



T.C

MUŞ ALPARSLAN ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

$\beta^-$  PARÇALANMASI YAPAN ÇEKİRDEKLERİN YASAKLI GEÇİŞLER İÇİN  
INTERNAL BREMSSTRAHLUNG SPEKTRUMLARININ MONTE CARLO  
YÖNTEMİ İLE ELDE EDİLMESİ

Emrullah TOKGÖZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

FİZİK Anabilim Dalı

ARALIK-2018

MUŞ

Her Hakkı Saklıdır

## TEZ KABUL VE ONAYI

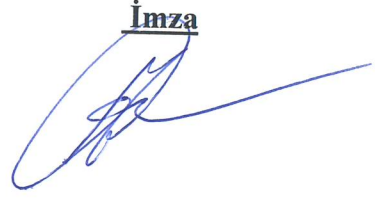
Emrullah TOKGÖZ tarafından hazırlanan “ $\beta^-$  Parçalanması Yapan Çekirdeklerin Yasaklı Geçişler İçin Internal Bremsstrahlung Spektrumlarının Monte Carlo Yöntemi İle Elde Edilmesi” adlı tez çalışması 26/12/2018 tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri tarafından oy birliği ile Muş Alparslan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

### Jüri Üyeleri

#### **Başkan**

Prof. Dr. Cevad SELAM  
Muş Alparslan Üniversitesi, Fen Edebiyat Fak., Fizik Bl.

İmza



#### **Danışman**

Doç. Dr. Ekrem ALMAZ  
Muş Alparslan Üniversitesi, Fen Edebiyat Fak., Fizik Bl.



#### **Üye**

Dr. Öğr. Üyesi Sultan Şahin BAL  
Bitlis Eren Üniversitesi, Fen Edebiyat Fak., Fizik Bl.



Yukarıdaki sonucu onaylarım.



Prof. Dr. Murad Aydın ŞANDA

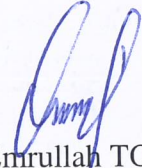
FBE Müdürü

## TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

## DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all materials and results that are not original to this work.



Emrullah TOKGÖZ

Tarih: 26.12.2018

## ÖZET

### YÜKSEK LİSANS TEZİ

# $\beta^-$ PARÇALANMASI YAPAN ÇEKİRDEKLERİN YASAKLI GEÇİŞLER İÇİN INTERNAL BREMSSTRAHLUNG SPEKTRUMLARININ MONTE CARLO YÖNTEMİ İLE ELDE EDİLMESİ

Emrullah TOKGÖZ

Muş Alparslan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Ekrem ALMAZ

2018, 56 sayfa

Jüri

Danışman: Doç. Dr. Ekrem ALMAZ

Jüri Üyesi: Prof. Dr. Cevad SELAM

Jüri Üyesi: Dr. Öğr. Üyesi Sultan Şahin BAL

Son zamanlarda çok nadir görülmesine rağmen, iç bremsstrahlung (IB) üzerine bilimsel çalışmalar, uzun yıllardır devam etmektedir. Çekirdeklerin beta bozunumuna eşlik eden IB spektrumunun yayınlanma mekanizmasını açıklamak için birçok teori ortaya atılmıştır. Orijinal KUB teorisinin, orta ve yüksek enerji bölgesinde deneysel sonuçlarla uyumsuzluk içinde olduğu gözlenmiştir. Bununla birlikte, teori ile deneyler arasında gözlemlenen farklılıkların çoğu yakın zamana kadar açıklanamamıştır. IB, her türlü beta bozunumuna eşlik eden düşük yoğunluklu sürekli elektromanyetik radyasyon spektrumudur. Yasak beta geçişlerinden gelen iç bremsstrahlung yayınlanması üzerine eski deneysel çalışmalar, teorik hesaplamalardan belirgin bir şekilde sapmalar göstermiştir. Bu çalışmada IB olasılığı için daha çok, teorik hesaplamaların içine giren bir yol izlendi. Chang ve Falkoff tarafından yasak geçişler için önerilen analitik ifadeler IB spektrumunun elde edilmesinde kullanıldı. Ayrıca, IB olayında Coulomb etkilerini içeren hesaplamaları, bu olayda Coulomb etkisine ilk olarak değinen Lewis ve Ford'un literatürdeki çalışması referans alınarak hesaplandı. Bu çalışmada beta kaynağı olarak  $^{32}_{15}\text{P}$ ,  $^{86}_{37}\text{Rb}$ ,  $^{89}_{38}\text{Sr}$ ,  $^{90}_{38}\text{Sr}$ ,  $^{90}_{39}\text{Y}$ ,  $^{99}_{43}\text{Tc}$ ,  $^{170}_{69}\text{Tm}$  ve  $^{185}_{74}\text{W}$  izotopları ele alınmıştır. Bu izotoplardan  $^{32}_{15}\text{P}$  dışında tüm izotoplar yasak enerji geçiş bölgesinde yer almaktadır. Tarafımızca geliştirilen Monte Carlo hesaplama yöntemiyle bu izotoplara ait IB spektrumları elde edildi. Bu sonuçlar, analitik olarak verilen ifadelerden hesaplanan IB spektrum sonuçları ile karşılaştırıldı.

**Anahtar Kelimeler:**  $\beta^-$  parçalanması, Internal (iç) bremsstrahlung, KUB teorisi, Monte Carlo Metodu, Reddetme yöntemi

**ABSTRACT**  
**MS THESIS**

**INTERNAL BREMSSTRAHLUNG SPECTRA OF  $\beta^-$  DECAYING NUCLEI  
FOR FORBIDDEN TRANSITIONS OBTAINING BY MONTE CARLO  
METHOD**

**Emrullah TOKGÖZ**

**Graduate School of Natural and Applied Sciences of Muş Alparslan University  
Department of Physics**

**Advisor: Assoc. Prof. Dr. Ekrem ALMAZ**

**2018, Page: 56**

**Jury**

**Advisor: Assoc. Prof. Dr. Ekrem ALMAZ**

**Jury: Prof. Dr. Cevad SELAM**

**Jury: Assist. Prof. Dr. Sultan Şahin BAL**

Work on internal bremsstrahlung (IB) has been going on for many years, although it has become very rare lately. Many theories have been performed in order to explain the mechanism of emission of the IB spectrum accompanying beta decay of nuclei. The original KUB theory has been found to be in disagreement with experiment in the intermediate and high-energy region. However, many of the differences observed between the theory and the experiments could not be explained until recently. The IB is a low-intensity continuous spectrum of electromagnetic radiation which accompanies all types of beta decay. Former experimental studies on the internal bremsstrahlung emission from the forbidden beta transitions have shown marked deviations from the theoretical calculations. We took the more theoretical calculations way for the IB probability. Calculations have been carried out from the work by Chang and Falkoff in which they proposed new analytic formulas for the IB spectrum for forbidden transitions. Also we have calculated the Coulomb effects of internal bremsstrahlung spectra from the Lewis and Ford who first addressed to this phenomenon. The analytical formulas for Coulomb effects are calculated from the expressions which are given in their study. We have handled and analyzed the data of IB emissions from different beta emitting isotopes such as  $^{32}_{15}\text{P}$ ,  $^{86}_{37}\text{Rb}$ ,  $^{89}_{38}\text{Sr}$ ,  $^{90}_{38}\text{Sr}$ ,  $^{90}_{39}\text{Y}$ ,  $^{99}_{43}\text{Tc}$ ,  $^{170}_{69}\text{Tm}$  and  $^{185}_{74}\text{W}$ . All of these isotopes are located in the forbidden energy zone except for  $^{32}_{15}\text{P}$ . We have proposed Monte Carlo calculation method which is developed by us for deriving IB spectra from the above isotopes. IB spectra from the analytical calculation results were compared that of our Monte Carlo calculation results.

**Keyword:**  $\beta^-$  Decay, Internal bremsstrahlung, KUB theory, Monte Carlo Method, Rejection technique

## ÖNSÖZ

Bu çalışmanın gerçekleştirilmesinde, değerli bilgilerini benimle paylaşan, kullandığı her kelimenin hayatıma kattığı önemini asla unutmayacağım saygıdeğer danışman hocam; Doç. Dr. Ekrem ALMAZ'a, çalışmam boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen arkadaşlarım Bilal ÖZMEN, Sevda BOZTEPE ve çalışma süresince tüm zorlukları benimle göğüsleyen ve hayatımın her evresinde bana destek olan değerli aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.



## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
<b>TEZ BİLDİRİM</b> .....	iii
<b>ÖZET</b> .....	iv
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>ÖNSÖZ</b> .....	vi
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	vii
<b>SİMGELER VE KISALTMALAR</b> .....	ix
<b>1. GİRİŞ</b> .....	1
<b>2. KAYNAK ARAŞTIRMASI</b> .....	3
2.1. Elektronların Madde ile Etkileşmesi.....	3
2.1.1. Elastik çarpışma.....	3
2. 1. 1.1. Atomik elektronlarla elastik çarpışma.....	3
2. 1. 1. 2. Çekirdekle elastik çarpışma.....	3
2.1.2. İnelastik çarpışma.....	4
2.1.2.1. Atomik elektronlarla inelastik çarpışma.....	4
2.1.2.2. Çekirdekle inelastik çarpışma.....	5
2.1.3. Bremsstrahlung (Frenleme ışınımı) olayı.....	6
2.1.4. Cherenkov ışınması.....	6
2.2. Beta Parçacıkları.....	6
2.2.1. Beta parçalanması.....	6
2.2.2. Beta parçalanması ve beta enerji spektrumu.....	8
2.2.3. Beta parçalanmasında geçişler.....	12
2.3. Bremsstrahlung (Frenleme Işınımı) Olayı.....	15
2.3.1. Klasik yaklaşım.....	15

2.3.2. Kuantum mekaniksel yaklaşım.....	17
2.4. Bremsstrahlung Tesir Kesiti.....	18
2.5. Beta Parçalanmasında İnternal Bremsstrahlung Olayı.....	19
2.5.1. Elektron yakalamasında internal bremsstrahlung.....	25
2.5.2. İnternal bremsstrahlung 'un dairesel kutuplanması.....	25
<b>3. MATERYAL VE YÖNTEM.....</b>	<b>27</b>
3.1. Monte Carlo Yöntemi.....	27
3.2. Temel Monte Carlo İlkesi.....	28
3.3. Reddetme Yöntemi.....	30
<b>4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA.....</b>	<b>34</b>
4.1. $\beta^-$ Spektrumlarının Monte Carlo Yöntemi ile Elde Edilmesi.....	34
4.2. İzinli ve Yasaklı Geçişlerde Analitik Çözümlerin Elde Edilmesi.....	39
4.3. IB Spektrumunda Coulomb Etkilerinin Hesaplanması.....	40
<b>5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....</b>	<b>43</b>
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>52</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ.....</b>	<b>55</b>



## SİMGELER VE KISALTMALAR

EB	: External Bremsstrahlung
eV	: Elektron Volt
F	: Fermi geçişi
G-T	: Gamow Teller geçişi
IB	: Internal Bremsstrahlung
keV	: Kilo elektron volt
KUB	: Knipp, Uhlenbeck ve Bloch
MC	: Monte Carlo
MeV	: Milyon elektron volt
RaE	: Bizmut-210
Q	: Atomik elektrona aktarılan enerji
$ P ^2$	: Geçiş matrisinin karesi
$E_{cr}$	: Kritik enerji
$W_0$	: Durgun kütle enerji biriminde toplam enerji
$\beta^+$	: Radyoaktif çekirdeğin pozitron yayarak parçalanma sabiti
$\beta^-$	: Radyoaktif çekirdeğin elektron yayarak parçalanma sabiti
$\tau_0$	: Zaman sabiti
$\bar{\nu}$	: Antinötrino
A	: Kütle numarası
c	: Işık hızı ( $3 \cdot 10^8$ m/s)
d $\Omega$	: Diferansiyel katı açısı
e	: Elektron yükü
E	: Gelen fotonun enerjisi
E'	: Saçılan foton enerjisi
ft	: Beta geçişinin tipini belirleyen bir sabit
h	: Plank sabiti ( $6.62 \cdot 10^{-34}$ j.s)
h $\nu$	: Foton enerjisi
k	: $mc^2$ cinsinden saçılan elektronun kinetik enerjisi
L	: Açısal momentum
$mc^2$	: Elektronun durgun kütle enerjisi (511 keV)
P	: Momentum
$P$	: Olasılık
S	: Spin

$W$	: Durgun kütle enerji biriminde enerji
$Z$	: Atom numarası
$\alpha$	: İnce yapı sabiti
$\delta$	: Perdeleme parametresi
$\theta$	: Fotonun saçılma açısı
$\rho$	: Yoğunluk
$\sigma$	: Tesir kesiti
$\tau$	: Yayınlanan fotonun enerji kesri
$\nu$	: Nötrino
$\varphi$	: Azimut açısı
$\Gamma$	: Bethe Heitler parametresi



## 1. GİRİŞ

Hareketli bir elektronun Coulomb potansiyeli altında atomla etkileşmesi durumunda ortama bir foton yayılması bremsstrahlung (frenlenme ışınımı) olayı olarak adlandırılır. Bu işlemin doğasının anlaşılma merakının haricinde, bremsstrahlung işleminin fizik biliminde özellikle nükleer fizikte niçin bu kadar önemli olduğunu vurgulayan pek çok sebep vardır. İlk olarak, bremsstrahlung olayı, elektromanyetik alanla, maddesel parçacık alanları arasındaki çiftlenimin genel bir sonucu olduğundan, temel bir teoremin anlaşılmasına kaynaklık etmektedir. Bu yüzden bremsstrahlung fizik biliminin hemen tüm alt dallarında; atomik ve nükleer fizik başta olmak üzere, katıhal fiziği ve parçacık fiziğinde karşımıza çıkmaktadır. Dahası, bremsstrahlung astrofizik alanında deneysel bulguların incelenmesinde kullanılan önemli bir parametredir. Bunun haricinde teknik uygulamalarda birçok kullanım alanı bulunmaktadır.

Bizim araştırma konumuza kaynaklık eden Internal (iç) bremsstrahlung ise daha özel bir alanda karşımıza çıkmaktadır. Beta parçalanması yapan radyoaktif çekirdeklerin kendi çekirdek alanıyla etkileşmesi sonucu ortama salınan zayıf olasılıklı fotonların spektrumu internal bremsstrahlung (IB) olarak adlandırılmaktadır. Bu olay uzun yıllar araştırılmasına rağmen hala güncel olarak araştırmacılar tarafında incelenmektedir. Özellikle elektron yakalamasında ortaya çıkan IB spektrumu üzerinden, nötrino parçacığının kütesinin tahmini çalışmaları 1980'lerde nükleer fiziğin popüler çalışma alanlarına dâhil olmuştur. Günümüzde ise IB çalışmaları karanlık madde yok olması araştırmalarında teknik parametre olarak kullanılmaktadır.

Tarihsel olarak ele alındığında IB teorisi önce izinli beta geçişleri için oluşturuldu, daha sonra yasak geçişler için teori genişletildi. Buna ek olarak Coulomb düzeltmeleri farklı araştırmacılar tarafından teoriye eklendi. Bugüne kadar yapılan deneysel çalışmalar ise teori ile genel olarak uyumlu sonuçlar vermiştir. Ama yine de özellikle yüksek enerji bölgelerinde teori ve deney arasında sapmalar, bugün bile gözlenmektedir. Bunun bir nedeni IB deneylerinin hassas bir şekilde yapılmasının oldukça zor olmasıdır. Özellikle deneysel spektrumun foton ölçümünün yapıldığı detektörün cevap etkilerinden sıyrmanın zorluğuna ek olarak external (dış)

bremsstrahlung fotonlarının spektruma katkısının minimuma indirgeyecek deneysel kurulumun zorluğu da karşımıza çıkmaktadır.

Bu tez çalışmasında bu olayı daha farklı bir şekilde; benzetişim yöntemleri ile incelemek istedik. Gelişen teknoloji ve buna bağlı olarak yüksek işlem gücüne sahip bilgisayarların ortaya çıkması ile karmaşık fizik problemleri benzetişim yöntemleri ile incelenebilmektedir. Bu yöntemler arasında en popüler yöntemlerden biri Monte Carlo yöntemidir. Pek çok bilim dalında kullanılan bu yöntemin fizik, özellikle nükleer fizikte uygulama alanı oldukça geniştir. Uygulamalı nükleer fizik alanında yapılan çalışmaların çoğunda etkileşmeler tesir kesiti kavramıyla anlatılmaktadır. Tesir kesiti üzerine yapılan çalışmaların sonucunda ise fotonların ve parçacıkların madde ile etkileşmeleri daha hassas bir biçimde ele alınabilmektedir. Fotonların ve parçacıkların madde ile etkileşmesinin anlaşılması tesir kesiti kavramına bağlı olduğundan, benzetişim yöntemlerinin, deneysel çalışmaların yanında kullanılmasının önemi de artmaktadır. Bu yöntem ile parçacıkların madde içindeki etkileşmeleri takip edilebilmekte, bu yolla deneysel değerlerle karşılaştırılabilecek sağlıklı bulgular elde edilebilmektedir.

Bu tez çalışmasında beta parçalanması yapan çeşitli radyoizotopları ele alarak bu izotoplara ait IB fotonlarını incelemeye çalıştık. İlk bölümde elektronların madde ile etkileşmesini tanımladıktan sonra, takip eden bölümde beta parçalanması yapan bir çekirdekten çıkan beta parçacığının enerji dağılımını buna bağlı olarak çıkan elektronun enerjisinin nasıl elde edeceğimizi inceledik. Materyal ve Yöntem kısmında; Monte Carlo yöntemini ve bizim tez çalışmasına bu yöntemin nasıl uygulandığını açıklamaya çalıştık. Ortaya çıkan elektronun bremsstrahlung yapma tesir kesitine bağlı olarak bir IB fotonu yayınlama olasılığının Monte Carlo yöntemi ile nasıl elde edileceğini tartışıp, analitik çözüm yöntemlerini bu bölümde sunduk. Sonuçlar ve öneriler kısmında; incelenen radyoizotopları izinli ve yasaklı beta geçişlerine göre ayırarak her bir geçiş tipi için elde edilen IB spektrumlarını, Monte Carlo yöntemi ile elde edilen spektrumlarla karşılaştırdık.

Yapılan bu tez ile Monte Carlo yöntemi ve analitik çözüm yöntemleri kullanılarak incelenen izinli ve yasak geçiş yapan beta parçacıklarından elde edilen IB foton spektrumlarının karşılaştırılmasının, bu alanda bir eksikliği dolduracağına inanıyoruz.

## 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

### 2.1. Elektronların Madde ile Etkileşmesi

Her türlü radyasyon deteksiyon cihazlarının cevap belirtgenleri, dedektörün yapıldığı materyal ile elektronların ve fotonların etkileşmesine bağlıdır. Yapılan ölçümlerin ne anlama geldiğini açıklamak için elektronlarla madde arasındaki çeşitli etkileşim tiplerini anlamak ve yorumlamak çok önemlidir. Ayrıca radyasyon dozu da elektronun madde ile etkileşmesine bağlı olarak hesaplanmaktadır. Burada öne çıkan tüm etkileşmeler, aslında Coulomb kuvvetlerinden kaynaklanmaktadır. Bir elektronun kinetik enerjisini kaybetmesi ya da geliş doğrultusundan saçılması dört temel etkileşim ile olur.

1. Elastik Çarpışma
2. İnelastik Çarpışma
3. Bremsstrahlung (Frenleme Işınımı)
4. Cherenkov Işınması

#### 2. 1. 1. Elastik çarpışma

##### 2. 1. 1. 1. Atomik elektronlarla elastik çarpışma

Gelen elektron, etkileştiği atomun elektronlarının alanında elastik olarak sapar. Olayda momentum ve enerji korunur. Atomik elektrona aktarılan enerji onun bağlanma enerjisinden daha küçük olduğundan, etkileşme aslında bir bütün olarak atomla olur. Bu çarpışmalar çok düşük enerjili ( $<100 eV$ ) elektronlar için etkilidir (Cengiz, 1991).

##### 2. 1. 1. 2. Çekirdekle elastik çarpışma

Gelen elektron, radyasyon yayımlamadan veya çekirdeği uyarmadan elastik olarak çekirdekten sapar. Elektron, yalnızca çekirdekle arasındaki momentum korunumu için gerekli kinetik enerjiyi kaybeder. Bu işlem  $eV$  basamağındadır. Dolayısıyla çarpışmada enerji kaybı yok denecek kadar azdır.

Bir elektron,  $Ze$  yüklü bir atomik çekirdeğin yanında geçtiğinde Coulomb kuvvetleri nedeniyle bir  $\theta$  açısı kadar yolundan sapar.  $E$  enerjili bir elektronun  $\theta$  ile  $\theta + d\theta$  açı aralığına saçılması Rutherford diferansiyel tesir kesiti,

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \frac{Z^2 e^4}{4E^2(1-\cos\theta+2\beta_N)^2} \quad (2.1)$$

İle verilir (Shimizu ve ark., 1972). Burada  $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ , diferansiyel katı açı ve  $\beta_N$  atomik perdeleme parametresidir. Bu parametre Nigam ve ark. (1959) tarafından,

$$\beta_N = 5.43 \frac{Z^2}{E}, \quad [E]=\text{eV} \quad (2.2)$$

olarak elde edilmiştir. Rutherford diferansiyel saçılma tesir kesitinin tüm katı açı üzerinden integrasyonu ile toplam elastik tesir kesiti,

$$\sigma_{el} = \frac{\pi e^4 Z^2}{4\beta_N(1+\beta_N)E^2} \quad (\text{cm}^2 / \text{çekirdek}) \quad (2.3)$$

olarak elde edilir (Cengiz, 1991).

## 2. 1. 2. İnelastik çarpışma

### 2. 1. 2. 1. Atomik elektronlarla inelastik çarpışma

Gelen elektron, ortamdaki atomik elektronlarla inelastik çarpışma yaparak yolundan sapar. Vurulan atomik elektron, ya bir atomu uyarılmış duruma geçirir, ya da atomdan uzaklaşır. Böylece atom uyarılmış duruma geçer ya da iyonlaşmış olur. Gelen elektron, ortamda önceki inelastik çarpışmalar sonucunda iyonlaşmış atomların yani iyonların elektronlarıyla da inelastik çarpışma yaparak onları uyarabilir. Böyle iyonlara uyarılmış iyon adı verilir. Gelen elektron enerjisinin bir kısmını vurulan elektrona aktarır.

