

**T.C.**  
**MUŞ ALPARSLAN ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**MATEMATİK ANABİLİM DALI**

**Fatih COŞKUN**

**BAZI LİNEER OLMAYAN DENKLEMLERİN YAKLAŞIK**  
**ÇÖZÜMLERİNİN BULUNMASI VE BULUNAN ÇÖZÜMLERİN**  
**İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**MUŞ-2018**

**T.C.**  
**MUŞ ALPARSLAN ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**MATEMATİK ANABİLİM DALI**

**Fatih COŞKUN**

**BAZI LİNEER OLMAYAN DENKLEMLERİN YAKLAŞIK  
ÇÖZÜMLERİNİN BULUNMASI VE BULUNAN ÇÖZÜMLERİN  
İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**MUŞ-2018**

**T.C.**  
**MUŞ ALPARSLAN ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**MATEMATİK ANABİLİM DALI**

**Fatih COŞKUN**

**BAZI LİNEER OLMAYAN DENKLEMLERİN YAKLAŞIK  
ÇÖZÜMLERİNİN BULUNMASI VE BULUNAN ÇÖZÜMLERİN  
İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Danışman**  
**Dr. Öğretim Üyesi Zeliha KÖRPİNAR**

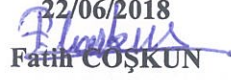
**MUŞ-2018**

## FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Muş Alparslan Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliğine göre hazırlamış olduğum “Bazı Lineer Olmayan Denklemlerin Yaklaşık Çözümlerinin Bulunması ve Bulunan Çözümlerin İncelenmesi ” adlı tezimin tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin kâğıt ve elektronik kopyalarının Muş Alparslan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

Lisansüstü Eğitim-Öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

- Tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.
- Tezim sadece Muş Alparslan Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.
- Tezimin ..... yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

22/06/2018  
  
Fatih COŞKUN

## TEZ KABUL TUTANAĞI

### FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Dr. Öğretim Üyesi Zeliha KÖRPINAR danışmanlığında, Fatih COŞKUN tarafından hazırlanan “Bazı Lineer Olmayan Denklemlerin Yaklaşık Çözümlerinin Bulunması ve Bulunan Çözümlerin İncelenmesi” konulu bu çalışma 22/06/2018 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Matematik Anabilim Dalı’nda Yüksek Tezi olarak kabul edilmiştir.

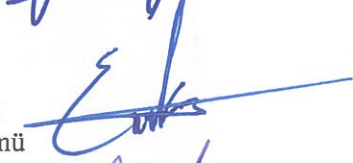
**Başkan** : Dr. Öğretim Üyesi Ökkeş ÖZTÜRK  
Bitlis Eren Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü

İmza :



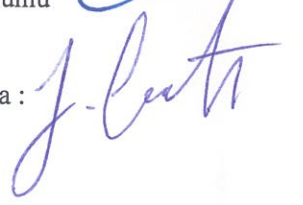
**Jüri Üyesi** : Dr. Öğretim Üyesi Erdal KORKMAZ  
Muş Alparslan Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü

İmza :



**Jüri Üyesi** : Dr. Öğretim Üyesi Zeliha KÖRPINAR  
Muş Alparslan Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi

İmza :



Yukarıdaki imzalar adı geçen öğretim üyelerine aittir.



22/06/2018

**Prof. Dr. Murad Aydın ŞANDA**

**Enstitü Müdürü**

## **TEŞEKKÜR**

Bu tez çalıŐmasının yürütölmesi sırasında göstermiş oldukları her türlü yardım, rehberlik ve çok değerli katkılarından dolayı danışman hocam Sayın Dr. Öğretim Üyesi Zeliha KÖRPİNAR'a ve Doç. Dr. Talat KÖRPİNAR'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

**Fatih COŞKUN**

**Haziran, 2018**

## İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR .....	i
İÇİNDEKİLER .....	ii
ÖZET .....	iii
ABSTRACT.....	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR .....	v
1. GİRİŞ.....	1
2. MATERYAL VE METOT .....	4
2.1. Temel Kavramlar .....	4
2.2. Residual Kuvvet Serisi Metodu .....	8
2.3. RPSM'NİN Uygulamaları.....	10
2.3.1. Kerr Law Durumu.....	10
2.3.2. Power Law Durumunda .....	15
2.3.3. Parabolic Law Durumunda .....	19
2.3.4. Dual Power Law Durumunda .....	22
3. ARAŞTIRMA BULGULARI.....	27
4. TARTIŞMA VE SONUÇ .....	30
5. KAYNAKLAR .....	31
ÖZGEÇMİŞ.....	34

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### BAZI LİNEER OLMAYAN DENKLEMLERİN YAKLAŞIK ÇÖZÜMLERİNİN BULUNMASI VE BULUNAN ÇÖZÜMLERİN İNCELENMESİ

Fatih COŞKUN

Danışman: Dr. Öğretim Üyesi Zeliha KÖRPİNAR

2018, 34 Sayfa

Bu tez çalışmasında, lineer olmayan Shrödinger denkleminin gerçek çözümüne yakın yaklaşık çözümler incelenmiştir. Bu çalışma dört bölümden oluşmaktadır. İlk bölüm giriş kısmı olup, bu çalışma ile ilgili ön bilgiler verilmiştir. İkinci bölümde materyal ve yöntem başlığı altında konuya ilişkin temel kavramlar verilmiştir. Daha sonra residual kuvvet serisi metodu başlığı altında uyguladığımız yöntem tanıtılmıştır. RPSM'nin uygulamaları başlığında dört farklı durumda Shrödinger denkleminin residual kuvvet serisi metodu uygulanmıştır. Üçüncü bölümde araştırma bulguları başlığı altında Schrödinger denkleminin gerçek çözümünün grafiği dört farklı durumda bulduğumuz yaklaşık çözümlerin grafiği ile karşılaştırılmıştır.

Son bölüm olan tartışma ve sonuç bölümünde, burada elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır. Sonuçlar, bu yöntemin verimli ve kullanışlı olduğunu ve büyük bir problem türünde uygulanabileceğini göstermiştir. Yaklaşık çözümler, bilinen kesim çözümlerle karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Dual power law, Kerr law, Parabolic law, Power law, Residual Kuvvet Serisi, Shrödinger equation.



## **ABSTRACT**

**Master's Thesis**

### **OBTAINING THE APPROXIMATE SOLUTIONS OF SOME NONLINEAR EQUATIONS AND EXAMINATION OF OBTAINED SOLUTIONS**

**Fatih COŞKUN**

**Supervisor: Dr. Lecturer Zeliha KÖRPINAR**

**2018, Page: 34**

In this thesis, approximate solutions to the real solution of the nonlinear Schrödinger equation are investigated. This study consists of four parts. The first part is the introduction part and the preliminary information about this work is given. In the second chapter, basic concepts related to the subject are given under the title of material and method. Then, the method we applied under the title of residual force series method was introduced. The residual force series method was applied to the Schrödinger equation in four different cases at the beginning of applications of RPSM. In the third chapter, under the title of research findings, the graph of the true solution of the Schrödinger equation is compared with the graph of approximate solutions we find in four different cases.

In the final part of the discussion and conclusion, the results obtained here are interpreted. The results show that this method is efficient and useful and can be applied in the form of a major problem. Approximate solutions were compared with known cut-off solutions.

**Keywords:** Dual power law, Kerr law, Parabolic law, Power law, Residual power series method, Schrödinger equation.

## **SİMGELER VE KISALTMALAR**

**RPSM** : Residual Kuvvet Serisi Metodu

## 1. GİRİŞ

Son yıllarda akışkanlar mekaniği, elektrik devreleri, sinyal işleme, dinamik sistemlerin kontrol teorisi, görüntü işleme, optik ve elastik gibi farklı bilim dalları ve mühendislik dallarında diferansiyel denklemlerin sayısız uygulamaları olmuştur.

Literatürde doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin yaklaşık ve analitik çözümlerini elde etmek için kullanılan bazı yöntemler vardır (Liao, 1995; Liao, 1997; He, 1998; He, 1999 ve He, 2000). Adomian ayrıştırma metodu (ADM), Laplace analiz metodu (LAM), homotopi analiz metodu (HAM), homotopi pertürbasyon metodu (HPM), diferansiyel dönüşüm metodu (DTM) ve pertürbasyon iterasyon (PIA) algoritması da bunlardan bazılarıdır. Bunların arasında residual kuvvet serisi metodu (RPSM), fuzzy diferansiyel denklemler için kuvvet serisi çözümünün katsayılarının değerlerini belirlemek için etkili bir yöntem olarak geliştirilmiştir. RPSM tekrarlanan bir algoritma ile sağlanır.

Bu çalışmada Shrödinger denkleminin yaklaşık çözümünü elde etmek için residual kuvvet serisi metodu (RPSM) kullanılmıştır. Bu metotta, kuvvet serilerinin katsayıları residual hata kavramı vasıtasıyla bir ya da daha fazla değişken cebirsel denklem zinciri yardımıyla hesaplanır ve nihayetinde pratikte bir denklem dizisi çözümü elde edilir. Ayrıca RPSM, yüksek mertebeden düşük mertebeye değiştirirken herhangi bir dönüştürme gerektirmez. Dolayısıyla, yöntem uygun bir başlangıç tahmini seçerek doğrudan verilen probleme uygulanabilir. Bu metodun diğer metotlara göre en önemli avantajı, problemin doğrusallaştırma, pertürbasyon veya ayrıklaştırma olmaksızın ve uygun başlangıç koşullarını seçerek hiçbir dönüşüm olmadan doğrudan uygulanabilmesidir.

Literatürde bu metot bazı diferansiyel denklemlerin yaklaşık çözümlerini bulmak için uygulanmıştır (Abu Arqub vd., 2013; Abu Arqub vd., 2014; Abu Arqub vd., 2015; Alquran vd., 2015 ve Abu Arqub vd., 2015). Sözü edilen metot problemlerin analitik Maclaurin seri çözümüne alternatif bir süreçtir ve lineer ve lineer olmayan problemlere kolayca uygulanabilir etkin ve güçlü bir metottur.

Lineer olmayan Shrödinger denklemi;

$$i q_t(x,t) + \frac{q_{xx}(x,t)}{2} - \alpha \delta q(x,t) - \gamma F(|q(x,t)|^2) q(x,t) = 0, \quad i = \sqrt{-1} \quad (1.1)$$

şeklindedir (Biswas, 2008; Chen vd., 2010; Biswas vd., 2010 ve Aliyu, 2017). Shrödinger denklemi, optik dalga boyunca ışığın lineer olmayan yayılımını tanımlayan basit bir modelini verir.

Burada  $\alpha \neq 0$  ve  $\gamma \neq 0$  reel sabitlerdir.  $\delta$  orjinde Dirac ölçümüdür. Delta potansiyeli  $\alpha < 0$  için “çekici” ve  $\alpha > 0$  için “itici” olarak adlandırılır.

