T.C.
MUŞ ALPARSLAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BULANIK ESNEK KÜMELER YARDIMIYLA FAKÜLTE BİRİNCİLERİNİN BELİRLENMESİ

Şahzelen IŞIK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik Anabilim Dalını

Haziran-2019
MUŞ

T.C.
MUŞ ALPARSLAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Şahzelen IŞIK

BULANIK ESNEK KÜMELER YARDIMIYLA FAKÜLTE BİRİNCİLERİNİN BELİRLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Danışman

Dr. Öğrt. Üyesi Muhammed Recai TÜRKMEN

Haziran-2019
MUŞ

TEZ KABUL VE ONAYI

Şahzelen IŞIK tarafından hazırlanan "BULANIK ESNEK KÜMELER YARDIMIYLA FAKÜLTE BİRİNCİLERİNİN BELİRLENMESİ" adlı tez çalışması 18./06/2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Muş Alparslan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri **İmza**

Başkan
Doç. Dr. Murat KARAKAŞ ……………………
Bitlis Eren Üniversitesi- Matematik
Danışman
Dr. Öğretim Üyesi M. Recai TÜRKMEN ……………………
AKÜ. Üniversitesi- Matematik
Üye
Doç.Dr. Muhammed ÇINAR ……………………
Muş Alparslan Üniversitesi- Matematik

Yukarıdaki sonuç;
Enstitü Yönetim Kurulu 21../06../2019 Tarih ve ..17.../..III.... nolu kararı ile onaylanmıştır.

Doç. Dr. Sedat BOZARI
FBE Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Şahzelen IŞIK

18.06/2019

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BULANIK ESNEK KÜMELER YARDIMIYLA FAKÜLTE BİRİNCİLERİNİN BELİRLENMESİ

Şahzelen IŞIK

Muş Alparslan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğrt. Üyesi Muhammed Recai TÜRKMEN

2019, 54 Sayfa

Jüri
Danışman Dr. Öğrt. Üyesi Muhammed Recai TÜRKMEN
Jüri: Doç.Dr. Muhammed ÇINAR
Jüri: Doç .Dr. Murat KARAKAŞ

Bu çalışmanın amacı aynı fakültede okuyan öğrencilerin fakülte birinciliği için yapılan sıralamasında bölüm farklılıklarından kaynaklanan sıkıntıları en aza indirmektir. Ayrıca bu çalışma ile birlikte fakülte birincilerinin erken belirlenmesi durumunda ortaya çıkan hatalar da en aza indirilmeye çalışılmıştır. Çalışma yapılırken öğrencilerin transkriptleri toplanmış ve detaylı olarak incelenmiştir. Her transkript Alan Bilgisi, Meslek Bilgisi ve Genel Kültür dersleri için ayrı olarak ele alınmıştır. Bu transkriptlerdeki notlar matrisler yardımıyla düzenlenmiş ve elde edilen veriler bulanık parametreli bulanık esnek kümelere aktarılmıştır. Aktarılan veriler verdiğimiz algoritma üzerinden değerlendirilip yeni bir sıralama ortaya çıkmıştır. Araştırmanın bulgularında yedinci dönem sonunda yapılan sıralamanın gerçek sıralamayı yansıtmadığını, hatta farklı programlar için fakülte birinciliğinin sekizinci dönem ortalamasına göre yapıldığında dahi bazı eksikliklerin çıktığı görülmüştür. Sonuç olarak yaptığımız yeni algoritmaya göre elde edilen sıralamanın daha gerçekçi, akademik ve kullanılabilir olduğu sonucuna vardık. Bu yöntem ile gerekli değişkenleri ekleyerek farklı fakülteler hatta farklı üniversiteler içinde yeni bir sıralama yapılabileceği düşünülebilecektir.

Anahtar Kelimeler: Bulanık küme, Bulanık esnek küme, Değerlendirme, Esnek Küme, Karar Verme.

ABSTRACT

MS THESIS

DETERMINATION OF TOP STUDENT OF THE FACULTY BY FUZZY SOFT SETS

Şahzelen IŞIK

THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL VE APPLIED SCIENCE OF MUŞ ALPARSLAN UNIVERSITY
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
IN MATHEMATICS SCIENCE

Advisor: Lecturer Dr. Muhammed Recai TÜRKMEN

2019, 54 Pages

Jury
Advisor Lecturer Dr. Muhammed Recai TÜRKMEN
Advisor: Assoc. Prof. Dr. Muhammed ÇINAR
Advisor: Assoc. Prof. Dr.Murat KARAKAŞ

The aim of this study is minimize the problems arising from the departmental differences in the top student of the faculty. In addition to this, it is tried to minimize the errors that occur in the case of early identification of the students. The transcripts of the students were collected and analyzed in detail. Each transcript is handled separately for Field knowledge, Profession and General Culture Courses. The notes in these transcripts were arranged with fuzzy parameters. The transferred data was evaluated through the algorithm we provided and a new sort was generated. In the findings of the study, it was seen that the ranking made at the end of the seventh period did not reflect the real order, and even some deficiencies emerged even when the first grade of faculty was made according to the eighth semester average for different programs. As a result, according to the new algorithm we have concluded that the ranking obtained is more realistic, academic and usable. By adding the necessary variables with this method, it can be thought that a new order can be made different faculties and even for different universities.

.

Keywords: Assessment, Decision Making, Fuzzy set, Fuzzy soft set, Soft set.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimime başladığım günden itibaren bana desteklerini esirgemeyen, hayata farklı bakmamı sağlayan bu tez konusunu veren ve konuyu çalışırken büyük sabır gösteren saygı değer hocam Dr. Öğretim Üyesi Muhammed Recai TÜRKMEN'e teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca ders aşamasında ve diğer zamanlarda yardımlarını esirgemeyen diğer hocalarıma da teşekkür ederim. Bu süreç içerisinde maddi manevi her türlü desteği bana koşulsuz veren aileme de sonsuz saygı ve hürmetlerimi sunarım.

Şahzelen IŞIK
MUŞ-2019

İÇİNDEKİLER

ÖZET .... **iv**

ABSTRACT .... **v**

TEŞEKKÜR .... **vi**

İÇİNDEKİLER .... **vii**

ÇİZELGELER LİSTESİ .... **viii**

SİMGELER VE KISALTMALAR .... **ix**

1. GİRİŞ **1**

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI **2**

3. MATERYAL VE YÖNTEM **4**

- 3.1. Bulanık Küme 5
- 3.2. Esnek Küme 7
- 3.3. Bulanık Parametreli Esnek Kümeler 15
- 3.4. Bulanık Parametreli Bulanık Esnek Kümeler 18
- 3.5. Bulanık Parametreli Bulanık Esnek Küme Yardımıyla Sıralama ve Karar Verme 22
- 3.6. Klasik Yöntemlerle Fakülte Birincisi Belirleme 24
- 3.7. bpbe-Kümeler Yardımıyla Fakülte Birincilerini Belirleme 26

4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA **29**

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER **37**

- 5.1 Sonuçlar 37
- 5.2 Öneriler 37

KAYNAKLAR **39**

ÖZGEÇMİŞ **42**

ÇİZELGELER LİSTESİ

Çizelge No **Sayfa No**

Çizelge 3.1. Kısmi Ağırlıklı Ve Genel Ağırlıklı Not Ortalamaları Çizelgesi (Kano-Gano) 26

Çizelge 4.1. Program Bazlı Bilgi Türleri Ortalama Matrisi 29

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

$\cup$	: Bulanık birleşim işlemi
$/$	: Bulanık fark işlemi
$\cap$	: Bulanık kesişim işlemi
^{c}	: Bulanık tümleyen işlemi
$K=\left[k_{ij}\right]_{m\times n}$	: Bilgi bazlı kısmi ağırlıklı not ortalama matrisi
$O=\left[o_{ij}\right]_{m\times n}$	: Bilgi oran matrisi
Γ_X	: bpbe – küme
$B=\left[b_{ij}\right]_{m\times n}$	: Bulanıklaştırma matrisi
$P=\left[n_{i1}\right]_{n\times 1}$	: Başarı notlarını oluşturan matris
$D=\left[d_{ij}\right]_{m\times 1}$	: Durulaştırma matrisi
$\tilde{\subset}$	: Esnek alt küme işlemi
$\tilde{\cup}$	: Esnek birleşim işlemi
$\tilde{/}$	: Esnek fark işlemi
$\tilde{\cap}$	: Esnek kesişim işlemi
$^{\tilde{c}}$	: Esnek tümleyen işlemi
$G=\left[g_{1j}\right]_{1\times n}$	: ECTS değerlerinin oluşturduğu matrisi
$E=\left[e_{ij}\right]_{m\times n}$	: Esnek ortalama matrisi
$T=\left[t_i\right]_{1\times 1}$	: Kısmi Ağırlıklı Başarı Puanı matrisi
$N=\left[tr_i\right]_{1\times 1}$	: Kısmi Ağırlıklı Not Ortalaması matrisi
$E_{P(U)}$	: U üzerindeki esnek kümelerin kümesi
$S=\left[s_i\right]_{m\times 1}=\left[d_{ii}\right]_{m\times 1}$	: Seçim matrisi
μ_X	: X bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu
$\mu_X\left(x\right)$	: x’ in üyelik değeri

f_A	: F_A kümesinin yaklaşım fonksiyonu
$Y = \left[y_{ij} \right]_{m \times n}$	: Yalın ortalama matrisi
γ_x	: Γ_X kümesinin bulanık yaklaşım fonksiyonu

Kısaltmalar

A	: Alan Bilgisi dersleri
bpe	: Bulanık parametreli esnek küme
bpbe	: Bulanık parametreli bulanık esnek kümeler
BPBEagg	: bpbe- yaklaşım operatörü
BPBE(U)	: U üzerindeki bpbe-kümelerinin kümesi
ECTS	: Avrupa kredi transfer değerleri
F(U)	: U üzerinde ki bulanık kümelerin kümesi
GANO	: Genel Ağırlıklı Not Ortalamaları
GK	: Genel kültür dersleri
KABP	: Kısmi Ağırlıklı Başarı Puanı
KANO	: Kısmi Ağırlıklı Not Ortalaması
MB	: Meslek bilgisi dersleri
P(U)	: U nun kuvvet kümesi
SO	: Sınıf ortalaması

1. GİRİŞ

Gelişen dünyamızda hayatın akışına ayak uydurmaya çalışırken bunu daha kolay hale getirmek için matematiği kullanmak ve matematiğin önemini anlamak günden güne daha önemli hale gelmiştir. Matematiğin düşünülenin aksine tam tamına hayatın içinde olduğunu anlamak belki de hayatı daha kolaylaştıracaktır.

Öncelikle hayatın aslında bir fonksiyon ve bizlerinde bu fonksiyondaki değerler olduğunu düşündüğümüzde yaşadığımız hayatı tanımak ve bazı kararları alırken çıkabilecek sonuçları tahmin etmek için öncelikli olarak hayat fonksiyonunu tam olarak oluşturmak gerekmektedir.

Bunu yaparken karşılaştığımız en büyük problem ise matematiğin kesin bir dilinin olması ve bu kesinliğin günlük hayatı tanımlamada ve onu matematikselleştirmede yetersiz olarak görülmesine neden olmuştur. Bu da matematiğin yetersizliği gidermek adına gelişmesine sebep olmuştur. Günlük hayatta sık karşılaştığımız “hava bugün nasıl?” sorusuna verilen cevap “sıcak” ya da “soğuk” olarak iki türlü olsaydı belki matematik kesin olmayan ifadelerin modellemesinde kendisini geliştirme çabasına girmeyecekti. Çünkü sıcak ve soğuk arasındaki dilsel olarak izah edilebilen “ılık”, “az ılık”, “soğuk ama çok soğuk değil” gibi net olmayan (bulanık) kavramları matematiğe aktarmak için Zadeh (1965) tarafından fuzzy (bulanık) küme kavramı geliştirilmiştir.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Zadeh (1965), kümenin her bir elemanını kümeye aidiyet derecesine göre belirlemiştir. Bu dereceye üyelik derecesi demiş ve buna göre kümenin elemanlarını belirlemiştir. Matematikteki bu belirsizlikleri gidermek ve modelleyebilmek için daha sonraki yıllarda matematikçiler farklı mantıklar da geliştirilmiştir. Bunlardan biri de son yıllarda kullanılmaya başlanan esnek küme kavramıdır.

Molodtsov'a (1999) göre üyelik fonksiyonunun her bir durum için bir üyelik fonksiyonu inşa etme gibi bir zorluğu olabilecektir. Bu nedenle, üyelik fonksiyonu oluşturmaktan bağımsız bir küme teorisine ihtiyaç olduğunu düşünmektedir. Bu esnek küme kavramında fuzzy mantıktaki gibi bir dilsel anlatımın matematiksel modellemesi söz konusudur. Molodtsov (1999), sürekli diferansiyellenebilir fonksiyonlar, oyun teorisi, Riemann integrasyonu, Perron integrasyonu, olasılık, ölçüm teorisi vb. alanlarda esnek küme teorisini kullanarak, başarılı çalışmalar yapmış ve ileriki çalışmalar için kaynak oluşturmuştur.

