

**KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN BİRİNCİ DERECE DENKLEM VE
EŞİTSİZLİK GRAFİĞİ BİLGİSİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİ**

Perihan AYANOĞLU

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

**KASTAMONU
2012**

Her hakkı saklıdır

TEZ ONAYI

Perihan AYANOĞLU tarafından hazırlanan "7. Sınıf Öğrencilerinin Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem ve Eşitsizlik Grafiği Bilgisi Oluşturma Süreçleri" adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman : *Prof.Dr.Ahmet KAÇAR*

Jüri Üyeleri:

Prof.Dr.Ahmet KAÇAR
(Kastamonu Üniversitesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı)



Doç.Dr.İbrahim BÜYÜKYAZICI
(Ankara Üniversitesi, Matematik Bölümü)



Yrd.Doç.Dr.Abdulkadir TUNA
(Kastamonu Üniversitesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı)



Yukarıdaki sonucu onaylarım



Doç. Dr. Ömer KÜÇÜK

Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN BİRİNCİ DERECE DENKLEM VE EŞİTSİZLİK GRAFIĞI BİLGİSİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİ

Perihan AYANOĞLU

Kastamonu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ahmet KAÇAR

Bu çalışmada ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Uygun öğrenme-öğretme ortamlarının tasarlanması için sonuçla birlikte, süreçle de ilgilenilmelidir. Öyle ki süreçte yaşanan sıkıntı ve noksanlıklar daha açık bir şekilde belirlenebilir ve buna uygun çözümler üretilirse oluşan bilginin birey için daha da anlamlı olacağı açıktır.

Araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden bir örnek olay çalışmasıdır. Çalışma video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Araştırmada ayrıca gözlem ve doküman analizi yöntemleri kullanılmıştır. Çalışma biri pilot olmak üzere 3 okuldan 3'er öğrenci toplam 9 öğrenciyle yürütülmüştür. Çalışmaya katılacak öğrencileri belirlemek için katılımcı belirleme sınavı yapılmış, ayrıca öğrencilerin karne notları, SBS başarıları ve öğretmen görüşü gibi etkenler de göz önünde tutulmuştur.

Elde edilen verilerden bilgi oluşturma sürecinin çok yönlü olduğu, süreçte gözlenebilen eylemlerin birbiriyle iç içe olduğu ve kişiden kişiye değiştiği, süreçte bireylerin birbirinden farklı hızlarda yollar aldığı belirlenmiştir. Genel anlamda başarılı öğrencilerin soyutlama basamağına ulaşmada zorlanmadıkları, fakat bir grup öğrencinin yalnızca kısmen doğru bilgi yapıları oluşturabildikleri görülmüştür. Ayrıca grup etkileşiminin fazla olduğu gruptaki bireylerin diğer gruplara oranlara daha hızlı yol aldığı belirlenmiştir.

2012, 150 sayfa

Anahtar Kelimeler: soyutlama, bilgi oluşturma, soyutlama süreci

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

KNOWLEDGE CONSTRUCTION PROCESS OF THE 7th GRADE STUDENTS' OF FIRST DEGREE EQUATIONS WITH TWO UNKNOWNNS AND INEQUALITY GRAPH

Perihan AYANOĞLU

Kastamonu University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Education

Supervisor: Prof.Dr. Ahmet KAÇAR

The aim of this study is to analyse the knowledge constuction processes of the 7th grade students' first degree equations with two unknowns and inequality graph. In order to design appropriate learning- teaching atmosphere, it is very important to deal with the process as well as the result. It is clear that if the problems and deficiencies emerging in the process can be settled clearly and proper solutions are produced, it is obvious that new knowledge will be more meaningful.

This study that we are focusing is the case study which is one of the methods of qualitative research. The study has been recorded with a camera. In addition, observation and document analysis methods have been used. It has been carried out by the help of nine students from three different schools and from each school three students have attended the study. So as to define the students attending the case study group, a test has been done and the factors such as their school reports, their teachers' considerations about students and students' placement tests results have been taken into consideration.

It has been concluded from the data obtained that processes of constructing knowledge are multi-directional, the actions observed in the process are nested and subjective and it has been also clear that each of the students is learning at his/her own pace. Typically it has been understood that, successful students have no difficulties in reaching abstraction level, but it has been also reported that one group of students have constructed knowledge structures which are partially correct. As well as, it has also shown that the students whose group interaction is more than the others improve their skills more efficiently.

2012, 150 pages

Key Words : abstraction, construction of knowledge, process of abstraction

TEŞEKKÜR

Lisans ve yüksek lisans öğrenimim boyunca bilgi, öneri ve destekleriyle benim hep yanımda ve yol gösterenim olan değerli hocam Sayın Prof. Dr. Ahmet KAÇAR'a, her başım sıkıştığında çekinmeden ve sabırla bana yardım eden Sayın Yrd. Doç. Dr. Abdulkadir TUNA ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Güler TULUK'a,

Bana destek olan arkadaşlarıma,

Çalışmada yer alan sevgili öğrencilere,

Hayatımın her döneminde bana destek, yardımcı olan, sevgi ve ilgileriyle her zaman mutlu olduğum ve olacağımı bildiğim, zor zamanlarda sığındığım, cesaret bulduğum CANIM AİLEME özellikle de yokluğunu daima hissettiğim, özlemle andığım, anacağım CANIM BABAMA,
Sonsuz teşekkürler..

Perihan AYANOĞLU
Kastamonu, Ocak 2012

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
SİMGELER DİZİNİ	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	viii
1. GİRİŞ	1
1.1 SOYUTLAMA	1
1.2 SOYUTLAMA ÇEŞİTLERİ	6
1.3 RBC	13
2. ARAŞTIRMANIN AMACI VE ÖNEMİ	18
2.1 Problem Cümlesi	18
2.2 Alt Problemler	18
2.3 Araştırmanın Önemi	18
2.4 Sayıtlar	19
2.5 Sınırlılıklar	19
3. LİTERATÜR TARAMASI	20
4. YÖNTEM	25
4.1 Araştırma Modeli	25
4.2 Örnek Olay Çalışması Analizlerinin Geçerlik ve Güvenirliği	26
4.2.1 Örnek olay çalışması problemleri	26
4.2.2 Örnek olay incelemesinin geçerlik ve güvenirliği	27
4.3 Örnek Olay Çalışmasının Analizleri	27
5. BULGULAR	28
5.1 Mert, Bilal ve Serkan'ın Denklem Grafiği Bilgisi Oluşturma Süreçleri	28
5.1.1 Birinci soruya ait bulgu ve yorumlar	28
5.1.2 İkinci soruya ait bulgu ve yorumlar	33
5.1.3 Üçüncü soruya ait bulgu ve yorumlar	39
5.1.4 Dördüncü soruya ait bulgu ve yorumlar	41
5.1.5 Beşinci soruya ait bulgu ve yorumlar	42
5.1.6 Altıncı soruya ait bulgu ve yorumlar	46
5.2 Mert, Bilal ve Serkan'ın Eşitsizlik Grafiği Bilgisi Oluşturma Süreçleri	54
5.2.1 Birinci soruya ait bulgu ve yorumlar	54
5.2.2 İkinci soruya ait bulgu ve yorumlar	59
5.2.3 Üçüncü soruya ait bulgu ve yorumlar	62
5.2.4 Dördüncü soruya ait bulgu ve yorumlar	63
5.2.5 Beşinci soruya ait bulgu ve yorumlar	69
5.2.6 Altıncı soruya ait bulgu ve yorumlar	73
5.3 Eren, Elif ve Hakan'ın Denklem Grafiği Bilgisi Oluşturma Süreçleri	76
5.3.1 Birinci soruya ait bulgu ve yorumlar	76
5.3.2 İkinci soruya ait bulgu ve yorumlar	78

5.3.3 Üçüncü soruya ait bulgu ve yorumlar	81
5.3.4 Dördüncü soruya ait bulgu ve yorumlar	84
5.3.5 Beşinci soruya ait bulgu ve yorumlar	86
5.3.6 Altıncı soruya ait bulgu ve yorumlar	88
5.4 Eren, Elif ve Hakan'ın Eşitsizlik Grafiği Bilgisi Oluşturma Süreçleri	92
5.4.1 Birinci soruya ait bulgu ve yorumlar	92
5.4.2 İkinci soruya ait bulgu ve yorumlar	96
5.4.3 Üçüncü soruya ait bulgu ve yorumlar	99
5.4.4 Dördüncü soruya ait bulgu ve yorumlar	101
5.4.5 Beşinci soruya ait bulgu ve yorumlar	104
5.4.6 Altıncı soruya ait bulgu ve yorumlar	106
6. TARTIŞMA VE SONUÇ	109
7.ÖNERİLER	117
KAYNAKLAR	119
EKLER	123
ÖZGEÇMİŞ	150

SİMGELER DİZİNİ

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

SBS: Seviye Belirleme Sınavı

RBC: Recognising, Building-with, Construction (Tanıma, Kullanma, Oluşturma)

RME: Realistic Mathematics Education (Gerçekçi Matematik Eğitimi)

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 5.1 B öğrencisinin cevabı	28
Şekil 5.2 B öğrencisinin cevabı	34
Şekil 5.3 M öğrencisinin cevabı	41
Şekil 5.4 S öğrencisinin cevabı	42
Şekil 5.5 M öğrencisinin cevabı	45
Şekil 5.6 M öğrencisinin cevabı	46
Şekil 5.7 B öğrencisinin cevabı	49
Şekil 5.8 B öğrencisinin cevabı	50
Şekil 5.9 B öğrencisinin cevabı	54
Şekil 5.10 M öğrencisinin cevabı	58
Şekil 5.11 M öğrencisinin cevabı	58
Şekil 5.12 S öğrencisinin cevabı.....	73
Şekil 5.13 E öğrencisinin cevabı	88
Şekil 5.14 F öğrencisinin cevabı.....	99
Şekil 6.1 Matematikte bazı önemli beceriler	109
Şekil 6.2 Doğrusal ve ağ modeli şeklinde ön şartlılık	114
Şekil 6.3 Matematiksel bilginin çeşitli temsilleri ve birbirine dönüştürülebilirliği..	115

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1 Araştırmaya katılan öğrenci gruplarına ilişkin bilgiler.....	25
--	----

1. GİRİŞ

1.1 Soyutlama

Öğretimin hedefleri sıralanırken, özellikle öğretmeden çok öğrenmeye önem verilmekte, öğrenmenin tam ve öğrenci merkezli olması gerektiği vurgulanmaktadır.

Bu bağlamda,

- . Bütün öğrencilerin her şeyi öğrenmesi;
 - . Öğrencilerin öğrenmeyi sevmesi;
 - . Öğrenmenin hayat boyunca olması;
 - . Ezberlenecek bilgilerin azaltılması,
- gerekmektedir (Ersoy 1997).

Ezberlenecek bilgilerin azaltılması ya da anlamlı öğrenme ifadesi matematikte soyutlama ile eş tutulabilir. Çünkü bilgi oluşturma çoğu kez, matematiksel bilgi söz konusu olduğunda soyutlama ile aynı anlamdadır.

Çocukların matematiksel düşündüklerini gösterebilmek için, belli durumlardan genellemeler yapabilmeleri ve bu durumları soyutlaştırabilmeleri gerekir. Matematiksel düşünmenin bu hususları öğretimin de ilk boyutları olarak düşünülebilir. Bununla birlikte matematik merakını kaybetmemeli, ayrıca yaratıcılık ve uyarıcı rol oynayan durumlar dikkate alınmalıdır (Cameron 1998; Aktaran: Altun ve Olkun 2005).

Benim için yeni bir bilgi öğrenmek, yeni bir insan topluluğu ile tanışmaya benzetilmektedir. Bazı zamanlar insanlar etraflarında birbirinden farklı yüzler gördüklerinde şaşırırlar. Sonrasında yavaş yavaş birbirlerini tanımaya başlarlar (Papert 1980; Aktaran: Hazzan 2001). İşte bilgi alışverişi sırasında ortaya çıkan bu durum süreç uyumlu bir şekilde ilerletildiğinde başarılı şekilde sonuçlanmakta bilgi yapısı birey için daha anlamlı ve tanıdık hale dönüşmektedir. Bireyin kendisi için anlamlı hale dönüşecek bilgi yapısıyla donanmasında bireyin kendi özelliklerinin yanında çevresel faktörlerin de etkili olduğu yadsınamaz. Çocuklar, nesnelere üzerine

gerçekleştirdikleri eylemlerin ortak yönlerini içselleştirirler ve matematiksel bilgiyi soyutlarlar (Olkun ve Uçar 2006).

Soyutlama genel anlamda oldukça karmaşık bir kavramdır, birçok psikolog, eğitimci tarafından üzerinde çalışılmıştır. Soyutlama için tek bir tarif üzerinde hala bir ortak görüş yoktur. Buna rağmen bazı soyutlama türlerinin diğerlerinden daha etkili olduğu ve soyutlama yapabilme yetisinin de matematikle anlamlı uğraş için önemli bir yetenek olduğu konusunda genel bir ortak görüş de vardır (Hazzan and Zazkis 2005).

Sfard (1991,1992) ve Dubinsky (1991) çalışmalarında soyutlamanın genellemeye göre daha üst bir seviyeye yükseliş olduğunu belirtmişlerdir. Sfard (1991) ve Sfard (1992) çalışmalarında 3 terim ileri sürmüştür. Bunlar içselleştirme, yoğunlaşma, somutlaştırmadır. İçselleştirme tanıdık gelen matematiksel konuda bazı işlemler yapıldığı zaman olmaktadır. Yoğunlaşma süreci ise yönetilebilir üniteler halinde sürecin daha yoğun şekilde çalışıldığı zaman gerçekleşir. Bu iki sürecin de edinimsel olduğu söylenmektedir. Çünkü ikisi de süreç odaklıdır. Somutlaştırma ise edinimsel moddan sürecin tamamen amaç olduğu yapısal moda geçiş aşamasıdır. Dubinsky, bu geçişi dinamik süreci yansıtıcı soyutlamanın formu olan statik bir obje olarak tasvir etmektedir (White and Mitchelmore 1996).

Soyutlama filozofide yoğun araştırmanın bir amacıdır. Her zaman geçerli gerçeklere ulaşmanın yolunu soyutlamada bulanlar sadece Plato ve onun takipçileri değildir. Russell (1926) gibi modern filozoflar da soyutlamayı en büyük insan başarısı olarak karakterize ettiler (Özmantar and Roper 2004).

Soyutlama yapmanın yararları:

- Matematiğin farklı alanları arasında derin bağlantılar olduğunu ortaya çıkarır
- Bir alanda bilinen sonuçlar, ilişkili bir alanda sanılar ortaya konmasına yardımcı olabilir.
- Bir alandaki teknikler ve yöntemler ilişkili bir alanda sonuçları kanıtlamak için kullanılabilir (http://tr.wikipedia.org/wiki/Matematiksel_soyutlama, 2011) .

Skemp (1986) soyutlamayı benzerliklerin farkına vardığımız bir aktivite olarak tanımlar. Sınıflandırma bu benzerliklerin etrafında deneyimlerimizi toplama anlamına gelir. Soyutlama daha önceden edindiklerimizle benzer özellik taşıyan yeni deneyimleri tanılamamıza olanak sağlayan bir tür değişim mekanizmasıdır (Mitchelmore and White 2000).

Sierpinska (1994) soyutlamayı nesnelere sahip olduğu ortak özelliği nesne yapısından ayırma ve bu özelliğe karşılayacak ismi bulma olarak tanımlanmıştır.

Tüm bu tanımlardan anlaşılıyor ki, soyutlama bir süreçtir ve bu sürecin doğru şekilde işlemesi çalışmanın başarı ve hızını artıracaktır. Sürecin yönü verilen yapılardan soyut bir kavrama doğrudur (Mitchelmore 2002).

Davydow'a göre (1990) soyutlama, gelişmemiş başlangıç formundan kendini göstermeye başlar (Kidron and Dreyfus 2010). Yine Davydow'a göre (1972/1990) soyutlama, gereksinimin içsel veya dışsal olmadığı basit, gelişmemiş temel formdan başlamaktadır. Soyutlama ilk etapta analizle başlar ve senteze kadar gider. Detaylı ve tutarlı bir finalle sonlanır. Somuttan soyuta değil, somutun yeni özelliklerin vurgulandığı gelişmemiş formdan gelişmiş forma doğru ilerler (Kidron and Dreyfus 2010).

Cassier (1923, 1957), bir süreç sonunda ulaşılan genel bir ifadenin soyutlamanın en son noktası olmadığını hatta bazı ilkelerin sürekli olarak başlamaya hazır olduğunu vurgulamıştır (Yeşildere ve Türnüklü 2008) .

Matematikte soyutlama matematiksel bir kavramın, başlangıçta ilişkili olabileceği herhangi bir gerçel dünya nesnesine olan bağımlılığını ortadan kaldırıp genelleştirerek daha geniş bir uygulama alanı sağlamak için, özünü çıkarma işlemidir (http://tr.wikipedia.org/wiki/Matematiksel_soyutlama, 2011).

Soyutlama, matematikte matematiksel kavram ve yapıların özünü tutan bağıntıları hissetme ve onları geniş uygulama süreçlerinde de rahatlıkla kullanabilmedir. Bu düşünceden hareketle matematik eğitimcilerinin en önemli hedeflerinden biri de soyutlama basamağına ulaşabilen öğrenci sayısını sınıflarda daha da artırabilmektir. Soyutlamalar somut deneyimlerin üzerinde yapılan işlemlerle değil de var olan soyutlamaların üzerine yapılan yapıcı işlemlerle ortaya çıkar. Bu matematikte çok belirgindir (Dubinsky 1991; Aktaran: Ohlsson and Lehtinen 1997). Soyutlama bilgi yapısının bir önceliğidir ve bu öncelik örneklerin sayısı ile ilgili değildir (Ohlsson and Lehtinen 1997).

Bazı kavramların diğerlerine göre daha soyut olduğu ve soyutlama yapabilme gücünün matematik alanında önemli bir yetenek olduğu konusunda ortak bir görüş vardır, ayrıca soyutlama basamağına geçişte kişiden kişiye hız ve seviye olarak da farklılıkların olması kaçınılmazdır.

Özellikle Hershkowitz et al. (2001) soyutlamayı daha önceden oluşturulmuş olan bilgilerin dikey olarak yeni matematiksel yapı içerisinde tekrar organize etme aktivitesi olarak değerlendirmişlerdir. Yapılan eylem, sosyal ve özgeçmişe bağımlı bir bağlamda oluşmaktadır. Bu eylemler neticesinde matematiksel elementler bir araya toplanır, yapılandırılır ve daha formal elementler haline dönüştürülür. Matematiksel yeni bir yapıya ulaşmak, önceki oluşturulmuş bilgilerin tekrar organizesini, onlar arasında bağlar ve ilişkiler kurulmasını, onların matematiksel düşünme sürecinde harmanlanmasını da gerektirmektedir (Dreyfus 2007).

Soyutlama olaylar zincirinden oluşmuş bir aktivitedir (Dreyfus 2007).

Hershkowitz et al. (2001) e göre soyutlama üç aşamadan geçerek ortaya çıkar:

1. Yeni bir yapıya gereksinim duyulması
2. Yeni bir soyut varlığın oluşturulması ki bu süreçte tanıma ve kullanma eylemleri iç içe geçmiş durumdadır.
3. Kişinin tanıma eylemini kolaylaştıracak şekilde soyutlamanın pekiştirilmesi (Yeşildere 2006).

İç sezisel sebepler ve sadece bilgi kabul edilebilir kanıt değildir. Aynı zamanda öğrencilerin eylemleri onların anlam oluşturmadaki istekliliği ile tetiklenir (Herskowitz et al. 2001).

Soyutlama yeni yapılara duyulan gereksinim olmadan gerçekleşmez. Bu gereksinim; kişinin zıtlıklar, sürprizler ve belirsizlikler gibi engel teşkil edecek olan şeyleri ortadan kaldırmak için hissettiği içsel motivasyondan kaynaklanmaktadır. Eğitimciler bu şekilde makul bir dizi aktivite geliştirerek, kasıtlı olarak bir tür istek uyandıran engelleri aktivitelere yerleştirebilirler (Herskowitz et al. 2001). Bu eylemin başarılı bir şekilde uygulanması eğitimcinin başarısı olarak da nitelendirilebilir. Öğretmenin öğrencilerini iyi tanması etkili bir öğretim için olmazsa olmazdır. Tsamir ve Dreyfus (2002) soyutlama sürecini şöyle göstermişlerdir:

1. Yeni bir yapı için bir ihtiyacın olması.
2. Yeni bir yapının oluşumu.
3. Yapının ilerleyen aktivitelere yeni bağlamlarda tekrarlayan tanıma ve kullanma eylemleriyle kolaylaşan şekilde kullanımı, pekiştirilmesi.

Matematikçilerin birçoğu soyutlamayı genelleme olarak ele almaktadırlar. Literatürde tartışılan soyutlama seviyelerinin 3 açıklaması vardır. Bunlar düşünen kişi ve düşünülen nesne arasındaki ilişkinin düzeyi olarak ele alınan soyutlama seviyesi, süreç – nesne eşitliğinin yansıması olarak ele alınan soyutlama seviyesi ve son olarak da düşünme kapsamındaki çeşitliliğin seviyesi olarak ele alınan soyutlama seviyesidir. Bu 3 açıklama ne tamamen diğer makul açıklamalardan bağımsızdır ne de soyutlama için yapılabilecek makul açıklamaların tamamının yerini tutar (Hazzan 2001).

Öğrenciler standart bir problemi çözdüklerinde genelde daha önce tanıdıkları ve geliştirdikleri yapıları kullanmış olacaklardır. Standart olmayan bir soruyu çözdüklerinde karşılaştıkları engeli aşmaları için bilgilerini dikey bir şekilde yeniden organize etme mecburiyetinde kalma gibi bir sorunla karşılaşacaklardır (Tsamir and Dreyfus 2002).

Yeni matematiksel yapılar; bağıntıların kurulması, bir matematiksel genellemenin bulunması, ispat veya bir problem çözümünde değişik strateji kullanırken oluşturulur (White and Mitchelmore 2004).

Soyutlama sürecini etkileyen bağlamsal faktörler fiziksel ortam, öğrencinin çalıştığı konu, kalem, kağıt, bilgisayar gibi araç gereçler, kullanabilecekleri yazılımları içerir. Aynı zamanda öğrencinin ön öğrenmeleri, önceki fikirleri, algıları, dilini de içerir. Ayrıca soyutlama özel bir fiziki ortamda da gerçekleşmektedir bu sebeple bağlam aynı zamanda öğrenciler arası ve öğrenci-öğretmen arası sosyal ilişkileri de içerir. Sonuç olarak bağlam, soyutlama sürecinin vazgeçilmez bir parçası durumundadır (Kidron and Dreyfus 2010).