Green ve Biswas, Lineer olmayan Shrödinger denkleminin bright ve dark çözümlerini elde etmiş, Biswas ve arkadaşları bu denklemi dört farklı lineer olmayanlık durumu ile incelemişlerdir (Biswas vd.,2008, Biswas vd., 2010 ). Biswas dual power law durumunda denklemin 1-soliton çözümlerini elde edilmiş, Kerr law durumunda iki farklı metot kullanarak yeni tam çözümleri bulunmuştur (Biswas, 2008 ve Guo, 2018 ).

Good vd. 2004 (1.1) denkleminin kübik durumunun çözümlerinin kararlılığını incelemiş, Fukuizumi vd. 2008 varyasyonel bileşenler ile çalışmıştır ve Deift vd. 2017 Riemann-Hilbert problemleri için (1.1) denkleminin çözümünü elde etmiş, Holmer vd. 2007 delta potansiyeli ile denklemin farklı çözümlerini bulmuştur.

$F$  , gerçek değerli cebirsel bir fonksiyon ve karmaşık fonksiyonun düzgünlüğünün  $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  ye  $F(|q(x,t)|^2)q(x,t)$  olması gerekir. Kompleks  $\mathbb{C}$  düzlemini iki boyutlu  $\mathbb{R}^2$  doğrusal bir alanı olarak düşünürsek,  $F(|q(x,t)|^2)q(x,t)$  fonksiyonu  $k$  kere sürekli olarak türevlenebilir.

$$F(|q(x,t)|^2)q(x,t) \in \bigcup_{m,n=1}^{\infty} C^k((-n,n) \times (-m,m)); \mathbb{R}^2 \quad (1.1)$$

Bu çalışmada doğrusal olmayan dört farklı durumu ele alacağız. Bunlar;

$$1. \text{ Kerr law : } F(s) = s , \quad (1.2)$$

$$2. \text{ Power law : } F(s) = s^m , \quad (1.3)$$

$$3. \text{ Parabolic law : } F(s) = s + k_1 s^2 \quad (1.4)$$

$$4. \text{ Dual power law : } F(s) = s^m + k_2 s^{2m} \quad (1.5)$$

Burada  $m$  , power law veya dual power law’ın doğrusal olmadığını belirtir ve  $k_1$  ve  $k_2$  sabitleri sırasıyla parabolic law ve dual power law’ın doğrusal olmayan iki

yasasını bağlar.  $m=1$ , iken power law'ın Kerr law'a indirgenmediğini ve dual power law'ın da bu yasalara müdahale ettiği unutulmamalıdır. Ayrıca eğer  $k_1 = 0$  ise parabolic law, Kerr law' a döner ve eğer  $k_2 = 0$  ise dual power law, power law' a döner (Eslami vd., 2016; Guo vd., 2018 ve Abu-Al Shaer vd., 2018).

(1.1) denkleminin optik çözümlerini bulmak için  $q(x,t) = u(x,t)e^{i(-\kappa x + \omega t + \theta)}$  dalga dönüşümünü uygulayalım. Dalga dönüşümü genlik ve faz bileşenleri içinde yayılır.

$$-(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma F(|u(x,t)|^2))u(x,t) + 2iu_t(x,t) - 2iku_x(x,t) + u_{xx}(x,t) = 0 \quad (1.6)$$

Burada  $\kappa, \omega$  ve  $\theta$  sırasıyla dalganın sıklığı, dalga sayısı ve dalga fazını ifade eder.  $u(x,t)$  dalga dönüşümünün genlik bileşeni ve  $(-\kappa x + \omega t + \theta)$  çözümün faz kısmını ifade eder.

(1.6) denklemi dört farklı lineer olmayanlık durumları ile aşağıdaki gibi yazılabilir.

1. Kerr law durumunda,

$$-(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u(x,t) - 2\gamma|u(x,t)|^2 u(x,t) + 2iu_t(x,t) - 2iku_x(x,t) + u_{xx}(x,t) = 0 \quad (1.7)$$

2. Power law durumunda,

$$-(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u(x,t) - 2\gamma|u(x,t)|^{2m} u(x,t) + 2iu_t(x,t) - 2iku_x(x,t) + u_{xx}(x,t) = 0 \quad (1.8)$$

3. Parabolic law durumunda,

$$\begin{aligned} &-(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u(x,t) - 2\gamma(|u(x,t)|^2 + k_1|u(x,t)|^4)u(x,t) \\ &+ 2iu_t(x,t) - 2iku_x(x,t) + u_{xx}(x,t) = 0 \end{aligned} \quad (1.9)$$

4. Dual power law durumunda,

$$\begin{aligned} &-(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u(x,t) - 2\gamma(|u(x,t)|^{2m} + k_2|u(x,t)|^{4m})u(x,t) \\ &+ 2iu_t(x,t) - 2iku_x(x,t) + u_{xx}(x,t) = 0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

denklemleri elde edilir.

## 2. MATERYAL VE METOT

### 2.1. Temel Kavramlar

**Tanım 2.1.1.** Bir fonksiyonu ve onun muhtelif mertebeden türevlerini içeren matematiksel denklemler *diferensiyel denklemler* olarak isimlendirilir. Tek bir bağımsız değişkene göre türev içeren diferensiyel denklemlere *adi diferensiyel denklemler* denir. Bir diferensiyel denklemin mertebesi denklemden görülen en yüksek mertebeden türevin mertebesidir.  $n$ . mertebeden bir adi diferensiyel denklem genel olarak,

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (2.1.1)$$

kapalı formunda gösterilebilir (Duchateau vd., 1986).

Bir  $a < x < b$  aralığında tanımlı bir  $\Phi$  fonksiyonunun  $a < x < b$  aralığında bulunan her  $x$  için tanımlı ve ilk  $n$ . mertebeden türeve sahip fonksiyonu,

$$F(x, \Phi(x), \Phi'(x), \dots, \Phi^{(n)}(x)) = 0$$

ise  $\Phi$  fonksiyonuna  $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$  denkleminin *çözümüdür* denir.

Bir adi diferensiyel denklemin *genel çözümü*, diferensiyel denklemin mertebesi kadar sabit değeri parametre olarak kabul eden bir eğri ailesi olarak ortaya çıkar. Çözüm fonksiyonundaki sabitlere verilen herbir değere karşılık bulunan çözüme de *özel çözüm* denir (Cerit, 1997).

**Tanım 2.1.2.** İçinde en az iki bağımsız ve bir bağımlı değişken ile bağımlı değişkenin bağımsız değişkenlere göre çeşitli basamaktan kısmi türevlerini kapsayan denklemlere *kısmi türevli diferensiyel denklemler* denir.  $z$  bağımlı ;  $x$  ve  $y$  bağımsız değişkenler olmak üzere bir kısmi türevli diferensiyel denklem genel olarak,

$$F(x, y, z, z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}, \dots) = 0 \quad (2.1.2)$$

şeklinde ifade edilir. Burada,

$$z_x = \frac{\partial z}{\partial x}, z_y = \frac{\partial z}{\partial y}, z_{xx} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, z_{xy} = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, z_{yy} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \dots$$

şeklindedir.

$n$  tane bağımsız ve bir tane bağımlı değişkene sahip kısmi türevli denklemlerin genel şekli,

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n), \quad z = z(x)$$

olmak üzere,

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, z, z_{x_1}, z_{x_2}, \dots, z_{x_n}, z_{x_1 x_1}, z_{x_1 x_2}, \dots) = 0$$

formundadır. Burada  $x_1, x_2, \dots, x_n$  bağımsız değişkenleri;  $z$  ise bağımlı değişkenli göstermekte ve

$$z_{x_i} = \frac{\partial z}{\partial x_i}, \quad z_{x_i y_i} = \frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial y_i}; \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

dir.

Bir kısmi türevli diferensiyel denklemi özdeş olarak sağlayan ve keyfi fonksiyon veya keyfi parametre içermeyen bir fonksiyona bu kısmi türevli denklemin bir *özel çözümü* denir. Diğer taraftan bir kısmi türevli denklemin mertebesi kadar (sürekli türetilebilir) keyfi fonksiyon kapsayan ve denklemi özdeş olarak sağlayan bir yüzey ailesine bu kısmi türevli denklemin *genel çözüm* denir (Duchateau vd., 1986 ).

**Tanım 2.1.3.** Eğer bir kısmi türevli diferensiyel denklemdeki bağımlı değişken (veya bağımlı değişkenler) ve bunların denklemdeki bütün kısmi türevleri birinci dereceden ve denklemi, bağımlı değişken ile onun türevleri parantezinde yazdığımızda katsayılar yalnızca bağımsız değişkenlerin fonksiyonu oluyorsa bu denkleme *lineer diferensiyel denklemler* denir.

**Tanım 2.1.4.** Bir kısmi diferensiyel denklemin genel çözümü, denklemin mertebesi kadar keyfi fonksiyon içerir. Bu nedenle, adi diferensiyel denklemlere kıyasla kısmi diferensiyel denklemlerin çözümlerini bulmak daha zordur. Başlangıçta modellenen probleme uygun çözümün bulunabilmesi için problem oluşturulurken bazı yardımcı şartlar gerekir. Bu şartlar genel olarak iki başlık altında toplanabilir.

(i) *Sınır Şartları*: Sınır şartları kısmi diferensiyel denklemin sağlandığı  $\Omega$  bölgesinin  $T$  sınırı boyunca sağlanması gereken şartlardır. Sınır şartlarının üç farklı şekli  $\alpha, \beta$  ve  $g$  fonksiyonları  $\Gamma$  üzerinde tanımlı fonksiyonlar olmak üzere özel isimleriyle şu şekildedir :

$$\text{Dirichlet şartı} : u_r = g,$$

$$\text{Neumann Şartı} : \frac{\partial u}{\partial n} = g,$$

$$\text{Karışık (mixed) veya Robin şartı} : \alpha u + \beta \frac{\partial u}{\partial n} = g.$$

(ii) *Başlangıç Şartları*: Başlangıç şartları sistemin başlangıcında  $\Omega$  bölgesi boyunca sağlanması gereken şartlardır. Genel olarak, başlangıç şartları fonksiyonun ve zamana göre türevinin kombinasyonu şeklindedir.

Başlangıç şartlarıyla birlikte verilmiş diferensiyel denkleme '*Cauchy problemi*' denir.

İkinci mertebeden, iki bağımsız değişkenli bir kısmi diferensiyel denklem,

$$Au_{xx} + Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu + G = 0$$

Genel şekliyle verilebilir. Burada  $A, B, C, D, E, F$  katsayı fonksiyonları ve  $G$  fonksiyonu da sabit veya değişken içeren fonksiyondur. Bu denklem,  $\Delta = B^2 - 4AC$  diskriminantının işaretine göre şu şekilde sınıflandırılır;

$\Delta > 0$  ise *Hiperbolik*,

$\Delta = 0$  ise *Parabolik*,

$\Delta < 0$  ise *Eliptik*.

Herhangi bir tipteki problemin çözümü, klasik Hadamard testi gereğince aşağıdaki üç şartı sağlarsa problem, '*iyi durumda*', en az bir şartı sağlamaz ise '*kötü durumda*' olarak adlandırılır. Bu şartlar aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir.

