yöntemler ile öğrencilerin yeni yollar keşfetmesi sağlanır.</p>				
	<table border="1"> <tr> <td>Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)</td> <td>Sayı doğrusunda çıkarma işlemi gösterimi yapılır.</td> </tr> <tr> <td>Grupla öğrenme etkinlikleri</td> <td></td> </tr> </table>	Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)	Sayı doğrusunda çıkarma işlemi gösterimi yapılır.	Grupla öğrenme etkinlikleri	
Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)	Sayı doğrusunda çıkarma işlemi gösterimi yapılır.				
Grupla öğrenme etkinlikleri					
ÖZET	.				

BÖLÜM III

Ölçme-Değerlendirme	
Dersin Diğer Derslerle ilişkisi:	

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına ilişkin Açıklamalar	
--	--

SINIF ÖĞRETMENİ
Tuğba ÇIRAKOĞLU

UYGUNDUR
OKUL MÜDÜRÜ

EK 3'ün devamı

DERS PLANI-4

BÖLÜM I

Okulun Adı	ZEHRA KİTAPÇIOĞLU İLKOKULU
Dersin Adı	MATEMATİK
Sınıf	2
Ünitenin Adı/No	
Konu	ÇIKARMA İŞLEMİ
Önerilen Süre	40 +40

BÖLÜM II

Öğrenci Kazanımları/Hedef Davranışlar	Onluk bozma gerektiren ve gerektirmeyen çıkarma işlemlerini yüzlük sayı tablosunda yapar.
Ünite Kavramları ve Sembolleri/Davranış örüntüsü	Doğal sayılarda çıkarma işlemi
Öğretme Öğrenme Yöntem ve Teknikleri	
Kullanılan Eğitim Teknolojileri-Araç, Gereçler ve Kaynakça	Yüzlük sayı tablosu
Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri	<p>1. Onluk bozma gerektiren ve gerektirmeyen çıkarma işlemini yüzlük sayı tablosunda yapma.</p> <p>GİRİŞ: Toplama işleminde yüzlük sayı tablosunu kullanmayı öğrenen öğrencilerden bu sefer çıkarma işlemini nasıl yapabilecekleri üzerine fikir yürütür. Yüzlük sayı tablosunda aynı satırda ne tarafa doğru gidildikçe büyüdüğü ne tarafa doğru gidildikçe küçüldüğü sorulur.</p> <p>GELİŞME: Yüzlük sayı tablosunda bir sayıyı sırası ile 7 sayı küçültmek için, 10 sayı küçültmek için, 12 sayı küçültmek için ne yapabileceğimiz sorulur. Yanıtların en pratik olanına vurgu yapılır. Yüzlük sayı tablosu üzerinde 1 satır yukarı çıkıldığında sayı 10 sayı küçülecektir. Aynı satırda sola doğru giderken sayılar 1'er küçülmektedir. Aynı sütundaki sayıların birler basamağı aynı rakamdır. Öğrencilerin bu genellemelere varmaları cebirsel akıl yürütme becerisinin göstergesidir. Örnekler üzerinde bu bilgileri kullanarak öğrencilerin pratiklik kazanması sağlanır. Verilen örnekler $\Delta - 7 = 28$, $? = 34 - 12$, $45 - 26 = ?$ ve $65 - \Delta = 45$, $45 - 30 = 54 - 18$ gibi eşitliği çift taraflı ve simetrik düşündüren, yer tutucu olarak kullanılan sembollerin varlığını içeren örneklerden oluşur.</p> <p>$34 - 12 = ?$ İşleminde 12 (10+2) biçiminde düşünülüp 34 sayısından 1 satır üste çıkılıp ardından 2 sayı sola kayılır.</p> <p>$45 - 30 = ?$ İşleminde 45 sayısının 3 satır üstüne çıkıp 15'e ulaşılacaktır.</p> <p>$54 - 18 = ?$ İşleminde 18 (10+8) ve ya (10+5+3) gibi farklı formlarda düşünülüp hareket edilebilir.</p> <p>RESİM 5</p> <p>$65 - 39 = ?$ İşleminde 39 (40-1) olarak düşünülüp 4 satır yukarı bir sütun sola kayılarak sonuç bulunabilir.</p> <p>Öğrencilere farkları 12 eden sayıları bulma oyunu oynatılacağı söylenir. Farkı 12 olan çıkarma işlemleri tahtaya yazılır. Gelen yanıtlar $24 - 12 = 65 - 43 = 80 - 68 = 12$ şeklinde tahtaya yazılarak eşitliğin ilişkisel düşünülmesine fırsat tanınır.</p>