Eğer öğrencilerin soyutlamalara ulaşmak için izledikleri basamaklar, bilgi oluşturma süreçleri iyi bir biçimde analiz edilirse öğrencilerin hangi süreçte, hangi basamakta zorlandıkları bilirse sadece o eylemi destekleyecek nitelikte aktiviteler yaratılarak sürecin baştan tekrarlanması engellenebilir. Bu sayede birey için anlamlı bilgi oluşumu hem daha uygun zamanlamayla hem de uygun nitelikte yaratılmış olur.

1.2 Soyutlama Çeşitleri

Soyutlama çeşitleri iki ana başlık altında değerlendirilir. Bunlar; Soyutlamayı bilişsel açıdan değerlendirenler ve sosyo-kültürel açıdan değerlendirenler.

Bilişsel açıdan değerlendirenler öğrenmenin konuyla ilgili sunulan örneklerdeki benzerliklerinden hareketle kaynaklandığını savunurlar, sosyokültürel açıdan ele alan araştırmacılar, öğrenmenin çevreden araç kullanımından, sosyal etkileşimden ve ortamı çevreleyen koşullardan ayrı gerçekleşmeyeceğini savunurlar (Yeşildere ve Türnüklü 2008).

Aktiviteler, verilen içeriğin anlamlandırılması, yeni bilgi edinilmesi ve yeni bilgilerin kalıcı olması ve soyutlanması için çevresel düzenlemenin temelini oluşturur. Ancak aktivite sadece dış çevreyi düzenleyen fiziksel bir faktör değildir. Aynı zamanda,

katılımcının duyuşsal özelliklerine de cevap verip katkıda bulunacak şekilde tasarlanmalıdır. Bu nedenle; katılımcıların kişisel geçmişleri, hazırbulunuşlukları, sosyal çevreleri, öğrenme biyografileri, iletişim becerileri, ... gibi öznel faktörlere de yer vermektedir (Akkaya 2010).

Bilişsel yaklaşıma göre soyutlamada birey zihnindeki kavramlarla süreç sonunda oluşan kavramlar arasındaki uyumu yakalamaya çalışır. Bu uyumu yakalama yeni şemalar oluşturma sürecinde eski yapılar ve yeni yapılar arasındaki benzerlik ve farklılıklar zihinsel süzgeçten geçirilerek çelişkiler giderilmeye yeni yapılar anlamlandırılmaya çalışılır. Mutlak bir uyum yakalandığında kavram ileriki süreçler için hazırdır. Benzer durumlarda yapı kolaylıkla kullanılabilir.

Bilişsel yaklaşıma göre, soyutlama somuttan soyuta doğru uzanan bir süreçtir. Bu görüşe olan eleştiriler ise bilgi ediniminde sosyal ve bağlamsal faktörleri de göz önünde bulunduran sosyokültürel bakış açılarına sahip olan araştırmalardan gelmiştir (Van Oers 2001; Aktaran: Özmantar and Roper 2004).

Soyutlamaya bilişsel anlamda yaklaşanların başında Piaget gelir. Piaget soyutlamanın 3 formundan bahseder. Dış dünyadaki nesnelere üzerine çalışırken deneysel soyutlamadan bahseder ki deneysel soyutlamada odak noktası nesnenin kendisidir ve bilgisini nesnelere önceliğinden alır(Beth and Piaget 1966; Aktaran: Gray et al. 1999). Bir diğer taraftan eylemlere odaklanmak sözde- deneysel soyutlamaya sebep olur ki bu sözde deneysel soyutlama öznelerin nesnelere uyguladığı önceliği göz ardı eder (Piaget 1985; Aktaran: Gray et al. 1999). Daha sonraki oluşturmalar da yansıtıcı soyutlamayla başarılabilir. Bu hali hazırdaki yapıların yeni yapıyı oluşturmak için kullanılması ve düşüncenin incelenmesi ile olur.

Matematiksels soyutlama üzerinde çalışılan nesneden çıkarılmaz ondan ziyade, yapılan eylemden çıkarılır. Piaget bu tür soyutlamaya yansıtıcı soyutlama olarak adlandırmıştır. Ve şunu vurgulamıştır: Soyutlama zihinsel objeler oluşturma değil onlarla bağlantılı yapılar geliştirmeyi kapsayan yapılandırıcı bir süreçtir (Piaget

1975; Aktaran: Mitchelmore and White 2000). Vygotsky de sıradan kavramlarla bilişsel kavramlar arasında buna benzer bir farklılığa işaret etmiştir (Mitchelmore and White 2000).

Piaget her gün karşılaştığımız objelerden günlük kavramlar oluşturma sürecini deneysel soyutlama olarak adlandırmaktadır (Mitchelmore and White 2000). Deneysel soyutlama bireyin bir takım etkinlikler sonucunda farkında olmadan bir konunun ya da bir olayın fiziksel özellikleri üzerine çıkarımlar yapmasıdır. Bu durumda öğrenme sadece yapılan eylemlerin fiziksel özellikleri üzerine bir sonuca varılmasına dayandığı için matematiksel anlamda bir genelleme yapılmaz. Düşündürücü soyutlamada ise kişinin bir konu üzerine yaptığı eylemleri düşünerek çalıştığı alana yönelik çıkarımlarda bulunmasıdır (Piaget 2001; Aktaran: Faydacı 2008).

Düşündürücü soyutlama, kişinin herhangi bir konu üzerinde çalışırken yaptığı eylemler üzerine eğilip onlar üzerine düşünerek, çalıştığı konuya yönelik yeni çıkarımlarda bulunmasıdır. Bu yapılmadığı takdirde, odak noktası sadece eylemlerin fiziksel özelliklerine (renk, büyüklük, sayısal değerler arası örüntü vb.) kayar. Bu durum bir başka tür soyutlamayı, deneysel soyutlamayı verir. Matematik eğitimcilerinin istediği deneysel soyutlamadan çok düşündürücü soyutlama olmalıdır. Ancak bu sayede öğrenciler uğraştıkları problemin yüzeysel özelliklerini ezberlemekten öteye geçer ve problemin çözümünde altyapıyı oluşturan matematiksel ilişkileri soyutlarlar. Buna ek olarak ayrıca yeni soyutlamaları kendi bilişsel mekanizmalarına ekler ve başka benzer ortamlara (problem, soru, matematiksel kavram vb.) da aktarabilirler (Zembar 2007).

Birçok araştırmacı deneysel soyutlamayı matematiksel bir eylem olarak kabul etmemektedirler. Örneğin Piaget gündelik kavram oluşumunu da baz alan deneysel soyutlamayı, mantıksal matematiksel kavramların oluşumunu irdeleyen yansıtıcı soyutlamadan ayırmıştır (Mitchelmore and White 2004). Örneğin köpek kavramının soyutlanması, çocuğun deneyimlerindeki hayvanlar arasındaki benzerliklerden köpek kavramına ulaşmasıdır (Mitchelmore 2002).

Matematik derslerinde asıl hedef öğrencileri deneysel soyutlamalardan çok düşündürücü soyutlamalar yapabilecekleri etkinliklere yönlendirmektir.

Örneğin çember şeklinin öncelikle öğrenci tarafından bir nesnenin tam dönüş yapması ile oluşturulup ardından öğrencinin yapılan bu deneysel işlemlerin üzerinde düşünerek çemberin bir noktadan eşit uzaklıktaki noktalar kümesi olduğunun matematiksel çıkarımında bulunması matematiksel nesneye ulaştığını gösterir (Faydacı 2008).

Örneğin verilen bir fonksiyon için sadece değişkenlerin yerine sayı yerleştirilerek fonksiyonun bir değerinin belirlenmesi sadece deneysel bir etkinliktir. Bu durumda fonksiyonu belirleyen değişkenler üzerinde düşünmeyen öğrenci bulduğu değerin matematiksel olarak neyi ifade ettiği hakkında da bir yorum yapmayabilir (Faydacı 2008).

Deneysel soyutlama şu 4 gerekli aşamayı beraberinde getirmektedir.

1. İlişkilendirme:

Öğrenci; kavram öğrenilmeden önce kavramın soyutlanacağı birbiriyle bağlantılı bir kaç bağlam ile tanıdık hale gelir. Bu bağlamlar mobilya, resim gibi objeler veya karıştırma, paylaşma, doldurma gibi işlemler veya değer, denge, oran gibi soyut kavramlar da olabilir. Her örnek kendi bağlamına göre bağlamsal dillerine göre tartışılır. Buna rağmen öğretmen soyutlamanın daha sonra yapılacağını beklemektedir.

2. Benzerliklerin tanınması:

Kavram bu kavramla ilgili olan örnekler altında yatan benzerliklerin açıkça gösterilmesi ile öğretilir. Benzerlikler bazen çok yüzeysel (farklı dairesel objelerin görünüşleri) veya yapısal olabilir (şekillerin dönmesi gibi). Öğrencilerin dikkati onların bu benzerliklerin farkına varmalarını sağlayan noktalara yönlendirilir. Öğretmen daha sonra kavrama uygun düşecek bir kelime tanıtır ve bu kelimeyi kavramı tanılaması için kullanır.

3. Somutlama:

Öğrenciler kavramı detaylı olarak inceledikçe, kavram kendi özel bağlamından ayrı olarak kendi kendine gitgide zihinsel bir obje haline gelir. Kavramın kullanılması onun somutlanmasına yardımcı olacak.

4. Uygulama:

Öğrenciler öğrendikleri şeyleri eski ve yeni problemleri daha etkili bir şekilde çözmek için kullanırlar. Kavramı tanıtmak için kullanılan bağlamlara dönüş yapmak öğrendikleri hesaplama tekniklerinin etkinliğini gösterir. Yeni bağlamlardaki problemleri çözmeleri de, kavramı diğer bağlamlara da genelledikleri ve konuyu etkin bir şekilde anladıklarını işaret eder (Mitchelmore and White 2004).

Tipik olarak bir konuyu öğretirken RME (Realistic Mathematics Education, Gerçekçi Matematik Eğitimi) yaklaşımı 3 aşamayı içerir.

1-Birkaç özel, tanıdık ve günlük bağlamlarda işlem kuralları geliştirme.

2- Aynı yapının birkaç tür bağlamda da var olduğunu gösterme.

3-Ortak yapıyı formülleştirme, sembolleştirme ve üzerinde çalışma (Mitchelmore and White 2004).

Bu açıdan düşünülebilir ki günümüzde yaygın bir şekilde kullanılan RME soyutlama sürecinin daha seri ve doğru şekilde işlenmesini sağlamaktadır. Bu bir açıdan da öğrencinin yaparak yaşayarak öğrenmesinin öğrenmede kalıcılığı ve anlamlılığı artırdığını savunan yapılandırmacı öğrenme yaklaşımını da destekler. Öyle ki bireye verilen gerçek hayat problemleri, onu süreçte daha aktif kılmaktadır. Bu içsel değişimin, sonucu ne ölçüde etkileyeceği de kişiden kişiye değişiklik göstermektedir. Öyle ki eğitimin kalitesini artırmadaki en geçerli yol bireyi merkeze alan ama onu etkileyen şartları da göz ardı etmeyecek öğretim yaklaşımlarıdır.

Öğrenciler matematiksel kavramların deneysel olarak nasıl oluştuklarını bilmeliler ama hedefte olan düşünce öğrenci tarafından yakalanamıyorsa bunu oluşturabilmelerini sağlayacak diyaloglar ve etkinlikler oluşturulmalıdır. Bir nevi öğrencinin düşünme süreci geliştirilmeye çalışılmalıdır.

Faydacı'nın (2008) yaptığı çalışmada vektör öğretimi ile yaptığı etkinlikler öğrencilerin bazı sorgulamalar yapmasına neden olmuş ve onları düşündürücü soyutlamaya yönlendirmiştir. Öğrencilere sinema salonu modelinden yararlanarak örneğin, 'bir koltuktan diğerine en kısa yoldan nasıl ilerlersin?' tarzında sorular sorulmuştur. Öğrenciler bu soruya verdikleri cevapta eğer ortamın verdiği kısıtlamalar gereği rastgele yürüdüklerini söylüyorlarsa bahsedilen aslında deneysel soyutlamadır. Fakat öğrenci eylemlerden mantıklı sonuçlar çıkarırsa (örneğin aynı hizadaki koltuğa ilerlerken doğrusal bir yol izlediğini, fakat çaprazdaki koltuğa ilerlerken birbirine dik iki yol izlediğini fark ederse) bu ilgili öğrencinin düşündürücü soyutlama yaptığıının bir göstergesidir.

Öğrenci yaptığı işler ve edindiği kavramlarla ilgili düşünmeye sevk edilmeli böylece yaptığı eylemin asıl yararlığını anlamasına olanak sağlanmalıdır. Öncelikle öğrenci matematiğin bir takım kurallar ve prosedürler yığını olduğunu düşünmekten kurtarılmalıdır.

Öğrenciler rutin olmayan problemlerle düşündürücü soyutlamaya yönlendirilebilir. Rutin problemler önceden öğrenilen matematiksel uygulamaları içerir. Rutin olmayan problemler daha fazla düşünme gerektirir, çünkü izlenmesi gereken matematiksel yol çok açık değildir (Altun ve Olkun 2005). Her gün çıkıp işine aynı yoldan giden bir kimse, ilk gün problem çözmüştür. Ondan sonraki gidişlerinde karşılaştığı yeni durumlar yoktur. Ama her gün kullandığı yolun kapalı olduğunu görüp başka bir yol bularak işine gidebilen kimse bir problem çözmüştür (Baykul 2002).

Öğrencilerin erken yaşlarda matematik ile ilgili temel bilgi ve becerileri tam ve doğru olarak kazanması son derece önemlidir. Bu anlamda ilköğretim kademesinde öğrencilere matematik öğretme işi kolay değildir. Bunu şu nedenlerle açıklamak mümkün olabilir:

(1) İlköğretim kademesindeki öğrenciler gelişimsel özellikleri ile ileri kademelerdeki öğrencilerden belirgin farklılıklar gösterirler. Bu yaşlardaki çocuklar daha çok öğrenmeye meraklı, istekli ve hareketlidirler.

(2) Bu yaşlardaki öğrenci için matematik bilgisi kadar matematik sevgisini oluşturmak, matematiğe yönelik olumlu tutumlar geliştirmek de bir o kadar önemlidir.

Bu iki temel nedenden dolayı özellikle matematik öğretilmede kullanılan yöntemlerin çok önemli ve yardımcı rolleri olduğu söylenebilir (Altun ve Olkun 2005).

Bell (1966) matematikle uğraşmayı, düşünmede ilişki dediğimiz objeler üzerine yoğunlaşmış olduğu bir tutumu benimsemi; matematikçiyi de gerçek ve karmaşık durumlardaki ilişkileri izole edebilen, bu ilişkileri daha ileri ilişkilerin keşfedilmesi amacıyla yararlanabilecek yeni durumlar yaratmada kullanabilen kişi olarak ifade etmektedir (Yıldızlar 2001). Yansıtıcı soyutlamanın düzgün olarak yapılabildiği sınıflarda ileri ilişkilerin keşfedilmesi de büyük ölçüde gerçektelecektir.

Analitik düşünen ve akıl yürüten insanlar sadece matematik içinde değil günlük hayatta ve diğer disiplinlerde de yapıları, düzenlilikleri ve örüntüleri fark etmeye yatkın olurlar (Olkun ve Uçar 2007). Eleştirel düşünme çocuklara kazandırıldığında, öğretilme-öğrenme sürecinde yapıcı bir yaklaşım gerçektelebilir. Özetle, soran, araştıran, eleştirel düşünen, yaratıcı ve üretecek çocuklar aynı zamanda problemleri de daha kolaylıkla çözebilecektir (Tertemiz ve Çakmak 2003).

Öğrencileri matematik yapmaya yönlendirebilmek için ilgilerini çekecek, sezgisel olarak yönlendirecek, öğrenci tarafından gerçekteymiş gibi algılanacak, anlamlı bir başlangıç durumunun sečilmesi önemlidir. (Olkun ve Uçar 2007).

Öğretmen öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini ortaya çıkarmalı, matematik öğretilimini bu düşünceler etrafında düzenlemeli ve yürütmelidir. Öğretmenin öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini bilmesi, öğretmenin öğrencilerinin düzeylerine uygun öğrenme etkinlikleri hazırlamasında yardımcı olur (Olkun ve Uçar 2007).

1.3 RBC (RECOGNIZING, BUILDING-WITH, CONSTRUCTING =TANIMA, KULLANMA, OLUŞTURMA)

Bilginin bireylerce veya gruplar tarafından oluşturulması süreçleri üzerinde çalışan araştırmacılar çeşitli yöntemler denemektedirler. Herskowitz, Schwarz and Dreyfus matematiksel öğrenmelerde soyutlama süreçlerini analiz eden teorik ve pratik bir model geliştirmişlerdir. Bu model soyutlamayı sosyokültürel bakış açısıyla ele alan modellerden biridir.

Soyutlama sürecindeki en önemli olaylar direkt olarak gözlemlenemeyen zihinsel süreçlerdir. Epistemik eylemler bilginin kullanıldığı ya da oluşturulduğu zihinsel eylemlerdir (Schwarz and Herskowitz 1995; Aktaran: Kidron and Dreyfus 2010). Bu eylemler, öğrencilerin fiziksel hareketleri vasıtasıyla gözlemlenebilir hal alan şeylerdir (Dreyfus 2007). Matematiksel bir yapıyı tanımak, problem çözümü için bir stratejiye başvurma ve bir bilgiden çıkarımlarda bulunma epistemik eylemlerin örneklerindedir. Bazı sosyal bağlamlarda, örneğin küçük çalışma gruplarında katılımcıların eylemleri ve sözleri; epistemik eylemleri gözlemlenebilir hale getirerek araştırmacıya bilgi oluşum sürecini analiz etme olanağı tanır.

Matematiksel soyutlamayı deneysel olarak inceleme olanağı sunan Herskowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından 2001 yılında ortaya atılan RBC (Recognizing-Building with-Constructing) olarak ortaya atılan soyutlama modeline daha sonra Consolidation da eklenmiş ve model RBC+C soyutlama modeli ortaya çıkmıştır. Bu modelde bilgi oluşturma sürecini anlamlandırmaya yarayan 3 epistemik eylem vardır. Bu eylemler tanıma, kullanma ve oluşturmadır. Bu modele göre kullanma eylemi oluşturma eylemi içine yuvalanmıştır, tanıma ise hem oluşturma hem kullanma eylemi içine yuvalanmıştır. Soyutlamanın başlangıcı 3 aşamada kendini gösterir. A)Yeni yapılara duyulan gereksinim, B) İçerisinde hali hazırda var olan ve diyalektik olarak yuvalanmış yeni soyut kavramın oluşturulması, C) Daha da kolaylıkla kişinin yapıyı tanınması, ilerleyen aktivitelerle geliştirmesi olanağını veren soyut kavramın pekiştirilmesidir (Tsamir and Dreyfus 2002).

Hershkowitz et al. (2001) soyutlamayı daha önceden oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir yapı oluşturma etkinliği olarak tanımlarlar. Ayrıca çalışmada öğrenmenin gerçekleştiği sosyal bağlamdan etkilendiği de vurgulanmaktadır.

Piaget'e göre birey, karşılaştığı yeni durumu veya bilgiyi ancak eski bilgi ve deneyimleri yardımıyla tanıyıp özümseyebilir (Faydacı 2008). Tanıma yabancı gelmeyen bir matematiksel yapının, sürecin veya fikrin tanınması ise öğrencinin verilen matematiksel durumun içinde önceki şeylerin var olduğunu fark ettiği zaman kendini gösterir, kullanma ise kişinin matematiksel bir olayın ispatında veya matematiksel bir sorunun çözümünde var olan bilgi kümeciklerinin birleştirilmesi işlemini içerir (Kidron and Dreyfus 2010).

Kullanma eylemi problem çözme veya herhangi bir durumu ispatlama konusunda var olan bilgileri kullanmayı içerir. Aynı şekilde bir öğrenci tarafından geliştirilen bir bilgi başka bir öğrenci tarafından oluşturulmuş olabilir bu da bize ön öğrenmelerin rolünü göstermektedir (Tsamir and Dreyfus 2002).

Kullanma sürecinde öğrenci yeni yapı veya yapılar ulaşmaz sadece mevcut soruna uygun bir çözüm sunabilmek için eski bağlantılar arasında ilişkilendirmelere gider. Kullanma genellikle bir problem çözme, bir matematiksel durumu anlama ve bu durumu açıklama veya bir süreç üzerinde dikkatle düşünme gibi durumlarda yapılmaktadır. Bilinen yapının tanınması ve yeni problem durumunun çözümü için kullanılmasını ifade eder. Örneğin benzerlik bağıntılarını bilen birinin $h^2=p.k$ bağıntısını elde etmede bunlara başvurması bir kullanma davranışıdır. Öğrenciler bir hedefi başarmak için daha önceki aktiviteler aracılığıyla farkına vardıkları yapıları kullanırlar. Kullanma, öğrenciye ipucu verilmesi gibi bir kaynağın öğrenciye hatırlatılması ile de gerçekleşebilir (Akkaya 2010).

Tanıdık bir matematiksel bir yapının fark edilmesi öğrencinin gösterilen soruda daha önceden öğrendiği yapının var olduğunu fark ettiği zaman gerçekleşir. Öğrenci sadece daha önceden oluşturduğu bir yapıyı o anda fark ettiğinden, öğrencinin ön

bilgileri onun hangi yapıları tanıyabileceğini belirler. Böylelikle bir öğrenci tarafından yeni olarak tanınan bir bilgi belki başka bir öğrenci için çoktan oluşturulmuş bir bilgi olabilir (Tsamir and Dreyfus 2002). Yani tanıma kişiden kişiye değişir.

Oluşturma (constructing), soyutlamanın merkezi eylemidir. O yeni yapı üretmek için kişinin bilgi elementlerini birleştirmesi ve toplamasını içerir (Kidron and Dreyfus 2010).

Bir teoremi ispatlayan öğrenci matematiksel problem çözme yapmış demektir. Örneğin, bir üçgenin iç açılarının toplamının 180^0 olduğunu kanıtlamak çocuk için bir problem durumu belirtir. Bu ispatı yaparken, öğrenci daha önceki bilgilerini kullanarak ve matematiksel bir yaklaşım izleyerek hem teoremi ispatlamış hem de bir üçgenin iç açıları toplamının 180^0 olduğunu öğrenmiş olacaktır (Olkun ve Uçar 2006).