- 1) *Varlık*,
- 2) *Teklik*,
- 3) *Kararlılık*.

Pratikte bir denklemin çözümünün varlığını ifade etmenin en iyi yolu problemdeki bütün şartları sağlayan ve problemde yerine konulduğunda denklemi sağlayan bir çözüm yapılandırmaktır. Eğer çözümün tekliği gösterilirse denklemin çözümü bulunmuş demektir. Adi diferensiyel denklemlere göre kısmi diferensiyel denklemlerde çözüm tasvirleri seri veya integraller gibi limit yöntemleri içerir ve çözümler her zaman elementer fonksiyonların kapalı şekillerinde ifade edilemez. Bu durumda, bir yaklaşık çözüm ele alınır, eğer başlangıç şartındaki küçük bir değişim, çözüme küçük bir değişiklik olarak yansırsa bu çözüme *kararlıdır* denir ve çözüm kararlı kabul edilir (Gustafson, 1999).

**Tanım 2.1.5.** Diferensiyel denklemlerde bilinmeyen fonksiyonu ve onun türevleri üzerinde bağımsız değişkenin aynı değerleri için verilen şartlar altında çözümlerinin problemine '*başlangıç değer problemi*', verilen şartlara da '*başlangıç şartları*' adı verilir (Dennemeyer, 1968).



**Tanım 2.1.6.** Kompleks değişkenli bir  $f$  fonksiyonu, bir  $z_0$  noktasının belli bir  $D(z_0, \delta)$  komşuluğundaki bütün noktalarda diferensiyellenebiliyorsa  $f, z_0$  noktasında *analitiktir* denir.

Eğer kompleks değişkenli bir  $f$  fonksiyonu, bir  $S$  kümesinin bütün noktalarında analitikse  $f, S$  üzerinde *analitiktir* denir. Bir  $f$  fonksiyonu  $C$  kompleks sayılar kümesinin tüm noktalarında analitikse,  $f$ 'e *tam fonksiyon* denir (Franklin, 1964).

**Tanım 2.1.7.** Diferansiyel denklemler için '*varlık ve teklik teoremi*' aşığıdaki şekilde ifade edilebilir (Eser vd., 2002).:

$$y' = f(x, y), y(x_0) = y_0 \quad (2.1.3)$$

başlangıç değer problemini ele alalım.  $D$  bölgesi merkezi  $(x_0, y_0)$  noktasında olan

$$|x - x_0| \leq a, \quad |y - y_0| \leq b \quad (2.1.4)$$

şeklinde tanımlanan bir dikdörtgensel bölge olsun. Ayrıca (2.3) denklemindeki  $f$  fonksiyonu ve  $\frac{\partial f}{\partial y} \leq m$  kısmi türevi  $D$  de  $y$ 'ye göre *Lipschitz koşulunu* sağlasın. Bu

durumda  $h = \min\left(a, \frac{b}{m}, \frac{1}{K}\right)$  olmak üzere aşığıdaki özelliklere sahip olan bir  $F(x)$

fonksiyonu  $y$  ve  $|x - x_0| \leq h$  aralığı vardır.

i)  $y = F(x)$ , (2.3) denkleminin  $|x - x_0| \leq h$  aralığında bir çözümdür.

ii)  $F(x)$  fonksiyonu  $|x - x_0| \leq h$  aralığında  $|F(x) - y_0| \leq b$  eşitsizliğini sağlar.

iii)  $F(x_0) = y_0$  dır.

iv) (i),(ii),(iii), özelliklerinin hepsini birden sağlayan,  $|x - x_0| \leq h$  aralığında tanımlı olan  $F(x)$  fonksiyonu bir tanedir

**Tanım 2.1.8.**  $D$  kapalı bölgesinde  $f(x, y)$  fonksiyonu tanımlı olsun. Eğer her  $(x, y_1) \in D$  ve  $(x, y_2) \in D$  çiftleri için,

$$|f(x, y_1) - f(x, y_2)| \leq K |y_1 - y_2| \quad (2.1.5)$$

olacak şekilde bir  $K$  sayısı bulunabiliyorsa,  $f(x, y)$  fonksiyonu  $D$  üzerinde *Lipschitz koşulunu* sağlıyor denir (Eser vd., 2002).

**Tanım 2.1.9.**  $X$  ve  $Y$  boş olmayan kümeler ve  $D \subset X$  olsun.  $D$ 'nin her elemanına  $Y$ 'nin bir elemanını karşılık getiren bir kurala  $D$ 'den  $Y$ 'ye bir *operatör* veya *dönüşüm* denir.

**Tanım 2.1.10.**  $X$  ve  $Y$  aynı bir  $K$  cismi üzerinde iki lineer uzay ve  $A: X \rightarrow Y$  operatörü verilsin.  $X_0$  cümlesi  $X$  uzayının bir alt uzayı olsun. Eğer  $\forall x, y \in X_0$  ve  $\forall a, \beta \in K$  için

$$A(ax + \beta y) = aA(x) + \beta A(y)$$

ise  $A$  operatörüne *lineer operatör* denir.

**Tanım 2.1.11.**  $L, D(L)$  tanım bölgesinde sınırlı lineer bir operatör olmak üzere,  $Ly = \lambda y$  eşitsizliğini sağlayan  $y(x) \neq 0$  fonksiyonu mevcut ise  $\lambda$ 'ya  $L$  operatörünün *özdeğeri*,  $y(x, \lambda)$  fonksiyonuna ise  $\lambda$ 'ya karşılık gelen *özfonksiyon* denir ( Levitan vd., 1975 ).

$$\textbf{Tanım 2.1.12.} \sum_{k=0}^{\infty} c_k (x-a)^k = c_0 + c_1(x-a) + c_2(x-a)^2 + \dots + c_n(x-a)^n + \dots$$

şeklindeki bir seriye *kuvvet serisi* denir. Buradaki  $c_k$  sayılarına serinin katsayıları adı verilir.

## 2.2. Residual Kuvvet Serisi Metodu

RPSM nin temel amacını açıklamak için,

$$f_0(x) = u(x, 0) = f(x)$$

başlangıç şartıyla ifade edilen

$$D_t u(x, t) + R[x]u(x, t) + N[x]u(x, t) = g(x, t) \quad t > 0, x \in \mathbb{R}$$

lineer olmayan diferansiyel denklemini alalım:

Burada  $R[x]$  doğrusal operatör ve  $N[x]$  doğrusal olmayan bir operatör ve  $g(x, t)$  sürekli fonksiyonlardır.

RPSM metodu, aşağıda verilen denklemin çözümünü  $t=0$  civarında kuvvet serisi açılımı olarak ifade etmekten oluşur.

$$f_{n-1}(x) = D_t^{(n-1)\alpha} u(x, 0) = h(x)$$

Çözümün seriye açılımı şöyledir:

$$u(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)t^n, \quad x \in I, \quad 0 \leq t \leq R$$

Bir sonraki adımda,  $k$ . kesik  $u(x,t)$  serisi yani  $u_k(x,t)$  şu şekilde yazılabilir:

$$u_k(x,t) = \sum_{n=0}^k f_n(x)t^n, \quad x \in I, \quad 0 \leq t \leq R, \quad k=1,2,3,\dots$$

1.RPSM yaklaşık çözümü  $u_1(x,t)$  aşağıdaki gibi yazılırsa:

$$u_1(x,t) = f(x) + f_1(x)t$$

O zaman  $u_k(x,t)$  şu şekilde yeniden formüle edilebilir:

$$u_k(x,t) = f(x) + f_1(x)t + \sum_{n=2}^k f_n(x)t^n, \quad x \in I, \quad 0 \leq t \leq R, \quad k=2,3,\dots$$

Şimdi residual fonksiyonunu aşağıdaki gibi tanımlayalım:

$$\text{Res}(x,t) = D_t u(x,t) + R[x]u(x,t) + N[x]u(x,t) - g(x,t)$$

ve  $k$ . residual fonksiyon olarak:

$$\text{Res}_k(x,t) = D_t u_k(x,t) + R[x]u_k(x,t) + N[x]u_k(x,t) - g(x,t), \quad k=1,2,3,\dots \quad (3.1.1)$$

Açıktır ki, her  $x \in I$  ve  $t \geq 0$  için  $\text{Res}(x,t) = 0$  ve  $\lim_{k \rightarrow \infty} \text{Res}_k(x,t) = \text{Res}(x,t)$  dir.

Aslında bu,  $n=1,2,3,\dots,k$  için  $D^{(n-1)} \text{Res}_k(x,0) = 0$  a yol açar çünkü sabitin türevi sıfırdır.

$D^{(n-1)} \text{Res}_k(x,0) = 0$  denklemini çözerek istenilen  $f_n(x)$  katsayıları bulunur. Böylece, sırasıyla  $u_n(x,t)$  yaklaşık çözümleri elde edilebilir.

### 2.3. RPSM'nin Uygulamaları

Giriş bölümünde lineer olmayan Shrödinger denkleminin dalga dönüşümünü uygulayarak elde ettiğimiz denklemin dört farklı lineer olmayanlık durumları için RPSM ile yaklaşık çözümleri aşağıdaki gibi bulunabilir.

#### 2.3.1. Kerr Law Durumu

(1.7) denkleminin  $u_0 = f_0(x) = f(x) = u(x, 0) = \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]$  başlangıç şartı altında RPS algoritmasını uygulayalım.

(1.7) denkleminin k. Residual fonksiyonu

$$\begin{aligned} \text{Re } s_k(x, t) = & -(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u_k(x, t) - 2\gamma|u_k(x, t)|^2 u_k(x, t) \\ & + 2i(u_k(x, t))_t - 2i\kappa(u_k(x, t))_x + (u_k(x, t))_{xx} \end{aligned} \quad (2.3.1.1)$$

şeklinde yazılır.

$f_1(x)$ 'i belirlemek için (2.3.1.1) Residual fonksiyonunda  $k=1$  yazalım:

$$\begin{aligned} \text{Re } s_1(x, t) = & -(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u_1(x, t) - 2\gamma|u_1(x, t)|^2 u_1(x, t) \\ & + 2i(u_1(x, t))_t - 2i\kappa(u_1(x, t))_x + (u_1(x, t))_{xx} \end{aligned} \quad (2.3.1.2)$$

Burada,  $u_0(x) = f_0(x) = f(x) = u(x, 0) = \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]$  olmak üzere,

$$u_1(x, t) = f(x) + t f_1(x)$$

yazılır ve  $\text{Re } s_1(x, 0) = 0$  alınırsa,

$$f_1(x) = \frac{1}{4} \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \left( 4\sqrt{\gamma} \kappa \lambda - i(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \right)$$

bulunur. Buradan 1. residual kuvvet serisinin yaklaşık çözümü aşağıdaki gibi olur :

$$u_1(x, t) = \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{4} \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \left( 4\sqrt{\gamma} \kappa \lambda - i(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \right)$$

Benzer şekilde; ikinci bilinmeyen  $f_2(x)$  katsayısını bulmak için (2.3.1.1) denkleminde  $k=2$  alınır ve

$$\begin{aligned} \text{Re } s_2(x, t) = & -(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u_2(x, t) - 2\gamma|u_2(x, t)|^2 u_2(x, t) \\ & + 2i(u_2(x, t))_t - 2i\kappa(u_2(x, t))_x + (u_2(x, t))_{xx} \end{aligned} \quad (2.3.1.3)$$

bulunur.