Gelen elektronun  $Q$  ile  $Q + dQ$  arasında bir enerjisi atomik elektrona aktarması için, atomik elektron başına diferansiyel inelastik saçılma tesir kesiti aşağıdaki ifade ile verilir (Evans, 1955).

$$d\sigma_{in} = \frac{2\pi e^4}{mv^2} \frac{dQ}{Q^2} \quad (2.4)$$

burada  $e$ ,  $m$  ve  $v$  sırasıyla elektronun yükü, durgun kütlesi ve hızıdır. Işık hızına bağlı olarak elektronun hızı,  $\beta = v/c$  olarak tanımlanıp, Denk. (2.4)'de kullanılırsa,

$$d\sigma_{in} = \frac{2\pi e^4}{mc^2 \beta^2} \frac{dQ}{Q^2} \quad (2.5)$$

ifadesi elde edilir. Burada  $mc^2 = 0,511 \text{ MeV}$  ile elektronun durgun kütle enerjisini temsil etmektedir. Denklemden verilen  $\beta$ 'nin gelen elektronun kinetik enerjisi  $E$ 'ye bağlı ifadesi,

$$\beta = \left[ 1 - \left( \frac{mc^2}{mc^2 + E} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.6)$$

şeklinde verilir. Toplam inelastik saçılma tesir kesiti ise,

$$\sigma_{in} = \int_{E_{min}}^{E_{max}} d\sigma_{in} \quad (2.7)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $E_{max}$  ve  $E_{min}$  sırasıyla, atomik elektrona aktarılan minimum ve maksimum enerjidir.  $E_{min}$ , atomik elektronların en düşük bağlanma enerjisi olarak alınabilir. Bütün ortamların en düşük bağlanma enerjileri  $eV$  basamağındadır. Minimum enerji olarak  $4 \text{ eV}$  değeri alınabilir (Cengiz ve Özmutlu, 1994). İnelastik saçılmadan sonra, gelen ve vurulan atomik elektron birbirinden ayırt edilemez. Bundan dolayı inelastik saçılmadan sonra, elektronların maksimum enerjisi  $E/2$  kadar olabilir;  $E_{max} = E/2$ 'dir. Denk.(2.7)'deki integral alınarak, toplam inelastik saçılma tesir kesiti,

$$\sigma_{in} = \frac{2\pi e^4}{mc^2 \beta^2} \left[ \frac{E-2E_{min}}{E E_{min}} \right] \quad (cm^2/elektron) \quad (2.8)$$

olarak elde edilir. Atom başına toplam inelastik saçılma tesir kesiti ifadesi,  $Z$  ortamın atom numarası olmak üzere;

$$\sigma_{in} = \frac{2\pi e^4}{mc^2 \beta^2} Z \left[ \frac{E-2E_{min}}{E E_{min}} \right] \quad (cm^2/atom) \quad (2.9)$$

şeklinde yazılabilir.

### 2. 1. 2. 2. Çekirdekle inelastik çarpışma

Gelen elektron, çekirdeğe kadar ulaşıp yakalanmama durumunda enerjisinin bir kısmını kaybederek yolundan sapar. Bu çarpışmada nükleer uyarılma olasılığı da vardır, fakat bu olasılık çok düşüktür. Ancak çok yüksek enerji ile gelen elektronlar çekirdeğe kadar ulaşılabilirler. Çekirdeğe ulaşan elektronlar da çok büyük bir olasılıkla

bremsstrahlung olayı sonucu enerji kaybederler. Çekirdekle inelastik çarpışma olasılığı bremsstrahlung olayı olasılığından çok küçüktür (Almaz, 2000).

### 2. 1. 3. Bremsstrahlung (Frenleme ışınımı) olayı

Klasik elektromanyetik teoriye göre serbest dolaşan parçacıklar ivmelenmeye başladıklarında enerjileri değişir ve ışımaya yaparlar. Yüksek hızlı elektronların atom ile karşılaşip onun etkisi ile yavaşlamaları sonucu bu olay meydana gelir. Almanca frenleme ışınması anlamına gelen ve bazı kaynaklarda beyaz ışımaya olarak da geçen bu olay daha sonra kapsamlı olarak ele alınacaktır.

### 2. 1. 4. Cherenkov ışınması

Bir yüklü parçacık, herhangi bir madde içinden geçerken parçacığın hızı  $v = \beta c$ , ışığın faz hızından büyükse elektromanyetik radyasyon yayınlar. Bu olay, Cherenkov tarafından bulunmuş, teorik açıklaması Frank ve Tam tarafından yapılmıştır. Collins, Reiling ve diğer araştırmacılar da olayı deneysel olarak doğrulamıştır (Cengiz, 1991).

## 2. 2. Beta Parçacıkları

### 2.2.1. Beta parçalanması

Üç tür olay beta parçalanması olarak adlandırılmaktadır;

1. Radyoaktif bir çekirdeğin elektron yayınlarken parçalanması:  $\beta^-$  parçalanması.

2. Radyoaktif bir çekirdeğin pozitron yayınlarken parçalanması:  $\beta^+$  parçalanması.

3. Radyoaktif bir çekirdeğin etrafındaki elektronlardan birini yakalaması: Elektron yakalanması.

Bu parçalanmalarda çekirdeğin kütle numarasında değişme olmaz fakat çekirdek yükünde daima bir değişim olur. Çekirdekte proton ve nötronların bulunmasından dolayı elektrik yükü korunmasına göre,  $\beta^-$  yayınlanmasında bir nötron ve bir protona ve  $\beta^+$  yayınlanmasında da bir proton bir nötrona dönüşmelidir.



Elektron ve pozitron çekirdek içinde serbest halde bulunamaz. Elektron ve pozitronun parçalanma sırasında oluştukları kabul edilmektedir. Çekirdeğin elektron yakalamasında ise elektron, çekirdek içinde enerjiye dönüşmektedir. Elektron yakalaması genellikle K elektron tabakasında olur boşalan elektronların yeri dış tabakalardan gelen bir elektronla doldurulur ve ürün çekirdeğe ait atomdan karakteristik X-ışını yayınlanır. Atomun L ve M tabakalarından elektron yakalaması olasılığı oldukça düşüktür. Bazı durumlarda, uyarılmış halde bulunan K tabakası X-ışını çıkaracağı yerde, enerjisini bir L elektronuna aktararak taban enerji durumuna ulaşır. Böylece L elektronu bir  $K_e = hv_K - E_L$  kinetik enerjisi ile yayınlanır. Burada  $h$ , plank sabiti,  $v_K$ , K tabakası için X-ışını frekansı ve  $E_L$ 'de, L tabakasındaki elektronun bağlanma enerjisidir. Bu elektronlar Auger elektronları olarak adlandırılmaktadır. Bu olay, bir tür iç X-ışını fotoelektrik olayına eşdeğer olarak düşünülebilir.

Radyoaktif çekirdeklerden yayınlanan beta parçacıkları sürekli bir enerji dağılımına sahiptirler. Beta parçacıkları, sıfırdan bir maksimum değere kadar kinetik enerjiye çeşitli olasılıklarla sahip olmaktadır.

1934 yılında W. Pauli tarafından ortaya atılan nötrino hipotezi ile  $\beta^-$  parçalanmasında nötrino adı verilen üçüncü bir parçacığın çıktığı ortaya konmuştur.  $\beta^-$  parçalanmasını açıklamak için nötrino aşağıdaki özelliklere sahip olmalıdır.

1. Nötrino olmadan da yük korunduğu için nötrininin da yükü sıfır olmalıdır.
2. Beta parçacıklarının maksimum enerjisi, beta enerji dağılımının uç nokta enerjisine eşit olduğundan, nötrininin durgun kütlesi sıfır veya sıfıra yakın olmalıdır.
3. Açısal momentum korunumu kanunu, beta parçacığı ve nötrino ile sistemin toplam açısal momentumundaki değişimin 0 veya  $h/(2\pi)$  olmasını gerektirdiği ve elektronun spini 1/2 olduğu için nötrininin spini de 1/2 olmalıdır.
4. Nötrininin madde ile etkileşmesi son derece zayıftır. Hiçbir elektromanyetik özelliği yoktur.

Nötrino da elektron ve pozitron gibi çekirdek içinde bulunamaz ve  $\beta^-$  parçalanması sırasında meydana gelir. Nötrino hipotezi E. Fermi tarafından başarılı bir şekilde  $\beta^-$  parçalanmasına uygulanmıştır.

Bu şekilde üç  $\beta$ - parçalanması aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\beta^- \text{ Parçalanması} \quad : n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}$$

$$\beta^+ \text{ Parçalanması} \quad : p \rightarrow n + \beta^+ + \nu$$

$$\text{Elektron yakalanması} \quad : p + e^- \rightarrow n + \nu$$

Burada  $\nu$  ve  $\bar{\nu}$  nötrino ve antinötrinodur. Elektronun karşıt parçacığı pozitron olduğu gibi nötrinin da karşıt parçacığı anti-nötrinodur. Yapılan deneyler sonucunda nötrinin durgun kütleinin  $0.120 \text{ eV}/c^2$  den daha küçük olduğu tespit edilmiştir (Mertens ve Susanne, 2016). Bu hipoteze dayanarak Fermi 1934'te beta parçalanmasını tam olarak tanımlayan bir teori ortaya atmıştır. Teori beta spektrumu şekilleri, ömür, geri tepme ve açısal korelasyon ve benzer deneylerle uygun bir şekilde doğrulanmıştır.

Paritenin korunmadığını da göz önüne alan modern bir beta parçalanma teorisi 1956'da Lee ve Yang (1957) tarafından ileri sürüldü. Beta parçalanmasının Fermi teorisi (Fermi, 1934; Konopinski, 1943; Wu, 1950) aşağıdaki kabullere dayanır:

a) Elektron ve nötrino çekirdeğin içinde mevcut olamayacağından bunlar parçalanma esasında ortaya çıkmış olmalıdırlar. Fermi'ye göre, nükleon, elektron ve nötrino parçacıkları arasında, bir nötronun aynı anda bir elektron ve bir nötrino yayınlanmasıyla bir protona dönüşmesine sebep olan bir etkileşme mevcuttur. Elektromanyetik alan yerine kullanılan, elektron-nötrino alanı ile bir  $\beta^-$  geçişi, bir gama geçişine benzemektedir.

b) Etkileşme çok zayıf ve kısa menzillidir. Menzil en çok nükleer boyut mertebesinde; ya da etkileşme bir nokta etkileşmesi olabilir. Bu etkileşme parçacıkların lineer veya açısal momentumuna bağlı olmayıp onların spin durumlarına bağlı olabilir. Bu etkileşme, yüklerin işaretinde olduğu kadar, yayınlama ve soğurmada da tamamen simetriktir.

Klasik anlamda  $\beta$ - parçalanma teorisini geliştirmenin bir yolu olmadığından,  $\beta$ - parçalanmasının teorisinde tamamen kuantum mekaniksel yöntemler geçerlidir.

### 2. 2. 2. Beta parçalanması ve beta enerji spektrumu

Çekirdeğin elektron veya pozitron yayınlayarak parçalanması veya çekirdeğin etrafındaki elektronlardan birini yakalaması beta parçalanması olarak

adlandırılmaktadır. Bu parçalanma sırasında ürün çekirdekle birlikte bir beta parçacığı (elektron veya pozitron), bir elektron nötrinosu ortama salınır. Radyoaktif çekirdeklerden yayınlanan beta parçacıkları sürekli bir enerji dağılımına sahiptirler. Beta parçacıkları, sıfırdan bir maksimum değere kadar kinetik enerjiye çeşitli olasılıklarla sahip olmaktadır.

Beta parçalanmasında parçalanma enerjisi, beta parçacığı, geri tepen ürün çekirdek ve nötrino veya antinötrino arasında paylaşılır. Bundan dolayı beta parçalanmasında parçalanma enerjisinin beta parçacığı ve nötrino veya antinötrino arasında paylaşıldığı ve bu paylaşımın geliş güzel olduğu gösterilmiştir (Konopinski 1966). Böylece beta parçacıkları  $E = 0$ 'dan bir maksimum enerji değeri  $E = E_m$ ' ye kadar sürekli bir enerji spektrumuna sahiptirler. Bu spektrumun kuantum mekaniksel teorisi Fermi (Strachan, 1969) tarafından geliştirilmiştir (Wu ve Moskowsky, 1966; Parker, 1983).

E enerjili beta parçacığının, elektronun durgun kütle enerjisi biriminde toplam enerjisi,

$$W = \frac{E}{mc^2} + 1 \quad (2.10)$$

olmak üzere,  $W$  ve  $W + dW$  enerji aralığındaki beta parçacıkların sayısı,

$$N(W)dW = \frac{|P|^2}{\tau_0} F(Z, W)(W^2 - 1)^{1/2}(W_0 - W)^2 W dW \quad (2.11)$$

ile verilir (Evans, 1955, Konopinski, 1966, Wu ve Moskowsky, 1966, Parker, 1983).

Burada

$$W_0 = \frac{E_m}{mc^2} + 1 \quad (2.12)$$

beta parçacıklarının elektronun durgun kütle enerjisi biriminde maksimum toplam enerjisi,  $|P|^2$ , geçiş için matris elemanın karesi,  $\tau_0$ , zaman sabiti ve  $F(Z, W)$ , elektron yoğunluk oranı olarak tanımlanan karmaşık bir fonksiyondur. Birim zamandaki parçalanma olasılığı yani radyoaktif parçalanma sabiti,

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \int_1^{W_0} N(W) dW \quad (2.13)$$

şeklinde verilir. Burada  $T$ ,  $\beta$ -parçalanması yapan radyoizotopun yarı ömrüdür. Denk.(2.11), Denk.(2.13)'te kullanılırsa,

$$\lambda = \frac{|P|^2}{\tau_0} f(Z, W_0) \quad (2.14)$$

elde edilir. Burada,

$$f(Z, W_0) = \int_1^{W_0} F(Z, W)(W^2 - 1)^{1/2} (W_0 - W)^2 W dW \quad (2.15)$$

Fermi integral fonksiyonu olarak bilinir (Evans 1955). Denk.(2.14)'ten

$$f t \equiv f(Z, W_0)T = \frac{\ln 2\tau_0}{|P|^2} = \frac{\text{sabit}}{|P|^2} \quad (2.16)$$

yazılabilir. Denk.(2.15) ile verilen integralin alınabilmesi için Coulomb çarpanı olarak da bilinen elektron yoğunluk oranı  $F(Z, W)$ 'nin bilinmesi gerekir.  $F(Z, W)$ , bir elektrostatik yük alanında bir elektron için Schrödinger ve Dirac denkleminin çözümünde elde edilebilir. Beta parçacıklarının dalga boyları nükleer boyutlara göre çok uzun olduğundan, çekirdeği bir nokta yük gibi düşünmek yeterlidir. Ayrıca bu dalga boyları atomik boyutlara göre çok küçük olduğundan, atomik elektronlarla perdeleme ihmal edilebilir. Bundan başka, nükleer yükün çok büyük olmadığı durumlar için, elektronların rölâtivistik olmayan davranışları son derece etkilidir ve bu yüzden  $Ze^2/r$  nokta yük alanında bir elektron için, Schrödinger denkleminin çözümü kullanılabilir. Bu çözümden,

$$F(Z, W) = 2\pi v(1 - e^{-2\pi v}) \quad (2.17)$$

elde edilir (Schiff 1968).  $e^\pm$  için,  $v$

$$v = \pm 2\pi Ze^2/(hv) \quad (2.18)$$

İle verilir. Burada  $v$ , Coulomb parametresi,  $v$ , elektronun hızı ve  $Z$ , ürün çekirdeğin yük sayısıdır.  $Z=0$  veya  $v=\infty$  için  $F(Z, W) = 1$  olduğu açıktır (Cengiz, 1991). Çok küçük olmayan bir  $Ze$  yükü ve/veya düşük hızlarda,

$$F(Z, W) \approx 2\pi v = 2\pi\alpha Zc/v, \quad e^- \text{ için} \quad (2.19)$$

$$F(Z, W) \approx 2\pi|v|e^{-2\pi|v|}, \quad e^+ \text{ için} \quad (2.20)$$

olur. Bu geçerli bir yaklaşımdır. Denk.(2.19) ve Denk.(2.20) karşılaştırıldığında, pozitronlar için  $F(Z, W)$  fonksiyonunun  $e^{-2\pi v}$  çarpanı yüzünden elektronlarınkinden daha küçük olduğu görülür (Cengiz, 1991). Bu çarpan  $r = 0$  ile  $r = \infty$  arasındaki

Coulomb engeline bir pozitif yükün girciliğini veren olasılıktır ve Gamow girciliği olarak bilinir (Evans 1955, Konopinski 1966, Schiff 1968).

Bu çalışma  $\beta^-$  parçacıkları için yapılmış  $\beta^+$  parçacıkları göz önüne alınmamıştır. Elektronun ışık hızı biriminde hızı  $\beta = v/c$ ,  $W$ 'ya bağlı olarak,

$$\beta = (W^2 - 1)^{1/2}/W \quad (2.21)$$

şeklinde yazılabilir.  $\beta$  'nın bu ifadesi Denk.(2.19)'da yerine yazılırsa elektronlar yani  $\beta^-$  parçacıkları için,

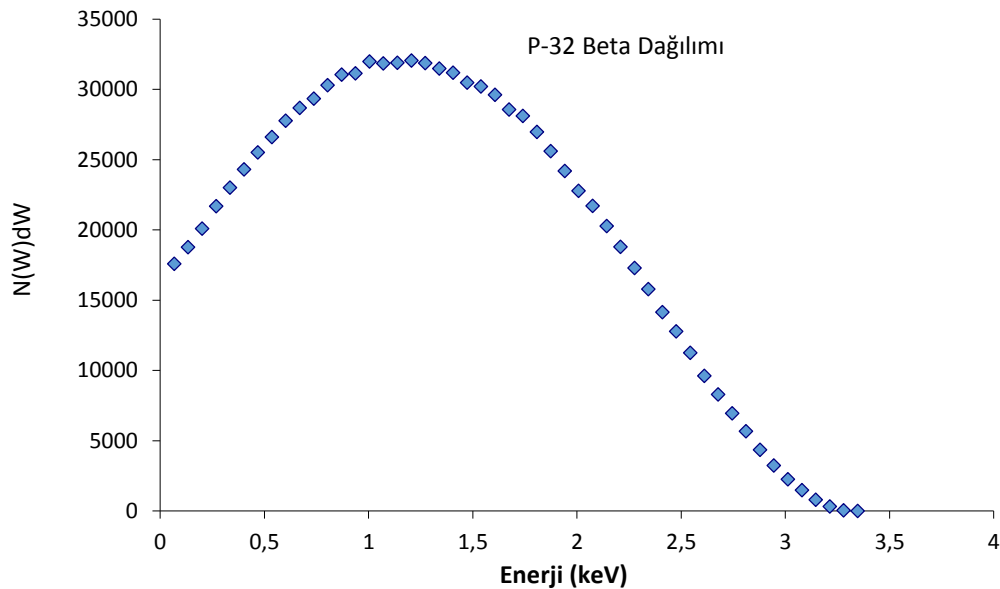
$$F(Z, W) \approx 2 \pi \alpha Z W / (W^2 - 1)^{1/2} \quad (2.22)$$

olarak elde edilir. Bu ifade Denk.(2.11)'de kullanılırsa,  $\beta^-$  parçacıklarının enerji spektrumu,

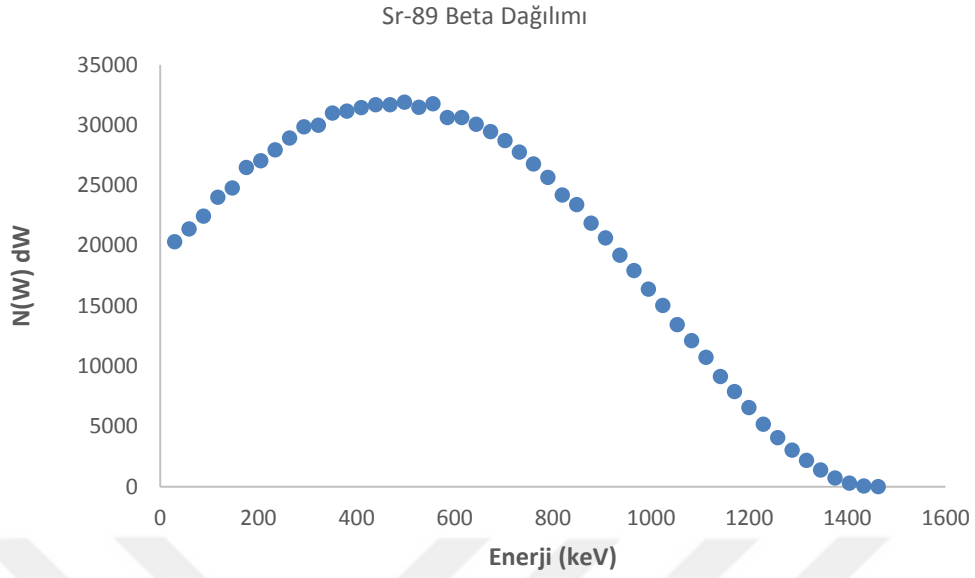
$$N(W) = \frac{|P|^2}{\tau_0} 2\pi \alpha Z (W_0 - W)^2 W^2 \quad (2.23)$$

şeklinde elde edilir.

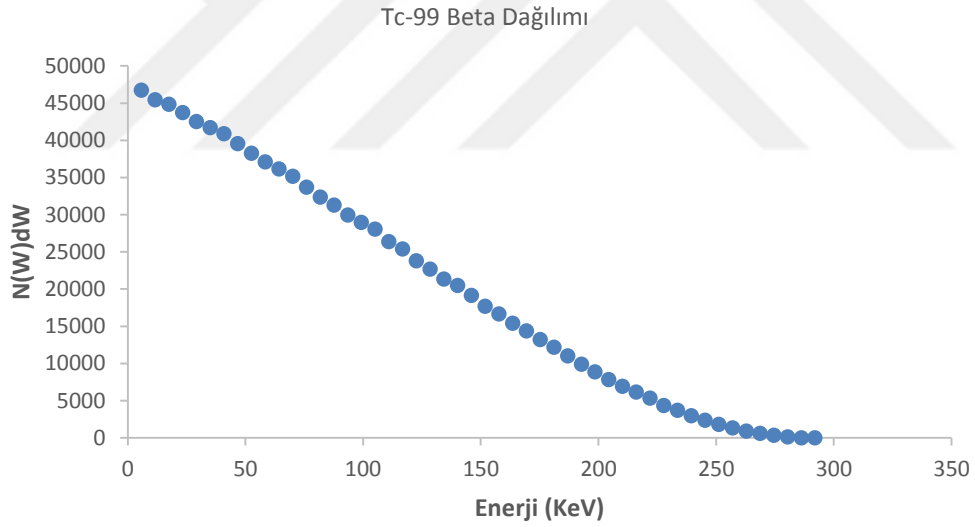
$Z$  değerleri 15, 38 ve 43 olan P-32, Sr-89 ve Tc-99  $\beta^-$  kaynakları için Denk. (2.23)'ten elde edilen teorik beta enerji spektrumları, Şekil 2.1, Şekil 2.2 ve Şekil 2.3'te örnek olarak verilmiştir.