Oluşturma ve kullanma arasındaki fark ise aktiviteye yön veren dürtü ve yeniliktir. Kullanma eyleminde öğrenciler yeni ve kompleks yapılarla uğraşmazlar çünkü amaçları verilen soruyu çözmektir. Oluşturmada ise yeni bir yapıyı ortaya çıkaracak şekilde daha önceden edinilmiş olan bilgilerin kullanımı vardır. Bu süreçte amaç genelde yeni yapının oluşturulmasıdır, amacın bu olmadığı durumlarda bile, arzulanan amaca ulaşmak için yeni yapıların oluşturulması bir önceliktir (Monaghan and Özmantar 2006). Örneğin öğrencinin 1, 2, 3,...,n şeklinde giden sayı örüntüsünde toplamın $n.(n+1)/2$ olduğu sonucuna ulaşması bir oluşturmadır. Yine ilköğretim müfredatında yer alan eşlik- benzerlik konusuna ait kavram bilgisine sahip olduktan sonra öğrencinin bu bilgiyi kullanarak eş şekiller benzerdir fakat benzer şekiller eş olmayabilir sonuçlarına ulaşması da onun soyutlamada oluşturma başağına geçtiğinin bir göstergesidir.

RBC modelinde tanıma, diğer iki epistemik eylem içine, kullanma oluşturma eylemi içine yuvalanmış şekilde ve sürekli bir iş birliği halindedir. Ayrıca oluşturma ondan

daha üst seviyedeki bir oluşturma eylemi içine yuvalanmış da olabilir (Dreyfus et al. 2001; Aktaran: Kidron and Dreyfus 2010).

RBC modeli soyutlama sürecini kendi özel bağlamında tasvir eder. Soyutlama sürecini etkileyen bağlamsal faktörler fiziksel ortam, öğrencinin çalıştığı konu, kalem, kağıt, bilgisayar gibi araç gereçler, kullanabilecekleri yazılımları içerir. Aynı zamanda öğrencinin ön öğrenmeleri, önceki fikirleri, algıları, dilini de içerir. Ayrıca soyutlama özel bir fiziki ortamda da gerçekleşmektedir bu sebeple bağlam aynı zamanda öğrenciler arası ve öğrenci öğretmen arası sosyal ilişkileri de içermektedir. Sonuç olarak bağlam, soyutlama sürecinin vazgeçilmez bir parçası durumundadır (Kidron and Dreyfus 2010). Bilgiler, gruptaki öğrencilerden birinden diğerlerine ortak bilgi oluşturuluncaya kadar olan etkileşimle geçmektedir.

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus'a göre RBC model kişiye epistemik eylemleri gözlemleyerek soyutlama sürecini fark etme ve birbirleri içine nasıl yuvalandıklarını görme olanaklarını sağlar. Bu model aynı zamanda soyutlamanın oluştuğu çoklu kapsamı da içermektedir. Şöyle ki soyutlama süreci öğrencinin üzerinde çalıştığı konudan etkilenmektedir, hem öğrencinin hem öğretmenin özgeçmişlerinden, soyutlamanın oluştuğu sosyal ve fiziksel ortamdan da etkilenmektedir (Dreyfus et al. 2001; Aktaran: Tsamir and Dreyfus 2002).

RBC model kavramların, stratejilerin, ilişkilerin daha genel olarak yapıların soyutlanması sürecidir. Bu bakış açısından yapı olarak isimlendirilen şey matematiksel aktivitenin zihinsel sonucudur (Tsamir and Dreyfus 2005).

Soyutlamanın oluşturma süreci pekiştirmenin de var olduğunu göstermez. Pekiştirilmeyen herhangi bir zihinsel yapı unutulmaya mahkumdur. Pekiştirme, öğrenciye öğrendiği şeyi çeşitli ortamlarda çekinmeden ve akıcı bir şekilde kullanmasına olanak tanır. Diğer bir söyleyişle, pekiştirme öğrenciye herhangi bir kavramın uygulanması durumunda esnek olma, kendine güven ve açık olma gibi özellikler de kazandırır (Dreyfus and Tsamir 2004). Oluşturulan bilgi ancak pekiştirilirse yeni bilgi yapısı olarak adlandırılabilir. Bu yüzden RBC modeline

pekiştirme (consolidation) eylemi de eklenmiştir. Pekiştirme edinilen yapının tekrar kullanımını, edinilmiş yapıyı da kapsayan yeni yapılar oluşturma, oluşturulan yapının üzerinde eleştirel bir biçimde düşünülmesi gibi yollarla yapılabilir. Pekişen yapının unutulması diğer yapılara oranla daha zordur.

Dreyfus ve Tsamir (2004) e göre pekiştirme daha önceden oluşturulan matematiksel bilgi yapılarının aşama aşama öğrenciye daha da kolay ve tanıdık gelmesi durumudur. Problem çözme ve yansıtıcı aktiviteler pekiştirmenin oluşumunda önemli paya sahiptir. Pekiştirme yapıyı tekrar organize etme, geliştirme gibi süreçleri içerir. Bu da pekiştirmenin varlığının kanıtı sayılabilecek aşağıdaki durumların oluşması ile gözlemlenebilir. Bu durumlar; dolaysızlık, açıklık, güven, esneklik ve farkındalıktır. Dolaysızlık yapının tanılanması veya kullanılmasındaki hızlılık durumudur. Açıklık, her şeyin aşikar olması durumudur. Açıklık, öğrencinin yapının kullanımını açıklama ve ispatlama yetisine sahip olmasına rağmen bunları gerekli görmemesidir. Açıklık aslında kişinin kendine duyduğu güveni ile ilgilidir. Yapının sık kullanımı bağlantılar kurmayı kolaylaştıracak bu da onun kullanımının esnekleşmesini sağlayacaktır. Bir öğrenci yapıyı kullanırken oldukça becerikli hatta esnek olabilir fakat bunu bilinçli olarak yapıp yapmadığı da önemlidir. Farkındalık öğrencinin yapıyı kullanırken durumdan haberdar olmasıdır. Sonuç olarak yapı artan kolaylık ile kullanılır (Hershkowitz et al. 2001).

Pekiştirmenin önceden öğrenilen yapılar üzerine yeniden konması yoluyla somut hale gelmesi beklenmektedir. X yapısının pekişmesi onunla bağlantılı başka X yapısının oluşturulmasından sonra meydana gelir ve X i tanımlama ve geliştirme aşamaları yapılmaya çalışılan pekiştirme işlemine katkı sağlar. Pekiştirmenin ne kadar meydana geldiğini görmek için kolaylık, kullanılabilirlik, kendine güven, esneklik gibi ölçütlerle X in öğrenci tarafından nasıl tanımlanıp kullanıldığına bakılabilir. Öğrenci bu ölçütlere uygun hareket ederse pekiştirme oluşmuştur diye düşünülmektedir (Hershkowitz et al. 2007).

2. ARAŞTIRMANIN AMACI VE ÖNEMİ

2.1 Problem Cümlesi

7. sınıf öğrencilerinin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreçleri nasıl gelişmektedir?

2.2 Alt Problemler

- 1) Matematik başarıları düşük olan 7. sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
- 2) Matematik başarıları yüksek olan 7. sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
- 3) Matematik başarı düzeyleri birbirinden farklı olan 7. sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?

2.3 Araştırmanın Önemi

Tezin amacı, matematik başarı düzeyleri birbirinden farklı 7. sınıf öğrencilerinin denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreçlerini izlemek ve bilgileri oluşturma süreçlerinden yola çıkarak gelecekteki öğretim etkinlikleri için önerilerde bulunmaktır.

Süreci anlamlandırma sırasında 2001'den bu yana üzerinde çalışmalar yapılan ve soyutlamayı sosyokültürel açıdan inceleyen RBC teorisi referans alınmıştır.

Matematik öğreniminin daha verimli nasıl olabileceğine dair araştırmalar, matematik eğitimcileri tarafından çeşitli yönleri ile araştırılmaktadır. Bu araştırmaların sonuçlarından yola çıkarak farklı öğrenme ortamları ve farklı öğretim yöntemleri oluşabilmektedir.

İşte bu çalışmada da amaç öğrencilerin süreç içindeki hızlarını, geri bildirimlerini, iletişimlerini, matematiksel anlamda çalışmalarını nasıl dile getirdiklerini inceleyerek bir ölçüde başarıya veya başarısızlığa giden yolları biraz daha açığa çıkarmaktır.

2.4 Sayıtlar

1-Araştırmada kullanılan etkinliklerde problemlerle ilgili olarak uzman görüşlerinin yeterli olduğu kabul edilmektedir.

2-Araştırmada kullanılan problemlerin öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini doğru biçimde yansıttığı kabul edilmektedir.

2.5 Sınırlılıklar

1- Örnek olay çalışması bulguları, araştırmanın gerçekleştirildiği öğrencilerin verileri ile sınırlıdır.

2-Örnek olay çalışmasında öğrencilerin bazı zamanlar düşüncelerini gerektiğince yansıtamaması bir diğer unsurdur.

3- Araştırma verilerinin toplanması amacıyla bir video kaydedicisi kullanılmıştır. Video kayıt işlemini daha önceden tecrübe etmemiş öğrencilerin bazı sıkıntıları olabilir.

4- Araştırma 2010-2011 Eğitim- Öğretim Yılı ile sınırlıdır.

3. LİTERATÜR

Soyutlamayı gözlenebilir eylemlerle incelemeyi amaç edinen RBC model üzerine birçok çalışma yapılmıştır.

RBC modelinin uygulandığı Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus (2001); Tsamir & Dreyfus (2002), Williams'ın (2003) çalışmalarında etkinlikler tek bir öğrenciyle, Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz'ın (2001) ve Ron, Dreyfus ve Hershkowitz'in (2009) çalışmalarında 2 li gruplarla, Hershkowitz, Hadas, Schwarz and Dreyfus'un (2007) çalışmalarında ise 3'lü gruplarla, sınıf ortamında veya roportaj içerikli temada yapılmıştır (Kidron and Dreyfus 2010).

Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus'un (2001) tek bir öğrenci ile yaptığı çalışmadan sonra Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001) ikinci çalışmada iki öğrenci arasındaki etkileşimi analiz ederek grup içindeki her bireyin bilgiyi nasıl oluşturduklarını incelemiştir. Sonuçta RBC modeli yine soyutlama sürecini tasvir etmede geçerli bir model olarak görülmüştür (Hershkowitz et al. 2006).

Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus (2001) ve Dreyfus, Hershkowitz, Schwarz (2001) soyutlamanın sonuçlarından ve pekiştirilmesinden ziyade tanıma ve kullanma aşamaları üzerinde yoğunlaşmışlardır. Tabach, Hershkowitz & Schwarz (2001) ve Tabach & Hershkowitz (2002) bilginin oluşumu ve pekiştirilmesi hususunda çalışmışlardır. Bilginin oluşumundan sonraki pekiştirme işleminin gerekliliği ve önemine değinmişlerdir fakat pekiştirme sürecini analiz etmemişlerdir (Monaghan and Özmantar 2004).

Dreyfus ve Tsamir (2001) çalışmalarını bir öğrenci ile yapmışlar ve pekiştirmenin içinde soyutlamayı barındırdığını, ayrıca pekiştirmeyi soyutlananın ilerleyen aktivitelerde öğrenciye daha fark edilir gelmesinde katkıda bulunan önemli bir işlem olarak görmüşlerdir (Monaghan and Özmantar 2006).

Deneysel soyutlama çalışmalarında araştırmacılar, araştırmacı veya röportajcı gibi bilgi edinme unsurlarından faydalanarak öğrencilerin soyutlama süreçleri hakkında bilgi sahibi olmak istemişlerdir (Özmantar and Roper 2004).

Hershkowitz, Hadas ve Dreyfus (2006) çalışmalarında beraber öğrenmek için bir arada bulunan grupta ortak bilginin oluşturulması ve pekiştirilmesi süreçlerini incelemişlerdir. Bu süreçleri incelemek için, sınıf içinde 3 kişiden oluşan bir grup seçilmiştir. Ayrıca çalışmada bireysel farklılıkların bilincinde olarak bir öğrenciden diğerine olan bilgi akışı, bireyler arasındaki etkileşim gibi hususlara da dikkat edilmiştir.

Dreyfus (2007) çalışmasında öğrenilmiş olan $x.(x+6)$ yapısından hareketle $(x+2).(x+8)$ cebirsel ifadesiyle ilgili bilgi oluşum sürecini incelemiştir. Çalışmada epistemik eylemlerin özel yöntemlerle birbiri içine yuvalanmış şekilde ortaya çıktığını gözlemlemiş ve bu eylemlerin bazen sıralı, bazen biri diğerinin tamamlayıcısı, uzantısı veya birbirine paralel eylemler şeklinde olabileceklerini belirtmiştir. Ayrıca ilerleyen aktivitelerle de yeni öğrenilen yapıların pekişeceği sonucuna ulaşmıştır.

Dreyfus ve Tsamir (2004) çalışmalarında sonsuz kümelerin karşılaştırılması hakkında bir öğrenci ile yaptıkları çalışmada pekiştirmeyi, öğrencide soyutlananın artarak daha da basit bir hale gelmesine kolaylık sağlayan uzun soluklu bir süreç olarak ele almışlardır. Onlar bir yapının pekiştirilmiş olmasını şu oluşumlara göre değerlendirmektedirler: ivedilik, kanıt, güven, esneklik ve farkındalık.

Oluşturma eylemi bu güne kadar (Bikner-Ahsbahs, 2004; Dreyfus, Hershkowitz, & Schwarz, 2001; HSD, 2001; Kidron & Dreyfus, 2004; Ozmantar & Roper, 2004; Schwarz, Dreyfus, Hadas, & Hershkowitz, 2004; Stehlikova, 2003; Tabach, 2001; Tsamir&Dreyfus, 2002;Williams, 2002, 2003, 2004;Wood&McNeal, 2003) gibi bir çok bilim adamı tarafından incelenmiş olmasına rağmen pekiştirme çok az sayıda bilim adamı (Monaghan & Özmantar, 2004; Tabach & Hershkowitz, 2002; Tabach, Hershkowitz, & Schwarz, 2001) tarafından incelenmiştir (Dreyfus and Tsamir 2004).

RBC modelini temel alan bir çok araştırma pekiştirme sürecini bağımsız olarak ele almaktadır (Dreyfus, & Tsamir, 2004; Monaghan, & Özmantar, 2004, Tabach, & Hershkowitz, 2002; Tabach, Hershkowitz, & Schwarz, 2006). Örneğin Dreyfus and Tsamir (2004) pekiştirmenin kendine güven duygusuyla uyanıklık, esneklik gibi psikolojik ve karakteristik yollarla tanımlanabileceği sonucuna varmışlardır. Ayrıca problem çözme gibi aktivitelerle ilgili olan düşünme türlerinin de pekiştirme yapmada önemli rolleri olduğunu bulmuşlardır.

Hershkowitz et al. (2001) dokuzuncu sınıfa giden bir öğrenci ile yaptıkları ve soyutlama sürecinin bir analizini amaçlayan çalışmalarında, soyutlamanın problem çözme esnasında oluştuğu düşüncesini ileri sürmüşlerdir.

Özmantar (2005) çalışmasında iki öğrencinin, mutlak değer lineer fonksiyonları oluşturma sürecindeki diyalogları üzerinde durmuştur. Bu öğrencilere öğrenme etkinlikleri üzerinde birlikte ve işbirliği halinde çalışmaları yönünde bazı direktifler verilmiş ve böylece verilen etkinliği ortak bir çalışmanın neticesi olarak tamamlamaları ve yeni bir metot geliştirmeleri beklenmiştir. Fakat bu direktifler amaçlanan işbirliğini gerçekleştirmekte yetersiz kalmış ve öğrencilerin çalışmaları yanlış bir metot geliştirmeleri ile sonlanmıştı. Ortaya çıkan diyalogların incelenmesi sonucunda öğrencilerin matematiksel bilgiye ulaşma yönünde farklı eğilimleri olduğu gözlenmiştir.

Monaghan ve Özmantar (2006) yürüttükleri nitel bir çalışmada $y = f(x)$, $y = f(|x|)$, $y = |f(x)|$ ve $y = |f(|x|)|$ fonksiyonları üzerinde, birinden yararlanarak diğerini oluşturma sürecini incelemişlerdir. Soyutlanmış bir matematiksel nesnenin kırılğan olduğunu ve onun ancak başka bir yapının oluşturulması sürecinde kullanılarak sağlanabileceğini ancak bu şekilde yeni yapının matematiksel yapı olarak ele alınabileceğini belirtmişlerdir.

Özmantar ve Monaghan (2007) mutlak değer lineer fonksiyonunu ($y = |f(x)|$) konu alan deneysel bir çalışma ile öğrencinin arkadaşıyla ve öğretmeniyle iletişime

geçebildiği bir ortamda, soyutlama sürecini incelemiştir. Bu çalışmada, soyutlama süreci ile ilgili olarak,

- (i) insan ve maddenin aracılığı,
 - (ii) matematiksel yorumlama için öğretmen yardımı veya yönlendirmesi,
 - (iii) öğrencilerin gelişim düzeylerine uygun diyalektik ortam
 - (iv) soyutlanacak bir şeyin varlığı
- olmak üzere dört önemli bileşen ortaya koymuşlardır.

Dreyfus (2007) sosyal bağlamla ilgili olarak da sosyal etkileşim ve zihinsel ilişkilendirmelerin paralel geliştiğini de vurgulamıştır

Tabach, Hershkowitz ve Schwarz (2001), Tabach ve Hershkowitz (2002) bilginin oluşumu ve pekiştirilmesi üzerine çalışmalarda bulunmuşlardır. Bilgi oluşturulduktan sonra pekiştirmenin gerekliliği ve önemi hakkında özellikle durmuşlardır (Tabach et al. 2006).

Pekiştirme süreci hakkında en önemli katkı Dreyfus ve Tsamir (2001) tarafından olmuştur. Onlar, sonsuz kümelerin karşılaştırılması hakkında bir öğrenci ile yaptıkları çalışma neticesinde pekiştirmeyi uzun soluklu bir süreç olarak görmüşlerdir. Bu süreçte kazanılmış olan yapının, öğrenci için daha basit hale dönüştüğünü belirtmişlerdir (Monaghan and Özmantar 2004).

Yeşildere (2006) ile Yeşildere ve Türnüklü (2008) tarafından 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinde problem çözme sırasındaki soyutlama sürecinin matematiksel güce göre farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiştir. Çalışmada yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin, düşük olanlara göre soyutlama sürecinde tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinde daha başarılı oldukları sonucuna varılmıştır.

Hershkowitz et al. (2007) çalışmalarını birden fazla grupla yapmışlar. Sürecin gruplar arasında farklılık gösterdiğini belirtmişlerdir. Çalışmada farklılığın ihtiyaçlardan ve öğrenciler arasındaki etkileşimin farklı olmasından da kaynaklandığını vurgulamışlardır. İletişim sürecindeki roller, o andaki psikoloji, önceki akademik yaşantılar gibi çeşitli faktörler tarafından etkilenmektedir.

Altun ve Yılmaz (2008) çalışmalarında iki lise öğrencisinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreçlerini incelemişlerdir. Çalışma grup çalışması şeklinde yürütülmüştür. Öğrencilerin tam değer fonksiyonu veya benzerleri ile karşılaşmış olma şansını azaltmaya dikkat edilmiş bu yüzden çalışmada lise birinci sınıf öğrencileriyle çalışılmıştır. Sonuçta tam değer fonksiyonu kavramının bir ölçüde soyutlandığı anlaşılmış ve soyutlamanın epistemik eylemleri olarak bilinen tanıma, kullanma ve oluşturmanın doğrusal olmayıp birbiri içine yuvalanmış oldukları çalışmada doğrulanmıştır.

4. YÖNTEM

4.1 Araştırma Modeli

Bu araştırma, bir örnek olay incelemesidir ve bu yönüyle de bir nitel araştırmadır. Bu çalışma yapılandırmacı öğrenme ortamına uygun olarak hazırlanmış bir ortamda öğrencilerin bilgi oluşturma sürecini incelemektedir. Çalışmada, doğru veya yanlış cevaba ulaşmaktan ziyade o cevaba ulaşma sürecinin derinlemesine incelemesi yapılmıştır. Örnek olay çalışmasına katılımcılar, araştırmacının hazırladığı “Katılımcı Belirleme Sınavı” ndan elde edilen sonuçlar, matematik dersi not ortalaması ve matematik dersine giren öğretmenin görüşleri alınarak seçilmiştir. Bu kriterlere göre başarısı yönünden 3 iyi, 3 orta ve 3 tane zayıf öğrenci seçilmiştir. Katılımcılar, amaçlı örnekleme maksimum çeşitlilik yöntemine göre belirlenmiştir. Grup çalışmalarının amacı öğrencilerin sosyal etkileşimini kısıtlamadan öğrenme ortamında daha aktif olmalarını sağlamaktır. Bu sayede de süreç daha verimli hale getirilmeye çalışılmıştır. Birden fazla grubun dolayısıyla birden fazla başarı veya başarısızlık durumunun gözlenmesiyle araştırmada soyutlama süreciyle ilgili daha fazla veriye ulaşılabileceği, bu sonucun da ileriki eğitim yaşantılarına yönelik daha fazla çıkarım yaptıracağı düşünülmüştür. Her ne kadar gruplar oluşturulurken birbirine eşdeğer gruplar oluşturulsa da farklı bireylerle oluşturulan grupların izledikleri yollar da büyük ölçüde farklı olacaktır.

Çizelge 4.1 Araştırmaya katılan öğrenci gruplarına ilişkin bilgiler

Başarı Düzeyi	Adı
Yüksek-Orta-Düşük	Mert-Bilal-Serkan
Yüksek-Orta-Düşük	Elif-Hakan-Eren
Yüksek-Orta-Düşük (Pilot çalışma)	Sılanaz-Ayşegül-Burak

Katılımcı belirleme sınavındaki soruların uygulamaya tam olarak hazır olup olmadığını anlamak ve uygulama öncesi son halini vermek için 2 okulda pilot uygulama gerçekleştirilmiştir.

Araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinde problem çözme tabanlı yaklaşım uygulanmıştır. rnek olay çalışmasında açık uçlu 12 tane matematiksel problem kullanılmıştır. Araştırmacı, çalışmada katılımcı gözlemci konumundadır. Araştırmacı, öğrencilerin önceden edindiği matematiksel yapıları tanıma ve kullanmalarına ilişkin yönlendirmeler yapmıştır. Bu anlamda yapılan görüşmeler yarı (esnek) yapılandırılmış görüşmelerdir.

rnek olay çalışmasında elde edilen veriler, video kayıtları, yapılan görüşmeler, öğrencilerin soru çözümünde verdikleri yazılı dokümanlar ve araştırmacının aldığı notlardır.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerin video kayıtları dikkatli bir şekilde yazılı metne çevrilmiştir. Bu veri kaynaklarından faydalanılarak öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin bilişsel analizi yapılmıştır. Bu bilişsel analiz sürecinde öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini incelemede RBC modeli analitik araç olarak kullanılmıştır. Soyutlamaya yönelik bakış açıları incelendiğinde soyutlamayı sosyokültürel açıdan ele alan RBC teorisinin bu araştırmaya uygun olduğu dşnlmştır. Çünkü öğrenme çevreden araç kullanımından, sosyal etkileşimden ve ortamı çevreleyen koşullardan ayrı gerçekleşemez.