Ayrıca Pawlak (1982), yaklaşımlı (rough) kümeler teorisini kullanarak net olmayan ve belirsizlik içeren problemlerin çözümünde farklı yollar vermiştir. Maji ve ark. (2002, 2003), Pawlak'ın (1982) küme teorisini kullanarak karar verme probleminde esnek kümelerin bir uygulamasını sundu ve esnek kümelerde bazı işlemleri tanımladı. Bu çalışmalardan sonra yapılan teorik ve uygulamalı çalışmalar ise şu şekilde sıralanabilir. Maji ve ark. (2003) esnek kümeler üzerine, Chen ve ark. (2005) esnek kümelerin parametrelerinin belirlenmesi üzerine, Pei ve Miao (2005) esnek kümelerden bilişim sistemleri üzerine, Kong ve ark. (2008) esnek küme ve algoritmalarının normal parametre indirgemeleri üzerine yaptığı çalışmalar ilk uygulamalı çalışmalardan bazılarıdır. Esnek küme teorisi üzerinde esnek sayı, esnek türev, esnek integral gibi kavramlar Molodtsov ve ark. (2006) tarafından verildi. Ayrıca Yang (2008) esnek küme teorisi, Ali ve ark. (2009) esnek küme teorisinde bazı yeni işlemler üzerine, Çağman ve Enginoğlu (2010a, 2010b) ise esnek küme ile matris kümelerinde karar verme üzerine çalışmalar yapmışlardır. Gong ve ark. (2010) bijektif esnek kümeler, Majumdar ve Samanta (2010b) esnek kümelerin benzerlik ölçüsü, Molodtsov (2001) esnek kümeleri kullanarak bağımlılıkları tanımlama, İbrahim ve ark. (2012) esnek küme ilişkilerinin kompozisyonu ve geçişli kapanışın inşası, Yang ve Guo (2011) esnek küme ilişkilerinin çekirdekleri ve kapanışları ve esnek küme ilişki dönüşümleri, Kim (2012) esnek alt ve üst yaklaşımlar, Park ve ark. (2012) esnek küme ilişki denkliklerinin bazı özellikleri, Sezgin ve Atagün (2012) esnek küme işlemleri üzerine çalışmalar yapmış ve bu çalışmalar teorik anlamda yenilikler katmıştır. Bu teorik çalışmalarla birlikte Razak ve Mohamad (2011), Kong ve ark. (2008); Majumdar ve Samanta (2008), Molodtsov (2011), Acar ve ark. (2010), Aktaş ve Çağman (2007), Çağman ve ark. (2011), Sezgin ve Atagün (2011), Sezgin ve ark. (2011a, 2011b), Yamak ve ark. (2011), Aygünoğlu ve Aygün (2011), Tanay ve Kandemir (2011), Zorlutuna ve ark. (2012) uygulamalı, cebirsel ve topolojik olarak esnek kümelerde yapılan çalışmalardan bazılarıdır.

Özellikle son yıllarda mühendislikte, sağlıkta, ekonomide, çevresel problemlerde ve birçok alanda bu çalışmaların uygulama kısımlarına değinilmiş ve karar verme yöntemlerinde kullanılmaya başlanmıştır. Bu anlamda, eğitimin temelinde var olan değerlendirmede de bulanık kümelerin ve esnek kümelerin kullanılması kaçınılmaz olmuştur. Çalışmamızda fakülte birincilerinin belirlenmesi için yeni bir yöntem geliştirdik ve bu yöntemin bir uygulamasını yaptık.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu çalışmada Ege Bölgesinde bulunan bir devlet üniversitesinin Eğitim Fakültesinde 2016-2017 öğretim yılında mezun veren yedi programdaki (İlköğretim Matematik Öğretmenliği, Fen Bilgisi Öğretmenliği, Okul Öncesi Öğretmenliği, Sınıf Öğretmenliği, Sosyal Bilgiler Öğretmenliği, Türkçe Öğretmenliği, Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi Öğretmenliği) ilk üç dereceye giren toplam 21 öğrencinin transkriptlerindeki notları kullandık. Bu notları bulanık parametreli bulanık esnek küme mantığı ile değerlendirip fakülte birincilerinin belirlenmesine farklı bir bakış katmaya çalıştık.

Notların bulanık parametreli bulanık esnek küme mantığı ile değerlendirilmesi sonucu oluşan sıralamayı üniversitenin yapmış olduğu sıralama ile karşılaştırdık. Standart hesaplama yapılırken sekizinci yarıyılın derslerinin hesaplamaya dâhil edilmemesinin bir sorun teşkil ettiği, gerçek sıralamayı etkilediği sonucuna varılmıştır. Ayrıca eşitlik durumunda bir derecenin iki öğrenciye verilmesi de başka bir problem olarak belirlenmiştir. Bu hesaplama yerine bulanık parametreli bulanık esnek küme yöntemi kullanılarak sıralamanın yeniden yapılmasının uygun olabileceği görülmüştür. Bu değerlendirme ile farklı bölümlerin öğrencilerinin birbirleri ile kıyaslaması yapılırken esnek küme yöntemi gibi değişik yöntemlerin kullanılmasının daha gerçekçi sonuçlar verebileceği düşünülmektedir.

İlk olarak Zadeh (1965), Klir ve Folger'den (1988) faydalanarak bulanık küme ve esnek küme ile ilgili temel tanım, teorem, önerme ve örneklere yer verilecektir. Daha sonra Molodtsov (1999), Maji ve ark. (2002, 2003) Çağman ve ark. (2010, 2011), Çağman ve Enginoğlu'nun (2010a, 2010b) araştırmalarından faydalanarak esnek kümeler tanıtılacak ve üzerinde tanımlı temel işlemler ve kullanacağımız bazı sonuçlar verilecektir. Bu tanım ve teoremlerin uygulamaya dönük kısmı olarak bulanık esnek kümeleri bulanık parametreli esnek küme ve bulanık parametreli bulanık esnek küme olmak üzere iki farklı şekilde Çağman ve ark. (2010) tanımladığı şekilde vereceğiz. Ayrıca bu kümelerin karar verme yöntemlerinde uygulamasına dair örneklere değineceğiz. Daha sonra Çağman ve ark (2010) tanımladığı bulanık esnek kümelerin uygulamalarını ve bpbe-karar verme metoduyla elde edilen yeni sıralamaları inceleyeceğiz. İşlemler için geçerli algoritmaları tanıyacağız. Son olarak ise fakülte birincilerini belirlemede kullanılan klasik yöntemi hatırlatıp daha sonra kendi algoritmamızı ve gerekli tanımları vereceğiz.

3.1. Bulanık Küme

Tanım 3.1. U bir evrensel küme olsun. U üzerinde bir X bulanık kümesi

$$\mu_X \ : U \ \to \ [0,\ 1]$$

fonksiyonu ile tanımlanır. Bu μ_X fonksiyonuna X bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu denir. $\mu_X(x)$ değeri, x elemanının X bulanık kümesine ait olma derecesini temsil eder. O halde U üzerinde bir X bulanık kümesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$X \ = \ \left\{ \left(x / \mu_X(x) \right) \ : \ x \in U,\ \mu_X(x) \in [0,\ 1] \right\}$$

Bundan sonra tekrardan kaçınmak için U üzerinde tanımlı bütün bulanık kümelerin kümesi F(U) ile gösterilecektir.

Tanım 3.2. X, Y ∈ F(U) olsun. Her x ∈ U için $\mu_X(x) \ \leq \ \mu_Y(x)$ ise X, Y nin bir alt kümesi ya da X, Y tarafından kapsanıyor denir ve X ⊆ Y şeklinde gösterilir.

Tanım 3.3. X, Y ∈ F (U) olsun. Her x ∈ U için $\mu_X(x) \ = \ \mu_Y(x)$ ise X ve Y eşittir denir ve X = Y şeklinde gösterilir.

Burada $X = Y \Leftrightarrow X \subseteq Y,\ Y \subseteq X$ olduğu açıktır.

Tanım 3.4. X, Y ∈ F (U) olsun. O halde X ve Y nin kesişimi X ∩ Y ile gösterilir ve bu kümenin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{X \cap Y}(x) \ = \ min\{\mu_X(x),\ \mu_Y(x)\}$$

Tanım 3. 5. X, Y ∈ F (U) olsun. O halde X ve Y nin birleşimi X ∪ Y ile gösterilir ve bu kümenin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{X \cup Y}(x) \ = \ max\{\mu_X(x),\ \mu_Y(x)\}$$

Tanım 3. 6. X ∈ F (U) olsun. O halde X' in tümleyeni X^c ile gösterilir ve bu kümenin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{X^c}(x) = 1 - \mu_X(x)$$

Tanım 3. 7. X, Y ∈ F (U) olsun. O halde

a) Her x ∈ U için $\mu_X(x) = 0$ ise X bulanık kümesine boş küme denir ve $X = \overline{0}$ ile gösterilir.

b) Her x ∈ U için $\mu_X(x) = 1$ ise X bulanık kümesine evrensel küme denir ve $X = \overline{1}$ ile gösterilir.

Tanım 3. 8. X, Y ∈ F (U) olsun. O halde, her x ∈ U için

$$\mu_{X \setminus Y}(x) = min\{\mu_X(x),\ \mu_{Y^c}(x)\}$$

üyelik fonksiyonu ile tanımlanan bulanık kümeye X ve Y bulanık kümelerinin farkı denir ve X\Y ile gösterilir.

Önerme 3. 9. X, Y ∈ F (U) olsun. Bu takdirde aşağıdaki özellikler sağlanır.

1. $X \cap X = X$
2. $X \cup X = X$
3. $X \cap \overline{0} = \overline{0}$
4. $X \cup \overline{0} = X$
5. $X \cap Y = Y \cap X$
6. $X \cup Y = Y \cup X$

Önerme 3. 10. X, Y, Z ∈ F (U) olsun. Bu takdirde aşağıdaki özellikler sağlanır.

1. $(X \cap Y) \cap Z = X \cap (Y \cap Z)$
2. $(X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z)$

3. $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$

4. $X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$

Önerme 3. 11. X, Y ∈ F (U) olsun. Bu takdirde aşağıdaki özellikler sağlanır.

1. $(X^c)^c = X$

2. $(X \cap Y)^c = X^c \cup Y^c$

3. $(X \cup Y)^c = X^c \cap Y^c$

4. $X \cup X^c \neq \overline{1}$

5. $X \cap X^c \neq \overline{0}$

3.2. Esnek Küme

Tanım 3.12. U ve E boştan farklı herhangi iki küme ve P (U)'da U nun kuvvet kümesi olsun. U üzerinde tanımlı bir A esnek kümesi $f_A : E \rightarrow P(U)$, $e \notin A$ için $f_A(e) = \varnothing$ olmak üzere

$$(A, f_A) = \{(e, f_A(e)) : e \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

Bundan sonra karışıklık olmadığı durumlarda (A, f_A) yerine sadece A alacağız. Ayrıca burada U kümesine alternatiflerin kümesi, E kümesine parametrelerin kümesi, f_A fonksiyonuna A esnek kümesinin yaklaşım fonksiyonu, $f_A(e)$ değerine e ∈ E elemanının *e*-yaklaşımı denir.

Bundan böyle, E ve U sonlu kümeler olarak ele alınacak ve parametre kümesi E olan U üzerindeki tüm esnek kümelerin kümesi $E_{P(U)}$ ile gösterilecektir.

Tanım 3.13. $A \in E_{P(U)}$ olsun. i = 1, 2, ..., m ve j = 1, 2, ..., n olmak üzere

$$\rho_{f_A} : U \times E \rightarrow \{0,1\}$$

$$\left(u_i, e_j\right) \rightarrow \rho_{f_A}\left(u_i, e_j\right) = \begin{cases} 1, & u_i \in f_A\left(e_j\right) \\ 0, & u_i \notin f_A\left(e_j\right) \end{cases}$$

ise A esnek kümesinin

ρ_{f_A}	e_1	e_2	. . .	e_j
u_1	$\rho_{fA}(u_1, e_1)$	$\rho_{fA}(u_1, e_2)$	. . .	$\rho_{fA}(u_1, e_j)$
u_2	$\rho_{fA}(u_2, e_1)$	$\rho_{fA}(u_2, e_2)$	. . .	$\rho_{fA}(u_2, e_j)$
.	.	.	. . .	.
.	.	.	. . .	.
.	.	.	. . .	.
u_i	$\rho_{fA}(u_i, e_1)$	$\rho_{fA}(u_i, e_2)$	. . .	$\rho_{fA}(u_i, e_j)$

şeklindeki gösterimine bu kümenin bilgi tablosu denir. Her ne kadar iki tanımda aynı olsa da, ikinci tanım görsellik ve kullanışlılık olarak bizlere daha fazla kolaylık sağladığından esnek kümelerin bilgi tablosunu kullanmayı tercih edeceğiz.

