



FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜLERİ  
ORTAK YÜKSEK LİSANS PROGRAMI



YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ayça ŞİMŞEK YAPAR

ALTERNATİF FAZ FONKSİYONLARI İLE  
NÖTRON TRANSPORT DENKLEMİNE  
DİFÜZYON YAKLAŞIMI

FİZİK ANABİLİM DALI

OSMANIYE – 2016

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ORTAK YÜKSEK LİSANS TEZİ PROGRAMI**

**ALTERNATİF FAZ FONKSİYONLARI İLE NÖTRON  
TRANSPORT DENKLEMİNE DİFÜZYON YAKLAŞIMI**

**Ayça ŞİMŞEK YAPAR**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**OSMANİYE  
EYLÜL-2016**

## TEZ ONAYI

### ALTERNATİF FAZ FONKSİYONLARI İLE NÖTRON TRANSPORT DENKLEMİNE DİFÜZYON YAKLAŞIMI

Ayça ŞİMŞEK YAPAR tarafından Prof. Dr. Hakan ÖZTÜRK danışmanlığında Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı'nda hazırlanan bu çalışma aşağıda imzaları bulunan jüri üyeleri tarafından oy birliği/çokluğu ile **Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

**Danışman:** Prof. Dr. Hakan ÖZTÜRK  
Fizik Anabilim Dalı , OKÜ

.....

**Üye:** Prof. Dr. Faruk KARADAĞ  
Fizik Anabilim Dalı , ÇÜ

**Üye:** Prof. Dr. Mustafa ÜBEYLİ  
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı , OKÜ

Yukarıdaki jüri kararı Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ...../...../..... tarih ve ...../..... sayılı kararı ile onaylanmıştır.

Prof. Dr. A.Ali GÜRTEN  
Enstitü Müdürü, **Fen Bilimleri Enstitüsü**

.....

Bu Çalışma OKÜ Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi Tarafından Desteklenmiştir.

Proje No: OKÜBAP-2014-PT3-019

Bu tezde kullanılan özgün bilgiler, şekil, çizelge ve fotoğraflardan kaynak göstermeden alıntı yapmak 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu hükümlerine tabidir.

## TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, bu çalışma sonucunda elde edilmeyen her türlü bilgi ve ifade için ilgili kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını ve bu tezin Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Ayça ŞİMŞEK YAPAR

## ÖZET

### ALTERNATİF FAZ FONKSİYONLARI İLE NÖTRON TRANSPORT DENKLEMİNE DİFÜZYON YAKLAŞIMI

Ayça ŞİMŞEK YAPAR

Yüksek Lisans, Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof Dr. Hakan ÖZTÜRK

Eylül 2016, 74sayfa

Bu çalışmada, tek boyutlu dilim geometride iki ayrı faz fonksiyonu kullanılarak Henyey-Greenstein (HG) ve Anlı-Güngör (AG) saçılma fonksiyonları ile birinci mertebeden difüzyon yaklaşımı yapıldı. Elde edilen moment denklemlerinden farklı  $c$  ve  $t$  parametreleri için difüzyon uzunluğu ve difüzyon katsayısı hesaplamaları yapıldı. Ayrıca her iki saçılma fonksiyonundan elde edilen sonuçlar literatürde yer alan sonuçlarla kıyaslandı.

**Anahtar Kelimeler:** Henyey-Greenstein faz fonksiyonu, Anlı-Güngör faz fonksiyonu, difüzyon yaklaşımı,  $U_N$  metodu

## ABSTRACT

### DIFFUSION APPROXIMATION TO NEUTRON TRANSPORT EQUATION WITH ALTERNATIVE PHASE FUNCTIONS

Ayça ŞİMŞEK YAPAR

M.Sc., Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Hakan ÖZTÜRK

September 2016, 74 pages

In this study, the first order diffusion approximation to neutron transport equation in slab geometry has been done using two different Henyey-Greenstein (HG) and Anlı-Güngör (AG) phase functions. The calculations of diffusion lengths and diffusion coefficients have been done for various values of the  $c$  and  $t$  parameters from the moment equations. The results obtained from both scattering functions have been compared with ones presented in literature.

**Key Words:** Henyey-Greenstein phase function, Anlı-Güngör phase function, diffusion approximation,  $U_N$  method.

## TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans tez konumun belirlenerek tez çalışmamın yürütölmesini üstlenen, çalışmalarım süresince değerli bilgi ve tecrübeleriyle katkılarını esirgemeyen danışman hocam Sayın Prof. Dr. Hakan ÖZTÜRK'e ve Sayın Dr. Ahmet BÜLBÜL'e teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca çalışmalarım süresince beni destekleyen diğer bölüm hocalarıma ve aileme teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

TEZ ONAYI	
TEZ BİLDİRİMİ	
ÖZET .....	i
ABSTRACT .....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER .....	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR .....	vii
1.GİRİŞ.....	1
1.1. Yenilenebilir Enerji Kaynakları .....	2
1.2.Yenilenemeyen Enerji Kaynakları.....	5
2.ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	22
3.MATERYAL VE METOT .....	28
3.1.Temel Kavramlar .....	28
3.2.Nötron Transport Denklemi .....	31
3.3.Chebyshev Polinomları ve Özellikleri.....	38
3.4.II. Tip Chebyshev Polinomu Yaklaşımı: $U_N$ Metodu .....	42
3.5.Henyey Greenstein ve Anlı Güngör Saçılma Tesir Kesiti.....	45
3.6.Henyey-Greenstein (HG) Faz Fonksiyonu Kullanarak $U_N$ Metodu İle Difüzyon yaklaşımı.....	47
3.7.Anlı-Güngör (AG) Faz Fonksiyonu Kullanarak $U_N$ Metodu İle Difüzyon Yaklaşımı .....	51
4. BULGULAR VE TARTIŞMA .....	56
5.SONUÇLAR VE ÖNERİLER .....	66
KAYNAKLAR .....	69
ÖZGEÇMİŞ.....	74



## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Uzunluğu (L) Hesaplamaları ( $c=0,99, 0,98, 0,97$ ).....	58
Çizelge 4.2. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Uzunluğu (L) Hesaplamaları ( $c=0,96, 0,95, 0,93$ ).....	58
Çizelge 4.3. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Uzunluğu (L) Hesaplamaları ( $c=0,90, 0,89, 0,88$ ).....	59
Çizelge 4.4. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Uzunluğu (L) Hesaplamaları ( $c=0,80, 0,79, 0,78$ ).....	59
Çizelge 4.5. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Uzunluğu (L) Hesaplamaları ( $c=0,75, 0,73, 0,70$ ).....	60
Çizelge 4.6. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Uzunluğu (L) Hesaplamaları ( $c=0,69, 0,67, 0,65$ ).....	60
Çizelge 4.7. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Uzunluğu(L) Hesaplamaları ( $c=0,60, 0, 50, 0,00$ ).....	61
Çizelge 4.8. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Katsayısı (D) Hesaplamaları ( $c=0,99, 0,98, 0,97$ ).....	62
Çizelge 4.9. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Katsayısı (D) Hesaplamaları ( $c=0,96, 0,95, 0,93$ ).....	62
Çizelge 4.10. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Katsayısı (D) Hesaplamaları ( $c=0,90, 0,89, 0,88$ ).....	63
Çizelge 4.11. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Katsayısı (D) Hesaplamaları ( $c=0,80, 0,79, 0,78$ ).....	63
Çizelge 4.12. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Katsayısı (D) Hesaplamaları ( $c=0,75, 0,73, 0,70$ ).....	64
Çizelge 4.13. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Katsayısı (D) Hesaplamaları ( $c=0,69, 0,67, 0,65$ ).....	64
Çizelge 4.14. $U_1$ Yaklaşımı ile Difüzyon Katsayısı (D) Hesaplamaları ( $c=0,60, 0, 50, 0,00$ ).....	65

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1. Nötronların Geliş ve Saçılma Doğrultusu .....	35
--	----

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$D$	Difüzyon sabiti
$L$	Difüzyon uzunluğu
$c$	Çarpışma başına ortaya çıkan ortalama ikincil nötron sayısı
$t$	Çarpışma parametresi
$\sigma_S(\Omega, \Omega')$	Diferansiyel saçılma tesir kesiti
$\sigma_{sn}$	Saçılma diferansiyel tesir kesiti katsayıları
$\sigma_T$	Toplam diferansiyel tesir kesiti
$\sigma_S^{HG}$	Henye-Greenstein (HG) saçılma tesir kesiti
$\sigma_S^{AG}$	Alternatif (Anlı-Güngör, AG) saçılma tesir kesiti
$\mu$	Açı değişkeni ( $\mu = \cos \theta$ , $-1 \leq \mu \leq 1$ )
$\Psi(x, \mu)$	Nötron açısal akısı
$U_N(\mu)$	Chebyshev polinomları
$P_N(\mu)$	Legendre polinomları
$\nu$	Özdeğer
$\Phi(x)$	Nötron skaler akısı

## 1.GİRİŞ

Enerji, toplumların yaşam kalitesinin artmasında, barınmanın, ısınmanın, taşınmanın, iletişim kurmanın, korunmanın kısacası teknolojiyi kullanarak eşya ve hizmet üretmenin en temel kaynağıdır. Hızla gelişmekte olan teknolojiyi göz önüne alırsak dünya nüfusundaki artışla birlikte ülkelerin gelişmişlik düzeyinin de artması enerjiyi çok daha fazla kullanmamıza neden olur bu da enerji arz talep dengesini olumsuz bir şekilde etkileyerek kullandığımız enerji kaynaklarının mevcut kaynaklardan karşılanamamasına neden olur. Böylece ihtiyaçlarımızın karşılanabilmesi için farklı enerji kaynakları arayışına girilir. Her geçen gün yaşantımıza daha fazla giren teknolojik ürünlerin birçoğu genellikle elektrik enerjisi ile çalışmaktadır.

Elektrik enerjisi dünyada yaygın olarak kullanılan ve diğer enerji kaynaklarından elde edilen bir enerji çeşididir. Dünyada en yaygın kullanılan enerji kaynakları kömür, petrol, doğal gaz, su, jeotermal, rüzgâr, güneş ve nükleer enerjidir. Enerji kaynaklarını yakıt tipine göre sıralayacak olursak; fosil yakıtların %64'ü, akarsuların %19'u, nükleer enerjinin %16'sı, jeotermal ve rüzgâr enerjisinin %1'i dünya elektrik enerjisi üretimine katkı sağlar. Dünya enerji tüketimi bütün toplumlar tarafından kullanılan toplam enerjiyi ifade eder. Uluslararası Enerji Ajansı (IEA), ABD Enerji Bilgi İdaresi (EIA) ve Avrupa Çevre Ajansı gibi kuruluşlar periyodik olarak enerji verilerini ölçüp bunları her sene kullanılan yıllık enerji düzeyiyle kıyaslayarak kaydederler. Dünya enerji ihtiyacının her yıl yaklaşık %4 ya da %5 oranında artmakta olduğunu düşünürsek bu ihtiyacı karşılayan fosil yakıt rezervleri çok daha hızlı şekilde azalmaktadır. Bu durum en iyi ihtimalle 2030-2050 yılları arasında petrol kaynaklarının büyük ölçüde tükeneceğini ve ihtiyaçları karşılamaya yetmeyeceğini göstermektedir. Kömür ve doğal gaz için de durum bundan farklı değildir. Ayrıca fosil yakıt kullanımıyla beraber dünya ortalama sıcaklığı son bir yıl içinde en yüksek değerine ulaşmıştır. Bu durumun hem çevreye hem de insan sağlığına verdiği son derece zararlı sonuçların yanında fosil yakıt kullanımıyla bir de yoğun hava kirliliği, sel, fırtına, buzulların eriyerek su seviyesinin yükselmesi gibi çevresel dengeyi bozucu zararları azımsanamayacak ölçüdedir.

Enerjiyi genel olarak iki biçimde incelersek mevcut durumlarına göre enerji kaynaklarını yenilenebilen enerji kaynakları ve yenilenemeyen enerji kaynakları olarak sıralayabiliriz.

### **1.1. Yenilenebilen Enerji Kaynakları**

Tüketildikçe yeri tekrar doldurulabilen enerji kaynakları yenilenebilen enerji kaynaklarının adını alır. Bu enerji kaynakları Güneş enerjisi başta olmak üzere mekanik enerjisini başka cisimlere aktarabilen su ve rüzgâr gibi kaynağı kolay kolay bitmeyen akışkanlar, yenilenebilen, çevreci enerji kaynaklarıdır. Yenilenebilen enerji kaynakları sırasıyla;

- **Hidroelektrik Santraller:** Günümüzde elektrik enerjisinin önemli bir kısmı kendisini besleyen akarsuların, yağışların devam ettiği müddetçe susuz kalmadığı bu sayede yenilenebilen enerji kaynağı sınıfına giren hidroelektrik santrallerden karşılanmaktadır. Hidroelektrik santraller yağmur ve kar suları ile sürekli yenilenen akarsuların önüne set çekilerek baraj oluşturulmasıyla kurulur. Oluşturulan baraj gölünde biriktirilen durgun su kütlesi setlerdeki kanallardan denetimli bir şekilde belirli bir yükseklikten düşürülerek su kütlesinin potansiyel enerjisi kinetik enerjiye dönüştürülür. Böylece türbinlere aktarılan kinetik enerji geliştirilen sistemlerle elektrik enerjisine dönüştürülür. Sistemin çalışması için kurulan barajlar maliyetli olsa da sonraki aşama da, işletme maliyeti ekonomik olduğundan aynı zamanda zararlı atık üretmemesinden dolayı tercih edilen bir enerji üretim yöntemidir.
- **Güneş Enerjisi:** Milyonlarca yıldır enerji kaynağına sahip olan, bolca yararlandığımız enerjinin ana kaynağı güneş enerjisi yenilenen çok büyük bir enerji kaynağıdır. Güneş enerjisi hidrojenin helyuma dönüşmesi sırasında ortaya çıkan enerjinin ışınım biçiminde uzaya yayılmasıdır. Bir günde yeryüzüne düşen güneş ışınlarının taşıdığı güneş enerjisi insanların 27 yıllık enerji ihtiyacını karşılamaya yetecek büyüklüktedir. Güneş enerjisini elde etmek için farklı iki tipte kollektör kullanılır. Bunlardan ilki, kollektör tipi, binaların çatısında bulunan geniş dikdörtgen şeklindeki su ısıtma amacı için

üretmiş güneş panelleridir. Bu panellerin yanında bir depo ve su boruları bulunur. Siyah yüzeye sahip bu paneller güneş ışınlarını doğrudan soğurarak yüzeye döşenmiş ince kanallardan geçen suyun 70°C'ye kadar ısıtılmasını sağlar. Diğer bir kolektör türü ise güneş panelinin yanında su tesisatı bulunmayan fotovoltaik panellerdir. Bu paneller güneşten gelen elektromanyetik radyasyon enerjisinin doğrudan elektrik enerjisine dönüşmesini sağlarken güneş izleme düzeni ve elektronik güç dönüştürücüleri kullanılarak her an mümkün olan en yüksek güneş enerjisinden de faydalanılmasını mümkün kılar. Hesap makineleri, bazı dijital saatler, elektrik enerjisi üretimi ve dünya yörüngesine yerleştirilen uydular yaygın kullanım alanlarındadır.

- Okyanus Enerjisi: Deniz sularında oluşan gelgitler ve dalgalarda oluşan mekanik enerji hidroelektrik enerjisine benzer sistemlerle elektrik enerjisine dönüştürülür. Dalga enerjisi; Okyanuslarda esen rüzgârlar neticesinde oluşan dalgaların okyanus yüzeyini sürekli hareketli tutması sonucunda oluşur. Yeryüzünün 3/4 ünün sularla kaplı olduğu düşünüldüğünde bu dalgaların sahip olduğu mekanik enerjinin ne kadar büyük olduğu anlaşılabilir. Dalgalar sayesinde hareketlenen su yüzeyinin periyodik tekrarlamalarından yararlanılarak geliştirilen mekanizmalar sayesinde türbinler döndürülerek elektrik enerjisi elde edilir. Gel-git enerjisi; okyanus sularından elde edilebilen bir diğer enerji türü de gelgit enerjisi adı verilen düzenli olarak günde iki kez yükselip alçalan su hareketinden üretilen bir enerji türüdür. Bu enerji su seviyesi yükselirken suyun santralin altında bulunan türbinlerden geçirilerek havuza hapsedilmesiyle yeri değişen suyun mekanik enerjisi kullanılarak suyun bu geçişi esnasında türbinlere bağlı olan jeneratörden elektrik enerjisi üretilmesiyle gerçekleşir. Su seviyesi düştüğü zamanda yani suyun git olduğu esnada bu sefer ters yönden su türbinlerden geçirilerek yine elektrik enerjisi üretimi sağlanmış olur. Gelgit hareketi sırasında su seviyesi azımsanmayacak miktarlarda değişim gösterir, hatta bazı bölgelerde bu seviye birkaç metreyi bulabilir. Örneğin Kanada da yaşanan gelgit olayı sırasında su seviyesi 16 metre yükselip alçalır. Bu sadece bu bölgede 14 trilyon kilogram suyun hareket etmesi anlamına gelir. Gelgit enerjisinin elde

edildiği bir santral Amerika'nın kuzeyinde kurulmuş ve günde yaklaşık 10 saat süreyle elektrik üretimi sağlamıştır. Bu da 12 bin konutun günlük elektrik enerjisi ihtiyacını çok rahat bir şekilde karşılamaktadır.

- Jeotermal Enerji: Yerkürenin içindeki içsel enerji sonucunda jeotermal enerji yüzeye yakın derinliklerde sıcak su yada buhar olarak konsantre olur. Jeotermal enerji, yer kabuğunun çeşitli derinliklerinde bulunan sıcak su ve buharın oluşturduğu ısı enerjisidir. Kaynakların bulunduğu yerlere kuyular açılarak yüksek enerjili sıcak su ve buharlara ulaşılır. Buradan çıkarılan sıcak su ve buharın jeotermal enerjisi kullanılarak elektrik enerjisi elde edilir. Yerkürenin merkezinde sıcaklığın 33 metrede bir, 1°C artmakta olduğunu düşünürsek bundan yaklaşık 3 kilometre sonra yer altındaki suyun sıcaklığının kaynama noktasına kadar ulaştığını hesaplayabiliriz. 100 kilometre sonrasında ise bu sıcaklık değeri yaklaşık 1000°C'leri bulabilir. Yerkürenin yarıçapı ortalama 6400 kilometre olduğundan jeotermal enerjinin tükenmez bir enerji kaynağı olduğu sonucunu çıkarabiliriz. Güvenli ve ucuz bir enerji üretme yöntemidir fakat her yerde bu kaynakların olmamasından dolayı kullanım alanı oldukça sınırlıdır.
- Biyokütle enerjisi: Ana bileşenleri karbon-hidrat bileşikleri olan bitkisel ve hayvansal kökenli maddeler biyokütle enerji kaynağı, bu kaynaklardan üretilen enerji ise biyokütle enerjisidir. Genellikle mısır, buğday, kanola gibi yağlı bitkilerden elde edilir. Avrupa ülkelerinde saman, odun ve tahıllar, Güney Amerika ülkelerinde şeker kamışı, Kuzey Amerika ülkelerinde buğday, mısır, Doğu Avrupa ülkelerinde buğday, mısır, odun ve saman temel biyoyakıt kaynağı olarak tüketilmektedir. Bu yakıt türü hem insanların yaşam koşullarına hemde çevreye ciddi ölçüde zarar verir. Tarım alanlarının biyoyakıt elde etmek için kullanılması toprak erozyonuna ve iklim değişikliğine yol açabilmektedir.
- Rüzgâr Enerjisi: Rüzgar, ısınan havanın genişip yükselme özelliğinden faydalanarak atmosferdeki sıcak hava ile soğuk hava tabakasının yer değiştirmesi sonucunda oluşur. İki bölge arasındaki basınç farkı ne kadar

büyük olursa hava akım hızı da fazla olur. Havanın hızla yer değiştirme işlemi neticesinde kazandığı kinetik enerji dönüşümüne rüzgâr enerjisi denir. Rüzgar enerjisini elde etmek için rüzgarın en yoğun olduğu bölgelere rüzgar türbinleri kurulur. Bu türbinler esas olarak pervane, kanatlar, mil ve jeneratörden oluşur. Rüzgâr estiği zaman pervanenin kanatlarına çarparak pervaneyi döndürür böylece rüzgârın enerjisinden kinetik enerji elde edilir. Pervane dönerken pervaneye bağlı bulunan şaftta döner ve dönme hareketini üretece iletir. Üretece iletilen hareket enerjiside motor içinde elektrik enerjisine çevrilerek jeneratörlere gönderilir ve rüzgar enerjisi elde edilmiş olur. Bir rüzgar gülünden yaklaşık 300 konutun enerji ihtiyacı karşılanabilecek kapasitede enerji üretilir. Rüzgar santralleri çevreye zararı olmayan temiz enerji elde etme yöntemlerinden biridir fakat rüzgar güllerindeki pervaneler yeryüzünün her bölgesine kurulamazlar.

## **1.2.Yenilenemeyen Enerji Kaynakları**

Oluşumundan daha hızlı sürede tüketilen enerji kaynakları yenilenemeyen enerji kaynaklarıdır. Bu enerji kaynaklarını başlıca; fosil yakıtlar ve nükleer enerji oluşturur.

- Fosil Yakıtlar: Bileşiminde karbon bulunan milyonlarca yıl önce yaşamış bitki ve hayvan kalıntıları yer altındaki kaya katmanlarının arasında sıkışarak, sıcaklık ve yüksek basıncında etkisiyle kömür, petrol, doğal gaz gibi enerji kaynaklarını ortaya çıkararak fosil yakıtları oluşturur. Bu fosil yakıtları kolayca harcayabilmemize rağmen bir parça kömürün, bir damla petrolün ya da bir santimetreküp doğalgazın oluşması milyonlarca yıl alır. Fosil yakıtların en yaygın kullanımı sanayi ve endüstriyel alandır, plastik, naftalin, boya, teflon gibi günlük hayatta pek çok kez kullandığımız maddeler de fosil yakıt olan petrolden üretilir. Fosil yakıtlardan enerji elde edebilmek için bu yakıt türünün yakılması gerekir. Yakılımı sırasında yüksek miktarda karbondioksit gazı ortaya çıkar, bu gaz sera etkisi yaparak hem küresel ısınmaya hem de azımsanamayacak ölçüde hava kirliliğine neden olur. Termik santrallerde, sanayide ve binalarda yakıt olarak tercih edilen fosil yakıtların kullanımı



sırasında kirlilik etmenlerinin yanı sıra kül de açığa çıkar. Kül, cıva, kurşun, arsenik ve kadmiyum içerdiğinden hem solunum yolu hastalıklarına hemde asit yağmurlarına neden olur.