Hershkowitz vd. (2001)'nin soyutlamanın problem çözme esnasında oluşabileceği görüşü, RBC' nin teorik yapı olarak seçilmesinin bir diğer nedenidir. Bu nedenlerden dolayı RBC soyutlama teorisini araştırmaya uygun bir teorik yapı olarak dşnlmştır.

4.2 rnek Olay alışması Analizlerinin Geçerlik ve Güvenirliği

4.2.1 rnek olay çalışması problemleri

rnek olay çalışması problemlerinin geçerlik ve güvenirlikleri uzman görüşü alınarak ve pilot çalışma gerçekleştirilerek sağlanmıştır.

4.2.2 Örnek olay incelemesinin geçerlik ve güvenilirliği

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenilirlik nicel araştırmalardan farklıdır. Guba ve Lincoln (1989) inandırıcılık ifadesi ile iç geçerliği, aktarılabirlik ifadesi ile dış geçerliği, güvenilirlik ile güvenirliliği, teyit edilebilirlik ile tarafsızlığı eşdeğer görmektedir (Yeşildere ve Türnüklü 2008). İnanđırıcılıđı sağlamada uzman incelemesi ve çeşitleme stratejileri kullanılmıştır. Örnek olay çalışmalarında katılımcı gözlem ve görüşme ile yöntem çeşitlemesi kullanılmıştır. Örnek olay çalışmalarında çoklu durum deseni kullanımı sonuçların dış geçerliğini artırdığı belirtilmiştir. Çalışmada öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri matematiksel başarı düzeyi düşük, orta ve yüksek olan öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Bu şekilde oluşturulan çoklu durum deseninin araştırmanın aktarılabirliği (dış geçerliği) sağladığı düşünölmektedir. Örnek olay çalışmalarında yapılan görüşmeler çözümlenmiştir. Araştırmada teyit edilebilirlik delil zincirinin oluşturulması ile sağlanmıştır. İncelemelerde delil olarak görüşme ve katılımcı gözlem notları kullanılmıştır.

4.3 Örnek Olay Çalışması Verilerinin Analizleri

Çalışmada oluşturulan 3 kişilik gruplarca çalışmada bulunan öğrencilerin verileri tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri özelliklerine göre incelenmiştir. Verilerde kaynak olan görüşme metinleri de sunulmuştur. Ayrıca araştırmacının notları ve bu sayede fark edilen örüntüler de belirtilmiş ve yorumlanmıştır.

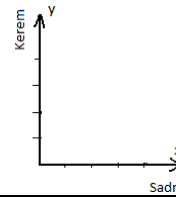
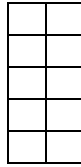
5. BULGULAR

5.1 Mert, Bilal ve Serkan'ın 1.Dereceden Denklem Grafiği Bilgisi Oluşturma Süreçleri

5.1.1 Birinci soruya ait bulgu ve yorumlar

1.Soru: Sadri ve Kerem balıkçılıkla geçimini sağlayan iki arkadaşlardır. Yeni av sezonunda da artık delik deşik haldeki ağırları kullanmamaya kararlılar ve ağırlarını örmeye çok önceden başladılar. Hele Sadri o kadar hızlı ki her seferinde ördüğü Kerem'in ördüğünün iki katı kadar oluyor.

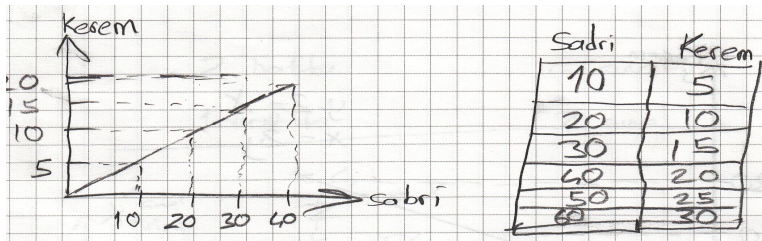
Görevin; Sadri ve Kerem'in ördüğü ağ uzunlukları arasındaki ilişkiyi yansıtan grafiği çizmek. Hadi başla!



1. A: Evet. Mesela günlük hayatta da birimiz diğerine göre daha hızlı soru çözebiliyor. Sorumuzda iki balıkçıdan biri diğerinin her seferinde iki katı kadar ağ örüyor. Buna uygun grafiği çizeceğiz.
2. A: Soruyu anlayamadıysak tekrar okuyalım.
3. M : Anladık.

Öğrenciler tablonun her satırını uygun sayı değerleriyle dolduruyorlar.

6. A: Grafikleri kareli kağıtlara çizin. Eksenleri size ipucu olarak verdik. Öğrencilerin genel olarak sayı ikilileri oluşturmakta sıkıntı çekmedikleri görülüyor. Verilen tabloyu uygun sayılarla dolduran öğrencilerin oran ve orantı ile ilgili yapıları bir ölçüde doğru tanıyıp kullandıkları söylenebilir. Aynı şekilde B öğrencisi de olabilecek sayı değerlerinden bazılarını bulmuş, fakat bunu grafikte gösterirken sayılar arasını eşit ayırmamıştır.



Şekil 5.1 B öğrencisinin cevabı

B öğrencisi kendi tablo ve grafiğini oluşturduktan sonra gerekçesini sözel olarak belirtmiştir. Öğrenci sadece belli değerleri bulmuş ve sınırlı sayıda ikilinin çözüm kümesinde yer aldığını göstermiş bulunmaktadır. Buradan sonucun doğrusal bir grafik oluşturduğunu düşünemediği çıkarılabilir. Genel anlamda öğrencilerin tablo, sayı ikilisi gibi bilgileri doğru tanıdıkları ikili bulmada sıkıntı çekmedikleri gözlemlendi. Öğrencilere soru çözümlerinde nasıl düşündükleri soruluyor.

7. A: Nasıl düşündün S?

8. S: Ben orantıyla düşündüm.

Burada orantı ve özelliklerini tanıdığı ve kullandığı gözlemleniyor.

9. S: Hep iki katı olduğu için orantıyla yaptım.

10. A: Evet, tabloda oluşturmuşsun Kerem 1 ördüğünde Sadri 2, Kerem 2 ördüğünde Sadri 4 örecekti diye. Evet buna uygun grafik nasıl çıkabilir?

Öğrencinin doğru sayılar oluşturduğu, fakat tabloda oluşturduğu bu sayıları grafikte düzgün kullanmadığı görülüyor. Öğrencilerden S de de doğru sayılar eşleştirilmiş fakat bunun doğru grafiği olduğu sezilememiştir.

11. A: İki ağ örmeye aynı yerden başlıyorlar değil mi? Kaçtan başlarlar o zaman.

12. S: Sıfırdan. (Orijin işaretleniyor.) Kerem 1 ördüğünde Sadri 2 örüyor, Kerem 2 ördüğünde Sadri 4 örüyor, Kerem 4 ördüğünde Sadri 8 örüyor, Kerem 8 ördüğünde Sadri 16 örüyor.

(Öğrenci (0,0) dan başlayarak bulduğu ikilileri işaretliyor ve grafiği oluşturuyor).

Fakat oluşan grafikte sayılar arası eşit ayrılmadığı için grafik düzgün bir biçimde oluşmamıştır. Fakat öğrencinin orantıyla ilgili kavramları doğru kullandığı, ikilileri düzgün işaretleyebildiği gözlemlendi.

13. A: Bu grafikte ilgili bir denklem kurarsak nasıl olabilir? Şimdi zaten problemin başında da verilmiş. Kerem'in ördüğüne y demişiz. Sadri'nin ördüğü de x eksenine gösterilmiş. Nasıl bir denklem oluşturabiliriz burada. Herkes bu denklemi yazmaya çalışsın.

14. M: Söyleyeyim mi?

15. A: Herkes kağıdına yazsın.

16. A: M sen nasıl düşündün?

17. M: Koordinat düzlemine göre burası orijin, burası y, burası x eksenini olduğu için $y=2x$ oluyor.

18. A: Sadri'nin ördüğü her seferinde Kerem'in ördüğünün 2 katı. Sadri'nin ördüğüne x demiştik, Kerem'in ördüğünün 2 katıydı. Kerem'in ördüğü y idi nasıl çıkar o zaman denklem.

19. B: $y=2x$

20. M: $y=2x$

21. A: $y=2x$ mi ? Sadri'nin ördüğü Kerem'in ördüğünün 2 katı.

22. S: $x=2y$

23. M: Evet.. $2y=x$.

24. A: Hı hı evet.

.....

Geçen diyaloglardan öğrencilerin denklem kavramını tanıdıkları fakat verilen probleme ilişkin şu aşamada büyük sıkıntılar yaşadıkları anlaşıldı. Bunun için bir gösterge de öğrencilerin soru çözümlerinde düşünme sürecini oldukça fazla kullanmaları gösterilebilir.

32. A: Aralıkların eşit mi. Mesela sayı doğrusunda 1 ile 2 veya 2 ile 3 arası birbirine eşittir. Burada 2 aralığa 1 birimse, burada da 2 aralığa 1 birim. Eşit ayıralım.

33. A: Mesela arkadaşınızınkine bakalım. Şurada iki kareye 5 br. demişsin, şurada 3 kareye 10 br. demişsin sende de eşit bir birimlendirme yok.

Öğrencilerden B de de grafiğin eşit aralıklarla gösterilmediği görüldü.

34. B : 5 e 2 veriyorsak 10 a 4 vereceğiz.

35. A: Evet.

Öğrencilerin genel anlamda grafik çizimlerinde temel unsur olan eşit birimlendirme bilgisinden oldukça uzak olduğu görülmüştür. Bu öğrencilerin gelişigüzel çizimlerinden anlaşılmaktadır. Yani öğrencilerin gerekli yapıyı düzgün şekilde kullanamadıkları görülmüyor. Ayrıca öğrenciler oluşturdukları grafiklerin düzgün çıkmamasından yanlış grafik bilgisine sahip olduklarının bir ölçüde farkındalar. Oluşan tereddütler öğrenci diyaloglarına da yansımaktadır (36 M). M bilgiyi akıcı ve anlamlı bir şekilde kullanamamaktadır. Oysaki grafiğin temel elemanlarını çizmek 7.

sınıf öğrencileri için kullanma eylemi olarak görülmektedir. Kullanma eyleminde gerçekleşecek çabukluktan da pekiştirmenin de yapılmakta olduğu çıkarılabilir.

36. M: Tüm sayıları kullanmasam olur mu?

(Öğrencilerden S de de hala eksenlerde eşit birimlendirmeler olmadığı göze çarpıyor.)

39. Denklemimiz neydi?

40. M: $y=2x$ ti. Burası y burası x. Burası da orijin.

41. A: x ekseninde sayılar

42. M: y eksenindeki sayıların 2 katı.

43. A: Doğru mu?

44. M: Doğru.

45. A: Sen burada ne yazmışsın

46. M: $2y=x$

47. A: x eksenindekiler y eksenindekilerin 2 katı. Evet 0,0 dan başladı arkadaşınız. Mesela Kerem'e y eksenini demiştin Kerem'in 2 katı Sadri. 1 aldığımızda Kerem'in ördüğünü, Sadri 2 evet. Grafiğini oluştur.

(B işaretlemeyen grafik çiziyor.)

48. A: Noktaları işaretledin mi B, neye göre yaptın? Bu ekseninde hangisinin ismi vardı?

49. B: Kerem burada da Sadri.

50. A: Kerem 5 ördüğünde Sadri 10 örer demişiz.

51. B: Evet.

B öğrencisinin sayı ikililerini doğru bulup işaretleyebildiği gözleniyor. Bu sayede öğrencinin ön öğrenmelerini pekiştirdiği açıktır.

52. A: Kesiştikleri noktaları buldun. Peki kaç nokta bulman yeterli bu grafik için.

53. B: 4.

54. M ve S: 3.

55. A: Bir doğru için en az kaç nokta yeterli bize?

56. M: 2 tane yeter.

57. A: Evet 2 tane.

58. S: 2 tane.

59. A: Evet o zaman grafiğimiz için kaç nokta gerekli?

60. M: 2 nokta.

.....
Geçen diyalog (52A, 53B, 54M ve S) B ve S nin doğru kavramını ilgili yapıları gerektiğinde tanıyıp kullanmamalarına bir örnektir. 55A. da yöneltilen soru denklem grafiği bilgisi için bir ön şart değildir ancak bu bilginin öğrencilere büyük kolaylık sağlayacağı açıktır. Ayrıca diyalogtan M nin ilgili kavramı doğru tanıyıp kullanabildiği görülmektedir.

74. A: Sorudan bağımsız düşünürsek doğruyu uzatabiliriz demiştik, aynı şekilde uzat. Denklemin belirttiği doğru grafiğini oluşturmuş olacağız.

75. A: Problemimizde balıkçıların ördüğü ağ uzunluklarını oluşturmuştuk.(0,0) dan başlar demiştik. Ama problemden bağımsız düşünürsek negatif sayılar da olabilir.

(M doğrunun (-2,-1) noktasından geçtiğini de grafikte göstermiştir.)

76. A: Doğru hangi noktalardan geçer, örnekler verebilir miyiz, negatif sayılarda?

77. M: -1 değil önce x yazılır.(-2,-1) noktasından.

78. A: Nasıl buldun bu noktayı?

79. M: $2y=x$ denkleminde .

.....
81. A: Ne yaptın burada x yerine mi değer verdin, y yerine mi değer verdin?

82. M: Önce x'e değer verdim.

83. A: x'e kaç yazdın?

84. M:1.

85. A: x'e 1 verdiğinde y kaç olur?

86. M: 2.

87. A: x e 1 yazdığında y kaç olur?

88. M: y de 1 olur. 2.1 den 2.

89. A:Yaz bakalım.

90. M: Pardon x'e 2 yazdım, yazmam lazımdı.

91. A: Fark eder mi peki x'e $\frac{1}{3}$ yazamaz mısın?

92. M: Yazarım

93. A: $x=2y$ de x yerine 1 yazdım.

94. M: x 1 ise y de $\frac{1}{2}$

95. A: Nasıl buldun denklemde yerleştire.

96. B: x , y nin 2 katı olduğu için.

97. A: x yerine 1 yazarsak aşağıda ne olacak?

Öğrenci sonucu doğru bulmuş olmasına rağmen gösterimi yanlıştır. ($2y=x \quad \frac{1}{2}=1$ şeklinde yazmıştır.)

5.1.2 İkinci soruya ait bulgu ve yorumlar

2.Soru: İki haftada toplam 4 çuval pirinç sattığını düşünen Bakkal Zekai Bey'in, her bir haftada satabileceği pirinç miktarlarının bütün olabilecek değerlerini gösteren grafiği çizer misin?



103. A: İki haftada toplam 4 çuval pirinç sattığını düşünelim eksenler ne olabilir?

104. B: İki haftada toplam 4 çuval sattığına göre tek haftalık mı, yoksa iki haftalık mı göstereceğiz.

Öğrencilerin diğer soruya oranla farklı gelen bu soruda güçlük yaşadıkları görüldü. Öyle ki öğrencilerin en başta eksenlerde neyi yansıtacaklarıyla ilgili bir çıkarımda bile bulunamadıkları görülüyor (104B) Bu yüzden araştırmacı öğrenciye tanıdık eğitim yaşantıları hatırlatarak çalışmaya yön vermeye çalışmaktadır.

105. A: İlk soruda ne yapmıştık? Sadri ve Kerem'in ördüğü ağ uzunlukları arasındaki ilişkiyi yansıtmıştık.

106. B: Haftalara bölebiliriz di mi?

B öğrencisinin gerekli çıkarımlara bir ölçüde yönlendiği düşünülebilir (106B).

107. A: Grafikte eksenler o zaman ne olacak, 2 hafta dediğimize göre. 1. haftayı bulduktan sonra kalanı da 2. haftaya. 2 hafta arasındaki ilişki olacak.

108. A: Eksenler ne olacak.

109. M: x ve y .

110. A: x ve y neyin yerini tutuyor problemde?

111. M: x hafta y çuval.

M öğrencisi grupta matematiksel başarısı en yüksek olan öğrenci konumundadır. Bununla birlikte onun içinde bulunduğu grubun grafik çizimlerinde eksen isimlendirmelerinde genel bir sıkıntı yaşadığı açıktır. Öğrencilerin soruda verilen yapılarla ilgili düşünmeden, rastgele isimlendirmeler yaptıkları görüldü.

112. A: Her bir haftada satabilecekleri pirinç miktarları. Diğer problemde Sadri ve Kerem'in ördüğü ağ uzunlukları arasındaki ilişkiyi istiyorduk, şimdi her bir haftada satabilecekleri pirinç miktarları.

113. B: Söyleyebilir miyim?

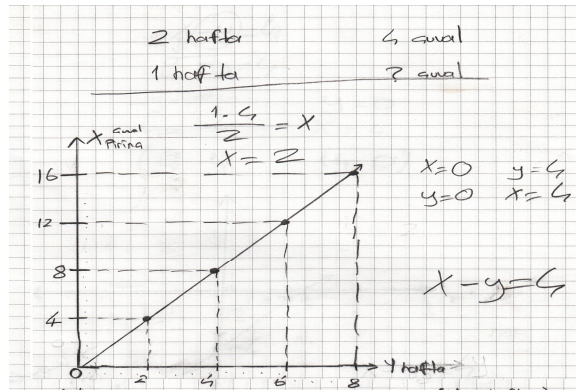
114. A: Evet

115. B: İki haftada toplam 4 çuval yapıyorsa, her bir haftada iki çuval satmıştır.

116. A: Eşit sattığını biliyor musun peki?

117. B: $1.4/2 = x$. $x=2$ çıkıyor.

B nin çözümü şu aşamada cevaba oldukça uzaktır. B nin soruyu ilk soruya benzetmeye çalışarak doğru orantıyla çözmeye çalışmıştır.



Şekil 5. 2 B öğrencisinin cevabı

118. A: Peki burada sen ne bulmuş oluyorsun?

119. B: 1 haftada sattığını.

120. A: Ortalama mı bulmuş oluyorsun burada? Belki 1 inde 1, diğerinde 3 sattı, belki birinde yarım öbüründe 3,5 sattı, olamaz mı?

121. M, B: Olabilir.

122. A: Denklemimiz nasıl olabilir? 1. haftada sattığına x dersek, 2 haftada sattığına y dersek burada oluşturacağımız denklem ne olur, S? İkisinin toplamı 4 ediyor diyoruz.

123. M: $x=2y$

124. A: Biliyor musun peki bir haftada diğerinin 2 katı kadar sattığını?

125. M: Belli değil.

126. A: Ne belli peki toplamlarının 4 olduğu belli değil mi?

127. M: Şey, $x+y=4$

Öğrencilerin denklem kurma basamağında hala takıldıkları, kullanma basamağında başarılı olamadıkları görülüyor.

128. A: Evet. Bunu kesin biliyoruz. Birinci haftada sattığına x , ikinci sattığına y dersek toplamlarının 4 olduğunu biliyoruz. Bu denklemin grafiğini oluşturalım.

129. A: Tabloda sayı vererek de oluşturabiliriz. Mesela M nasıl düşündün?

130. M: x 'e sıfır verince $y=4$ çıkıyor. $y=0$ verince de $x=4$ çıkıyor.

131. A: Birinci haftada hiç satmasa ikinci haftada 4 veya ikinci haftada hiç satmasa?

132. B: Birinci haftada 4 çuval.

133. A: Evet grafiklerimizi oluşturalım.

M düzgün birimlendirme yaparken, B $0,0$ ı yanlış işaretliyor. Bu noktayı işaretlerken x orijinin sağındaki bir noktayı 0 diye işaretlediği, y ekseninde de orijinin üstündeki bir noktayı 0 diye işaretlediği görülüyor. Buradan B nin koordinat sistemi ile ilgili sadece kısmi doğru bilgi yapılarına sahip olduğu anlaşılmaktadır.

134. A: $(0,0)$ neresi?

135. B: Bu nokta olmaz mı diyerek orijini gösteriyor.

136. A: Eksenlere de isimlerini verelim. x eksenine mi 1. hafta diyorsunuz, y eksenine mi?

137. M: Burası 1. hafta, burası 2. hafta (eksenleri gösteriyor). 1. haftada 1 kg satıyorsa 2. haftada 3 çuval satabilir.

138. A: O zaman $(1,3)$ noktası.

M ilgili ikiliyi sistemde doğru şekilde göstermektedir. Buradan koordinat sistemi ile ilgili sahip olduğu bilgi yapısını pekiştirdiği söylenebilir.

139. M: Sonra 1. haftada 2 çuval satıyorsa, 2. haftada 2 çuval satar.

140. A: Evet.

141. M: Sonra 1. haftada 3 çuval satıyorsa 2. haftada 1 çuval satar böyle veya 1. hafta 4 çuval satıp 2 hafta hiç satmayabilir ya da 2. hafta 4 çuval satıp öbür hafta hiç satmayabilir.

143. A: Şimdi 1. hafta 4 satarsa ikinci hafta.

144. M ve B: Satmaz.

145. A: 4 e 0 noktası değil mi. 4 e 0 neresi?

146. M: Sayının kendisidir. Şurası (x ekseninde 4 ü gösteriyor.)

Öğrencinin apsisi 0 olan noktalar ordinat eksenindedir, ordinatı 0 olan noktalar apsis eksenini üzerindedir bilgisini rahat bir şekilde kullandığı ve pekiştirdiği anlaşılmaktadır.

148. M: Evet, şöyle bir doğru oluyor.

Öğrencinin ilk sorudan sonra bu soru da kullandığı yapılar onun bilgi yapılarında genişlemeler olmasını sağlamıştır. Örneğin ilk soruya nazaran bu soruda öğrencinin açıklamalarını daha düzgün yaptığı ve denklem kurmada daha az çelişki yaşadığı söylenebilir.

149. A: Sen nasıl düşündün?

150. B: Ben biraz değişik düşündüm. Denklem kurdum. İki haftada 4 çuval satarsa 1 haftada 2 çuval satar.

.....

Öğrencinin ilgili soruda hala orantıyla yapmaya çalıştığı arkadaşının çözümünden ikna olmadığı açıktır. Buna karşılık M arkadaşının yanlışlarını göstererek onu ikna etmektedir.

155. M : (B nin grafiğindeki (4,8) noktasını göstererek) 8 ve 4 12 eder. 12 çuval satmıyor.

156. A: Buraya ne dedin?

157. B: Çuval pirinç. (y eksenini satılan pirinç çuvallarının sayısı, x eksenini de hafta sayısı olarak göstermiştir.)

158. A: Bize 2 hafta arasındaki ilişkiyi soruyor. o zaman eksenlerimiz ne olacak? Bir taraf 1. hafta.

159. M: 1. hafta

160. A: Diğer taraf?

161. M: 2. hafta

163. A: Serkan sen nasıl düşündün. İki haftada toplam kaçtı?

162. S: 4

163. A: (grafiği göstererek) y eksenini 1. hafta almışsın, x eksenini 2. hafta almışsın. 2. haftada ne kadar satsın?

164. S: 1, 2, 3, 4 satsın

165. A: Evet sayılar ver.

Öğrenci $1+3=4$ şeklinde sayıları oluşturmaya çalışıyor.