Görüldüğü üzere esnek küme kavramı, U evrensel kümesinin alt kümeler ailesinin parametrize edilmiş bir ailesidir. Bir esnek kümede sıralı ikililer, esnek kümenin elemanı veya üyesi olarak isimlendirilirler. Burada parametrize işlemi için kullanılan parametre kümesi, nesneleri karakterize eden özelikleri ifade etmek için kullanacağımız parametrelerin kümesine denir. Esnek kümeyi, birinci bileşen parametre, ikinci bileşen ise özeliği sağlayan nesnelerin kümesi olacak şekilde yazılan sıralı ikililerin kümesi olarak görebiliriz. Yani esnek küme bu şekilde iyi tanımlı sıralı ikililerin bir koleksiyonudur.

Esnek küme kavramında, bir A esnek kümesi biçimsel olarak onun yaklaşım fonksiyonu olan f_A ya eşit tutulabilir. Biz herhangi bir esnek kümeyi onun yaklaşım fonksiyonu ile belirlediğimiz için bu iki kavramı birbiri ile yer değiştirebilir olarak görüyoruz. Ayrıca bir $(e, f_A(e))$ elemanı ya A esnek kümesine aittir ya da değil. Başka bir ihtimal yoktur.

Esnek küme teorisindeki temel kavram yaklaşım olduğundan $e_1, e_2 \in E$ için $f_A(e_1) \subset f_A(e_2)$ ise e_2 parametresinin yaklaşım değeri e_1 parametresinin yaklaşım değerinden daha büyüktür. Bunun anlamı, e_2, U'da e_1 den daha fazla elemanla ilişkilidir.

Bir esnek küme gösterimini listeleme ve bilgi tablosunu kullanarak yapabiliriz. Örneğin; $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ nesnelerin kümesi, $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ parametrelerin kümesi ve $A = \{e_2, e_3, e_5\}$, E'nin alt kümesi olsun. Kabul edelim ki $f_A(e_2) = \{u_2, u_4\}$, $f_A(e_3) = \varnothing$ ve $f_A(e_5) = \{u_1,\ u_2\}$ şeklinde belirtilsin. O halde A esnek kümesi

$$A = \{(e_2, \{u_2, u_4\}), (e_5, \{u_1, u_2\})\}$$

şeklinde yazılır. Bilgi tablosunu kullanarak ise,

ρ_{fA}	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6
u_1	0	0	0	0	1	0
u_2	0	1	0	0	1	0
u_3	0	0	0	0	0	0
u_4	0	1	0	0	0	0

veya

ρ_{fA}	e_2	e_5
u_1	0	1
u_2	1	1
u_3	0	0
u_4	1	0

şeklinde gösterilebilir.

Tanım 3.14. A, U üzerinde bir esnek küme olsun. Eğer e ∈ E için $f_A(e) = \varnothing$ ise $f_A(e)$ *e*-yaklaşım kümesine, f_A' nın boş-değeri denir ve $(e,\ f_A(e))$, A'nın boş-elemanı olarak adlandırılır.

$f_A(e)=\varnothing$ olmasının anlamı U' da ki elemanların hiçbirinin e ∈ E parametresi ile ilişkili olmadığıdır. Dikkat edilirse yukarıdaki örnekte olduğu gibi bu tür parametreleri göz önüne almayız ve böyle elemanları bir esnek kümede göstermeyiz.

Tanım 3.15. Eğer bir A esnek kümenin bütün elemanları boş ise, esnek küme boş esnek küme olarak adlandırılır ve A_{Φ} ile gösterilir. Yani her e ∈ E için $f_A(e) = \varnothing$ ise A esnek kümesi boş esnek kümedir.

Tanım 3.16. A, U üzerinde bir esnek küme olsun. Her e ∈ E için $f_A(e) = U$ ise A esnek kümesine mutlak esnek küme denir ve $\tilde{A}$ ile gösterilir. $A=E$ ise. A esnek kümesine evrensel esnek küme denir ve $A_{\tilde{E}}$ ile gösterilir.

Burada $f_A(e) = U$ olması demek, U nun bütün elemanlarının e ∈ E parametresi ile ilgili olduğu anlamına gelmektedir. Bu tanımları daha iyi anlamak için aşağıdaki örneği inceleyelim.

Örnek 3.17. $U=\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5,u_6\}$ evrensel küme, $E=\{e_1,e_2,e_3,e_4\}$ ise parametreler kümesi olsun.

Eğer $A=\{e_1,\ e_2,\ e_3\}$ ve $f_A(e_1)=\{u_1,\ u_4\}$, $f_A(e_2)=\varnothing$, $f_A(e_3)=\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5,u_6\}$ ise, o halde A esnek kümesi $A=\ \{(e_1,\{u_1,u_4\}),(e_3,U)\}$ şeklinde yazılır.

Eğer $B=\{e_2,e_3\}$ ve $f_B(e_2)=\varnothing, f_B(e_3)=\varnothing$ ise, o halde B esnek kümesi boş esnek kümedir. Yani $B=B_{\Phi}$ şeklindedir.

Eğer $C=\{e_3,e_4\}$ ve $f_C(e_3)=\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5,u_6\}$, $f_C(e_4)=\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5,u_6\}$ ise, o halde C esnek kümesi mutlak esnek kümedir. Yani $C=\tilde{C}$ şeklindedir.

Eğer $D=E$ ve her $e_i \in E$, i = 1, 2, 3, 4 için $f_A(e_i)=U$ ise, D esnek kümesine evrensel esnek küme denir. Yani $D=D_{\tilde{E}}$ şeklindedir.

Tanım 3.18.. A ve B, U üzerinde iki esnek küme olsun. Eğer her e ∈ E için

$$f_A(e) \subseteq f_B(e)$$

oluyorsa, A ya B nin esnek alt kümesidir denir ve $A \tilde{\subseteq} B$ ile gösterilir.

Not: Esnek kümelerde alt küme tanımının klasik kümelerden farklı olduğuna dikkat ediniz. Yaklaşım fonksiyonları ile tanımlı olduğu için A esnek kümesinin tüm elemanlarının B esnek kümesinde bulunması gerekmez.

Önerme 3.19. A ve B, U üzerinde iki esnek küme olmak üzere aşağıdaki ifadeler vardır.

i. $A \tilde{\subseteq} A_{\tilde{E}}$

ii. $\Phi \tilde{\subseteq} A$

iii. $A \tilde{\subseteq} A$

iv. $A \tilde{\subseteq} B \text{ ve } B \tilde{\subseteq} C \Rightarrow A \tilde{\subseteq} C$

İspat: Yaklaşım fonksiyonları yardımıyla ispatlar kolaylıkla gösterilebilir.

Tanım 3.20.. $A, B \in E_{P(U)}$ olsun.

a) Her e ∈ E için $f_A(e) \subseteq f_B(e)$ ve en az bir e ∈ E için $f_A(e) \neq f_B(e)$ ise A esnek kümesine B nin esnek öz alt kümesi denir ve $A \tilde{\subset} B$ ile gösterilir

b) Her e ∈ E için $f_A(e) = f_B(e)$ ise A ve B esnek kümelerine esnek eşit kümeler denir ve $A = B$ ile gösterilir

c) Her e ∈ E için $f_{A^{\tilde{c}}}(e) = U \setminus f_A(e)$ şeklinde tanımlanan esnek kümeye A' nın tümleyeni denir ve $A^{\tilde{c}}$ ile gösterilir.

d) Her e ∈ E için $f_{A \tilde{\setminus} B}(e) = f_A(e) \setminus f_B(e)$ şeklinde tanımlanan esnek kümeye A fark B denir ve $A \tilde{\setminus} B$ ile gösterilir.

Önerme 3.21. A, B ve C, U üzerinde üç esnek küme olsun. O halde aşağıdaki sonuçlar geçerlidir.

a) $A = B \text{ ve } B = C \Leftrightarrow A = C$

b) $A \tilde{\subseteq} B \text{ ve } B \tilde{\subseteq} A \Leftrightarrow A = B$

İspat. Her e ∈ E için, yaklaşım fonksiyonlarını kullanarak ispatlayalım.

a) $f_A(e) = f_B(e) \text{ ve } f_B(e) = f_C(e) \Leftrightarrow f_A(e) = f_C(e)$

b) $f_A(e) \subseteq f_B(e) \text{ ve } f_B(e) \subseteq f_A(e) \Leftrightarrow f_A(e) = f_B(e)$

Tanım 3.22. A esnek kümesinin tüm alt kümelerinin kümesine, A esnek kümesinin kuvvet kümesi denir.

Önerme 3.23. A, U üzerinde bir esnek küme olsun. O halde aşağıdaki sonuçlar geçerlidir.

a) $\left(A^{\tilde{c}}\right)^{\tilde{c}} = A$

b) $\Phi^{\tilde{c}} = A_{\tilde{E}}$

Tanım 3.24. $A, B \in E_{P(U)}$ olsun.

a) A ve B esnek kümelerinin esnek birleşimi $A \tilde{\cup} B$ şeklinde gösterilir ve esnek birleşimin e-yaklaşımı her $e \in E$ için

$$f_{A \tilde{\cup} B}(e) = f_A(e) \cup f_B(e)$$

şeklinde tanımlanır.

b) A ve B esnek kümelerinin esnek kesişimi $A \tilde{\cap} B$ şeklinde gösterilir ve esnek kesişimin e-yaklaşımı her $e \in E$ için

$$f_{A \tilde{\cap} B}(e) = f_A(e) \cap f_B(e)$$

şeklinde tanımlanır.

Önerme 3.25. A, B ve C, U üzerinde üç esnek küme olsun. O halde aşağıdaki eşitlikler vardır.

i. $A \tilde{\cup} A = A$

ii. $A \tilde{\cup} \Phi = A$

iii. $A \tilde{\cup} A_{\tilde{E}} = A_{\tilde{E}}$

iv. $A \tilde{\cup} A^{\tilde{c}} = A_{\tilde{E}}$

v. $A \tilde{\cup} B = B \tilde{\cup} A$

vi. $(A \tilde{\cup} B) \tilde{\cup} C = A \tilde{\cup} (B \tilde{\cup} C)$

Önerme 3.26. A, B ve C, U üzerinde üç esnek küme olsun. O halde aşağıdaki eşitlikler vardır.

i. $A \tilde{\cap} A = A$

ii. $A \tilde{\cap} \Phi = \Phi$

iii. $A \tilde{\cap} A_{\tilde{E}} = A$

iv. $A \tilde{\cap} A^{\tilde{c}} = \Phi$

v. $A \tilde{\cap} B = B \tilde{\cap} A$

vi. $\left(A \tilde{\cap} B\right) \tilde{\cap} C = A \tilde{\cap} \left(B \tilde{\cap} C\right)$

vii. $A \tilde{\subseteq} B \Rightarrow A \tilde{\cup} B = B \text{ ve } A \tilde{\cap} B = A$

Önerme 3.27. U üzerindeki A ve B esnek kümeleri için, De'Morgan kuralları geçerlidir.

i. $(A \tilde{\cup} B)^{\tilde{c}} = A^{\tilde{c}} \tilde{\cap} B^{\tilde{c}}$

ii. $(A \tilde{\cap} B)^{\tilde{c}} = A^{\tilde{c}} \tilde{\cup} B^{\tilde{c}}$

Önerme 3.28. A, B ve C, U üzerinde üç esnek küme olsun. Bu durumda, aşağıdaki eşitlikler vardır.

i. $A \tilde{\cup} \left(B \tilde{\cap} C\right) = (A \tilde{\cup} B) \tilde{\cap} (A \tilde{\cup} C)$

ii. $A \tilde{\cap} (B \tilde{\cup} C) = (A \tilde{\cap} B) \tilde{\cup} (A \tilde{\cap} C)$

Önerme 3.29. A ve B, U üzerinde iki esnek küme olsun. Bu durumda aşağıdaki ifadeler vardır.

i. $A \tilde{\setminus} B = A \tilde{\cap} B^{\tilde{c}}$

ii. $A \tilde{\setminus} B = \Phi \Leftrightarrow A \tilde{\subseteq} B$

iii. $A \tilde{\cap} B = \varnothing \Rightarrow A \tilde{\setminus} B = A \; ve \; B \tilde{\setminus} A = B$

Tanım 3.30. A ve B esnek kümeleri ayrıktır ancak ve ancak $A \tilde{\cap} B = \Phi$ olmasıdır.

Verdiğimiz tanım ve önermeleri daha iyi anlamak için aşağıdaki örneği inceleyelim.