- Nükleer Enerji: 1940'lı yıllardan sonra gelişen endüstri ile beraber, bu endüstri ve teknolojiyi çalıştıracak büyük miktarda enerjiye ihtiyaç duyulması diğer enerji kaynaklarının yetersizliği ile nükleer enerjiye başvurulmuş ve nükleer santraller kurularak gerekli enerji ihtiyacı giderilmeye çalışılmıştır. Fransa, Almanya, İngiltere, İtalya, ABD, İskandinav ülkeleri, Ermenistan, Bulgaristan ve Rusya gibi gelişmiş Avrupa ülkelerinin vazgeçemediği nükleer enerji 1934'de İtalya bilim adamı Enrico Fermi'nin Roma'da yaptığı deneylerin sonucunda nötronların birçok atom türünü bölebileceğini keşfetmesi üzerine başlamıştır. Fermi, uranyumu nötronlarla bombardıman ederek uranyum gibi ağır elementlere nötron göndermesiyle yüksek enerjili beta parçacığı yaydığını tespit etmiştir.

1938'de Almanya'da Otto Hahn ve Fritz Strassman aynı konuda yaptıkları deneylerle radyum ve berilyum içeren bir kaynaktan uranyumu nötronlarla bombardıman edip  $Ba^{56}$  gibi daha hafif elementleri ve yine beta parçacığı yayılımını gözlemlemişlerdir.

1939 yılında Lise Meitner ve Otto Frisch, uranyum çekirdeğinin nötron yakaladıktan sonra çok kararsız olduğunu ve fisyon olayını gerçekleştirerek iki yeni elemente dönüştüğünü bu olayların sonucunda da büyük miktarda enerji açığa çıktığını saptamışlardır.

1939'da Bohr Amerika da Hahn, Strassman ve Meitner'in araştırmalarıyla ilgilenip Fermi ile birlikte kontrollü bir ortamda kendini uzun süre hareketli tutabilecek zincirleme reaksiyonun gerçekleşme olasılığı üzerine yoğunlaşarak zincirleme reaksiyon gerçekleştiren atomun büyük bir enerji ortaya çıkararak bölündüğü sonucuna varmışlardır. Bu sonuç tüm dünyadaki bilim adamlarınca kabul edilerek zincirleme reaksiyon sonucu atomun kendini uzun süre canlı tutabileceği görüşü doğrulandı. Bunun için yeterli miktarda uranyum atomunun uygun koşullar altında

bir araya getirilmesi gerekiyordu. Bir arada bulunması gerekli olan bu uranyum miktarına kritik kütle adı verildi.

Fermi ve Leo Szilard 1941'de zincirleme uranyum reaksiyonuna uygun uranyum ve grafit istifinden oluşan bir reaktör tasarladılar. Uranyum grafit istifi içinde küp şeklinde fisyonu uygun bir kafeste saklanarak bekletildi.

1942'de Fermi ve arkadaşları Chicago Üniversitesinde bir araya gelerek dünyanın ilk nükleer reaktörü olan Chicago-1'in tanıtımını yapmışlardır. Bu arada grafitte ek olarak nötronu emme özelliğinde bulunan kadmiyum ve reaktör kabından içeri girdiğinde reaksiyon hızının azaltılmasını sağlayan kontrol çubuklarını ilk olarak kullanmışlardır.

20 Aralık 1942'de Chicago'da tanıtım için bir araya gelen Fermi ve ekip arkadaşları reaksiyonun kendini besleyebilir duruma geldiğini gözlemledikten sonra dünyanın ilk atom pilini sundular ve dünya artık nükleer çağa girmiş oldu.

Bundan sonra 1951 yılında ABD'de ilk defa nükleer enerjiden elektrik enerjisi üretimi yapıldı. Böylece 1954 yılında Rusya da şebekeye elektrik sağlamak üzere kurulan ilk nükleer santral faaliyete geçirildi.

Nükleer enerji santralleri insanoğlunun inşa ettiği en güvenli makinedir. İnsanlar nükleer enerji adını duyunca geçmişte yaşanan nükleer enerji kazaları ile büyük bir felaket olan atom bombası ihtimalini düşünerek nükleer enerji üretimine karşı çıkmaktadır. Nükleer enerji üretiminde bilindiği gibi radyasyon açığa çıkar fakat zaten insan ömrünün her saniyesinde 1500 radyasyon parçacığı insan vücuduna kendiliğinden çarpar. Böylece bir kişiye yılda 500 milyar radyasyonik parçacık ve tüm ömrü boyunca da 40 trilyon parçacık çarpması zaten kendiliğinden meydana gelir. İnsan hücresine zarar verecek radyasyon miktarı 50 katrilyonda bir parçacıktır, ancak bir röntgen çekilmesi halinde bile insan vücudundan trilyonlarca radyasyonik parçacık geçtiğini göz önüne alırsak bu değer abartılacak rakamlarda değildir.

İnsanların radyasyondan korunmaları sadece röntgen çektilmemekle olacak iş değildir. Eğer radyasyondan korunmak istiyorsak topraktan kendimizi ayırtırmalıyız, çünkü toprak başlıca uranyum kaynağıdır. Beton ve tuğla evlerde oturmak da yine içinde radyasyonik madde olan potas barındırır. Bu durumda ya ahşap evleri tercih etmeli ya da radyasyondan korunmak için evlerimizde kurşun zırhtan elbiseler giyerek yaşamımızı sürdürmeliyiz. Kendi kendimize alabileceğimiz bu tür önlemler bile radyasyonun bize temasının ancak %20'lik kısmını engelleyebilir. Televizyon, cep telefonları ya da fosforlu saatler gibi benzeri önemsiz kaynaklardan bile zaten radyasyon aldığımızı düşürsek vücudumuza giren radyasyon alımının önlenilmesinin mümkün olmayacağını anlarız.

Radyasyonun en kullanışlı birimi mremdir. 10000 mrem in altındaki radyasyonlar düşük seviyeli radyasyonlardır ve şüana kadar gerçekleşen bütün reaktör kazalarının çoğunda 10000 mrem sınırı aşılmamıştır. Önceki reaktör kazalarının teknolojik yetersizliklerden ileri geldiği sonucunu da göz ardı etmezsek günümüzde kullanılan ileri teknoloji sayesinde herhangi bir reaktör kazasının olması çok zor bir ihtimaldir. Fransa ve İtalya da nükleer enerji elde etmek için kurulan reaktörler sebze ve meyve tarlalarıyla bitişik inşa edilmiştir ve hiçbir tehlikeli durum oluşmamıştır. ABD' de reaktör kazaları olmuştur, çevreye radyasyon saçılmıştır fakat kaza sonucu çevreye saçılan radyasyon bir röntgen filminde alınan radyasyondan 80 kat daha azdır.

Nükleer santrallerin genetik etkileri de merak edilen, yanlış bilinen konular arasındadır. Bilinen bir nükleer santralin yol açacağı genetik etkiler araştırmalar sonucunda 2,6 gün geç çocuk sahibi olmakla eşdeğer riskler taşıdığı gözlemlenmiştir. Geç yaşta annelikte çocuğun down sendromu, turner sendromu gibi kromozomal düzensizliğe yakalanma şansı çok yüksek iken nükleer santralin bulunduğu yerlerde normalde oluşabilecek genetik bozuklukların sadece 1/3000'i kadar artış söz konusudur. Bir diğer genetik bozukluk kaynağı da hava kirlenmesi sonucunda nefes alıp vermemizle vücudumuza giren sülfat, nitrojen, nitroz asiti vb. gibi kimyasallardır. Nükleer santrallerin bu açıdan çevre dostu olduğu söylenebilir.

Günümüzde nükleer enerjiye tercih edilmesi önerilen diğer enerji santrallerinden hiç biri nükleer enerjiye alternatif bir enerji kaynağı değildir. Örneğin 1000MW'lık bir

adet reaktör, 1 er MW'lık 8000 adet rüzgâr santraline eşdeğerdir. Çünkü 1 rüzgâr paneli 1 MW'tan fazla enerji üretemez. Bu enerjinin de sadece %20'sini verimli olarak kullanabilir. Yani 8000 MW'lık rüzgâr santralinden 1000 MW'lık enerji üretimi sağlanabilir ayrıca yüzlerce hektar arazide işgal edilmiş olur. Oysa sadece 8 tane reaktör 64000 tane rüzgâr paneline eşdeğerdir. Tabi rüzgârın kesintisiz şekilde aynı enerjide estiğini düşünürsek. Ya da hidroelektrik santraller, bu santrallerde yine nükleer enerjiyle kıyaslanamayacak düşüklükte enerji üretmesinin yanında dönümlerce arazimizi sular altında telef etmiştir. Bunun yanında yetersiz, çevreyi tahrip eden santrallerdir. Termik santraller aracılığıyla da tonlarca CO<sub>2</sub>, CO, SO<sub>2</sub>, NO<sub>2</sub> gibi ağır metallere Ag, Pb, Sg ve daha birçok zararlı madde her geçen gün doğaya karıştırılmaktadır. Kömürün yanmasıyla oluşan hava kirliliğinden binlerce kişi ölmektedir. Alternatif olarak düşünülen bir diğer enerji kaynağı olan termal enerjide de durum farklı değildir. Yer altından gelen sıcak suyun çok korozyon yapıcı olması ayrıca yeterince zehirli olan atık suyun tekrar yer altına gönderilmesiyle birlikte çevreye verdiği zarardan bahsetmeye gerek bile yoktur.

Türkiye'nin en büyük barajı olan Atatürk Barajı'nın gücü 2400 MWh verimi %50'dir. Orta büyüklükte bir nükleer enerji santralinden alacağımız güç 8 adet Atatürk Barajına eşdeğerdir. Bir litre benzinden elde edilen enerjinin otuz katını sadece bir kilogramlık nükleer enerji yakıtı bize verebilir. Ya da yıllık ortalama 600000 evin enerji ihtiyacını orta büyüklükte bir nükleer enerji santrali karşılayabilir. Bu büyüklükte bir nükleer santralden çıkan nükleer atık yalnızca bir metre küplük hacim kaplar. Hangi maddenin bu kadar küçük kütlesi bu kadar büyük bir enerjiye sahip olabilir?

Nükleer enerji nasıl elde edilir?

Nükleer reaktörler, reaktör içerisinde zincirleme fisyon reaksiyonları sonucunda açığa çıkan termal enerjinin elektrik enerjisine çevrildiği santrallerdir. Bu enerjinin elde edilmesinden önce belli kavramları inceleyecek olursak;

Radyoaktiflik: Atomun dışarıdan herhangi bir etki olmadan kendiliğinden bozularak daha küçük parçalara ayrılıp ayrılma sonrası ışın yapması olayına denir. Bu tür

ışıma yapan elementlere de radyoaktif atom denir. Radyoaktiflik çekirdek yapısıyla ilgilidir. Radyoaktif maddeler kuvvetli enerji kaynağıdır, enerjiyi kendiliğinden yayınlırlar. Genel olarak 83 veya daha yüksek atom numaralı elementler kararsızdır yani doğal durumda değildir. Doğal durumlarına dönebilmek için kendiliğinden çekirdeklerinden elektrik yüklü parçacık fırlatırlar veya elektromanyetik dalgalar halinde radyasyon yayarlar. Çekirdekten parçacık fırlatılması veya elektromanyetik dalga yayılması durumuna radyoaktif bozunum denir. Radyoaktif bozunum sonucunda çekirdek parçalanarak yeni bir element veya izotopa dönüşür. Atom ortasında çekirdek denilen bir oluşumdan ve çekirdekten belli uzaklıkta bulunarak çekirdeğin etrafında dönen elektron adı verilen küçük taneciklerden oluşur. Her elektron negatif elektrik yükü taşıırken çekirdek, proton ve nötron denen iki cins tanecikten oluşur. Protonlar pozitif elektrikle yüklüdür, nötronlar yüksüzdür. Bir radyoaktif atomun çekirdeği hiçbir neden olmadan kendiliğinden parçalanma eğilimi gösterebilir. Bu parçalanma sırasında radyoaktif atomdan proton ve nötron fırlar, hareket eden bu tanecikler yolları üzerinde bulunan atomlarla çarpışınca da atomların elektronlarını koparır. Dönmekte olan elektronun bazılarını kaybeden atomlarda elektrikle yüklü hale gelerek ilk hallerindeki atomlardan çok daha fazla kimyasal reaksiyon meydana getirme özelliği kazanır.

Nötronlar; 1932 yılında İngiliz fizikçi James Chadwick tarafından keşfedilmiştir. Atomun çekirdeğinde bulunan protonları, yüksüz olmaları nedeniyle atomun hacmine hapis edebilen ve bu sayede çekirdeğin bir arada kalmasını sağlayan, maddenin yapı taşlarından oluşan temel taneciklerdir. Nötronlar olmasaydı çekirdeğin içinde bulunan o kadar pozitif yük bir arada bulunamazdı. Hidrojen dışında her atomun çekirdeğinde nötron bulunur. Nötronlar protondan yaklaşık olarak % 0,2 oranında daha büyük ve 1,29 MeV daha yüksek enerjilidir. Kütlesi; 1,008981 kb, spini; ½ ve manyetik moment; -1,91354 nükleer magnetondur.

(1 nükleer magneton =  $\mu_0 = \frac{eh}{4\pi} m_p c$  (e: elektron yükü, h: plank sabiti ,  $m_p$  : proton kütlesi, c: ışık hızı ))

Elektrik yükü olmaması dolayısıyla nötronlar madde içine kolayca nüfuz ederler. Nötron yalnız başına kararsız parçacıklardır. Madde ile herhangi bir etkileşimde

bulunmadığı takdirde yaklaşık 13 dakikalık bir yarı ömürle bir elektron birde nötronu fırlatarak bir hidrojen atomu çekirdeğine dönüşürler.

Nötronun maddeyle etkisi dört şekilde gerçekleşir;

- 1) Esnek Saçılma (veya Sapma): Esnek saçılmada nötron bir atom çekirdeğine çarpar ve kinetik enerjisinin bir kısmını ona ilettikten sonra çekirdeğin fiziksel yapısını değiştirmemiş olarak çarpışmanın etkisiyle kendi geliş doğrultusundan başka bir doğrultuya sapar. Nötronların atom çekirdekleri tarafından esnek saçılmaya maruz bırakılmaları olayı mekaniğin momentum ve enerji korunumu kanunlarına uygun şekilde gerçekleşir.
- 2) Esnek Olmayan Saçılma: Bu saçılma çeşidinde nötron önce çarptığı çekirdeğin içine girer böylece çekirdeğin fiziksel yapısını değiştirir. Bu çok kısa bir sürede gerçekleştiği için nötron kinetik enerjisinin bir kısmını çekirdeğe iletmış olarak çekirdeği geliş açısından farklı bir açı ile ve başlangıçta sahip olduğu kinetik enerjiden daha düşük bir kinetik enerjiyle terk eder.

Esnek saçılma ile esnek olmayan saçılma arasındaki birinci fark; esnek olmayan saçılmada hedef çekirdek, nötronun iletmış olduğu kinetik enerjiyi iç enerjisine dönüştürerek bir müddet uyarılmış halde kalır. Diğer fark ise, esnek saçılma çarpan nötronun kinetik enerjisinin her değeri için gerçekleşmesine rağmen esnek olmayan saçılmada çarpan nötronun kinetik enerjisi ancak belli bir değerden fazlaysa gerçekleşebilmektedir. Çarpan nötronun, hedef çekirdeği uyarabilmesi için sahip olması gereken minimum kinetik enerjiye esnek olmayan saçılma için eşik enerjisi denir.

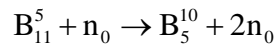
Çarpan çekirdeğin sahip olduğu kinetik enerjinin bir kısmı hedef çekirdeğe ait bir iç uyarılma enerjisine dönüştüğünden esnek olmayan saçılmada çarpan nötronla hedef çekirdek arasında kinetik enerji korunmaz.

3) Adi Transmütasyon Reaksiyonları: Bu tip reaksiyonlar ikiye ayrılır.

a)  $(n, \gamma)$ ,  $(n, p)$ ,  $(n, \alpha)$  reaksiyonları

b)  $(n, 2n)$  reaksiyonları

Birinci cinsten reaksiyonlar nötronların difüzyon teorisi görüşüyle adi nötron yutması reaksiyonlarıdır. İkinci tip reaksiyonlarsa nötron çoğaltıcı bir reaksiyon tipi olmak bakımından ilgi çekicidir. Örneğin;



reaksiyonu gösterilebilir.

Bu, esas itibariyle iki kademeli bir çekirdek reaksiyonudur. Birinci kademede yeterli derecede büyük kinetik enerjili bir nötron hedef çekirdeğe çarparak esnek olmayan bir saçılmaya neden olur. Çok kısa bir zaman sonra çekirdeği terk eden bu nötron geride uyarılmış bir çekirdek bırakır. Eğer çekirdeğin uyarılma enerjisi yeterli derecede büyükse, çekirdek bu fazla enerjiyi, mesela bir  $\gamma$  fotonu yerine, bir nötron yollayarak yok edebilir. Açık olarak görülmektedir ki  $(n,2n)$  reaksiyonunun gerçekleşebilmesi için çarpan nötronun eşik enerjisinin çok yüksek olması gerekmektedir. Gerçekten de yapılan deneyler sonucunda eşik enerjisinin düşük hedefler için 10 ile 20 MeV ve daha yüksek hedefler için 5 ile 7 MeV arasında olması gerekmektedir. Bu şekilde gerçekleşen reaksiyonlar çekirdek reaksiyonunu yüksek enerjili nötronlarla gerçekleştiren reaktörlerin içindeki nötron dengesinde fark edilebilir bir rol oynar.

4) Filyon: Ağır atom çekirdeklerinin üzerine yollanan belirli kinetik enerjiye sahip nötronları yakalamaları sonucu atomlar hemen hemen eşit atom numaralarına sahip iki parçaya bölünebilme özelliği gösterirler. Bu bölünme sırasında bir miktar elektron,  $\gamma$  fotonu, nötrino ve nötron açığa çıkar. Bu şartlar altında gerçekleşen çekirdek reaksiyonuna filyon adı verilir. Bazı

elementler kendi kendilerine, yani dışarıdan herhangi bir etkiye maruz kalmadan fisyonu uğrarlar. Bu tarz fisyonu özel bir radyoaktif parçalanma gözüyle bakmak gerekir. Özgül bağ enerjisi yarı ağır çekirdeklerde en yükseğe eriştiğinden ve yalnız hafif ve ağır çekirdekler için küçük değerler aldığından ancak  $A > 100$  olan ağır çekirdeklerin fisyonu, ısı veren bir durum göstermekte ve enerji üretme bakımından çok daha dikkat çekmektedir. Çekirdeğin damla modeli kuramı, hafif olmayan çekirdeklerin içindeki enerji ilişkisini iyi aktarabilir. Bu modele göre çekirdek, uyarılmamış halde iken, yüzey geriliminden dolayı küresel bir şekle sahiptir. Çekirdek, kendi üzerine bir tanecik aracılığıyla enerji sevk edilmesinden dolayı uyarılmış ve bir şekil değişimine maruz kalmış olur (çekirdek yüzeyinin büyümesi gibi) ve tıpkı bir damlacık gibi çok kısa bir zaman süren çarpışmadan dolayı dış kuvvetlerin etkisi altında bir takım salınımlar yapmaya başlar. Eğer burada meydana gelen gerilimler yeterli derece büyükse tanecikler, salınımlar sırasında birbirlerinden uzaklaşır ve nispeten uzak mesafelerdeki etkileri daha büyük olan Coulomb itme kuvvetleri dolayısıyla birbirinden ayrılırlar.

Bu durumda göz önüne alınan ağır çekirdeğin uyarılma enerjisi, toplam enerjinin ancak temel halden fisyonu kadar olan değişimine karşılık gelen bir eşik değerine eriştiği zaman fisyon olayı gerçekleşir. Nötronlar aracılığıyla üretilmiş fisyonu ele alacak olursak, fisyon elde etmek için kullandığımız her nötrona karşılık en az iki nötron elde edeceğiz demektir.

Eğer fisyon olayından çoğalan nötronların kinetik enerjisi, fisyon olayının gerçekleştiği nokta civarında ki çekirdekleri fisyonu uğratmak için gereken eşik enerjisinden büyükse bu nötronlar (bunların hiçbirinin absorplanmadığını ve buldukları yerden kaçıp gitmedikleri farz edildikleri durumda) başka fisyon olaylarına ve dolayısıyla daha fazla sayıda nötronun açığa çıkmasına neden olurlar. Bu yeni doğan nötronlar da aynı şekilde diğer çekirdekleri fisyonu uğratabilirler ve böylece bu çekirdek reaksiyonları bir reaksiyon zinciri şeklinde devam eder. Bu nedenden dolayı bu tarzdaki reaksiyonlara zincirleme reaksiyonlar adı verilir. Fisyonda çoğalan her iki yeni çekirdeğin kütleleri birbirine eşit olmayıp, yaklaşık olarak 5/7 civarında bir oran teşkil eder. Fisyon olayının gerçekleşmesiyle birlikte



büyük bir enerji açığa çıkar. Bu enerjinin önemli bir kısmı fisyon ürünlerinin yaklaşık olarak 15000 km/s'lik bir hızla hareketini sağlayan kinetik enerjiye dönüşür. Nötronlar için en muhtemel fisyon enerjisi 0,72 MeV ' $E_f$ ' ortalama enerjisi de 2 MeV civarındadır. Çoğalan bir ortamdaki her nötronun ortalama bir ömrü olacaktır, bu ortalama ömür süresi zarfında ortamda fisyon yoluyla doğan nötronların ortalama sayısına bir 'nötron nesli' denir. Nötronlar da doğup bir nötronun ortalama ömrü kadar zaman geçirdikten sonra birbirlerinin peşi sıra ölürlür. Mesela belirli bir zaman orjiniinden itibaren sıralanan nötron nesillerinden  $t$ 'nincisi göz önüne alınırsa ve bu nötron nesli içindeki nötronların sayısına da  $N_t$  denilirse, bu nötron neslinin hemen arkasından gelen  $(t+1)$ 'inci nötron neslindeki nötron sayısı da  $N_{t+1}$  ile gösterilerek arkadan gelen  $N_{t+1}$ 'inci nötron sayısının bir öndeki nötronların sayısı olan  $N_t$ 'ye oranı  $k$  denilen çoğalma katsayısı ya da çoğalma çarpanına eşittir.  $k$ ; ortamdaki nötronların çoğalmalarının bir ölçüsüdür.

Nükleer reaktörün düzenli olarak çalışması ve sabit enerji açığa çıkarması için fisyon tepkimesi sonucunda oluşan ortalama 2 hızlı nötronun sadece 1 tanesinin yavaşlatılarak yeniden fisyon tepkimesini oluşturması sağlanır. Uzun bir zaman süresince  $t$  sayısı hangi değeri alırsa alsın hep  $k = 1$  ise çoğalan ortamdaki nötron sayısı eksilmiyor fisyon, yutma ve ortamın dış yüzeyinden dışarı kaçma dolayısıyla kaybolan her nötronun yerine bir yenisi konuluyor demektir. Bu koşulda bulunan ortam 'kritik çalışma düzeyidir. Eğer  $k$ , aynı şartlar altında hep 1 den büyük kalıyorsa bu ortama 'üst kritik ortam' denir.  $k$ 'nın hep 1'den küçük olduğu ortama da 'alt kritik ortam' denir. Alt kritik ortamda zincirleme fisyon reaksiyonları zamanla söner, yani yeni oluşan ortalama iki nötronun hiç biri yavaşlatılamaz ve başka bir  $U^{235}$  tarafından yakalanmazsa zincirleme reaksiyon kesilir. Üst kritik ortamda da bu durumun aksine hızlı nötronların 1 den fazlası yavaşlatılarak 1 yerine 2 nötron yeni tepkimede açığa çıkarsa, aşırı kritik tepkime olarak adlandırılan bu durum zincirleme reaksiyonun kontrol dışına çıkmasına yol açar.