166. A: Sayılar vererek nasıl oluşturabiliriz burada?
167. B: Rakamlar veririz toplamları için. Mesela 1 veririz bu 3 olması lazım, 2 verirsek 2, bu 3 bu 1, 4-0
168. A: Evet tamam.
- (B x ve y eksenini yerleştiriyor.)
169. B: x 1 iken y 3 oluyor.
170. A: Peki sen x eksenine mi 1. hafta dedin, y eksenine mi?
171. B: x eksenine
172. A: Tamam. Fark eder mi peki.
173. B: Hayır.
174. M: Yanlış olmadı mı? x burası y burası.
175. B: x 2 iken, y de 2. x 3 iken y de 1 oluyor. 1 dk ters yaptım.
- B eksenleri yanlış isimlendirdiğinin farkına varıyor. B işaretlediği noktaları silip tekrar işaretlemeye başlıyor.)
176. S: 1 e 3 oluyor, 2 ye 2 oluyor.
177. A: 2 nokta bulman yeterli. x e 1 y ye ne verdin 3. 1 e 3 neresi?
178. S: Şurası.
179. A: 2 ye 2 neresi?
180. S: Şurası.
181. A: Evet, cetvelle birleştir.
- (B noktaları işaretlemiş)
182. B: 4 te burada kalıyor. (0,4) ü göstererek
183. A: Hemen grafiğini oluştur. Hangisine 1. hafta dedin, hangisine 2. hafta. Eksenleri isimlendir.
184. B: Az önce buraya x, buraya y demiştim. Değiştirdim.
185. A: Neden koordinat sisteminde yatay eksen neydi?
186. B: y, opsis yani, apsis pardon.
187. A: Yatay eksen?
188. M: Şurası x şurası y olacak. x apsis y ise ordinattır.
189. B: Az önce öyle yapmıştım da biraz ters gibi oldu. Ondan değiştirdim.

(Önceki soruda da orijin noktasında sıkıntı yaşayan B nin bu bilgiyi yapılarını doğru bir şekilde tanıyıp kullanamadığı görülüyor, bu açıdan M nin pekiştirme yaptığı açıktır 188M)

(İlgili düzeltmeleri kağıdında yapan B bulduğu iki noktayı işaretleyip sadece bulduğu bu 2 noktayı birleştiriyor, şu aşamada çözümünde çözüm kümesinin sadece sınırlı sayıdaki elemanı vardır.)

197. A: 2. hafta mı dedin buraya? Peki 2. haftada 4 satıp, 1. haftada 0 satamaz mıydı?

198. B: Satardı.

199. A: Nerde o noktamız?

200. B: Burası mı, burası.

201. A: 2. hafta, 1.hafta. Eeee burada sen 4,0 noktası da olur demişsin, 3,1 noktası da olur demişsin.

202. B: Biraz kafam karıştı.

203. A: Bütün olabilecek değerler burada mı?

204. A: 1. haftada 0, ikinci haftada 4 te satabilir.

.....

208. A: Mesela birinde yarım çuval satabilir. Arkadaşınız y eksenine 2. hafta dedi. 2. hafta yarım çuval sattıysa diğer hafta ne kadar satar?

209. B: 3,5

210. A: Yani x ekseninde 3,5. x ekseninde 3,5 u bulcaz diğer eksen de yarımı.

B 3,5, 0,5 noktasını doğru işaretliyor. B nin koordinat sistemi ile ilgili sınırlı sayıdaki bilgisinde genişlemeler olduğu söylenebilir.

211. A: Böyle bir nokta da bizim istediğimizi sağlıyor. Sen nasıl oluşturdu?

212. S: Belirledim sayıları işte ondan sonra da doğruyu uzatarak grafiği çizdim.

(S sorunun başında ilk sorudaki gibi 0,0 dan başlamak istemiş fakat bunun istenileni sağlamadığını anlayınca oluşturduğu sayılarla grafiğini düzenlemiştir.)

224. A: Peki bunları nasıl elde edebiliriz? Eksenleri kestiği noktaları nasıl bulabiliriz denklemde.

225. M: $x+y=4$ denkleminde oluyor.

226. A: Nasıl?

227. M: $x+y=4$ tür. Önce x e 0 vereceğiz, bunu kapatırız $y=4$ olur. Yani (0,4)

228. A: (0,4) neresi tekrar gösterir misin?
229. M: Pardon (0,4) burası.
230. A: Hangi ekseni kestiği noktayı buldun?
231. M: Şurası.
232. A: Yani hangi ekseni kestiği yeri buldun?
M noktayı göstererek şurası diyor.
233. A: y eksenini kestiği yeri.
234. M: y'ye 0 verdiğimizde $x=4$ olur. Bu da (4,0) ı verir. $x=4$ $y=0$ dır. İki noktayı birleştirdiğimizde elde ederiz.
235. A: Eksenleri kestiği noktaları bulman önemli.
- 227M. ve 234M. den ilgili öğrencinin doğrunun eksenleri kestiği noktayı bulma becerisine sahip olduğu gerekli bilgi yapılarını doğru bir şekilde tanıyıp kullandığı ve ve pekiştirdiği, aynı zamanda gruptaki diğer öğrencilerin tanınmasına da yardımcı olduğu söylenebilir.

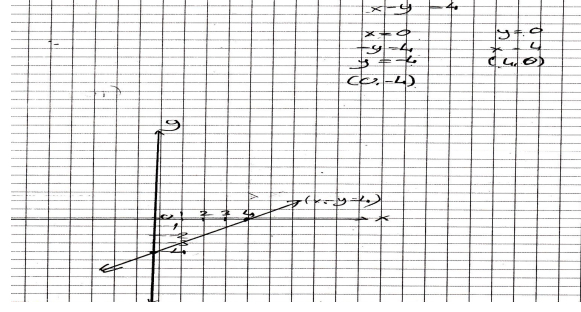
5.1.3 Üçüncü soruya ait bulgu ve yorumlar

3.Soru: Aklımdan tuttuğum sayıları bulmak istiyorsan bu sayılar farkının 4 olduğunu sana söyleyebilirim. Ama daha fazla bilgi vermem oyun gereği yasaklandı. Olabilecek sayıları görmeni sağlayacak grafiği çiz desem nasıl bir grafik çizersin?



235. A: Evet burada da sayılar farkı 4 müş. Denklem nasıl olur?
236. M ve B: $x-y=4$ diyorlar.
- 236 M den öğrencilerin ilk sorulara nazaran öğrencilerin cebirsel ifade ve denklem bilgi yapılarını daha doğru şekilde tanıyıp kullanabildikleri açıktır. Öyle ki önceki sorularda grup ancak araştırmacının yardımıyla ilgili yapıları oluşturabilmiştir.
240. A: Bunun grafiğini oluşturacağız.
241. M: $x=0$ iken $y=4$ diyor.
242. B: x' e 0 verdim y' nin değerini buldum.
243. A: Şimdi senin $x'0$ verdiğinde neyi buluyorsun?
244. B: $0-y=4$ denklemini.
- Öğrencinin denklem çözümü basamağına doğru bir şekilde kullanmaya başladığı açıktır.

247. A: Evet şimdi. Şurada ne yaptın Serkan $x-y=4$ dedin.
248. S: Hı hı.
249. A: Bu denklem sana ne anlatıyor. x sayısına 1. sayı diyebiliriz. 1. sayıdan 2. sayının farkı 4. Hangisi büyük o zaman?(Serkan $x-y=4$ te x 'e 0 ve y ' ye 4 vermiştir.)
250. S: x
251. A: O zaman x 'e 0 vermişsin, y ne olur?
252. S: 4
253. A: Ama diyosun ki. x ten y 'yi çıkarınca 4 kalıyor. x daha büyük. x yerine 0 yazarsak y 4 küçüğü. 0 ın 4 küçüğü nedir?
254. S: -4
255. A: O zaman y ne olur burada?
256. S: -4
257. A: Evet daha sonra y 'yi 0 vermişsin x 'i 4 bulmuşsun.
258. S: Evet.
259. A: Burada oluşan ikili nedir? Noktaların yerlerini ikililerle belirtiyoruz değil mi? x 4 ken y 0 nasıl yazarsın, yani 4'e 0 noktası.
260. S: (4,0) yazıyor. Burada da (0,4) oluyor.
- Geçen diyaloglardan öğrencinin sayı ikilileri ile ilgili sıkıntısı olmadığı görülüyor. Özellikle bir önceki sorunun da yardımıyla öğrenciler önce doğrunun eksenleri kestiği noktaları bulup grafik çizimine gitmektedir.
269. A: M sen nasıl yaptın?
270. M: Denklemimiz $x-y=4$ 'tür. x '0 verirse $-y=4$ olur. Hiçbir denklemde $-$ kullanılamayacağı için işaretleri değiştiririz. $y=-4$ tür.
271. A: Evet. y 'yi istediğimiz için.
272. M: 0,-4 noktası. O da burasıdır. y 'ye 0 verirse $x=4$ olur. 4'e 0 noktası. İki nokta bulmak yeterli, doğrudan böyle olur.
- Bu aşamada M ve B nin bilinmeyen, cebirsel ifade ve denklem gibi bilgi yapılarını tanıyıp doğru kullanabildikleri gibi bir mantıksal çıkarım yapılabilir. Fakat aynı gruptaki S nin denklem çözme basamağında hala sıkıntı yaşadığı görülmektedir.



Şekil 5.3 M öğrencisinin cevabı

5.1.4 Dördüncü soruya ait bulgu ve yorumlar

4.Soru: Resim dersinde bu sefer kağıdıma bir koordinat sistemi çizdim ve Akın Bey'in evini $x+2y=4$ ile eksenler arasında sınırlı kalan bölgeye çizdim. Çünkü daha resimde yapacağım birçok şey vardı. Sana da eğer benim resimdeki bu bölgeyi bulabilir misin desem sen ne dersin? Hadi sen de oluştur.



288. A: Hangi denklemin grafiğini oluşturuyorsun?

289. S: $x+2x$, $x+2y=4$

290. A: Evet onu bir köşeye yaz.

Öğrenciler x 'e ve y 'ye 0 vererek doğrunun eksenleri kestiği noktaları buldular. Bu soru oluşan yapıların pekiştirilmesi amacıyla sorulmuştur.

291. A: x 'e 0 verdin. Denklemin nasıl oluştu o zaman ?

292. S: x 'e 0 verdim $2y=4$ oluyor.

293. M: Benim bitti.

M öğrencisi artık soruları daha hızlı ve ilk sorulara nazaran kendinden emin bir şekilde çözmektedir. Bu yapıyı pekiştirmenin bir göstergesi olabilir.

304. A: M sen nasıl çalıştın?

305. M: Ben x 'i sıfır verdim. x 'e sıfır verdiğimizde $2y=4$ oluyor. $2y=4$ ise $y=2$ dir. $(0,2)$ doğrusu.

306. A: $(0,2)$ noktası

307. M: Evet $(0,2)$ noktası burasıdır. y 'ye 0 verdiğimizde $x=4$ olur. $(4,0)$ noktası burasıdır. İki nokta bulduğumuzda doğru çizebildiğimize göre.

308. A: x 'e sıfır verdiğinde hangi eksen keseni buldun?

309. M: y eksenini buldum.

310. A: y 'ye sıfır verdiğinde.

311. M: x eksenini keseni buldum.

312. B: Hocam ben de bitirdim. En son olarak 2 buldum. Burayı da 4 buldum. 2'ye 4. En fazla 2 olduğu için. 2 tane nokta bize yetiyor.

(Öğrenci y ekseninde 2 noktadan başlayan ve x ekseninde 4 noktaya doğru giden ışın olarak çizmiştir. B öğrencisinin artık ilk sorularda yaşanan koordinat sistemi ile ilgili sıkıntıları büyük ölçüde azalmıştır. Öğrenci tanıma ve kullanma basamaklarında daha iyi yol almaktadır.)

313. A: 2 Nokta bize yetiyor ama doğrumuz burada bitiyor mu? Mesela x -1 olmaz mı ? x -1 olduğunda y kaç olur?

314. B: 5

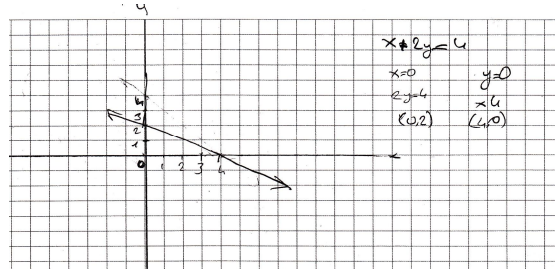
315. A: x -1 olduğunda

316. B: Tamam x=-1 y o zaman 2,5 olur.(doğru yanıtlıyor.) O zaman biraz daha yukarısına mı çıksın?

317. A: Doğrumuz uzayamaz mı?

318. B: Uzar uzar.

Bu soruda denklem öğrencilere hazır olarak sunulmuştur. Öğrenciler ilk sorulara göre daha hızlı yanıtladıkları soruyu genel olarak doğru cevaplamışlardır. Grubunda en başarısız öğrenci olan S de ilk sorularda daha sessiz kalmasına rağmen bu soruda uygun çözüm sunmuştur.



Şekil 5.4 S öğrencisinin cevabı

5.1.5 Beşinci soruya ait bulgu ve yorumlar

5.Soru: Hakan Bey Ankara Kızılay' da bir yabancı dil merkezinde İngilizce öğretmenliği yapmaktadır. Merkeze öğrenci ve sivil vatandaşlar kabul edilmektedir.

Yeni başladığı sınıfta 18 yaş ve üstü kişilerle çalışan Hakan Bey'in bu kez sınıfında 10 kişi kayıtlı görünüyor. Listedeki kişilerin kaç tanesinin öğrenci kaç tanesinin sivil olabileceğini düşünen Hakan Bey'e çizeceğin grafikte yol gösterir misin?



319. A: Burada denklemimiz ne olacak S? Bir kısmı öğrenciymiş bir kısmı sivilmiş.
320. Ö: $x+y=10$ diyorlar.
321. B: Yine koordinat sistemi çizelim di mi? En başta x'e sıfır verdim. y'yi 10 buldum.
322. A: x neydi burada senin öğrenciler mi, siviller mi?
323. B: Öğrenciler
324. A: Eksenleri o zaman yazar mısın? (eksenleri yazıyor.)
325. B: Burası öğrenci, burası da sivil . y'yi sıfır verdim. x'i 10 buldum.
326. A: y'yi 0 vermekle ne buldun hiç sivil olmasa dedin.
327. B: Hiç sivil olmasa 10 tane öğrenci oluyor. Eğer hiç öğrenci olmasa 10 tane sivil oluyor. Bu (0,10) bu da (10,0) oluyor. Grafiğe başlıyor. 2 şerli arttırırsak bir sorun olur mu burada. Yine 10 a tamamlıcaz ya burayı. İkişerli gitsek. 2, 4, 6, 8, 10 diye.
328. A: Sence olur mu?
329. B: Sorun olmaz bence (2,4,6,8,10 diye biçimlendirmeye başlıyor.)
B öğrencisinin artık koordinat sistemi, sayı ikilisi, denklem çözümü gibi yapılarda sıkıntılarının kalmadığı bu soruda görülüyor (321B,327B). Ancak öğrenciler bu soru yapısındaki farklılığı grupça hissedememişlerdir.
330. S: Her sorunun mantığı aynı.
331. A: Bu soruda farkı göreceğiz şimdi.
332. M: Son soruda mı?
333. A: Bu soruda
334. B: Herhangi bir fark var mı?
335. A: İncelerseniz grafiklerinizi dikkatli olarak. Evet.
336. M: Bitti.
337. A: Üçümüzün grafiklerini de yan yana getirelim. Hepimiz önce eksenleri kestiği noktaları bulmuşuz. Peki bu doğru üzerindeki her nokta çözüm kümemizde var mı?
338. Ö: Var.
339. A: Mesela burada x ekseninde $\frac{1}{2}$ 'e karşılık gelen bir sayı var.

340. S: Evet.
341. A: x eksenini $\frac{1}{2}$ olabilir mi x eksenini neyi belirtiyordu sivil. $\frac{1}{2}$ kişi olabilir mi?
342. M: Hayır olamaz.
343. A: O zaman ne olacak? Bu doğrunun her noktası çözüm kümemizde var mıdır?
344. M: Vardır.
345. A: x $\frac{1}{2}$ iken burada bir nokta karşılık geliyor. $\frac{1}{2}$ kişi gibi bir şey olabilir mi?
346. M ve B : Hayır olamaz.
347. A: Anca 1 kişi olur . 1 kişi olsa ne olur?
348. M: 1 tane sivil 9 öğrenci olur.
349. B: 9 öğrenciye de 1 sivil olur.
350. M: Evet olur. 1 e 9 olur.
351. S: Hocam benimki en doğrusu.
352. A: Evet S ye bakalım. x leri sivil mi dedin öğrenci mi?
353. S: x'e sivil. y'ye öğrenci .
354. A: Evet eksenler sizin kabullenişleriniz. x'e sivil dedin. 1 tane sivil.
355. M ve S: 9 öğrenci.
356. A: Neresi o zaman?
357. A: 1 e 9 evet veya hiç sivil olmasa?
358. S ve B: 10.
359. A: Neresi orası 0 a10.
360. S: Şurası.
361. A: 0 a10.
362. S: Şurası.
363. A: Evet. Peki 2 sivil olsa .
364. B: 8 oluyor. O da şurası. (S noktaları işaretlemiş.)
365. A: S nin yaptığına bakarsak 1'e 9 dedik. 2'ye?
366. S:8.
367. A: 3'e
368. S: 7
369. S: 4'e 6
370. A: Evet çözüm kümesindeki noktaları belirle.

371. B: Ben karaladım bitirdim.
 372. A: Çözüm kümemizdeki noktalar o zaman.
 375. M: Evet böyle.(M tabloyu doldurmuş.)

Sivil	Öğrenci
1	9
2	8
3	7
4	6
5	5
6	4
7	3
8	2
9	1
10	0

Şekil 5.5 M öğrencisinin cevabı

376. A: Peki hiç sivil olmasa M?
 377. M: 0 a 10.
 378. A: Peki eksenleri hangileri keser?
 379. M: Eksenleri hepsi keser. Hını eksenleri kesenler. 10 la 10. (0 a 10 ve 10 a 0 m olduğu satırları gösteriyor.)
 380. A: Çözüm kümesini göster grafikte göster.
 381. M: Çözüm kümesi derken.
 382. A: Yani noktalarla belirlemiştik değil mi, şartları sağlayan yerler.
 M öğrencisi ile geçen diyalogtan (380A, 381 M, 382 A) öğrencinin çözüm kümesini kavramını tanımadığı açıktır. Oysa ki 6. sınıftan itibaren öğrenciler denklem ve ilgili bilgiler verilmektedir. Buradan öğrencinin sadece denklemle ilgili kısmi bilgi yapılarını doğru olarak tanıyıp kullandığı açıktır.
 383. A: Hangisi öğrenci hangisi sivil B. Hiç sivil olmayabilir. (0 değerini de veriyor.) Grafiği istiyoruz.
 384. B: Grafik.
 385. A: İlla doğrunun üzerindeki bütün noktalar şartı sağlayacak diye bir şeyimiz yok değil mi?
 386. M: Tabloyu yaptım.
 387. A: Evet grafiği de yapacaksın. Evet sadece çözüm kümemizdekileri göster.)

M yine doğru yapıyor.

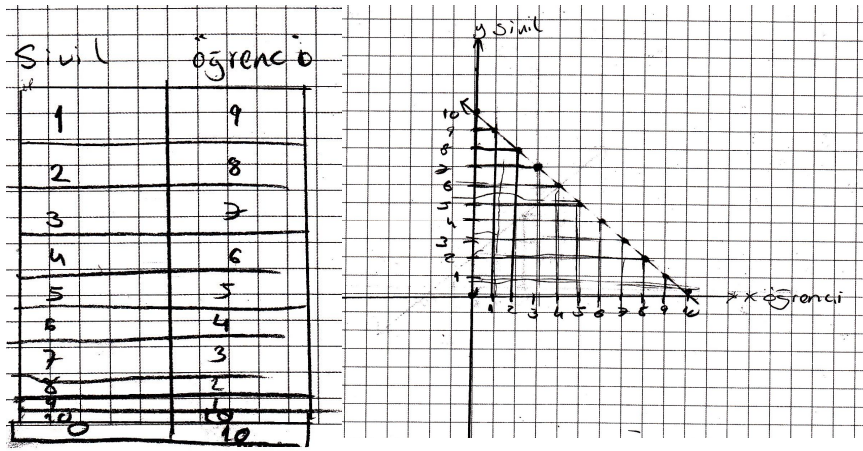
388. A: Niye birleştiriyorsun yine.

389. M: Doğru yapmak için.

390. A: Burada ne dedik, doğrunun üzerindeki noktalar çözüm kümemizi hepsi sağlamıyor, sadece belli noktalar çözüm kümemizde.

Öğrenciler geçen diyaloglardan x ve y değerlerinin ondalık sayılar olamayacağını istenen şartların sağlanması için yalnızca doğrunun üzerindeki bazı noktaların işaretlenmesi gerektiğini fark ediyorlar.

İlgili düzeltmeleri çözümlerinde yapan öğrencilerden M nin çözümü şu şekildedir:



Şekil 5.6 M öğrencisinin cevabı

Soruda önceki sorulardan farklı olarak ilgili denklem grafiğindeki sadece belli noktalar da problem için istenilen şart sağlanmaktadır. Öğrenciler soruyla ilgili olarak geçmiş yaşantılarından hareketle benzeşim kurmaya çalışmış sadece belli bir yere kadar doğru olarak ilerleyebilmişlerdir. 337A. ve 339A. dan hareketle öğrenciler doğru çözüme yönlendirilmişlerdir. Bu aşama öğrencilerin hem denklem grafiği bilgisini güçlendirmiş hem de onların bilgi yapılarında genişlemeye sebep olmuştur.

5.1.6 Altıncı soruya ait bulgu ve yorumlar

6.Soru: Ahmet, basketbol oynarken tek sayılık ve 3 sayılık atış denemeleri yapıyor. 15 puan yapmak için kaç tane tek sayılık ve kaç tane 3 sayılık atış yapmalıdır?

Olası çözümleri grafikte gösterir misin?