(2.3.1.3) denkleminde  $u_2(x,t) = f(x) + t f_1(x) + t^2 f_2(x)$  yazılır ve  $(\partial \text{Re } s_2 / \partial t) = 0$  ( $t=0$ ) alınır,

$$\begin{aligned}
f_2(x) = & -\frac{1}{64} \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 \left( 32iw\sqrt{\gamma} \kappa \lambda + 32i\alpha\sqrt{\gamma} \delta \kappa \lambda + 16i\sqrt{\gamma} \kappa^3 \lambda + 4i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 \right. \\
& + 16i\sqrt{\gamma} \kappa \lambda (2w + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \cosh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + (8w^2 + 8\alpha^2 \delta^2 + 8\alpha\delta\kappa^2 + 2\kappa^4 + 2\alpha\gamma\delta\lambda^2 + 33\gamma\kappa^2 \lambda^2 \\
& - 6\gamma^2 \lambda^4 + 2w(8\alpha\delta + 4\kappa^2 + \gamma\lambda^2)) \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 4w^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 8w\alpha\delta \sin[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4\alpha^2 \delta^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4w\kappa^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 4\alpha\delta\kappa^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + \kappa^4 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 8w\gamma\lambda^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 8\alpha\gamma\delta\lambda^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& \left. + 4\gamma\kappa^2 \lambda^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4\gamma^2 \lambda^4 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] \right)
\end{aligned}$$

elde edilir.

Bu nedenle 2.RPS'nin yaklaşık çözümü,

$$\begin{aligned}
u_2(x,t) = & \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{4} \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \\
& \left( 4\sqrt{\gamma} \kappa \lambda - i(2w + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \right. \\
& - \frac{t^2}{64} \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 \left( 32iw\sqrt{\gamma} \kappa \lambda + 32i\alpha\sqrt{\gamma} \delta \kappa \lambda + 16i\sqrt{\gamma} \kappa^3 \lambda + 4i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 \right. \\
& + 16i\sqrt{\gamma} \kappa \lambda (2w + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \cosh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + (8w^2 + 8\alpha^2 \delta^2 + 8\alpha\delta\kappa^2 + 2\kappa^4 + 2\alpha\gamma\delta\lambda^2 + 33\gamma\kappa^2 \lambda^2 \\
& - 6\gamma^2 \lambda^4 + 2w(8\alpha\delta + 4\kappa^2 + \gamma\lambda^2)) \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4w^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 8w\alpha\delta \sin[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4\alpha^2 \delta^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4w\kappa^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + \\
& + 4\alpha\delta\kappa^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + \kappa^4 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 8w\gamma\lambda^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 8\alpha\gamma\delta\lambda^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + \\
& \left. \left. + 4\gamma\kappa^2 \lambda^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4\gamma^2 \lambda^4 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] \right) \right)
\end{aligned}$$

bulunur.

Benzer şekilde  $k=3$  için  $\text{Re } s_3$ 'de  $u_3 = f(x) + t f_1(x) + t^2 f_2(x) + t^3 f_3(x)$  yazılır ve  $(\partial^2 \text{Re } s_3 / \partial t^2) = 0 (t=0)$  alınırsa,

$$\begin{aligned}
f_3(x) = & \frac{1}{1536} i \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^6 (288iw^2 \sqrt{\gamma} \kappa \lambda + 576iw\alpha \sqrt{\gamma} \lambda + 288i\alpha^2 \sqrt{\gamma} \delta^2 \kappa \lambda + \\
& 288iw \sqrt{\gamma} \kappa^3 \lambda + 288i\alpha \sqrt{\gamma} \delta \kappa^3 \lambda + 72i \sqrt{\gamma} \kappa^5 \lambda + 296iw\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 + 296i\alpha\gamma^{3/2} \delta \kappa \lambda^3 + \\
& 532i\gamma^{3/2} \kappa^3 \lambda^3 - 1112i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^5 + 16i \sqrt{\gamma} \kappa \lambda (24w^2 + 24\alpha^2 \delta^2 + 24\alpha \delta \kappa^2 + 6\kappa^4 + \\
& 34\alpha\gamma \delta \lambda^2 + 33\gamma \kappa^2 \lambda^2 + 66\gamma^2 \lambda^2 + w(48\alpha \delta + 24\kappa^2 + 34\gamma \lambda^2)) \cosh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 4i \sqrt{\gamma} \kappa \lambda (24w^2 + 48w\alpha \delta + 24\alpha^2 \delta^2 + 24w\kappa^2 + 24\alpha \delta \kappa^2 + 6\kappa^4 + 62w\gamma \lambda^2 \\
& + 62\alpha\gamma \delta \lambda^2 - \gamma \kappa^2 \lambda^2 + 38\gamma^2 \lambda^4) \cosh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 40w^3 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 120w^2 \alpha \delta \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 120w\alpha^2 \delta^2 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 40\alpha^3 \delta^3 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 60w^2 \kappa^2 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 120w\alpha \delta \kappa^2 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 60\alpha^2 \delta^2 \kappa^2 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + \dots
\end{aligned}$$

bulunur.

Bu nedenle 3.RPS'nin yaklaşık çözümü:

$$\begin{aligned}
u_3(x,t) = & \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{4} \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \\
& (4\sqrt{\gamma} \kappa \lambda - i(2w + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2)) \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] - \frac{t^2}{64} \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 \\
& (32iw\sqrt{\gamma} \kappa \lambda + 32i\alpha\sqrt{\gamma} \delta \kappa \lambda + 16i\sqrt{\gamma} \kappa^3 \lambda + 4i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 \\
& + 16i\sqrt{\gamma} \kappa \lambda (2w + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2)) \cosh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + (8w^2 + 8\alpha^2 \delta^2 + 8\alpha\delta \kappa^2 + 2\kappa^4 + 2\alpha\gamma\delta \lambda^2 + 33\gamma\kappa^2 \lambda^2 - 6\gamma^2 \lambda^4 + 2w(8\alpha\delta + 4\kappa^2 + \gamma\lambda^2)) \\
& \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4w^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 8w\alpha\delta \sin[4\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 4\alpha^2 \delta^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4w\kappa^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4\alpha\delta \kappa^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + \kappa^4 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 8w\gamma\lambda^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 8\alpha\gamma\delta \lambda^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4\gamma\kappa^2 \lambda^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4\gamma^2 \lambda^4 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + \frac{t^3}{1536} i \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^6 (288iw^2 \sqrt{\gamma} \kappa \lambda + 576i w \alpha \sqrt{\gamma} \lambda + 288i \alpha^2 \sqrt{\gamma} \delta^2 \kappa \lambda + \\
& 288iw \sqrt{\gamma} \kappa^3 \lambda + 288i \alpha \sqrt{\gamma} \delta \kappa^3 \lambda + 72i \sqrt{\gamma} \kappa^5 \lambda + 296iw \gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 + 296i \alpha \gamma^{3/2} \delta \kappa \lambda^3 + \\
& 532i \gamma^{3/2} \kappa^3 \lambda^3 - 1112i \gamma^{3/2} \kappa \lambda^5 + 16i \sqrt{\gamma} \kappa \lambda (24w^2 + 24\alpha^2 \delta^2 + 24\alpha\delta \kappa^2 + 6\kappa^4 + \\
& 34\alpha\gamma\delta \lambda^2 + 33\gamma\kappa^2 \lambda^2 + 66\gamma^2 \lambda^2 + w(48\alpha\delta + 24\kappa^2 + 34\gamma\lambda^2)) \cosh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 4i \sqrt{\gamma} \kappa \lambda (24w^2 + 48w\alpha\delta + 24\alpha^2 \delta^2 + 24w\kappa^2 + 24\alpha\delta \kappa^2 + 6\kappa^4 + 62w\gamma\lambda^2 \\
& + 62\alpha\gamma\delta \lambda^2 - \gamma\kappa^2 \lambda^2 + 38\gamma^2 \lambda^4) \cosh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 40w^3 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 120w^2 \alpha \delta \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 120w \alpha^2 \delta^2 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 40\alpha^3 \delta^3 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 60w^2 \kappa^2 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 120w \alpha \delta \kappa^2 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 60\alpha^2 \delta^2 \kappa^2 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + \dots
\end{aligned}$$

bulunur.

O halde (1.7) denkleminin 3.yaklaşık çözümü:

$$\begin{aligned}
q_3(x,t) = & e^{i(-\kappa x + \omega t + \theta)} \left( \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{4} \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \right)^2 \\
& \left( 4\sqrt{\gamma} \kappa \lambda - i(2w + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] - \frac{t^2}{64} \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \right) \\
& \left( 32iw\sqrt{\gamma} \kappa \lambda + 32i\alpha\sqrt{\gamma} \delta \kappa \lambda + 16i\sqrt{\gamma} \kappa^3 \lambda + 4i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 \right. \\
& \left. + 16i\sqrt{\gamma} \kappa \lambda (2w + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \right) \cosh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + \\
& \left( 8w^2 + 8\alpha^2 \delta^2 + 8\alpha\delta \kappa^2 + 2\kappa^4 + 2\alpha\gamma\delta \lambda^2 + 33\gamma\kappa^2 \lambda^2 - 6\gamma^2 \lambda^4 + 2w(8\alpha\delta + 4\kappa^2 + \gamma\lambda^2) \right) \\
& \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4w^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 8w\alpha\delta \sin[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4\alpha^2 \delta^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 4w\kappa^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4\alpha\delta \kappa^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + \kappa^4 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 8w\gamma\lambda^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 8\alpha\gamma\delta \lambda^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4\gamma\kappa^2 \lambda^2 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 4\gamma^2 \lambda^4 \sinh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + \frac{t^3}{1536} i \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^6 \left( 288iw^2 \sqrt{\gamma} \kappa \lambda + 576i w \alpha \sqrt{\gamma} \lambda + 288i \alpha^2 \sqrt{\gamma} \delta^2 \kappa \lambda + \right. \\
& 288iw \sqrt{\gamma} \kappa^3 \lambda + 288i \alpha \sqrt{\gamma} \delta \kappa^3 \lambda + 72i \sqrt{\gamma} \kappa^5 \lambda + 296i w \gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 + 296i \alpha \gamma^{3/2} \delta \kappa \lambda^3 + \\
& 532i \gamma^{3/2} \kappa^3 \lambda^3 - 1112i \gamma^{3/2} \kappa \lambda^5 + 16i \sqrt{\gamma} \kappa \lambda (24w^2 + 24\alpha^2 \delta^2 + 24\alpha\delta \kappa^2 + 6\kappa^4 + \\
& 34\alpha\gamma\delta \lambda^2 + 33\gamma\kappa^2 \lambda^2 + 66\gamma^2 \lambda^2 + w(48\alpha\delta + 24\kappa^2 + 34\gamma\lambda^2)) \cosh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& \left. + 4i \sqrt{\gamma} \kappa \lambda (24w^2 + 48w\alpha\delta + 24\alpha^2 \delta^2 + 24w\kappa^2 + 24\alpha\delta \kappa^2 + 6\kappa^4 + 62w\gamma\lambda^2 \right. \\
& \left. + 62\alpha\gamma\delta \lambda^2 - \gamma\kappa^2 \lambda^2 + 38\gamma^2 \lambda^4) \cosh[4\sqrt{\gamma} \lambda x] + 40w^3 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 120w^2 \alpha \delta \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \right. \\
& \left. + 120w\alpha^2 \delta^2 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 40\alpha^3 \delta^3 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 60w^2 \kappa^2 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \right. \\
& \left. + 120w\alpha\delta \kappa^2 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 60\alpha^2 \delta^2 \kappa^2 \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + \dots \right)
\end{aligned}$$

şeklindedir.