Örnek 3.31. $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}$ evrensel küme, $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ ise parametreler kümesi olsun. Kabul edelim ki $A = \{e_1, e_2, e_3\}$ ve $B = \{e_3, e_4, e_5\}$ gibi E' nin iki alt kümesi için esnek kümeler $A = \{(e_1, \{u_2, u_4\}), (e_2, \{u_1, u_3\}), (e_3, \{u_2, u_3, u_4\})\}$ ve $B = \{(e_3, \{u_1, u_2\}), (e_4, \{u_1, u_4\}), (e_5, U)\}$ olsun. O halde aşağıdaki esnek kümeleri yazabiliriz.

$$A^{\tilde{c}} = \{(e_1, \{u_1, u_3, u_5, u_6, u_7\}), (e_2, \{u_2, u_4, u_5, u_6, u_7\}), (e_3, \{u_1, u_5, u_6, u_7\}), (e_4, U), (e_5, U)\}$$

$$B^{\tilde{c}} = \{(e_1, U), (e_2, U)(e_3, \{u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}), (e_4, \{u_2, u_3, u_5, u_6, u_7\})\}$$

$$A \tilde{\cup} B = \{(e_1, \{u_2, u_4\}), (e_2, \{u_1, u_3\}), (e_3, \{u_1, u_2, u_3, u_4\}), (e_4, \{u_1, u_4\}), (e_5, U)\}$$

$$A \tilde{\cap} B = \{(e_3, \{u_2\})\}$$

$$(A \tilde{\cup} B)^{\tilde{c}} = \left\{ \begin{matrix} (e_1, \{u_1, u_3, u_5, u_6, u_7\}), (e_2, \{u_2, u_4, u_5, u_6, u_7\}), \\ (e_3, \{u_5, u_6, u_7\}), (e_4, \{u_2, u_3, u_5, u_6, u_7) \end{matrix} \right\} = A^{\tilde{c}} \tilde{\cap} B^{\tilde{c}}$$

$$(A \tilde{\cap} B)^{\tilde{c}} = \{(e_1, U), (e_2, U), (e_3, \{u_1, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}), (e_4, U), (e_5, U)\} = A^{\tilde{c}} \tilde{\cup} B^{\tilde{c}}$$

$$A \tilde{\setminus} B = \{(e_1, \{u_2, u_4\}), (e_2, \{u_1, u_3\}), (e_3, \{u_3, u_4\})\} = A \tilde{\cap} B^{\tilde{c}}$$

3.3. Bulanık Parametreli Esnek Kümeler

Bu bölümde karışıklık olmaması için yine parametreler kümesini E ile göstereceğiz. Ayrıca önceki bölümde verilen esnek kümelerde E’ nin alt kümeleri A, B, C, ... gibi büyük harflerle gösterilirken karışıklık olmadığı durumlarda $(A, f_A), (B, f_B), (C, f_C), ...$ esnek kümelerini de A, B, C… gibi büyük harflerle gösterdiğimiz gibi bu bölümde de ve E’ nin bulanık alt kümelerini X, Y, Z, ... gibi harflerle gösterirken karışıklık olmaması için $(X, f_X), (Y, f_Y), (Z, f_Z), ...$ bulanık esnek kümelerini F_X, F_Y, F_Z,… gibi sembollerle göstereceğiz.

Tanım 3.32. U bir evrensel küme, P (U), U’ nun kuvvet kümesi, E parametreler kümesi olmak üzere X, E üzerinde bir bulanık küme olsun. O halde

$$f_X : E \to P(U) \text{ } ve \text{ } \mu_X : E \to [0, 1]$$

ve $\mu_X(x) = 0$ ise $f_X(x) = \varnothing$ şartlarını sağlayan fonksiyonlar ile tanımlı aşağıdaki sıralı ikililerden oluşan kümeye

$$F_X = (X, f_X) = \{(x / \mu_X(x), f_X(x)) : x \in E, f_X(x) \in P(U), \mu_X(x) \in [0, 1]\}$$

U üzerinde bir bulanık parametreli esnek küme (bpe-küme) denir.

Burada f_X fonksiyonuna F_X kümesinin yaklaşım fonksiyonu ve μ_X fonksiyonuna da F_X kümesinin üyelik fonksiyonu denir. Ayrıca U üzerindeki tüm bpe−kümelerinin kümesi BPE(U) ile gösterilecektir.

Tanım 3.33. $F_X \in$ BPE(U) olsun. O halde her x ∈ E için $\mu_X(x) = 0$ oluyorsa F_X e boş bpe-küme denir ve F_Φ ile gösterilir.

Tanım 3.34. $F_X \in$ BPE(U) olsun. O halde her x ∈ X için $\mu_X(x) = 1$ ve $f_X(x) = U$ ise F_X kümesine X-evrensel bpe−küme denir ve $F_{\tilde{X}}$ ile gösterilir. X = E ise X-evrensel bpe-kümesine evrensel bpe-küme denir ve $F_{\tilde{E}}$ ile gösterilir.

Örnek 3.35. Kabul edelim ki $U=\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5\}$ bir evrensel küme ve $E=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7\}$ bir parametre kümesi olsun. $A=\{x_1,x_3,x_5,x_7\}$, E'nin bir alt kümesi ve A üzerinde bir X bulanık kümesi; $X=\{x_1/0.5, x_3/0.3, x_5/0.4, x_7/0.7\}$ ve $f_X(x_1)=\{u_1,u_3,u_4\}$, $f_X(x_3)=\varnothing$, $f_X(x_5)=\{u_1,u_3,u_5\}$, $f_X(x_7)=U$ ise F_X, bpe−kümesi aşağıdaki gibi yazılacaktır.

$$F_X=\{(x_1/0.5,\{u_1,u_3,u_4\}),(x_3/0.3,\varnothing),\ (x_5/0.4,\{u_1,u_3,u_5\}\ ),(x_7/0.7,U)\}$$

Eğer Y = ∅ ise F_Y , bpe-kümesi bir boş esnek kümedir. Yani $F_Y = F_\Phi$.

Eğer $Z=\{x_1/1,\ x_2/1\}$ ve $f_Z(x_1)=U$, $f_Z(x_2)=U$ ise F_Z, bpe-kümesi bir Z-evrensel bpe-kümedir. Yani $F_Z = F_{\tilde{Z}}$.

Eğer X = E ve her x_i ∈ E için $f_X(x_i)=U$, i = 1, 2, 3, 4, ise F_X, bpe-kümesi bir evrensel bpe-kümedir. Yani $F_X = F_{\tilde{E}}$.

Tanım 3.36. $F_X, F_Y \in BPE(U)$ olsun. Her x_i ∈ E için $\mu_X(x) \le \mu_Y(x)$ ve $f_X(x) \subseteq f_Y(x)$ ise F_X, F_Y'nin bir bpe-alt kümesidir denir ve $F_X \subseteq F_Y$ ile gösterilir. Buradaki alt küme kavramı klasik alt küme tanımı gibi F_X 'in her elemanı F_Y' nin elemanı olacağı anlamına gelmez.

Önerme 3.37. Eğer F_X, F_Y ∈ BPE(U) ise aşağıdaki özellikler sağlanır.

i. $F_X \tilde{\subseteq} F_{\tilde{E}}$

ii. $F_\Phi \tilde{\subseteq} F_X$

iii. $F_X \tilde{\subseteq} F_X$

iv. $F_X \tilde{\subseteq} F_Y \text{ ve } F_Y \tilde{\subseteq} F_Z \Rightarrow F_X \tilde{\subseteq} F_Z$

Tanım 3.38. F_X, F_Y ∈ BPE(U) olsun. O halde her x ∈ E için $\mu_X(x) = \mu_Y(x)$ ve $f_X(x) = f_Y(x)$ ise F_X ve F_Y kümelerine eşit bpe-kümeleri denir ve $F_X = F_Y$ ile gösterilir.

Önerme 3.39. F_X, F_Y, F_Z ∈ BPE(U) olsun. Bu durumda aşağıdaki özellikler sağlanır.

i. $F_X = F_Y$ ve $F_Y = F_Z \Leftrightarrow F_X = F_Z$

ii. $F_X \subseteq F_Y$ ve $F_Y \subseteq F_X \Leftrightarrow F_X = F_Y$

Tanım 3.40. F_X ∈ BPE(U) olsun. F_X in tümleyeni F_X^c ile gösterilir. Bu tümleyenin yaklaşım ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlıdır,

$$\mu_X^c(x) = 1 - \mu_X(x) \ ve \ f_X^c(x) = U \setminus f_X(x)$$

Önerme 3.41. F_X ∈ BPE(U) olsun. Bu durumda, aşağıdaki özellikler sağlanır.

i. $\left(F_X^c\right)^c = F_X$

ii. $F_\Phi^c = F_{\tilde{E}}$

Tanım 3.42. F_X, F_Y ∈ BPE(U) olsun. F_X ve F_Y nin birleşimi $F_X \tilde{\cup} F_Y$ ile gösterilir. Birleşim kümesinin yaklaşım ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\mu_{X \tilde{\cup} Y}(x) = max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} \ ve \ f_{X \tilde{\cup} Y}(x) = f_X(x) \cup f_Y(x), \ her \ x \in E$$

Önerme 3.43. F_X, F_Y, F_Z ∈ BPE(U) olsun. Bu durumda,

i. $F_X \tilde{\cup} F_X = F_X$

ii. $F_X \tilde{\cup} F_\Phi = F_X$

iii. $F_X \tilde{\cup} F_{\tilde{E}} = F_{\tilde{E}}$

iv. $F_X \tilde{\cup} F_Y = F_Y \tilde{\cup} F_X$

v. $\left(F_X \tilde{\cup} F_Y\right) \tilde{\cup} F_Z = F_X \tilde{\cup} \left(F_Y \tilde{\cup} F_Z\right)$

Tanım 3.44. F_X, F_Y ∈ BPE(U) olsun. F_X ve F_Y nin kesişimi $F_X \tilde{\cap} F_Y$ ile gösterilir. Kesişim kümesinin yaklaşım ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$\mu_{X \tilde{\cap} Y}(x) = min\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} \text{ ve } f_{X \tilde{\cap} Y}(x) = f_X(x) \cap f_Y(x) \text{ her } x \in E$$

Önerme 3.45. F_X, F_Y, F_Z ∈ BPE(U) olsun. Bu durumda aşağıdaki özellikler sağlanır.

i. $F_X \tilde{\cap} F_X = F_X$

ii. $F_X \tilde{\cap} F_\Phi = F_\Phi$

iii. $F_X \tilde{\cap} F_{\tilde{E}} = F_X$

iv. $F_X \tilde{\cap} F_Y = F_Y \tilde{\cap} F_X$

v. $(F_X \tilde{\cap} F_Y) \tilde{\cap} F_Z = F_X \tilde{\cap} (F_Y \tilde{\cap} F_Z)$

Not: Burada şuna dikkat etmeliyiz ki bir bpe-küme ile tümleyeninin birleşimi evrenseli, kesişimi boş kümeyi vermek zorunda değildir.

Önerme 3.46. F_X, F_Y, F_Z ∈ BPE(U) olsun. Bu durumda aşağıdaki özellikler sağlanır.

i. $(F_X \tilde{\cup} F_Y)^c = F_X^c \tilde{\cap} F_Y^c$

ii. $(F_X \tilde{\cap} F_Y)^c = F_X^c \tilde{\cup} F_Y^c$

iii. $F_X \tilde{\cup} (F_Y \tilde{\cap} F_Z) = (F_X \tilde{\cup} F_Y) \tilde{\cap} (F_X \tilde{\cup} F_Z)$

iv. $F_X \tilde{\cap} (F_Y \tilde{\cup} F_Z) = (F_X \tilde{\cap} F_Y) \tilde{\cup} (F_X \tilde{\cap} F_Z)$

3.4. Bulanık Parametreli Bulanık Esnek Kümeler

Bir önceki alt bölümde verilen esnek kümeler, parametre kümeleri ve yaklaşım fonksiyonları klasik kümelerdir. Fakat bulanık parametreli bulanık esnek kümelerde (kısaca bpbe), parametre kümeleri ve yaklaşım fonksiyonları E ve U ‘nun bulanık alt kümeleridir. Karışıklığı önlemek için bpbe-kümeler için, Γ_X, Γ_Y , Γ_Z,..., bulanık yaklaşım fonksiyonları için γ_X, γ_Y , γ_Z,..., vb kullanacağız.

Tanım 3.47. U , bir başlangıç evreni; F (U), U daki bütün esnek kümelerin kümesi; E bütün parametrelerin kümesi; X' de E de bir esnek küme olsun. Γ_X, U nun bulanık esnek kümesidir ve

$$\Gamma_X = \{(x/\mu_X(x),\ \gamma_X(x)) : x \in E, \gamma_X(x) \in F(U), \mu_X(x) \in [0,\ 1]\},$$

şeklinde gösterilir. $\gamma_X(x)$ bulanık kümesi ise her x ∈ E için $\gamma_{X(x)} = \varnothing, x \notin A$ olmak üzere,

$$\gamma_X(x) = \{u/\mu_{\gamma_{X(x)}}(u) : u \in U, \mu_{\gamma_{X(x)}}(u) \in [0,\ 1]\}$$

şeklinde gösterilir. U' daki tüm bpbe-kümelerinin kümesi BPBE(U) olarak gösterilir.