395. B: Söyleyebilir miyim denklemi?
396. A: Söyle
397. B: $x+y=15$ denklemi bu
398. A: Denklemi bu? Nasıl düşündün o denklemi kurarken?
399. B: x 'e 3 sayılık olarak düşündüm.
Öğrencinin x e 3 sayılık atışlardan alınan puanlar anlamını yüklediği görülüyor.
Grupça geçen diyaloglar yardımıyla M nin farkındalığının arttığı görüldü.
400. A: 3 sayılıklardan alınan puanlar?
401. B: y 'ye de 1 sayılık tek olarak düşündüm
402. A: Ama burada kaç tane 3 sayılık atış denemesi yapıyor diyoruz. Mesela 1 tane 3 sayılık atış yapsa kaç puan alır?
403. Ö: 3
404. A: 2 tane
405. M ve B: 6
406. A: 3 tane
407. Ö: 9
408. A: 4 tane?
409. S: 12
410. A: x tane 3 sayılık atsa kaç puan alır? x tane 3 sayılık atsa?
411. M: 5 tane 3 sayılık atsa
412. B: 5 tane 15 evet
413. A: 6 tane yapsa
414. B: 15 puanı geçer evet 18.
415. A: x tane yapsa, x tane 3 sayılık atsa
416. B: Yani?
417. A: x tane, x tane atsa toplam aldığı puan nedir?
418. B: 15 denk geliyor.

.....

B öğrencisinin cebirsel ifadelerle ilgili bilgi yapılarıyla ilgili eksiklerinin olduğu açıktır. 415A, 416B, 417A, 418B den öğrencinin cebirsel ifadelerle ilgili toplama ve çarpma işlemlerini doğru tanıyıp kullanamadığı açıktır.

422. A: Mesela 1 tane atsa 3 sayılık

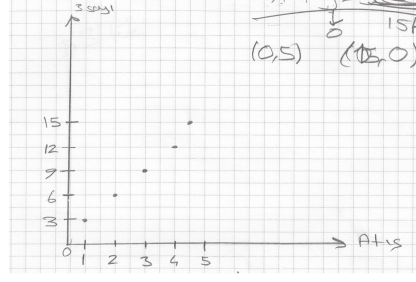
423. M: 3 çarp.
424. A: Çarpıyoruz. 2 tane atsa.
425. M:6 çarparız.
426. A: x tane atsa.
427. B: 15.
428. A: Niye 15? x tane atsa diyoruz. 5 tane atsın demiyorum, x tane atsın diyorum.
429. M: x tane atarsa?
430. A: Aldığı puanı nasıl buluyorduk?
431. M: Çarparak.
432. A: Çarparak, neyle neyi çarpıyorsun?
433. M: x le 3 ü
434. A: Hıı, atış sayısıyla..

.....

M öğrencisinin B yi kullanma basamağına geçirmek istediğı açıktır.

438. M: x tane atarsa. Çarpıcaz $3x$.
439. B: Evet $3x \cdot 15$ sayı elde edebilmesi için.
440. A: Oluşturun bakalım bir grafik.
441. B: Tamam.
442. A: Çözümlerinize göre bir grafik oluşturun, sonra da beraber çalışalım.
443. B: İki grafikte oluştursak olur mu?
444. A: Ama tek sayılık ve 3 sayılık arasındaki ilişkiyi istiyoruz tek grafikte. Bir eksen o zaman tek sayılık, diğer eksen 3 sayılık basketlerin sayısı..tabloyla da yapabiliriz.
445. B: Ben sadece 3 sayılıkları yaptım böyle çıktı.

Olası değerleri yazmaya çalışan B nin denkleme uygun grafiğı çizemediğı görülüyor. Buradan B nin oluşturduğu bilgi yapılarında boşluklar olduğu, kısmen doğru bilgi yapıları oluşturduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 5.7 B öğrencisinin cevabı

B öğrencisinin verilen soruyla ilgili olarak her iki atış arasındaki ilişkiyi yansıtan değil de durumları birer birer yansıttığı görüldü.

446. A: Ama ikisinin toplamı 15 diyoruz. Hani orda anlayabiliyor muyuz ikisinin toplamının 15 olduğunu?

447. B: y ye 0 verdik x i 5 bulduk o zaman 5. $(0,5)$ yazıyor. x e sıfır verdik y yi o zaman 15 buluruz. Çünkü tek sayı 15 e tamamlayabilmesi için $(15,0)$.

448. A: Sen burada kaç tane 3 sayılı kaç tane tek sayılı atarsın diyorsun 15 puan yapması için.

449. B: Hıı o zaman öyle düşünürsek.

450. M: Çözüm kümesini bulayım mı? Önce 3 sayılı atarsa?

451. B: 1 dk.

452. M: Böyle olur. 1 tane 3 sayılı atarsa geriye 12 tane tek sayılı atması lazım.

Çözüm kümesi burasıdır. 2 tane 3 sayılı atarsa 6 sayı yapmış olur geriye de 9 tane atması gerekir. $(9,6)$ şurasıdır. Eğer 3 tane 3 sayılı atarsa 9 puan elde eder.

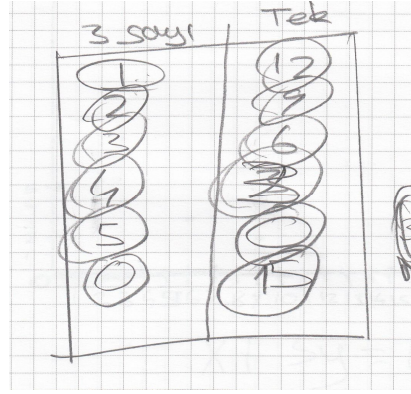
453. A: Ama kaç tane 3 sayılı atmalıdır diyoruz?

454. M: Kaç tane mi?

455. A: Atış sayıları arasındaki ilişki diyoruz.

456. M: Tamam.

457. B: Hocam tabloda böyle buldum. Bir tane 3 sayılı atarsa 12 tane tek sayı atması lazım, 2 tane 3 sayılı atarsa 9 tane tek atması lazım, 3 tane 3 sayılı atarsa 6 tane tek atması lazım, 4 tane 3 sayılı atarsa 3 tane tek atması lazım, 5 tane 3 sayılı atarsa tek atmasına gerek yok, eğer hiç 3 sayılı atmazsa 15 tane de tek sayı atması lazım.



Şekil 5.8 B öğrencisinin cevabı

458. A: Peki burada denklemimiz nedir?
459. M: $x+y=15$.
460. A: Ama 3 sayılılık kaç tane diyoruz?
461. M: O zaman $3x+y=15$.
462. A: Nasıl buldun onu?
463. M: 3 sayılılıkta 3 tane sayı alıyor. Çarptığımızı göre.
464. A: Denklemimizi yazalım şuraya yazar mısın?
465. M: $3x+y=15$.
466. B: Bence şöyle bir şey olsa aslında daha da iyi olur. 1 tane 3 sayılılık atıyor değil mi 12 tane tek sayı kalıyor. O zaman bir denklem kurmak için y tek sayı olduğu için bu 12 oluyor. Bu da bir tane 3 sayılılık atıyor bu da 12 tane atıyor. O zaman şöyle bir düşünce olabilir.
467. A: M'nin kurduğu denklemi senin sayıların sağladı mı? y yerine 12 yazdın x yerine 1 yazdın.
- Öğrencinin verilen sayıları doğru olarak yerleştirip kullandığı görülüyor. Bu kullanma eyleminde olduğunun ve bilgilerini pekiştirdiği söylenebilir.
468. B: Evet, sağladı.
469. A: Evet, yani burada x ne? Kaç tane 3 sayılılık atış yaptığın.
470. B: Evet.
471. A: 1 tane 3 sayılılık atarsa kaç puan alırız.
472. B: 3.
473. A: 2 tane atarsa?
474. B ve M: 6.

475. A: Yani attığımız adetle puan 3 puandı çarpıyoruz. 3 tane atarsa?

476. M ve B: 9.

477. A: 4 tane atarsa

478. B: 12

479. A: x tane atarsa.

480. M: Efendim.

481. A: x tane 3 sayılık atarsa aldığımız puan nedir?

482. B:15.

B öğrencisi hala cebirsel ifadelerde çarpma işleminde sıkıntı çekmektedir.

483. M: Hayır $3x$.

484. B: Hı evet 1 dk. $3x$ doğru, doğru evet.

485. A: Nasıl bulduk peki $3x$ olduğunu.

486. M: 3 lükle çarptığımıza göre, x i de 3 le çarparız.

487. A: Atış sayımızla puanı çarpıyoruz denklemimiz doğru. Evet o zaman bizim çalıştığımız denklem $3x+y=15$.

488. B: O zaman $3x$ olursa burası 9 oluyor. $3x+y=15$ ise x 3 tür 3 sayılık atış o zaman burası 9 olur, burası da $y=15-9$ dan burası da 6 kalır. O zaman böyle bir denklemin sonucuna varmak için y yi de öyle buluruz.

489. A: Evet $3x+y=15$ denkleminin grafiğini istiyoruz o zaman. Herkes çizsin, denklemini yazalım.

490. S: $3x+y$

491. M: Grafik

492. A: $3x+y=15$ istediğimiz bu.

493. B: Büyük bir grafik lazım buna.

494. M: Çizdim.

M artık daha hızlı bir şekilde çözüme gitmektedir. Bu pekiştirmenin bir göstergesi olabilir.

506. A: Peki burada x ekseninde 1,5 a karşılık gelen bir yer var, 1,5 atış diye bir şey olur mu?

507. M: Olmaz

508. A: O zaman.

509. M ve B: Sağlamaz

510. A: Nasıl düşüneceğiz o zaman bu soruda, nasıl olabilir çözüm kümemiz?

511. M: Ben şöyle düşündüm. Eğer 1 tane 3 lük atarsak, 3 tane sayı almış oluruz.

Toplam 15 sayı atacağımıza göre 12 tane tek sayı atmamız lazım

512. A: Evet

513. M: Bir tanesi burada. 2 tane 3 sayılık atarsak 6 sayı elde etmiş oluruz tek sayı olarak 9 tane atmamız gerekir. 3 tane atarsak 9 sayı elde etmiş oluruz 6 sayımız kalır geriye 6 tane tek sayı. 4 tane atsak 12 sayı elde etmiş oluruz geriye 3 sayı kalır, 5 tane 3 lük atarsak hiç atmamıza gerek yok

514. A: Evet.

515. M: İını bi de eğer 15 tane tek sayı atarsak hiç üçlük atmamıza gerek yok.

Böyle olur.

M bulduğu noktaları uygun şekilde bulmuş ve sistemde doğru biçimde göstermiştir.

516. A: Çözüm kümen neresi o zaman?

517. M: Burası, burası, burası, burası, burası, burası. (İşaretlediği noktaları gösteriyor.)

M nin önceki soruyla hemen hemen eşdeğer olan bu soru yapısıyla ilgili olarak çözüm kümesini sağlayan noktaları bulmakta sıkıntı çekmediği görülüyor. Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem kavramıyla ilgili olarak sadece belli yerlerde sıkıntı çeken M nin artık bu hatalarından kurtulduğu görülüyor. Ek olarak süreçte ondan daha geride olan B ve S de gerekli kavramları süreçle birlikte edinmişler. Sayı ikilisi, koordinat sistemi, denklem ve denklem çözümü ile ilgili basamaklarda kullanmayı daha ustaca yapabilir hala geldikleri görülmüştür.

521. A: Serkan sen nasıl düşündün?

522. S: Ben tabloya göre yaptım.

523. A: Nasıl yaptın?

524. S: Tek 1 tane.

525. A: 1 tane 3 lük atarsa, kaç tane tek sayılık atmalıdır?

526. S: 12 tane

527. A: Tamam o zaman 1 le 12 mi birleşir.

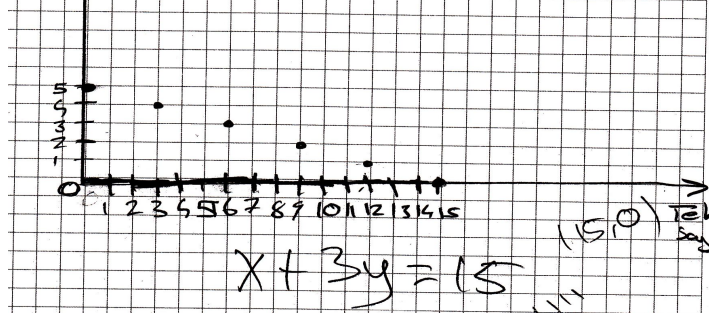
528. S: Evet.

529. B: Hocam ben de bitirdim.

530. A: Tamam. Başka

531. S: İınıı.. 2 tane 3 lük atarsa 2 ile 9 birleşir. Bu da buraya. 2 tane..
532. A: Bakalım. 2 tane 3 sayılık atarsa kaç puan alır?
533. S: 2 tane 3 lük atarsa 6 puan alır. İını 9 tane.
534. A: 9 tane de tek sayıya mı ihtiyacın var?
535. S: Evet. 3 tane atarsa eğer 6 tane teklik atması lazım. 5 tane atarsa hiç atmasına gerek yok.
536. A: 4 tane atarsa peki
537. S: 4 tane atarsa 3 tane atması lazım.5 tane atarsa teklik atmasına gerek yok (Öğrenci doğrunun üzerindeki çözüm kümesine ait noktaları işaretliyor.)
538. S: Çözüm kümesi oluştu.
539. M: Hatalı
540. A:Nerelerde hataların var?
541. M:1,5 diye bir atış olmaz
542. B: Evet
543. M: O zaman buraları silmesi gerekiyor.
544. B: Silmesi gerekiyor.
545. A: Çözüm kümesini noktalarla belirtti. Çözüm kümesi bunlar. Peki hepsini 3 lük atsa?
546. S: 15.
547. A: Kaç tane 3 lük atsa 15 puan alır?
548. S: 5 tane
549. A: Evet. O zaman çözüm kümen?
550. S: Burası.
551. A: Peki hepsini tek sayılık atarsa ne olur?
552. S: 15.
553. A: 15 tane tek sayı atmalı.
554. S: Yani burası.

S (0,15) noktasını da doğru olarak işaretlemiştir. M nin de yardımıyla çözüm kümesine dahil olmayan noktaları silerek sistemden uzaklaştırmıştır. Çalışmada B öğrencisi de arkadaşları gibi doğru çözüme ulaşmış. Sadece belli ikilileri sistemde yansıtmıştır.



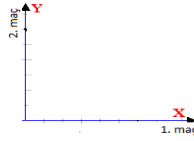
Şekil 5.9 B öğrencisinin cevabı

5.2 Mert, Bilal ve Serkan'ın Eşitsizlik Grafiği Bilgisi Oluşturma Süreçleri

5.2.1 Birinci soruya ait bulgu ve yorumlar

1.Soru: Ahmet, son yaptığı iki basketbol maçında öyle kötü performans sergiledi ki, her iki maçta oyunda kaldığı süre 10 dakikayı bile bulmadı.

Bu duruma çok üzülen Ahmet'in maçlarda kaldığı sürelerin bütün olası değerlerini gösteren grafiği çizer misin?



1. A: 10 dk .yı bile bulmadı diyor. Ne demek istiyor burada?
2. S: 10 dk. dan az kaldı diyor.
3. M: Bunu matematiksel olarak nasıl ifade edebiliriz?
4. M: $x+y=9$
5. A: 9 olabilir. Başka olamaz mı?
6. S: 9,8,7,.
7. A: Bunu matematiksel olarak nasıl ifade edebiliriz? Sembollerimiz var matematikte değil mi?
8. B: $x+y=9$. $x+y$ en fazla olabileceği değer 10 dan küçük olarak.

Öğrencinin buradan çözüm kümesine ait ikililerden yalnızca bir kısmına ulaşacağı açıktır. Öğrenciler olabilecek farklı toplamlara ait örnekler verdiler. Bu aşamada öğrencilerde genişleyen bir bilgi yapısından söz edilebilir. Öğrenciler şartı sağlayacak çözümlerden bazılarını (6S) sağlayan doğru denklemleri (4M)

oluşturmuşlardır. Burada denklem kavramıyla ilgili bilgilerin tanınıp, kullanıldığı (4M, 8B) ancak bunun şu anda yeni bir oluşuma yol açmadığı söylenebilir. Eski yapılarını pekiştirmiş oldukları da açıktır.

9. A: 9,5 ta olabilir. Tam sayı demiyoruz. Matematiksel olarak ifade edeceğiz. Sadece 10 dan küçük olduğunu söyleyeceğiz. $x+y$ ne diyeceğiz o zaman?

10. M: 10 dan küçük.

11. A: Küçüktür sembolümüz.

12. M: Şöyle.

13. A: Evet o zaman sembolümüzü kullanarak hepimiz ifade edelim.

Öğrencilerden B $x+y=10$ gibi yazıyor.

Öğrencinin burada sembolü öncelikle yanlış hatırladığı açıktır. Ayrıca ilköğretimin ilk kademesinde tanıdığı bu sembolün karşılaştırma yapılan nesnelere arasına değil de ifadenin en sonuna koyması onun bu yapının kattığı anlamı içselleştiremediğini göstermektedir. Bu da bir ölçüde kullanma basamağına engel olmaktadır.

14. A: $x+y$ nin 10 dan küçük olduğunu söyleyeceğiz değil mi. 9, 9,5 belki 8, 8,2. Matematikte sembollerimiz var değil mi? Nasıl yazabiliriz? Küçüktür, büyüktür eşittir? S ninkine bakalım şimdi S doğru ifade etti. $x+y<10$ evet. Bu şekilde yazdığımızda 10 dan küçük olan bütün sayıları göstermiş oluyoruz. Belki 1 dk. kaldı, belki 0,5 dk. kaldı. Yani bu sefer bizim istediğimiz $x+y<10$ un grafiği. Şimdi zaten size eksenler isimlendirilmiş olarak verilmiş. Önceki grafiklerde hep eşitlik vardı değil mi. $x+y=10$ diyorduk.

Öğrencilerin bu çalışmada grafik oluşturmaya başlarken eski hatalarından kaçtıkları gözlemlenmektedir. Örneğin grafikleri yanlış birimlendirme hatasını artık yapmadıkları görülmektedir.

15. A: Nasıl çizeceğiz burada ne düşünüyoruz bu grafik hakkında?

16. M: Koordinat sistemi çizeceğiz.

17. A: S nin çizdiği grafiğe bakalım. Kaçtan geçti?

18. S: 9 dan.

19. A: Burada neyi göstermiş oluyorsun sen.

S sadece kurduğu $x+y=9$ un grafiğini çizmiştir. Grafiğinde hata olmayan öğrencinin burada eski bilgilerini doğru şekilde kullandığı ama yeni bağlam için bu bilgilerin artık eksik olduğu da açıktır.

20. S: Eeee $x < 10$ dan küçükmiş o zaman buraya 10 yazmadım ben. Çözüm kümesini buldum

21. A: Senin şimdi burada işaretlediğin noktalar mesela 1 e 8 noktasını işaretlemişsin veya 2 ye 7 noktası. Yani x ve y nin değerleri toplamı burada 9.

22. S: Evet

23. A: Yani 9 dk . gibi almışsın. Biz ne diyoruz yani 10 dan küçük belki 2 dk.evet senin bu yaptıkların bizim çözüm kümemizde var ama hepsi değil. Bunlar var ama eksik olan yerler de var. Evet sen de yine aynı şekilde yapmışsın.

M öğrencisinin çözümü de S ye eşdeğerdir. S de aynı şekilde $x+y=9$ un grafiğini çizmiş ve oluşan grafiğin negatif sayılar içermeyen kısımlarını almıştır.

24. M: Hepsi olması gerekiyor mu?

25. A: Evet bunların hepsi var. Ama eksik olanlarda var. Mesela bu grafiğindeki 1 e 8, 2 ye 7 aldın, 1. maçta 2 dk kaldı 2. maçta 7 dk . toplam 9 10 dan küçük evet sağladı ama bütün çözüm kümelerimiz bu doğru üzerinde değil. Başka noktalar da var, nasıl düşüneceğiz?

26. M: 5 e 4,5 da var mesela.

27. A: Veya 1 e 1 var değil mi?

28. M: Evet.

M nin çizdiği doğrunun dışında kalan noktaların da çözüm kümesinde olduğunu fark etmesiyle (26M) süreç ilerliyor.

29. A: 1. maçta 1dk kalsa 2. maçta 2 dk. kalsa yine istediği şartı sağlıyor. $x+y$ nin 10 a eşit olduğunu düşünelim önce. Yani bir denklem grafiği oluşturalım. $x+y=10$ yazalım hemen.

30. A: Yaptıklarınız yanlış değildi sadece 9 dk. olduğunu almışsınız. Belki 2 dk, belki 1 dk kaldı.

31. S:10 dk .yı bile bulmamış o zaman nasıl 10 a eşit diyeceğiz.

32. A: Onu tartışacağız $x+y=10$ u çizelim söylediğin doğru. 10 dk. yı bile bulmamış. 10dk olsa nasıl olurdu?

Öğrencilere denklemden yararlanarak ilgili grafiğe gidilebileceği konusundaki yönlendirmeden sonra sürecin belli ölçüde hedefe yönlendirildiği söylenebilir. Katılımcı gözlemci rolündeki araştırmacının rollerinden biri de oluşan tikanıklılıklarda süreç destek olmaktır.

33. A: Evet oluştururken B nasıl düşündün? Sayılarını oluştururken.

34. B: x'e sıfır verdim 10'a eşit olması için y nin 10 olması lazım. Bu 0 a 10. y ye 10 verdim x e 0 verdim bu da 10 a 0.

.....

Öğrencinin artık x ve y' ye sırasıyla 0 vererek doğrunun eksenleri kestiği noktayı bulması onun kullanma eylemini (34B) doğru şekilde yaptığının göstergesidir. Öyle ki diğer etkinlikteki sorularda rastgele sayılar vererek denklemi sağlayan değerleri bulmaya çalışan B nin artık hemen eksenleri kestiği noktaları bularak süreçte yol aldığı görülüyor. Bunun diğer etkinlikte bir ölçüde süreci yönlendirerek arkadaşlarını yönlendiren M sayesinde olduğu düşünülebilir.

42. A: Buradaki her noktanın x ve y sinin toplamı 10. Ama bizden 10 dan küçük olmasını istiyor. Demek ki bizim çözüm kümemiz burada değil ya doğrunun alt kısmında ya da doğrunun üst kısmında. Hangi kısımdadır o zaman?

43. S ve B: Alt kısımda.

44. A: Onu nasıl anladık?

45. Ö 10 dan küçük olduğu için

46. A: Toplamları 10 dan küçük olması için. Çözüm kümesindeki noktalar doğrunun üzerinde olmadığı için biz doğruyu kesikli çizgilerle yapıyoruz. Çünkü doğrunun üzerindeki noktalar çözüm kümesine dahil değil. Hangi kısım dahil? Doğrunun alt kısmı mı dahil üst kısmı mı?