### 2.3.2. Power Law Durumunda

(1.8) denkleminin  $u_0 = f_0(x) = f(x) = u(x, 0) = \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]$  başlangıç şartı altında RPS algoritmasını uygulayalım.

(1.8) denkleminin k. Residual fonksiyonu

$$\begin{aligned} \text{Re } s_k(x, t) = & -(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u_k(x, t) - 2\gamma|u_k(x, t)|^{2m} u_k(x, t) \\ & + 2i(u_k(x, t))_t - 2i\kappa(u_k(x, t))_x + (u_k(x, t))_{xx} \end{aligned} \quad (2.3.2.1)$$

şeklinde yazılır.

$f_1(x)$ 'i belirlemek için (2.3.2.1) Residual fonksiyonunda  $k=1$  yazalım:

$$\begin{aligned} \text{Re } s_1(x, t) = & -(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u_1(x, t) - 2\gamma|u_1(x, t)|^{2m} u_1(x, t) \\ & + 2i(u_1(x, t))_t - 2i\kappa(u_1(x, t))_x + (u_1(x, t))_{xx} \end{aligned} \quad (2.3.2.2)$$

Burada,  $u_0(x) = f_0(x) = f(x) = u(x, 0) = \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]$  olmak üzere,

$$u_1(x, t) = f(x) + t f_1(x)$$

yazılır ve  $\text{Re } s_1(x, 0) = 0$  alınırsa,

$$\begin{aligned} f_1(x) = & \frac{1}{2} \lambda (2\sqrt{\gamma} \kappa \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 - i \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \\ & + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \end{aligned}$$

bulunur. Buradan 1. residual kuvvet serisinin yaklaşık çözümü aşağıdaki gibi olur :

$$\begin{aligned} u_1(x, t) = & \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{2} \lambda (2\sqrt{\gamma} \kappa \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \\ & - i \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \end{aligned}$$

Benzer şekilde; ikinci bilinmeyen  $f_2(x)$  katsayısını bulmak için (2.3.2.1) denkleminde  $k=2$  alınır ve

$$\begin{aligned} \text{Re } s_2(x, t) = & -(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u_2(x, t) - 2\gamma|u_2(x, t)|^{2m} u_2(x, t) \\ & + 2i(u_2(x, t))_t - 2i\kappa(u_2(x, t))_x + (u_2(x, t))_{xx} \end{aligned} \quad (2.3.2.3)$$

bulunur.

(2.3.2.3) denkleminde  $u_2(x, t) = f(x) + t f_1(x) + t^2 f_2(x)$  yazılır ve  $(\partial \text{Res}_2 / \partial t) = 0$  ( $t=0$ ) alınırsa,

$$\begin{aligned} f_2(x) = & -\frac{1}{8} \lambda (-4m(1+2m)\gamma^2 \lambda^{2+2m} \text{csch}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} \\ & + 8 \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 (i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 + 2\gamma^2 \lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] \\ & + \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma \lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \\ & (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma \lambda^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2)^m) + \dots \end{aligned}$$

elde edilir.

Bu nedenle 2.RPS'nin yaklaşık çözümü,

$$\begin{aligned} u_2(x, t) = & \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{2} \lambda (2\sqrt{\gamma} \kappa \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \\ & - i \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma \lambda^2) \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 + 2\gamma \lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \\ & - \frac{t^2}{8} \lambda (-4m(1+2m)\gamma^2 \lambda^{2+2m} \text{csch}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} \\ & + 8 \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 (i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 + 2\gamma^2 \lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] \\ & + \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma \lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \\ & (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma \lambda^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2)^m) + \dots \end{aligned}$$

bulunur.

Benzer şekilde  $k=3$  için  $Re s_3$ 'de  $u_3 = f(x) + t f_1(x) + t^2 f_2(x) + t^3 f_3(x)$  yazılır ve  $(\partial^2 Re s_3 / \partial t^2) = 0(t=0)$  alınırsa,

$$f_3(x) = \frac{1}{12} (-2^{7-6m} \gamma^{5/2} \kappa \lambda^4 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 (2\lambda^2 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 - 4\lambda^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 + \lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} + 2m\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m})) - 2^{8-6m} \gamma^{3/2} \kappa \lambda^4 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) - \dots$$

bulunur.

Bu nedenle 3.RPS'nin yaklaşık çözümü:

$$u_3(x,t) = \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{2} \lambda (2\sqrt{\gamma} \kappa \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 - i \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) - \frac{t^2}{8} \lambda ((-4m(1+2m)\gamma^2 \lambda^{2+2m} \operatorname{csch}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} + 8\operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 (i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 + 2\gamma^2 \lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2)^m) + \dots) + \frac{t^3}{12} (-2^{7-6m} \gamma^{5/2} \kappa \lambda^4 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 (2\lambda^2 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 - 4\lambda^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 + \lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} + 2m\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m})) - 2^{8-6m} \gamma^{3/2} \kappa \lambda^4 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) - \dots$$

bulunur.

O halde (1.8) denkleminin 3.yaklaşık çözümü

$$\begin{aligned}
q_3(x,t) = & e^{i(-\kappa x + \omega t + \theta)} \left( \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{2} \lambda (2\sqrt{\gamma} \kappa \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x])^2 \right. \\
& - i \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \\
& + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} \left. - \frac{t^2}{8} \lambda ((-4m(1+2m)\gamma^2 \lambda^{2+2m} \operatorname{csch}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} \right. \\
& + 8 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 (i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 + 2\gamma^2 \lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \\
& \left. (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2)^m \right) + \dots) \\
& + \frac{t^3}{12} (-2^{7-6m} \gamma^{3/2} \kappa \lambda^4 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 (2\lambda^2 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \\
& - 4\lambda^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 + \lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} + 2m\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \\
& \left. - 2^{8-6m} \gamma^{3/2} \kappa \lambda^4 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) - \dots) \right)
\end{aligned}$$

şeklindedir.

### 2.3.3. Parabolic Law Durumunda

(1.9) denkleminde  $u_0 = f_0(x) = f(x) = u(x, 0) = \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]$  başlangıç şartı altında RPS algoritmasını uygulayalım.

(1.9) denkleminin k. Residual fonksiyonu

$$\begin{aligned} \text{Res}_k(x, t) = & -(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u_k(x, t) - 2\gamma(|u_k(x, t)|^2 + k_1|u_k(x, t)|^4)u_k(x, t) \\ & + 2i(u_k(x, t))_t - 2i\kappa(u_k(x, t))_x + (u_k(x, t))_{xx} \end{aligned} \quad (2.3.3.1)$$

şeklinde yazılır.

$f_1(x)$ 'i belirlemek için (2.3.3.1) Residual fonksiyonunda  $k=1$  yazalım:

$$\begin{aligned} \text{Res}_1(x, t) = & -(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u_1(x, t) - 2\gamma(|u_1(x, t)|^2 + k_1|u_1(x, t)|^4)u_1(x, t) \\ & + 2i(u_1(x, t))_t - 2i\kappa(u_1(x, t))_x + (u_1(x, t))_{xx} \end{aligned} \quad (2.3.3.2)$$

Burada,  $u_0(x) = f_0(x) = f(x) = u(x, 0) = \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]$  olmak üzere,

$$u_1(x, t) = f(x) + t f_1(x)$$

yazılır ve  $\text{Res}_1(x, 0) = 0$  alınırsa,

$$\begin{aligned} f_1(x) = & -\frac{1}{2}i\lambda(2i\sqrt{\lambda}\kappa\lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x])^2 + (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] \\ & + 2\gamma\lambda^2 k_1 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 \end{aligned}$$

bulunur. Buradan 1. residual kuvvet serisinin yaklaşık çözümü aşağıdaki gibi olur :

$$\begin{aligned} u_1(x, t) = & \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + -\frac{t}{2}i\lambda(2i\sqrt{\lambda}\kappa\lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x])^2 \\ & + (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + 2\gamma\lambda^2 k_1 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 \end{aligned}$$

Benzer şekilde; ikinci bilinmeyen  $f_2(x)$  katsayısını bulmak için (2.3.3.1) denkleminde  $k=2$  alınır ve

$$\begin{aligned} \text{Res}_2(x, t) = & -(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u_2(x, t) - 2\gamma(|u_2(x, t)|^2 + k_1|u_2(x, t)|^4)u_2(x, t) \\ & + 2i(u_2(x, t))_t - 2i\kappa(u_2(x, t))_x + (u_2(x, t))_{xx} \end{aligned} \quad (2.3.3.3)$$

bulunur.

(2.3.3.3) denkleminde  $u_2(x,t) = f(x) + t f_1(x) + t^2 f_2(x)$  yazılır ve  $(\partial \text{Re } s_2 / \partial t) = 0$  ( $t=0$ ) alınırsa,

$$\begin{aligned} f_2(x) = & \frac{1}{8} \lambda \left(-\frac{1}{4} \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]\right)^3 (16i\sqrt{\lambda} \kappa \lambda (2\omega \\ & + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \cos[\sqrt{\gamma} \lambda x] + 2(4\omega^2 + 8\omega\alpha\delta \\ & + 4\alpha^2\delta^2 + 4\omega\kappa^2 + 4\alpha\delta\kappa^2 + \kappa^4 + 8\omega\gamma\lambda^2 + 8\alpha\gamma\delta\lambda^2 \\ & + 20\gamma\kappa^2\lambda^2 + 4\gamma^2\lambda^4 + (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2)^2) \cos[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \sin[\sqrt{\gamma} \lambda x] - \dots \end{aligned}$$

elde edilir.

Bu nedenle 2.RPS'nin yaklaşık çözümü,

$$\begin{aligned} u_2(x,t) = & \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + -\frac{t}{2} i \lambda (2i\sqrt{\lambda} \kappa \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x])^2 \\ & + (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) t \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + 2\gamma\lambda^2 k_1 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 \\ & + \frac{t^2}{8} \lambda \left(-\frac{1}{4} \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]\right)^3 (16i\sqrt{\lambda} \kappa \lambda (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \cos[\sqrt{\gamma} \lambda x] \\ & + 2(4\omega^2 + 8\omega\alpha\delta + 4\alpha^2\delta^2 + 4\omega\kappa^2 + 4\alpha\delta\kappa^2 + \kappa^4 + 8\omega\gamma\lambda^2 + 8\alpha\gamma\delta\lambda^2 \\ & + 20\gamma\kappa^2\lambda^2 + 4\gamma^2\lambda^4 + (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2)^2) \cos[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \sin[\sqrt{\gamma} \lambda x] - \dots \end{aligned}$$

bulunur.