Atom reaktörlerinde çoğalma kat sayısının daima 1'e eşit olması istenilen bir durumdur. Eğer nötron seviyelerinde bir değişiklik yapılmak isteniyorsa bu önemli tedbirler alınarak yapılmalıdır. Aksi takdirde nötron akısı çok kısa bir zaman

süresince çok hızlı artarak reaktörün gücünü ve ısı üretimini de arttıracığından bunlara dayanamayan reaktörün yapı maddelerinin bozulmasıyla nötronların ve ortamdaki reaksiyon ürünlerinin reaktörün dışına sızma ihtimali olabilir. Zincirleme fisyon olayları sonucunda ortaya çıkan nötronların kontrol altında tutulması reaktör fiziğinin önemli sorunlarından biridir. Nükleer reaktörlerden istenilen verimin alınabilmesi için açığa çıkan nötronlar ve diğer parçacıklar daima kontrol altında tutulmalıdır. Nötronlar reaktör içinde radyoaktif çekirdeklerle reaksiyonlar yaparlar ve bunun sonucu olarak da rastgele dağılırlar. Böylece belirli bir anda reaktörün herhangi bir noktasında açığa çıkan nötronlar, başka bir anda reaktörün farklı noktasında enerjileri değişmiş olarak belirirler. Reaktör içinde nötronlar sürekli olarak çekirdeklerle etkileştiklerinden birçok nötron her etkileşme sonucunda enerjilerini değiştirerek farklı yönlere saçılırlar.

Reaksiyonların kontrol altına alınabilmesi insanların çekirdek enerjisini istekleri gibi kullanabilmelerini sağlar. Atom reaktörleri çekirdek enerjisini kontrol altında üretebilen makinelerdir. Genel olarak atom reaktörleri, içinde fisyon reaksiyonlarının gerçekleşebileceği bir nükleer yakıtı ve bu reaksiyonlardan doğacak olan fisyon nötronlarını, yeni fisyonlara sebebiyet verebilecek şekilde yavaşlatmak için bir yavaşlatıcı bulundurlar. Yavaşlatıcıların içindeki nükleer yakıt, büyük bir nötron yansıtma yeteneğine sahip olan su, ağır su, parafin, grafit, berilyum ya da berilyum oksiti ile çevrilidir.

Bir reaktör için nükleer yakıtın kritik kütlesi daima reaktör içinde bir miktar fazla reaktiflik kalacak şekilde hesaplanır. Bu fazla reaktiflik:

- a) Tüklenen nükleer yakıttan dolayı nötronların gitgide daha az sayıda çoğalmalarından ileri gelen reaktiflik düşüklüğünü,
- b) reaktörün, miktarca artan fisyon ürünlerinin bazılarının sahip oldukları büyük absorplanma tesir kesitlerinden dolayı kaybettiği reaktifliği,
- c) deneyim için reaktöre gönderilen numunelerin oluşturduğu reaktiflik kaybını telafi etmek,

d) reaktördeki nötron seviyesini daha yüksek bir seviyeye çıkarmak (reaktörün gücünü arttırmak) için kullanılır.

Bunun için nötron absorplama yeteneği fazla olan bor, kadmiyum, hafniyum, paslanmaz çelik vs. gibi maddelerden yapılmış çubuklar reaktör içine gönderilir ve bunların reaktöre az ya da çok sokulmalarına göre reaktörün reaktifliği kontrol edilebilir.

Söz konusu olan bu yutucu çubuklar:

- a) ince ayar çubukları,
- b) kaba ayar (veya kontrol) çubukları,
- c) emniyet çubukları

olmak üzere üç türdür. Bunlardan ince ayar çubukları, isminden de anlaşıldığı gibi reaktörün sahip olduğu reaktifliğin sadece küçük bir kesrine etki edebilir. Kaba ayar veya kontrol çubukları denilen çubuklar, reaktörü işletmek ve normal zamanlarda durdurmak için kullanılıp reaktörün kritik düzeyde çalışmasını sağlar. Emniyet çubukları ise reaktördeki nötron seviyesi ortalama bir değeri geçtiği zaman ya da bir aksama olduğu zaman otomatik olarak reaktörün durmasını yani alt kritik seviyeye düşmesini sağlar.

Reaktör çekirdeğindeki yakıt çubuklarının reaktörün güç düzeyi ve çalışma süresine bağlı olarak değiştirilmesi gerekir. Kullanılmadan öncesine göre iki milyon kat daha radyoaktif hale gelen kullanılmış yakıt çubukları atık havuzlarında yıllarca soğutulur.

Genel olarak bir nükleer reaktörde bulunan elemanlar;

- ✓ Nükleer yakıt (  $U^{235}$  veya  $Pb^{239}$  ),
- ✓ Yavaşlatıcı (moderatör),
- ✓ Reaktör çekirdeğini çevreleyen sızıntıyı ve reaktörün kritiklik düzeyini azaltmaya yardımcı bir yansıtıcı (reflektör),

- ✓ Nötronların gama ışınlarının çevreye veya tesisi çalıştıran personele biyolojik zarar vermesini engelleyen koruma kabuğu,
- ✓ Nükleer tepkime sonucu meydana gelen ısıyı çekirdekten almak ve elektrik üreten türbinlere iletmek için soğutma suyu, soğutma sıvısı veya soğutma gazı,
- ✓ Kontrol çubukları,
- ✓ Denetim veya soğutma sisteminin bozulması durumunda aşırı kritik çalışmayı veya çekirdek erimesini önleyecek biçimde tasarlanmış reaktörün içindeki ve dışındaki çeşitli acil durum sisteminden oluşur.

Ayrıca nükleer reaktörlerde açığa çıkan nötronların sayısı, enerjileri ve konumları da o reaktörün genel davranışını göstermektedir. Bu nedenlerden dolayı reaktör içinde zincirleme fisyonun devamı için nötron dağılımı çok önemlidir. Bu ortamların fiziksel özelliklerinin açıklanması ve hesaplanması için kullanılan teoriye ‘Reaktör Teorisi’ denir. Reaktör teorisinin temeli ‘Nötronların Difüzyon Teorisi’dir. Nötronların reaktör içindeki uzaysal dağılımları bir difüzyon olayı olarak düşünülür. Difüzyon teorisi, çeşitli yollarla üretilmiş nötronların farklı ortamlardaki difüzyonunu (dağılımı) matematiksel yönden inceleyen bir bilim dalıdır. Difüzyon denklemi, ortamdaki nötron miktarını belirleyen denge denklemidir.

Nötronların çekirdeklerle yaptıkları çarpışmalar sonunda farklı yollar çizerek ilerledikleri gözlemi bu hareketlerinin sonucu olarak da reaktörün bir kesiminde nötronların farklı bir enerjiyle ortaya çıktıklarının gözlenmesi yani nötronların bir bölgeden diğer bir bölgeye taşındıkları reaktör içinde yer değiştirdikleri söylenir. Nötronların reaktör içindeki bu hareketlerinin incelenmesine ‘Nötron Transport Denklemi’ veya ‘Boltzman Denklemi’ denir. Nötron transport denklemi, nötronların difüzyonunu matematiksel bakımdan en uygun şekilde inceleyip nötron difüzyon teorisini özel bir durum olarak kabul eden ve açıklayan bir teoridir. Nükleer reaktörlerde kontrol altında tutulması gereken en önemli parçacıklardan biri nötronlar olduğundan ve nötron transport denklemi de nötronların reaktör içindeki dağılımlarını incelediğinden, nötron transport denklemi reaktör tasarımı ve çalışmasında önemli bir rol oynar.

Reaktörde sınırlardan ve kaynaktan uzak bölgelerde difüzyon denklemi geçerlidir. Buradaki uzaklık kavramı, nötronun aldığı ortalama serbest yoldan daha büyük uzaklıkları kapsamaktadır. Ortalama serbest yol, nötronun iki reaksiyon arasında aldığı ortalama yoldur, bu difüzyon teorisinin temelidir.

Difüzyon denkleminin çözümü için:

Göz önünde tutulan ortamın meydana getirdiği uzay parçasının her noktasında nötron akısı sonlu kalmalı ve negatif değerler almamalıdır, değişik difüzyon yeteneğine sahip bitişik iki ortamın ara yüzeyinde nötron akımları sürekli olarak değişmelidir (toplam saçılmanın toplam absorplanmadan çok daha büyük olduğu durumlar). Boşlukla çevrili nötron akısını gösteren fonksiyon ortamla boşluk arasında geometrik bir sınır teşkil eden ara yüzeyin biraz dışına uzatılmış (ekstrapole) bir sınırdan sıfır olur. Düzgün bir simetriye sahip olan konveks, çoğaltıcı ortamlarda, fisyon nötronlarından başka bir yabancı nötron kaynağı bulunmadığı durumlarda, nötron akısı ortamdaki simetri yerine göre simetrik olup buralarda uç değerine ulaşır.

Bunlar göz önüne alındığında doğru bir hesaplama için transport teorisi gerekmektedir. Transport problemi esasen difüzyon teorisinin haricinde, radyatif transfer, plazma teorisi, sesin yayılması gibi teoriler ile benzer diğer alanlarda da kullanıma sahiptir. Nötron transport teorisi bireysel reaksiyon sonuçlarına uyan yasalarla başlar ve nötronların uzaysal, açısal ve enerjiye bağlı dağılımını inceleyen istatistiksel bir problem olarak düşünülür. Nötronların genel davranışını konuma, açığa, zamana ve hıza bağlı olarak inceler. Transport denkleminin belirli yaklaşımlar altında sadece konuma bağlılığı göz önüne alınarak difüzyon denklemine ulaşılır.

Nötron transport denklemi analitik, sayısal ya da yarı analitik olmak üzere üç farklı yöntemle çözülebilir. İntegro-diferansiyel Boltzman denklemi (hem integral hemde diferansiyel terimler içerdiğinden dolayı bu ad verilmiştir) olarak da adlandırılan transport denkleminin yapılan ilk çözüm yaklaşımlarından bir tanesi Case yöntemidir (Lewis ve Miller,1993). Case yöntemi temelde kısmi diferansiyel denklemlerin değişkenlerine ayırma yöntemiyle çözülmesi mantığına dayanmaktadır. Hem Case hem de değişkenlerine ayırma yöntemlerinde birden fazla çözüm bulunabilmekte ve bu çözümlerin bileşimi sınır şartlarını sağlamak koşuluyla genel çözümü

vermektedir. Bu iki yöntem arasındaki tek fark, transport denkleminin çözümlerinin çoğunun tekil olmasıdır. Ayrıca bu çözümlerin denklemdaki integrale yerleştirilmesi durumunda fiziksel anlamları vardır. Son olarak Case yöntemi, nötron transport denkleminde düzlem geometride yapılmış ilk analitik çözüm yaklaşımıdır.

Nötron transport denkleminin çözümü için kullanılan yöntemlerden bir tanesi de Fourier transformu yöntemidir. Fourier transformu bir yaklaşım olmasının yanı sıra çok gruplu problemlerde de kullanılabilir (Öztürk, 2003).

Uygulamalı bilimde hemen hemen bütün araştırmacılar Legendre, Hermite ve Laguerre gibi bazı özel klasik ortogonal fonksiyonlarla karşılaşmışlardır. Bu polinomlar arasında Legendre Polinomları fizikte ve mühendislikte geniş bir kullanım alanına sahiptir. Örneğin Legendre ve Associate Legendre Polinomları bir atomun yörüngesindeki elektronların dalga fonksiyonunun ve küresel simetrik geometride potansiyel fonksiyonunun tanımlanmasında geniş bir şekilde kullanılır. Özellikle nükleer reaktör fiziğinde, Legendre Polinomları olağanüstü bir öneme sahiptir. Nötron akısının analitik ve sayısal hesaplamaları  $P_N$  (Legendre polinomları) ve  $S_N$  (ayrık ordinatlar) diye adlandırılan iki ana yöntemle yapılır.  $P_N$  yönteminde, açılmalı akı konum ve açıya bağlı olduğundan nötronların açılmalı akısı Legendre Polinomları cinsinden seriye açılır. Bu açılımın katsayıları konuma bağlıdır ve sadece ilk iki terimin fiziksel anlamı vardır. Sıfırıncı bileşen nötron skaler akısı ve birinci bileşen nötron akımı olarak bilinir.  $S_N$  yönteminde, nötron skaler ve açılmalı akısının çözümü için Gauss-Legendre kuadratur setleri kullanılır.  $P_N$  yöntemi, sayısal transport hesaplamalarına en güçlü yaklaşımlardan biridir (Yıldız, 1998).  $P_N$  yönteminde elde edilen sonuçlar inşa edilecek fisyon reaktörlerinde başarılı bir şekilde kullanılmaktadır. Bu yöntemden başka kullanılan yöntemlerde mevcuttur. Fakat  $P_N$  yöntemi kadar yaygın değildir.  $S_N$  yönteminde elde edilen sonuçlar  $P_N$  yönteminde elde edilen sonuçlarla uyum içindedir.

İntegro-diferansiyel Boltzman denklemi olarak da adlandırılan I. tip nötron transport denklemi reaksiyonlar sonucunda saçılma ve soğurulmaların yanı sıra bir kaynağın bulunduğu küçük hacim elemanı içindeki nötron sayısının değişimi yazılarak oluşturulur. Böylece herhangi bir noktadaki açılmalı akı dağılımı bulunabilir. Fredholm

denklemleri olarak da bilinen III. tip nötron transport denklemleri ise sadece ortamın sınırdaki açısal akı değişimi cinsinden yazılır. Sınırdaki çözüm bulunduğundan sonra ortamın herhangi bir noktasındaki çözüm bulunabilir. II. tip nötron transport denkleminin çözümü ise varyasyon yöntemi kullanılarak bulunabilir.

Lineer transport denklemleri çalışılan geometride farklı durumlar için çözüldükten sonra difüzyon uzunluğu gibi fiziksel problemlerin çözümleri yapılabilir.

Nötron transport denklemlerinin çözümünde en önemli faktörlerden biri uygun nötron saçılma fonksiyonunu tanımlamaktır. Nötron saçılmasının büyük öneme sahip olduğu birçok durum vardır. Nükleer reaktör fiziğinde bilindiği gibi nötron enerjisi arttıkça ya da etkileşen çekirdek kütlesi arttıkça, nötron saçılması gittikçe anizotropik olur. Bu yüzden, bu gibi durumlarda saçılma olayının ayrıntılı yapısı gerektiği için nötronun dağılımı ile ilgili çalışma daha zor hale gelir.

Nötron transport denkleminin analitik ve sayısal çözümü için polinom açılımına dayanan pek çok yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemler arasında, açısal nötron akısının Legendre polinomları cinsinden seriye açıldığı küresel harmonikler metodu ( $P_N$  metodu) en sık tercih edilen yöntemdir. Küresel harmonikler ve diğer polinom açılımına dayanan tekniklerin birinci mertebeye yaklaşımları genellikle “difüzyon yaklaşımı” olarak bilinir ve bu yaklaşım nükleer sistemlerin ilk hesaplamalarında hala tercih edilen bir yaklaşımdır. Transport denklemlerine difüzyon yaklaşımı uygulanarak bir nükleer reaktöre ait nötron dağılımı ve enerji spektrumu gibi birçok özelliği hakkında bilgi edinilebilir. Difüzyon teorisi özellikle ikincil nötron sayısı  $c$ 'nin 1'e yakın olduğu değerlerde doğru sonuçlar vermektedir.

Legendre polinomlarında açma yönteminin bütün transport teorisi problemlerinde iyi sonuçlar vermeyeceği gerçeğinden yola çıkarak, yine Legendre polinomları gibi Jacobi polinomları ailesinden olan Chebyshev polinomları da transport teorisi problemlerinin çözümünde sıklıkla kullanılabilir. Özellikle son zamanlarda hem birinci tip Chebyshev polinomları ( $T_N$  metodu) hem de ikinci tip Chebyshev polinomları olan ( $U_N$  metodu) transport teorisi ile ilgili birçok probleme başarıyla uygulanmış ve literatürle uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Bu çalışmada saçılma

fonksiyonu yerine bir çeşit üretme fonksiyonu olan bir saçılma fonksiyonunun doğrudan formunu kullanmak hem çözüm algoritmasında hem de sayısal sonuçlarda daha etkili olmuştur. Bu nedenle bu çalışmada iki ayrı faz fonksiyonu olan Henyey-Greenstein (HG) ve Anlı-Güngör (AG) saçılma fonksiyonlarının kullanılması tercih edilmiştir. Transport denkleminin çözümü için açılma nötron akısı ifadesi yerine daha önceki çalışmalarda kullanılan I. tip Chebyshev polinomları değil II. tip Chebyshev polinomları cinsinden seriye açılmış  $\psi(x, \mu)$  açılımları önerilmiştir.

Alternatif saçılma fonksiyonları nötron transport denkleminde yerine yazılarak Chebyshev polinomlarının diklik ve tekrarlıma bağıntıları yardımıyla birinci mertebeden başlayıp daha yüksek mertebelere kadar moment denklemlerini elde etmek mümkündür.

Bu tez çalışmasında, birinci mertebeden yaklaşım (difüzyon yaklaşımı) yapılarak elde edilecek ilk iki moment denklemlerinden farklı  $c$  (çarpışma başına ortaya çıkan ortalama nötron sayısı) ve  $t$  parametreleri için difüzyon uzunluğu ve difüzyon katsayısı hesaplamaları yapılmıştır.

Bu çalışmamızın giriş bölümünden sonra Bölüm 2’de, transport teorisi ve transport eşitliği ile bu güne kadar yapılmış çalışmalar özetlenmiştir. Bölüm 3’de transport denkleminin türetilmesi ve bulunan sonuçların karşılaştırılması için Chebyshev polinomları ile  $U_N$  metodu anlatılmıştır. Daha sonra ise bu çalışmanın temelini oluşturan analitik çözüme dayalı AG ve HG faz fonksiyonlarına  $U_N$  metodu uygulanmıştır. Bölüm 4’de düzlem geometride transport eşitliğini AG ve HG faz fonksiyonlarına uygulayarak bulduğumuz moment denklemlerinin  $c$  ve  $t$  parametreleri hesaplanarak bu sonuçlar diğer yöntemlerden bulunan sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Son olarak sonuç bölümünde ise yeni yöntem ile bulduğumuz çözüm sonuçları değerlendirilmiştir.

## 2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Nükleer reaktörlerin sorunsuz bir şekilde tasarlanması ve çalıştırılması için nötron akısının reaktör içerisindeki dağılımının tam olarak bilinmesi gerekmektedir. Bu



amaçla radyoaktif çekirdeklerle etkileşme durumları çerçevesinde nötron akısının konuma ve açığa bağlı olarak çözümlenmesinde birçok yöntem geliştirilmiştir. Nötron dağılımını bulmak için transport teori çalışmak Boltzman denklemi çalışmak demektir çünkü transport teorisinin kaynağı ilk olarak gazların kinetik teorisi çalışmaları için kullanılan Boltzman eşitliğine dayanmaktadır ve transport teori alanındaki çalışmalar da Boltzmann'ın 1872'deki yayını ile başlamıştır. Bu denklem gazların kinetik teorisi, radiatif transport olayları ve plazma dinamiği alanlarında kullanılmıştır ve bu olayların dışında bazı yaklaşımlar yapılarak çözümlenen transport denklemi, nükleer reaktör teorisinde iyi sonuçlar vermiştir.

1930'da yıldızların yaydığı radyasyonun transportu çalışmaları birkaç analitik çözümün bulunmasına yol açmış olsa da bu problemlerin fiziksel çözümü sınırlı kalmıştır.

1940'larda nükleer zincir reaktörlerinin gelişimine kadar nötr parçacıkların transport denklemi farklı geometrilerde çözülmek istenmiş sadece birkaç analitik yöntem uygun sistemler için uygulanmıştır.

J. Chadwick'in nötronu keşfetmesinden sonra, 1932'de E. Fermi nötronlarla gerçekleşen nükleer reaksiyonları araştırmaya başlamış, yavaş nötronlar kullanarak beta bozunumunda açığa çıkan radyoaktif izotoplar oluşabileceğini bulmuştur. 1939'da Bohr teorisinin ortaya atılmasından sonra Fermi, fisyon reaksiyonundan hemen sonra nötronların salıverildiğini göstermiştir. Sonraki zamanlarda da açığa çıkan enerji çıkışını gözlemlemek için bir dizi deney yapmıştır. Nükleer enerjiye duyulan ihtiyaç doğrultusunda 1939'dan beri transport problemleri geniş olarak araştırılmıştır. 1 gram  $U^{235}$ 'in bozunumunun  $24 \times 10^3$  kWh enerji açığa çıkarttığı sonucu bilim adamlarının neden transport problemi çalışmalarıyla ilgilendiklerinin bir göstergesidir. Nötron transport denklemi lineer bir denklemdir ve klasik fizikteki denklemlerden oldukça farklıdır.

İlk olarak Davison (1958), kritik yarı kalınlık ve kritik yarıçap hesaplamaları için, nötron transport denkleminin Legendre polinomları ile çözülebileceğini önermiş ve transport teoride karşılaşılan tekil öz fonksiyonların başlangıç ve sınır değer

problemlerinin çözümüne uygulanması yine Davison(1958), tarafından gerçekleştirilmiştir. Conkie (1959), yineleyen yöntem kullanarak düşük merteye için Milne problemini çalışmıştır. Temel yarı kalınlık için Mitsis (1963), Case ve Zweifel (1967), ilk özdeğer çalışmalarını yapmışlardır. Case (1967)'in çalışmasına kadar nötron transport teorisindeki problemlerin çoğu Fourier veya Laplace transformu teknikleriyle çözülmüyordu. 1940'dan sonra nötron transport teorisinin genel durumu birçok araştırmacı tarafından yeniden tanımlanmıştır (bunlar arasında Marshak (1947), Mark (1947), Davison (1958), Case ve ark. (1953)da vardı).