Tanım 3.48. Γ_X ∈ BPBE(U) olsun. O halde her x ∈ E için $\mu_X(x) = 0$ oluyorsa , Γ_X 'e boş bpbe-küme denir ve Γ_Φ ile gösterilir.

Tanım 3.49. Γ_X ∈ BPBE(U) olsun. O halde her x ∈ X için $\mu_X(x) = 1$ ve $\gamma_X(x) = U$ ise, Γ_X kümesine X-evrensel bpbe-küme denir ve $\Gamma_{\tilde{X}}$ ile gösterilir. Ayrıca X = E ise X-evrensel bpbe-kümesine evrensel bpbe-küme denir ve $\Gamma_{\tilde{E}}$ ile gösterilir.

Örnek 3.50. Kabul edelim ki $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ bir evrensel küme ve $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ parametreler kümesi olsun. Eğer $X = \{x_2/0.2,\ x_3/0.5,\ x_4/1\}$ ve $\gamma_X(x_2) = \{u_1/0.5,\ u_5/0.3\}$, $\gamma_X(x_3) = \varnothing$, ve $\gamma_X(x_4) = U$, ise Γ_X, bpbe-kümesi aşağıdaki gibi yazılacaktır.

$$\Gamma_X = \{(x_2/0.2, \{u_1/0.5,\ u_5/0.3\}), (x_4/1, U)\}.$$

Eğer $Y = \{x_1/1, x_4/0.7\}$ ve $\gamma_X(x_1) = \varnothing$, $\gamma_X(x_4) = \varnothing$ ise Γ_Y, bpbe-kümesi bir boş esnek kümedir ve $\Gamma_Y = \Gamma_\Phi$ dir.

Eğer $Z=\{x_1/1, x_2/1\}, \gamma_Z(x_1)=U$, ve $\gamma_Z(x_2)=U$ ise Γ_Z, bpbe-kümesi bir Z-evrensel bpbe-kümedir ve $\Gamma_Z=\Gamma_{\tilde{Z}}$ dir.

Eğer X = E ve her $x_i \in$ E için $\gamma_X(x_i)=U$, i = 1, 2, 3, 4 ise Γ_X, bpbe- kümesi bir evrensel bpbe- kümedir. Yani $\Gamma_X=\Gamma_{\tilde{E}}$ dir.

Tanım 3.51. Γ_X, Γ_Y ∈ BPBE(U) olsun. Her x ∈ E için $\mu_X(x) \le \mu_Y(x)$ ve $\gamma_X(x) \subseteq \gamma_Y(x)$ ise Γ_X kümesine Γ_Y nin bir bpbe-alt kümesidir denir ve $\Gamma_X \tilde{\subseteq} \Gamma_Y$ ile gösterilir.

Önerme 3.52. Γ_X, Γ_Y ∈ BPBE(U) olmak üzere aşağıdaki eşitlikler vardır.

i. $\Gamma_X \tilde{\subseteq} \Gamma_{\tilde{E}}$

ii. $\Gamma_\Phi \tilde{\subseteq} \Gamma_X$

iii. $\Gamma_X \tilde{\subseteq} \Gamma_X$

iv. $\Gamma_X \tilde{\subseteq} \Gamma_Y \; ve \; \Gamma_Y \tilde{\subseteq} \Gamma_Z \Rightarrow \Gamma_X \tilde{\subseteq} \Gamma_Z$ dir.

Tanım 3.53. Γ_X, Γ_Y ∈ BPBE(U) olsun. Eğer bütün x ∈ E için $\mu_X(x) = \mu_Y(x)$ ve $\gamma_X(x)=\gamma_Y(x)$ ise, Γ_X ve Γ_Y bpbe kümeleri eşittir ve $\Gamma_X = \Gamma_Y$ şeklindedir.

Önerme 3.54. Γ_X, Γ_Y, Γ_Z ∈ BPBE(U) olsun. Aşağıdaki özellikler sağlanır.

i. $\Gamma_X = \Gamma_Y$ ve $\Gamma_Y = \Gamma_Z \Leftrightarrow \Gamma_X = \Gamma_Z$

ii. $\Gamma_X \tilde{\subseteq} \Gamma_Y \; ve \; \Gamma_Y \tilde{\subseteq} \Gamma_X \Leftrightarrow \Gamma_X = \Gamma_Y$

Tanım 3.55. Γ_X ∈ BPBE(U) olmak üzere Γ_X kümesinin tümleyeni $\Gamma_X^{\tilde{c}}$ şeklinde gösterilir. Bu tümleyenin yaklaşım ve üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{X^c}(x)=1-\mu_X(x) \; ve \; \gamma_{X^{\tilde{c}}}(x)=\gamma_X^c(x), \; bütün \; x \in E,$$

dir ve $\gamma_X(x)$ kümesinin tümleyeni $\gamma_X^c(x)$ dir. x ∈ E için $\gamma_X^c(x) = U \setminus \gamma_X(x)$ şeklindedir.

Önerme 3.56. Γ_X ∈ BPBE(U) olsun. Bu durumda aşağıdaki eşitlikler vardır.

i. $\left(\Gamma_X^{\tilde{c}}\right)^{\tilde{c}} = \Gamma_X$

ii. $\Gamma_\Phi^{\tilde{c}} = \Gamma_{\tilde{E}}$

Tanım 3.57. Γ_X, Γ_Y ∈ BPBE(U) olsun. Γ_X ve Γ_Y nin birleşimi, $\Gamma_X \tilde{\cup} \Gamma_Y$ şeklinde gösterilir. Birleşim kümesinin yaklaşım ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\mu_{X \tilde{\cup} Y}(x) = max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} \ ve \ \gamma_{X \tilde{\cup} Y}(x) = \gamma_X(x) \cup \gamma_Y(x), \ her \ x \in E.$$

Önerme 3.58. Γ_X, Γ_Y , Γ_Z ∈ BPBE(U) olsun. Bu durumda aşağıdaki eşitlikler vardır.

i. $\Gamma_X \tilde{\cup} \Gamma_X = \Gamma_X$

ii. $\Gamma_X \tilde{\cup} \Gamma_\Phi = \Gamma_X$

iii. $\Gamma_X \tilde{\cup} \Gamma_{\tilde{E}} = \Gamma_{\tilde{E}}$

iv. $\Gamma_X \tilde{\cup} \Gamma_Y = \Gamma_Y \tilde{\cup} \Gamma_X$

v. $(\Gamma_X \tilde{\cup} \Gamma_Y) \tilde{\cup} \Gamma_Z = \Gamma_X \tilde{\cup} (\Gamma_Y \tilde{\cup} \Gamma_Z)$

Tanım 3.59. Γ_X, Γ_Y ∈ BPBE(U) olsun. Γ_X ve Γ_Y ,'nin kesişimi $\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Y$, şeklinde gösterilir. Kesişim kümesinin yaklaşım ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$\mu_{X \tilde{\cap} Y}(x) = min\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} \ ve \ \gamma_{X \tilde{\cap} Y}(x) = \gamma_X(x) \cap \gamma_Y(x), \text{ her } x \in E.$$

Önerme 3.60. Γ_X, Γ_Y , Γ_Z ∈ BPBE(U) olsun. Bu durumda aşağıdaki eşitlikler vardır.

i. $\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_X = \Gamma_X$

ii. $\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_\Phi = \Gamma_\Phi$

iii. $\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_{\tilde{E}} = \Gamma_X$

iv. $\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Y = \Gamma_Y \tilde{\cap} \Gamma_X$

v. $(\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Y) \tilde{\cap} \Gamma_Z = \Gamma_X \tilde{\cap} (\Gamma_Y \tilde{\cap} \Gamma_Z)$

Önerme 3.61. Γ_X, $\Gamma_Y \in$ BPBE(U) olmak üzere De Morgan kuralları aşağıdaki şekilde tanımlanır.

i. $(\Gamma_X \tilde{\cup} \Gamma_Y)^{\tilde{c}} = \Gamma_X^{\tilde{c}} \ \tilde{\cap} \Gamma_Y^{\tilde{c}}$

ii. $\left(\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Y\right)_X^{\tilde{c}} = \Gamma_X^{\tilde{c}} \tilde{\cup} \Gamma_Y^{\tilde{c}}$

şeklindedir.

Önerme 3.62. Γ_X, Γ_Y, $\Gamma_Z \in$ BPBE(U) olmak üzere aşağıdaki eşitlikler vardır.

i $\Gamma_X \tilde{\cup} \left(\Gamma_Y \tilde{\cap} \Gamma_Z\right) = \left(\Gamma_X \tilde{\cup} \Gamma_Y\right) \tilde{\cap} \left(\Gamma_X \tilde{\cup} \Gamma_Z\right)$

ii $\Gamma_X \tilde{\cap} \left(\Gamma_Y \tilde{\cup} \Gamma_Z\right) = \left(\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Y\right) \tilde{\cup} \left(\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Z\right)$

3.5. Bulanık Parametreli Bulanık Esnek Küme Yardımıyla Sıralama ve Karar Verme

Bu bölümde bpbe-yaklaşım operatörünü, bpbe-karar kümesini tanımlayacağız ve bpbe-kümesinin bulanık bpbe-yaklaşım işlemini, bulanık parametreler kümelerinden, bpbe- karar kümelerinin inşa edilişini anlatacağız.

Tanım 3.63. $\Gamma_X \in BPBE(U)$ olsun. bpbe-yaklaşım operatorü, $\mathrm{BPBE}_{\mathrm{agg}}$ ile gösterilir ve

$$BPBE_{agg} : F(E) \times BPBE(U) \to F(U), \quad BPBE_{agg}(X, \Gamma_X) = \Gamma_X^*$$

şeklindedir.

$\Gamma_X^* = \left\{u / \mu_{\Gamma_X^*}(u) : u \in U\right\}$ kümeleri, U da bulanık kümelerdir ve Γ_X^*, Γ_X in bulanık karar kümesidir. Ayrıca $\mu_{\Gamma_X^*}$ üyelik derecesi

$$\mu_{\Gamma_X^*}(u)=\frac{1}{|E|}\sum_{x\in E}\mu_{\Gamma_X}(x)\mu_{\gamma_X(x)}(u)$$

şeklinde tanımlanır. $|E|$ ise E nin önemliliğidir.

3.5.1.1. bpbe-Yaklaşım Algoritması

bpbe-kümesinin karar kümesi bulanıktır. $BPBE_{agg}$ bulanık kümede ki işlemi; bpbe-kümesinin bulanık karar kümesinin tek küme haline gelmesi, bpbe yaklaşımlar işlevlerinin bir çoğunun birleşimi ve uygulaması ile yapılandırılır. Biz bpbe-karar verme yöntemini aşağıdaki algoritmayla yapılandıracağız.

i. U evreninde, Γ_X bpbe-kümesini yapılandır ,

ii. Γ_X^* ; Γ_X in karar kümesini bul,

iii max $\mu_{\Gamma_X^*}(u)$ bul.

Örnek 3.64. Kabul edelim ki bir şirkete bir kişi alınacak olsun. Bu iş için 6 kişi başvursun, U evrensel kümesi $U=\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5,u_6\}$ şeklindedir. Bu işe alınacak kişide olması gereken 5 seçici parametre, $E=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$ olsun. i = 1, 2, 3, 4, 5, için x_i parametreleri sırasıyla "tecrübe", "bilgisayar bilme", "genç yaş", "iyi konuşma" ve "ekip çalışması" olsun.

Alan uzmanları tarafından belirlenen E nin $X=\{x_2/0.6, x_3/1, x_4/0.5, x_5/0.2\}$ alt kümesine göre her bir adayı değerlendirilsin. Sonuç olarak alan uzmanları U üzerindeki bpbe-kümesini yapılandırırlar.

i. Γ_X, bpbe-kümesini bulalım,

$$\Gamma_X=\left\{\begin{array}{l}(x_2/0.6,\{u_1/0.3,u_2/0.4,u_3/0.1,u_6/0.9\}),\\ (x_3/1,\{u_2/0.3,u_3/0.5,u_4/0.8,u_5/0.5),\\ (x_4/0.5,\{u_1/0.2,u_2/0.5,u_4/0.6,u_5/0.7,u_6/1\}),\\ (x_5/0.2,\{u_2/0.3,u_4/0.2,u_5/0.4,u_6/0.1)\end{array}\right\}$$

ii. Karar kümesini bulalım.

$$\Gamma_X^* = \{u_1 / 0.056, u_2 / 0.17, u_3 / 0.112, u_4 / 0.228, u_5 / 0.186, u_6 / 0.212\}$$

iii. Sonuç değerini bulalım.

$$\max \mu_{\Gamma_X^*}(u) = 0.228$$

Sonuç olarak işe alınacak en uygun kişinin u_4 olduğuna karar verilir. Burada dikkat edilirse u_4 kişisi bilgisayar bilme parametresi 0 olmasına rağmen, genç olmanın önemi sayesinde diğerlerinin önüne geçmiştir.