Benzer şekilde  $k=3$  için  $\text{Re } s_3$ 'de  $u_3 = f(x) + t f_1(x) + t^2 f_2(x) + t^3 f_3(x)$  yazılır ve  $(\partial^2 \text{Re } s_3 / \partial t^2) = 0$  ( $t=0$ ) alınırsa,

$$\begin{aligned} f_3(x) = & -\frac{1}{3072} i \lambda (\gamma \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x])^6 (8i \cosh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (4i\sqrt{\gamma} \kappa \lambda + 12\omega \\ & + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 32i\gamma\lambda^2 \sinh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 k_1)^2 \\ & - 8\gamma\lambda^2 \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^7 4 \cosh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 (24i\sqrt{\gamma} \kappa \lambda (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \\ & \cosh[\sqrt{\gamma} \lambda x] - 8i\sqrt{\gamma} \kappa \lambda (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \cosh[3\sqrt{\gamma} \lambda x] + \dots) - \dots \end{aligned}$$

bulunur.

Bu nedenle 3.RPS'nin yaklaşık çözümü:

$$\begin{aligned}
u_3(x,t) = & \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{2} i \lambda (2i \sqrt{\lambda} \kappa \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 + (2\omega + 2\alpha\delta \\
& + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + 2\gamma\lambda^2 k_1 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 \\
& + \frac{t^2}{8} \lambda \left( -\frac{1}{4} \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \right)^3 (16i \sqrt{\lambda} \kappa \lambda (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \cos[\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 2(4\omega^2 + 8\omega\alpha\delta + 4\alpha^2\delta^2 + 4\omega\kappa^2 + 4\alpha\delta\kappa^2 + \kappa^4 + 8\omega\gamma\lambda^2 + 8\alpha\gamma\delta\lambda^2 \\
& + 20\gamma\kappa^2\lambda^2 + 4\gamma^2\lambda^4 + (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2)^2) \cos[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \sin[\sqrt{\gamma} \lambda x] - \dots) \\
& - \frac{t^3}{3072} i \lambda (\gamma \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x])^6 (8i \operatorname{cosh}[\sqrt{\gamma} \lambda x] (4i \sqrt{\gamma} \kappa \lambda + 12\omega \\
& + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 32i \gamma \lambda^2 \sinh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 k_1)^2 \\
& - 8\gamma \lambda^2 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^7 4 \operatorname{cosh}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 (24i \sqrt{\gamma} \kappa \lambda (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \\
& \operatorname{cosh}[\sqrt{\gamma} \lambda x] - 8i \sqrt{\gamma} \kappa \lambda (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \operatorname{cosh}[3\sqrt{\gamma} \lambda x] + \dots) - \dots
\end{aligned}$$

bulunur.

O halde (1.9) denkleminin 3.yaklaşık çözümü

$$\begin{aligned}
q_3(x,t) = & e^{i(-kx + \omega t + \theta)} (\lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{2} i \lambda (2i \sqrt{\lambda} \kappa \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 + (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 \\
& + 2\gamma\lambda^2) \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + 2\gamma\lambda^2 k_1 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 + \frac{t^2}{8} \lambda \left( -\frac{1}{4} \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \right)^3 \\
& (16i \sqrt{\lambda} \kappa \lambda (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \cos[\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + 2(4\omega^2 + 8\omega\alpha\delta + 4\alpha^2\delta^2 + 4\omega\kappa^2 + 4\alpha\delta\kappa^2 + \kappa^4 + 8\omega\gamma\lambda^2 + 8\alpha\gamma\delta\lambda^2 \\
& + 20\gamma\kappa^2\lambda^2 + 4\gamma^2\lambda^4 + (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2)^2) \cos[2\sqrt{\gamma} \lambda x] \sin[\sqrt{\gamma} \lambda x] - \dots) \\
& - \frac{t^3}{3072} i \lambda (\gamma \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x])^6 (8i \operatorname{cosh}[\sqrt{\gamma} \lambda x] (4i \sqrt{\gamma} \kappa \lambda + 12\omega + 2\alpha\delta \\
& + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \sinh[2\sqrt{\gamma} \lambda x] + 32i \gamma \lambda^2 \sinh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 k_1)^2 \\
& - 8\gamma \lambda^2 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^7 4 \operatorname{cosh}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 (24i \sqrt{\gamma} \kappa \lambda (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \\
& \operatorname{cosh}[\sqrt{\gamma} \lambda x] - 8i \sqrt{\gamma} \kappa \lambda (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2) \operatorname{cosh}[3\sqrt{\gamma} \lambda x] + \dots) - \dots)
\end{aligned}$$

şeklindedir.

### 2.3.4. Dual Power Law Durumunda

(1.10) denkleminde  $u_0 = f_0(x) = f(x) = u(x, 0) = \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]$  başlangıç şartı altında RPS algoritmasını uygulayalım.

(1.10) denkleminin k. Residual fonksiyonu

$$\begin{aligned} \text{Re } s_k(x, t) = & -(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u_k(x, t) - 2\gamma(|u_k(x, t)|^{2m} \\ & + k_2 |u_k(x, t)|^{4m})u_k(x, t) + 2i(u_k(x, t))_t - 2i\kappa(u_k(x, t))_x + (u_k(x, t))_{xx} \end{aligned} \quad (2.3.4.1)$$

şeklinde yazılır.

$f_1(x)$ 'i belirlemek için (2.3.4.1) Residual fonksiyonunda  $k=1$  yazalım:

$$\begin{aligned} \text{Re } s_1(x, t) = & -(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u_1(x, t) - 2\gamma(|u_1(x, t)|^{2m} + k_2 |u_1(x, t)|^{4m})u_1(x, t) \\ & + 2i(u_1(x, t))_t - 2i\kappa(u_1(x, t))_x + (u_1(x, t))_{xx} \end{aligned} \quad (2.3.4.2)$$

Burada,  $u_0(x) = f_0(x) = f(x) = u(x, 0) = \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]$  olmak üzere,

$$u_1(x, t) = f(x) + t f_1(x)$$

yazılır ve  $\text{Re } s_1(x, 0) = 0$  alınırsa,

$$\begin{aligned} f_1(x) = & \frac{1}{2} \lambda (2\sqrt{\gamma} \kappa \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 - \text{itanh}[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma \lambda^2 \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 \\ & + 2\gamma \lambda^{2m} \text{tanh}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} + 2\gamma \lambda^{4m} k_2 \text{tanh}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{4m})) \end{aligned}$$

bulunur. Buradan 1. residual kuvvet serisinin yaklaşık çözümü aşağıdaki gibi olur :

$$\begin{aligned} u_1(x, t) = & \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{2} \lambda (2\sqrt{\gamma} \kappa \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 - \text{itanh}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \\ & (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma \lambda^2 \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 + 2\gamma \lambda^{2m} \text{tanh}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} \\ & + 2\gamma \lambda^{4m} k_2 \text{tanh}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{4m})) \end{aligned}$$

Benzer şekilde; ikinci bilinmeyen  $f_2(x)$  katsayısını bulmak için (2.3.4.1) denkleminde  $k=2$  alınır ve

$$\begin{aligned} \text{Re } s_2(x, t) = & -(2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2)u_2(x, t) - 2\gamma(|u_2(x, t)|^{2m} \\ & + k_2 |u_2(x, t)|^{4m})u_2(x, t) + 2i(u_2(x, t))_t - 2i\kappa(u_2(x, t))_x + (u_2(x, t))_{xx} \end{aligned} \quad (2.3.4.3)$$

bulunur.



(2.3.4.3) denkleminde  $u_2(x,t) = f(x) + t f_1(x) + t^2 f_2(x)$  yazılır ve  $(\partial \text{Re } s_2 / \partial t) = 0$  ( $t=0$ ) alınırsa,

$$\begin{aligned}
f_2(x) = & -\frac{1}{8} \lambda (-4m(1+2m)\gamma^2 \lambda^{2+2m} \text{csch}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} \\
& + 4\gamma^2 \lambda^{4m} k_2^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{1+4m} (\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^{2m} + 8 \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 (i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 \\
& + 2\gamma^2 \lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]) + \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma \lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \\
& (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma (\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^m) + \dots
\end{aligned}$$

elde edilir.

Bu nedenle 2.RPS'nin yaklaşık çözümü,

$$\begin{aligned}
u_2(x,t) = & \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{2} \lambda (2\sqrt{\gamma} \kappa \lambda \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 - i \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma \lambda^2 \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 + 2\gamma \lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} + 2\gamma \lambda^{4m} k_2^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{4m})) \\
& - \frac{t^2}{8} \lambda (-4m(1+2m)\gamma^2 \lambda^{2+2m} \text{csch}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} \\
& + 4\gamma^2 \lambda^{4m} k_2^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{1+4m} (\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^{2m} + 8 \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 (i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 \\
& + 2\gamma^2 \lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]) + \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma \lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \\
& (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma (\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^m) + \dots
\end{aligned}$$

bulunur.

Benzer şekilde  $k=3$  için  $\text{Res}_3$ 'de  $u_3 = f(x) + t f_1(x) + t^2 f_2(x) + t^3 f_3(x)$  yazılır ve  $(\partial^2 \text{Res}_3 / \partial t^2) = 0(t=0)$  alınırsa,

$$\begin{aligned}
 f_3(x) = & -\frac{1}{12}i \left( \frac{1}{4}(-2\omega - 2\alpha\delta - \kappa^2) \lambda(-4m(1+2m)\gamma^2 \lambda^{2+2m} \text{csch}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \right. \\
 & \left. \text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} + 4\gamma^2 \lambda^{4m} k_2^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{1+4m} (\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^{2m} \right. \\
 & \left. + 8\text{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 (i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 + 2\gamma^2 \lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] \right. \\
 & \left. + \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma \lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \right. \\
 & \left. (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma(\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^m) \right) + \dots
 \end{aligned}$$

bulunur.

Bu nedenle 3.RPS'nin yaklaşık çözümü:

$$\begin{aligned}
u_3(x,t) = & \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{2} \lambda (2\sqrt{\gamma} \kappa \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 - i \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} + 2\gamma\lambda^{4m} k_2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{4m})) \\
& - \frac{t^2}{8} \lambda ((-4m(1+2m)\gamma^2 \lambda^{2+2m} \operatorname{csch}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} \\
& + 4\gamma^2 \lambda^{4m} k_2^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{1+4m} (\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^{2m} + 8 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 (i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 \\
& + 2\gamma^2 \lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]) + \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \\
& (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma(\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^m) + \dots) \\
& - \frac{t^3}{12} i \left( \frac{1}{4} (-2\omega - 2\alpha\delta - \kappa^2) \lambda (-4m(1+2m)\gamma^2 \lambda^{2+2m} \operatorname{csch}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \right. \\
& \left. \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} + 4\gamma^2 \lambda^{4m} k_2^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{1+4m} (\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^{2m} \right. \\
& \left. + 8 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 (i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 + 2\gamma^2 \lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] \right. \\
& \left. + \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \right. \\
& \left. (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma(\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^m) + \dots \right)
\end{aligned}$$

bulunur.