47. S: Alt kısmı.

51. A: Peki kim ispatlayacak bu bölgedeki noktaların x ve y değerlerinin toplamının 10 dan küçük olduğunu?

52. M: İıııı bu bölgedeki.

53. A: Bir nokta işaretle mesela o bölgede. Evet.

54. A: Sağlıyor mu?

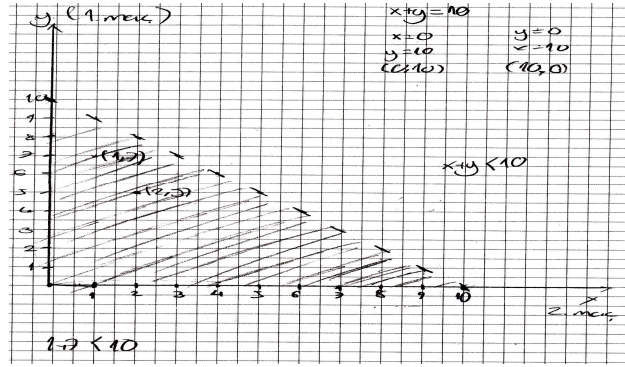
55. M: Sağlıyor.

56. A: Hangi nokta, o noktanın koordinatlarını yazar mısın?

57. M: Koordinatları 2 ye 5 tir. 10 dan küçük sağlıyor. Burdan herhangi bir nokta seçersek hepsi sağlar. Mesela burası da olabilir. Burası da 1'e 7 noktası.

58. A: Şurada göster ..

59. M: $1+7<10$



Şekil 5.10 M öğrencisinin cevabı

60. A: Bu sorudan bağımsız olarak alırsak biz süre olarak aldık. Süre hiçbir zaman negatif olmaz o yüzden bizim çizgilerimiz hiç bu kısma geçmedi...Bize direk şu eşitsizliği verseydi.

61. M: Negatif sayılar da olurdu.

62. A: Evet burayı tamamen tarıyoruz. Yani 2. bölgenin de belli bir kısmı giriyor. 3. bölge de . 4 bölgenin de belli bir kısmı giriyor.

63. A: Bu soruların önceki sorulardan farkı ne, çünkü sorularda eşitlik vardı burada?

64. M ve B: Eşitlik yok

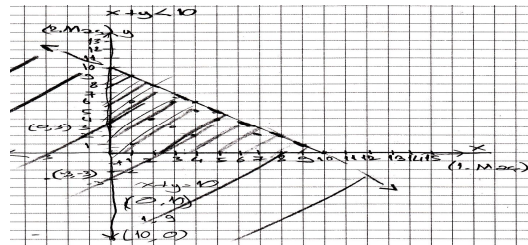
65. A: Bunlara ne diyebiliriz o zaman eşitlik yoksa. < , > içeren ifadeler nasıl ifadeler?

66. M: Cebirsel

67. A: Eşitlik yoksa burada bir eşit olmama durumu var, eşitsizlik var. Bugünkü çalışacağımız konu eşitsizlik.

.....

Sorudan bağımsız olarak eşitsizliğin düşünülmesi istendiğinde bazı öğrenciler negatif sayı içeren ikililerinde çözüm kümesinde yer alacağını görüyor. Bu öğrencilerden M nin çözümü verilmektedir.



Şekil 5.11 M öğrencisinin cevabı

Buradan anlaşılacağı gibi eşitsizlik grafiği bilgi yapısına giden yolda öğrencilerin denklem ve grafiği ile ilgili yapıları doğru tanıyıp, kullanması gerektiği açıktır.

İlerleyen sorularda aslında asıl amaç eşitsizlik grafiği bilgi yapısının pekiştirilmesidir.

5.2.2 İkinci soruya ait bulgu ve yorumlar

2.Soru: Zeynep bu yıl üniversiteyi yeni kazanmış bir öğrencidir. Ailesinin durumu kötü olduğu için bir yandan da çalışması gerektiğini düşünen Zeynep' in bulunduğu işlerden saatlik kazançları şöyledir.



İş No	Saatlik ücret
1. iş	2 TL
2. iş	3 TL

Bulduğu işlerle en azından bu ayki 30 TL. lik kırtasiye masrafını karşılamayı düşünen Zeynep' in işlere ait çalışabileceği süreler için ona yardım etmen gerekiyor. Sence bütün olasılıkları içeren grafik nasıl olabilir?

76. A:Sürelerle ilgili bütün olasılıkları içeren grafik.

.....

77. A:1.işte x saat çalışırsa her bir saatte de 2 lira alıyor. Kazandığı ücret nedir?
78. M: $2x$
79. A: Herkes yazsın. 2. işte de çalışacak.
80. B: $2x+$
81. M: $2x+3y$
82. A: Nasıl bulduk Bilal?
83. B:Burada 1. işi x dedik 2. işi y dedik.1. işten saatte 2 lira kazanıyor. 2. işten 3 kazanıyor. $3+y$, $3y$. $2x+3y$.
89. A: $2x+3y$. Ne diyor en azından bu ayki 30 liralık kırtasiye masrafını karşılasın diyor.
90. M: $2x+3y=30$ mu?
91. A: Bi kere otuza eşit olmasını istiyor değil mi, en azından diyor?
92. M: 30 dan büyük
93. A: Bir de 30 dan büyük olmasını istiyor.
94. M: $2x+3y<30$

95. A: Sen şimdi burada ne yazdın Mert?
96. B: Küçüktür yazdı.
97. A: $2x+3y<30$
98. B: Büyüktür olmayacak mı?
99. A: Eeee bak ne diyor?
100. B: Büyüktür olmayacak mı? $2x+3y>30$
101. M: En azından 30 demiş.
102. A: Ya 30'a eşit olacak ya da 30 dan büyük olacak.Şimdi biz bu şartları sağlayanları istiyoruz. Hem büyük olmasını hem de eşit olmasını istiyoruz. Biz bunu $2x+3y\geq 30$ şeklinde gösteriyoruz. Yani büyük de olabilir eşit de olabilir. Değil mi hem eşitliği hem büyüklüğü \geq sembolüyle gösteriyoruz.
- Soruyla ilgili istenilenleri tek tek yazan öğrencilerden bazıları en azından sözcüğünün soruya kattığı anlamı tam olarak anlayamamış bulunuyor. Bu öğrenciler $2x+3y=30$ u sağlayan ikililerin farkında olan ancak buna ek olarak istenen 2. şartı $2x+3y<30$ şeklinde düşünüyorlar. Eşitsizlik sembolleri, bunların yazımı ve kullanımı ile ilgili de sıkıntılar yaşanmıştır. Gruplardaki öğrencilerde, büyük eşittir sembolünü eşittir büyük şeklinde okuyan öğrenciler de mevcuttur. Bunun yeni bir yapıyla karşılaşılmasından doğan bir sıkıntı olduğu söylenebilir.
103. A: Şimdi yine grafiğimizi çizelim. Eğer 30'a eşit olsaydı nasıl olurdu grafik?
104. M: 30'a eşit olacaktı.
-
110. A: 30'a eşit olsa grafik nasıl çıkar nasıl buluruz. $2x+3y$ 30'a eşit olsa nasıl buluruz grafiği, nerden geçtiğini nasıl buluruz B?
111. B: Yapıyorum ben daha yerleştireceğim.
112. A: Tamam hadi yerleştir.
113. M: x'e sıfır verip y'yi buluyorduk ya ama burada sabit ücret alıyor x'e 0 verebilir miyiz?
114. A: x'e sıfır verebilirsin çünkü belki 1. işte hiç çalışmıyor.
- M denklem grafiği çiziminde sorun yaşamamaktadır. Ancak çözüm kümesine dahil olabilecek sayıları düşünürken sıkıntılar çektiği, kullanma basamağına ait eksikliklerinin olduğu çıkarılabilir.

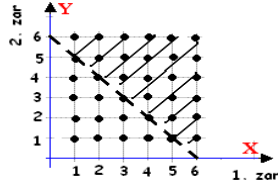
118. B: O zaman $x = 0$ verince burası 0 oluyor. $3y = 30$ oluyor o zaman y nin başına 10 düşüyor.
119. A: O zaman sen neyi bulmuş oluyorsun B? 1. işte hiç çalışmazsa 30 lira kazanmak için 2. işte ne kadar kazanması lazım.
120. B: 10 gün.
121. A: Gün mü demiştik?
122. B: 10 saat.
123. A: 10 saat.
124. B: $2x = 0$ ise $3y = 30$ dur. $y = 10$ saat
-
132. M: $2x + 3y = 30$ u veriyorsa. x 'e sıfır verdiğimiz zaman $3y$ ye 30 kalır. 2 sini de 3'e bölmemiz gerekiyor $y = 10$ dur. 0 a 10.
133. A: Eee sen zaten 10 u bulmuştun.
134. B: Evet orayı buldum da hani orada 3 erli arttırıyor ya, şu araya 10 koyabilir miyiz?
135. A: Evet o arada 10 var .
136. M: Sonra bu sefer de y ye sıfır veririz . x i bulmak için $2x = 30$ ise $x = 15$ tir. 15' e 0 noktası burasıdır.(işaretliyor.) Böyle olur.
137. A: Evet oluşturduğu grafik neyin grafiği?
138. M: 30 a eşit olması.
139. A: Evet 30'a eşit olma durumu. Bunu zaten istiyor demiştik bir de büyük olmasını da istiyor.
140. M: Büyük olsa şuraları tarayacağız.
141. A: Deneyebilirsin. Nasıl anladın orada $2x + 3y$ nin 30 dan büyük olduğunu?
142. M: Çünkü burada şey diyor eşit veya büyük.
143. A: Buradaki noktalar da $2x + 3y = 30$ dan büyük mü?
144. M: Evet.
145. A: Nasıl anlarsın?
146. M: Herhangi bir nokta seçersek. Burası mesela 15'e 18 noktasıdır. $15 + 18$
147. A: $15 + 18$ mi senin istediğin neydi? $2x + 3y$
148. M: O zaman çarpalım.
149. A: x yerine ne yazacaksın?

150. M: 15.
 151. A: y yerine kaç alacaksın?
 152. M ve B: 18
 153. A: Evet
 154. M: $2 \cdot 15 + 3 \cdot 18$ 2 ile 15'i çarparsak 30.
 155. B: 54
 156. M: 18 ile 3 ü çarparsak 54
 157. M: $30 + 54 = 84$ $84 > 30$

Öğrenciler eşitsizlik bilgi yapısını doğru olarak kullanabilmişlerdir. M seçtiği noktayı ilerleyen basamaklarda da denemiş çözümün yer aldığı bölgeyi doğru gösterebilmiştir. Öyle ki eşitsizlik bilgi yapısıyla yeni tanışan bireylerin için ilerleyen sorular pekiştirme ve oluştukları bilgi yapılarının genişlemesi amacıyla sorulmuştur.

5.2.3 Üçüncü soruya ait bulgu ve yorumlar

3.Soru: İki zar birlikte atıldığında olabilecek bütün sonuçlar aşağıdaki grafikte gösterilmiştir. Buna göre grafikte taralı bölgeyi en iyi tanımlayan matematiksel cümle nedir?



161. A: İnceleyin. Bi kere burada taralı bölge var.

162. M: Yazıyım mı?

163. A: Sorunun altına yazıverin

M $x+y < 7$ yazıyor.

Burada öğrencilerin verilen bölgeye ait eşitsizliği yazmada sıkıntılarının olduğu görülüyor.

164. A: Dahil olmayan noktaları inceleyin. 1 e 5 dahil mi örneğin?

165. M: 6 dahil.

166. B: Dahil değil.

167. M: Büyük o zaman 6 dan büyük.

168. A: 2 ye 4 dahil mi?

169. B: 6 ya eşit.
170. A: 2 ye 4 dahil mi.
171. B: Değil. Kesikli çizgiler
172. A: 3 e 3
173. M ve B : Değil
174. A: Veya 4 e 2?
175. B: Değil.
176. M: $x+y>6$
177. B: O zaman burada bir şey .
178. A: Söyle B .
179. B: Sonuç olarak $x+y$ dediği gibi 6 dan küçük. Ya da 6 ya eşit.
180. S: Büyük
181. M: Eşittir olmaz çünkü kesikli çizgilerle ifade ediliyor.
182. A: O zaman ya büyüktür ya küçüktür. Hangisini kullanalım. Taralı bölge için.
183. M: Küçük olsa burayı taraması gerekiyordu. Burayı taradığına göre büyük.
184. A: O zaman söyle cevabını
185. M: $x+y>6$

Yapılan diyaloglar yardımıyla M ve S nin uygun eşitsizliği bulmada sıkıntı çekmedikleri ancak B. nin hala eşitsizlik kavramıyla ilgili sadece kısmi bilgi yapılarının olduğu görülmektedir. Bu sıkıntı 179B den rahatlıkla anlaşılmaktadır.

5.2.4 Dördüncü soruya ait bulgu ve yorumlar

4.Soru: Bir okulun derneği düzenlenen açık artırma boyunca toplamda 60 TL. den fazla kar etmek istiyor. Dernek satacağı her bir gömlekten 20 TL. ve şapkadan da 4TL. kar elde edecektir.

BÖLÜM A: Bu şartları karşılamak için dernek üyelerinin kaç gömlek ve şapka satışına ihtiyacı olduğunu gösteren matematik cümleyi yazınız. (x şapka sayısını ve y gömlek sayısını gösterebilirsin.)

BÖLÜM B: Bölüm A'daki bilgini grafiklendir. Olası çözümleri içeren bölgeyi tarayarak göster.



190. A: Evet herkes bölüm A yı oluşturmaya çalışsın. x tane şapka satsın diyor y tane gömlek satsın diyor.
191. B: Gömlekten 20 lira kar ediyormuş. O zaman $x+y$ 60 olması gerekmiyor mu?

192. A: Niye 60?
193. M: Hayır 60 değil. Öğretmenim gömlekten 20 lira kar etmektedir. Gömlek sayısı y dir. 20 çarpı y pardon 20 y artı şapka sayısına x dememiz gerekiyor. Şapkadan 4 lira kar ettiğine göre $4x$. 60liradan fazla kar ettiğine göre büyüktür 60 ($20.y+4x>60$ yazıyor.)
- M nin denklem veya eşitsizlik kurmayla ilgili sıkıntılarının olmadığı 193B den anlaşılmaktadır. S de büyük ölçüde bu sıkıntıları aşmış olmasına rağmen bu yapıları kullanmayı gerektiren kimi sorularda hala sıkıntı yaşamaktadır.
194. A: Evet. Şimdi burada gösterdiğimiz 20 y ne Serkan, yaz sende eşitsizliği.
195. S: 20 y gömlek sayısı oluyor.
196. A: Gömlek sayısına orada y diyor. 20 y ne oluyor o zaman.
197. S: Anlamadım.
198. A: Neden anlamadım y tane gömlek satsın diyor her bir gömlekten 20lira kazanırsa.
199. S: Her bir gömlekten
200. B: O zaman 3 gömlek satar, ya da 3 gömlekten 60ı toplayabiliriz.
201. A: Tamam burada 20 y nedir B?
202. B: Şey, gömlek sayısı değil mi?
203. M ve B: Gömlekten elde edilen para miktarı.
204. A: $4x$ nedir peki Bilal?
205. B: Şey şapkadan elde edilen kar.
206. A: Toplamlarının 60tan büyük olmasını istiyor o da istediği şart.
207. A: O zaman istediğimiz $20y + 4x > 60$ eşitsizliğinin grafiğini oluşturmak
208. B: Evet
209. A: Bi kere 60 a eşit olsa nasıl olurdu?
210. B: 0 veririz.
224. B: y ye 0 veririm x 15 olur.(0,15 yazıyor.)
- B ikiliyi yanlış yazıyor.
225. A: Neyi buldun sen orada 15 diye.
226. B: x i buldum
227. A: İkili olarak nasıl yazdın?
228. B: Nasıl yani. y ye 0 verdim

229. A: y ye sıfır verdin, x ne oldu?
230. B: 15
231. A: Şurada yerleri doğru mu?
232. B: Evet doğru.
233. A: İkili olarak yazarken hangi değer önce yazılıyor?
234. B: Silgi alabilir miyim?
- B yaptığı hatayı görüp değiştirmiştir.
237. B: Tam tersi olacak. 15 e 0 (15,0) yazıyor. Buradan x e o verdim y de 3 oluyor. 0 a 3.(0,3 yazıyor.)
238. A: Evet, o zaman burada nereden geçiyor grafiğimiz.15 ve ?
239. B: 3 noktalarından.
-
251. A: M sen nasıl düşündün?
252. M: $20y+4x=60$ olarak yapıcaz önce.
253. A: Eşitlik olsaydı 60 a eşit olsaydı.
254. M: y ye 0 verirse $4x=60$ tır.
255. A: y ye 0 verdiğinde probleme göre neyi oluşturmuş oluyorsun? y gömlek sayıydı.
256. M: x şapka sayısını elde etmiş oluyoruz.
257. A: y 0 olsa yani hiç gömlek satmasa?
258. M: Evet $4x=60$ kalır. x 15 tir. 15 e 0 noktası şurası.
259. A: Evet hepsini şapka satsa, 15 şapka satsa 60 lira kazanmış oluyor hiç gömlek satmasa bile.
260. M: Hı şey sonra x e 0 veririz. Geriye 20 y kalır. $20y=60$ tır. İki tarafı da 20 ye bölersek $y=3$. 0 a 3.(ikili olarak yazıyor.)
261. A: Orada neyi bulmuş oluyorsun peki?
262. M: Burada ise hiç şapka satmayacak gömlek satacak, 3 tane gömlek satarsa 60 lira elde etmiş olur.
263. A: 3 gömlek satsa bile 60 a eşit olur.
-
266. M: Bir de büyük olacağı için bu tarafı taramamız lazım.
267. A: Nasıl anladın?

268. M: Çünkü büyük, 60 tan büyük.
269. A: Bu bölge dedin. Bu bölgedeki noktalarda 60 tan büyük mü?
270. A: $20y+4x$ değeri 60 tan büyük mü?
271. M: Hayır değil.
272. A: Nasıl anlayabilirsin?
273. M: Mesela bir nokta alabiliriz.Büyük.
274. A: Dene.
275. M: 20 ye 25 noktasını alayım mesela. 20,25 noktasıdır burası.(ikiliyi sistemde işaretliyor ve koordinatlarını yazıyor.)
282. M: 20 ye 25 şurası. y 25 tir y yerine 25 yazarız $500 + x$ yerine 20 yazarız 4 kere 20 80e eşittir 580 büyüktür 60 o zaman buraları tamamen tarayabiliriz, evet.
M oluşturduğu eşitsizlik bilgisi yapısını düzgün bir biçimde kullanmıştır. Bu soru onun için pekiştirmeyi sağlamıştır. Ayrıca öğrencilerle çözüm kümesinin tamsayı değerleri olması gerektiğiyle ilgili diyaloglar yaratılıyor.
286. A: Mesela şurada 10,5 gibi bir sayı da var.
287. M: Olamaz.
288. A: O zaman biz burada ayrıca neyi belirtebiliriz? Çözüm kümesi burada ama x ve y nin tam sayı olması gerekiyor değil mi? Gömlek sayısı örneğin 1,5 olmaz 1,5 gömlek aldım diyemeyiz. O zaman şurada yazabiliriz. x ve y ler tamsayı olmalıdır.
289. M: Tamsayılar Z idi $x,y \in Z$ (şeklinde yazıyor.)
Öğrencinin burada 6. sınıf konusundaki \in sembolünü gerektiği gibi kullanamadığı görülmektedir.
310. A: Bu doğru üzerindeki noktalar çözüm kümesine dahil mi?
311. B: Dahil değil.
312. A: Nasıl anladın?
313. B: Kesikli çizgilerle yaptık.
314. A: 60 a eşit olmasını istiyor muydu?
315. B: Hayır, 60 tan büyük olmasını istiyor.
316. A: O zaman çözüm kümemize dahil değil.
317. B: Evet.
318. A: Peki neresi dahil? Doğru dediğine göre bunu uzatmalı mıyız B?
319. B: Uzatabiliriz evet.

320. A: Evet uzat kesikli çizgilerle.
321. M: Şimdi oldu.
322. A: Sen nasıl yaptın?
323. S: Bir kere x e sıfır verince 20y 60 oluyor. 20y 60 ise 1 y 3 e geliyor. y ye 0 verip 4x 60 olursa x 12 oluyor.
324. A: 4x 60 sa x kaç olur?
325. B: 60'ı 4'e bölsene 15.
326. A: O zaman doğrumuz nerden geçti?
327. S:15 le 3 ten geçiyor.
328. A: Bir eksende 15 ten diğer eksende 3 ten.
329. S: Evet. Büyüktür diyoruz. Burası taralı olur.
330. A: Peki doğru üzerindeki noktalar çözüm kümesinde mi?(doğruyu düz çizdiği görülüyor.)
331. A:60 a eşit deseydin bu doğru oluşurdu ama 60 a eşit değil diyoruz, 60 tan büyüktür diyoruz. Bu doğru üzerindeki noktalar çözüm kümesinde mi?
332. S: Hayır.
333. A: O zaman nasıl yapabiliriz? Doğruyu düz mü çizersin kesikli çizgilerle mi?
334. S: kesikli çizgilerle. Buradan geçmez üst bölgeyi taradım büyüktür diye. 60 tan büyük olacaktı. Burada herhangi bir noktada 60 tan büyük olduğu için. Mesela 20 ye 30 aldım, 25 e 30 aldım.
335. A: 25 e30 nerede?
336. S: Şurada.30 la 25 i çarptım 750 çıktı.
337. A: Niye 30 la 25 i. 25 le 30 u sen burada eşitsizliğinde yerleştiriyorsun di mi? x yerine ne yazıyorsun o zaman 25 e30 aldığına göre
338. S: 25.
339. A: O zaman x yerine ne yazacaksın?
340. S: 25.
341. A: y yerine?
342. S: 30. 55 küçük oluyor 60 tan.
343. A: y yerine 30 yazdın 20y diyor 20 y yi nasıl bulursun?
344. S: 30 la 20 yi çarparım 600 eder. 20y 600. 25 le 4 ü çarparım 100 eder. 600 le 100 ü toplarsam 700 eder. Bu da 60 tan büyük olduğu için burayı tarıyoruz.