EK 3'ün devamı

	SONUÇ: Öğrencilerin yüzlük sayı tablosunda çıkarma işlemi yapabilme becerisi değerlendirilir.
	Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)
	Grupla öğrenme etkinlikleri
ÖZET	

BÖLÜM III

Ölçme-Değerlendirme	
Dersin Diğer Derslerle ilişkisi:	

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına ilişkin Açıklamalar	
--	--

SINIF ÖĞRETMENİ
Tuğba ÇIRAKOĞLU

UYGUNDUR
OKUL MÜDÜRÜ

EK 3'ün devamı

ÇIKARMA İŞLEMİ 4. DERS ÇALIŞMA KAĞIDI

1.Yüzlük sayı tablosunu kullanarak aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapın. 10 ile çıkarma işlemi yapıldığında sayının nasıl hareket ettiğini fark edin.

- a) $25-10=\square$ b) $38-10=\Delta$ c) $33-10=A$ d) $B =45-10$
e) $C =42-10$

Bir sayıdan 10 çıkarmak istediğimizde sayı

.....

2.Yüzlük sayı tablosunu kullanarak aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapın. 13 ile çıkarma işlemi yaptığımızda sayının nasıl hareket ettiğini keşfedin.

- a) $36-13=\Delta$ b) $47-13=\square$ c) $65-13=A$ d) $B =42-13$
e) $C = 74-13$

Bir sayıdan 13 çıkarmak istediğimizde

sayı.....

3.Yüzlük sayı tablosunu kullanarak aşağıdaki çıkarma işleminde boş bırakılan terimleri bulun.

- a) $\Delta-7=15$ b) $24-\Delta=16$ c) $45-15=\Delta$ d) $\Delta=26-12$
f) $\Delta-18=9$ g) $62- A = 44-2$ h) $28- B =36-12$ ı) $50-30=D -20$
i) $\Delta= 35-14$

EK 3'ün devamı

DERS PLANI-5

BÖLÜM I

Okulun Adı	ZEHRA KİTAPÇIOĞLU İLKOKULU
Dersin Adı	MATEMATİK
Sınıf	2
Ünitenin Adı/No	
Konu	ÇIKARMA İŞLEMİ
Önerilen Süre	40 +40+40+40

BÖLÜM II

Öğrenci Davranışlar	Kazanımları/Hedef	1. Onluk bozma gerektiren iki sayının çıkarma işlemini yapar. 2. Çıkarma işlemi gerektiren problemleri uygun yöntemlerle çözer.
Ünite Sembolleri/Davranış örüntüsü	Kavramları ve	
Öğretme Teknikleri	Öğrenme Yöntem ve	
Kullanılan Gereçler ve Kaynakça	Eğitim Teknolojileri-Araç,	Onluk-birlik sayı düzeneği, yüzlük sayı tablosu, onluk-birlik bloklar, sayı doğrusu

Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri	ETKİNLİKLER	1.Onluk bozma gerektiren iki sayının çıkarma işlemini 'Onluk –Birlik Sayı Düzeneğinde' yapma. 2.Çıkarma işlemi gerektiren problemleri uygun yöntemler kullanarak çözme.
		<p>GİRİŞ: Öğretmen sınıfa onluk-birlik basamak düzeneğini getirir. Eksilen-çıkan-fark terimlerinin yerini gösterir. Öğrencilere onluk bozmayı gerektiren bir örnek tahtaya yazılır. $65-29=?$ Öğrencilerden soruyu çözmeleri istenir. 9'dan 5 çıkarmayı deneyen fikirlere dikkat çekilir.</p> <p>GELİŞME: Aşağıdan yukarıya doğru çıkarma işlemi yapmanın hatalara neden olacağı öğrencilere söylenir. Peki bu durumda yani 4'ten 9 nasıl çıkacaktır. Öğretmen hazırlanmış olduğu onluk –birlik pipetleri çıkararak düzeneğe yerleştirir ve işlemi yapar. Onluk ve birlik arasındaki ilişki öğrencilerin kavramakta ve birbirine dönüştürmekte zorlandıkları konulardan biridir. Onluk birlik sayı düzeneği bu ilişkiyi somutlaştıran ve öğrencilerin somut nesnelere kullanarak bu ilişkiyi kavradıkları bir materyal olması için tasarlanmıştır. Çıkarma işlemi örneği üzerinden $34-18=?$ '4'ten 8 çıkmaz komşuya gidiyoruz' tabiri yerine '4 birlikten 8 birlik çıkmaz onluklardan 1 onluk alıp 10 birliğe dönüştürüyoruz. Böylece 14 birliğimiz oluyor' ifadeleri kullanılır. Kavram yanlışlarının ve hatalarının oluşmaması için matematik kavramları ve terimleri tam anlamıyla kullanılmalıdır. Örnekler üzerinde bu ifadelere sıklıkla yer verip benzer ifadeleri öğrencilerin de kullanması istenir. öğrencilerin tahtada yaptıkları örnekler değerlendirilir varsa hatalar düzeltilir. Eşitliğin çift taraflı olarak düşünüldüğü çıkarma işlemi etkinliklerini onluk-birlik basamak düzeneğini kullanarak yapılır. Örneğin; $44-16=78-54$ işleminin doğru-yanlış oluşu onluk-birlik basamak düzeneği kullanılarak yapılır. Çıkarma işlemi örnekleri verilirken alt alta ve yan yana çıkarma işlemlerini eşit oranda vermeye dikkat etmeliyiz. Basamak kavramlarının gelişmesi için yan yana çıkarma işlemi yapmak gerekmektedir.</p>

EK 3'ün devamı

	<p>Dersin diğer bölümlerinde çıkarma işlemlerinin kullanıldığı problemler çözülür. Çıkarma işlemi gerektiren problemleri uygun yöntemlerle çözebilmeleri için öğrencilere tüm uygulama boyunca kullanılan materyaller dağıtılır. Gruplara ayrılan sınıf her soru için belli bir süre düşünme, yöntem geliştirme ve problemi çözerek sonuca varacaktır. Öğrenciler problemleri çözerken resim, yüzlük sayı tablosu, onluk-birlik bloğu ve ya sayı doğrusunu doğru kullanarak çözüme ulaşmaları noktasında desteklenir. Yanıtlarda matematiksel cümlelerin kullanılarak da çözüme ulaşabilecekleri söylenir. Problemler öğrencilerin genellemelere varmalarını, örüntü kurallarını uygulamalarını, aynı sonucun farklı formlarını düşünmelerini sağlayacak şekilde tasarlanmıştır. Her sorunun ardından paylaşım yapılır. Yöntemlerin ve sonuçların doğruluğu tartışılır.</p> <p>SONUÇ:</p> <p>Problem çözümlerinde kullanılan materyalin doğru kullanılıp kullanılmadığına, doğru sonuca ulaşıldığına, matematiksel cümledeki sembollerin ve terimlerin doğru yerde kullanılıp kullanılmadığına bakılır.</p>
Bireysel Öğrenme Etkinlikleri (Ödev, deney)	
Grupla öğrenme etkinlikleri	Grup çalışması ile problemler çözülür.
ÖZET	

BÖLÜM III

Ölçme-Değerlendirme	
Dersin Diğer Derslerle ilişkisi:	

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına ilişkin Açıklamalar	
--	--

SINIF ÖĞRETMENİ

Tuğba ÇIRAKOĞLU

UYGUNDUR
OKUL MÜDÜRÜ

EK 3'ün devamı

ÇIKARMA İŞLEMİ 5. DERS ÇALIŞMA KAĞIDI

Aşağıdaki soruları taşlar, birim küpler, sayı doğrusu, yüzlük tablo gibi materyalleri kullanarak yapın.