O zamanlarda dağılım teorisi Case (1967), ve diğerleri tarafından başarıyla uygulanıyordu. Daha sonra Case (1967), tek hızlı nötron transport denklemini çözen yeni bir yöntem geliştirmiştir. Homojen denklemin tekil çözümlerini düşünmüş ve öz fonksiyonlar için diklik ve tamlık teorilerini geliştirmiştir. Bu yöntemin avantajı, bu sınıftaki bütün problemlerin sonlu sayıdaki açılım katsayılarının hesaplanması durumuna indirgenebilmesidir. Case'in sonsuz veya yarı sonsuz ortamda izotropik saçılmalı tek hızlı transport denklemine getirdiği çözümle sınırlı orijinal çalışmasından sonra, Case yönteminin genelleştirilmesiyle daha karmaşık problemler çözülmüştür. Mika (1961), izotropik olmayan saçılma için tek hızlı denklemin çözümünü elde etmiştir. Nötronların çekirdekle etkileşmesinde anizotropi durumunun nötron dağılımı üzerindeki etkisi nötron transport teorisinin önemli problemlerinden biridir. Anizotropik saçılma durumu incelendiğinde, saçılma fonksiyonunu Legendre polinomları cinsinden seriye açmak gelenek olmuştur. Serinin eğer sadece ilk terimi alınırsa bu, izotropik saçılma durumuna karşılık gelmektedir. Ancak ikinci terimi de alınırsa lineer anizotropi durumu, üçüncü terimi de alınırsa kuadratik anizotropi durumu düşünülmelidir. Bu durumlarda çözüm bulabilmek için tekil integral denklemlerin de önemli bir rol oynadığı farklı yöntemler kullanılmaktadır. Daha yüksek mertebeden anizotropi durumları için sonuçlar oldukça karmaşıktır.

Yüksek mertebeden  $c$  özdeğerleri Kerner ve Arkadaşları (1967), ile Kschwendt (1971), tarafından kritik dilim için hesaplamalar yapmışlardır. İnönü (1973), şiddetli anizotropik saçılma problemlerini değişik geometrilerde çözmek zor olduğu için ileri ve geri saçılma terimini içeren anizotropik saçılma için bir model geliştirmiştir.

Birçok araştırmacı nötron transport teorisinde çözüm elde etmek için İnönü'nün saçılma modelini kullanmışlardır. Nötron saçılmasında, nötron enerjisinin etkisini Brockmann (1974), yaptığı bir çalışma ile açıklamıştır. Bu çalışmayı takiben Kaper (1974), temel yarı kalınlığı düzenli bir şekilde yaptığı çalışmalar ile sıralamıştır.

Transport teorisinde kuadratik anizotropik durumda yapılan çalışmalar az sayıdadır. Bu durum ilk olarak Lathrop ve Leonard (1965), tarafından çalışılmış olup lineer ve kuadratik anizotropik saçılma ile ilgili en detaylı hesaplamalar Sjöstrand (1976; 1978), tarafından yapılmıştır. Bunun yanı sıra lineer anizotropik saçılma ile ilgili ilk hesaplamalar Carlvik'in metodunu sınır koşullarında integral denkleminde uygulayan ve özdeğerleri altıncı mertebeye kadar veren Dahl ve Sjöstrand (1979), tarafından çalışılmış, karmaşık özdeğerleri kullanarak nötron transport denkleminde ekstrapole uzunluk için sayısal sonuçlar elde etmişlerdir.

Brockmann (1981), yaptığı çalışmada nötron transport teorisinde nötronların anizotropik saçılmasının önemini vurgulayarak ve dilim geometride nümerik nötron transport teorisinde anizotropik saçılmayla ilgili birkaç yöntem geliştirmiştir. Ayrıca farklı anizotropik saçılma yöntemleri tartışılmış ve bu yöntemlerin güncel problemlere uygulanabilirlikleri ortaya konmuştur.

Wood (1985),  $r$ - $z$  geometride varyasyonel sonlu elemanlar yöntemiyle transport denkleminin çözümüne gitmiştir. Bu çalışmada ve daha birçok çalışmada iki boyutlu geometriler için hazırlanmış FELICIT bilgisayar programı kullanılmış, bu program yardımıyla bulunan sonuçlar gerçek çözüm ve diğer transport yöntemlerinden bulunan sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Bu yöntemde ayrıca transport denkleminin çok gruplu durumu incelenmiştir.

Legendre polinomları ile kritik kalınlık ve kritik yarıçap hesaplamalarını geliştirmek için Aronson (1984), Lee ve Dias (1984), düz ve yansıtımlı dilim ve küresel geometride  $P_N$  yöntemini kullanarak yüksek mertebeden hesaplamalar yapmışlardır.

Grup içi saçılma, kaynak ve özdeğer problemleri için Williams (1971), ileri-geri saçılım kanununu kullanılarak elde edilen sonuçlar ile tek boyutlu sistemler için iki

gruplu nötron transport eşitliğinin çözümlerini karşılaştırmışlardır. Garis ve Sjöstrand (1989),  $n$ 'in çeşitli değerleri için  $c_n$ 'in büyük olduğu durumlarda kritiklik özdeğerleri için yaklaşık bir tanımlama vermişlerdir. Barros ve Larsen (1990), bütün hesaplamalarda uzaysal yuvarlatma hatalarından bağımsız olduğunu ispatladıkları, yeni bir sayısal yöntem geliştirerek elde ettikleri sonuçların daha güvenilir olduğunu yaptıkları hesaplamalarla göstermişlerdir. Kohut (1993), yaptığı bir çalışmada daha önceki yıllarda Dahl ve Sjöstrand (1979), tarafından çalışılan durumu geliştirerek nümerik hesaplamalarda kompleks özdeğerler kullanarak ve uyumlu sonuçlar elde etmiştir.

Sahni ve Sjöstrand (1997), tek hızlı nötronlar için yansıtımlı küresel geometride ileri ve geri saçılma için kritik yarıçap hesaplamaları yapmışlardır. Yıldız (1998), Legendre polinomları ile kritik kalınlık ve kritik yarıçap hesaplamalarını geliştirmek için çalışmalar yapmıştır.

Dilim geometri için kritik kalınlık, küresel ve silindirik geometri için ise kritik yarıçap hesaplamalarında kullanılan yöntem sadece  $P_N$  yöntemi değildir. Yaptıkları çalışmada, sonsuz ortamda Green fonksiyonlarını temel alan tekil öz fonksiyonlar yaklaşımını kullanarak, Kaşkaş ve ark. (2000), dilim ve küresel geometride kritik kalınlık ve kritik yarıçap hesaplamaları yapmışlardır. Güleçyüz ve ark. (2001) Spektral Green Fonksiyonu içeren, standart olmayan yardımcı bir eşitlik ile nötron transport denklemini hücre kenarı açılmalara bağlı olarak çözümlenmiştir.

Legendre polinomları ile yapılan kritik kalınlık hesaplamaları küresel geometriye açıklık getirmiyordu. Bu durumdan yola çıkarak Sahni ve Sharma (2000), bir kural önererek küresel geometride küresel harmonik momentlerini belirlemişler. Yansıtımlı durum için Atalay ve Yıldız (2002), yaptıkları çalışma ile yansıtma katsayısındaki azalma ve artma durumları üzerinde çalışmalarda bulunup yansıtma katsayısı arttıkça kritik yarı kalınlığın azaldığını göstermişlerdir. Atalay (2004), bir başka çalışmada ise küresel geometri ve yansıtımlı dilim geometride Fourier mode analiz yöntemi ile kritik yarı çap ve kritik kalınlık hesaplamaları yapmıştır. Sahni ve ark.(2004) ise Atalay'ın (2004) çalışmasını genişleterek yansıtımlı küresel geometride  $P_N$  metodu ile kritik yarıçap hesaplamaları yapmışlardır.

Daha sonraki yıllarda Anlı ve ark. (2006a, b), Chebyshev polinomları yaklaşımı kullanarak dilim geometride kritik kalınlık çalışması sonuçlarının Legendre polinomu ile uyumlu olduğunu göstermişlerdir. Öztürk ve ark. (2007a, b), önce  $T_N$  yaklaşımı kullanarak ileri-geri saçılma ile kritik kalınlık çalışmasını daha sonra ise tek boyutlu dilim geometride aynı problemi ileri ve geri saçılma ile yansıtmalı bir ortamda II. tip Chebyshev polinomlarını ( $U_N$  yöntemi) kullanarak tekrarlamışlardır. Takip eden yıllarda da  $U_N$  yöntemi özellikle kritik kalınlık problemi başta olmak üzere transport teorideki problemlere başarıyla uygulanmış ve sayısal hesaplamalarla elde edilen sonuçlar literatürde var olan sonuçlarla karşılaştırılmıştır (Öztürk, 2008, 2010, 2011; 2012; 2014).

Difüzyon hesaplamaları  $T_1$  ve  $P_1$  yaklaşımı ile Öztürk ve Anlı tarafından (2012), incelenmiş ve daha sonraki çalışmada dilim geometride difüzyon uzunluğu Öztürk ve arkadaşları tarafından çalışılarak elde ettikleri  $U_1$  ve  $P_1$  değerlerini, literatürdeki sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Nötron transport denkleminin çözümüne en iyi yöntemin geliştirilebilmesi için kullanılan farklı polinom yaklaşımları kadar, seçilen saçılma faz fonksiyonunun da transport çalışmalarında önemli bir yere sahip olduğu bazı çalışmalarda gösterilmiştir. Kamiuto ve Seki (1987), Legendre polinomu yaklaşımında, Henyey-Greenstein faz fonksiyonunu kullanarak albedo ve asimetri faktörlerini hesaplamışlardır. Anlı ve ark. (2005, 2007), yeni bir saçılma faz fonksiyonu tanımlayarak tek boyutlu dilim geometride özdeğer hesaplamaları yapmış ve yeni saçılma faz fonksiyonunun nötron transport denklemine uygulanabilirliğini göstermişlerdir.

Bülbül (2015), küresel geometride nötron transport denkleminin çözümü için saçılma tesir kesiti yerine genel olarak kullanılan Henyey-Greenstein (HG) ve alternatif bir faz fonksiyonu (Anlı-Güngör, AG) kullanılarak  $c$  (çarpışma başına ortaya çıkan ortalama nötron sayısı) ve  $t$  parametrelerine bağlı kritik yarıçap hesaplamalarının yapılabileceğini analiz etmiştir.

Öztürk(2013), AG ve HG faz fonksiyonlarını kullanarak yansıtmalı dilim geometri için kritik kalınlık çalışmasını yapmıştır.

Anizotropik ileri-geri saçılmalı durum için difüzyon yaklaşımı ise Bülbül ve Öztürk (2013), tarafından incelenmiş ve  $P_1$  değerleri ile karşılaştırılmıştır.

Tıraş ve arkadaşları (2014), hem I. tip hemde II. tip Chebyshev polinomu yaklaşımı kullanarak tek boyutlu küresel geometride difüzyon uzunluğu hesaplamaları yaparak  $P_1$  yöntemi ile literatürdeki tüm sonuçları karşılaştırmışlardır.

Son yıllarda bilgisayar teknolojisinin artması ve yapılan çalışmaların çeşitliliği farklı yöntemleri literatüre kazandırmıştır. Sayısal yöntemlerin geliştirilmesi ile bilgisayar kodları elde edilmiştir ve bu kodlar nükleer reaktörler, radyasyon zırhlaması ve diğer uygulamalarda transport denkleminin çözümünde kullanılmaktadır.

### 3.MATERYAL VE METOD

Nükleer reaktörlerin sorunsuz bir şekilde tasarlanması ve çalıştırılması için nötron akısının reaktör içindeki difüzyonunun tam olarak bilinmesi gerekir. Nötron difüzyon teorisi, çeşitli tarzlarda üretilmiş nötronların çelişkili ortamlardaki difüzyonunu (dağılımını) inceleyen bilimin konusudur. Nötron difüzyon teorisi nükleer reaktörlerin bulunduğu ortamın fiziksel özelliklerinin tasviri ve hesaplanması için kullanılan reaktör teorisinin temelini oluşturur.

#### 3.1. Temel Kavramlar

Bu bölümde nötron transport teorisinde geçen bazı temel kavramlardan kısaca bahsedilecek, daha sonraki bölümde ise bu kavramlar yardımıyla nötron transport denklemi türetilecektir.

**Açıklama 1:** Nötronların yayıldığı ortamda  $t$  anında  $\mathbf{r}$  noktasında herhangi bir küçük hacim elemanı  $d^3r$  içinde  $d^3u$  hız uzayında hızları  $\mathbf{u}$  civarında olan nötronların sayısı  $N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) d^3r d^3u$  ile belirtilir. Başka bir deyişle nötron açısal yoğunluğu  $N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$ ,  $t$  anında,  $\mathbf{r}$  noktasında  $\mathbf{u}$  hızına sahip, birim hacimdeki nötronların yoğunluğunu gösterir.

**Açıklama 2:**  $u$  nötronun hızı olmak üzere  $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{u}/u$  nötronların hızı doğrultusunda bulunan birim vektörü ifade eder. Buna göre;

$$d^3u = u^2 du d\boldsymbol{\Omega} \quad (3.1)$$

ile verilir.

**Açıklama 3:**  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) = \mathbf{u}N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$  nötron açısal akımı,  $\mathbf{u}$  hızına ait nötron yoğunluğunu verir.

**Açıklama 4: a)**  $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) = \int d\Omega N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$  birim hacimde  $d\Omega$  açısı içine saçılan nötron sayısını gösterir. Yani hızı bağlı nötron yoğunluğudur.

**b)**  $\rho(\mathbf{r}, t) = \int N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) d^3u$ , nötron yoğunluğunu temsil eder, herhangi bir  $t$  anında  $\mathbf{r}$  noktasında hızdan bağımsız toplam nötron yoğunluğudur.

**Açıklama 5: a)**  $\Phi(\mathbf{r}, t) = \int d^3u \mathbf{u} N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$ , hızdan bağımsız nötron akısı ile verilir.

**b)**  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \int d^3u \mathbf{u} N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$ , nötron akımını gösterir.

$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  ile  $\Phi(\mathbf{r}, t)$ 'nin açıklamasının birbirine yakınlığı görülmektedir. Fakat akım bir vektördür akı ise bir skalerdir. Bu sebeple akım ve akının birimleri değişmez; saniyede, santimetrekaredeki nötron sayısı = nötron /cm<sup>2</sup> s

İzotropik nötron dağılımda  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = 0$  iken  $\Phi(\mathbf{r}, t) \neq 0$  olmalıdır. Akımın ve akının özel fiziksel anlamları mevcuttur. Buna göre birim zamanda  $dS$  alanından geçen net nötron sayısı  $\mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}$  ile verilir. Bu alandan geçen net nötron sayısı, alandan içeri giren ve alanın dışına çıkan nötronların farkıdır.

**Açıklama 6:**  $l(\mathbf{r}, \mathbf{u})$ , nötronların ortalama serbest yoludur  $u/l(\mathbf{r}, \mathbf{u})$  saniyedeki reaksiyon sayısını gösterir. Buna göre;

$$\frac{u}{l(\mathbf{r}, \mathbf{u})} N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) d^3r d^3u \quad (3.2)$$

Denklem (3.2),  $\mathbf{r}$  konumunda, hızları  $\mathbf{u}$  olan nötronlar için saniyedeki olay sayısını ifade eder. Çekirdeğin hızı nötronun hızının yanında küçük olduğundan dolayı çekirdeğin hızı hesaba alınmazsa yani ihmal edilirse,  $l$ 'nin sadece nötron hızının fonksiyonu olduğu kabul edilir.

Ortalama serbest yolun tersi makroskopik tesir kesiti olarak açıklanır.



$$\sigma_T(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \frac{1}{l(\mathbf{r}, \mathbf{u})} \quad (3.3)$$

Makroskopik tesir kesiti, mevcut durumda bulunan bütün çekirdeklerin tesir kesitlerinin toplamına eşittir:

$$\sigma_T(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \sum_i N_i(\mathbf{r}) \Sigma^i(\mathbf{u}) \quad (3.4)$$

Burada  $N_i(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{r}$  noktasında  $i$  tipindeki çekirdek yoğunluğudur.  $\Sigma^i(\mathbf{u})$  de  $i$  tipi bir reaksiyon için toplam mikroskopik tesir kesitini verir. Mikroskopik tesir kesiti birbirinden ayrı reaksiyon gösteren birçok bileşenin toplamından oluşur. Dolayısıyla;

$$\Sigma^i = \Sigma_s^i + \Sigma_a^i + \Sigma_{in}^i + \Sigma_f^i \quad (3.5)$$

olarak ifade edilir. Burada  $\Sigma_s^i$  elastik saçılmayı,  $\Sigma_a^i$  yutma(absorbtion),  $\Sigma_{in}^i$  inelastik saçılmayı ve  $\Sigma_f^i$  fisyon tesir kesitlerini gösterir.

**Açıklama 7:** Bir reaksiyon meydana gelirse  $c(\mathbf{r}, \mathbf{u})$  ikincil nötronlar meydana çıkar.  $c(\mathbf{r}, \mathbf{u})$ , hızı  $\mathbf{u}$  olan nötronun  $\mathbf{r}$  noktasında oluşturduğu her reaksiyondan sonra açığa çıkan ikincil nötronların ortalama sayısını verir. Bir soğurma reaksiyonunda  $c = 0$  esnek çarpışmada  $c = 1$  ve fisyon durumunda  $c = \nu$  (fisyon başına üretilen nötron sayısı  $\nu \approx 2,5$ )'dur.  $c$ 'nin bu değerleri ortamda bulunan maddelere ve bu maddelerin tesir kesitlerine bağlıdır. Eğer fisyon olmazsa  $\sigma_f = 0$  durumda;

$$c(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \frac{\sigma_s(\mathbf{r}, \mathbf{u}) + \sigma_{in}(\mathbf{r}, \mathbf{u})}{\sigma_T(\mathbf{r}, \mathbf{u})} \quad (3.6)$$

olarak ifade edilir. Fisyon olduğu durumdaysa  $\nu \sigma_f(\mathbf{r}, \mathbf{u})$  terimi (3.6) denklemindeki paya eklenmelidir.

### 3.2. Nötron Transport Denklemi

Nötron transport denklemi nötronların davranışını açıklar. Faz uzayında küçük bir hacim elemanı içindeki nötron sayısının korunumu göze alınarak transport denklemi türetilir. Nötron transport denklemi türetilirken bazı kabullenmeler yapılır. Bunlar:

- ❖ Nötronların noktasal birer parçacık olduğu düşünülür.
- ❖ Nötronların yaptıkları noktasal çarpışmalardan sonra doğrusal yollar takip ettikleri kabul edilir.
- ❖ Parçacık-Parçacık etkileşimleri ihmal edilir çünkü nötron-nötron etkileşimleri göz önüne alınmaz.
- ❖ Ani çarpışmaların olduğu düşünülür ve bir çarpışmadan sonra açığa çıkan parçacıklar aniden salıverilmektedir.
- ❖ Tüm olayların meydana geldiği ortamdaki maddenin izotropik olduğu kabul edilir.
- ❖ Ortamı oluşturan maddelerin çekirdeklerinin ve bileşenlerinin özelliklerinin tersi belirtilmediği sürece bilindiği düşünülür. Eğer parçacık yoğunluğu önemli derece artarsa, etkileşme hızı, özellikle nötron fisyonu ortamın sıcaklığının artmasına sebep olur. Aynı şekilde fisyon reaksiyonu ve bilinen diğer nötron reaksiyonları yeni izotopların meydana gelmesine neden olur. Bunlar ortamın nötronik özelliklerini etkiler.

Nötron yoğunluğu dağılımının, beklenen değeri ya da sadece ortalama değeri düşünülmektedir. Düşük parçacık yoğunluğuna neden olan dalgalanmalar dikkate alınmaz. Eğer yoğunluk durumları dikkate alınır, yoğunluk dağılımı için konum-enerji-açı faz uzayının büyük bir bölgesi üzerinden toplam alınmalıdır (Lewis ve Miller,1993).

$\mathbf{r}$  noktası civarında,  $S$  yüzey alanına sahip küçük bir  $V$  hacminde,  $d^3u$  hız uzayında hızları  $\mathbf{u}$  civarında olan nötronların sayısının  $dt$  zaman aralığındaki değişimi (Case ve Zweifel, 1967, Bell ve Glasstone, 1970).

$$\text{Nötron sayısındaki değişim} = d^3u dt \int_r \frac{\partial N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)}{\partial t} d^3r \quad (3.7)$$

olarak ifade edilir.  $V$  hacmi içindeki toplam nötron sayısının değişimi, yani diğer bir değişle denge denklemi, bu hacme giren ve çıkan nötron sayısını gösterir. Nötron sayısının değişmesine sebep olan muhtemel olaylar şöyle sıralanabilir;

Nötron sayısındaki değişim =

- (I.)  $dt$  zaman aralığında,  $S$  yüzeyinden çıkan nötronların sayısı
- (II.)  $dt$  zaman aralığında,  $V$  hacminde reaksiyon yapan nötronların sayısı
- + (III.)  $dt$  zaman aralığında, çarpışmalar sonucunda açığa çıkan, hızları  $d^3u$  hız uzayında olan ikincil nötronların sayısı
- + (IV.)  $dt$  zaman aralığında, kaynaklar tarafından üretilen nötronların sayısı.

(I.),  $d^3r$  hacminde hızında bir değişiklik olmadan girip çıkan, yani reaksiyon yapmadan hacmi terk eden nötronları göstermektedir.

(II.), saçılmalar sonucu hızının değişmesinden dolayı  $d^3u$  hız uzayını terk eden ve tamamen soğurulan nötronları göstermektedir.

(III.),  $d^3u$  hız uzayına diğer bütün hızlardan saçılıp giren nötronları göstermektedir.

(IV.), ise, dış kaynaklardan  $d^3u d^3r$  'de oluşan nötronları göstermektedir.

Bu terimler, matematiksel olarak aşağıdaki gibi yazılabilir. Daha önce açıklama 5(b)'de  $dS$  alanını geçen net nötron sayısının  $\mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$  ile verildiği belirtilmişti ve yine 5(b)'deki  $\mathbf{J}$  'nin açıklaması yardımıyla (I.);

$$(I.) = d^3u dt \int N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S} \quad (3.8a)$$

olarak ifade edilir. (3.8a) denklemindeki integral, Gauss teoremi uygulanarak hacim integraline dönüştürülebilir. Böylece;

$$(I.) = d^3u dt \int d^3r \mathbf{u} \cdot \vec{\nabla} N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) \quad (3.8b)$$

olarak tekrar verilebilir. Çarpışma sayısı (hızı) ve tesir kesitleri tanım 6'da da tartışıldığı üzere, (II.) yani çarpışmalarla kaybolan nötron sayısı;

$$(II.) = d^3u dt \int d^3r \frac{u N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)}{lN(\mathbf{r}, \mathbf{u})} \quad (3.9a)$$

$$= d^3u dt \int d^3r u \sigma_T(\mathbf{r}, \mathbf{u}) N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) \quad (3.9b)$$

olarak ifade edilir.