Şekil 2.1. P-32 izotopunun beta dağılımının enerji spektrumu



Şekil 2.2. Sr-89 izotopunun beta dağılımının enerji spektrumu



Şekil 2.3. Tc-99 izotopunun beta dağılımının enerji spektrumu

### 2. 2. 3. Beta parçalanmasında geçişler

$\beta$ - parçalanmasında temel özellikler bakımından bazı farklılıklar bulunmaktadır. Denk.(2.23)'te görülen geçiş matrisinin karesi,  $|P|^2$  ne kadar küçükse ( $ft$  ne kadar büyükse) göz önüne alınan geçiş o kadar imkânsız olur, yasaklanmıştır. Bu tür geçişlere *Yasak Geçişler* denir.  $|P|^2$  ne kadar büyükse ( $ft$  ne kadar küçükse) geçiş o kadar

mümkün olur, izinlidir. Bu tür geçişlere ise İzinli Geçişler denir.  $|P|^2$  ana çekirdekle ürün çekirdeğin dalga fonksiyonlarının üst üste binme derecesi ile orantılıdır. Dalga fonksiyonları ne kadar üst üste binerse,  $|P|^2$  o kadar büyük olur ve 1 değerine yaklaşır. Ana çekirdekle ürün çekirdeğin nükleon sayıları aynı, birinin proton sayısı diğerinin nötron sayısına eşit yani bu iki çekirdek ayna çekirdekler ise birbiri haline dönüşen nükleonlar aynı enerji durumunda bulunurlar ve dalga fonksiyonları eşdeğer olduğu için üst üste binerler.  $|P|^2$  değeri hemen hemen 1'e eşit olur böylece  $ft$  değeri yaklaşık  $10^3$  olan tercihli izinli veya süper izinli geçişler meydana gelir.

Çeşitli beta geçişleri için  $ft$  değerleri  $10^3$  (süper izinli geçişlerde)'den  $10^{23}$  (en yasak geçişler)'e kadar değişir.  $P$ 'nin büyüklüğü gama parçalanmasında olduğu gibi seçim kuralına ve  $\beta^- - \bar{\nu}/\beta^+ - \nu$  çiftinin ürün çekirdekten alıp götürdüğü  $L_\beta$  yörünge açısal momentumunun büyüklüğüne bağlıdır.  $L_\beta$  bir birim artığında  $|P|^2$ ,  $10^{-2} - 10^{-4}$  çarpanı kadar küçülür, dolayısı ile geçiş olasılığı azalır. En izinli geçişler için  $\beta^- - \bar{\nu}/\beta^+ - \nu$  çiftinin götürdüğü açısal momentum  $L_\beta = 0$ 'dır.  $L_\beta = 0$  için geçişler izinlidir.  $L_\beta = 1$  için geçişler Birinci Yasaklı ve  $L_\beta = 2$  için geçişler İkinci Yasaklı'dır.  $\beta^- - \bar{\nu}/\beta^+ - \nu$  çifti, yörünge açısal momentumu  $\vec{L}$ ' den başka, aynı zamanda çekirdekten  $\vec{S}_\beta$  gibi bir toplam spin açısal momentumu da götüreceği için, açısal momentumun korunumuna göre,

$$\vec{J}_a = \vec{J}_ü + \vec{L} + \vec{S}_\beta \quad (2.24)$$

olmalıdır. Burada  $J_a$  ana çekirdeğin  $J_ü$  ürün çekirdeğin toplam açısal momentumlarını göstermektedir. Bundan başka, parite de korunmalı yani ilk sistemin paritesi  $P_i$ , son sistemin paritesi  $P_s$  olmak üzere,

$$P_i = P_s$$

olmalıdır.  $\beta$ -parçalanması geçişinde ana çekirdeğin paritesi  $P_a$ , ürün çekirdeğin paritesi  $P_ü$  ve  $\beta^- - \bar{\nu}/\beta^+ - \nu$  çiftinin paritesi  $P_\beta$  olmak üzere beta parçalanmasında paritenin korunma şartı:

$$\begin{aligned} P_a &= P_\beta \times P_ü \\ P_a &= (-1)^{L_\beta} P_ü \end{aligned} \quad (2.25)$$

olmasını gerektirir. Beta parçalanmasında (zayıf etkileşimlerde) paritenin korunamayabileceği Lee ve Yang (1957) tarafından teorik olarak gösterilmiştir. Ancak, nükleer durumların belirli kesin bir paritesi vardır ve beta bozunumu seçim kurallarının daima yerine getirilmesi gerekir. Üstte verilen Denk.(2.24) ve Denk.(2.25) şartlarına, beta geçişlerinde seçim kuralları adı verilir.  $|P|^2$ 'de  $L_\beta$ 'nin artan değerlerine göre, giderek küçülen terimlere açılabilir.

$$|P|^2 = |P_{L_\beta=0}|^2 + |P_{L_\beta=1}|^2 + |P_{L_\beta=2}|^2 + \dots \quad (2.26)$$

$L_\beta$ 'nin Denk.(2.24) ve Denk.(2.25) şartlarını yerine getiren en küçük değeri,  $|P|^2$ 'deki en önemli terimi belirtir ve böylece  $\beta$ -parçalanma ihtimalinin büyüklüğünü tayin eder.

Çeşitli  $\beta$ -parçalanmaları,  $L_\beta$ 'nin değerine ve ana ile ürün çekirdek arasında parite değişmesi olup olmadığına göre sınıflandırılır. Bundan başka geçişler, yayınlanan  $\beta^- - \bar{\nu}/\beta^+ - \nu$  çiftinin öz spinlerinin birbirine göre yönelimleri bakımından da iki sınıfa ayrılır. Çiftin spinleri, birbirine anti paralel ( $\uparrow\downarrow$ ) olarak yayınlanmışlarsa geçişe Fermi (F) Geçışı denir. Bu halde spin,  $S_\beta = 0$  olur. Yani başlangıç ve son durum açısız momentum durumları değişmez kalmıştır ve  $\Delta J = 0$  'a karşılık gelir. Parçacıklar birbirine paralel ( $\uparrow\uparrow$ ) yayınlanmışlarsa, geçişe Gamow-Teller (G-T) Geçışı adı verilir ve bu halde  $S_\beta = 1$  dir ve  $\Delta J = 0, \pm 1$  olarak başlangıç ve son açısız momentum durumları olarak karşımıza çıkar. Beta parçalanmalarında seçim kuralları iki tip parçalanma geçışı (Fermi ve Gamow-Teller) için Çizelge 2.1'de, bu seçim kurallarının uygulandığı, birkaç deneysel parçalanma örneği de Çizelge 2.2'de verilmiştir.



Çizelge 2.1.  $\beta^-$  Parçalanması İçin Seçim Kuralları

Ana Çekirdek	J	P	Ürün Çekirdek	J	P	Parçalanma tipi
${}^6_2\text{He}$	0	+	${}^6_3\text{Li}$	1	+	İzinli G-T
${}^{14}_8\text{O}$	0	+	${}^{14}_7\text{N}$	0	+	İzinli F
${}^1_0n$	1/2	+	${}^1_1p$	1/2	+	İzinli G-T ve F karışık
${}^{91}_{39}\text{Y}$	1/2	+	${}^{91}_{40}\text{Zr}$	5/2	+	1.Yasaklı, G-T
${}^{38}_{17}\text{Cl}$	2	+	${}^{38}_{18}\text{Ar}$	0	+	1.Yasaklı, G-T
${}^{10}_4\text{Be}$	0	+	${}^{10}_5\text{B}$	3	+	2.Yasaklı, G-T ve F karışık

Çizelge 2.2  $\beta^-$  Parçalanması yapan bazı çekirdeklerin geçiş özellikleri, açısal momentumu, paritesi ve parçalanma tipi

Geçişler	Parite Değişimi	Geçiş Tipi		Log ft
		Fermi (F)	Gamow-Teller (G-T)	
$L_\beta = 0$ Süper İzinli	Yok	$\Delta J = 0$	$\Delta J = 0$	2.9-3.7
$L_\beta = 0$ İzinli	Yok	$\Delta J = 0$	$\Delta J = 0, \pm 1$	4.4-6
$L_\beta = 1$ 1.Yasaklı	Var	$\Delta J = 0, \pm 1$	$\Delta J = 0, \pm 1, \pm 2$	6-10
$L_\beta = 2$ 2.Yasaklı	Yok	$\Delta J = \pm 1, \pm 2$	$\Delta J = \pm 1 \pm 2, \pm 3$	10-13
$L_\beta = 3$ 3.Yasaklı	Var	$\Delta J = \pm 2, \pm 3$	$\Delta J = \pm 2 \pm 3, \pm 4$	>15

## 2.3. Bremsstrahlung (Frenleme Işınımı) Olayı

### 2.3.1. Klasik yaklaşım

Klasik elektromanyetik teoriye göre, ivmesi "a" olan bir yüklü parçacık

$$\frac{dE}{dt} = 2e^2 a^2 / 3c^2 \quad (2.27)$$

hızıyla elektromanyetik enerji yayınlar (Evans, 1955). Elektron veya proton gibi yüklü parçacık çekirdeğin alanı içinde hareket ettiği zaman ivmelenir ve elektromanyetik

dalgalar yayınlar; bu ışımaya bremsstrahlung (frenleme ışınımı) adı verilir. Yayınlanan enerjinin ivmenin karesi ile doğru orantılı olduğu Denk.(2.27)'den görülmektedir. Dolayısıyla yayınlanan enerji kütlenin karesi ile ters orantılıdır, çünkü  $a = F/m$ 'dir. Bu ışımaya olaylarının hafif yüklü parçacıklar olan elektronlar ve pozitronlar için dikkate alınması gerektiğini ve protonlar alfa parçacıkları, mezonlar ve benzeri ağır yüklü parçacıklar için ihmal edilebileceğini açıklar. Kuvvet çekirdeğin yükü ile orantılı olduğundan ışımaya yoluyla enerji kaybetme hızı  $Z^2$  ile orantılıdır. Işıma yoluyla enerji kaybının  $Z^2$  ile orantılı olduğuna ve enerji ile lineer bir şekilde artığına; buna karşılık çarpışma (iyonizasyon) yoluyla enerji kaybının  $Z$  ile orantılı olduğuna ve enerji ile logaritmik bir şekilde artığına dikkat edilmelidir. Bu yüzden yüksek enerjilerde ışımaya yoluyla enerji kaybı daha baskındır.

Işıma yoluyla enerji kaybının önemli olduğu enerji bölgesinde, ışımaya uzunluğu, soğurucu içinde elektronun enerjisinin, ilk enerjisinin  $1/e$  değerine düştüğü yol uzunluğu olarak tanımlanır. Kritik enerji  $E_{cr}$  çarpışma yolu ile enerji kaybının ışımaya yolu ile enerji kaybına eşit olduğu elektron enerjisi olarak tanımlanır. Bethe ve Hietler (1934) tarafından, kritik enerjinin,

$$E_{cr} \approx 1600 mc^2 / Z \quad (2.28)$$

olduğu gösterilmiştir. Işıma yoluyla enerji kaybının iyonlaşma yoluyla enerji kaybına oranı,

$$\frac{(dE/dx)_{rad}}{(dE/dx)_{coll}} \approx \frac{EZ}{1600mc^2} \quad (2.29)$$

ile verilir. Burada  $(dE/dx)_{rad}$  ışımaya yoluyla birim uzunluk başına enerji kaybı (ışımaya durdurma gücü),  $(dE/dx)_{coll}$  çarpışma yoluyla birim uzunluk başına enerji kaybıdır (çarpışma durdurma gücü).  $E$  enerjili bir elektron, bir atomik elektron veya çekirdek alanında ivmelendiğinde, bir minimum enerjiden bir maksimum enerjiye kadar değerler alabilen bir foton yayınlar. Yayınlanan fotonun maksimum enerjisi gelen elektronun kinetik enerjisine eşit yani  $k_{max} = E$ 'dir. Yayınlanan fotonun minimum enerjisinin ne olduğu konusu tam açık değildir. Minimum enerji gerçekte sıfırdır. Sıfır enerjili foton yayınlanması, olayın bremsstrahlung olayı olmadığına eşdeğerdir. Bu durumda hem hesaplamalardaki sıfır bölümden kurtulmak, hem de bremsstrahlung olayı sınırını

belirtmek için bir kesilim enerjisi, minimum enerji değeri olarak araştırmacılar tarafından alınmıştır (Al-Beteri ve Raeside, 1989). Çoklu saçılma ile elektron takibi yapan Noma ve ark. (1983) kesilim enerji değeri  $E/100$  olarak almışlardır Al-Beteri ve Raeside (1989) ise kesilim enerji değeri birkaç  $keV$  olarak almışlardır. Bu çalışmada yayınlanan fotonun minimum enerjisi  $k_{min} = 10 keV$  olarak alınmıştır.

### 2.3.2. Kuantum mekaniksel yaklaşım

Küçük atom numaralı,  $Ze$  yüklü bir çekirdekten, hızı  $v = \beta c$ , durgun kütlesi  $m$  olan bir elektronun inelastik saçılması durumunda,  $(Z/137\beta) \ll 1$  dir. Kuantum mekaniğinde, Birinci Born yaklaşımına göre,  $Z/137\beta$ , 1 ile kıyaslandığında ihmal edilebilir (Evans, 1955). Böylece Birinci Born yaklaşımı, çok düşük hızlı elektronlar hariç bremsstrahlung problemine uygulanabilir.

Kuantum Mekaniksel bremsstrahlung teorisi, rölâtivistik elektronlar için, Birinci Born yaklaşımı ve Dirac'ın rölâtivistik elektron teorisi kullanılarak Bethe-Heitler (1934) ve diğer araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir. Bethe ve Maximon (1954), Born yaklaşımını kullanmaksızın  $E \gg mc^2$  ve  $E - hv \gg mc^2$  olmak üzere diferansiyel tesir kesitini türetmişlerdir. Rölâtivistik olmayan teori, Sommerfeld (1931) tarafından tam dalga fonksiyonları kullanılarak geliştirilmiş ve bu fonksiyonlar, Weinstock (1942) tarafından bütün açılar üzerinden toplanarak deneysel değerlerle karşılaştırılmıştır.

Kuantum Mekaniksel teoride bir düzlem dalga ile temsil edilen, çekirdek alanına girip saçılan elektron, küçük fakat sonlu bir foton yayma olasılığına sahiptir. Sistemin ara durumları, Dirac elektron teorisi ile belirlenen negatif enerji durumları içerir. Bremsstrahlung teorisi çekirdek alanında, hızlı fotonlar tarafından elektron pozitron oluşturulması (çift oluşum) teorisi ile yakından ilgilidir. Radyatif işlem, yayımlanan fotonun elektromanyetik alanı ile elektronun çiftlenimini içerdiiğinden ışıma tesir kesiti, elastik saçılma tesir kesitinin  $1/137$  si mertebesindedir. Gelen elektronların atomik çekirdekten saçılmalarının çoğu elastiktir. Çok az sayıdaki olayda foton yayınlanabilir.

Mott (1931) çekirdek tarafından elektronların elastik saçılmasının kendi adıyla anılan Mott teorisinde, radyatif durdurma gücünü göz önüne almamıştır. Bu teoride, saçılan elektronun ışıma olasılığı  $2\pi e^2/hc = 1/137$  mertebesinde olduğundan ışıma

yoluyla enerji kaybının etkisi göz önüne alınmaz ve böyle terimler  $1/137 \ll 1$  olduğundan, elastik saçılma teorisini geliştirmek için kullanılan Birinci Mertebeden pertürbasyon teorisi (Born Yaklaşımı)'nde ihmal edilmektedir. Elastik saçılmalarda radyatif kayıpların etkisinin % 2 veya %3' den daha az olduğu tahmin edilmektedir (Mott 1931).

#### 2.4. Bremsstrahlung Tesir Kesiti

$E$  kinetik enerjisi ile gelen elektronun atomik elektron ve çekirdek alanında  $k$  ile  $k + dk$  enerji aralığında bir bremsstrahlung fotonu yayınlaması için diferansiyel bremsstrahlung tesir kesiti Al-Beteri ve Raeside (1989) tarafından Bethe-Heitler formülü geliştirilerek,

$$d\sigma_b = 4\alpha r_0^2 Z (Z + \delta) \frac{d\tau}{\tau} \left[ 1 + (1 - \tau)^2 - \frac{2}{3} (1 - \tau) \right] \times \left[ \Phi(\Gamma, Z) + F_1(\beta, Z) + F_2(\beta_0, Z) - \frac{1}{3} \ln(Z) \right] \quad (2.30)$$

şeklinde verilmiştir. Burada  $\tau = k/(E + mc^2) = k/E_0$ , elektronun toplam enerjisi biriminde fotonun enerjisi,  $\alpha = 1/137.04$  ince yapı sabiti  $r_0 = e^2/mc^2 = 2.82 \times 10^{-13}$  cm, klasik elektron yarıçapıdır. Bu ifadede Bethe-Heitler formülündeki  $Z^2$  yerine  $Z(Z + \delta)$  yazılarak elektron alanında tesir kesiti çekirdek alanında tesir kesitine eklenmiştir. Burada  $\delta = 0.75$  olmak üzere, Lanzl ve Hanson (1951) tarafından verilen deneysel bir değerdir.

Al-Beteri ve Raeside, iki perdeleme fonksiyonu yerine tek bir fonksiyon,  $\phi(\Gamma, Z)$ , kullanmışlar, ayrıca tesir kesitinin perdeleme kısmına iki yeni düzeltme fonksiyonu  $F_1(\beta, Z)$  ve  $F_2(\beta_0, Z)$  eklemişlerdir. Burada Bethe-Heitler perdeleme parametresi  $\Gamma$ ,

$$\Gamma = \frac{100mc^2}{E_0 Z^{1/3}} \left[ \frac{\tau}{1-\tau} \right] \quad (2.31)$$

şeklinde yazılabilir.  $F_1(\beta, Z)$ ,  $F_2(\beta_0, Z)$  Al-Beteri ve Raeside (1989) tarafından,

$$F_1(\beta, Z) = \alpha Z(1 - \beta^5) \quad (2.32)$$

$$F_2(\beta_0, Z) = 8.5 \left[ \left( \frac{mc^2}{E_0} \right) \left( \frac{\alpha Z}{\beta_0} \right) \right]^2 \quad (2.33)$$

şeklinde önerilerek, deneysel değerlere en uygun fit,

$$\phi(\Gamma, Z) = 4.6 \left[ 1 + \frac{1}{Z^2} \right] - \frac{1}{\beta_0} \ln(\Gamma + \beta_0 - 0.3) \quad (2.34)$$

perdeleme fonksiyonu kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Bremsstrahlung olayında yayınlanan fotonun enerji kesri  $\tau$ ,  $\tau_{min} = k_{min}/E_0 = 10keV/E_0$  ile  $\tau_{max} = k_{max}/E_0 = E/E_0$  arasında değerler alır. Toplam bremsstrahlung tesir kesiti ise,

$$\sigma_b = \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} d\tau_b \quad (2.35)$$

şeklinde tanımlanır.

## 2.5. Beta Parçalanmasında Internal Bremsstrahlung Olayı (IB)

Çekirdeğin beta bozunumuna eşlik eden zayıf sürekli gama spektrumunun varlığı Aston (1927) tarafından RaE (Bi-210) üzerindeki ölçümleri sırasında deneysel olarak gösterilmiştir. Bu homojen olmayan zayıf şiddetteki radyasyona yönelik tatmin edici bir teori, yaklaşık olarak beta parçacığı başına alfa ince yapı sabiti ( $\alpha=1/137$ ) büyüklüğünde gözlemlenen sürekli radyasyonun, beta parçacığının üretilip çekirdekten dışarı çıktığı anda çekirdekte oluşan ani yük değişiminden kaynaklandığı öne sürülmüştür (Chang ve Falkoff, 1949). Bu elektromanyetik radyasyon, çekirdeğin yakınından geçerken Coulomb alanının etkisiyle hızlanan elektronların yaydığı sürekli elektromanyetik radyasyon olan dış (eksternal) bremsstrahlung ışınlarından farklı olarak iç (internal) bremsstrahlung olarak adlandırılmıştır.

Teori ve deneylerin karşılaştırılması yapıldığında, Knipp, Uhlenbeck ve Bloch'un (bundan sonra KUB olarak belirtilecektir) hesaplamalarının (Knipp ve Uhlenbeck, 1936; Bloch, 1936) kapsamını genişletme ihtiyacı ortaya çıkar. İlk aşamada teori yalnızca izinli beta geçişleri için Fermi polar vektör etkileşimleri varsayılarak geliştirilmiştir. Öte yandan RaE ve  ${}_{15}^{32}P$ , sırasıyla birinci yasak ve izinli beta yayınlayıcıları olarak sınıflandırılmıştır. Dolayısıyla bunlar üzerinde yapılan deneyler ve teori arasındaki herhangi bir uyumun tesadüfî olduğu düşünülebilir. Gerçekten de, gama radyasyonunun iç dönüşümü, gama geçişlerinin ardışık yasaklılık derecelerine karşılık gelen yüksek seviyede çok-kutuplular (multipoles) için oldukça farklıdır. Bu

nedenle, teoriyi, KUB hesaplamalarının yasaklı beta-geçişleri bölgesi için de genişletilmesi gereklidir.

Fermi polar vektör etkileşimi, beta-bozunumu teorisinde kullanılabilir beş lineer bağımsız rölâtivistik olarak değişmez etkileşmeden biri olduğu için, hesaplanan internal bremsstrahlung'un etkileşim seçimine bağlı olarak kayda değer bir şekilde değişip değişmediğini görmek de ilginç olabilir; bu durumda, bu hesap etkileşimler arası ayırım yapmak için bir araç görevi görebilir. Bu nedenle bu çalışmada KUB hesaplamaları, birinci ve ikinci derece yasak geçişler için farklı beta etkileşimlerine genişletilmiştir.

Hesaplama yöntemi, KUB'da yapılan ile aynıdır. Chang ve Falkoff (1949) yaptıkları çalışmada bir  $k$  enerji kuantumunun yayınlanması için birim zamanda ortak olasılığa sahip  $S(k)dk$  için, bütün işlemi, aşağıdaki iki adımla oluşumuna karşılık gelen, ikinci derece bir pertürbasyon hesaplaması ile elde etmişlerdir:

1. Bir beta parçacığının ve nötrinin oluşumuna ve yayınlanmasına eşlik eden nükleer dönüşümü içeren başlangıç durumundan ara durumlara geçiş.
2. Elektronun ara durumundan nihai durumuna, ani bir  $k$  enerji kuantumlu ışık yayınlarken geçişi.

Pertürbe olmamış sistemin başlangıç durumu (0), sadece  $W_0$  enerjili ana çekirdeğin bulunduğu durum olarak kabul edilir. Ara duruma (1) geçiş, elektron nötrino etkileşmesi  $H_\beta$  nedeniyle olur. Sistemin bu durumunda çekirdek içerisindeki bazı nötronlar protona dönüşür,  $s'$  durumunda  $W_{s'}$  enerjisi ve  $p_{s'}$  momentumuna sahip bir elektron meydana gelir ve aynı zamanda  $W_\sigma$  enerjisi ve  $p_\sigma$  momentumu olan bir anti-nötrino oluşur. Ara durumun enerjisi  $W_1$ ' dir. Nihai durumda (f), çekirdek ve nötrino değişmeden kalır ancak, elektronun elektromanyetik radyasyon alanıyla etkileşimi vasıtasıyla  $H_\gamma$ , bir  $k$  enerji kuantumu ve  $\mathbf{k}$  momentum kuantumu yayılır ve  $W_s$  enerjili ve  $P_s$  momentumlu elektronu terk eder. Nihai durumun enerjisi,  $W_f = W_0 = W_{s'} + W_\sigma + k$  'dir.