O halde (1.10) denkleminin 3.yaklaşık çözümü

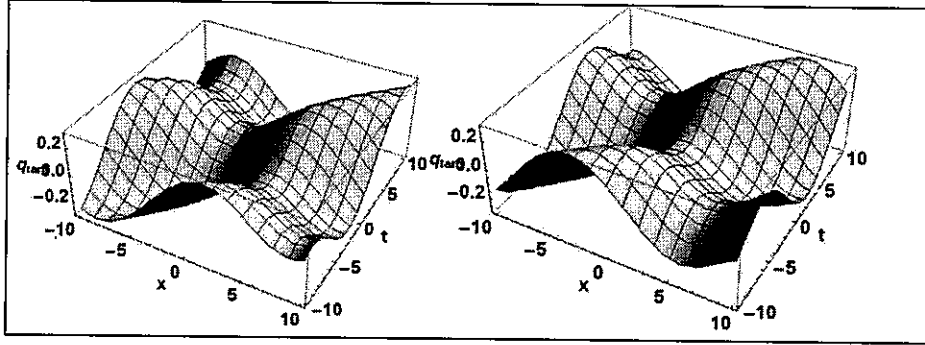
$$\begin{aligned}
q_3(x,t) = & e^{i(-kx+\omega t+\theta)} \left( \lambda \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] + \frac{t}{2} \lambda (2\sqrt{\gamma} \kappa \lambda \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 - i \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] \right. \\
& (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^2 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^2 + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} + 2\gamma\lambda^{4m} k_2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{4m})) \\
& - \frac{t^2}{8} \lambda (-4m(1+2m)\gamma^2 \lambda^{2+2m} \operatorname{csch}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} \\
& + 4\gamma^2 \lambda^{4m} k_2^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{1+4m} (\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^{2m} + 8 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 (i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 \\
& + 2\gamma^2 \lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]) + \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \\
& \left. (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma (\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^m) + \dots \right) \\
& - \frac{t^3}{12} i \left( \frac{1}{4} (-2\omega - 2\alpha\delta - \kappa^2) \lambda (-4m(1+2m)\gamma^2 \lambda^{2+2m} \operatorname{csch}[\sqrt{\gamma} \lambda x] \right. \\
& \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^3 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m} + 4\gamma^2 \lambda^{4m} k_2^2 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{1+4m} (\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^{2m} \\
& + 8 \operatorname{sech}[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4 (i\gamma^{3/2} \kappa \lambda^3 + 2\gamma^2 \lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] \\
& + \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x] (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma\lambda^{2m} \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^{2m}) \\
& \left. (2\omega + 2\alpha\delta + \kappa^2 + 2\gamma (\lambda^4 \tanh[\sqrt{\gamma} \lambda x]^4)^m) + \dots \right)
\end{aligned}$$

şeklindedir.

### 3. ARAŞTIRMA BULGULARI

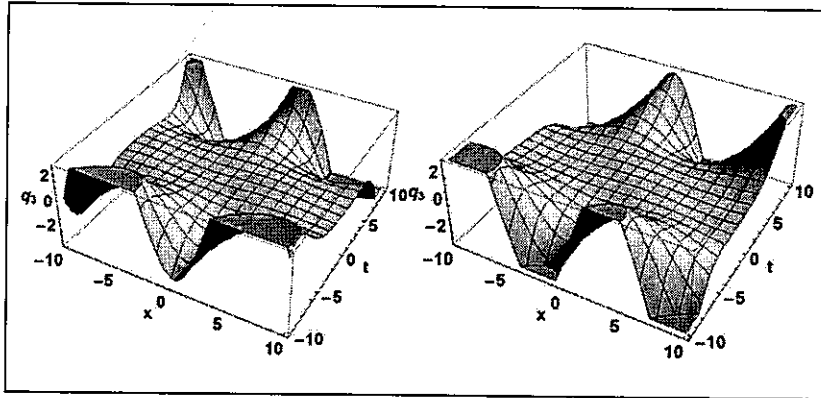
Bu bölümde yukarıdaki çözümlerin güvenilirliği ve etkinliğini göstermek için grafikler çizdik.

Şekil 3.1'de lineer olmayan (1.1) Shrödinger denkleminin tam çözümünün grafiği çizilmiştir.



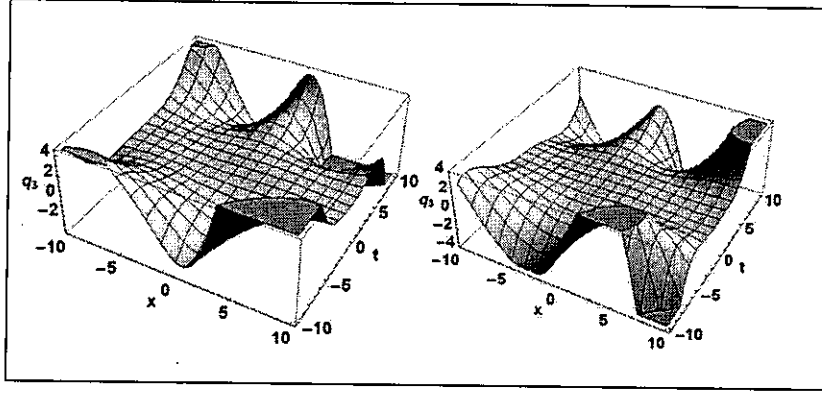
Şekil 3.1. (1.1) denklemini için tam çözüm grafiği (Reel ve sanal).  
( $\lambda = 0.3, \gamma = 0.4, \kappa = 0.3, \delta = 0.5, \alpha = 0.4, w = 0.3, \theta = 0.5$ )

Şekil 3.2'de lineer olmayan Shrödinger denklemine RPS metodunu uygulayarak Kerr law durumunda bu denkleminin yaklaşık çözümünün grafiği çizilmiştir.



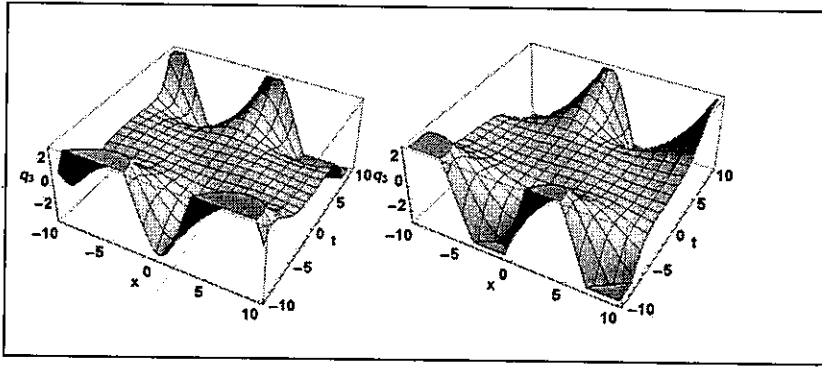
Şekil 3.2. Kerr law durumunda (1.7) denklemini için yaklaşık çözüm grafiği (Reel ve sanal).  
( $\lambda = 0.3, \gamma = 0.4, \kappa = 0.3, \delta = 0.5, \alpha = 0.4, w = 0.3, \theta = 0.5$ )

Şekil 3.3'de lineer olmayan Shrödinger denkleminin RPS metodunu uygulayarak Power law durumunda bu denkleminin yaklaşık çözümünün grafiği çizilmiştir.



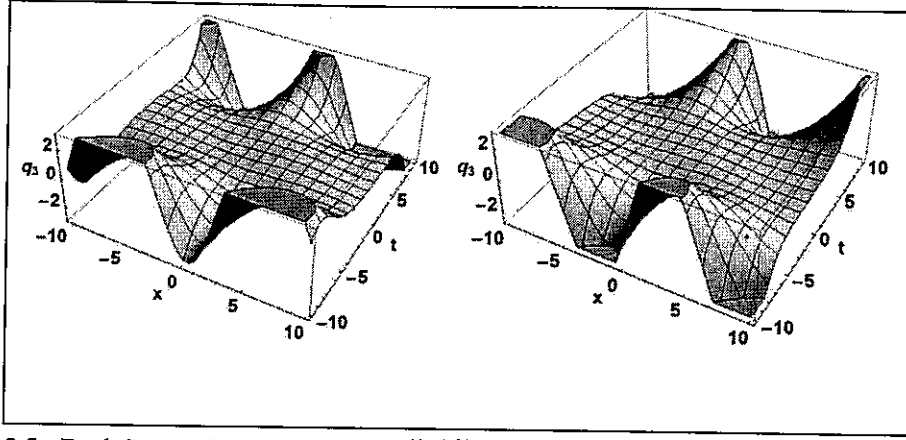
Şekil 3.3. Power law durumunda (1.9) denkleminin yaklaşık çözüm grafiği (Reel ve sanal). ( $m=3, \lambda=0.3, \gamma=0.4, \kappa=0.3, \delta=0.5, \alpha=0.4, w=0.3, \theta=0.5$ )

Şekil 3.4'de lineer olmayan Shrödinger denkleminin RPS metodunu uygulayarak Parabolik law durumunda bu denkleminin yaklaşık çözümünün grafiği çizilmiştir.



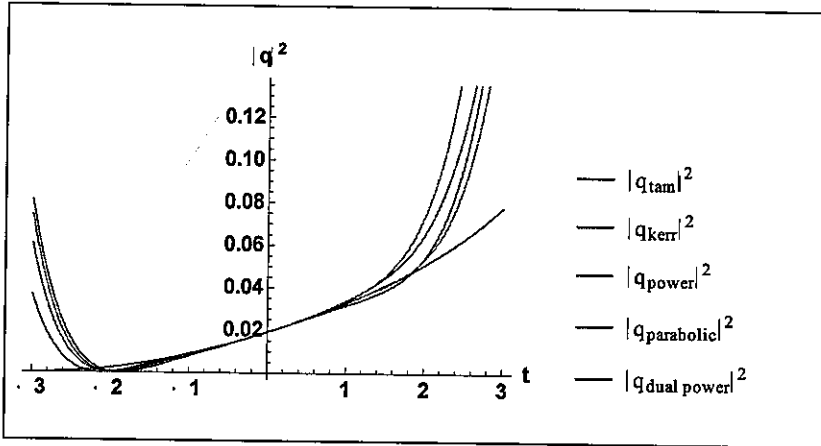
Şekil 3.4. Parabolik law durumunda (1.8) denkleminin yaklaşık çözüm grafiği (Reel ve sanal). ( $k_1=2, \lambda=0.3, \gamma=0.4, \kappa=0.3, \delta=0.5, \alpha=0.4, w=0.3, \theta=0.5$ )

Şekil 3.5'de lineer olmayan Shrödinger denkleminin RPS metodunu uygulayarak Dual Power law durumunda bu denkleminin yaklaşık çözümünün grafiği çizilmiştir.