Şimdi ise klasik fakülte birincisi belirleme metoduna alternatif bir metot olarak bulanık parametreli bulanık esnek kümeler yardımıyla fakülte birincilerini yeniden belirleyelim.

Bu bölümde çalışma yaptığımız Ege Bölgesindeki bir üniversitenin eğitim fakültesinde, 2016-2017 öğretim yılında mezun veren farklı yedi programda ilk üç dereceye giren öğrencilerin notları ve bu notların sıralanışı üzerinde değerlendirmelerde bulunacağız. Öncelikli olarak fakültenin fakülte birincilerini belirlemede kullandığı yöntem kısaca anlatılacak, daha sonra ise bulanık parametreli bulanık esnek kümelerin sıralama ve karar vermede kullanılabilmesi için bir algoritma belirleyeceğiz. Bu algoritmaya göre hesaplanan veriler yeniden değerlendirilecek ve yeni bir sıralama çıkacaktır. Bu bölümde, yedi program ve her programda ilk üçe giren toplam 21 öğrencinin transkripti incelenmiş olduğundan $U = \{tr_1, tr_2, tr_3, ..., tr_{21}\}$ kümesini evrensel küme olarak alacağız. Programların oluşturduğu küme ise $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7\}$ olarak alacağız.

3.6. Klasik Yöntemlerle Fakülte Birincisi Belirleme

Çalışma yaptığımız fakültenin fakülte birincilerini belirlemede kullandığı yönteminin temel tanımlarını verdikten sonra bu metoda göre 2016-2017 yılında belirlenen sıralamayı paylaşacağız.

Tanım 3.65. Bir programda okutulan tüm derslerin fakülte tarafından belirlenen Avrupa kredi transfer değerlerine ECTS denir.

Tanım 3.66. Bir programda yedi dönem boyunca okutulan n tane ders için verilen ECTS değerlerinin oluşturduğu matrisi

$$G = \left[g_{1j} \right]_{1\times n}$$

ile gösterebiliriz. Bu matrise ECTS matrisi diyeceğiz.

Tanım 3.67. Bir öğrencinin programında yedi dönem boyunca okuduğu n tane dersin her birinden aldığı notların harf karşılıklarına o dersin başarı notu denir.

Tanım 3.68. Bir öğrencinin yedi dönem boyunca okuduğu n tane dersten almış olduğu başarı notlarını oluşturan matris

$$P = \left[n_{i1} \right]_{n\times 1}$$

şeklinde gösterilir.

Tanım 3.69. Bir öğrencinin her bir dersten aldığı başarı notu ile o derse ait ECTS değerinin çarpımıyla oluşan değere ağırlıklı başarı puanı denir. Yedi dönem boyunca okuduğu tüm derslerin ağırlıklı başarı puanlarının toplamına ise Kısmi Ağırlıklı Başarı Puanı (KABP) denir. Bu değer

$$T = \left[t_i \right]_{1\times 1} = \left[g_{1\times j} \right]_{1\times n} . \left[p_{i\times 1} \right]_{n\times 1}$$

matrisi ile gösterilir.

Tanım 3.70. Bir öğrencinin yedi dönem sonundaki KABP değerinin yedi dönem sonunda aldığı tüm derslerin ECTS değerlerinin toplamı olan 210 sayısına bölümüne Kısmi Ağırlıklı Not Ortalaması (KANO) denir ve $N = \left[tr_i \right]_{1\times 1}$ ile gösterilir.

Vermiş olduğumuz tanımlara göre araştırma grubumuzdaki 21 öğrencinin notları hesaplandığında, öğrencilerin yedinci dönem sonundaki KANO’ ya göre hesaplayıp, sıralama bu notlara göre yapılmıştır. Ayrıca bizler öğrencilerin sekizinci dönem sonunda oluşan KANO’larını yani Genel Ağırlıklı Not Ortalamaları (GANO) hesaplayıp Çizelge 3.1’de verildi.

Çizelge 3.1’e bakıldığında öncelikli olarak yedinci dönem sonunda yapılan sıralama ile sekizinci dönem sonunda yapılacak olan sıralama arasında bir fark olduğu görülmektedir. Bu farklılığı ortadan kaldırmak, önceden tahmin etmek mümkün müdür?

Çizelge 3.1. Kısmi Ağırlıklı ve Genel Ağırlıklı Not Ortalamaları Çizelgesi (KANO-GANO)

U	P	KANO	U	P	GANO
tr01	p1	3.58	tr02	p1	3.59
tr02	p1	3.56	tr01	p1	3.59
tr03	p2	3.52	tr04	p3	3.56
tr04	p3	3.5	tr03	p2	3.54
tr05	p4	3.48	tr06	p1	3.53
tr06	p1	3.46	tr05	p4	3.51
tr07	p3	3.43	tr07	p3	3.49
tr08	p3	3.41	tr08	p3	3.43
tr09	p4	3.35	tr09	p4	3.37
tr10	p4	3.34	tr10	p4	3.36
tr11	p2	3.3	tr11	p2	3.36
tr12	p5	3.29	tr12	p5	3.36
tr13	p6	3.25	tr13	p6	3.28
tr14	p5	3.22	tr14	p5	3.28
tr15	p2	3.2	tr15	p2	3.27
tr16	p7	3.17	tr17	p5	3.24
tr17	p5	3.16	tr18	p6	3.23
tr18	p6	3.15	tr16	p7	3.2
tr19	p6	3.12	tr19	p6	3.19
tr20	p7	3	tr20	p7	3.09
tr21	p7	2.97	tr21	p7	3.06

3.7. bpbe-Kümeler Yardımıyla Fakülte Birincilerini Belirleme

Yeni bir yöntem olarak vereceğimiz bulanık parametreli bulanık esnek kümelerde karar verme yöntemi için tanımlarımızı ve gerekli algoritmamızı verelim.

Tanım 3.71. m tane öğrenci ve n tane bilgi türü olsun. Bu öğrencilerin her bir bilgi türünden aldıkları tüm notların aritmetik ortalamasını veren matrise "yalın ortalama matrisi" denir ve $Y = \left[y_{ij} \right]_{m \times n}$ ile gösterilir. Burada, y_{ij} bileşeni, i. kişinin j. Bilgi türünden ortalamasını göstermektedir.

Tanım 3.72. m tane öğrenci ve n tane bilgi türü olsun. Bu öğrencilerin her bir bilgi türünden aldıkları tüm notların kısmi ağırlıklı not ortalamasını veren matrise "bilgi bazlı

KANO matrisi" denir ve $K=\left[k_{ij}\right]_{m\times n}$ ile gösterilir. Burada, k_{ij} bileşeni, i. kişinin j. bilgi türünden kısmi ağırlıklı not ortalamasını göstermektedir.

Tanım 3.73. m tane öğrencinin n tane bilgi türü olsun. Bir bilgi türündeki toplam ECTS miktarının 240 ECTS miktarına bölünmesi ile bilgi oran değerini bulalım. Her öğrenci için bu değerleri gösterdiğimiz $O=\left[o_{ij}\right]_{m\times n}$ matrisine bilgi oran matrisi denir. Burada, o_{ij} bileşeni, i. kişinin kayıtlı olduğu programda j. bilgi türünün programdaki ağırlığını göstermektedir.

Tanım 3.74. Yalın ortalama matrisi ile bilgi oran matrisinin hadamard çarpımına esnek ortalama matrisi denir. Esnek ortalama matrisi $E=\left[e_{ij}\right]_{m\times n}$ olmak üzere, $e_{ij}=y_{ij}.o_{ij}$ şeklinde tanımlanır.

Tanım 3.75. Parametre kümesindeki bilgi türlerinin her biri için belirlenen üyelik fonksiyonlarında her öğrenci için çıkan değerlerin oluşturduğu matrisi $B=\left[b_{ij}\right]_{m\times n}$ ile gösterelim. Bu matrise bulanıklaştırma matrisi denir. Burada b_{ij}, i. öğrencinin dâhil olduğu programdaki j. bilgi türünün üyelik derecesini göstermektedir.

Tanım 3.76. Esnek ortalama matrisi ile bulanıklaştırma matrisinin transpozunun çarpımı sonucu oluşan matrise durulaştırma matrisi ve yapılan işleme durulaştırma işlemi denir. Bu işlemden elde edilen matrisin köşegen elemanlarından oluşan matrise karar vermemizi sağlayacak seçim matrisi denir. $D=\left[d_{ij}\right]_{m\times 1}=\left[e_{ij}\right]_{m\times n}.\left[b_{ij}\right]_{m\times n}^{T}$ matrisi durulaştırma matrisi ve $S=\left[s_i\right]_{m\times 1}=\left[d_{ii}\right]_{m\times 1}$ seçim matrisidir.

Şimdi bu tanımları kullanarak algoritmamızı ve uyguladığımız örneği verelim.

Algoritma 3.77. Bulanık parametreli bulanık esnek kümelerin fakülte birincilerini hesaplamada aşağıdaki algoritma takip edilir.

1. Yalın ortalama matrisi hesaplanır. $Y=\left[y_{ij}\right]$
2. Bilgi bazlı KANO' lar hesaplanır. $K=\left[k_{ij}\right]$
3. Bilgi oran matrisi (Parametre kümesinin ağırlıkları) hesaplanır. $O=\left[o_{ij}\right]$

4. Esnek ortalama matrisi hesaplanır. $E = \left[e_{ij} \right]$, $e_{ij} = y_{ij}.o_{ij}$.
5. Bulanıklaştırma işlemi yapılır. $B = \left[b_{ij} \right]$
6. Durulaştırma işlemi yapılarak seçim matrisi oluşturulur ve sıralama yapılır.

$S = \left[s_i \right]$, $s_i = \sum_{j=1}^{3} e_{ij}.b_{ij}$

4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Son yıllarda yapılan yapay zekâ çalışmalarıyla hataları en aza indirme ve önceden tahmin elbette en az hata ile mümkün olabilir. Bizler bu çalışmayı bulanık parametreli bulanık esnek kümelerde yapabilmek için öğrencilerin almış oldukları derslerin meslek bilgisi, alan bilgisi ve genel kültür bilgisi olarak ayrı ayrı not ortalamaları ile o dönem bu programlardan mezun olan öğrencilerin tamamının program bazlı ortalamasını aşağıdaki Çizelge 4.1'de verildi.

Çizelge 4.1'de sınıf ortalaması (SO) ile öğrencinin kayıtlı olduğu programdan mezun olan öğrencilerin genel ortalaması verilmiştir. Ayrıca bir öğrencinin Alan (A), Genel Kültür (GK) ve Meslek Bilgisi (MB) derslerinin yedinci dönem sonu KANO'ları verilmiştir.

Çizelge 4.1 incelendiğinde aslında sekizinci dönem sonunda ki genel ağırlıklı not ortalamaları da öğrencilerin gerçek sıralamaları için yeterli olamadığını gösteriyor. Örneğin 1. ve 2. Olan öğrencilerin GANO'ları eşittir. Peki, hangi öğrenci daha birincidir?