$k$  ile  $k+dk$  enerjileri arasında bir  $\gamma$ -kuantumunun yayılması için toplam olasılık,

$$S(k)dk = \frac{1}{(2\pi)^8} dk k^2 \int d\Omega_\varepsilon \int d\Omega_\sigma \int d\Omega_k \int d\Omega_e X (W_0 - W_e)^2 (W_e - k) [(W_e - k)^2]^{\frac{1}{2}} \times \left| \sum_i \frac{\langle f | H_\gamma | i \rangle \langle i | H_\beta | 0 \rangle}{W_i - W_0} \right|^2 \quad (2.36)$$

olarak ifade edilir. Burada  $W_e = W_0 - W_\sigma$  elektronun “doğduğu” enerjidir ve  $\Omega_s$ ,  $\Omega_\sigma$  ve  $\Omega_k$  üzerinden integraller; elektronun, anti-nötrinin ve ışık kuantumu momentumlarının yönler üzerinden integralleri ve sırasıyla bu parçacıkların polarizasyonları üzerinden toplamıdır. KUB tarafından kullanılan özel etkileşim  $H_\beta$ , “polar vektör izinli” olarak kullanılmıştır. Eğer  $W$  ile  $W+dW$  arasındaki bir enerji ile birim zamanda ışımali olmayan (non-radiative) yayılım olasılığı elde edilmek istenirse, bu aşağıdaki gibi verilir;

$$N(W)dW = 1/(2\pi)^5 NW(W_0 - W)^2 |(0|H_\beta|l)|^2 dW. \quad (2.37)$$

Denklem (2.36) ve (2.37) karşılaştırıldığında, bütün işlem olasılığının, basitçe her birinin olasılığının çarpımı olması gerektiğini varsaymak için iyi bir nedenin bulunmadığı görülmektedir. Yine de, Knipp ve Uhlenbeck, ışımali beta-bozunumunda bulunan iki adımın bağımsız olduğu varsayılan bu hesaplama için alternatif bir yöntem vermişlerdir. Önce  $W$  enerjili beta parçacığının yayınlanması için  $N(W)dW$  olasılığını Denk.(2.37)'de gösterilen geleneksel beta-teorisini kullanarak elde etmişler ve daha sonra birinci dereceden pertürbasyon hesabı ile çekirdekte çıkan  $W_e$  enerjili bir elektronun  $k$  enerjili bir ışık kuantumu yaymasının birim zamanda  $\varphi(W_e, k)$  şartlı olasılığını elde etmişlerdir (Bu hesaplamada, başlangıçtaki elektron dalga fonksiyonu, çekirdekte elektron kaynağına karşılık gelen Dirac denkleminin diverjansının çıkıştaki dalga çözümü olarak alınır. Nihai elektron durumu, serbest parçacık için olan durumdur). Daha sonra bu iki işlemin bağımsızlığı varsayımından hareketle aşağıdakini yazabilmişlerdir;

$$S(k) = \int dW_e S(W_e, k) = \int dW_e N(W_e) \Phi(W_e, k). \quad (2.38)$$

Bu ifadenin geçerli olduğunu varsayarsak, verilen herhangi bir beta-spektrum için  $N(W)$  yerine, çıkan beta-elektronlarının deneysel olarak gözlemlenen enerji dağılımını ekleyerek; ışımali (radyatif) etkilerin hesaplanmasını ortadan kaldıran, beta teorisinin kendisinde bulunan benzersizliğin eksikliğini giderme yoluna gidilebilir. Örneğin, gözlemlenmeyen nötrinodan söz edildiği gibi, hangi etkileşimin kullanılacağı sorusu da ortadan kaldırılmıştır.

Knipp ve Uhlenbeck'in bu hesaplama yöntemini tanıtmak için tek gerekçesi, izin verilen geçişler için daha sıkı ikinci derece pertürbasyon yöntemi ile tam olarak aynı

sonucu veren bir deney sonucu ortaya çıkaran (posteriori) bir yöntem olmasıdır. Ancak Morrison ve Shiff (1940), bu iki hesaplama yönteminin yalnızca izin verilen beta geçişleri için uyum göstereceğini ve elektron-nötrino eşleşmesinin (coupling) açıkça bu parçacıkların momentumuna bağlı olduğu yasaklı beta geçişleri için bu iki yöntemin artık uyumlu olmayacağını öne sürmüşlerdir.

Yasaklı beta geçişleri için yaptığımız hesaplamalarda, internal bremsstrahlung'u değerlendiren iki farklı yöntemin tam olarak aynı sonuçları vermemesine rağmen, bu iki yöntem, pratikte deneysel sonuçlarla karşılaştırmak için basit bir formun (Denk. 2.38) kullanılmasında herhangi bir sakınca olmadığını yeterli uyumla gösterir.

Yukarıda bahsedilen KUB teorisi çözümü için bizde problemi iki basamakta ele aldık ve önce beta dağılımından çıkan elektronun enerji değerini hesapladık sonra bu enerji değerindeki beta parçacığının bremsstrahlung yapma olasılığından yola çıkarak ikinci basamak olarak sunulan ışık kuantumu değerlerini hesapladık. Buna göre;  $W$  enerjili bir beta parçacığının,  $k$  enerjili bir foton ve  $W_0 - \frac{k}{mc^2} - W$  enerjili bir nötrino ile birlikte yayınlanma olasılığı,

$$N(W, k) = \frac{2\pi}{\hbar} \rho_e \rho_\nu \rho_k |P|^2 \quad (2.39)$$

$$N(W, k) = \frac{2\pi}{\hbar} \rho_e \rho_\nu \rho_k \left| \sum \frac{\langle f | H_\gamma | n \rangle \langle n | H_\beta | i \rangle + \langle f | H_\beta | n \rangle \langle n | H_\gamma | i \rangle}{W_n - W_0} \right|^2 \quad (2.40)$$

ile verilir. Buradaki  $\rho_e, \rho_\nu, \rho_k$  sırasıyla elektron, foton ve nötrino için son durum yoğunlukları,  $W_0$  ise uygun parçalanma enerjisidir. Matris elemanının içindeki ikinci terim genellikle göz ardı edilebilir bir niceliktir. Ancak, yüksek dereceli yasak geçişlerde veya  $\beta$ -parçalanması matris elemanı,  $|P|^2$ 'nin normalden daha düşük olması halinde ikinci terimin etkisinin büyüdüğü ve öneminin arttığı vurgulanmıştır (Lindström, 1952).

Knipp ve Uhlenbeck (1936) ve bağımsız olarak Bloch (1936)  $\beta$ -parçalanması sırasında beta parçacığı ile birlikte ortaya çıkan fotonun  $k$  ile  $k+dk$  arasında yayınlanma olasılığı için,

$$S(k)dk = \int_{l+w}^{W_0} dW N(W) \Phi(W, k) dk \quad (2.41)$$



ifadesini elde ettiler. Burada  $w=k/mc^2$ ,  $mc^2$  biriminde yayınlanan fotonun enerjisidir. Bu ifade izinli geçişler için geçerli ifadedir. Bu ifadenin elde edilmesinde, Denk.(2.40)'ta matris elemanı içindeki ikinci terim alınmamış ve elektron dalga fonksiyonları için de tüm Coulomb etkileri düzlem dalga olarak kullanılmıştır. Denk.(2.41)'deki  $\Phi(W,k)$ , çekirdekte  $W$  enerjili bir elektron yaratılırken aynı anda  $k$  enerjili bir foton yayınlanma olasılığı,  $N(W) dW$  beta parçacıklarının enerji dağılımıdır.

$\Phi(W,k)$  fonksiyonu analitik olarak,

$$\Phi(W, k) = \frac{\alpha P_f}{\pi P w} \left\{ \frac{W^2 + W_f^2}{W^2 P_f} \ln(W_f + P_f) \right\}^{-2} \quad (2.42)$$

şeklinde varsayılmıştır. Burada  $W$  ve  $W_f = W - w$  sırasıyla beta parçacığının  $k$  enerjili bir foton yayınlamadan önce ve yayılandıktan sonra enerji değerleridir.  $P$  ve  $P_f$ ,  $mc$  biriminde, beta parçacığının  $k$  enerjili bir foton yayınlamadan ve yayılandıktan sonra momentumları olup,

$$P = \sqrt{W^2 - 1} \quad (2.43)$$

$$P_f = \sqrt{(W - w)^2 - 1} \quad (2.44)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadeler denklem (2.42)'de yerine yazılırsa,

$$\Phi(W, k) = \frac{\alpha \sqrt{(W-w)^2 - 1}}{\pi \sqrt{W^2 - 1} w} \left\{ \frac{W^2 + (W-w)^2}{W \sqrt{(W-w)^2 - 1}} \ln[(W - w) + \sqrt{(W - w)^2 - 1}] - 2 \right\} \quad (2.45)$$

Olarak elde edilir.

$\beta$ -parçalanması başına yayınlanan fotonun  $k$  enerji değerinden daha büyük enerji değerine sahip olma olasılığı  $P(k)$ ,

$$P(k) = \int_w^{W_0 - 1} S(k') dk' \quad (2.46)$$

integral ifadeden elde edilebilir.

$d\Phi$  diferansiyel yani  $W$  enerjili bir beta parçacığının  $k$  enerjili bir foton, yayınlama olasılığı,

$$d\Phi(W, k, \theta) = \frac{\alpha P_f}{4\pi^2 P w} \left\{ \frac{W^2 + W_f^2}{W_f^2 (W_f - P_f \cos\theta)} - \frac{1}{(W_f - P_f \cos\theta)^2} - 1 \right\} d\Omega \quad (2.47)$$

ifadesi ile verilir. Burada  $\theta$ , elektronun geliş doğrultusu ile fotonun yayınlanma doğrultusu arasındaki açıdır. Daha sonraki hesaplamalar (Chang ve Falkoff, 1949), Denk.(2.41)'in yasak geçişler için de uygun olduğunu gösterdi. Bulunan bu sonuç IB şiddeti üzerine çalışmaların  $\beta$ -parçalanmasındaki etkileşim tipleri hakkında hiçbir bilgi vermeyeceğini kanıtlamıştır. Bununla birlikte Denk.(2.41)'deki beta spektrumu için,  $N(W)dW$ 'nin teorik olarak elde edilmiş ifadesi yerine deneysel değerlerin kullanılması bazen avantaj sağlamaktadır.

Belirtilmesi gereken diğer önemli bir nokta da yukarıda bahsi geçen hesaplamaların  $Z$ 'nin sıfır olduğu duruma karşılık gelen hesaplamalar olmasıdır.  $S(k)$  hesaplamalarında kullanılan dağılım fonksiyonu,  $N(W)dW$ , deneysel de olsa Coulomb düzeltmesi yapılmış teorik ifade de olsa beta parçacıkları düzlem dalgalarla temsil edildiğinden bir belirsizlik beklenebilir.

$\beta$ -parçalanmasında Coulomb etkileri bazı çalışmalarda hassas bir şekilde anlatılmıştır. (Lewis ve Ford, 1957; Spruch ve Gold, 1959; Vinh-Mau, 1961; Pytthe, 1957). Denk.(2.41) ile verilen Knipp-Uhlenbeck-Bloch (KUB) formülünün, foton şiddetinin mutlak foton şiddetinden çok, beta şiddetine bağlı olduğu, tama yakın bir şekilde doğrulanmıştır. Foton ve beta şiddetlerindeki Coulomb etkilerinin dikkate alınmaması  $\beta$ -parçalanması başına foton sayısını nispetten nükleer yük  $Z$ 'den bağımsız kılacaktır. Bunun için Lewis ve Ford (1957) Coulomb alanını bir pertürbasyon gibi uygulayıp foton spektrumuna bir Coulomb düzeltmesi hesapladılar. Buldukları analitik formüllerde sadece  $Z$  ile orantılı terimleri alarak, izinli ve birinci yasak geçişlerin verilebildiğini ortaya koydular. Onların hesaplamalarından çıkan ilginç bir sonuç, Denk.(2.47)'nin çok iyi bir şekilde geçerli kalmasıdır. Bu çalışmada Lewis ve Ford (1957)'un öne sürdüğü Coulomb düzeltmesi yapılmış analitik ifadeler çözülerek verdiğimiz farklı radyoizotoplar için IB spektrumları elde edilmiştir. Elde edilen spektrumlar sonuçlar ve tartışma kısmında verilmiştir. Pytthe (1957)'nin belirttiği gibi yüksek mertebeli terimlerin kaldırılması IB spektrumundaki Coulomb alanının önemini azaltabilir. Bu nedenle radyatif ve radyatif olmayan parçalanmalar için, yalnızca birinci mertebeden düzeltmelere katkı, beta parçacığının son durum dalga fonksiyonundan kaynaklanır ve bilindiği gibi, her iki geçiş oranı hesaplamalarının her birinde görünür. Bununla birlikte beta yayınlanmasında ara durumlar bulunmadığı

halde, yüksek mertebeli terimlerden dolayı ara durum dalga fonksiyonlarından IB spektrumuna, katkılar gelebilecektir. Bu özellik birinci mertebeden terimlere bağılı olarak yüksek mertebeli terimlerin önemini artıracaktır. Bu etkilerin göz önüne alındığı Gold ve Spruch (1959) ve Vinh-Mau (1961) tarafından yapılan daha ayrıntılı hesaplamalarda, daha yüksek mertebeli terimlerin gerçekten önemli olduğu görüldü. Foton spektrumunun sonundaki yüksek enerjilerde, Coulomb etkileri çok önemlidir. Vinh-Mau  $^{35}_{16}S$  için orijinal KUB değeri gibi aynı büyüklükte foton şiddetlerine bir Coulomb düzeltmesi yapmıştır.

Bir beta parçacığı, bir nötrino/antinötrino ve iki  $\gamma$ -ışınının eş zamanlı olarak yayınladığı çift internal Bremsstrahlung olasılığı Thun ve ark. tarafından hesaplanmıştır (Almaz, 2000). Çift internal bremsstrahlung olasılığının tek internal bremsstrahlung olasılığından kabaca binde bir çarpanı kadar daha az olduğunu bulmuştur. Bunun deneysel olarak incelenmesi sonucunda bu çarpanın en az yüzde bir kadar olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çift IB çalışması deneysel olarak elde etmek çok zor ve ayrıntılı teorisi çok karmaşık olduğundan çalışmada çift internal bremsstrahlung olayı göz önüne alınmamıştır.

### 2.5.1. Elektron yakalanmasında internal bremsstrahlung

Elektron yakalanmasında  $\beta$ -parçalanmasındaki internal bremsstrahlung ışınımına benzer olarak, çekirdek yörünge (orbital) elektronlarından birini yakaladığında bir radyasyon yayınlanır. Bu işlemde, bir elektron, bir duruma bir virtual geçiş sırasında çekirdek tarafından yakalanır ve bir foton yayınlar şeklinde açıklanır. Elektron yakalanmasında bremsstrahlung ilk olarak  $Fe^{55}$ 'de Bradt ve ark. (1946) tarafından gözlenmiştir. Bradt ve ark.'nin yaptığı çalışmada  $\beta$ -parçalanması başına foton yüzdesi  $\approx 3 \times 10^{-5}$  olarak bulunmuştur. Bu sonuç, elektron yakalanmasında foton yayınlanması olasılığının  $\beta$ -parçalanmasındakinden çok küçük olduğunu göstermektedir. Elektron yakalanmasında internal bremsstrahlung olayı çalışma kapsamı dışında kaldığından göz önüne alınmamıştır.

### 2.5.2. Internal bremsstrahlung 'un dairesel kutuplanması

Zayıf etkileşimde parite korunmadığından dolayı internal bremsstrahlung dairesel kutuplu olacaktır. Bazı araştırmacılar  $\beta$ -parçalanmasında veya elektron

yakalama olayında ortaya çıkan gamma ışınlarının dairesel kutuplanması konusunda çalışmışlardır (Schopper ve Galster, 1958; Cutkowsky, 1957; Hartwig ve Schopper, 1958).  $\gamma$ -ışınının kutuplanması ışıma olmadan yayınlanan  $\beta$ -parçacığının kutuplanması ile aynıdır. Elektron yakalanmasında ise kutuplanma, ışıma olmadan yayımlanan bir pozitronun kutuplanması ile aynıdır. Yapılan hesaplamalarda Coulomb etkileri internal bremsstrahlung kutuplanmasında kendini azda olsa hissettirmektedir.

Schopper ve çalışma arkadaşlarının yaptığı deneyler (Galster ve Schopper, 1960; Hartwig ve Schopper, 1958; Schopper ve Galster, 1958) internal bremsstrahlung'un dairesel olarak kutuplanabildiğini ispatladı. Teori ve deney, en azından izinli geçişlerde uyuşmaktadır.



### 3. MATERYAL VE YÖNTEM

#### 3.1. Monte Carlo Yöntemi

Monte Carlo yöntemi, istatistik teknikler kullanarak bir deneyi ve olayı sayısal olarak taklit etmektir. Bu yöntem, fen ve sosyal bilimlerin çok çeşitli alanlarında kullanılmaktadır.

Belli bir ölçme veya deneyde elde edilen değerler gelişigüzel bir sayı kümesi oluşturur. Gelişigüzel sayılar kümesinde herhangi bir sayının gelme olasılığı diğerlerinden farklı olabilir. Olasılıklar aynı ise bu kümeye düzgün dağılımlı sayılar kümesi denir. Sayısal olarak bir deneyi veya olayı taklit etmek için 0-1 arasında değerler alan düzgün dağılımlı gelişigüzel sayıları kullanarak, ele alınan olayla ilgili olasılık dağılımına sahip, belli bir a-b aralığında değerler alabilen gelişigüzel sayılar üretmek gerekmektedir. Yöntemin hatasız işlemesi için 0-1 aralığında gerçekten eşit olasılıklarla gelen gelişigüzel sayılar elde edilmesi önemlidir. Bundan sonra 0-1 aralığında düzgün dağılımlı gelişigüzel sayıları  $q$  ile göstereceğiz.

Gelişigüzel sayılar çeşitli ifadeler kullanılarak türetilmektedir. Bu ifadelerden birisi aşağıdaki gibidir (Kirkegaard, 1966).

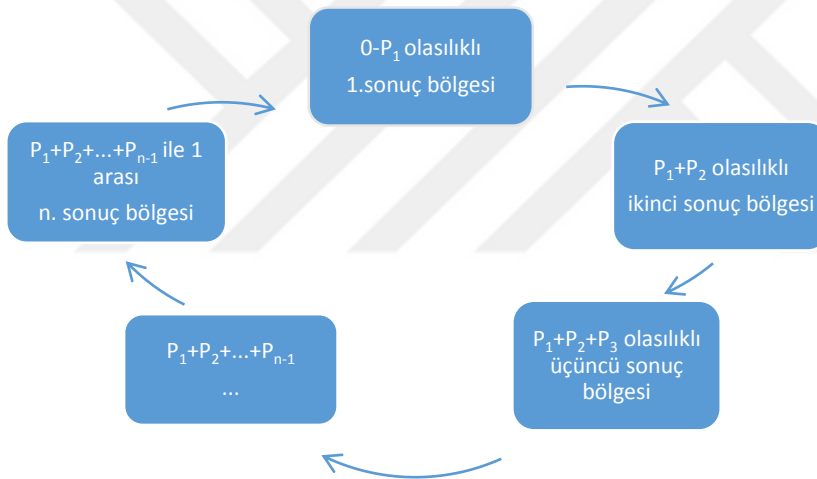
$$Y_i = \text{Tamsayı} (AX_i/M), \quad X_{i+1} = AX_i - MY_i, \quad q_i = X_{i+1}/M, \quad i = 0,1,2, \dots \quad (3.1)$$

burada  $A \sim 100$  ve  $M$  mümkün olduğu kadar büyük birer tamsayılardır. Denk.(3.1) ile verilen gelişigüzel sayı üretici,  $M$ 'den küçük bir pozitif tamsayı olan  $X_0$  başlangıç değeri ile başlatılır. Üreteç  $i$ . kez çalıştırıldığında bir önceki  $X_{i+1}$  değeri kullanılır. Bu gelişigüzel sayı dizisi  $M - 1$  değer sonra kendini tekrar eder (Hammersley ve Handscomb, 1979) tekrar periyodunun büyük olması belli bir dizinin istenilen gelişigüzellikte olması anlamına gelmez. Denk.(3.1) veya daha başka ifadelerden elde edilen sayı dizileri tam gelişigüzel değildirler. Üretilen gelişigüzel sayıların düzgün dağılımlılık ve gelişigüzellik testleri yapılmaktadır. Bunun için çeşitli test teknikleri kullanılmaktadır (Hammersley ve Handscomb, 1979). Böyle formüllerden elde edilen gelişigüzel sayı dizisine sözde (pseudo) gelişigüzel sayılar denir. Sözde gelişigüzel deyimi,  $q$  değerlerinin art arda yeteri kadar gelişigüzellikte olmalarına rağmen, bilinen bir cebirsel ifadeden türetilmiş olduklarını anlatmaktadır. Bu çalışmada bilgisayarın gelişigüzel sayı üretici kullanılmıştır.

### 3.2. Temel Monte Carlo İlkesi

Belli bir ölçme ve deneyi bir olay olarak isimlendirelim. Herhangi bir olayın belli olasılıklarla meydana gelme olasılığı vardır. Bu sonuçlar da ayrı birer sayı olarak düşünülebilir. Söz gelişi, elektronun bir ortamda etkileşmesi bir olay; elastik saçılma, inelastik saçılma ve bremsstrahlung da bu olayın birer sonucudur. Bu üç sonuç da birer olaydır. Örneğin; elastik saçılma bir olay, bu olayda elektronun  $25^{\circ}$  açığa saçılması bu olayın sonucudur.

$n$ - tane sonucu ve bu sonuçların meydana gelme olasılıkları  $P_1, P_2, \dots, P_n$  olan bir olay tasarlayalım. Tasarladığımız bu olayı gelişigüzel sayılar kullanarak taklit edelim. Gelişigüzel sayı eksenini Şekil 3.1'de görüldüğü gibi  $n$ - tane bölgeye ayıralım. Her bir bölgenin genişliği o sonucun ortaya çıkma olasılığı kadar olsun.