(III.), hacim elemanı dışında  $\mathbf{u}'$  hızına sahip nötronların saçılmaya uğrayıp  $\mathbf{u}$  hızıyla hacim elemanı içine girmesi durumunu vermektedir. Bu şekilde,  $\mathbf{u}'$  hızına sahipken dışarıda saçılmaya uğrayıp  $\mathbf{u}$  hızıyla hacim elemanı içine giren tüm nötronların sayısını bulmak için bütün  $\mathbf{u}'$  ilk hızları üzerinden integral alınır. Buna göre,

$$(III.) = d^3u dt \int d^3u' \int d^3r u' \psi(\mathbf{r}, \mathbf{u}', t) \sigma_s(\mathbf{u}' \rightarrow \mathbf{u}) \quad (3.10)$$

olarak verilir. Son olarak kaynak yoğunluğu ya da diğer ismiyle izotropik nötron kaynağı  $Q_0(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$  ile gösterilirse (IV.),

$$(IV.) = d^3u dt \int d^3r Q_0(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) \quad (3.11)$$

olarak ifade edilir. Denklem (3.8b), (3.9b), (3.10) ve (3.11) yukarıda verilen denge denkleminde yerine yazılırsa ( $d^3u dt$  diferansiyel terimleri her iki taraftan da sadeleştirildikten sonra),

$$\int d^3r \frac{\partial}{\partial t} N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) + \int d^3r \mathbf{u} \cdot \vec{\nabla} N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) + \int d^3r u \sigma_T(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) - \int d^3r Q_0(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) - \int d^3r \int d^3u' u' N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) \sigma_s(\mathbf{u}' \rightarrow \mathbf{u}, \mathbf{r}, t) = 0 \quad (3.12)$$

eşitliği bulunur. Bu eşitliği  $d^3r$  integrali parantezine alırsak, integral rastgele bir hacim elemanı üzerinden olduğundan, parantez içindeki ifadenin sıfır olması gerekir. Bu, bize nötron transport denklemini verir.

$$\frac{\partial}{\partial t} N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) = -\mathbf{u} \cdot \vec{\nabla} N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) - u \sigma_T(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) + \int d^3u' u' N(\mathbf{r}, \mathbf{u}', t) \sigma_s(\mathbf{u}' \rightarrow \mathbf{u}) + Q_0(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) \quad (3.13)$$

Bu çalışmada, nötron yoğunluğu  $N(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$  yerine nötron açısal akısı  $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$ 'in kullanılması tercih edilmiştir. Bu nedenle denklem (3.13)'deki transport eşitliği aynı zamanda açısal akı  $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$  cinsinden de yazılabilir.

$$\text{Açısal akı} = uN(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) = \psi(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) \quad (3.14)$$

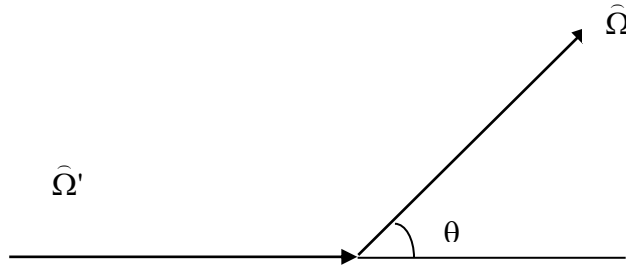
olarak tanımlanır. Buna göre  $\hat{\Omega} = \mathbf{u}/u$  olduğu hatırlanarak  $\psi(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t)$  cinsinden transport denklemi

$$\frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) + \hat{\Omega} \cdot \nabla \psi(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) + \sigma_T(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) \psi(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) = \int_{\hat{\Omega}'} d\hat{\Omega}' \psi(\mathbf{r}, \hat{\Omega}', t) \sigma_s(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) + Q_0(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) \quad (3.15)$$

olarak ifade edilir. I. tip nötron transport denklemi olarak bilinen bu denklem “İntegro-diferansiyel Boltzmann” denklemi olarak da adlandırılır. Bu tez çalışmasının diğer bölümlerinde sıklıkla nötron transport denkleminin bu hali kullanılacaktır. Denklem (3.15) deki  $\sigma_s(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega})$  saçılma tesir kesiti daha önce Açıklama 6'da verilmişti. Buna göre  $\sigma_s(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega})$  saçılma tesir kesiti, hacim elemanı

dışında  $\hat{\Omega}'$  doğrultusunda gelen bir nötronun ortamda bulunan çekirdeklerden birinden saçılmaya uğrayıp  $\hat{\Omega}$  doğrultusunda hacim elemanı içine girme olasılığıdır.

Denklem (3.15)'de en genel şekliyle verilen transport denkleminde yola çıkarak eğrisel ve düzlem geometriler için nötron transport denklemi üretilebilir.  $\hat{\Omega}'$  doğrultusunda gelen bir nötronun, ortamda bulunan çekirdeklerden biri ile çarpışma yaptıktan sonra meydana gelen  $\hat{\Omega}$  doğrultusunda saçılması şekil (3.1)'de gösterilmiştir.



Şekil 3.1: Nötronun geliş ve saçılma doğrultusu

Düzlem geometride, tek enerjili durumda nötron açısal yoğunluğu bir açısal ve bir radyal değişkene bağlı olur. Sızıntı terimi ise;

$$\hat{\Omega} \cdot \nabla \psi = \cos \theta \frac{\partial \psi}{\partial x} = \mu \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.16)$$

Şeklinde ifade edilir. Burada  $\mu$  nötronun geliş doğrultusu ile saçılma doğrultusu arasındaki açının kosinüsüdür.

$$\hat{\Omega} \cdot \mathbf{x} = \cos \theta = \mu \quad (3.17)$$

Buna göre  $\mu = -1$  geri saçılmayı temsil ederken,  $\mu = 1$  ise ileri saçılmayı temsil etmektedir. Nötronların  $d^3r$  hacmine  $d\Omega$  katı açısında saçıldıkları düşünülmektedir.

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi = -d(\cos \theta)d\varphi = -d\mu d\varphi \quad (3.18)$$

$$-1 \leq \mu \leq 1, -\infty < x < \infty, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

Düzlem geometri için buraya kadar yapılan tanımlamalar yardımıyla, tek boyutlu küresel geometride, transport teoride bugüne kadar en sık kullanılan biçim olan izotropik saçılmalı bir ortam için nötron transport denklemi,

$$\mu \frac{\partial \psi(x, \mu)}{\partial x} + \sigma_T \psi(x, \mu) = \frac{\sigma_s}{2} \int_{-1}^1 \psi(x, \mu') d\mu' + Q_0(x, \mu) \quad (3.19)$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklem, tek gruplu, kaynağın olduğu izotropik saçılmalı, zamandan bağımsız düzlem (dilim) geometride nötron transport denklemi olarak bilinir (Bell ve Glasstone, 1970; Öztürk, 2003). Burada kaynak  $Q_0(x, \mu)$  ile gösterilmiştir.  $\sigma_s(\mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{\Omega}')$  diferansiyel saçılma tesir kesiti ifadesi ile nötron transport denklemi yeniden yazılacak olursa,

$$\mu \frac{d\psi(x, \mu)}{dx} + \sigma_T \psi(x, \mu) = \int_{\Omega'} \sigma_s(\mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{\Omega}') \psi(x, \mathbf{\Omega}') d\Omega' + \frac{Q_0(x)}{2} \quad (3.20)$$

$\sigma_s(\mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{\Omega}')$  ifadesi konvansiyonel olarak Legendre serisi ile verilen nötron transport denkleminde yaygın olarak kullanılır. Bu seri;

$$\sigma_s(\mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{\Omega}') = \sigma_s(\mu_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} \sigma_{sn} P_n(\mu_0), \quad -1 \leq \mu_0 \leq 1 \quad (3.21)$$

bağıntısı ile verilebilir. Bu bağıntıda yer alan  $\mu_0 = \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{\Omega}' = \cos \theta_0$  nötronun geliş ve saçılma doğrultusu arasındaki açının kosinüsünü temsil eder.

Küresel geometride konum vektörü;

$$\mathbf{r} = \sin \theta \cos \varphi \mathbf{i} + \sin \theta \sin \varphi \mathbf{j} + \cos \theta \mathbf{k} \quad (3.22)$$

bağıntısı ile verilir. Bu konum vektörü doğrultusundaki birim vektör ise;

$$\mathbf{\Omega} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} = \sin \theta \cos \varphi \mathbf{i} + \sin \theta \sin \varphi \mathbf{j} + \cos \theta \mathbf{k} \quad (3.23)$$

şeklinde verilebilir. Buradaki birim vektör nötronun hedeften saçıldıktan sonraki yönünü gösterir. Aynı şekilde;

$$\mathbf{r}' = r \sin \theta' \cos \varphi' \mathbf{i} + r \sin \theta' \sin \varphi' \mathbf{j} + \cos \theta' \mathbf{k} \quad (3.24)$$

hedefe geliş doğrultusunu temsil eden konum vektörüdür. Bu durumda

$$\mathbf{\Omega}' = \frac{\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'|} = \sin \theta' \cos \varphi' \mathbf{i} + \sin \theta' \sin \varphi' \mathbf{j} + \cos \theta' \mathbf{k} \quad (3.25)$$

ile verilir. Denklem (3.23) ve (3.25)'in skaler çarpımı  $\mu_0 = \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{\Omega}' = \cos \theta_0$  ifadesinin daha sade biçimde elde edilmesini sağlar. Bu çarpım;

$$\mu_0 = \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{\Omega}' = \cos \theta_0 = \mu \mu' + \sqrt{1 - \mu^2} \sqrt{1 - \mu'^2} \cos(\varphi - \varphi') \quad (3.26)$$

ile verilir. Denklem (3.26), Legendre polinomlarında kullanıldığında bu polinomlar için son derece kullanışlı bir özellik ortaya çıkar;

$$P_n(\mu_0) = P_n(\mu)P_n(\mu') + 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\mu)P_n^m(\mu') \cos(\varphi - \varphi') \quad (3.27)$$

elde edilir. Burada  $P_n^m(\mu)$ ,  $\mu$ 'ye bağlı Legendre polinomlarını temsil eder. Bu son denklem, denklem (3.21) ile verilen diferansiyel tesir kesitinde kullanıp, elde edilen sonuç transport denklemi olan denklem (3.19)'da yerine yazılırsa ve  $\varphi'$  üzerinden  $[0, 2\pi]$  aralığında integral alınır, tek boyutlu Kartezyen geometride transport denklemi için



$$\mu \frac{d\psi(x, \mu)}{dx} + \sigma_T \psi(x, \mu) = \sum_{n=0}^N \frac{2n+1}{2} \sigma_{sn} P_n(\mu) \int_{-1}^1 \psi(x, \mu') P_n(\mu') d\mu' + \frac{Q_0(x)}{2} \quad (3.28)$$

bağıntısı elde edilir.  $\psi(x, \Omega)$  açısasal akısının burada azimutal simetriye sahip olduğu yani  $\varphi$  açısından bağımsız olduğunu kabul edilir.  $\sigma_{sn}$  katsayıları  $n$ 'in büyük değerleri için son derece küçük olduğundan genellikle matematiksel hesaplamalarda kullanımı tercih edilmez.

Kaynağın olmadığı bir ortamda, tek hızlı (tek gruplu veya tek enerjili) nötronlar için bir boyutlu geometride zamandan bağımsız lineer transport denklemi;

$$\mu \frac{\partial \psi(x, \mu)}{\partial x} + \sigma_T \psi(x, \mu) = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \psi(x, \mu') \sigma_S(\mu_0) d\mu' d\varphi', \quad -a \leq x \leq a, \quad -1 \leq \mu \leq 1, \quad (3.29)$$

şeklinde verilebilir. Bu denklem, denklem (3.19)'dan sadece saçılma fonksiyonu açısından farklıdır. Bu farkın nedeni ise bu çalışmanın yapılış amacından kaynaklanmaktadır. Bu tez çalışmasın, yaklaşık bir saçılma fonksiyonu yazmak yerine doğrudan bir saçılma fonksiyonu (bir üretme fonksiyonu) tercih edilmiştir. Bu şekilde bir yaklaşım yapılmadan, transport denkleminin daha doğru (tam) çözümlerine ulaşılabacağı beklenmektedir.

### 3.3. Chebyshev Polinomları ve Özellikleri

Chebyshev polinomları ilk defa Rus matematikçi Chebyshev tarafından kullanılmış daha sonra Lanczos ve Clenshow iki farklı yöntemle Chebyshev polinomlarını kullanarak yaklaşım polinomları oluşturmuşlardır. Chebyshev polinomları polinomlar ailesi içerisinde hem ortogonal olmaları hemde bilgisayar programlama açısından kullanışlı olmaları nedeniyle yaklaşım polinomu olarak kullanılmaya uygundur.

Chebyshev polinomları kullanımıyla yaklaşım polinomlarının istenilen aralıklardaki maksimum hatasının aynı dereceden bir başka yaklaşım polinomlarından daha küçük olmasını sağlar.

$$(1-\mu^2)\frac{d^2y}{d\mu^2}-\mu\frac{dy}{d\mu}+n^2y=0 \quad (3.30)$$

diferansiyel denkleminin çözümünden ortaya çıkar.

Bu diferansiyel denklemin iki bağımsız çözümü vardır. Bu iki bağımsız çözüm sırasıyla I. ve II. tip Chebyshev polinomları olarak bilinir ve I. ve II. tip olarak adlandırılırlar;

$$T_n(\mu) = \sum_{m=0}^{n/2} \frac{(-1)^m n!}{(n-2m)!(2m)!} (1-\mu^2)^m \mu^{n-2m} \quad (3.31)$$

ve

$$U_n(\mu) = \sum_{m=0}^{n/2} (-1)^m \frac{(n-m)!}{m!(n-2m)!} (2\mu)^{n-2m} \quad (3.32)$$

şeklinde verilebilirler. Burada (3.32) ile verilen diferansiyel denklemin ayrıntıları verilmemiştir ancak bu konu hakkında detaylı bilgiye Arfken ve Weber (1995)'den ulaşılabilir. Bu polinomlar aynı zamanda özel küresel polinomlar olup, tüm küresel polinomların genel fonksiyonlarıdır ve fen ve mühendislikteki problemlerin sayısal çözümlerinde sıklıkla kullanıldıklarından birinci derecede önemlidirler.

Legendre ve Chebyshev polinomları, Gegenbauer polinomlarının özel halleridir. Gegenbauer polinomları için genel olarak üretme fonksiyonu (Arfken ve Weber, 1995);

$$\frac{1}{(1-2\mu t+t^2)^\lambda} = \sum_{n=0}^{\infty} t^n c_n^\lambda(\mu) \quad , \quad |\mu| \leq 1 \quad , \quad |t| < 1 \quad (3.33)$$

ile tanımlanır. Denklem (3.33)' de  $\lambda = 1/2$  alınırsa Legendre polinomunun üretme fonksiyonu elde edilmiş olur.

Eğer  $\lambda = 1$  ve  $\lambda = 0$  özel limit değerleri alınırsa iki tip Chebyshev polinomunun üretme fonksiyonları elde edilir.

$\lambda = 1$  alınırsa  $c_n^\lambda(\mu)$  değeri  $c_n^\lambda(\mu) = U_n(\mu)$  olur. II. tip Chebyshev polinomları konvansiyonel olarak  $U_n(\mu)$  simgesi ile gösterilir.

Legendre polinomlarında olduğu gibi tanım aralığı  $-1 \leq \mu \leq 1$ 'dir. Ayrıca her iki tip Chebyshev polinomları da trigonometrik fonksiyonlar içerirler. Her iki polinom da trigonometrik olarak sırası ile  $\mu = \cos(\theta)$  olmak üzere;

$$T_n(\mu) = \cos(n\theta) \quad , \quad U_n(\mu) = \frac{\sin((n+1)\theta)}{\sin(\theta)} \quad , \quad -\pi \leq \theta \leq \pi \quad , \quad (3.34)$$

bağıntıları ile tanımlanırlar. II. tip Chebyshev polinomlarının üretme fonksiyonu;

$$\frac{1}{1-2\mu t+t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} t^n U_n(\mu) \quad , \quad |\mu| \leq 1 \quad , \quad |t| < 1 \quad (3.35)$$

ile verilir. Denklem (3.35) kullanılarak bu polinomlar için tekraralama bağıntısı;

$$U_{n+1}(\mu) - 2\mu U_n(\mu) + U_{n-1}(\mu) = 0 \quad (3.36)$$

ile verilir.

$U_0(\mu) = 1$  değeri kullanılarak  $n$ 'in çeşitli değerleri için  $U_n(\mu)$  polinomları elde edilir.

II. tip Chebyshev polinomlarından birkaçı;

$$U_0(\mu) = 1$$

$$U_1(\mu) = 2\mu$$

$$U_2(\mu) = 4\mu^2 - 1$$

$$U_3(\mu) = 8\mu^3 - 4\mu$$

$$U_4(\mu) = 16\mu^4 - 12\mu^2 + 1$$

$$U_5(\mu) = 32\mu^5 - 32\mu^3 + 6\mu$$

$$U_6(\mu) = 64\mu^6 - 80\mu^4 + 24\mu^2 - 1$$

$$U_7(\mu) = 128\mu^7 - 192\mu^5 + 80\mu^3 - 8\mu$$

$$U_8(\mu) = 256\mu^8 - 448\mu^6 + 240\mu^4 - 40\mu^2 + 1$$

şeklinde verilebilirler. Klasik ortogonal polinomlarda olduğu gibi II. Tip Chebyshev polinomları da  $\sqrt{1-\mu^2}$  ağırlık fonksiyonuna göre ortogondur. Bu polinomlara ait ortogonalite(diklik)bağıntısı;

$$\int_{-1}^{+1} U_m(\mu)U_n(\mu)\sqrt{1-\mu^2}d\mu = \frac{\pi}{2}\delta_{m,n}, \quad \delta_{m,n} = \begin{cases} 1, & n = m, \\ 0, & n \neq m, \end{cases} \quad (3.37)$$

ile verilmektedir. Polinomun bu özelliği verilen bir  $f(\mu)$  fonksiyonunu Chebyshev polinomları cinsinden seriye açmada kullanılır;

$$f(\mu) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n U_n(\mu) \quad (3.38)$$

Denklem (3.38)'nin her iki tarafı  $U_m(\mu)\sqrt{1-\mu^2}$  ile çarpılıp, sonuç denkleminin  $[-1,1]$  aralığında integrali alınırsa  $C_n$  katsayıları belirlenmiş olur:

$$C_n = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{+1} f(\mu) U_m(\mu) \sqrt{1-\mu^2} d\mu. \quad (3.39)$$

### 3.4. II. Tip Chebyshev Polinomu Yaklaşımı: $U_N$ Metodu

İzotropik saçılmalı ve dış kaynağın olmadığı tek boyutlu dilim geometride denklem (3.19)'da verilen nötron transport denkleminin çözümü için  $\psi(x, \mu)$  açısız akı fonksiyonu II. tip Chebyshev polinomu cinsinden seriye açılıp bu açısız akı fonksiyonu transport denkleminde yazıldıktan sonra  $n$ . mertebeden bir diferansiyel denklem elde edilir. Bu denklemin çözümünde örneğin  $m$ . mertebeden ( $m \leq n$ ) çözüm yapılacaksa denklem  $U_m(\mu)$  ile çarpılıp  $[-1, 1]$  aralığında integrali alınır. Böylece  $m$ . mertebeden akı moment denklemleri elde edilmiş olur. Transport denkleminde II. tip Chebyshev polinomları ile yapılan bu yaklaşımda matematiksel olarak çözümlenmelerin yapılabilmesi yani integrallerin alınabilmesi için bu polinomların diklik ve tekrarlama bağıntılarının kullanılmasına ihtiyaç duyulacaktır. Bu bağıntılar daha önceki bölümlerde verilmişti.

Transport denkleminin çözümü için geliştirilen  $U_N$  metodu, nötron açısız akısının II. tip Chebyshev polinomları cinsinden seriye açılması ile yürütülmektedir. Buna göre, daha önce transport teorisinde özellikle difüzyon uzunluğu ve kritiklik probleminde uygulanmış ve başarılı sonuçların alındığı,

$$\psi(x, \mu) = \frac{2}{\pi} \sqrt{1-\mu^2} \sum_{n=0}^N \Phi_n(x) U_n(\mu), \quad -1 \leq \mu \leq 1, \quad -a \leq x \leq a, \quad (3.40)$$

şeklinde önerilen bir çözüm önerisi bu tez çalışmasında kullanılacaktır. Bu çözümün uygunluğu, hem transport denkleminde matematiksel olarak yürütülebilirliği hem de bulunan sayısal sonuçların literatürde var olan sonuçlarla uyumunun iyi olduğu önceki çalışmalarda ayrıntılarıyla verilmiştir. Bu nedenlerle,  $U_N$  yönteminin bu tez çalışmasında da kullanılması tercih edilmiştir (Öztürk ve ark. 2007b; Öztürk, 2008; Öztürk ve ark. 2010).

Denklem (3.40)'ı , (3.19)'daki nötron transport denkleminde yerine yazarak II. tip Chebyshev polinomları için;

$$2\mu \sum_{n=0}^N \sqrt{1-\mu^2} U_n(\mu) \frac{d\Phi_n(x)}{dx} + 2\sigma_T \sum_{n=0}^N \sqrt{1-\mu^2} \Phi_n(x) U_n(\mu) = \sigma_s \int_{-1}^{+1} \sum_{n=0}^N \sqrt{1-\mu'^2} \Phi_n(x) U_n(\mu') d\mu' \quad (3.41)$$

şeklinde akı moment denklemleri elde edilmiş olur. Denklem (3.36) ve (3.37)'deki tekrarlama ve diklik bağıntıları yardımıyla denklem (3.41);

$$\sum_{n=0}^N \sqrt{1-\mu^2} \frac{d\Phi_n(x)}{dx} [U_{n+1}(\mu) + U_{n-1}(\mu)] + 2\sigma_T \sum_{n=0}^N \sqrt{1-\mu^2} \Phi_n(x) U_n(\mu) = \sigma_s \int_{-1}^{+1} \sum_{n=0}^N \sqrt{1-\mu'^2} \Phi_n(x) U_n(\mu') d\mu' \quad (3.42)$$

haline dönüşür. Denklem (3.42)'ye  $n=0$ 'dan başlayarak değerler verilirse sırasıyla 1.mertebeden yaklaşım için denklem (3.42)'nin her iki tarafı  $U_0(\mu)$  ile çarpılıp ve 2.mertebeden yaklaşım için de  $U_1(\mu)$  ile çarpılıp daha önce tanımlanan II. tip Chebyshev polinomlarının diklik ve tekrarlama bağıntıları da kullanılarak  $[-1,1]$  aralığında integrali alınırsa, sırasıyla  $n=0$  ve  $n=1$  için akı momentleri,

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} + 2\sigma_T \Phi_0(x) = 2\sigma_s \Phi_0(x) \quad (3.43)$$

$$\frac{d\Phi_0(x)}{dx} + \frac{d\Phi_2(x)}{dx} + 2\sigma_T \Phi_1(x) = 0 \quad (3.44)$$

Şeklinde kolaylıkla bulunabilir. Bu merteye yaklaşımları daha fazla arttırılarak devam edilebilir ve sonunda bir genel terim bulunabilir:

$$\frac{d\Phi_{n+1}(x)}{dx} + \frac{d\Phi_{n-1}(x)}{dx} + 2\sigma_T \Phi_n(x) = \frac{1+(-1)^n}{n+1} \sigma_s \Phi_0(x) \quad , -a \leq x \leq a. \quad (3.45)$$

$n = 1$  durumuna “difüzyon yaklaşımı” adı verilmektedir (Bell ve Glasstone, 1972).  $U_N$  metodunda, daha önce transport teorisinde en sık kullanılan ve artık konvansiyonel bir yöntem ve sonuçlarının artık birçok problemde referans (benchmark) olarak kabul gördüğü  $P_N$  yönteminde olduğu gibi, incelenen bölge  $n$  parçaya bölünüp son parçadaki akı katkısının önemsiz olduğu düşünülmektedir. Buna göre  $n$  ne kadar büyük olursa yani ne kadar yüksek mertebeden yaklaşım yapılırsa o kadar iyi (gerçek değerlere yakın) sonuçlar alınacağı beklenmektedir. Buna göre  $n$ . mertebeden yaklaşımda  $(n+1)$ . akı katkısı sıfır yani  $\Phi_{n+1}(x) = 0$  veya  $\frac{d\Phi_{n+1}(x)}{dx} = 0$  kabul edilmektedir. Öyleyse 1. mertebe yaklaşımda ( $n=1$ ) için  $\Phi_2(x) = 0$  veya  $\frac{d\Phi_2(x)}{dx} = 0$  olur ve denklem (3.44)’den;

$$\Phi_1(x) = -\frac{1}{2\sigma_T} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} \quad (3.46)$$

bağıntısı bulunur. Bu bağıntı Fick yasası olarak bilinir ve bu yasa genel geometride nötron akımı ile nötron skaler akısı arasındaki ilişkiyi

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = -D\nabla\Phi(\mathbf{r}) \quad (3.47)$$

şeklinde tanımlamaktadır; burada  $D$  difüzyon katsayısıdır (Bell ve Glasstone, 1972). Denklem (3.46), denklem (3.43)’de yerine yazılırsa;

$$\frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2} - 4\sigma_T^2(1-c)\Phi_0(x) = 0 \quad , \quad c = \sigma_S / \sigma_T \quad (3.48)$$

Olarak kaynaksız difüzyon denklemi elde edilir ve bu durum  $U_1$  yaklaşımı olarak da adlandırılabilir. Bu yaklaşıma göre difüzyon katsayısı ve difüzyon uzunlukları sırasıyla denklem (3.46) ve denklem (3.48)’den;

$$D = \frac{1}{2\sigma_T} \quad (3.49)$$

$$L = \frac{1}{2\sigma_T \sqrt{1-c}} \quad (3.50)$$

olarak bulunur.