Çizelge 4.1. Program Bazlı Bilgi Türleri Ortalama Matrisi

	KANO	GANO	SO	A	GK	MB
tr01	3.58	3.59	3.12	3.48	3.63	3.74
tr02	3.56	3.59	3.12	3.64	3.33	3.7
tr03	3.52	3.54	2.97	3.45	3.7	3.58
tr04	3.5	3.56	3.01	3.38	3.8	3.8
tr05	3.48	3.51	3.04	3.42	3.5	3.68
tr06	3.46	3.53	3.12	3.48	3.58	3.4
tr07	3.43	3.49	3.01	3.37	3.65	3.65
tr08	3.41	3.43	3.01	3.44	3.28	3.52
tr09	3.35	3.37	3.04	3.28	3.26	3.62
tr10	3.34	3.36	3.04	3.15	3.31	3.76
tr11	3.3	3.36	2.97	3.25	3.54	3.43
tr12	3.29	3.36	2.84	3.24	3.41	3.63
tr13	3.25	3.28	2.82	3.07	3.5	3.52
tr14	3.22	3.28	2.84	3.1	3.61	3.53
tr15	3.2	3.27	2.97	3.1	3.54	3.41
tr16	3.17	3.2	2.81	3.04	3.38	3.54
tr17	3.16	3.24	2.84	2.95	3.76	3.6
tr18	3.15	3.23	2.82	3.1	3.25	3.45
tr19	3.12	3.19	2.82	3.07	3.14	3.46

tr20	3	3.09	2.81	2.85	3.49	3.51
tr21	2.97	3.06	2.81	2.84	3.33	3.5

Özellikle farklı programlarda ki öğrenciler arasında sıralama yapılırken programın genel ders yoğunluğu ve bunun karşılığı olarak program mezunlarının genel ağırlıklı not ortalamalarının ortalamasının hesaba katılması beklenebilir. Böylece programlar arası farkı biraz daha aza indirilebilir. Özellikle eğitim fakültesi düşünüldüğünde öğrencilerin meslek bilgisi derslerinin ne kadar önemli olduğunu unutmamalıyız. Bunun yanında bazı meslek bilgisi derslerinin, genel kültür derslerinden daha az ECTS’ ye sahip olmaları ortalamalar hesaplanırken meslek derslerinin önemsiz görülmesine neden olmaktadır. Ortalama hesabında bazı öğrenciler meslek bilgisi derslerinden ortalamaları daha düşük olmasına rağmen genel kültür derslerinin yüksek olması sebebiyle GANO sıralamasında daha üste çıkabilmektedir. Bizde bulanık parametreli bulanık esnek küme mantığı kullanarak bu sıralama esaslarını dilsel bir anlatımdan hesaplamaya dökeceğiz. Öncelikli olarak bulanık parametreli bulanık esnek küme ile hesaplamanın temel bir sıkıntından bahsetmek gerekirse, hesaplama işlemi çok uzun zaman almaktadır. Kriterlerin belirlenmesi ve uygulanması için çok fazla uzman görüşü alınmak durumundadır. Ayrıca bulanık parametreli bulanık esnek küme, dilsel bir anlatımın hesaplanması olduğundan farklı bir fakültede yaptığımız çalışmanın tekrar geliştirilmesi ve hesaplamalarda kullanılan parametrelerin yeniden düzenlenmesi gerekmektedir.

Şimdi Çizlge 3.1’e tekrar bakıp bazı öğrencileri kıyaslamaya çalışalım. tr01 ve tr02 öğrencilerinin sekizinci dönem sonu GANO’ ları eşit. Fakat Çizelge 4.1 incelendiğinde tr01 in ortalamasını yükselten asıl derslerin genel kültür dersleri olduğu görülmektedir. Bu durumda şu soru aklımıza gelebilir. Meslek bilgisi ve alan bilgisi dersleri bir öğretmen adayı için genel kültür dersleri ile eşit değerlendirilmeli midir? Çizelgeyi biraz daha detaylandırdığımızda fakülteden mezun olan öğrencilerin program bazlı SO sına baktığımızda şu soruyu sormamız gerekir. tr01 ve tr02 SO sı 3.12 olan bir bölümde 3.59 ortalama ile mezun olmuşlar iken, tr03 ise SO sı 2.97 olan programda 3.54 ortalama ve tr04 ise SO sı 3.01 olan programda 3.56 ortalama ile mezun olmuştur. Bu durumda kendi bölümleri ile ilgili sıralama yapılırken dikkate almadığımız programın sınıf ortalaması, farklı programların kıyasında bize bir nebze programın ders yoğunluğu hakkında genel bir bilgi verebilir. Özellikle günlük hayatta kullandığımız bu dil, esnek küme mantığı ile hesaplamaya da dahil edilebilir. Eğitim fakültesi için parametre kümemizi Alan bilgisi, Meslek Bilgisi, Genel Kültür Bilgisi olarak üç bilgi türü ile kısıtladık. Fakat bu bilgi türleri değiştirilebilir. Şimdi hesaplama için verdiğimiz algoritmayı çalışma yaptığımız grup üzerinde uygulayalım.

Örnek 3.78. $U=\{tr_1,tr_2,tr_3,...,tr_{21}\}$ evrensel kümemiz fakültedeki seçilen öğrencilerin kümesi, $E=\{A,GK,MB\}$ parametre kümesi ve fakültedeki programların kümesi $P=\{p_1,p_2,p_3,p_4,p_5,p_6,p_7\}$ olsun.

Adım 1. Her öğrencinin alan bilgisi, genel kültür bilgisi ve meslek bilgisi derslerinden aldıkları tüm notların aritmetik ortalaması hesaplanır. Bu durumda yalın ortalama matrisi

$$Y=\begin{bmatrix} 3.46 & 3.63 & 3.62 \\ 3.66 & 3.31 & 3.65 \\ 3.45 & 3.60 & 3.57 \\ 3.30 & 3.71 & 3.75 \\ 3.44 & 3.50 & 3.54 \\ 3.46 & 3.53 & 3.23 \\ 3.36 & 3.57 & 3.58 \\ 341 & 3.18 & 3.42 \\ 3.28 & 3.25 & 3.50 \\ 3.17 & 3.34 & 3.69 \\ 3.24 & 3.40 & 3.36 \\ 3.25 & 3.32 & 3.50 \\ 3.05 & 3.46 & 3.40 \\ 3.06 & 3.55 & 3.42 \\ 3.12 & 3.50 & 3.32 \\ 3.10 & 3.19 & 3.42 \\ 2.96 & 3.73 & 3.50 \\ 3.07 & 3.25 & 3.33 \\ 3.05 & 3.11 & 3.37 \\ 2.92 & 3.38 & 3.38 \\ 2.85 & 3.08 & 3.33 \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

Adım 2. Her öğrencinin alan bilgisi, genel kültür bilgisi ve meslek bilgisi derslerinden aldıkları KANO ları hesaplanır. Bu hesaplamalarla oluşan bilgi bazlı KANO matrisi

$$K = \begin{bmatrix} 3.48 & 3.63 & 3.74 \\ 3.64 & 3.33 & 3.70 \\ 3.45 & 3.70 & 3.58 \\ 3.38 & 3.80 & 3.80 \\ 3.42 & 3.50 & 3.68 \\ 3.48 & 3.58 & 3.40 \\ 3.37 & 3.65 & 3.65 \\ 3.44 & 3.28 & 3.52 \\ 3.28 & 3.26 & 3.62 \\ 3.15 & 3.31 & 3.76 \\ 3.25 & 3.54 & 3.43 \\ 3.24 & 3.41 & 3.63 \\ 3.07 & 3.50 & 3.52 \\ 3.10 & 3.61 & 3.53 \\ 3.10 & 3.54 & 3.41 \\ 3.04 & 3.38 & 3.54 \\ 2.95 & 3.76 & 3.60 \\ 3.10 & 3.25 & 3.45 \\ 3.07 & 3.14 & 3.46 \\ 2.85 & 3.49 & 3.51 \\ 2.84 & 3.33 & 3.50 \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

Adım 3. Her öğrenci için parametrelerin ağırlık değerleri, parametredeki her bilgi türünden alınan toplam ECTS kredisinin 240 a bölünmesi ile elde edilmiştir. Bu ağırlık değerlerinin verildiği bilgi oran matrisi

$$O = \begin{bmatrix} 0.49 & 0.21 & 0.30 \\ 0.49 & 0.21 & 0.30 \\ 0.54 & 0.22 & 0.25 \\ 0.56 & 0.18 & 0.26 \\ 0.51 & 0.21 & 0.28 \\ 0.49 & 0.21 & 0.30 \\ 0.56 & 0.18 & 0.26 \\ 0.56 & 0.18 & 0.26 \\ 0.51 & 0.21 & 0.28 \\ 0.51 & 0.21 & 0.28 \\ 0.54 & 0.22 & 0.25 \\ 0.60 & 0.16 & 0.24 \\ 0.53 & 0.18 & 0.28 \\ 0.60 & 0.16 & 0.24 \\ 0.54 & 0.22 & 0.25 \\ 0.62 & 0.17 & 0.21 \\ 0.60 & 0.16 & 0.24 \\ 0.53 & 0.18 & 0.28 \\ 0.53 & 0.18 & 0.28 \\ 0.62 & 0.17 & 0.21 \\ 0.62 & 0.17 & 0.21 \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Bu matrise dikkat edilirse öğrencilerin toplamda aldıkları ECTS miktarları eşit olmasına rağmen, programlar arası dağılımın farklı olduğu görülmektedir. Özellikle birinci ve ikincinin alan dersleri oranı az olan programdan çıkmış olması ve 20 ve 21. kişilerin ise alan dersleri oranı en çok olan programdan çıkmaları ise bu hesaplama yöntemine yön vermektedir.

Adım 4. Yalın ortalama matrisi ile bilgi oran matrisini kullanarak esnek ortalama matrisini hesaplayalım. Esnek ortalama matrisi $E = \left[e_{ij}\right]_{m\times n}$ ile gösterirsek, $e_{ij} = y_{ij}.o_{ij}$ olmak üzere; esnek ortalama matrisi aşağıdaki şekildedir.

$$E=\begin{bmatrix}1.70 & 0.77 & 1.07\\ 1.80 & 0.70 & 1.08\\ 1.86 & 0.78 & 0.88\\ 1.84 & 0.68 & 0.97\\ 1.75 & 0.73 & 1.00\\ 1.70 & 0.75 & 0.96\\ 1.88 & 0.65 & 0.93\\ 1.90 & 0.58 & 0.88\\ 1.67 & 0.68 & 0.99\\ 1.61 & 0.70 & 1.05\\ 1.74 & 0.74 & 0.83\\ 1.95 & 0.53 & 0.85\\ 1.63 & 0.64 & 0.96\\ 1.83 & 0.56 & 0.83\\ 1.68 & 0.76 & 0.82\\ 1.92 & 0.53 & 0.73\\ 1.78 & 0.59 & 0.85\\ 1.64 & 0.60 & 0.94\\ 1.63 & 0.57 & 0.95\\ 1.81 & 0.56 & 0.72\\ 1.77 & 0.51 & 0.71\end{bmatrix}$$

Adım 5. Şimdide her bilginin üyelik derecelerini programa ve öğrenciye bağlı olarak hesaplayalım. Bu hesaplamada kullanılacak üyelik fonksiyonları $\mu_A(tr_i)=0,5+\dfrac{tr_i(A)-N_{pi}}{4}$, $\mu_{GK}(tr_i)=0,5+\left(\dfrac{tr_i(GK)-N_{pi}}{4}\right)^3$ ve $\mu_{MB}(tr_i)=0,5+\left(\dfrac{tr_i(MB)-N_{pi}}{4}\right)^2$ şeklinde belirlenmiştir. Burada N_{pi} ile p_i programından mezun olanların genel ortalaması, $tr_i(A)$, $tr_i(GK)$ ve $tr_i(MB)$ ile tr_i öğrencisinin A, GK ve MB bilgilerinden elde ettiği GANO' ları kastedilmiştir. Bu üyelik dereceleri öğretmen adaylarının yeterliliklerinin incelenmesi sonucu belirlenmiştir. Verilen üyelik fonksiyonlarına göre üyelik değerlerinin yazılı olduğu bulanıklaştırma matrisi aşağıdaki şekildedir.

$$B=\begin{bmatrix} 0.59 & 0.50 & 0.52 \\ 0.63 & 0.50 & 0.52 \\ 0.62 & 0.51 & 0.52 \\ 0.59 & 0.51 & 0.54 \\ 0.60 & 0.50 & 0.53 \\ 0.59 & 0.50 & 0.50 \\ 0.59 & 0.50 & 0.53 \\ 0.61 & 0.50 & 0.52 \\ 0.56 & 0.50 & 0.52 \\ 0.53 & 0.50 & 0.53 \\ 0.57 & 0.50 & 0.51 \\ 0.60 & 0.50 & 0.54 \\ 0.56 & 0.50 & 0.53 \\ 0.56 & 0.51 & 0.53 \\ 0.53 & 0.50 & 0.51 \\ 0.56 & 0.50 & 0.53 \\ 0.53 & 0.51 & 0.54 \\ 0.57 & 0.50 & 0.52 \\ 0.56 & 0.50 & 0.53 \\ 0.51 & 0.50 & 0.53 \\ 0.51 & 0.50 & 0.53 \end{bmatrix}$$

Görüldüğü gibi bu üyelik dereceleri ile genel kültür bilgisi her öğrenci için yaklaşık eşit seviyelere gelmiştir. Buda üyelik derecelerinin seçiminin istenen doğrultuda olduğunu göstermektedir.