Şekil 3.1. Gelişigüzel sayı eksenine  $n$ -tane sonuç bölgesinin yerleştirilmesi

Şekil 3.1'de gösterilen gelişigüzel sayıları sonuç bölgelerine ayırmakla, gelişigüzel sayıların  $P_1$  olasılıkla belirlenen miktarını 1. sonuç,  $P_2$  olasılıkla belirlenen miktarını 2. sonuç,  $P_3$  olasılıkla belirlenen miktarını 3. sonuç,  $\dots$ ,  $P_n$  olasılıkla belirlenen miktarını da  $n$ . sonuç için ayırmış olduk. Böylece, türetilen bir gelişigüzel sayı hangi sonuç bölgesine düşerse, olayda o sonuç meydana gelmiştir. Yani,

$$0 < q < P_1 \quad \text{ise 1. sonuç}$$

$$P_1 \leq q < P_1 + P_2 \quad \text{ise 2. sonuç}$$

$$P_1 + P_2 \leq q < P_1 + P_2 + P_3 \quad \text{ise 3. sonuç}$$

...

$$P_1 + P_2 + \dots + P_{n-1} \leq q < 1 \quad \text{ise } n. \text{ sonuç}$$

meydana gelir.

Şimdi de,  $a \leq x \leq b$  aralığında, her bir  $x$  sonucunun ortaya çıkma olasılığı,  $f(x)$  sıklık fonksiyonu ile belirlenen bir olayı taklit edelim. Olayda sonucun  $x$  ile  $x+dx$  aralığında değer alma olasılığı,

$$p(x)dx = \frac{f(x)dx}{\int_a^b f(x)dx} \quad (3.2)$$

dir.  $p(x)$  fonksiyonuna olasılık yoğunluk fonksiyonu adı verilir (Cashwell ve Everett 1959). Toplam olasılık yoğunluk fonksiyonu veya olasılık dağılım fonksiyonu,

$$P(x) = \int_a^x p(x')dx' \quad (3.3)$$

şeklinde tanımlanır (Cashwell ve Everett, 1959).  $a \leq x \leq b$  aralığında, her  $x$  değerine karşılık  $P(x)$  fonksiyonu 0-1 aralığında gelişigüzel değerler alır.  $P(x)$  değerlerinin ortaya çıkma sayısı yani sıklık fonksiyonu düzgün bir dağılım gösterir (Cashwell ve Everett, 1959; Spanier ve Gelbard, 1969; Rubinstein, 1981). O halde  $P(x)$ 'i  $q$ 'ya eşitleyebiliriz:

$$q = P(x) \quad (3.4)$$

Denk.(3.2), Denk.(3.3) ve Denk.(3.4) kullanılarak.

$$q = \frac{\int_a^x f(x')dx'}{\int_a^b f(x)dx} \quad (3.5)$$

elde edilir. Denk. (3.5) Temel Monte Carlo ilkesi olarak bilinir. Yukarıdaki denklem tersine çözülüp  $q$ 'ya bağlı olarak  $x$ ,

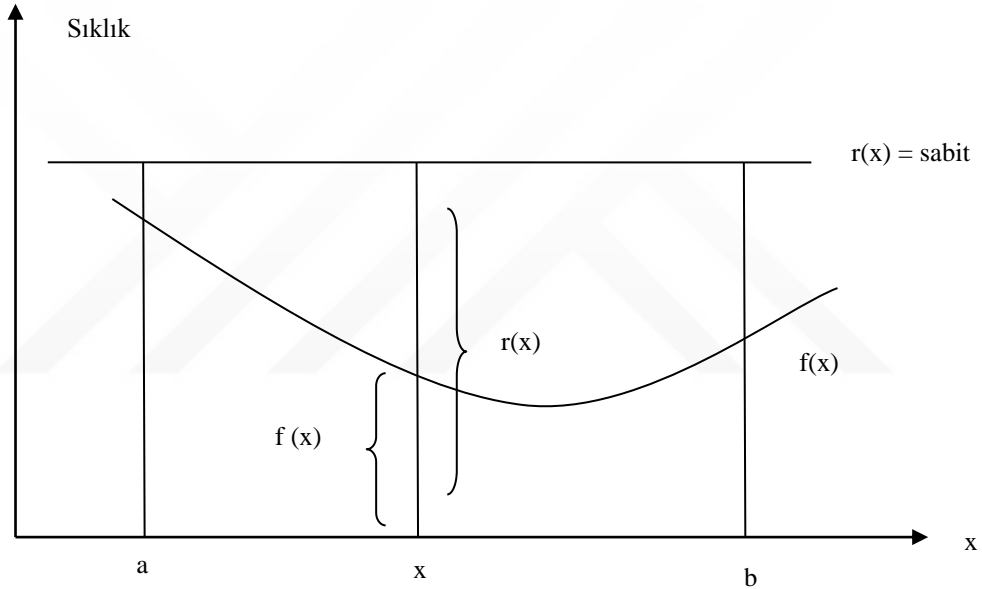
$$x = P^{-1}(q) \quad (3.6)$$

şeklinde elde edilir. Türetilen her bir  $q$ 'ya karşılık bir  $x$  değeri Denk.(3.6)'dan hesaplanır. Böylece, 0-1 arası düzgün dağılımlı  $q$  değerleri kullanılarak a-b aralığında  $f(x)$  dağılımlı  $x$  değerleri elde edilir.

### 3.3. Reddetme Yöntemi

Bir dağılımının örneklemede genellikle Temel Monte Carlo İlkesi kullanılmaz. Bu ilke ancak Denk.(3.5)'teki integralin analitik alınabildiği ve bulunan ifadenin tersine çözümünün analitik olarak mümkün olduğu durumlarda kullanılabilir. Çoğu uygulamalarda bu şartlar sağlanamadığı için Reddetme Yöntemi'ni kullanmak gerekir.

$a \leq x \leq b$  aralığında  $f(x)$  sıklık fonksiyonu ile belirlenen bir olayı Reddetme Yöntemi ile örnekleme istersek, bunun için  $r(x)=sabit$  dağılımından yararlanır. Şekil 3.2'de temsili  $f(x)$  ve  $r(x)=sabit$  dağılımları görülmektedir.



Şekil 3.2. Reddetme Yöntemi ile örneklenmek istenen dağılım  $f(x)$  ve düzgün dağılım,  $r(x)$

$r(x)=sabit$  dağılımına Temel Monte Carlo İlkesi kolayca uygulanır. Şekil 3.2'de görüldüğü gibi türetilen her bir  $q$  ile  $r(x)$  dağılımının örneklemeinden elde edilen bir  $x$  değerinin sıklığı  $r(x)=sabit$ 'tir. Bu sıklığın  $f(x)$  olma olasılığı  $f(x)/r(x)$ 'dir. Düzgün dağılımlı olarak türetilen  $x$  değerlerinin  $f(x)/r(x)$  olasılığı ile belirlenen miktarı  $f(x)$  dağılımlıdır. Böylece  $f(x)$  dağılımı, Şekil 3.2'de görülen  $r(x)=sabit$  dağılımının örneklemeiyle elde edilen düzgün dağılımlı  $x$  değerlerinden  $f(x)$  ile  $x$  eksenini arasında kalanları kabul edilip, diğerleri reddedilerek örnekleme.



Yöntemin verimi,

$$\varepsilon = \frac{\int_a^b f(x)dx}{\int_a^b r(x)dx} \quad (3.7)$$

Şeklinde tanımlanmıştır. Verimi yükseltmek için ve fazla hesaplamalardan kurtulmak için sıklık fonksiyonu  $f(x)$ , maksimum değerine bölünerek  $g(x) = f(x)/f(x)_{max}$  fonksiyonu elde edilir ve bu  $g(x)$  dağılımını örten  $r(x)$  dağılımı da  $r(x)=1$  şeklinde seçilir.  $r(x)=1$  dağılımına Temel Monte Carlo İlkesi uygulanırsa,

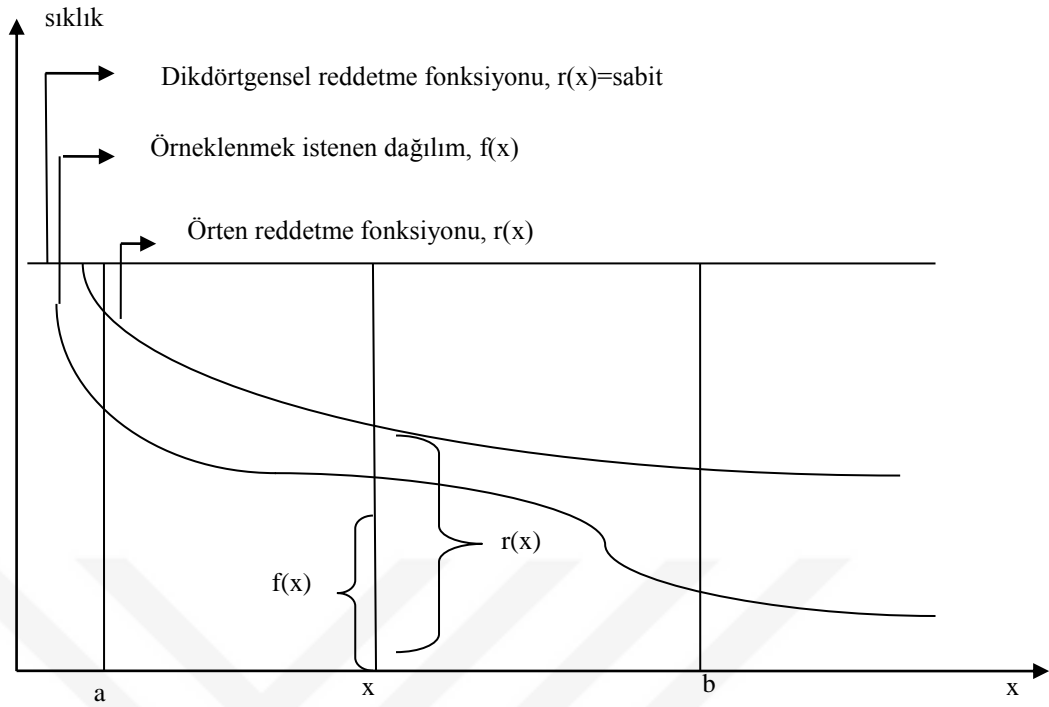
$$x = a + (b - a)q \quad (3.8)$$

ifadesi elde edilir. Bir  $q$  türetilerek Denk.(3.8)'den bir  $x$  değeri bulunur. Bulunan bu  $x$  değerinin sıklığının  $f(x)$  olma olasılığı  $g(x)/r(x) = g(x)$ 'dir. İkinci bir  $q$  türetilerek,

$$q \leq g(x) \quad (3.9)$$

şartına bakılır. Elde edilen  $x$ , bu şartı sağlarsa kabul edilir, sağlamazsa reddedilir ve işlemler tekrarlanır. Böylece, düzgün dağılımlı  $x$  değerlerinden  $f(x)$  dağılımlı  $x$  değerleri elde edilir.

Çoğu durumlarda reddetme yönteminin verimi çok düşük olmaktadır. Bu gibi durumlarda  $r(x)=sabit$  düzgün dağılımı yerine, bu  $f(x)$  dağılımını örten bir  $r(x)$  dağılımı kullanılır. Düzgün dağılım  $r(x)=sabit$ 'e dikdörtgensel reddetme fonksiyonu  $f(x)$  dağılımını örten herhangi bir  $r(x)$  dağılımına da örten reddetme fonksiyonu adı verilir (Al-Beteri ve Raeside 1989). Şekil.3.3'te temsili  $f(x)$  ve  $r(x)$  dağılımları görülmektedir.



**Şekil 3.3.** Reddetme yöntemi ile örneklemek istenen dağılım;  $f(x)$ , dikdörtgenel reddetme fonksiyonu;  $r(x)=\text{sabit}$  dağılımı ve reddetme fonksiyonu;  $r(x)$ 'in gösterimi

Örten reddetme fonksiyonu şu özellikleri sağlamalıdır:

i.  $a \leq x \leq b$  için  $r(x) \geq f(x)$  olmalı

ii.  $r(x)$  dağılımına Temel Monte Carlo İlkesi Denk.(3.5)'e uygulanarak, Denk.(3.6) analitik olarak elde edilebilmelidir.

Bu iki şartı sağlayan birden fazla örten reddetme fonksiyonu varsa, bunlar arasında Denk.(3.7) ile tanımlanan verimi en yüksek ve en az karmaşık olanı kullanılmalıdır. Şekil.3.3'te görüldüğü gibi  $r(x)$  ile  $f(x)$  eğrileri arasında kalan alan ne kadar küçükse verimde o kadar yüksek olur.

Temel Monte Carlo İlkesi Denk.(3.5), örten reddetme fonksiyonu  $r(x)$ 'e uygulanarak, Denk.(3.6) analitik olarak elde edilebilir. Bir  $q$  türetilerek Denk.(3.6)'dan bir  $x$  sayısı bulunur. Şekil 3.3'te görüldüğü gibi bu  $x$  sayısının sıklığı,  $r(x)$ 'dir. Bu sıklığın  $f(x)$  olma olasılığı  $f(x)/r(x)$ 'dir. İkinci bir  $q$  türetilerek,

$$q \leq f(x)/r(x) \quad (3.10)$$

şartına bakılır. Bu şart sağlanırsa  $x$  kaydedilir, sağlanmazsa reddedilir ve işlem tekrarlanır. Böylece  $r(x)$  dağılımlı  $x$  değerlerinden,  $f(x)$  dağılımlı  $x$  değerleri elde edilir (Cengiz, 1991).



## 4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

### 4.1. $\beta^-$ Parçacıklarının IB Spektrumlarının Monte Carlo Yöntemi ile Elde Edilmesi

$\beta^-$  parçacıklarının enerjisi, bir kesilim enerji değeri  $E_c = 10 \text{ keV}$  ile uç nokta enerjisi  $E_m$  arasında örneklenmiştir. Örnekleme işlemi için,  $\beta^-$  parçacıklarının Denk.(2.23) ile verilen enerji dağılımına Temel Monte Carlo İlkesi'ni uygulayıp analitik bir ifade bulmak mümkün değildir. Bundan dolayı bu dağılım Reddetme Yöntemiyle örneklenmiştir. Reddetme Yöntemi'nin uygulamasında dikdörtgensel reddetme fonksiyonu kullanılmıştır. Denk.(2.23) ile verilen  $\beta^-$  parçacıklarının enerji dağılımı  $W = W_0/2$ 'de maksimum değer alır. Bu dağılım maksimum değerine bölünerek,

$$N(W) = W^2 \frac{(W_0 - W)^2}{(W_0/2)^4} \quad (4.1)$$

ifadesi elde edilmiştir. Böylece  $\beta^-$  parçacıklarının enerji dağılımı maksimum değeri 1 olacak şekilde normalize edilmiştir.  $W_c = \frac{E_c}{mc^2} + 1 = \frac{10 \text{ keV}}{mc^2} + 1$  ile  $W_0 = \frac{E_m}{mc^2} + 1$  enerji aralığında  $r(W)=1$  sabit dağılımına Temel Monte Carlo İlkesi uygulanarak,

$$W = W_c + q(W_0 - W_c) \quad (4.2)$$

ifadesi elde edilmiştir. Bir  $q$  türetilerek Denk.(4.2)'den bir  $W$  enerji değeri bulunmuş, ikinci bir  $q$  türetilerek,

$$q \leq W^2(W_0 - W)^2 / (W_0/2)^4 \quad (4.3)$$

şartına bakılmıştır. Bu şart sağlanırsa  $\beta^-$  parçacığının kinetik enerjisi,

$$E = (W - 1)mc^2 \quad (4.4)$$

denkleminde hesaplanarak,  $E$  enerjili  $\beta^-$  parçacığının kendi çekirdek alanında yapacağı bremsstrahlung etkileşmesi sonucu yayınlanma ihtimali bulunan IB fotonlarının enerjisinin örneklenmesine geçilmiştir.

Bremsstrahlung Olayı'nda elektron  $k$  enerjili bir foton yayınlıyor. Denk.(2.30) ile verilen diferansiyel bremsstrahlung tesir kesiti ifadesine Temel Monte Carlo İlkesi'ni uygulamak, ifadenin analitik olarak integralini almak mümkün olmadığından zordur. Bu nedenle bu tesir kesiti ifadesinin örneklenmesinde Reddetme Yöntemi kullanılmıştır.

Reddetme Yöntemi dikdörtgensele reddetme fonksiyonu ile uygulandığında verim çok düşük olmakta ve fazla zaman harcanmaktadır. Bundan dolayı örten reddetme fonksiyonu,

$$g(\tau) = \left[ 1 + (1 - \tau)^2 - \frac{2}{3}(1 - \tau) \right] \times \left[ \Phi(\Gamma, Z) + F_1(\beta, Z)F_2(\beta_0, Z) - \frac{1}{3}\ln(Z) \right]$$

olmak üzere,

$$r(\tau) = \frac{4Z^2 r_0^2}{137} g(\tau_{min}) \frac{1}{\tau} \quad (4.5)$$

şeklinde seçilerek verim yükseltilmiştir (Al-Beteri ve Raeside 1989). Örten reddetme fonksiyonuna Temel Monte Carlo İlkesi uygulanarak,

$$q = \frac{\int_{\tau_{min}}^{\tau} r(\tau') d\tau'}{\int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} r(\tau) d\tau} \quad (4.6)$$

ifadesi ve bu ifadenin integrali alınıp tersine çözümlenerek,

$$\tau = \tau_{min} (\tau_{max} / \tau_{min})^q \quad (4.7)$$

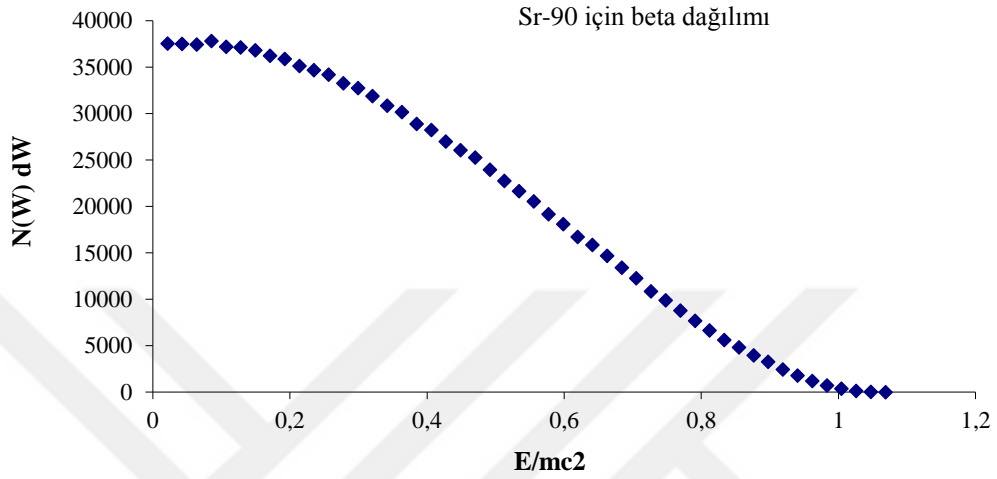
ifadesi elde edilmiştir. Burada  $\tau_{min} = k_{min} / E_0 = 10keV / E_0$  ve  $\tau_{max} = k_{max} / E_0 = E / E_0$  ve  $E_0 = E + mc^2$ 'dir. Bir  $q$  türetilerek Denk.(4.7)'den bir  $\tau$  değeri bulunmuştur. İkinci bir  $q$  türetilerek,

$$q \leq \frac{d\sigma_b/d\tau}{r(\tau)} g(\tau) / \tau_{min} \quad (4.8)$$

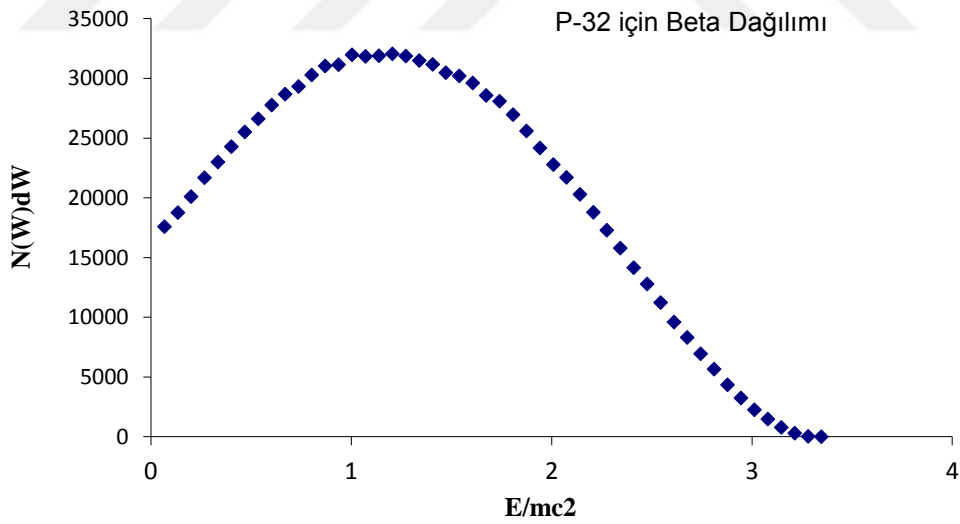
şartına bakılmıştır. Bu şart sağlanırsa, bremsstrahlung olayında yayınlanan fotonun enerjisi,  $k = E_0\tau$ 'dan hesaplanarak kaydedilmiş, şart sağlanmasa işlem tekrarlanmıştır.

Enerjileri  $E_c = 10 keV$  ile  $\beta^-$  parçacıklarının uç nokta enerjisi  $E_m$  arasında değer alan  $10^7$  adet  $\beta^-$  parçacığı örneklenmiştir.  $\beta^-$  parçacıklarının kendi çekirdek alanlarında yapacakları bremsstrahlung olayı sonucu yayınlanan fotonların enerji aralığı,  $\tau_{min} \leq \tau \leq \tau_{max}$  50 bölgeye ayrılmıştır. Böylece  $\tau_{min} \leq \tau \leq \tau_{max}$  enerji aralığında değer alan fotonların sayıları belirlenerek, fotonların enerji dağılımı yani bremsstrahlung enerji spektrumu Monte Carlo Yöntemi ile elde edilmiştir. Aşağıda Sr-90 ve P-32 için, Monte Carlo Yöntemi ile elde edilen beta dağılımları, Şekil 4.1 ve Şekil 4.2'de verilmiştir. Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'te Al-Beteri ve arkadaşları tarafından verilen tesir kesiti ifadesinin

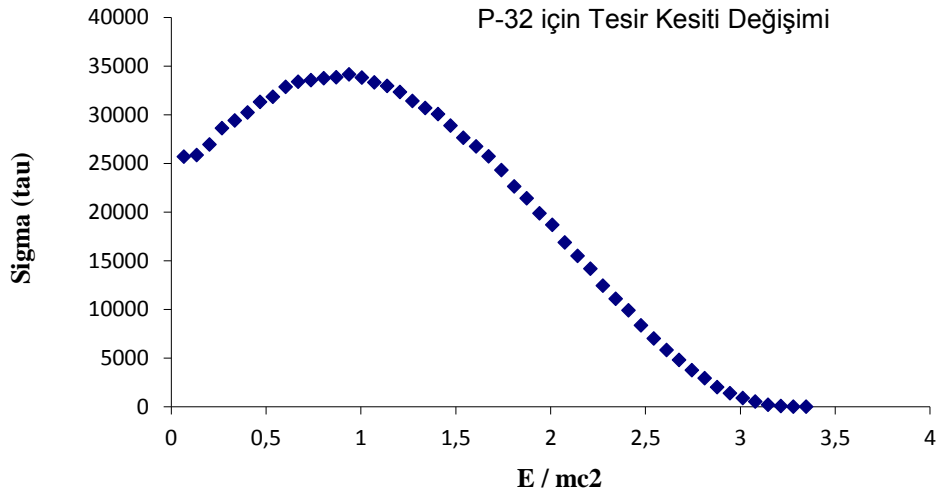
enerjiye bağımlı olarak değişimi yine P-32 ve Sr-90 için verilmiştir. En son olarak Şekil 4.5 ve Şekil 4.6'da P-32 ve Sr-90 için Monte Carlo Yöntemi ile elde edilmiş IB spektrumları gösterilmiştir. Bu spektrumlar sonuçlar ve tartışma kısmında teori ile geniş bir biçimde karşılaştırılacaktır.