Şekil 3.5. Dual Power law durumunda (1.10) denklemini için yaklaşık çözüm grafiği (Reel ve sanal). ( $m=3, k_2=2, \lambda=0.3, \gamma=0.4, \kappa=0.3, \delta=0.5, \alpha=0.4, w=0.3, \theta=0.5$ )

Şekil 3.6'da Shrödinger denkleminin tam çözümünün grafiği ile Kerr law, Power law, Parabolik law ve Dual Power law durumlarının yaklaşık çözümlerinin grafiği çizilmiştir. Şekil 3.6'dan da görüldüğü gibi seri adımını ne kadar ilerletirsek tam çözüme o kadar yaklaşmış oluyoruz.



Şekil 3.6. (1.1) denkleminin dört farklı durumu için RPS yaklaşık çözümü ve tam çözümünün karşılaştırılması.

( $x=0.9, m=3, k_1=k_2=2, l=0.5, g=0.4, k=0.3, d=0.7, a=0.4, w=0.3, q=0.1$ )

#### 4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada RPSM , lineer olmayan Shrödinger denkleminin yaklaşık çözümünün bulunması için uygulandı. Bu çalışmanın temel amacı, lineer olmayan Shrödinger denkleminin sayısal çözümlerini bulmak için algoritmik bir form olan RPSM'den türetilmiş yeni bir analitik algoritma uygulamaktır. Çözümlerin güvenilirliğini göstermek için grafik sonuçları verildi. Böylece RPSM'nin lineer olmayan diferensiyel denklemlerin geniş bir sınıfı için sayısal çözümler bulmakta güçlü ve etkili olduğu sonucuna varıldı. Sonuçlar , çok çeşitli lineer olmayan problemleri inceleme konusunda RPSM'nin gücünü vurgulamıştır. RPSM, değişkenlerin lineerleştirilmesi, pertürbasyonu veya ayrıklaştırılmasını gerektirmez, büyük hesap işlemleri ve fazla zaman gerektirmez. Bu yöntemin en büyük avantajı seri çözüm katsayılarının hesaplanmasındaki kolaylıktır.

Bazı lineer olmayan kısmi diferensiyel denklemlerin çözümleri analitik olarak elde edilemeyebilir. Bu durumda üçüncü bölümde verilen ve yarı analitik metotlar olarak bilinen RPSM gibi seri çözüm bulma esasına dayanan metotlar yardımıyla bu denklemlerin yaklaşık çözümüne ulaşılmıştır. Bu seri çözüm aranırken bir başlangıç şartından hareketle serinin diğer terimleri bulunmuştur. Bu nedenle bu bölümde bu denklemlerin elde edilen analitik çözümlerinden herhangi biri alınarak  $t=0$  başlangıç şartı altında RPSM uygulanmış ve yaklaşık çözümleri bulunmuştur (Biswas vd., 2008; Biswas vd., 2010; Biswas, 2008b; Chen vd., 2010 ve Aliyu vd., 2017).

Üçüncü bölümde RPSM metodu tanıtılmıştır. Dördüncü bölümde lineer olmayan Shrödinger denkleminde Kerr law, Power law, Parabolic law ve Dual Power law durumunda RPSM metodu uygulanıp üç adımda seri çözümleri elde edilmiştir. İşlem uzunluğundan dolayı seri dördüncü adımda kesilmiştir.

Seri çözümleri üçüncü adımda kesmemize rağmen beşinci bölümde

$m = 3, k_1 = k_2 = 2, \lambda = 0.3, \gamma = 0.4, \kappa = 0.3, \delta = 0.5, \alpha = 0.4, w = 0.3, \theta = 0.5$  değerleri

kullanılarak çizilen grafiklerde tam çözüme yakın grafikler elde edilmiştir. Serinin adım sayısı artırılırsa çözüme daha yakın sonuçlar elde edileceği görülebilir. Bulduğumuz yaklaşık çözümler bilinen tam çözüm ile karşılaştırılmıştır (Biswas vd., 2010; Biswas, 2008; Chen vd., 2010 ve Aliyu vd., 2017)



## 5. KAYNAKLAR

Abu Arqub, O. 2013. Series solution of fuzzy differential equations under strongly generalized differentiability, *Journal of Advanced Research in Applied Mathematics*, 5, 31-52.

Abu Arqub, O., Bataineh, A., Hashim, I., El-Ajou, A. 2013. A representation of the exact solution of generalized Lane Emden equations using a new analytical method, *Abstract and Applied Analysis*, 1-10.

Abu Arqub, O., Al Zhour, Z., El-Ajou, A., Momani, S. 2013. New results on fractional power series: theories and applications, *Entropy*, 15, 5305-5323.

Abu Arqub, O., Al Zhour, Z., El-Ajou, A., Momani, S. 2014. Multiple solutions of nonlinear boundary value problems of fractional order: a new analytical iterative technique, *Entropy*, 16, 471-493.

Abu Arqub, O., Al Zhour, Z., El-Ajou, A., Momani, S. 2015. Constructing and predicting solitary pattern solutions for nonlinear time-fractional dispersive partial differential equations, *Journal of Computational Physics*, 293, 385-399.

Abu Arqub, O., El-Ajou, A., Momani, S. 2015. Approximate analytical solution of the nonlinear fractional KdV-Burgers equation: a new iterative algorithm, *Journal of Computational Physics*, 293, 81-95.

Alquran, M., Al-Khaled, K., Chattopadhyay, J. 2015. Analytical Solutions of Fractional Population Diffusion Model: Residual Power Series, *Nonlinear Studies*, 22 (1), 31-39.

Abu Arqub, O., Alsaedi, A., Baleanu, D., El-Ajou, A., Momani, S. 2015. A novel expansion iterative method for solving linear partial differential equations of fractional order, *Applied Mathematics and Computation*, 257, 119-133.

Abu-Al Shaer, M.J., Belic, M., Biswas, A., Majid, F. B., Mohamad Jawad, A. J., Zhou, Q. 2018. Optical soliton perturbation with exotic non-Kerr law nonlinearities, *Optik* 158, 1370-1379.

Aliyu, A. I., Baleanu, D., Inc, M. 2017. Optical solitons, nonlinear self-adjointness and conservation laws for the cubic nonlinear Schrödinger equation with repulsive delta potential, *Superlattices and Microstructures* 111, 546-555.

Biswas, A., Green, P. D. 2010. Bright and dark optical solitons with time-dependent coefficients in a non-Kerr law media, *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, 15, 3865-3873.

- Biswas, A., Kohl, R., Milovic, R., Zerrad, E. 2008a. Optical soliton perturbation in a non-Kerr law media, *Optics & Laser Technology*, 40, 647-662.
- Biswas, A. 2008b. 1-soliton solution of (1+2)-dimensional nonlinear Schrödinger's equation in dual-power law media, *Physics Letters A* 372, 5941-5943.
- Cerit, C. 1997. *Bilgisayar Uygulamalı Diferensiyel Denklemler (Çeviri)*, Beta Basım Yayınevi.
- Chen, Y., Liu, Z., Miao, X., Zhang, Z. 2010. New exact solutions to the perturbed nonlinear Schrödinger's equation with Kerr law nonlinearity, *Applied Mathematics and Computation* 216, 3064-3072.
- Deift, P., Park, J. 2017. Long-time asymptotics for solutions of the NLS equation with a delta potential and even initial data, *International Mathematics Research Notices* 20, 5505-5624.
- Dennemeyer, R. 1968. *Partial Differential Equations and Boundary Value Problems*. New York; McGraw-Hill.
- Duchateau P., Zachmann, D. W. 1986. *Shaum's Outline of Theory and Problems of Partial Differential Equations*, McGraw-Hill Companies.
- Duchateau P., Zachmann, D. W. 1986. *Partial Differentiel Equations*, McGraw Hill, Shaum's Outline Series.
- Eser, D., Özer M. N. 2002. *Diferensiyel Denklemler (Teori ve Uygulamaları) Birlik Ofset, Eskişehir*.
- Eslami, M., Mirzazadeh, M. 2016. Optical solitons with Biswas–Milovic equation for power law and dual-power law nonlinearities, *Nonlinear Dyn* 83, 731-738.
- Fukuizumi, R., Ohta, M., Ozawa, T. 2008. Nonlinear Shrodinger's equation with a point defect, *Annales de l'Institut Henri Poincaré C, Analyse non linéaire* 25, 837-845.
- Franklin, P. 1964. *Functions of Complex Analysis*, Sir Isaac Pitman-Sons Ltd.
- Goodman, R. H., Holmes, P. J., Weinstein, M. I. 2004. Strong NLS soliton-defect interactions, *Journal of Physics D: Applied Physics* 192, 215-248.
- Guo, D., Tian, S. F., Zhang, T. T., Zou, L. 2018. Stability analysis solutions, optical solitons, Gaussian solutions and traveling wave solutions of the nonlinear Schrödinger governing equation, *Optik* 158, 391-398.
- Gustafson, K. E. 1999. *Introduction to Partial Differential Equations and Hilbert Pace Methods*, Dover Publications, Inc, Mineola.

He, J.H. 1998a. Approximate analytical solution for seepage flow with fractional derivatives in porous media, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 167, 57-68.

He, J.H. 1998b. Approximate solution for nonlinear differential equations with convolution product nonlinearities, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 167, 69-73.

He, J.H. 1999. Homotopy perturbation technique, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 178, 257-262.

He, J.H. 2000. A coupling method of homotopy technique and perturbation technique for nonlinear problems, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 35 (1), 37-43.

Holmer, J., Marzuola, J., Zworski, M. 2007. Soliton splitting by external delta potentials, *Journal of Nonlinear Science* 17, 349-367.

Levitan, B. M., Sargsjan, I. S. 1975. *Introduction to spectral Theory*. Rhode Island.

Liao, S. J. 1995 An approximate solution technique not depending on small parameters: a special example, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 30 (3), 371-380.

Liao, S. J. 1997. Boundary element method for general nonlinear differential operators, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 20 (2), 91-99.

Segeta, J. I. 2015. Final state problem for the cubic nonlinear Shrodinger's equation with repulsive delta potential, *Communications in Partial Differential Equations*, 40, 309-328.

## ÖZGEÇMİŞ

### KİŞİSEL BİLGİLER

**Adı Soyadı** : Fatih COŞKUN  
**Uyruğu** : Türkiye Cumhuriyeti  
**Doğum Yeri ve Tarihi** : Kovancılar- 09/09/1992  
**Telefon** : (0531) 565 7860  
**Faks** : -  
**e-mail** : fatihcoskun323@gmail.com

### EĞİTİM

Derece	Adı, İlçe, İl	Bitirme Yılı
Lise	: Çok Programlı Anadolu Lisesi, Kovancılar, Elazığ	2010
Üniversite	: Fırat Üniversitesi, Merkez, Elazığ	2015