Adım 6. Esnek ortalama matrisi ile bulanıklaştırma matrisini kullanarak durulaştırma işlemini yapacağımız ve karar vermemizi sağlayacak sonuç matrisimizi hesaplayalım. Bu matris $s_i=\sum_{j=1}^{3} e_{ij}b_{ij}, \quad i=1,2,\ldots,21$ olmak üzere $S=[s_i]$ şeklindedir. Bu matris aşağıdaki şekildedir.

$$S = \begin{bmatrix} 1.952 \\ 2.049 \\ 2.005 \\ 1.961 \\ 1.935 \\ 1.865 \\ 1.924 \\ 1.903 \\ 1.788 \\ 1.756 \\ 1.787 \\ 1.892 \\ 1.75 \\ 1.757 \\ 1.692 \\ 1.728 \\ 1.694 \\ 1.726 \\ 1.701 \\ 1.587 \\ 1.528 \end{bmatrix}$$

Bu matrise göre sıralama yapıldığında elde edilen sonuç
tr02>tr03>tr04>tr01>tr05>tr07>tr08>tr12>tr06>tr09>tr11>tr14>tr10>tr13>tr16>tr18>tr19>tr17>tr15>tr20>tr21
şeklindedir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

5.1 Sonuçlar

Yapmış olduğumuz bu sıralama fakültenin yapmış olduğu sıralamadan farklı bir sıralamadır. Fakat sekizinci yarıyıl sonunda ortaya çıkan GANO'ya göre sıralamayla kıyaslayınca daha çok benzerlik göstermektedir. Bu sıralama tr02>tr01>tr04>tr03>tr06>tr05>tr07>tr08>tr09>tr10>tr11>tr12>tr13>tr14>tr15>tr17>tr18>tr16>tr19>tr20>tr21 şeklindeydi. Dikkat edilirse bu sıralamalar arasında en büyük fark ortalaması düşük programdaki öğrencilerin sıralamaları ile alakalı olmuştur. Yedinci ve sekizinci dönem hesaplamasına göre 12. Sırada bulunan öğretmen adayı tr12 yeni sistemle sekizinci sıraya çıkmış, tr03 nolu öğretmen adayı ise ikinci sıraya yerleşmiştir. Burada tr12 nolu öğretmen adayı detaylı incelendiğinde mezun olduğu programın alan bazlı ders yükünün fazla olduğu, genel kültür derslerinin ağırlığının az olduğu görülmüştür.

Ayrıca programın genel ortalamasının diğer programlara göre düşük olması alan derslerinin ağırlığının öğrencilerin üzerinde fazla yük oluşturduğu ve ortalamalarının düşmesine neden olduğunu düşünebiliriz.

5.2 Öneriler

Alan derslerinin ağırlığının fazla olduğu programda okuyan bu öğrencilerin alan derslerinin ortalamaları, genel kültür ve meslek bilgisi derslerine göre daha düşük ve ECTS'lerinin yüksek olmasından kaynaklı olarak normal sıralamada geri planda kalmaktadırlar. Bu durumlar göz önüne alındığında;

Bu sıralama yapılırken kullandığımız faktörler ile şu etkenler ortadan kaldırılabilir.

1. Bölümler arasındaki farklıklar,
2. Yedinci dönem ortalamasına göre yapılmasından kaynaklı sıkıntılar
3. Özellikle genel ortalaması çok yüksek olan derslerden alınan puanların ortalamayı fazla etkilemesi,

4. Aynı dersi farklı hocadan almak zorunda kalan öğrenciler arasındaki yaşanan “sizde hoca kolay sormuş bizde zordu” konuşmalarına sebep olan eşitsizlik,

5. Adaletli bir puanlama yapılamaması (örneğin özellikle ilköğretim ve ortaöğretim kurumlarında öğrencilerin başarılı göstermek için okul puanlarının şişirilmesi).

Görüldüğü gibi sistemin işlemesi bir nebze yordama geçerliliği ile alakalı olarak yapay zekânın kullanılması mantığına dayanmaktadır. Bu sistemin zayıf yönleri elbette vardır. Örneğin verilerin detaylı incelenmesi için uzun bir çalışma zamanı, sistemin kurulması için kullanılacak bölgede uzun bir gözlem süresi, mevcut sistemdeki hataların tespiti ve bu sistemi kuracak kişiye bağımlılık sistemin zayıf yönleridir. Fakat bir defa sistemin kurulması ve bu hesaplamaları yapmak için kullandığımız öğrenci bilgi sistemlerinin geliştirilmesi sonrasında daha yordayıcı ve daha adaletli seçimler ve sıralamalar yapmamızı sağlayacaktır.

NOT: Bu tez çalışması başladıktan sonra 2018-2019 öğretim yılı itibari ile eğitim fakültelerindeki öğretmenlik programlarının müfredatı güncellenmiş olup, okutulan alan bilgisi, genel kültür bilgisi ve meslek bilgisi derslerinin ECTS ağırlıkları tüm üniversitelerde eşit ve tüm programlarda birbirine yakın seviyelere getirilmiştir. Böylece her programa eşit seviyede meslek, alan ve genel kültür bilgisi verilmeye başlanmıştır.

KAYNAKLAR

Acar, U., Koyuncu, F. and Tanay B., 2010, Soft sets and soft rings. *Computers and Mathematics with Applications*, 59, 3458-3463.

Ali, M., I., Feng, F., Liu, X., Min, W., K. and Shabir, M., 2009, On some new operations in soft set theory. *Computers and Mathematics with Applications*, 57, 1547-1553.

Aktaş, H. and Çağman, N., 2007, Soft sets and soft groups. *Information Sciences*, 177(1), 2726-2735.

Aygünoglu, A. and Aygün, H., 2011, Some notes on soft topological spaces. *Neural Computing and Applications*, 21 (1), 113-119.

Chen, D., Tsang, E.C.C., Yeung, D.S. and Wang, X., 2005, The parameterization reduction of soft sets and its applications. *Computers and Mathematics with Applications*, 49 (1), 757-763.

Çağman, N. and Enginoğlu, S., 2010a, Soft set theory and *uni-int* decision making. *European Journal of Operational Research*, 207, 848-855.

Çağman, N. and Enginoğlu, S., 2010b, Soft matrix theory and ıts decision making. *Computers and Mathematics with Applications*, 59, 3308-3314.

Çağman, N., Çıtak, F., Erdoğan, F., 2010, Fuzzy parameterized fuzzy soft set theory and its applications, *Turkish Journal of Fuzzy Systems*, Vol.1, No.1, pp. 21-35.

Çağman, N., Çıtak, F. and Aktaş, H., 2011, Soft ınt-group and ıts applications to group theory. *Neural Computing and Applications*, 21 (1), 151-158.

Gong, K., Xiao, Z. and Zhang, X., 2010, The bijective soft set with ıts operations. *Computers and Mathematics with Applications*, 60, 2270-2278.

İbrahim, A., M., Dauda, M., K. and Singh, D., 2012, Composition of soft set relations and construction of transitive closure. *Mathematical Theory and Modeling*, 2 (7), 98-107.

Klir, G.J. and Folger, T.A.,1988, Fuzzy sets, uncertainty and ınformation, prentice-hall.

Kim, Y., C., 2012. Soft lower and upper approximations. *International Journal of Contemporary Mathematical Sciences*, 7 (13), 641-648.

Kong, Z., Gao, L., Wang, L. and Li, S., 2008, The normal parameter reduction of soft sets and ıts algoritm. *Computers and Mathematics with Applications*, 56 (1), 3029-3037.

Maji, P.K., Biswas, R. and Roy, A.R., 2001, Fuzzy soft sets, *Journal of Fuzzy Mathematics*, 9 (3), 589-602.

Maji, P. K., Bismas, R. and Roy, A.R., 2003, Soft set theory, *Computers and Mathematics with Applications*, 45(1), 555-562.

Maji, P.K., Roy, A.R. and Biswas, R., 2002, An application of soft sets in a decision making problem, *Computers and Mathematics with Applications*, 44 (1), 1077-1083.

Majumdar, P. and Samanta, S. K., 2008, Similarity measure of soft sets. *New Mathematics and Natural Computation*, 4 (1), 1-12.

Molodtsov, D., 1999, Soft set theory-first results, *Computers and Mathematics with Applications*, 37 (1), 19-31.

Molodtsov, D. A., 2001, Describing dependences using soft sets. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 40 (6), 975-982.

Molodtsov, D. A., Leonov V. Yu. and Kovkov D. V., 2006, Soft sets technique and ıts application, *Nechetkie Sistemy i Myagkie Vychisleniya*, 1 (1), 8-39.

Molodtsov, D., A., 2011,Soft portfolio control. *Automation and Remote Control*, 72(8), 1705-1717.

Park, J., H., Kim, O., H. and Kwun, Y., C., 2012, Some properties of equivalence soft set relations. *Computers and Mathematics with Applications*, 63, 1079-1088.

Pawlak, Z., 1982, Rough sets. *International Journal of Information and Computer Sciences*, 11 (1), 341-356.

Pei, D. and Miao, D., 2005, From soft sets to ınformation systems. *In: Proceedings of Granular Computing (Eds: X. Hu, Q. Liu, A. Skowron, T.Y. Lin, R.R. Yager, B.Zhang)* İnstitut of Electrical and Electronics Enginers, 2, 617-621.

Razak, S. A. and Mohamad, D., 2011, A Soft set based group decision making method with criteria weight. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 58, 574-579.

Sezgin, A. and Atagün, A., O., 2011, Soft groups and normalistic soft groups. *Computers and Mathematics with Applications*, 62,685-698.

Sezgin, A., Atagün, A., O. and Çağman, N., 2011a, Soft ıntersection near-rings with ıts applications. *Neural Computing and Applications*, 21 (1), 221-229.

Sezgin, A., Atagün, A., O. and Çağman, N., 2011b, Union soft substructures of near-rings and *N*-Groups. *Neural Computing and Applications*, 21 (1), 133-143.

Sezgin, A. and Atagün, A., O., 2012, On operations of soft sets. *Computers and Mathematics with Applications*, 61, 1457-1467.

Tanay, B. and Kandemir, M., B., 2011, Topological structure of fuzzy soft sets. *Computers and Mathematics with Applications*, 61, 2952-2957.

Yamak, S., Kazanç, O. and Davvaz, B., 2011, Soft hyperstructure. *Computers and Mathematics with Applications*, 62, 797-803.

Yang, H., L. and Guo, Z., L., 2011, Kernels and closures of soft Set relations, and soft set relation mappings. *Computers and Mathematics with Applications*, 61, 651-662.

Yang, C., F., 2008, A Note on "Soft set theory" *Computers and Mathematics with Applications*, 56, 1899-1900.

Zadeh, L.A., 1965, Fuzzy sets, *Inform. and Control,* 8 (1), 338-353.

Zorlutuna, I., Akdaş, M., Min, W., K. and Atmaca, S., 2012, Remarks on soft topological spaces. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics*, 3 (2), 171-185.

Ek- 9

Kontrol Edilecek Hususlar	Evet	Hayır
Sayfa yapısı uygun mu?	X	
Şekil ve çizelge başlık ve içerikleri uygun mu?	X	
Denklem yazımları uygun mu?	X	
İç kapak, onay sayfası, tez bildirimi, özet, abstract, önsöz ve/veya teşekkür uygun yazıldı mı?	X	
Tez yazımı; Giriş, Kaynak Araştırması, Materyal ve Yöntem (veya Teorik Esaslar), Araştırma Bulguları ve Tartışma, Sonuçlar ve Öneriler sıralamasında mıdır?	X	
Kaynaklar soyadı sırasına göre verildi mi?	X	
Kaynaklarda verilen her bir yayına tez içerisinde atıfta bulunuldu mu?	X	
Kaynaklar açıklanan yazım kuralına uygun olarak yazıldı mı?	X	
Tez içerisinde kullanılan şekil ve çizelgelerde kullanılan ifadeler Türkçe'ye çevrilmiş mi? (Latince ve Özel kelimeler hariçtir)	X	
Tezin içindekiler kısmı, tez içerisinde verilen başlıklara uygun hazırlanmış mı?	X	
+Tez Önerisi Formunun (FBE Form 22) ilk sayfası ile birlikte materyal ve yöntem kısımlarını içeren sayfaların fotokopisini tezinizin içindekiler sayfasından önce telli zımbalı formda koydunuz mu?	X	

Yukarıdaki verilen cevapların doğruluğunu kabul ediyorum.

	Unvanı Adı SOYADI	İmza
Öğrenci :	Şahzelen IŞIK	…………………
Danışman :	Dr. Öğrt. Üyesi Muhammed Recai TÜRKMEN	…………………

Tez tesliminde enstitü web sayfası veri tabanında yayınlanmasına izin **vermiyorum**.

Fen Bilimleri Enstitüsü Onayı
Bu tez MŞÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygundur.

Onaylayan Adı SOYADI	Tarih	İmza
Dr. Öğretim Üyesi Harun ÖNLÜ	19.06.2019	…………

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı	**:**	Şahzelen IŞIK
Uyruğu	**:**	T.C.
Doğum Yeri ve Tarihi	**:**	İdil/ŞIRNAK 06.04.1992
Telefon	**:**	05316994268
e-mail	**:**	sahzelen@hotmail.com

EĞİTİM

Derece		**Adı, İlçe, İl**	**Bitirme Yılı**
Lise	:	İMKB Anadolu Lisesi Merkez/ Mardin	**2009**
Üniversite	:	Muş Alparslan Üniversitesi	**2016**
Yüksek Lisans	:	Muş Alparslan Üniversitesi	**2019**