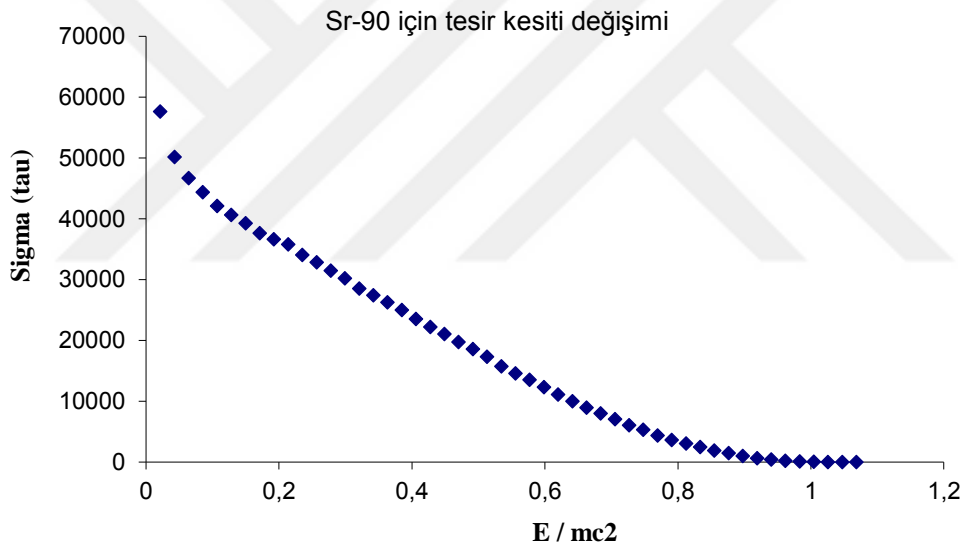
Şekil 4.1. <sup>90</sup>Sr radyoizotopu için beta parçacıklarının Monte Carlo yöntemiyle elde edilmiş enerji spektrumu



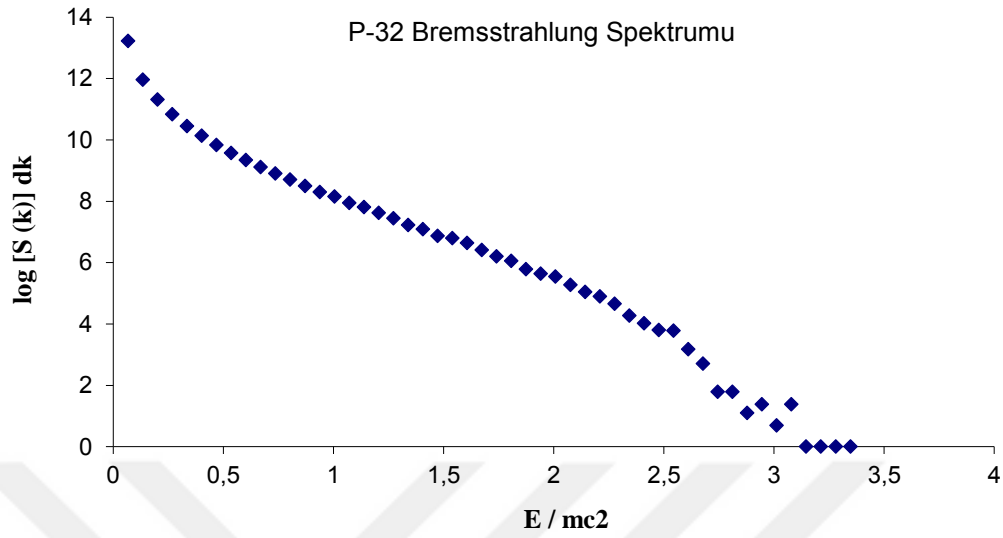
Şekil 4.2. <sup>32</sup>P radyoizotopu için beta parçacıklarının Monte Carlo yöntemiyle elde edilmiş enerji spektrumu



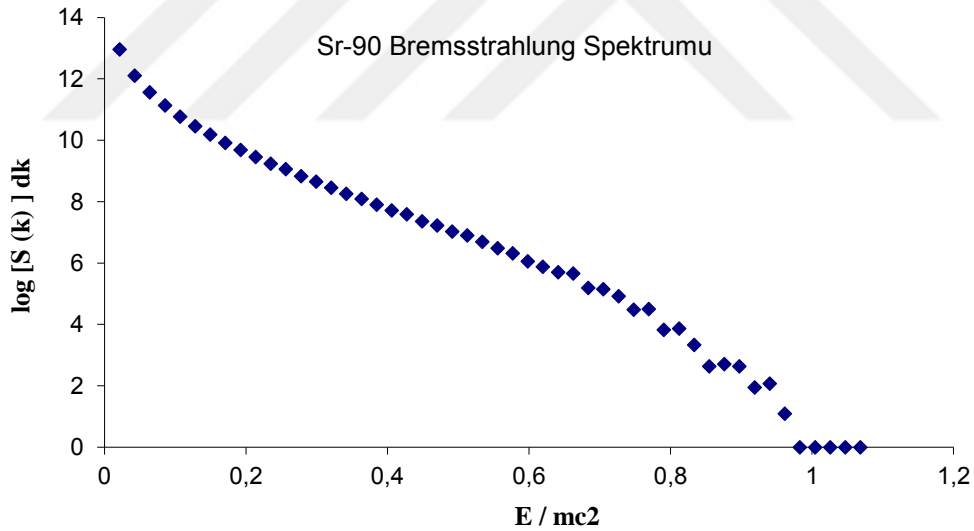
Şekil 4.3. <sup>32</sup>P için Al-Beteri ve arkadaşları tarafından verilen Bremsstrahlung tesir kesiti değişimi



Şekil 4.4. <sup>90</sup>Sr için Al-Beteri ve arkadaşları tarafından verilen Bremsstrahlung tesir kesiti değişimi



Şekil 4.5. <sup>32</sup>P için Monte Carlo Yöntemi kullanılarak elde edilen Bremsstrahlung spektrumu



Şekil 4.6. <sup>90</sup>Sr için Monte Carlo Yöntemi kullanılarak elde edilen Bremsstrahlung spektrumu

## 4. 2. İzinli ve Yasaklı Geçişlerde Analitik Çözümlerin Elde Edilmesi

İzinli geçişler ve yasak geçişler için IB spektrumunun dağılım teorisi Chang ve Falkoff'un notasyonunda  $x = W_0 - k$  olmak üzere:



$$S(k) = \frac{\alpha G^2 |M|^2}{4\pi^4} \frac{1}{k} \left\{ \left[ W_0^2 \left( \frac{2}{3} x^3 + x \right) - W_0 \left( x^4 + x^2 - \frac{1}{8} \right) + \frac{7}{15} x^5 - \frac{3}{8} x \right] \ln \left[ x + (x^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \right] \right. \\ \left. \left[ W_0^2 \left( \frac{11}{9} x^2 + \frac{4}{9} \right) - W_0 \left( \frac{7}{4} x^3 + \frac{1}{8} x \right) + \frac{689}{900} x^4 - \frac{1021}{1800} x^2 - \frac{8}{75} \right] (x^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (4.9)$$

Şeklinde verilmiştir. Beta parçalanmasında izinli geçişlerin IB spektrumu bu ifade yardımıyla elde edilmiştir.

Birinci yasaklı beta geçişleri için skaler etkileşimde IB spektrumu:

$$S(k) = \frac{\alpha G^2 |M|^2}{12\pi^4} \frac{1}{k} \left\{ \left[ W_0^4 \left( \frac{2}{3} x^3 + x \right) + W_0^3 \left( -\frac{7}{3} x^4 - 3x^2 + \frac{1}{8} \right) + W_0^2 \left( \frac{18}{5} x^5 + 5x^2 \right) + \right. \right. \\ \left. W_0 \left( -\frac{13}{5} x^6 - \frac{14}{3} x^4 - \frac{15}{8} x^2 - \frac{5}{24} \right) + \left( \frac{76}{105} x^7 + \frac{5}{3} x^5 + \frac{11}{6} x^3 + \frac{3}{8} x \right) \right] \ln \left[ x + (x^2 - 1)^{1/2} \right] - \\ \left[ W_0^4 \left( \frac{11}{9} x^2 + \frac{4}{9} \right) + W_0^3 \left( -\frac{151}{36} x^3 - \frac{73}{72} x \right) + W_0^2 \left( \frac{163}{25} x^4 + \frac{152}{75} x + \frac{4}{75} \right) + W_0 \left( -\frac{4303}{900} x^5 - \right. \right. \\ \left. \left. \frac{5783}{1800} x^3 - \frac{2441}{1800} x \right) + \left( \frac{14,741}{11,025} x^6 + \frac{8133}{4900} x^4 + \frac{135,853}{88,200} x^2 + \frac{136}{2205} \right) \right] (x^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (4.10)$$

İfadesiyle hesaplanmıştır.

Birinci yasaklı beta geçişlerinde tensör etkileşiminde seçim kurallarının özel durumunda ( $\Delta J = 2$ ; *parite değişimi: evet*);

$$S(k) = \frac{\alpha G^2 |M|^2}{12\pi^4} \frac{1}{k} \left\{ \left[ W_0^4 \left( \frac{2}{3} x^3 + x \right) + W_0^3 \left( -2x^4 - 2x^2 + \frac{1}{4} \right) + W_0^2 \left( \frac{43}{15} x^5 + \frac{8}{3} x^3 - \frac{3}{8} x \right) + \right. \right. \\ \left. W_0 \left( -\frac{31}{15} x^6 - \frac{7}{3} x^4 - \frac{3}{8} x^2 - \frac{1}{12} \right) + \left( \frac{64}{105} x^7 + \frac{8}{5} x^5 + \frac{1}{12} x \right) \right] \ln \left( x + (x^2 - 1)^{1/2} \right) - \\ \left[ W_0^4 \left( \frac{11}{9} x^2 + \frac{4}{9} \right) + W_0^2 \left( -\frac{7}{2} x^3 - \frac{1}{4} x \right) + W_0^2 \left( \frac{4481}{900} x^4 + \frac{97}{600} x^2 + \frac{4}{225} \right) + W_0 \left( -\frac{363}{100} x^5 - \right. \right. \\ \left. \left. \frac{1337}{1800} x^3 - \frac{437}{900} x \right) + \left( \frac{1306}{1225} x^6 - \frac{769}{22,050} x^4 + \frac{7733}{44,100} x^2 + \frac{24}{1225} \right) \right] (x^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (4.11)$$

ifadesiyle, IB spektrumu elde edilmiştir. Denk.(4.9), Denk. (4.10) ve Denk (4.11) analitik ifadeleri Bolgiano ve ark. (1953) çalışmasından alınmıştır.

İkinci yasaklı beta geçişlerinde IB spektrumu için verilen analitik ifade aşağıdaki gibidir:

$$S(k) = \frac{\alpha G^2}{8\pi^4} \frac{2}{15} |R_{\alpha\beta}|^2 \frac{1}{k} \left\{ \left[ \frac{58}{63} x^3 - \frac{86}{21} W_0 x^8 + \frac{488}{63} W_0^2 x^7 - \frac{364}{45} W_0^3 x^6 + \frac{151}{30} W_0^4 x^5 - \right. \right. \\ \left. \frac{11}{6} W_0^5 x^4 + \frac{1}{3} W_0^6 x^3 \right] \ln 2x - \left[ \frac{151553}{79380} x^9 - \frac{72661}{8820} W_0 x^8 + \frac{33142}{2205} W_0^2 x^7 - \frac{1138}{75} W_0^3 x^6 + \right. \\ \left. \frac{16577}{1800} W_0^4 x^5 - \frac{239}{72} W_0^5 x^4 + \frac{11}{18} W_0^6 x^3 \right] \right\}. \quad (4.12)$$

Chang ve Falkoff (1949)'dan alınan bu analitik IB spektrum ifadesi bilgisayar ortamında hesaplandığında ifadenin parantez içindeki ikinci kısmı birinci kısım parantez ifadesinden daha büyük çıkmakta bu nedenle çözüm negatif sonuçlar vermektedir. Bu nedenle tartışma ve sonuçlar kısmında ikinci yasaklı beta geçişlerinde IB spektrumları ele alınamamıştır.

Yukarıda verilen tüm bu ifadelerde,  $G$ , elektron nötrino alanının çekirdeklerle çiftleniminin gücünü belirleyen bir sabit,  $M$  matris elemanı,  $\alpha$ , değeri  $1/137$  olan ince yapı sabiti,  $W_0$  durgun kütle enerji biriminde toplam enerji ve  $k$  ise fotonun aldığı enerji değeridir. İkinci yasaklı bölge çözümünde verilen  $R_{\alpha\beta}$  ise ikinci yasaklı beta geçişinin matris elemanı olarak ifade edilmektedir.

### 4. 3. IB spektrumunda Coulomb Etkilerinin Hesaplanması

İzinli beta geçişlerinde Coulomb etkisini de hesaba katarak Lewis ve Ford (1957)'un elde ettiği analitik ifadeler için çözümler sırasıyla aşağıdaki gibi sunulmuştur.

$z=0$  şartında IB için verilen ifade aşağıdaki gibidir:

$$I_1 = \int_1^x dW (W - x)^2 \{(W^2 + W_e^2 \log(W + p) - 2W_e p)\} \quad (4.13)$$

bu integral analitik olarak çözüldüğünde elde edilen ifade şu şekilde verilebilir:

$$I_1 = \left[ W_0^2 \left( \frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} x \right) - \frac{1}{2} W_0 \left( x^4 + x^2 - \frac{1}{8} \right) + \left( \frac{7}{30} x^5 - \frac{3}{16} x \right) \right] \log(x + s) \\ - \left[ W_0^2 \left( \frac{11}{18} x^2 + \frac{2}{9} \right) - W_0 \left( \frac{7}{8} x^3 + \frac{1}{16} x \right) + \left( \frac{689}{1800} x^4 - \frac{1021}{3600} x^2 - \frac{4}{75} \right) \right] s. \quad (4.14)$$

İzinli beta geçişlerinde  $Z \neq 0$  şartında Coulomb etkisini içeren IB çözümü için verilen ifade aşağıdaki gibidir:

$$I_2 = \int_1^x dW (W - x)^2 \frac{W}{p} \{(W^2 + W_e^2) \log(W + p) - 2W_e p\}. \quad (4.15)$$

Bu ifade analitik olarak çözüldüğünde elde edilecek sonuç aşağıdaki gibi verilebilir:

$$I_2 = \left[ -\frac{1}{2} x W^2 + W_0 \left( \frac{3}{2} x^2 + \frac{3}{8} \right) - \left( x^3 + \frac{9}{8} x \right) \right] \log^2(x + s) \\ + \left[ W_0^2 \left( \frac{1}{3} x^2 + \frac{2}{3} \right) - W_0 \left( \frac{1}{2} x^2 + \frac{13}{4} x \right) + \left( \frac{7}{30} x^4 + \frac{59}{20} x^2 \frac{16}{15} \right) \right] s \log(x + s)$$

$$+ \left[ W_0^2 \left( -\frac{11}{18}x^3 + x^2 + \frac{7}{6}x - \frac{7}{9} \right) + W_0 \left( \frac{7}{8}x^4 - 2x^3 + \frac{49}{8}x^2 - 6x + 1 \right) + \left( -\frac{689}{1800}x^5 + x^4 - \frac{2059}{360}x^3 + \frac{67}{9}x^2 - \frac{61}{15}x + \frac{388}{225} \right) \right]. \quad (4.16)$$

Yasaklı beta geçişlerinde Coulomb etkisini de hesaba katarak  $Z=0$  şartında IB için verilen ifade aşağıdaki gibidir:

$$I_3 = \int_1^x dW(W-x)^2 \{ [(W^2 + W_e^2 + q^2 - 1) + 2kW_e] \log(W+p) - 2[W_e(W_e^2 + q^2 - 1) + k(W^2 - WW_e + W_e^2)]p \}. \quad (4.17)$$

Bu ifade analitik olarak çözüldüğünde;

$$\begin{aligned} I_3 = & \left[ W_0^4 \left( \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x \right) - W_0^3 \left( x^4 + x^2 - \frac{1}{8} \right) + W_0^2 \left( \frac{43}{30}x^5 + \frac{4}{3}x^3 - \frac{3}{16}x \right) \right. \\ & - W_0 \left( \frac{31}{30}x^6 + \frac{7}{6}x^4 + \frac{3}{16}x^2 + \frac{1}{24} \right) \\ & \left. + \left( \frac{32}{105}x^7 + \frac{4}{15}x^5 + \frac{1}{24}x \right) \right] \log(x+s) \\ - & \left[ W_0^4 \left( \frac{11}{18}x^2 + \frac{2}{9} \right) - W_0^3 \left( \frac{7}{4}x^3 + \frac{1}{8}x \right) + W_0^2 \left( \frac{4481}{1800}x^4 + \frac{97}{1200}x^2 + \frac{2}{225} \right) - W_0 \left( \frac{363}{200}x^5 + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1337}{3600}x^3 + \frac{437}{1800}x \right) + \left( \frac{653}{1225}x^6 - \frac{769}{44100}x^4 + \frac{7733}{88200}x^2 + \frac{12}{1225} \right) \right] s. \quad (4.18) \end{aligned}$$

İfadesi elde edilir.

Yasaklı beta geçişlerinde Coulomb etkisini de hesaba katarak  $Z \neq 0$  şartında IB için verilen ifade aşağıdaki gibidir:

$$I_4 = \int_1^x dW(W-x)^2 \frac{W}{p} \{ [(W^2 + W_e^2)(W_e^2 + q^2 - 1) + 2kW_e] \log(W+p) - 2[W_e(W_e^2 + q^2 - 1) + k(W^2 - WW_e + W_e^2)]p \}. \quad (4.19)$$

Bu ifade analitik olarak çözüldüğünde elde edilecek sonuç;

$$\begin{aligned} I_4 = & \left[ -\frac{1}{2}W_0^4x + W_0^3 \left( 3x^2 + \frac{3}{4} \right) - W_0^2 \left( 7x^3 + \frac{49}{8}x \right) + W_0 \left( \frac{15}{2}x^4 + \frac{107}{8}x^2 + \frac{5}{4} \right) \right. \\ & \left. - \left( 3x^5 \frac{19}{2}x^3 + \frac{19}{8} \right) \right] \log^2(x+s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[ W_0^4 \left( \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3} \right) - W_0^2 \left( x^3 + \frac{13}{2}x \right) + W_0^2 \left( \frac{43}{30}x^4 + \frac{1193}{60}x^2 + \frac{74}{15} \right) \right. \\
& \quad - W_0 \left( \frac{31}{30}x^5 + \frac{1511}{60}x^3 + x \right) \\
& \quad \left. + \left( \frac{32}{105}x^6 + \frac{2377}{210}x^4 + \frac{2431}{140}x^2 + \frac{16}{21} \right) \right] s \log(x + s) \\
& - \left[ W_0^4 \left( \frac{11}{18}x^3 - x^2 + \frac{7}{6}x - \frac{7}{9} \right) - W_0^3 \left( \frac{7}{4}x^4 - 4x^3 + \frac{49}{4}x^2 - 12x + 2 \right) + \right. \\
& W_0^2 \left( \frac{4481}{1800}x^5 - 7x^4 + \frac{13451}{360}x^3 - \frac{406}{9}x^2 + \frac{299}{15}x - \frac{1727}{225} \right) - W_0 \left( \frac{363}{200}x^6 - 6x^5 + \right. \\
& \left. \frac{17147}{360}x^4 - \frac{596}{9}x^3 + \frac{3107}{60}x^2 - \frac{7214}{225}x + \frac{55}{18} \right) + \left( \frac{653}{1225}x^7 - 2x^6 + \frac{54989}{2520}x^5 - \frac{311}{9}x^4 + \right. \\
& \left. \left. \frac{108323}{2520}x^3 - \frac{7703}{225}x^2 + \frac{419}{63}x - \frac{2644}{2205} \right) \right] \tag{4.20}
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir. Coulomb etkilerini hesaba katarak yukarıda verilen tüm analitik çözüm denklemlerinde  $x=W_0-k$  ve  $s=(x^2-I)^{1/2}$  olarak ifade edilmiştir.