1. Bir babanın elinde 48 tane çikolata vardır. Baba çocuklarına 5'er tane çikolata verecektir. Bu babanın 4 çocuğu olduğuna göre çikolataları dağıttıktan sonra babanın elinde kaç çikolata kalır?
 2. Osman'ın 65 TL parası vardır. Burak'ın ise 55 TL parası vardır. İki de paralarını eşitlemek istiyor. Bu çocuklar ne yapabilirler?
 3. 10 katlı bir apartmanda üç arkadaş oturaktadırlar. Sude 2. Katta, Hasan 9.katta, Pınar 5. Katta oturaktadır.
 - a) Pınar hangi arkadaşına daha yakın oturmaktadır?
 - b) Sude ile Hasan arasında kaç kat vardır?
 - c) Pınar ile Sude arasında kaç kat vardır?
 - d) Hasan ile Pınar arasında kaç kat vardır?
 4. Bir çekirge yüzlük sayı tablosu üzerinde 42 sayısında durmaktadır. Çekirge her seferinde 4 sayı geri gelerek zıplıyor.
 - a) Çekirge 3 kere zıplayınca hangi sayının üzerine gelir?
 - b) Bu çekirge 32 sayısının üzerine gelebilir mi?
 5. Bir karınca yüzlük sayı tablosu üzerinde 76 sayısında durmaktadır. Karınca 2 satır yukarı ve 3 kare sola dönünce hangi sayının üzerine gelir? Bu soruyu çözmek için yapacağımız işlem nedir?
 6. Aylin Çarşamba günü okuduğu kitabın 87. Sayfasına gelmiştir. Aylin Salı günü kitabın 63. Sayfasına kadar okuduğuna göre Aylin Çarşamba günü kaç sayfa kitap okumuştur?
 7. 4 öğrenci okul bahçesinde bir oyun oynamaktadırlar. Oyun belli bir çizgide başlayarak adım atma oyunudur. 1. Çocuk oyunun sonunda en önde yer alır ve 27 adım atmıştır.
 - a) 2. Çocuk 1. Çocuktan 9 adım geride olduğuna göre 2. Çocuk kaç adım atmıştır?
 - b) 3. Çocuk 2. Çocuktan 5 adım geride olduğuna göre 3. Çocuk kaç adım atmıştır.?
 - c) 4. Çocuk en fazla kaç adım atmış olabilir?
 8. Boy sırasına göre sıralanmış kovalara taş dolduran çocuklar bu işin bir kuralı olduğunu söylemektedir. Kurala göre her kova bir öncekinden 3 taş fazla alabilmektedir. Birinci kovada 4 taş bulunmaktadır.
 - a) İkinci kovada kaç taş olur?
 - b) 18 taş kaç kovayı tam olarak doldurabilir? Geriye taş kalır mı? Kalırsa kaç tane taş kalır?
 9. Bir kümeste 15 tavuk bulunmaktadır.
 - a) Kümesten 2 tavuk alınırsa kalan tavukların ayak sayısı kaç azalır?
 - b) Kümesten 4 tavuk alınırsa kalan tavukların ayak sayısı kaç olur?
- Ali ve Ayşe aklından iki sayı tutmuştur ve Fatma'ya söylemiştir. Fatma Ali ve Ayşe'nin sayılarını birbirinden çıkarınca 15 bulmuştur. Ali ve Ayşe hangi sayıları aklından tutmuş olabilir?

9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ

Araştırmacı 1986 yılında Rize’de doğmuştur. İlkokul ve ortaokulu ailenin çalışma koşulları nedenleri ile kimi yıllar Adana’da kimi yıllar Rize’de okumuştur. Liseyi Rize Anadolu Öğretmen Lisesi’nde tamamlayarak 2004 yılında İstanbul Üniversitesi Sınıf Öğretmenliği bölümünü kazanmıştır. 2008 yılında sınıf öğretmenliği ve matematik öğretmenliği yan dal programlarını bitirerek mezun olmuştur. İlk görev yeri olan Borçka’da 3 yıl çalışıp eş durumu ile Trabzon’a tayin olmuştur. 2015 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi’nde sınıf öğretmenliği bölümünde yüksek lisans eğitimine kabul edilmiştir. Halen Trabzon’da devlet okulunda çalışmaktadır. Evli ve 2 çocuk annesidir.

İLETİŞİM BİLGİLERİ

Adres : Tuğba ÇIRAKOĞLU, 3. Erdoğan Mahallesi Sevinç Sokak Çeşmekent Sitesi
Blok: D Kat:3 No:6 Ortahisar / TRABZON

E-Posta : cirakoglutugba@gmail.com

Tel : 0544 340 92 86