### 3.5. Henyey-Greenstein(HG) ve Anlı-Güngör (AG) Saçılma Tesir Kesitleri

Bugüne kadar yapılan çalışmalarda Anlı ve ark. (2006), Chebyshev polinomları yaklaşımını kullanarak dilim geometride kritik kalınlık çalışması sonuçlarının Legendre polinomu ile uyumlu olduğunu gösterdiler. Kamiuto ve Seki (1987), Legendre polinomu yaklaşımında Henyey-Greentein faz fonksiyonunu kullanarak albedo ve asimetri faktörlerini hesapladılar. Anlı ve ark. (2005, 2007), yeni bir saçılma faz fonksiyonu tanımlayarak tek boyutlu dilim geometride özdeğer hesaplamaları yaparak, yeni saçılma faz fonksiyonunun nötron transport denkleminde uygulanabilirliğini gösterdiler.

Nötron transport denkleminin çözümünde bu güne kadar genel olarak kullanılan saçılma (tesir kesiti) faz fonksiyonu,

$$\sigma_s(\mu_0) = \sum_{n=0}^N \frac{2n+1}{4\pi} \sigma_{sn} P_n(\mu_0) \quad (3.51)$$

bağıntısı ile verilmektedir. Bu denklemde  $\mu_0$  ve  $\sigma_{sn}$  saçılma diferansiyel tesir kesiti katsayılarını ifade eder.

Henyey-Greenstein  $\sigma_s^{HG}(\mu_0)$  saçılma faz fonksiyonu  $t$  parametresine bağlı olarak;



$$\sigma_s^{HG}(\mu_0) = \frac{\sigma_s(1-t^2)}{4\pi(1-2\mu_0 t+t^2)^{3/2}} \quad (3.52)$$

ile tanımlanır (Henyey ve Greenstein, 1941).

Anlı-Güngör  $\sigma_s^{AG}(\mu_0)$  alternatif saçılma faz fonksiyonu ise yine  $t$  parametresine bağlı olarak;

$$\sigma_s^{AG}(\mu_0) = \frac{\sigma_s}{4\pi(1-2\mu_0 t+t^2)^{1/2}} \quad (3.53)$$

ile tanımlanmaktadır (Anlı ve Güngör, 2005). Bu saçılma fonksiyonlarında geçen  $t$  parametresi zaman olarak algılanmamalıdır, zira bu çalışmada zaman bağımlılığı incelenmemiştir. Buradaki  $t$  parametresi  $-1 \leq t \leq 1$  aralığında tanımlı olmakla beraber, izotropik, ileri ve geri, aziotropik gibi bütün çarpışma türlerinin olasılığını temsil etmektedir. Hangi oranda olduğu kesin olarak söylenemese de negatif değerlerinin geri saçılmayı, pozitif değerlerinin ise ileri saçılmayı temsil ettiği söylenebilir (Henyey ve Greenstein, 1941; Anlı ve Güngör, 2005). Denklem (3.26)'daki  $\mu_0$  ifadesi denklem (3.52) ve denklem (3.53) ile verilen faz fonksiyonlarında yerine yazılır ve  $t$ 'ye göre seriye açılırsa ve  $\varphi'$  üzerinden  $[0, 2\pi]$  aralığında integralleri sırasıyla alınır,

$$\int_0^{2\pi} \sigma_s^{HG}(\mu_0) d\varphi' = \frac{\sigma_s}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)t^n P_n(\mu)P_n(\mu') \quad (3.54)$$

$$\int_0^{2\pi} \sigma_s^{AG}(\mu_0) d\varphi' = \frac{\sigma_s}{2} \sum_{n=0}^{\infty} t^n P_n(\mu)P_n(\mu') \quad (3.55)$$

eşitlikleri elde edilir.

$\sigma_s^{HG}(\mu_0)$  ve  $\sigma_s^{AG}(\mu_0)$  saçılma tesir kesitlerinin ortalama saçılma kosinüsü ile ilgili bağıntıları aşağıdaki şekilde türetilir:

$$\bar{\mu}_0^{HG} = \frac{\int_{-1}^1 \mu_0 \sigma_s^{HG}(\mu_0) d\mu_0}{\int_{-1}^1 \sigma_s^{HG}(\mu_0) d\mu_0} = t \quad \text{ve} \quad \bar{\mu}_0^{AG} = \frac{\int_{-1}^1 \mu_0 \sigma_s^{AG}(\mu_0) d\mu_0}{\int_{-1}^1 \sigma_s^{AG}(\mu_0) d\mu_0} = \frac{t}{3} \quad (3.56)$$

### 3.6. HG Faz Fonksiyonu Kullanarak $U_N$ Metodu ile Difüzyon Yaklaşımı

Bu bölümde daha önceki problemlerde tanımlanan ve kullanılan Henyey-Greenstein (HG) faz fonksiyonu kullanılarak difüzyon yaklaşımı yapılacaktır ve elde edilen difüzyon uzunluğunun diğer yöntemlerle elde edilen difüzyon uzunluğu ile uygunluğu bulgular ve tartışma bölümünde karşılaştırılacaktır. Denklem (3.54)'deki HG faz fonksiyonunun integral ifadesi denklem (3.29)'da kullanılırsa;

$$\mu \frac{\partial \psi(x, \mu)}{\partial x} + \nu \psi(x, \mu) = \frac{\nu c}{2} \sum_{n=0}^N (2n+1) t^n P_n(\mu) \int_{-1}^{+1} \psi(x, \mu') P_n(\mu') d\mu' \quad (3.57)$$

elde edilir; burada  $x \rightarrow \sigma_T \frac{x}{\nu}$  dönüşümü yapılarak denklemler  $\nu$ 'ye bağlı olarak elde edilmiştir. Denklem (3.57)'de nötron açısız akısı  $\psi(x, \mu')$  denklem (3.40)'dan alınarak integralde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} & \mu \frac{\partial \psi(x, \mu)}{\partial x} + \nu \psi(x, \mu) \\ &= \frac{\nu c}{2} \sum_{n=0}^N (2n+1) t^n P_n(\mu) \int_{-1}^{+1} P_n(\mu') \left[ \frac{2}{\pi} \sqrt{1-\mu'^2} \sum_{n=0}^N \Phi_n(x) U_n(\mu') \right] d\mu' \end{aligned} \quad (3.58)$$

elde edilir. Denklem (3.58)'deki eşitliğin sağ tarafında bulunan integral ve seri açılım ifadelerini düzenlemek için

$$\alpha_n(x) = \int_{-1}^{+1} P_n(\mu') \left[ \frac{2}{\pi} \sqrt{1-\mu'^2} \sum_{n=0}^N \Phi_n(x) U_n(\mu') \right] d\mu' \quad (3.59)$$

şeklinde bir tanımlama yapılarak yeniden düzenlenirse,

$$\mu \frac{\partial \psi(x, \mu)}{\partial x} + v\psi(x, \mu) = \frac{vc}{2} \sum_{n=0}^N (2n+1)t^n P_n(\mu) \alpha_n(x) \quad (3.60)$$

elde edilir.  $\alpha_n(x)$  ifadesinde  $n = 0$  ve  $n = 1$  değerleri için;

$$\alpha_0(x) = \Phi_0(x) \quad \text{ve} \quad \alpha_1(x) = \frac{\Phi_1(x)}{2} \quad (3.61)$$

olarak bulunur.  $\alpha_0(x)$  ve  $\alpha_1(x)$  ifadelerinin de denklem (3.60)'da yazılmasıyla birlikte, denklem (3.60)'ın sağ tarafındaki toplam ifadesi seriye açılırsa,

$$\mu \frac{\partial \psi(x, \mu)}{\partial x} + v\psi(x, \mu) = \frac{vc}{2} \left\{ \Phi_0(x) + 3tP_1(\mu) \frac{\Phi_1(x)}{2} + \dots \right\} \quad (3.62)$$

elde edilmiş olur. Denklem (3.62)'nin sol tarafındaki açılmal akı fonksiyonları daha önce denklem (3.40)'da verilen şekliyle yerine yazılır ve aynı zamanda II. tip Chebyshev polinomlarının tekrarlama bağıntısından faydalanılırsa,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \sqrt{1-\mu^2} \left[ \sum_{n=0}^N \frac{d\Phi_n(x)}{dx} [U_{n+1}(\mu) + U_{n-1}(\mu)] + 2v \sum_{n=0}^N \Phi_n(x) U_n(\mu) \right] \\ & = \frac{vc}{2} \left\{ \Phi_0(x) + 3tP_1(\mu) \frac{\Phi_1(x)}{2} + \dots \right\} \end{aligned} \quad (3.63)$$

denklemini elde edilir. Bu denklemdeki seri toplam ifadeleri de açılırsa,

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\pi} \sqrt{1-\mu^2} \left[ \left\{ \frac{d\Phi_0(x)}{dx} [U_1(\mu)] + \frac{d\Phi_1(x)}{dx} [U_2(\mu) + U_0(\mu)] + \frac{d\Phi_2(x)}{dx} [U_3(\mu) + U_1(\mu)] + \dots \right\} \right. \\
& \quad \left. + 2\nu \{ \Phi_0(x)U_0(\mu) + \Phi_1(x)U_1(\mu) + \dots \} \right] \\
& = \frac{\nu c}{2} \left\{ \Phi_0(x) + 3tP_1(\mu) \frac{\Phi_1(x)}{2} + \dots \right\} \tag{3.64}
\end{aligned}$$

olarak bulunur. Denklem (3.64)'e sırasıyla 1. ve 2. mertebe yaklaşımlar uygulanırsa yani; daha önce bölüm (3.4)'de verilen  $U_N$  metodunda tarif edildiği gibi, 1.mertebeden yaklaşım için denklem (3.64)'nin her iki tarafı  $U_0(\mu)$  ile ve 2. mertebeden yaklaşım için de  $U_1(\mu)$  ile çarpılıp II. tip Chebyshev polinomlarının diklik ve tekrarlıma bağıntıları da kullanılarak  $[-1,1]$  aralığında integralleri alınır; örneğin 1. mertebe yaklaşım için yapılan matematiksel işlemler birkaç adım yürütülürse,

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_0}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_1(\mu) U_0(\mu) d\mu + \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_1}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_2(\mu) U_0(\mu) d\mu + \\
& \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_1}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_0(\mu) U_0(\mu) d\mu + \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_2}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_3(\mu) U_0(\mu) d\mu + \\
& \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_2}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_1(\mu) U_0(\mu) d\mu + \dots \\
& + \frac{2\nu}{\pi} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} \{ \Phi_0(x)U_0(\mu) + \Phi_1(x)U_1(\mu) + \dots \} U_0(\mu) d\mu \\
& = \frac{\nu c}{2} \left\{ \Phi_0(x) \int_{-1}^{+1} U_0(\mu) d\mu + 3t \frac{\Phi_1(x)}{2} \int_{-1}^{+1} P_1(\mu) U_0(\mu) d\mu + \dots \right\} \tag{3.65}
\end{aligned}$$

ifadesi elde edilir. Öyleyse denklem (3.65)'deki integral terimlerinin değeri de yerlerine yazılırsa,

$$\frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_1(x)}{dx} \frac{\pi}{2} + \frac{2\nu}{\pi} \frac{\pi}{2} \Phi_0(x) = \nu c \Phi_0(x) \tag{3.66}$$

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} + 2\nu \Phi_0(x) = 2\nu c \Phi_0(x) \tag{3.67}$$

elde edilir. Aynı işlemler 2. mertebe yaklaşım için de tekrarlanırsa sırasıyla,

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_0}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_1(\mu) U_1(\mu) d\mu + \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_1}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_2(\mu) U_1(\mu) d\mu + \\
& \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_1}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_0(\mu) U_1(\mu) d\mu + \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_2}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_3(\mu) U_1(\mu) d\mu + \\
& \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_2}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_1(\mu) U_1(\mu) d\mu + \dots \\
& + \frac{2\nu}{\pi} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} \{ \Phi_0(x) U_0(\mu) + \Phi_1(x) U_1(\mu) \} U_1(\mu) d\mu \\
& = \frac{\nu c}{2} \left\{ \Phi_0(x) \int_{-1}^{+1} U_1(\mu) d\mu + 3t \frac{\Phi_1(x)}{2} \int_{-1}^{+1} P_1(\mu) U_1(\mu) d\mu + \dots \right\} \quad (3.68)
\end{aligned}$$

eşitliği elde edilir. Yine burada da integrallerin eşitlikleri yerlerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_2(x)}{dx} \frac{\pi}{2} + \nu \Phi_1(x) = \nu c t \Phi_1(x) \quad (3.69)$$

$$\frac{d\Phi_0(x)}{dx} + \frac{d\Phi_2(x)}{dx} + 2\nu \Phi_1(x) = 2\nu c t \Phi_1(x) \quad (3.70)$$

şeklinde elde edilir. Elde edilen moment denklemlerini (denklem (3.67) ve (3.70)) kullanarak  $U_1$  yaklaşımı yapılırsa, yani denklem (3.70)'deki  $\Phi_2(x) = 0$  ve  $\frac{d\Phi_2(x)}{dx} = 0$  alınarak  $\Phi_1(x)$  ifadesi çekilip bu ifade denklem (3.67)'de yerine yazılırsa,

$$\frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2} - 4\nu^2 (1-c)(1-ct) \Phi_0(x) = 0 \quad (3.71)$$

şeklinde difüzyon denklemi elde edilir. Bu denklemdeki  $\Phi_0(x)$  çarpanı  $1/L^2$ 'ye eşittir; burada  $L$ 'ye “difüzyon uzunluğu” adı verilmektedir. Buna göre, kaynaksız bir sistem için  $c$  ve  $t$ 'ye bağlı olarak difüzyon uzunluğu,

$$L^{HG} = \frac{1}{2\nu\sqrt{(1-c)(1-ct)}} \quad (3.72)$$

olarak elde edilmiş olur. Burada  $\nu \rightarrow \sigma_T$  olarak alınır. Aynı zamanda denklem (3.70)'den difüzyon katsayısı da,

$$D^{HG} = \frac{1}{2\nu(1-ct)} \quad (3.73)$$

olarak bulunur.

### 3.7. AG Faz Fonksiyonu Kullanarak $U_N$ Metodu ile Difüzyon Yaklaşımı

Bu bölümde ise, bu tez çalışmasına özgünlük kazandıran ve daha önceki herhangi bir çalışmada yapılmamış olan AG faz fonksiyonu kullanılmış transport denkleminde  $U_N$  metodu uygulanarak difüzyon yaklaşımı yapılacak ve difüzyon uzunluğu ve difüzyon katsayısı için ifadeler türetilenektir. Buna göre denklem (3.55)'deki AG faz fonksiyonu integral ifadesi denklem (3.29)'da kullanılırsa;

$$\mu \frac{\partial \psi(x, \mu)}{\partial x} + \nu \psi(x, \mu) = \frac{\nu c}{2} \sum_{n=0}^N t^n P_n(\mu) \int_{-1}^{+1} \psi(x, \mu') P_n(\mu') d\mu' \quad (3.74)$$

elde edilir. Denklem (3.40)'da verilen  $\psi(x, \mu)$  nötron açısız akısı denklem (3.74)'de yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
& \mu \frac{2}{\pi} \sqrt{1-\mu^2} \left[ \sum_{n=0}^N \frac{d}{dx} \Phi_n(x) U_n(\mu) \right] + \left[ \nu \frac{2}{\pi} \sqrt{1-\mu^2} \sum_{n=0}^N \Phi_n(x) U_n(\mu) \right] \\
& = \frac{\nu c}{2} \sum_{n=0}^N t^n P_n(\mu) \int_{-1}^{+1} P_n(\mu') \left[ \frac{2}{\pi} \sqrt{1-\mu'^2} \sum_{n=0}^N \Phi_n(x) U_n(\mu') \right] d\mu'
\end{aligned} \tag{3.75}$$

ifadesi elde edilir. Denklem (3.75)'deki eşitliğin sağ tarafında bulunan integral ve seri açılım ifadelerini düzenlemek için denklemin sağ tarafına denklem (3.59)'da belirtildiği gibi  $\alpha_n(x)$  denirse,

$$\mu \frac{\partial \psi(x, \mu)}{\partial x} + \nu \psi(x, \mu) = \frac{\nu c}{2} \sum_{n=0}^N t^n P_n(\mu) \alpha_n(x) \tag{3.76}$$

$\alpha_n(x)$  ifadesinde  $n = 0$  ve  $n = 1$  değerleri için;

$$\alpha_0(x) = \Phi_0(x) \quad \text{ve} \quad \alpha_1(x) = \frac{\Phi_1(x)}{2} \tag{3.77}$$

olarak bulunur.  $\alpha_0(x)$  ve  $\alpha_1(x)$  ifadelerinin de denklem (3.76)'da yazılmasıyla birlikte, denklem (3.76)'nın sağ tarafındaki toplam ifadesi seriye açılırsa,

$$\mu \frac{\partial \psi(x, \mu)}{\partial x} + \nu \psi(x, \mu) = \frac{\nu c}{2} \left\{ \Phi_0(x) + t P_1(\mu) \frac{\Phi_1(x)}{2} + \dots \right\} \tag{3.78}$$

elde edilir. Denklem (3.78)'in sol tarafındaki açılmalık fonksiyonları daha önce denklem (3.40)'da verilen şekliyle yerine yazılır ve aynı zamanda II. tip Chebyshev polinomlarının tekrarlamaya bağıntısından faydalanılırsa,

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\pi} \sqrt{1-\mu^2} \left[ \sum_{n=0}^N \frac{d\Phi_n(x)}{dx} [U_{n+1}(\mu) + U_{n-1}(\mu)] + 2\nu \sum_{n=0}^N \Phi_n(x) U_n(\mu) \right] \\
& = \frac{\nu c}{2} \left\{ \Phi_0(x) + t P_1(\mu) \frac{\Phi_1(x)}{2} + \dots \right\}
\end{aligned} \tag{3.79}$$

eşitliği elde edilir. Bu denkleme  $n = 0$  ve  $n = 1$  değerleri verilirse;

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \sqrt{1-\mu^2} \left[ \left\{ \frac{d\Phi_0(x)}{dx} [U_1(\mu)] + \frac{d\Phi_1(x)}{dx} [U_2(\mu) + U_0(\mu)] + \frac{d\Phi_2(x)}{dx} [U_3(\mu) + U_1(\mu)] + \dots \right\} \right. \\ & \left. + 2\nu \{ \Phi_0(x)U_0(\mu) + \Phi_1(x)U_1(\mu) + \dots \} \right] \\ & = \frac{\nu c}{2} \left\{ \Phi_0(x) + tP_1(\mu) \frac{\Phi_1(x)}{2} + \dots \right\} \end{aligned} \quad (3.80)$$

olarak bulunur. Denklem (3.80)'e sırasıyla 1. ve 2. mertebe yaklaşımlar uygulanırsa yani; daha önce bölüm (3.4)'de verilen  $U_N$  metodunda tarif edildiği gibi, 1. mertebeden yaklaşım için denklem (3.80)'in her iki tarafı  $U_0(\mu)$  ile ve 2. mertebeden yaklaşım için de  $U_1(\mu)$  ile çarpılıp II. tip Chebyshev polinomlarının diklik ve tekrarlıma bağıntıları da kullanılarak  $[-1,1]$  aralığında integralleri alınır; örneğin 1. mertebe yaklaşım için yapılan matematiksel işlemler birkaç adım yürütülürse,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_0}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_1(\mu) U_0(\mu) d\mu + \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_1}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_2(\mu) U_0(\mu) d\mu + \\ & \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_1}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_0(\mu) U_0(\mu) d\mu + \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_2}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_3(\mu) U_0(\mu) d\mu + \\ & \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_2}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_1(\mu) U_0(\mu) d\mu + \dots \\ & \frac{2\nu}{\pi} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} \{ \Phi_0(x)U_0(\mu) + \Phi_1(x)U_1(\mu) + \dots \} U_0(\mu) d\mu \\ & = \frac{\nu c}{2} \left\{ \Phi_0(x) \int_{-1}^{+1} U_0(\mu) d\mu + t \frac{\Phi_1(x)}{2} \int_{-1}^{+1} P_1(\mu) U_0(\mu) d\mu + \dots \right\} \end{aligned} \quad (3.81)$$

elde edilmiş olur. Daha sonra denklem (3.81)'deki integral terimlerinin değeri de yerlerine yazılırsa,

$$\frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_1(x)}{dx} \frac{\pi}{2} + \frac{2\nu}{\pi} \frac{\pi}{2} \Phi_0(x) = \frac{\nu c}{2} \Phi_0(x) 2 \quad (3.82)$$



$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} + 2\nu\Phi_0(x) = 2\nu c\Phi_0(x), \quad (3.83)$$

elde edilir. Aynı işlemler 2. mertebe yaklaşım için de tekrarlanırsa sırasıyla,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_0}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_1(\mu) U_1(\mu) d\mu + \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_1}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_2(\mu) U_1(\mu) d\mu + \\ & \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_1}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_0(\mu) U_1(\mu) d\mu + \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_2}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_3(\mu) U_1(\mu) d\mu + \\ & \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_2}{dx} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} U_1(\mu) U_1(\mu) d\mu + \dots \\ & + \frac{2\nu}{\pi} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-\mu^2} \{ \Phi_0(x) U_0(\mu) + \Phi_1(x) U_1(\mu) \} U_1(\mu) d\mu \\ & = \frac{\nu c}{2} \left\{ \Phi_0(x) \int_{-1}^{+1} U_1(\mu) d\mu + 3t \frac{\Phi_1(x)}{2} \int_{-1}^{+1} P_1(\mu) U_1(\mu) d\mu + \dots \right\} \end{aligned} \quad (3.84)$$

olarak bulunur ve yine burada da integrallerin eşitlikleri yerlerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\pi} \frac{d\Phi_2(x)}{dx} \frac{\pi}{2} + \frac{2\nu}{\pi} \Phi_1(x) \frac{\pi}{2} = \frac{\nu c}{2} t \frac{\Phi_1(x)}{2} \frac{4}{3} \quad (3.85)$$

$$\frac{d\Phi_0(x)}{dx} + \frac{d\Phi_2(x)}{dx} + 2\nu\Phi_1(x) = \frac{2}{3} \nu c t \Phi_1(x), \quad (3.86)$$

şeklinde elde edilir. Bir önceki bölüm olan Bölüm 3.6'da difüzyon katsayısı ifadesi türetilmemiştir. Ancak bu bölüm, bu tez çalışmasının temel bölümü olduğundan burada difüzyon katsayısı ifadesinin nasıl bulunduğu kısaca açıklanacaktır. Buna göre elde edilen moment denklemlerini (denklem (3.83) ve (3.86)) kullanarak  $U_1$  yaklaşımı yapılırsa, yani denklem (3.86)'daki  $\Phi_2(x) = 0$  ve  $\frac{d\Phi_2(x)}{dx} = 0$  alınarak

$\Phi_1(x)$  ifadesi çekilirse,

$$\Phi_1(x) = -\frac{3}{2\nu(3-ct)} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} \quad (3.87)$$

elde edilir. Bu ifade denklem (3.83)'de yerine yazılırsa,

$$\frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2} - \frac{4}{3}\nu^2(1-c)(3-ct)\Phi_0(x) = 0 \quad (3.88)$$

şeklinde difüzyon denklemi elde edilir. Bu denklemdeki  $\Phi_0(x)$  çarpanı  $1/L^2$ 'ye eşittir; burada  $L$ 'ye “difüzyon uzunluğu” adı verilmektedir. Buna göre, kaynaklı bir sistem için  $c$  ve  $t$ 'ye bağlı olarak difüzyon uzunluğu,

$$L^{AG} = \frac{\sqrt{3}}{2\nu\sqrt{(1-c)(3-ct)}} \quad (3.89)$$

olarak elde edilmiş olur. Aynı zamanda denklem (3.87)'den difüzyon katsayısı Fick yasası gereğince,

$$D^{AG} = \frac{3}{2\nu(3-ct)} \quad (3.90)$$

olarak bulunabilir.