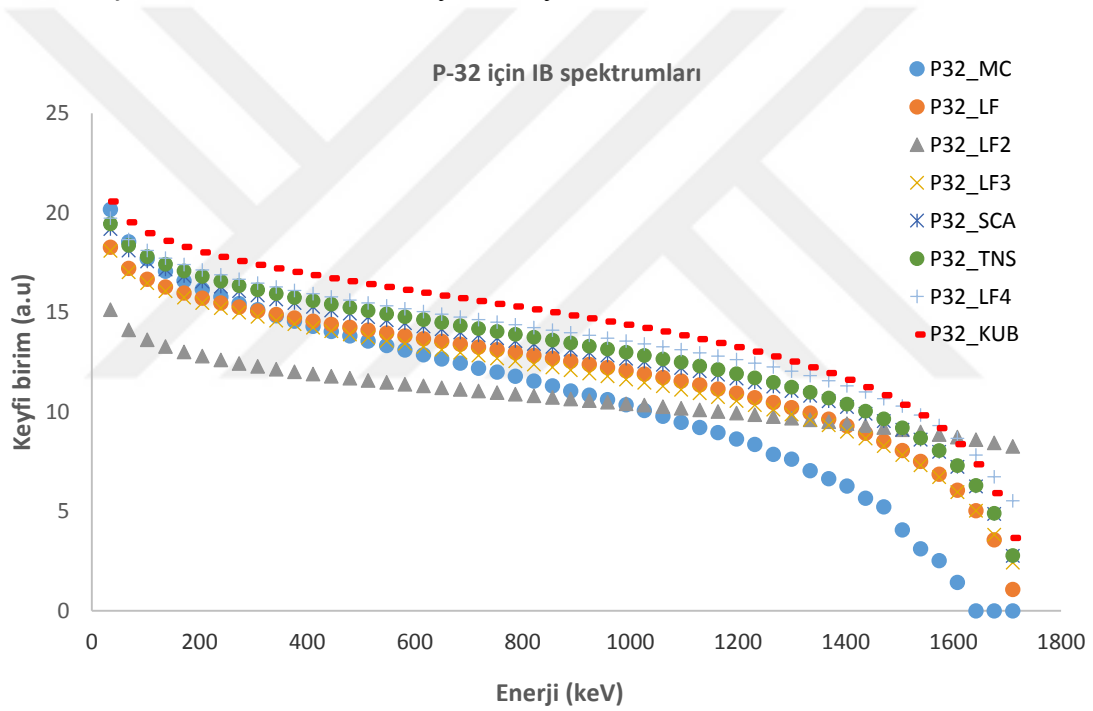
## 5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Internal bremsstrahlung spektrumları, farklı radyoizotoplar için izinli ve yasak enerji geçişleri bölgesinde analitik ve Monte Carlo çözüm yöntemleri ile incelenmiştir. Bu tez çalışmasında, üzerinde çalıştığımız beta bozunumu yapan farklı radyoizotoplar bulunmaktadır. Bu izotoplar sırasıyla Fosfor-32 ( $^{32}_{15}\text{P}$ ), Rubidyum-86 ( $^{86}_{37}\text{Rb}$ ), Stronsiyum-89 ( $^{89}_{38}\text{Sr}$ ), Stronsiyum-90 ( $^{90}_{38}\text{Sr}$ ), Yitriyum-90 ( $^{90}_{39}\text{Y}$ ), Teknesyum-99 ( $^{99}_{43}\text{Tc}$ ), Tuliyum-170 ( $^{170}_{69}\text{Tm}$ ) ve Tungsten-185 ( $^{185}_{74}\text{W}$ ) olarak sıralanabilir. Çözümler; KUB (Almaz 2000), Chang ve Falkoff (1949), Bolgiano ve ark. (1953) ve Lewis ve Ford (1957) çalışmalarında verilen analitik ifadelerin bilgisayar ortamında hesaplanmasıyla elde edilmiştir. Elde edilen veriler enerjiye bağlı spektrumlar şeklinde grafiğe dökülerek teze aktarılmıştır. Analitik çözümler bilgisayar ortamında hesaplanırken beta parçacığının maksimum enerjisi 1000 eşit parçaya bölünerek her bir parçanın verilen analitik ifadeye karşılık gelen değerleri hesaplanmış sonra bu değerler grafik gösterimine uygun olması için 50 eşit parça olacak şekilde grup halinde toplanmıştır. Her bir farklı izotop için yapılan hesaplamalar sonucu, elde edilen grafiklerin arasında korelasyon olması için sayma veya olasılık değeri olarak tanımlayacağımız y-ekseni keyfi birim olarak seçilmiştir. Burada grafiklerde göstermek istediğimiz; enerjiye göre her bir çözümün değişimi olduğundan, çözümlerin birbirlerine göre değişiminin rahat izlenmesi için spektrumları belli bir katsayı ile çarparak, veri spektrumlarının üst üste binip takibinin zorlaşmasının önüne geçmeye çalışılmıştır.

Verilen grafiklerde tarafımızca geliştirilen Monte Carlo çözümü ile elde edilmiş IB spektrumları verilmiştir. İzinli ve yasaklı beta geçişleri sonrası yayınlanan IB spektrum çözümleri ve buna ek olarak Coulomb düzeltimi yapılmış izinli geçişler için ( $Z=0$  ve  $Z\neq 0$ ) ve Coulomb düzeltimi yapılmış Yasaklı geçişler için ( $Z=0$  ve  $Z\neq 0$ ) IB spektrum çözümleri Monte Carlo çözümleri ile birlikte sunulmuştur. Verilen grafiklerde elde edilen spektrumlar için bazı kısaltmalar yapılmıştır. Buna göre MC, Monte Carlo çözümünü belirtmektedir. LF ve LF2 izinli geçişler için sırasıyla  $Z=0$  ve  $Z\neq 0$  durumunda, LF3 ve LF4 yasaklı geçişler için sırasıyla  $Z=0$  ve  $Z\neq 0$  durumunda, Coulomb düzeltmelerini içeren IB spektrumlarını göstermektedir. SCA ve TNS kısaltmaları Bolgiano ve ark. (1953) tarafından yasaklı geçişler için verilen IB spektrum çözümlerini ve son olarak KUB kısaltımı Chang ve Falkoff (1949) tarafından verilen

analitik çözümlerle elde edilen IB spektrumunu temsil etmektedir. Elde edilen sonuçlar her bir izotop için ayrı ayrı analiz edilmiştir.

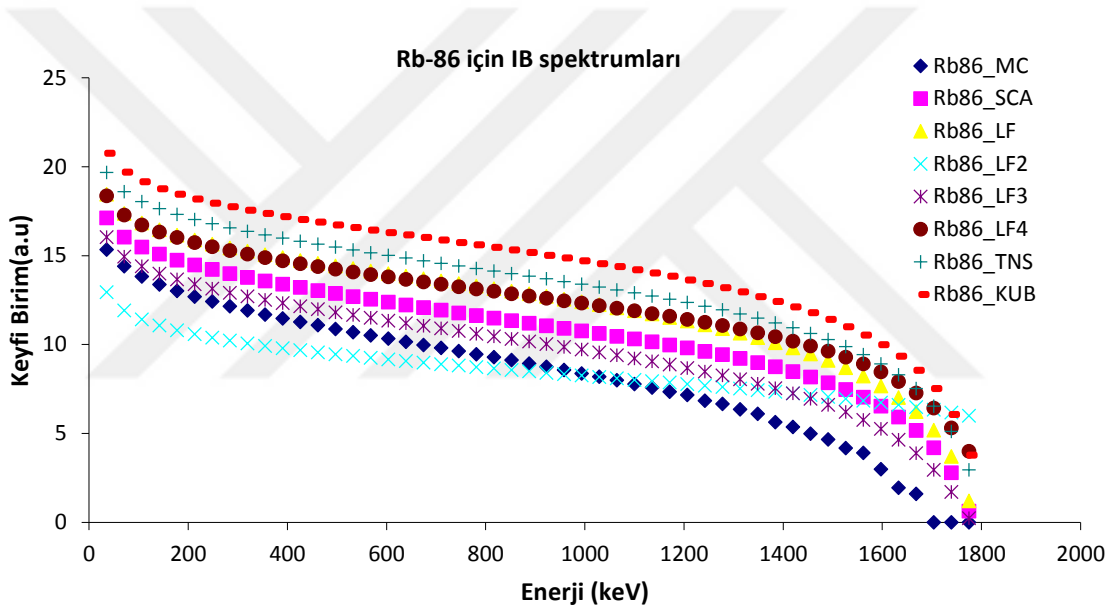
$^{32}_{15}\text{P}$ , maksimum enerjisi  $E_m=1710,4$  keV olan bir izinli beta yayınlıdır.  $^{32}_{15}\text{P}$  için elde edilmiş IB spektrumları Şekil 5.1 ile verilmiştir. Monte Carlo çözümü (MC)'nün grafikten görüldüğü üzere yüksek enerji bölgesinde analitik çözümlerin aksine sıfır değerine daha hızlı düştüğü görülmektedir. MC spektrumunda son üç enerji bölgesine IB foton düşmediğinden değerler sıfır olarak görülmektedir. LF2 çözümü diğerlerinden ayrılarak, IB spektrumunun farklı bir biçimde seyrettiği şekilden görülmektedir. LF, LF3 ve LF4 çözümleri birbirlerine hemen hemen paralel olarak gitmektedir. SCA, TNS ve KUB çözümleri de birbirlerine yakın seyretmektedir.



**Şekil 5.1.**  $^{32}_{15}\text{P}$  için Monte Carlo Metodu, KUB teorisi, yasak enerji geçişli tensör ve skaler çözümler, Coulomb düzeltimi yapılmış izinli ve yasak geçişleri için elde edilmiş IB spektrumları

$^{86}_{37}\text{Rb}$  radyonükliti, iki farklı maksimum enerjisi olan dala sahiptir. Birinci dal bozunma,  $\eta_1=0,912$  parçalanma olasılığına sahip, beta uç-nokta enerjisi  $E_{m1}=1774,4$  keV olan taban seviyeye bozunmaları ( $2^- > 0^+$ ) içerir. Bu geçiş, benzersiz (unique) birinci-yasaklı geçiş olarak sınıflandırılır. Diğer bozunma dalı  $\eta_2=0,088$  parçalanma olasılığına sahip, uç-nokta enerjisi  $E_{m2}=697,0$  keV olan birinci uyarılmış duruma

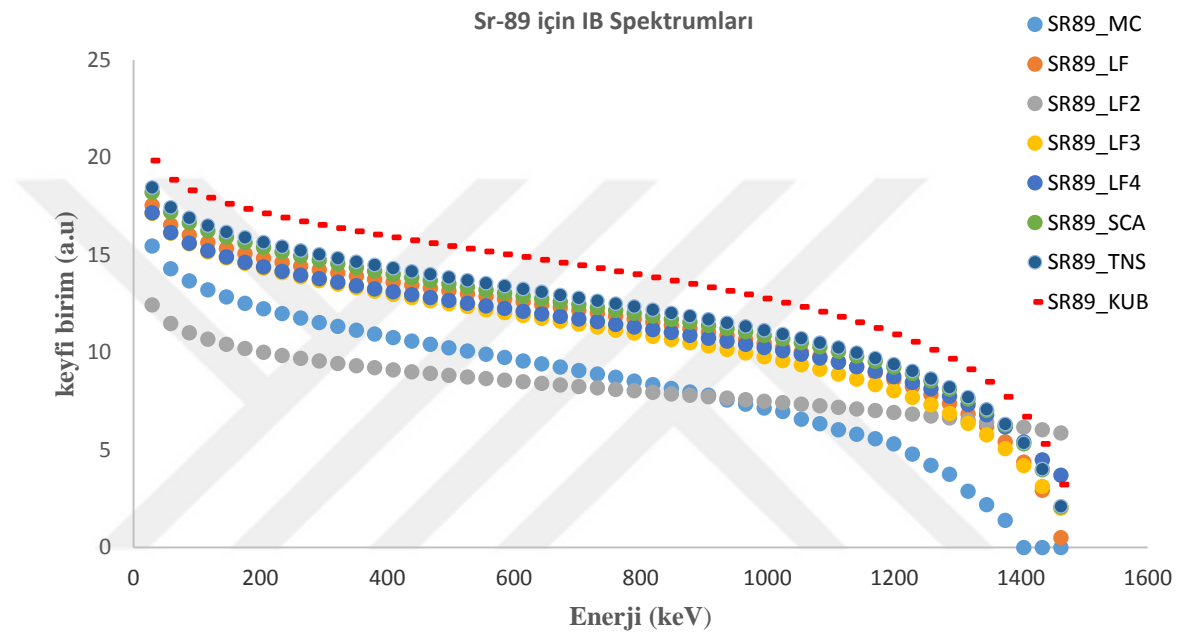
bozunumları ( $2^- > 2^+$ ) ifade eder ve bu geçiş, benzersiz olmayan (non-unique) birinci yasaklı geçiş olarak sınıflandırılır. İki bozunma dalı için KUB teorisi IB hesaplamaları, ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir ve toplam spektrumu elde etmek için ilgili bozunma dallarının bozunma oranları dikkate alınarak birbirine eklenmiştir.  $^{86}_{37}\text{Rb}$  radyonükliti için elde edilmiş IB spektrumları Şekil 5.2’de verilmiştir. Buna göre verilen tüm çözümler LF2 çözümü hariç birbirlerine paralel gitmektedir. Yüksek enerji bölgesinde MC çözümü diğer çözümlerden daha hızlı düşmektedir. LF ve LF4 birbirleri ile çok uyumlu giderken 1200 keV’ den son nokta enerjisine kadar olan bölgede LF4 çözümü çok hafif yukarı yönde sapma göstermiştir. KUB, TNS ve SCA çözümler yine birbirlerine paralel gitmişlerdir.



**Şekil 5.2.**  $^{86}_{37}\text{Rb}$  için Monte Carlo Metodu, KUB teorisi, yasak enerji geçişli tensör ve skaler çözümler, Coulomb düzeltimi yapılmış izinli ve yasak geçişleri için elde edilmiş IB spektrumları

$^{89}_{38}\text{Sr}$  radyonükliti, uç-nokta enerjisi  $E_m=1463$  keV olan benzersiz (unique) birinci yasaklı beta yayınlıdır. Monte Carlo yöntemi ve KUB teorisinden elde edilen izinli geçişleri, Chang ve Falkoff (1949) tarafından verilen birinci yasaklı skaler ve tensör çözümleri, Lewis ve Ford (1957) tarafından verilen Coulomb düzeltmesi yapılmış izinli ve yasak geçişleri içeren çözümler  $^{89}_{38}\text{Sr}$  izotopu için Şekil 5.3’te verilmiştir. Monte Carlo yöntemi ile elde edilen IB spektrumu, KUB teorisinden elde

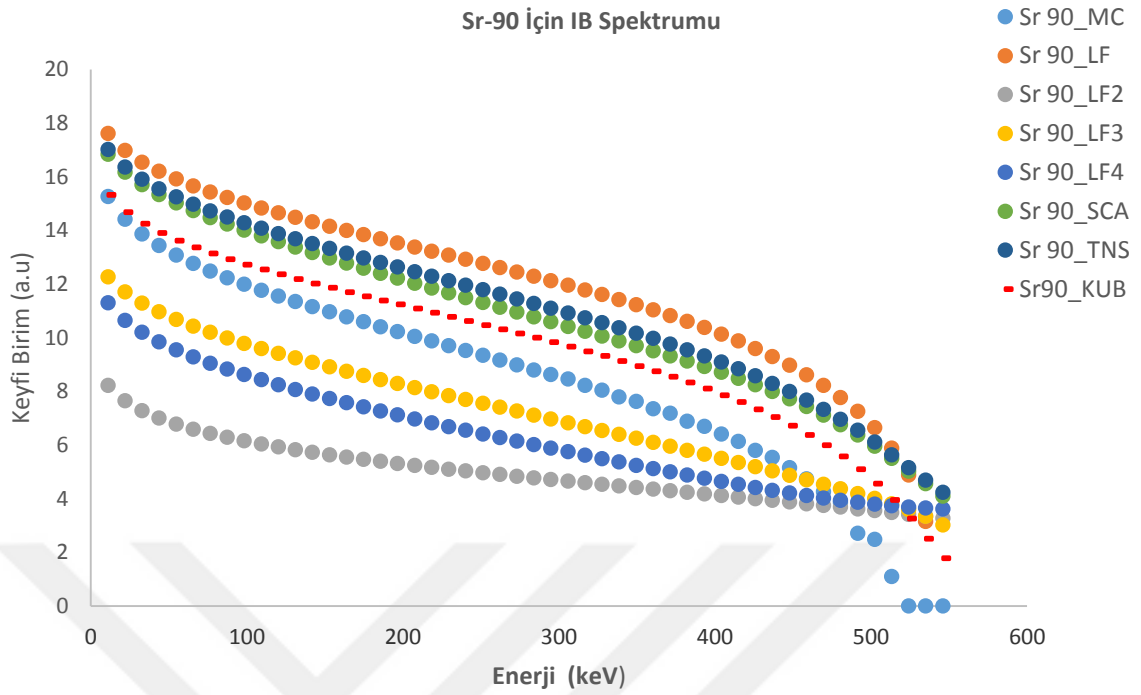
edilen IB spektrumu ile birbirine oldukça paralel gitmektedir. Yüksek enerji değerlerinde Monte Carlo Yöntemi ile elde edilen değerlerde ani düşüş görülmektedir. Birinci yasaklı skaler ve tensör çözümleri birbirine çok yakın seyretmektedir. Coulomb düzeltmesi yapılmış çözümlerde ise düşük ve orta enerji seviyesinde diğer çözümlerle paralel seyrederken yüksek enerji değerlerinde hafif sapmalar gözlenmiştir.



**Şekil 5.3.**  $^{89}\text{Sr}$  için Monte Carlo Metodu, KUB teorisi, yasak enerji geçişli tensör ve skaler çözümler, Coulomb düzeltimi yapılmış izinli ve yasak geçişleri için elde edilmiş IB spektrumları

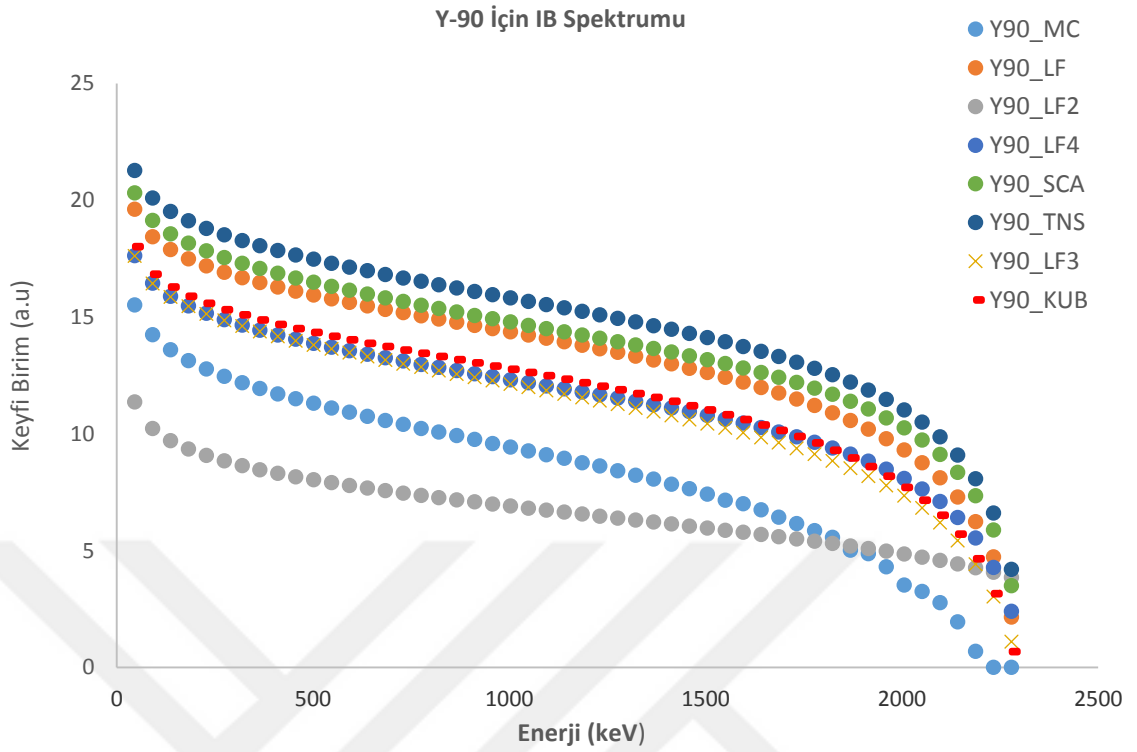
$^{90}\text{Sr}$  radyonükliti, benzersiz (unique) birinci yasaklı beta yayınlıdır.  $^{90}\text{Y}$ 'a 546 keV'lik bir uç-nokta enerjisi ile bozunur.  $^{90}\text{Y}$  ise  $^{90}\text{Zr}$ 'un iki uyarılmış seviyesine iki bozunma dalında bozunur,  $\eta_1=0,9999$   $^{90}\text{Zr}$ 'un taban seviyesine  $E_{m1}=2279,2$  keV'lik maksimum enerji ile ve  $\eta_2=0,0001$   $^{90}\text{Zr}$ 'un 1761 keV'deki yarı kararlı durumuna  $E_{m2}=518,5$  keV'lik enerji ile bozunur. 0,0001'lik ikinci bozunma dalı olasılığı çok küçüktür ve hesaplamalarda göz ardı edilir. Monte Carlo yöntemi ve KUB teorisinden elde edilen  $^{90}\text{Sr}$  için IB spektrumu Şekil 5.4'te verilmiştir. Monte Carlo yönteminden ve SCA, TNS, LF analitik çözümlerden ve KUB teorisinden elde edilen IB spektrumları birbirine oldukça yakın değerlerde seyretmektedir. Bununla birlikte LF2, LF3 ve LF4 analitik çözüm IB spektrumları daha farklı seyretmektedir.





**Şekil 5.4.**  $^{90}_{38}\text{Sr}$  için Monte Carlo Metodu, KUB teorisi, yasak enerji geçişli tensör ve skaler çözümler, Coulomb düzeltimi yapılmış izinli ve yasak geçişleri için elde edilmiş IB spektrumları

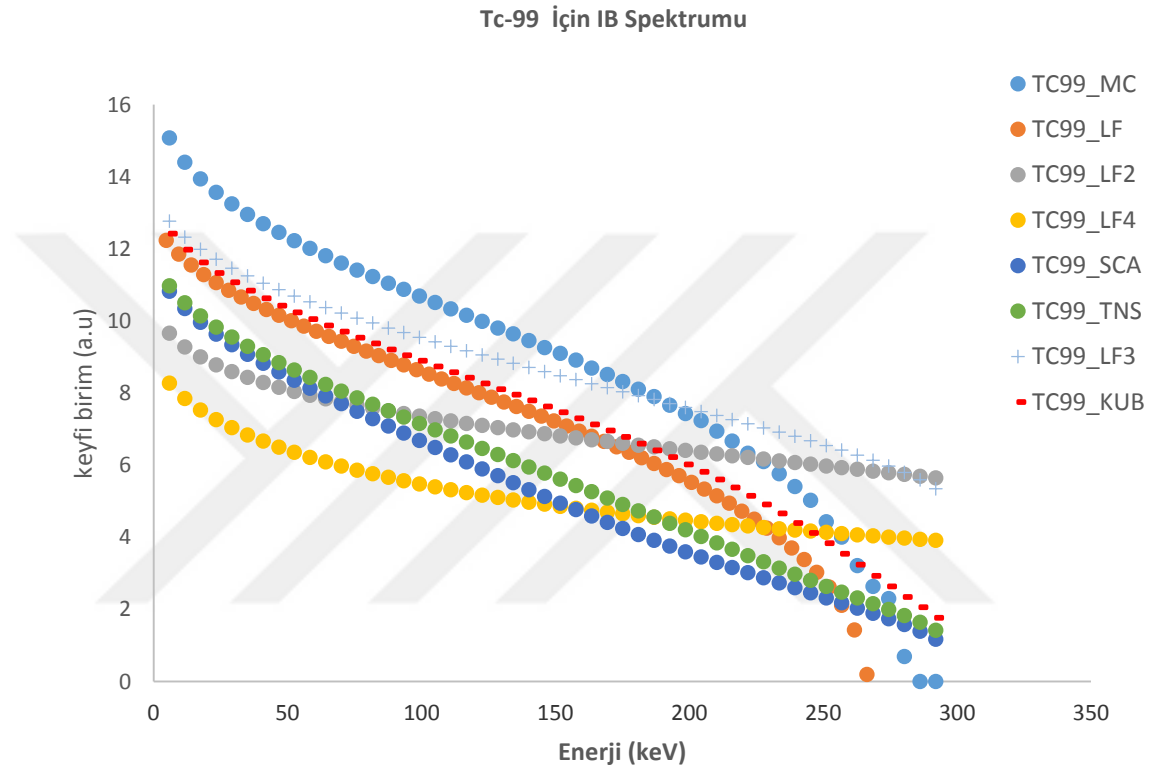
$^{90}_{39}\text{Y}$  radyoizotopu  $^{90}_{38}\text{Sr}$  ile seküler dengede bulunur. Tek başına ele alındığında elde edilen IB spektrumları Şekil 5.5'te verilmiştir. LF2, çözümü diğer çözümlerden farklı seyretmektedir. Monte Carlo çözümü yine yüksek enerji bölgesinde daha hızlı düşmektedir. KUB, LF3 ve LF4 birbirine çok yakın seyredirken SCA, LF ve TNS çözümleri de bunlara çok yakın bir spektrum göstermektedir.