Böylece, bu tez çalışmasının amacı olan difüzyon uzunluğu (mesafesi) ve difüzyon katsayısı için hem HG hem de AG faz fonksiyonu kullanılarak analitik ifadeler türetilmiş demektir. Bunlar HG faz fonksiyonu için denklem (3.72) ve denklem (3.73)'de verilirken, AG faz fonksiyonu denklem (3.89) ve denklem (3.90)'da verilmiştir. Dahası, denklem (3.72), (3.73), (3.89) ve (3.90)'dan  $c$  ve  $t$ 'nin farklı değerleri için hesaplanan difüzyon uzunluğu ve difüzyon katsayısı değerleri 4. bölümdeki çizelgelerde verilmiştir.

#### 4. BULGULAR VE TARIŞMA

Nötron transport teorisinde yeni yaklaşımlar kullanmak üzere bugüne kadar birçok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmada, tek boyutlu düzlem geometride nötron transport denkleminin çözümü için geleneksel olarak kullanılan saçılma tesir kesiti yerine önce Henyey-Greenstein (HG) daha sonra ise bu çalışmaya özgünlük kazandıran alternatif bir saçılma fonksiyonu olarak üretilen Anlı-Güngör (AG) faz fonksiyonları kullanılarak difüzyon yaklaşımı yapılmıştır. Bu yaklaşıma göre, daha önceki çalışmalarda başarıyla uygulanan bir yöntem olan  $U_N$  yöntemi tercih edilerek, nötron açılma akısı II. tip Chebyshev polinomları cinsinden seriye açılmış ve 1. ve 2. mertebe yaklaşımlar yapılarak moment denklemleri elde edilmiştir. Bu moment denklemleri birbiri içine yazılarak difüzyon denklemine gidilmiş ve buradan da difüzyon uzunluğu ve difüzyon katsayısı için analitik ifadeler türetilmiştir. Böylece farklı  $c$  ve  $t$  parametreleri için bulunan sayısal sonuçlar çizelgelerde verilmiştir.  $\nu$  parametresi, toplam makroskopik tesir-kesiti  $\sigma_T$  ile özdeşleştirildiğinden, değeri normalize edilmiş olarak,  $\nu = 1 \text{ cm}^{-1}$ , alınmıştır.

Bu çalışmada kullanılan toplam ( $\sigma_T$ ) ve saçılma ( $\sigma_s$ ) diferansiyel tesir kesitlerinin uzunluk boyutu  $\text{cm}^{-1}$ 'dir ve burada yapılan bütün hesaplamalarda Maple bilgisayar programı kullanılmıştır.

$U_N$  yöntemi kullanılarak HG ve AG faz fonksiyonları ile düzlem geometrideki nötron transport denkleminin II. tip Chebyshev polinomları ile çözümünden elde edilen tüm difüzyon uzunluğu sonuçları, farklı  $c$  (çarpışma başına ortaya çıkan ortalama nötron sayısı) ve farklı  $t$  parametrelerine göre Çizelge 4.1'den Çizelge 4.7'ye kadar verilmiştir. HG faz fonksiyonu kullanıldığında elde edilen difüzyon uzunlukları denklem (3.72)'den, AG faz fonksiyonu kullanıldığında elde edilen difüzyon uzunlukları ise sırasıyla denklem (3.89)'dan hesaplanmıştır.

Difüzyon uzunluğu hesaplamalarında  $t$  parametresi  $-1 \leq t \leq 1$  olarak seçilmiştir. HG faz fonksiyonu ve AG faz fonksiyonu ile yapılan difüzyon uzunluğu hesaplamalarında aynı  $t$  parametresinin değerleri kullanılmıştır.  $t$  parametresinin artmasıyla difüzyon uzunluğunun arttığı her iki faz fonksiyonunda da

gözlemlenmektedir.  $c$ 'nin azalmasıyla difüzyon uzunluğunun azaldığı ve  $t = 0$  değeri için AG ve HG faz fonksiyonlarından elde edilen difüzyon uzunluğu değerleri literatürde var olan tam değerlere (Bell ve Glasstone, 1972) yakınsadığı görülmektedir.

Çizelge 4.1 ve 4.2 incelendiğinde  $c$  değerinin 0,99, 0,98, 0,97, 0,96, 0,95, 0,93 durumunda  $t$  parametresinin 1'e yakın ve 1 olmasıyla birlikte difüzyon uzunluğu HG için sıçrama gösterirken AG belirli aralıklarla artış yapmakta olduğundan AG' de bu durum gözlenmemektedir.

Çizelge 4.1 ve 4.2'de HG faz fonksiyonu için difüzyon uzunluğu değerleri  $t = 1$ 'e yaklaştıkça yüksek artış gösterirken AG faz fonksiyonundan elde edilen difüzyon uzunluğu değerleri kendi içerisinde daha uyumlu bir davranış göstermektedir. HG'de gözlenen bu durum Çizelge 4.3 ile Çizelge 4.7 arasındaki değerler incelendiğinde  $c$ 'nin bütün değerlerinde artan  $t$  parametresine göre AG faz fonksiyonundan elde edilen difüzyon uzunluğu değerlerinin de kendi içerisinde uyumlu bir şekilde davranış gösterdiği görülmektedir. Bu uyumlu davranış, daha önce Öztürk ve Anlı (2012)'nin aynı problemi Legendre ve I. tip Chebyshev polinomlarını kullanarak yaptıkları çalışmada da gözlenmiştir.

Çizelge 4.7'de hesaplanan  $t$ 'nin tüm değerlerine karşılık  $c = 0$  durumunda AG ve HG'nin bütün değerlerinin eşit olduğu görülmektedir. Çizelgelerdeki tüm  $t = 0$  (izotropik saçılma) değeri için bütün  $c$  değerlerinde AG ve HG için difüzyon uzunlukları aynı sonucu vermektedir.

Çizelge 4.1-4.7'de verilen sonuçlardan, nötronlar az yutucu ( $c \rightarrow 0$ ) bir ortamda hareket ediyorsa, HG faz fonksiyonu kullanılarak elde edilen difüzyon uzunluğu sonuçlarının AG faz fonksiyonu kullanılarak elde edilen sonuçlara oldukça yakın olduğu görülmektedir. Ancak eğer nötronlar çok yutucu ( $c \rightarrow 1$ ) bir ortamda hareket ediyorsa, HG faz fonksiyonu kullanılarak elde edilen difüzyon uzunluklarının AG faz fonksiyonu kullanılarak elde edilen sonuçlardan uzaklaştığı görülmektedir. Bu durum özellikle  $t > 0,75$  olduğu zaman, yani kuvvetli ileri saçılmanın olduğu durumda, gözlenmektedir (Anlı ve ark., 2005).

Çizelge 4.1.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon uzunluğu ( $L$ ) hesaplamaları  $c = 0,99, 0,98$  ve  $0,97$ .

$t$	$c = 0,99$		$c = 0,98$		$c = 0,97$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	3,544406025	4,335549848	2,512594538	3,069545660	2,056725174	2,509428067
-0,99	3,553255545	4,340938568	2,518835753	3,073331742	2,061807462	2,512499370
-0,75	3,787770096	4,476661481	2,684140636	3,168621253	2,196343934	2,589769897
-0,50	4,089304101	4,632410546	2,896422232	3,277954496	2,368896848	2,678357920
-0,25	4,476614811	4,805693315	3,168621252	3,399447068	2,589769896	2,776706724
0,00	5,000000000	5,000000000	3,535533907	3,535533906	2,886751345	2,886751346
0,25	5,763904175	5,219957510	4,068942293	3,689392260	3,316790634	3,011010318
0,50	7,035975445	5,471756555	4,950737714	3,865260542	4,022589935	3,152833306
0,75	9,853292780	5,763904180	6,868028200	4,068942296	5,530012635	3,316790634
0,99	35,44406146	6,093484310	20,48079802	4,298223655	14,48818970	3,500957644
1,00	50,00000000	6,108472220	25,00000000	4,308637424	16,66666666	3,509312032

Çizelge 4.2.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon uzunluğu ( $L$ ) hesaplamaları  $c = 0,96, 0,95$  ve  $0,93$ .

$t$	$c = 0,96$		$c = 0,95$		$c = 0,93$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	1,785714286	2,175970700	1,601281538	1,948709408	1,360323904	1,651145467
-0,99	1,790103594	2,178613046	1,605196406	1,951057028	1,363613262	1,653102586
-0,75	1,906232129	2,245066276	1,708715315	2,010075631	1,450494522	1,702266374
-0,50	2,054987342	2,321191728	1,841149236	2,077630084	1,561356846	1,758449872
-0,25	2,245066276	2,405626122	2,010075630	2,152488010	1,702266374	1,820590805
0,00	2,500000000	2,500000000	2,236067977	2,236067978	1,889822365	1,889822366
0,25	2,867696674	2,606430176	2,560737598	2,330206912	2,157157187	1,967604454
0,50	3,466876227	2,727723629	3,086066998	2,437333392	2,583711946	2,055855708
0,75	4,724555914	2,867696674	4,170288280	2,560737599	3,436040664	2,157157188
0,99	11,22533138	3,024586991	9,166984497	2,698762902	6,710955990	2,269985249
1,00	12,50000000	3,031695314	10,00000000	2,705008904	7,142857145	2,275078776

Çizelge 4.3.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon uzunluğu ( $L$ ) hesaplamaları  $c = 0,90, 0,89$  ve  $0,88$ .

$t$	$c = 0,90$		$c = 0,89$		$c = 0,88$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	1,147078669	1,386750491	1,096586158	1,323913128	1,052689902	1,269182706
-0,99	1,149805124	1,388353362	1,099177222	1,325430234	1,055162327	1,270624439
-0,75	1,221694444	1,428571429	1,167456588	1,363481432	1,120276788	1,306770934
-0,50	1,313064328	1,474419562	1,254121861	1,406823700	1,202813061	1,347909666
-0,25	1,428571428	1,524985704	1,363481431	1,454580718	1,306770934	1,393195532
0,00	1,581138830	1,581138830	1,507556723	1,507556723	1,443375673	1,443375674
0,25	1,796053020	1,643989874	1,709713980	1,566777244	1,634301126	1,499400360
0,50	2,132007164	1,714985852	2,023611646	1,633574092	1,928791875	1,562500000
0,75	2,773500980	1,796053021	2,614434928	1,709713980	2,475368857	1,634301126
0,99	4,789131426	1,885785716	4,372025984	1,793820813	4,021809077	1,713454506
1,00	5,000000000	1,889822366	4,545454546	1,797600009	4,166666666	1,717007050

Çizelge 4.4.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon uzunluğu ( $L$ ) hesaplamaları  $c = 0,80, 0,79$  ve  $0,78$ .

$t$	$c = 0,80$		$c = 0,79$		$c = 0,78$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	0,833333333	0,993399268	0,815518545	0,970736544	0,799003465	0,949671470
-0,99	0,835191381	0,994446605	0,817324132	0,971749846	0,800759865	0,950652809
-0,75	0,883883476	1,020620726	0,864610761	0,997062990	0,846728213	0,975157379
-0,50	0,944911182	1,050210064	0,923789992	1,025654512	0,904172437	1,002811816
-0,25	1,020620726	1,082531755	0,997062990	1,056855734	0,975157379	1,032960846
0,00	1,118033988	1,118033989	1,091089451	1,091089452	1,066003582	1,066003582
0,25	1,250000000	1,157275125	1,217973492	1,128881026	1,188121142	1,102434660
0,50	1,443375673	1,200961154	1,402757727	1,170892760	1,364877726	1,142875802
0,75	1,767766953	1,250000000	1,709214429	1,217973492	1,654758481	1,188121142
0,99	2,451451690	1,303215088	2,337393015	1,268966052	2,233478643	1,237032733
1,00	2,500000000	1,305582420	2,380952381	1,271232091	2,272727272	1,239203993

Çizelge 4.5.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon uzunluğu ( $L$ ) hesaplamaları  $c = 0,75, 0,73$  ve  $0,70$ .

$t$	$c = 0,75$		$c = 0,73$		$c = 0,70$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	0,755928946	0,894427191	0,731585469	0,862967288	0,700140042	0,821994937
-0,99	0,757554019	0,895322962	0,733133889	0,863812989	0,701585973	0,822773604
-0,75	0,800000000	0,917662935	0,773522219	0,884886455	0,739221271	0,842151921
-0,50	0,852802865	0,942809042	0,823610352	0,908565445	0,785674201	0,863868425
-0,25	0,917662935	0,970142500	0,884886455	0,934253091	0,842151921	0,887356509
0,00	1,000000000	1,000000000	0,962250448	0,962250449	0,912870929	0,912870929
0,25	1,109400392	1,032795559	1,064251428	0,992925781	1,005037815	0,940720868
0,50	1,264911064	1,069044968	1,207539260	1,026735173	1,132277034	0,971285862
0,75	1,511857892	1,109400392	1,430470252	1,064251428	1,324532357	1,005037816
0,99	1,970658556	1,152780836	1,827314024	1,104431098	1,647556016	1,040989160
1,00	2,000000000	1,154700538	1,851851852	1,106205520	1,666666666	1,042572070

Çizelge 4.6.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon uzunluğu ( $L$ ) hesaplamaları  $c = 0,69, 0,67$  ve  $0,65$ .

$t$	$c = 0,69$		$c = 0,67$		$c = 0,65$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	0,690789623	0,809723235	0,673526672	0,7869382040	0,657951695	0,7662141660
-0,99	0,692204148	0,810481357	0,674881837	0,7876575115	0,659251502	0,7668973250
-0,75	0,728995433	0,829340228	0,710077569	0,8055353245	0,692958928	0,7838618015
-0,50	0,774333440	0,850455754	0,753307691	0,8255164705	0,734223098	0,8027878385
-0,25	0,829340228	0,873270862	0,805535324	0,8470622940	0,783861801	0,8231544730
0,00	0,898026510	0,898026510	0,870388279	0,8703882800	0,845154254	0,8451542545
0,25	0,987200021	0,925014367	0,953939678	0,8957538895	0,923514193	0,8690178050
0,50	1,109605262	0,954591410	1,067338590	0,9234748135	1,028689000	0,8950240730
0,75	1,292827253	0,987200022	1,234003785	0,9539396785	1,180562672	0,9235141935
0,99	1,595247372	1,021871155	1,500000750	0,9862163145	1,415488076	0,9535926335
1,00	1,612903226	1,023396188	1,515151515	0,9876332470	1,428571428	0,9549105215

Çizelge 4.7.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon uzunluğu ( $L$ ) hesaplamaları  $c = 0,60, 0,50$  ve  $0,00$ .

$t$	$c = 0,60$		$c = 0,50$		$c = 0,00$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	0,625000000	0,7216878365	0,577350269	0,6546536705	0,500000000	0,500000000
-0,99	0,626175181	0,7222899960	0,578314932	0,6551217820	0,500000000	0,500000000
-0,75	0,656532164	0,7372097810	0,603022689	06666666665	0,500000000	0,500000000
-0,50	0,693375245	0,7537783620	0,632455532	0,6793662210	0,500000000	0,500000000
-0,25	0,737209781	0,7715167500	0,666666666	0,6928203230	0,500000000	0,500000000
0,00	0,790569415	0,7905694150	0,707106781	0,7071067815	0,500000000	0,500000000
0,25	0,857492925	0,8111071060	0,755928946	0,7223151185	0,500000000	0,500000000
0,50	0,944911182	0,8333333330	0,816496581	0,7385489460	0,500000000	0,500000000
0,75	1,066003582	0,8574929260	0,894427191	0,7559289460	0,500000000	0,500000000
0,99	1,240729168	0,8827806895	0,995037190	0,7738232330	0,500000000	0,500000000
1,00	1,250000000	0,8838834765	1,000000000	0,7745966695	0,500000000	0,500000000

Çizelge 4.8-4.14 arasında ise bu çalışmanın ikinci kısmı olarak nitelendirilebilecek difüzyon katsayıları hesaplanmıştır. HG faz fonksiyonu kullanıldığında elde edilen difüzyon katsayıları denklem (3.73)'den, AG faz fonksiyonu kullanıldığında elde edilen difüzyon katsayıları ise sırasıyla denklem (3.90)'dan hesaplanmıştır.

Daha önce HG ve AG faz fonksiyonlarının kullanılmasıyla elde edilen difüzyon uzunlukları için yapılan yorumların aynı difüzyon katsayıları için de geçerlidir. Burada da nötronların az yutucu ( $c \rightarrow 0$ ) bir ortamda hareket etmesi durumunda HG faz fonksiyonu ile elde edilen difüzyon katsayılarının AG faz fonksiyonu ile elde edilen sonuçlara oldukça yakın olduğu görülmektedir. Ve yine eğer nötronlar çok yutucu ( $c \rightarrow 1$ ) bir ortamda hareket ediyorsa, HG faz fonksiyonu ile elde edilen difüzyon katsayılarının AG faz fonksiyonu ile elde edilen sonuçlardan uzaklaştığı görülmektedir.



Çizelge 4.8.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon katsayısı ( $D$ ) hesaplamaları  $c = 0,99, 0,98$  ve  $0,97$ .

$T$	$c = 0,99$		$c = 0,98$		$c = 0,97$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	0,251256281	0,375939849	0,252525252	0,376884422	0,253807106	0,377833753
-0,99	0,252512499	0,376874952	0,253781342	0,377814719	0,255063000	0,378759184
-0,75	0,286944045	0,400801603	0,288184438	0,401606425	0,289435600	0,402414486
-0,50	0,334448160	0,429184549	0,335570469	0,429799426	0,336700336	0,430416068
-0,25	0,400801603	0,461893764	0,401606425	0,462249614	0,402414486	0,462606013
0,00	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000
0,25	0,664451827	0,544959128	0,662251655	0,544464609	0,660066006	0,543970988
0,50	0,908265213	0,598802395	0,980392156	0,597609561	0,970873786	0,596421471
0,75	1,941747573	0,664451827	1,886792453	0,662251655	1,834862385	0,660066006
0,99	25,12562814	0,742611020	16,77852349	0,738989063	12,59445844	0,735402265
1,00	50,00000000	0,746268656	25,00000000	0,742574257	16,66666667	0,738916256

Çizelge 4.9.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon katsayısı ( $D$ ) hesaplamaları  $c = 0,96, 0,95$  ve  $0,93$ .

$T$	$c = 0,96$		$c = 0,95$		$c = 0,93$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	0,255102040	0,378787878	0,256410256	0,379746835	0,259067357	0,376884422
-0,99	0,256357670	0,379708384	0,257665550	0,380662352	0,260321757	0,382584742
-0,75	0,290697974	0,403225806	0,291970802	0,404040404	0,294550810	0,405679513
-0,50	0,337837837	0,431034482	0,338983050	0,431654676	0,341296928	0,432900432
-0,25	0,403225806	0,462962963	0,404040404	0,463320463	0,405679513	0,464037123
0,00	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000
0,25	0,657894736	0,543478260	0,655737704	0,542986425	0,651465798	0,542005420
0,50	0,961538461	0,595238095	0,952380952	0,594059405	0,934579439	0,591715976
0,75	1,785714286	0,657894736	1,739130435	0,655737704	1,652892562	0,651465798
0,99	10,04016064	0,731850117	8,403361345	0,728332119	6,305170240	0,721396623
1,00	12,50000000	0,735294117	10,00000000	0,731707317	7,142857143	0,724463768

Çizelge 4.10.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon katsayısı ( $D$ ) hesaplamaları  $c = 0,90, 0,89$  ve  $0,88$ .