**Şekil 5.5.**  $^{90}_{39}\text{Y}$  için Monte Carlo Metodu, KUB teorisi, yasak enerji geçişli tensör ve skaler çözümler, Coulomb düzeltimi yapılmış izinli ve yasak geçişleri için elde edilmiş IB spektrumları.

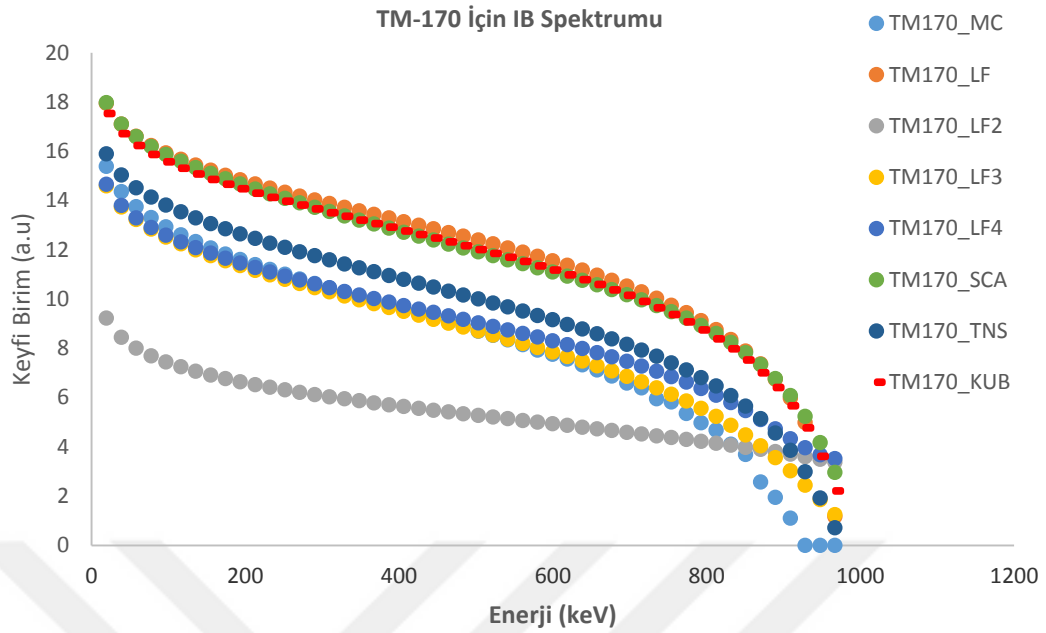
$^{99}_{43}\text{Tc}$  radyonükliti, uç-nokta enerjisi  $E_m=292$  keV olan benzersiz olmayan (non-unique) ikinci yasaklı beta yayımlayıcısıdır. Monte Carlo yöntemi ve KUB teorisinden elde edilen izinli geçişleri, Chang ve Falkoff tarafından verilen birinci yasaklı skaler ve tensör çözümleri, Lewis ve Ford tarafından verilen Coulomb düzeltmesi yapılmış izinli ve yasak geçişleri içeren çözümler  $^{99}_{43}\text{Tc}$  izotopu için Şekil 5.6'da verilmiştir. Bu izotopun son nokta enerjisi düşük olduğundan spektrumlar arasında diğer izotoplara nazaran daha büyük farklılıklar görülmektedir. Monte Carlo çözümüne en yakın LF ve KUB çözümü spektrumları görünürken LF2 ve LF4 birbirlerine paralel seyretmektedir. SCA ve TNS çözümleri de birbirlerine benzemektedir. LF3 çözümü ise 150 keV bandına kadar SCA ve TNS spektrumları ile paralel seyrederken bu noktadan sonra hafif pozitif bir sapma gözlenmiştir. Monte Carlo ile elde edilen IB spektrumu 175 keV'e kadar KUB teorisi ile paralel gitmektedir. Yüksek enerji seviyesinde Monte Carlo IB spektrumu daha hızlı düşmektedir. Ayrıca Coulomb düzeltmesi yapılan izinli geçişli spektrum ile uyumu daha yüksektir.  $Z=0$  ve  $Z \neq 0$  yasaklı coulomb düzeltmesi

yapılmış spektrumlar paralel gitmektedir. Yüksek enerji seviyesinde hafif birbirinden sapmalar mevcuttur. Diğer yandan bu çözümler ile diğer çözümler aralarında çok büyük uyum gözlenmiştir. Birinci Yasaklı skaler ve tensör çözümleri yüksek enerji seviyesine kadar paralel seyretmiştir. Bu noktadan sonra hafif birbirinden sapmıştır.



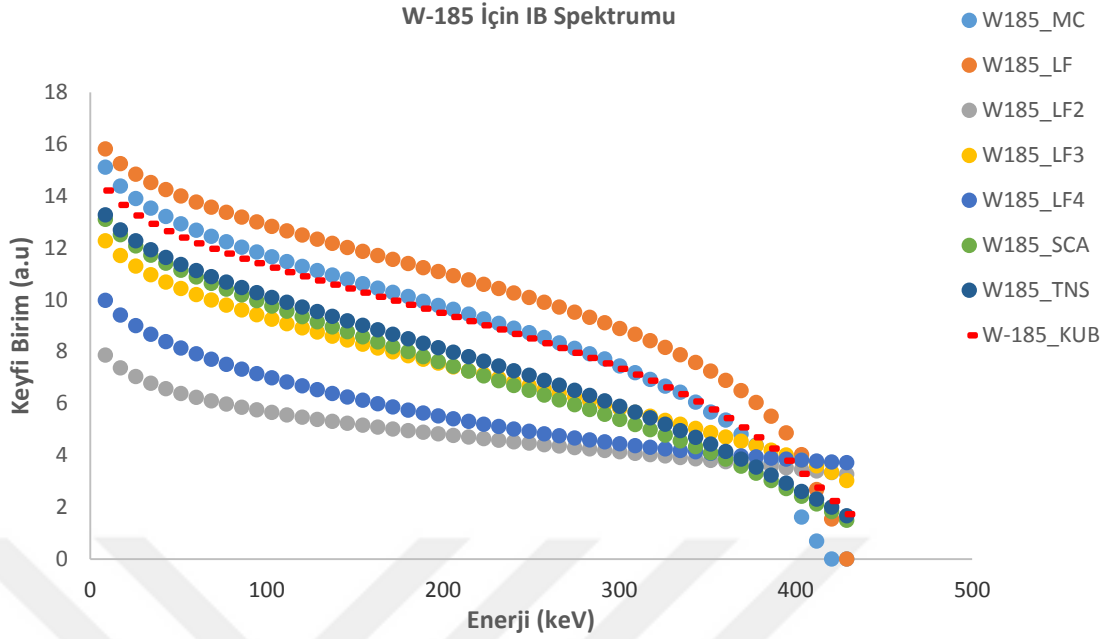
**Şekil 5.6.**  $^{99}_{43}\text{Tc}$  için Monte Carlo Metodu, KUB teorisi, yasak enerji geçişli tensör ve skaler çözümler, Coulomb düzeltimi yapılmış izinli ve yasak geçişleri için elde edilmiş IB spektrumları

$^{170}_{69}\text{Tm}$  radyonükliti, benzersiz olmayan (non-unique) birinci yasaklı beta yayınlayıcısıdır.  $^{170}_{70}\text{Yb}$ 'nin iki farklı dalına bozunur,  $\eta_1=0,24$ ,  $^{170}_{70}\text{Yb}$ 'nin 84 keV'lik uyarılmış seviyesine  $E_{m1}=882$  keV'lik maksimum enerji ile ve  $\eta_2=0,76$ ,  $^{170}_{70}\text{Yb}$ 'nin taban enerji durumuna  $E_{m2}=967$  keV'lik enerji ile bozunur. Monte Carlo yöntemi ve analitik çözümlerle elde edilen  $^{170}_{69}\text{Tm}$  için IB spektrumları Şekil 5.7'de verilmiştir. LF2 hariç diğer çözümler birbirleri ile çok uyumlu gitmektedirler.



**Şekil 5.7.**  $^{170}_{69}\text{Tm}$  için Monte Carlo Metodu, KUB teorisi, yasak enerji geçişli tensör ve skaler çözümler, Coulomb düzeltimi yapılmış izinli ve yasak geçişleri için elde edilmiş IB spektrumları.

Son olarak,  $^{185}_{74}\text{W}$ ,  $^{185}_{75}\text{Re}$ 'un taban seviyesine  $\eta_1=0,9998$ 'lik bir dallanma oranı ile maksimum enerjisi  $E_{m1}=429 \text{ keV}$  olan beta yayınlı olarak bozunur ( $\frac{3^-}{2} \rightarrow \frac{5^+}{2}$ ). Bu geçiş, birinci yasaklı geçiş olarak sınıflandırılmıştır.  $\frac{3^-}{2} \rightarrow \frac{7^+}{2}$  ve  $\eta_2=0,00018$  olan maksimum enerjisi  $E_{m2}=303 \text{ keV}$ 'lik bir beta geçişi de gözlemlenmiştir. 0,00018'lik ikinci dal bozunmanın katkısı çok küçüktür ve hesaplamalarda yok sayılmıştır. Monte Carlo yöntemi ve analitik çözümlerle elde edilen  $^{185}_{74}\text{W}$  için IB spektrumları Şekil 5.8'de verilmiştir. LF4 ve LF2 çözümleri hariç diğer çözümler birbirleri ile uyumlu görünmektedir. TNS, SCA ve LF3 çözümü yüksek enerji de pozitif sapma göstermiştir. KUB, MC ve LF çözümü birbirlerine en yakın giden üç ayrı çözüm olmuştur.



**Şekil 5.8.**  $^{185}_{74}\text{W}$  için Monte Carlo Metodu, KUB teorisi, yasak enerji geçişli tensör ve skaler çözümler, Coulomb düzeltimi yapılmış izinli ve yasak geçişleri için elde edilmiş IB spektrumları

Elde edilen bu grafik verileri çerçevesinde, nükleer fizikte önemli bir konu olan bremsstrahlung olayına bağlı olarak beta parçalanması sırasında nükleer yükün ani değişimiyle elektron ile birlikte ortama salınan internal bremsstrahlung olgusunu teorik ve Monte Carlo metodu ile bu tez çalışması kapsamında incelemiş bulunduk. Üzerine çalıştığımız yukarıda sıraladığımız her bir izotop için izinli, yasaklı ve Coulomb düzeltimi yapılmış internal bremsstrahlung spektrumlarını Monte Carlo yöntemi ile elde ettiğimiz spektrumlarla ile karşılaştırdık. Karşılaştırmada düşük enerji, orta enerji ve yüksek enerji bölgelerinde uyumları göz önüne aldık. IB çalışmalarına tarihsel olarak baktığımızda özellikle yüksek enerji bölgesinde deney ve teorik değerlerin arasında deneysel değerlerde pozitif yönde sapmalar her zaman karşımıza çıkmaktadır. Bu nedenle yaptığımız bu çalışmanın bir sonraki aşaması; iyi ayarlanmış deneysel alt yapı ile radyoizotopların IB spektrumlarının deneysel olarak elde edilip, hesapladığımız teorik ve Monte Carlo yöntemi ile test edilmesi olacaktır.

## KAYNAKLAR

- Al-Beteri, A.A., Raeside, D.E., 1989, An improved electron bremsstrahlung cross-section formula for Monte Carlo transport simulation, *Nuclear Instruments and Methods B*, 44 (1), 149-157.
- Aston, G.H., 1927, The amount of energy emitted in the g-ray form by radium E. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 23, 935-941.
- Almaz, E., 2000,  $\beta^-$  Parçacıklarının Internal Bremsstrahlung Spektrumlarının İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, *Fen bilimleri Enstitüsü*, Uludağ Üniversitesi, Bursa, 1-45.
- Bethe, H.A., Maximon, L.C., 1954, Theory of bremsstrahlung and pair production. I. differential cross section, *Physical Review*, 93 (4), 768-778.
- Bethe. H.A., Heitler, W., 1934, On the stopping of fast particles and on the creation of positive electrons, *Proceedings of the Royal Society A*, 146, 83-112.
- Bloch, F., 1936, On the continuous  $\gamma$ -radiation accompanying the  $\beta$ -decay, *Physical Review*, 50 (1) , 272-279.
- Bolgiano, P., Madansky, L., Rasetti, F., 1953, The continuous gamma-ray spectrum accompanying beta-decay, *Physical Review*, 89, 679-684.
- Bradt, H., Gugelot, P.C., Huber, O., Medicus, H., Preiswerk, P., Scherrer, P., Steffen, R., 1946, K-Einfang des  $Fe^{55}$ , *Helvetica Physica Acta*, 19 (1), 222-228.
- Cashwell, E.D., Everett, C.J., 1959, A practical manual on the Monte Carlo Method for random walk problems, *Pergamon Press*, 27 (6), 1-228.
- Cengiz, A., Özmutlu, C., 1994, Range Distribution of Electrons, *Nuclear Instruments and Methods. B*, 84 (3), 310-318.
- Cengiz. A., 1991, Elektron ve  $\beta^-$  Parçacıklarının Menzil, Enerji ve Açısal Dağılımlarının Monte Carlo Yöntemi ile İncelenmesi, Doktora Tezi, *Fen Bilimleri Enstitüsü*, Uludağ Üniversitesi, Bursa, 1-55.
- Chang, C.S.W., Falkoff, D.L., 1949, On the continuous gamma-radiation accompanying the beta-decay of nuclei, *Physical Review*, 76, 365-372.
- Cutkowsky, R. E., 1957, Circular polarization of internal bremsstrahlung, *Physical Review*, 107 (1), 330-331.
- Evans, R.D., 1955, The Atomic Nucleus, *Mc Graw-Hill*, New York, 785-910.
- Fermi, E., 1934, Versuch einer Theorie der  $\beta$ -Strahlen I, *Zeitschrift für Physik*, 188, 161-177.
- Galster, S., Schopper, H., 1960, Circular polarization of internal bremsstrahlung accompanying beta decay, *Physical Review Letters*, 4 (6) , 295-297.
- Hammersley, J.M., Handscomb, D.C., 1979, Monte Carlo Methods, *Chapman and Hall*, London, 95-110.

- Hartwig, G., Schopper, H., 1958, Die zirkulare Polarisation der inneren Bremsstrahlung beim K-Einfang von  $A^{37}$ , *Zeitschrift für Physik*, 152 (3), 314-318.
- Kirkegaard, P., 1966, Nuclear Particle Transport With Emphasis on Monte Carlo and Shielding Calculations, *Risø Report No:* 136, 1-110.
- Knipp, J.K., Uhlenbeck, G.E., 1936. Emission of gamma radiation during the beta decay of nuclei, *Physica*, 3, 425-439.
- Konopinski, E.J. 1966, The Theory of Beta Radioactivity, *Oxford University Press*, London, 114-263.
- Konopinski, E.J., 1943, Beta Decay, *Reviews of Modern Physics*, 15 (4), 209-246.
- Lanzl, L.H., Hanson, A.O., 1951, Z dependence and angular distribution of bremsstrahlung from 17-Mev electrons, *Physical Review*, 83 (5), 959-975.
- Lee, T.D., Yang, C.N., 1957, Parity nonconservation and a two-component theory of the neutrino, *Physical Review*, 105 (4), 1671-1676.
- Lewis, P.R., Ford, G.W., 1957, Coulomb effects in inner bremsstrahlen. *Physical Review*, 107 (3), 756-765.
- Lindström, G., 1952, An absolute determination of the X-line from ThC", *Physical Review*, 87, 678-679
- Mertens. S., 2016, Direct neutrino mass experiments. *Journal of Physics, Conference Series*, 718 022013 (2), 1-10
- Morrison, P., Schiff, L., 1940, Radiative K Capture. *Physical Review*, 58 (1), 24-26.
- Mott, N.F., 1931, On the influence of radiative forces on the scattering of electrons, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society.*, 27 (2), 255-260.
- Nigam, B.P., Sundresan, M.K., W. Ta-You, W., 1959, Theory of multiple scattering: second Born approximation and corrections to Molière's work. *Physical Review*, 115 (6), 491-503.
- Noma, H., Moltz, D.M., Avignone, F.T., Toth, K.S., 1983, A Monte Carlo study of the response of a germanium detector to electrons and positrons, *Nuclear Instruments and Methods B*, 211 (2-3), 391-402.
- Parker, S.P.,(Editor).1983, Encyclopedia of Physics, *McGraw-Hill*, New York, 233-352.
- Pytthe, A., 1957, Circular polarization of internal bremsstrahlung, *Physical Review*, 107 (6), 1681-1685.
- Rubinstein, R.Y., 1981, Simulation and the Monte Carlo Method, John Wiley and Sons, New York, 71-166.
- Schiff, L.I., 1968, Quantum Mechanics, McGraw-Hill, Kogakusba Ltd, Tokyo, 455-508.
- Schopper, H., Galster, S., 1958, The circular polarization of internal and external bremsstrahlung, *Nuclear Physics*, 6, 125-131.

- Shimizu, R., Ikuta, T., Murata, K., 1972, The Monte Carlo technique as applied to the fundamentals of EPMA and SEM J. *Applied Physics*, 43 (1), 4233-4251.
- Sommerfeld, A. 1931, Über die beugung und bremsung der elektronen, *Annalen der Physik*, 11, 257-261.
- Spanier, J., Gelbart, E.M., 1969. Monte Carlo Principles and Neutron Transport Problems, Addison Wesley Publishing Company, *London*, 1-234.
- Spruch, L., Gold, W., 1959, Coulomb corrections in the theory of internal bremsstrahlung, *Physical Review*, 113, 1060-1069.
- Strachan., C. 1969, The theory of Beta-Decay, *Pergamon Press*, London, 17-145.
- Vinh-Mau, R., 1961, Coulomb field effects in bremsstrahlung processes associated with  $\beta$ -decay, *Nuovo Cimento*, 19 (2), 609-613.
- Weinstock, R., 1942, Theory of the continuous X-ray spectrum. *Physical Review*, 61 (3), 584-591.
- Wu, C.S., 1950, Recent Investigation of the Shapes of  $\beta$ -Ray Spectra, *Reviews of Modern Physics*, 22 (4), 386- 399.
- Wu, C.S., Moskowski, S.A., 1966, Beta Decay, *Wiley*, New York, 35-54.



## ÖZGEÇMİŞ

### KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Emrullah TOKGÖZ  
 Uyruğu : T.C  
 Doğum Yeri ve Tarihi : Muş / 20.11.1987  
 Telefon : 05348840051  
 Faks :  
 e-mail : emrullahtokgoz49@gmail.com

### EĞİTİM

Derece	Adı	İlçe	İl	Bitirme Yılı
Lise	: Rekabet Kurumu Lisesi	Merkez	Muş	2007
Üniversite	: Kilis 7 Aralık Üniversitesi	Merkez	Kilis	2012
Yüksek Lisans	: Muş Alparslan Üniversitesi	Merkez	Muş	Devam ediyor
Doktora	:			

### İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görevi
2014	Muş Milli Eğitim Müdürlüğü	Fizik Öğretmenliği
2015	Muş Milli Eğitim Müdürlüğü	Fizik Öğretmenliği
2016	Bilim Eğitim Kurumu	Fizik Öğretmenliği
2017	ROTİ Sondaj A.Ş.	İş Sağlığı ve Güvenliği Uzmanı
2018	Alparslan II HES Şantiyesi	İş Sağlığı ve Güvenliği Uzmanı

### UZMANLIK ALANI

Nükleer Fizik

### YAYINLAR

1. Bin-to-bin spectrum reconstruction method for analyzing gamma-rays passing through a certain thickness of Aluminum” . International Conference On Advances In Natural And Applied Sciences (ICANAS 2017) Book Series: AIP Conference Proceedings Volume: 1833 Article Number: UNSP 020108 Published: 2017.
2. Monte Carlo Applications In Nuclear Physics NUBA -2016: 3rd International Nuclear Physisc Summer School.
3. Dalga Ve Parçacık Tipi Radyasyon Etkileşmeleri Monte Carlo Uygulamaları DPAR- 2017.

<b>Kontrol Edilecek Hususlar</b>	<b>Evet</b>	<b>Hayır</b>
Sayfa yapısı uygun mu?	X	
Şekil ve çizelge başlık ve içerikleri uygun mu?	X	
Denklem yazımları uygun mu?	X	
İç kapak, onay sayfası, tez bildirim, özet, abstract, önsöz ve/veya teşekkür uygun yazıldı mı?	X	
Tez yazımı; Giriş, Kaynak Araştırması, Materyal ve Yöntem (veya Teorik Esaslar), Araştırma Bulguları ve Tartışma, Sonuçlar ve Öneriler sıralamasında mıdır?	X	
Kaynaklar soyadı sırasına göre verildi mi?	X	
Kaynaklarda verilen her bir yayına tez içerisinde atıfta bulunuldu mu?	X	
Kaynaklar açıklanan yazım kuralına uygun olarak yazıldı mı?	X	
Tez içerisinde kullanılan şekil ve çizelgelerde kullanılan ifadeler Türkçe'ye çevrilmiş mi? (Latince ve Özel kelimeler hariçtir)	X	
Tezin içindekiler kısmı, tez içerisinde verilen başlıklara uygun hazırlanmış mı?	X	
Tez Önerisi Formunun (FBE Form 22) ilk sayfası ile birlikte materyal ve yöntem kısımlarını içeren sayfaların fotokopisini tezinizin içindekiler sayfasından önce telli zımbalı formda koydunuz mu?	X	

Yukarda verilen cevapların doğruluğunu kabul ediyorum.

Unvanı Adı SOYADI

**Öğrencinin:** Emrullah TOKGÖZ

**Danışmanın:** Doç. Dr. Ekrem ALMAZ

İmza  


Tez tesliminde enstitü web sayfası veri tabanında yayınlanmasına **izin veriyorum.**

Fen Bilimleri Enstitüsü Onayı

Bu tez MŞÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygundur.

Onaylayan Adı SOYADI

Tarih

İmza

16.01.2019