$T$	$c = 0,90$		$c = 0,89$		$c = 0,88$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	0,263157894	0,384615384	0,264550264	0,385604113	0,265957446	0,386597938
-0,99	0,264410364	0,385505011	0,265801924	0,386488366	0,267208208	0,387476751
-0,75	0,298507462	0,408163265	0,299850075	0,408997955	0,301204819	0,409836065
-0,50	0,344827586	0,434782608	0,346020761	0,435413643	0,347222222	0,436046511
-0,25	0,408163265	0,465116279	0,408997955	0,465477114	0,409836065	0,465838509
0,00	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000
0,25	0,645161290	0,540540540	0,643086816	0,540054005	0,641025641	0,539568345
0,50	0,909090909	0,588235294	0,900900900	0,587084148	0,892857142	0,585937500
0,75	1,538461538	0,645161290	1,503759399	0,643086816	1,470588235	0,641025641
0,99	4,857155963	0,711237553	4,205214466	0,707914483	3,881987757	0,704622322
1,00	5,000000000	0,714285714	4,545454545	0,710900473	4,166666667	0,707547169

Çizelge 4.11.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon katsayısı ( $D$ ) hesaplamaları  $c = 0,80, 0,79$  ve  $0,78$ .

$T$	$c = 0,80$		$c = 0,79$		$c = 0,78$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	0,277777777	0,394736842	0,279329608	0,395778364	0,280898876	0,396825396
-0,99	0,279017857	0,395569620	0,280567869	0,39660506	0,282135199	0,397645936
-0,75	0,312500000	0,416666666	0,313971742	0,417536534	0,315457413	0,418410041
-0,50	0,357142857	0,441176470	0,358422939	0,441826215	0,359712230	0,442477876
-0,25	0,416666666	0,468750000	0,417536534	0,469116497	0,418410041	0,469483569
0,00	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000
0,25	0,625000000	0,535714285	0,623052959	0,535236396	0,621118012	0,534759358
0,50	0,833333333	0,576923076	0,826446281	0,575815739	0,819672130	0,574712643
0,75	1,250000000	0,625000000	1,226993865	0,623052959	1,204819277	0,621118012
0,99	2,403846154	0,679347826	2,294630564	0,676315433	2,194907814	0,673309991
1,00	2,500000000	0,681818181	2,380952381	0,678733031	2,272727273	0,675675675

Çizelge 4.12.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon katsayısı ( $D$ ) hesaplamaları  $c = 0,75, 0,73$  ve  $0,70$ .

$T$	$c = 0,75$		$c = 0,73$		$c = 0,70$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	0,285714285	0,400000000	0,289017341	0,402144772	0,294117647	0,405405405
-0,99	0,286944045	0,400801603	0,290242061	0,402933354	0,295303727	0,406173842
-0,75	0,320000000	0,421052631	0,323101777	0,422832981	0,327868852	0,425531914
-0,50	0,363636363	0,444444444	0,366300366	0,445765230	0,370370370	0,447761194
-0,25	0,421052631	0,470588235	0,422832981	0,471327572	0,425531914	0,472440944
0,00	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000
0,25	0,615384615	0,533333333	0,611620795	0,532386867	0,606060606	0,530973451
0,50	0,800000000	0,571428571	0,787401574	0,569259962	0,769230769	0,566037735
0,75	1,142857143	0,615384615	1,104972376	0,611620795	1,052631579	0,606060606
0,99	1,941747273	0,664451827	1,803101334	0,658674746	1,628664495	0,650195058
1,00	2,000000000	0,666666666	1,851851852	0,660792951	1,666666667	0,652173913

Çizelge 4.13.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon katsayısı ( $D$ ) hesaplamaları  $c = 0,69, 0,67$  ve  $0,65$ .

$T$	$c = 0,69$		$c = 0,67$		$c = 0,65$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	0,295857988	0,406504065	0,299401197	0,408719346	0,303030303	0,410958904
-0,99	0,297070881	0,407265618	0,300607226	0,409466874	0,304228780	0,411692054
-0,75	0,329489291	0,426439232	0,332778702	0,428265524	0,336134453	0,430107526
-0,50	0,371747211	0,448430493	0,374531835	0,449775112	0,377358490	0,451127819
-0,25	0,426439232	0,472813238	0,428265524	0,473559589	0,430107526	0,474308300
0,00	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000
0,25	0,604229607	0,530503978	0,600600600	0,529567519	0,597014925	0,528634361
0,50	0,763358780	0,564971751	0,751879699	0,562851782	0,740740740	0,560747663
0,75	1,036269430	0,604229607	1,005025126	0,600600600	0,975609756	0,597014925
0,99	1,577784790	0,647416806	1,485001485	0,641930928	0,402524544	0,636537237
1,00	1,612903226	0,649350649	1,515151515	0,643776824	0,428571429	0,638297872

Çizelge 4.14.  $U_1$  yaklaşımı ile difüzyon katsayısı ( $D$ ) hesaplamaları  $c = 0,60, 0,50$  ve  $0,00$ .

$T$	$c = 0,60$		$c = 0,50$		$c = 0,00$	
	HG	AG	HG	AG	HG	AG
-1,00	0,312500000	0,416666666	0,333333333	0,428571428	0,500000000	0,500000000
-0,99	0,313676286	0,417362270	0,33444816	0,429184549	0,500000000	0,500000000
-0,75	0,344827586	0,434782608	0,363636363	0,444444444	0,500000000	0,500000000
-0,50	0,384615384	0,454545454	0,400000000	0,461538461	0,500000000	0,500000000
-0,25	0,434782608	0,476190476	0,444444444	0,480000000	0,500000000	0,500000000
0,00	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000	0,500000000
0,25	0,588235294	0,526315789	0,571428571	0,521739130	0,500000000	0,500000000
0,50	0,714285714	0,555555555	0,666666666	0,545454545	0,500000000	0,500000000
0,75	0,909090909	0,588235294	0,800000000	0,571428571	0,500000000	0,500000000
0,99	1,231527094	0,623441396	0,990099009	0,598802395	0,500000000	0,500000000
1,00	1,250000000	0,625000000	1,000000000	0,600000000	0,500000000	0,500000000

## 5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Nükleer reaktör teorisinde bugüne kadar nötron transport denklemini çözmek için birçok araştırmacı çeşitli yöntemlerle birçok çalışma yapmıştır. Daha önceki bölümlerde de belirtildiği gibi her yeni çalışma, bir önceki çalışmadan daha uygulanabilir olduğu için daha iyi sonuçlar elde etmek üzere araştırmacılar tarafından denenmiştir. Önceki çalışmalar kısmında da belirtildiği üzere, bu çalışmalarda nükleer reaktör teorisine yenilik getirmek amacıyla çeşitli geometrilere farklı nötron açısal akı tanımları, alternatif faz fonksiyonları, değişik sınır şartları tanımlanmıştır. İlk çalışmalardan bugüne kadar yapılan çalışmalara bakıldığında teorik hesaplamalarda araştırmacıların büyük ölçüde yol katettiği gözlenebilir. Teorik çalışmalardan elde edilen sonuçların deneysel verilerle kıyaslanabilirliği veya referans (benchmark) değerlerle uyumu yapılan çalışmaların nükleer reaktör teorisine katkısını, dolayısıyla nükleer enerji elde etmenin imkanlarını göstermektedir.

Nötron transport teorisinde, çeşitli geometrilere kritik kalınlık hesabı, kritik yarıçap hesaplamaları, aynı şekilde difüzyon katsayısı ve difüzyon uzunluğu hesabı, akı hesabı gibi fiziksel analizler nükleer reaktörlerin tasarıma önemli katkılar sağlamıştır. Reaktör teorisinde uç mesafe hesabı, Milne problemi, Albedo problemi gibi fiziksel kavramların açıklanması yine nötron transport denkleminin çeşitli geometrilere çözümü ve önerilen farklı saçılma fonksiyonları, açısal akı tanımları ile mümkündür. Bu bahsedilen fiziksel kavramların iyi bir şekilde açıklanması, elde edilen değerlerin deneysel sonuçlarla uyumu, referans değerlere yakınsaması, tasarlanması gereken nükleer reaktör hakkında bilgi vermektedir. Reaktörün iyi bir şekilde tasarlanması ve kurulması, elde edilecek nükleer enerjinin verimliliğini arttıracak, yakıtın verimli bir şekilde korunmasını sağlayacak ve çevresel atıkları minimuma indirecektir.

Bu çalışmada, bir nükleer reaktörün tasarımına dair yapılacak ilk hesaplamalardan birisi olan difüzyon uzunluğu ve difüzyon katsayısı probleminin dilim geometride, konvansiyonel saçılma fonksiyonları yerine alternatif bir saçılma fonksiyonu (AG) kullanılarak çözümü amaçlanmıştır. Bu nedenle, düzlem geometride nötron transport denkleminde alternatif çözümler elde etmek amacıyla geleneksel olarak kullanılan saçılma tesir kesitleri (izotropik, ileri-geri saçılma, anizotropik saçılma vs.) yerine,

önce Henyey-Greenstein (HG) daha sonra ise Anlı-Güngör (AG) saçılma fonksiyonları kullanılarak difüzyon probleminin yine literatüre gireli fazla olmamasına rağmen son yıllardaki çalışmalarda etkinliği yeterince ispatlanmış olan  $U_N$  yöntemi ile hesaplanabileceği gösterilmiştir. Transport denkleminde yer alan açılal nötron akısının II. tip Chebyshev polinomları cinsinden seri açılması yaklaşımı olarak tanımlanan  $U_N$  yönteminin transport teorisi problemlerdeki bu yakınsaklığı, kendisiyle aynı aileden (Jacobi polinomları), olan Legendre polinomlarının ( $P_N$  yöntemi) uzun zamandan beri uygulanan ve birçok problemde çok iyi sonuçlar (hatta o kadar iyi ki bazı durumlarda  $P_N$  yönteminin sonuçları referans olarak kabul görmektedir) vermesinden kaynaklandığı söylenebilir.

Nötron transport denkleminin çözümlerinde ortogonal (dik) polinomlar kolaylık sağladığı için çok sık kullanılmaktadır. Bu çalışmada da nötron açılal akısını II. tip Chebyshev polinomları cinsinden tanımlayarak nötron transport denkleminde uygulanmıştır. Bu durumda bu polinoma ait birçok fonksiyon özelliklerinden yararlanılmıştır. Bu fonksiyonların tanım aralıkları, diklik koşulları ve diğer özelliklerine bakarak nötron dağılımı hakkında uyumlu olup olmadığına karar vermek mümkündür. Chebyshev polinomları, reaktör içinde saçılmaya uğrayan nötronların saçılma doğrultu kosinüsleriyle aynı tanım aralığında  $[-1,1]$  olduğundan nötron transport denkleminin çözümünde çoğunlukla kullanılmaktadır.

Reaktör teorisinde  $c$ 'nin 1'e yakın değerlerindeki hesaplamalar esastır. Kritiklik, reaktör içerisinde fisyon olayının devamlılığı şeklinde tanımlanırsa  $c = 1$  durumunda sistem kritiktir ve fisyon kaybı dolayısıyla sistemde nötron kaybı olmuyor demektir.

Düzlem geometride nötron transport denkleminde iki ayrı faz fonksiyonunun uygulanması ve fiziksel olarak difüzyon uzunluğu değerlerinin elde edilmesi esas alınarak hazırlanan bu yüksek lisans tezinde elde edilen değerler incelendiğinde AG faz fonksiyonunda  $c$ 'nin artan değerlerine göre tüm  $t$  parametreleri uyumlu sonuçlar vermiştir. Ancak HG faz fonksiyonu Bulgular ve Tartışma kısmında belirtildiği gibi bazı  $c$  değerlerinde  $t$  parametresinin artmasıyla birlikte sıçramalar göstermiştir.  $t$  parametresinin artışıyla difüzyon uzunluğunun arttığı her iki faz fonksiyonunda da

gözelemlenmekle birlikte  $c$ 'nin azalması ile de difüzyon uzunluğunun azaldığı yine her iki faz fonksiyonunda gözlenmektedir.

Bu çalışmadan çıkarılabilecek en önemli sonuçlardan birisi, alternatif olarak kullanılan ve bu çalışmaya özgün değer katan AG saçılma tesir kesitinin transport teorisindeki problemlere rahatlıkla uygulanabilir olmasıdır. Dahası AG faz fonksiyonunu sadece transport teorisinde değil fen ve mühendisliğin diğer alanlarında da ilgili problemlerin çözümünde de kullanılabileceği söylenebilir. En azından kendisi doğrudan olmasa da düzeltilmiş şekliyle diğer problemlerde kolaylıkla denenebileceği söylenebilir.

## KAYNAKLAR

- Anlı, F., Yaşa, F., Güngör, S., General eigenvalue spectrum in a one-dimensional slab geometry transport equation, Nucl. Sci. and Eng., 150, 72-77, 2005.
- Anlı, F., Güngör, S., Yaşa, F., Öztürk, H.,  $T_N$  approximation to reflected slab and computation of the critical half thicknesses, J. Quant. Spectros. & Radia. Transfer, 101, 135-140, 2006.
- Anlı, F., Güngör, S., Yaşa, F., Öztürk, H.,  $T_N$  approximation to neutron transport equation and application to critical slab problem, J. Quant. Spectros. Radia. Transfer, 71, 25-37, 2006.
- Anlı, F., Güngör, S., Some useful properties of Legendre polynomials and its applications to neutron transport equation in slab geometry, Applied Mathematical Modelling, 31, 727-733, 2007.
- Aronson, R., Critical problems for bare and reflected slabs and spheres, Nucl. Sci. Eng., 86, 150-156, 1984.
- Arfken, G.B., Weber, H.J., Mathematical methods for physicists, Academic Press, London, 4. Edition, 974s., 1995.
- Atalay, M.A., Yıldız, C.,  $P_N$  critically solutions of neutron transport equation with anisotropic scattering in reflected homogeneous slab and sphere, Kerntechnik, 67, 276-283, 2002.
- Atalay, M.A., Fourier mode analysis of reflected slab and sphere criticality, Prog. Nucl. Energy, 44, 253-262, 2004.
- Barros, R.C., De, Larsen, E.W., A numerical method for one-group slab-geometry discrete ordinates problems with no spatial truncation error, Nucl. Sci. Eng., 104, 199-208, 1990.
- Brockmann, H., Comparison of different isotropic scattering techniques in neutron transport codes, Fusion Technology, Proc. 8th Symp., Netherlands, 17-21, 1974.
- Brockmann, H., Treatment of anisotropic scattering in numerical neutron transport theory, Nucl. Sci. Eng., 77, 377-414, 1981.
- Bülbül, A., Öztürk, H.,  $U_1$  and  $P_1$  approximations to neutron transport equation for diffusion length: Anisotropic, backward and forward scattering, Kerntechnik, 78(3), 2013.



- Bülbül, A., Criticality calculations with  $P_N$  approximation for certain scattering parameters of Anlı-Güngör and Henyey-Greenstein phase functions in spherical geometry, *Kerntechnik*, 80(2), 161-166, 2015.
- Case, K.M., Zweifel, P.F., *Linear transport theory*, Addison-Wesley Publishing Company, London, 342s., 1967.
- Case, K.M., de Hofmann, F., Placzek, G., *Introduction to theory of neutron diffusion*, Vol.1, Govt. Print Office, Washington DC, 1953.
- Conkie, W.R., *Polynomial approximations in neutron transport theory*, *Nucl. Sci. Eng.*, 6, 260-266, 1956.
- Davison, B., *Neutron transport theory*, Oxford University Press, London, 450s., 1958.
- Dahl, E.B., Sjöstrand, N.G., *Extrapolation distance of spheres and of infinite slabs and cylinders for mono energetic neutrons scattering anisotropically*, *Ann. Nucl. Energy*, 6(1), 7-12, 1979.
- Garis, N.S., Sjöstrand, N.G., *Kerntechnik*, 54-183, 1989.
- Güleçyüz, M.Ç., Kaşkaş, A., Tezcan, C., *The singular eigen function analysis of the third form transport equation using half-range orthogonality relations: the half-space problems*, *J. Quant. Spectros. Radia. Transfer.*, 70, 55-66, 2001.
- Henyey, L.G., Greenstein, J.L., *Diffuseradiation in the galaxy*, *Astro physical Journal*, 93, 70-83, 1941.
- Inönü, E., *A theorem on anisotropic scattering*, *Transport theory and statistical physics*, 3, 137-146, 1973.
- Kamiuto, K., Seki, J., *Study of the  $P_1$  approximation in an inverse scattering problem*, *J. Quant. Spectros. Radiat. Transfer.*, 37, 455-459, 1987.
- Karper, H.G., Lindeman, A.J., Leaf, G.K., *Benchmark Values for the Slab and Sphere Criticality Problem in One-Group Neutron Transport Theory*, *Nucl. Sci. Eng.*, 54, 94-99, 1974.
- Kaşkaş, A., Tezcan, C., Güleçyüz, M.Ç., *The solution of the third form transport equation using singular eigen functions: the slab and the sphere criticality problems*, *J. Quant. Spectros. Radia. Transfer.*, 66, 519-528, 2000.
- Kerner, I. O., Kiesewetter, H., and von WEBER, S., *Kernenergie*, 60, 299, 1967.

- Kohut, P., Anisotropic eigenvalue spectrum calculations of the neutron transport operator with low-order spatial expansion methods, Nucl. Sci. Eng., 115(4), 320-333, 1993.
- Kschwendt, H., The  $P_N$ - $P_L$  Method for neutron transport in homogeneous slabs with anisotropic scattering, Nucl. Sci. Eng., 44, 423-434, 1971.
- Lathrop, K.D., Leonard, A., Comparison of exact and  $S_N$  solutions of the monoenergetic critical equation with anisotropic scattering, Nucl. Sci. Eng., 22, 115, 1965.
- Lee, C.E., Dias, M.P., Analytical solutions to the moment transport equations-I, One-group one-region slab and sphere criticality, Ann. Nucl. Eng., 11-10, 515-530, 1984.
- Lewis, E.E., Miller, W.F.Jr., Computational methods of neutron transport, American Nuclear Society, USA, 401s., 1993.
- Mark, J.C., The neutron density near a plane surface, Phy. Rev., 72, 558, 1947.
- Marshak, R.E., Note on the spherical harmonic method as applied to the Milne problem for a sphere, Phy. Rev., 71, 443, 1947.
- Mika, J., Neutron transport with anisotropic scattering, Nucl. Sci. Eng., 11(4), 415, 1961.
- Mitsis, G.J., Transport solutions to the monoenergetic critical problems, Argonne National Laboratory Report ANL-6787, 1963.
- Özemre, A.Y., Nötronların difüzyon teorisi, Matbaa teknisyenleri basımevi, İstanbul, 1969.
- Öztürk, H., Güngör, S., Silindirik geometride nötron transport denkleminin spektral green fonksiyonları ile çözümü, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, Adana, 2003.
- Öztürk, H., Anlı, F., Güngör, S.,  $T_N$  method for the critical thickness of one-speed neutrons in a slab with forward and backward scattering, J. Quant. Spectros. Radia. Transfer, 102, 211-216, 2007a.
- Öztürk, H., Anlı, F., Güngör, S., Application of the  $U_N$  method to the reflected critical slab problem for one-speed neutrons with forward and backward scattering, Kerntechnik, 72(1-2), 74-76, 2007b.

- Öztürk, H., The reflected critical slab problem for one-speed neutrons with strongly anisotropic scattering, *Kerntechnik*, 73(1-2), 66-74, 2008.
- Öztürk, H.  $U_N$  approximation to critical slab problem for one-speed neutrons with isotropic, forward and backward scattering, *Kerntechnik*, Vol. 75(5), 288-291, 2010.
- Öztürk, H., Bülbül, A., Kara, A.,  $U_1$  approximation to neutron transport equation and calculation of the asymptotic relaxation length, *Kerntechnik*, 75(6),375-376, 2010.
- Öztürk, H., Modified  $U_N$  method for the reflected critical slab problem with forward and backward scattering, *Kerntechnik*, 76 (2), 142-145, 2011.
- Öztürk, H., The criticality calculations for one-speed neutrons in a reflected slab with anisotropic scattering using the modified  $U_N$  method, *Kerntechnik*, 77(6), 453-457, 2012.
- Öztürk, H., Anlı, F., Diffusion approximation for certain scattering parameters of the Anlı-Güngör phase function, *Kerntechnik*, 77-5, 375-376, 2012.
- Öztürk, H., Application of the Henyey-Greenstein and Anlı-Güngör phase functions for the solution of the neutron transport equation with Legendre polynomials: reflected critical slab problem, *Kerntechnik*, 78-5, 2013.
- Öztürk, H., The effect of strongly anisotropic scattering on the critical size of a slab in one-speed neutron transport theory: modified  $U_N$  method, *Ann. Nucl. Eng.*, 65, 24-29, 2014.
- Sahni, D.C., Dahl, E.B., Sjöstrand, N.G., Behaviour of criticality eigen values of one-speed transport operator with linearly anisotropic scattering, *Ann. Nucl. Energy*, 24, 135-145, 1997.
- Sahni, D.C., Sharma, A., Computation of higher spherical harmonics moments of the angular flux for neutron transport problems in spherical geometry, *Ann. Nucl. Energy*, 27, 411-433, 2000.
- Sahni, D.C., Kulkarni, M., Sjöstrand, N.G., Criticality of reflected spheres by  $P_N$  method, *Ann. Nucl. Eng.*, 31(9), 991-1003, (2004)
- Sjöstrand, N.G., *J. Nucl.Sci. Tech.*, 13, 81, 1976.
- Sjöstrand, N.G., *Atom kern energie*, 31, 16, 1978.

- Tıraş, M., Öztürk, H., Bülbül, A.,  $T_1$  and  $U_1$  approximations to neutron transport equation in one dimensional spherical geometry, Kerntechnik, 79(2), 163-166, 2014.
- Williams, M.M.R., Mathematical methods in particle transport theory, Butter worths, London, 442s.,1971.
- Wood, J., Amultigroup finite-element solution of the neutron transport equation-II, r-z geometry, Ann. Nucl. Eng., 12(5), 217-231, 1985.
- Yaşa, F., Küresel geometride transport denkleminin spektral gren fonksiyonu metodu ile çözümü, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, Adana, 62s., 2002.
- Yıldız, C., Variation of the critical slab thickness with the degree of strongly anisotropic scattering in one-speed neutron transport theory, Ann. Nucl. Eng., 25(8), 529-540, 1998.

## ÖZGEÇMİŞ

1. Adı Soyadı : Ayça ŞİMŞEK YAPAR

2. Doğum Tarihi : 04/03/1987

3. Öğrenim Durumu :

Derece	Bölüm/Program	Üniversite	Bitirme Yılı
Lisans	Fizik	Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi	2013
Yüksek Lisans	Fizik	Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi	2016

#### 4. Ulusal hakemli dergilerde yayımlanan makaleler:

Şimşek Yapar, A., Öztürk, H., Bülbül A., Diffusion approximation with Henyey-Greenstein phase function using  $U_N$  method, SDÜ Fen Dergisi, 10(2), 190, 2015.

#### 5. Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitabında basılan bildiriler:

Öztürk, H., Şimşek Yapar, A., Diffusion approximation with Henyey-Greenstein phase function using  $U_N$  method, Tesnat, Osmaniye, 2015