345. A: O bölgedeki tamsayı değerleri. Peki eksenler üzerindeki noktalar çözüm kümemize dahil midir?
346. M: Değil.
347. A: Nasıl anlarsın?
348. M: Eksen üzerindeki noktaların en büyüğü 60 tır. 60 60 a eşit olmaz.
349. A:Ama sen eşitsizliğinde yerleştiriyordun, burayı aldın.
350. M: Hıııı. $x=60$ $y=0$
351. A: Koordinatlarını yazar mısın?
352. M: Bunun mu? 60 a 0. O zaman y yerine 0 yazarız evet olur.
353. A: Dene yaz orda.
354. M: $y=0$ ise $0+240=240>60$
355. A: Evet o zaman burası çözüm kümemize dahil?
356. M: Dahil.
357. A: Başka nereleri dahil? Eksenler üzerinde işaretleyelim?
358. M: Burayı verelim burası küçük.
359. A: Değerler negatif olamaz -1 tane gömlek alamayız değil mi. Negatif sayılar olmaz. Burası olur mu çözüm kümemizde?
360. M: Olmaz.
361. A: Şurası olur mu? (4. bölgeye giren kısmı gösteriyor.)
362. M: Hayır olmaz.
363. A: Neden?
364. M: Çünkü burada da eksi değer var. y eşittir eksi.
365. A: Hıııı y ler eksi. O zaman bizim çözüm kümemiz burada.
366. M: Evet sadece burasıdır.
367. A: Eksenlerde dahil olan yerler neresidir?
368. M: Her taraf dahil?
369. A: Şuralar dahil mi?
370. M: Buralar dahil. Mesela en küçükten deneyelim. 20. 20 çarpı 5 pardon 20.20 . Burası y dir üçten sonra 4 e geliyor. En küçük sayı $4.20+0$. Çünkü burası 0 a 4 doğrusu şey noktası. $80+0=80$ o da büyüktür 60.
371. A: Evet dahil olan yerleri gösterir misin?

M bölgeyi tarayarak gösteriyor. Öğrenciler incelenen bölgedeki sadece belli yerlerin çözüm kümesinde olduğunu geçen diyaloglar sayesinde fark edip doğru çözüme ulaşıyorlar.

5.2.5 Beşinci soruya ait bulgu ve yorumlar

5.Soru: Bu yılki SBS sınavı için daha da fazla çalışması gerektiğini bilen Ayşe çalışma programını tekrar düzeltmesi gerektiğini düşünüyor.

Deneme sınavlarındaki Türkçe ve Matematik netlerine baktığında hiç memnun kalmayan Ayşe, bu derslere günde en az 3 saat ayırması gerektiğini düşünüyor. Diğer derslerini de ihmal etmemesi gerektiğini bilen Ayşe aynı zamanda bu sürenin 5 saati aşmaması gerektiğini de bilmektedir. Böylelikle kalan zamanını da diğer derslere ayırabilecektir.

Buna göre Ayşe'nin Türkçe ve Matematik derslerine ayırabileceği zamanların bütün olası değerlerini içeren grafik nasıl olabilir?



372. B: Söyleyebilir miyim?

373. A: Söyle B?

374. B: Şimdi Türkçe ve matematik dersi diyor. Matematığe x diyelim, Türkçeye y diyelim. Matematik x Türkçe y $x+y$. Bize diyor en az 3 saat diyor. $x+y=3$ saat olacak.

375. A: En az dediğine göre, 3 olsun....?

376. S: 3 ten büyük

377. M: $x+y$ eşittir büyük.

378. A: Büyük eşit di mi?

379. A: Şöyle $x+y$ büyüktür bir de altında eşittir işareti var.

380. B: Bir de 5 saati de aşmamalı diyor. $x+y<5$

381. A: 5 saat olabilir mi?

382. M: Olabilir

383. B: Eşittir küçük diye bir şey diyebilir miyiz?

384. A: Küçük eşittir diyoruz.

385. M: Küçük eşittir 5.

386. A: Hıııı 5 saati aşmasın 5 saat olabilir ve daha az da. Şartları sağlayan noktaları istiyoruz. Hangi noktalar bu iki şartı sağlar. Mesela derslerde 5 ten büyük 8 den küçük olan tam sayılar hangileri diyoruz?

387. M: 6,7,8. 8 den küçük demiştik 6,7.

388. A: Demek ki aralıktakilere bakıyoruz.

389. M: Tamsayı mı istiyor bizden?
390. M: Hayır tamsayı olması şart değil.
391. M: O zaman buçuklu da olur.
392. A: Grafiklerinizi oluşturun göreceksiniz.
397. M: Ben ilk önce x e sıfır verdim y yi bulmak için.
398. A: Hangi grafiği oluşturuyorsun şu anda
399. M: $x=y$, $x+y=3$
400. A: Yani 1. eşitsizliğin grafiğini oluşturmaya çalışıyorsun. Eşitlik olarak kabul etmişsin.
- M grafiği çiziyor.
401. A: Düz çizgiyle mi, kesikli mi?
402. M: Eşitlik olduğu için düz sonra $x+y>3$ olduğuna göre bu kısım.
403. A: Nasıl anladın?
404. M: Çünkü buradakilerin hepsi 3 sayısını veriyor. O yüzden bu kısım.
405. S: Kesikli çizgilerle yapmıcaz mı?
406. B: Büyük eşit diyor Serkan. $x+y=5$ bulcaz dimi evet.
407. M: Evet bitti.
408. B: Ben de bunları göstercem sonra çizcem.
409. A: Farklı grafikler için farklı renkler kullanabilirsiniz.
410. A: Ne yaptın?
411. B: İlk önce bunu yaptım.
412. A: Eşit olarak kabul etmişsin.
413. A: Bilal şimdi ne oluşturdu. $x+y\geq 3$ için ne yaptın?
414. B: Eşit olarak düşündüm x e sıfır verdim y yi 3 buldum 0 a 3.
415. A: Hangi noktadır o?
416. B: Şu nokta. y ye 0 verdim x i 3 buldum. Bu da 3 e 0 . O da bu nokta tam şu nokta 3 ün olduğu nokta. Şimdi $x+5=5$ denklemine geçtim x e 0 verdim y 5 oldu.
417. A: Peki bunun grafiğine $x+y\geq 3$ dedin. Burada $x+y=3$ ün grafiğini oluşturdu sen bir de büyüktür diyor. x ve y nin toplamları 3 ten büyüktür. 2. grafiği düşünme sadece 1. doğrunu oluşturdu. Bu doğrunun x ve y değerleri toplamı neydi?
418. B: 3 eşit.

419. A: Başka ne istiyordu bizden. 3 e eşit olsun diyordu birde 3 ten büyük olsun diyordu.
420. B: O zaman burayı çizgilerle ifade ettik.
421. A: 3 ten büyük olanlar nerede?
422. B: Burada şu bölgede.
423. A: Tamam tara kırmızı kalemle. Diğer grafik için ne yaptık?
424. B: $x \geq 0$ verdim.
425. A: Eşitsizliğin ne 2. si için?
426. B: $x+y \leq 5$ Bunun için de $x \geq 0$ verdim. y yi 5 buldum. y ye 0 verdim x i buldum. 5 e 0 bunu da burada gösterdim
427. A: Burada bütün noktaların x ve y değerleri toplamı ne?
428. B: 5 ten küçük
429. A: Doğrunun üzerindeki noktalarda.
430. B: Büyük değil mi?
431. A: Bu doğru $x+y=5$ in denkleminin değil miydi, evet o zaman x ve y değerleri toplamı nedir?
432. B: 5
433. A: 5 i istiyor bir de 5 ten küçük olsun diyor. 5 ten küçük onlalar nerede?
434. B: Şu bölgede.
435. A: Nasıl anladın?
436. B: Eeee 4 ile 1, 5 oluyor. 3 ile 1 4 oluyor. 2 ile 1 3 oluyor. 1 ile 1 2.
437. A: Yani nereyi tanıyorsun?
438. B: Alt bölgeyi.
439. A: Tara diğer kalemle.
440. A: 2 eşitsizliğimizin her ikisinin de sağlanmasını istiyoruz. Çalışma saati en az 3 olsun, 3 saat olsun bir de 5 saati de aşmasın diyoruz. Her ikisini de sağlayan değerler nereleri?
441. B: Bütün bölge.
442. A: Her ikisinde de taradığın yer neresi? Ortak bölgeyi istiyoruz o zaman.
443. B: Şu orta.
444. A: O zaman çözüm kümemiz orası ortada her iki renkle taranılan yer.
445. A: Evet M sen nasıl düşündün?

446. M: Ben önce bu doğruyu çizmek için önce eşitlik yaptım. $x+y=3$ e eşit olursa $x=0$ verince $y=3$ oluyor. $(0,3)$ noktası burasıdır. Sonra $y=0$ vererek x i buluruz. $y=0$ verince $x=3$ kalır $(3,0)$ noktası da burasıdır. Şurası $x+y=3$ doğrusu. Sonra da $x+y=3$ ten büyük olabilir diyor. O zaman şu arası olur.(tarıyor)sonra öbürüne geçeriz $x+y=5$ diyor $x=20$ verirsek $y=5$ olur. Sonra $y=0$ verirsek $x=5$ kalır. Orası da burası. $x+y=5$ te burası, doğrusu.sonra $x+y$ bi de 5 ten küçük olması lazım. O zaman burası da $x+y$ küçüktür 5 tir.

447. A: Onu nasıl anladın, o tarafı tarayacağımı nasıl anladın?

448. M: Çünkü seçtiğimiz noktaların 5 ten küçük olması gerekiyor.

449. A: Seçtiğin noktaların x ve y değerleri toplamının di mi?

450. M: Evet eşit veya küçük

451. A: Evet o bölgedekiler küçük dedin. Her iki şartı da sağlayan bölge neresi o zaman. En az 3 saat olsun diyor ve 5 saati aşmasın diyor.

452. B: Ortak bölge, hani kümelerde oluyor ya.

453. M: Şurası.

454. A: Evet.

455. M: İki doğru arasında kalan bölge.

456. A: 1. eşitsizlik için nereyi taramıştın?

457. M: Burası.

458. A: 2. eşitsizlik için .

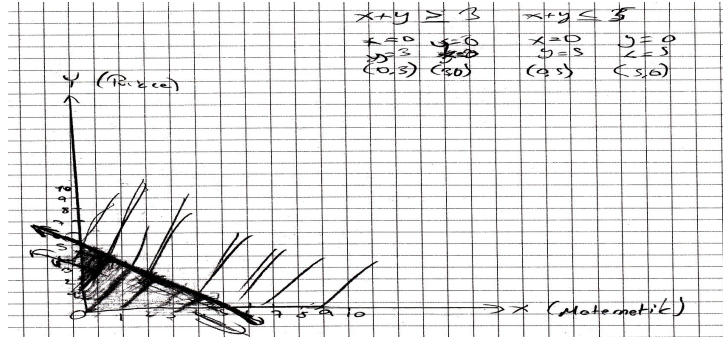
459. M: Şu tarafı.

460. A: Ortak nereyi taradın o zaman.

461. M:Demek istediğimiz bölge bu şekilde.

M ve B eşitsizliklerle ilgili grafiklere doğru bir şekilde ulaşmışlar. Ortak bölgeyi de doğru bir şekilde ifade etmişlerdir. Burada yapılan kullanma ve bir ölçüde de bilgi yapıların genişlemesidir. Çünkü diğer sorulardan farklı olarak burada öğrenciler kesişimle ilgili yapılarla da karşı karşıya gelmişlerdir. 452B. den öğrencinin yapıyı tanıyıp kullandığı anlaşılmaktadır.

Sorusunda iki eşitsizlikle ilgili bağlama anlam yükleyemeyen öğrenciler olmuştur. Bu öğrencilerden S nin ilgili soruya verdiği cevap şu şekildedir.



Şekil 5.12 S Öğrencisinin cevabı

Öğrenci soruyla ilgili eşitsizlikleri doğru bulmuş, doğruların koordinat sisteminde geçeceği noktaları düzgün olarak işaretlemiş, fakat bundan öteye gidememiştir.

Eşitsizlik grafiği bilgi yapısına büyük ölçüde ulaşmış oldukları düşünülen öğrencilerin de bu soruda büyük ölçüde zorlandıkları görüldü. Buradan kesişim ile ilgili bilgi yapılarının doğru kullanılmadığı gibi bir sonuç çıkarılabilir.

5.2.6 Altıncı soruya ait bulgu ve yorumlar

6.Soru: Okulumuzda yeni açılan kantinde, pasta ve kurabiye satışları yapan Mehmet Amca kurabiyelerin tanesinden 1 TL. ve pastaların tanesinden 2 TL kazanıyor. Bugünkü satışlarından en az 10 TL. kazanmak isteyen Mehmet Amca her bir üründen kaç tane satması gerektiğini bir türlü bulamıyor.



Ona yardım etmek için olabilecek bütün sonuçları düşün ve bütün bu sonuçları içeren grafiği çizerek ona yardım et.

494. S: Denklemi söyleyeyim mi?
495. A: Şimdi burada kurabiyelerin tanesi diyor pastaların tanesi diyor.
496. B: $x+y$ büyüktür eşittir 10.
497. M: Büyük eşittir 10.
498. A: Şimdi olabilecek kurabiye ve pasta sayıları, birinin sayısına x mi dediniz, pasta sayısına ne dediniz?
499. B ve M : y
500. A: O zaman alınan ücretler nedir?

501. S: $x + y$
502. A: x tane kurabiyeden kaç lira elde edilir?
503. M : Kurabiyenin teki 1 TL mi? x lira.
504. B: x lira.
505. A: Peki o zaman pasta sayılarına y dediniz.
506. M: $2y$
507. A: y tane kurabiyeden
508. M: $2y$
509. A: Eşitsizliğimizi söyleyin o zaman. Alınan ücretler toplamına ne dedik, x ve $2y$ mi dedik.
510. M: H_1 hı.
511. B: y pasta.
512. A: x 'e kurabiye, pastaya y mi demiştik.
513. B: Evet
514. A: Eşitsizliğimizi çıkartmaya çalışalım. Grafiği çizmeden önce eşitsizlik. x tane kurabiyeden ne kadar para elde edilir, beraber tartışalım.
515. M : x
516. A: y tane pastadan?
517. M: $2y$
518. A: O zaman alınan ücretler ne olacak?
519. M: $x+2y$.
520. A: $x+2y$ ne olsun diyor. En az 10 TL.
521. M: $2y=10$ ise $y=5$ (eksenleri kestiği noktaları buluyor.)
522. A: Eşitsizliğimiz ne oluşturalım
523. M: $x+2y \geq 10$. O zaman x 'e 0 verirsek $2y$ 'ye 10 kalır. $y=5$ noktası. y 5 burasıdır. Sonra bu sefer de y 'ye 0 verirsek x 'e 10 kalır 10 'a 0 noktası.
524. A: S ninkini inceleyelim. Nasıl düşündün?
525. S: En az 10 TL 10 dan büyük olması lazım.Ya 10 veya 10 dan büyük olması lazım. $x+2y \geq 10$. x 'e 0 verdim $2y$ 10 $y=5$ olur. Bunun koordinatları 0,5 oluyor. y ye 0 verdim y 'ye 0 verince x 10 oluyor. (10,0) oluyor. Grafikteki doğruyu çizdim.
526. A: Uzat biz bir görelim.
527. S: Uzatıyor.

528. A: $x+2y=10$ 'u oluşturdun.
529. S: Bir de büyük olması gerekiyor. Büyük olması için de 10 dan büyük olması gerekiyor. O yüzden de doğrudan büyük olması lazım.
530. A: Nasıl anladın o tarafı sağladığını. Yani bu tarafın çözüm kümelerini içerdiğini nasıl anladın?
531. S: Mesela. İspatlayayım mı? Mesela 7 ye 5 i alalım.
532. A: 7 ye 5 orası mı? Tekrar düşün.
533. S: Şuraya geliyor. x 'e 7. y ' ye 5 dersek. $2y$ burada. $7+5$ ten 12 olur.
534. A: x '7 dedin. y ye kaç dedin?
535. S: y ' ye 5 dedim.
536. A: Eşitsizliğinde $2y$ idi değil mi?
537. S: Evet. $2y$ olunca $7+5$
538. A: $x+2y$ demişsin.
539. A: Eşitsizliğini şuraya yazar mısın?
540. S: Böyle.
541. A: Sayı deniyordun.
542. S: 7 ile 5 deniyordum. x 7 oluyor. $2y$ ' de 5 oluyor.
543. A: Sen burada y ' yi 5 almışsın, y yerine 5 yazdın mı?
544. S: 10 yoo.. $2,5$. $2y$ 10 olur. 7 ile 10 u toplarsam 17 olur. Bu da 10 dan büyük olduğu için burayı taradım.
- S nin hala cebirsel ifadelerde değişkene sayı vererek ifadenin değerini bulma konusunda eksiklerinin olduğu anlaşılmaktadır. Eşitsizlik ve anlamını doğru oluşturduğu düşünülen S için bu büyük sıkıntıdır.
545. A: Üçümüzün cevaplarını da yan yana getirelim. Doğru yaptık mı? Çözüm kümemizdeki sayıları gösterin desek kurabiye sayıları nedir, pasta sayıları nedir? Tam sayı olmalılar değil mi?
546. M: Bir tane göstereyim mi?
547. A: Göster. Mesela burada beş buçuğa karşılık gelen sayı da var, buçuklu olmaz. Şu doğrunun üzerindeki çözüm kümelerini gösterin bakalım.
548. M: Mesela 4'e 3, x yerine 4 y yerine 3. 2 ile çarpalım 6 . $4+6=10$ oldu.
549. A: Yani 4 tane pasta 6 tane kurabiye satsa 10 TL. kazanmış olur başka.

550. M: Başka mesela 6 ya 2. x yerine 6, y yerine 2 =10 bi de fazlası olabilir. Başka noktalar seçelim, mesela 6 ya 3 pardon 7 ye 3.

551. A: Yaz koordinatlarını.

552. M: x yerine 7, y yerine 3 yazarız 3 ü 2 ile çarparız. 2y dediği için 6. 7+6=13 büyük oluyor, sağlıyor.

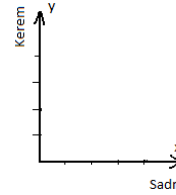
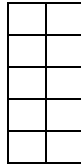
M ve S nin gerekli bilgi yapılarını büyük ölçüde oluşturdukları ve pekiştirdikleri söylenebilir.

5.3 Eren, Elif ve Hakan'ın Denklem Grafiği Bilgisi Oluşturma Süreçleri

5.3.1 Birinci soruya ait bulgu ve yorumlar

1.Soru: Sadri ve Kerem balıkçılıkla geçimini sağlayan iki arkadaşlardır. Yeni av sezonunda da artık delik değişik haldeki ağıları kullanmamaya kararlılar ve ağılarını örmeye çok önceden başladılar. Hele Sadri o kadar hızlı ki her seferinde ördüğü Kerem'in ördüğünün iki katı kadar oluyor.

Görevin; Sadri ve Kerem'in ördüğü ağ uzunlukları arasındaki ilişkiyi yansıtan grafiği çizmek. Hadi başla!



1. A: Sen nasıl düşündün Elif?
 2. F: x eksenini Sadri'nin y eksenini Kerem'in. Yani Sadri 2x örerken..
 3. E: Kerem 1 örerken Sadri de 2 katı örüyor. O zaman x...
 4. A: Sayılar vermişsin nasıl oluşturdu sayıları
 5. E: Kerem a örerken Sadri 2, Kerem 3 örerken Sadri 6 oluyor.
 6. A: Peki denklem nedir? Sayılar vererek oluşturmuşsun. Sadri'ye x demişiz, Kerem'e y.
 7. H: Söyleyeyim mi? Sadri x olduğundan. $x=2y$
- Bu aşamada F nin çok önce oluşturduğu yapıyı H nin de oluşturduğu görüldü. E sadece bazı uygun ikilileri bulmuş ama bunu cebirsel olarak yazamamıştır.
9. A: Eren grafiği nasıl oluşturacaksın?
 10. E: Kerem 1 ken ..

11. A: Kerem hangi eksendi?
12. E: y
13. A: Grafiğimizde sayılar arasını eşit ayırdık mı?
14. Er: Evet

Öğrenci doğru oluşturduğunu söylediği sistemi düzgün birimlendirememiştir.

17. A: Evet tablodan yararlanabilirsin. Tabloda sayıları yazmışsın. Sadri x, kerem y idi. Hangi noktayı işaretledin. Örneğin sayıları nasıl bulduğunu bize anlatır mısın?

18. H: Kerem 1a örerken (öğrencinin tablosunda sayılar var, fakat anlatırken cebirsel olarak anlatmaya çalışıyor.) Sadri 2a ördüğü zaman. 1 e 2 olur. Orası da burası.(Öğrenci 1 e 2 noktası diye 2 ye 1 noktasını gösteriyor.)

Buradan koordinat sistemi ve sayı ikili gibi kavramları tanıdığı fakat doğru kullanamadığı anlaşılıyor.

19. H: Kerem 3 örerken Sadri 6 örüyor, o da burası yine 2 katı, sonra 4 le 8 olacak.
20. A: Peki 1 doğrunun oluşması için kaç nokta yeterli.
21. H: En az iki.

Öğrencinin cevabından (21H.) yapıyı doğru olarak kullandığı görülmüştür.

32. A: Denklemi yazar mısın?
33. F: $x=2y$

.....

52. A: Evet bu denklemi oluşturduk, bu denklemden yararlanarak noktalar üretelim. Nerelerden geçiyor doğrumuz?

53. E: Şuradan.

54. A: Nasıl belirledin noktayı. Sayı mı verdin nasıl oluşturdu nerelerden geçtiğini bulmak için. Kerem 3 olduğunda Sadri kaç olur?

55. E: 2 katı 6 oluyor.

.....

60. A: Kerem örmeden Sadri örmeye başlıyor mu? İkisi birlikte başlıyorlar.

61. Ö: 0

62. A: Biri sıfırken

63. H: Diğeri de 0

64. A: Bunu denklemden üretebilir misin peki? Birine 0 verdiğinde .

65. H: Öbürü de 0 oluyor.

66. A: (0,0) o zaman nereden geçiyor.
67. H: Şurası
68. A: Koordinat sisteminde 0,0 a ne diyoruz.
69. E: Orijin.
70. A: Bir nokta buldun. bir tane daha bul. Denklemden yazabilirsin.
71. H: Şuradan yararlanabilirsin.(tabloyu gösteriyor.)1e 2
72. A: H hangi noktayı gösterebilir mesela.
73. H: Ama yanlış vermiş bu y olmalı bu x.bu 1 olunca bu 2 oluyor.2 katı 3e 6.
74. A: x 2 iken y 1 yazmışsın.2 ye 1. (E işaretliyor). 0 a0 ı zaten bulmuşsun ikisini birleştir. Evet sonsuza kadar uzar mı öyle biri 3 ördüğünde diğeri 6, biri 4 ördüğünde diğeri.
75. H: 8
76. A: 5 ördüğünde
77. H:10
78. A:10. 2 katı o zaman sonsuza kadar uzar.. uzatabilir misin?
79. H: Evet.
80. A: Uzat o zaman

Öğrenciler grupça doğru grafiği oluşturmuşlardır. Süreçte E diğer öğrencilere göre daha sessiz kalmaktadır. Ayrıca E nin diğer öğrencilerden farklı olarak denklem kurma basamağında zorlandığı görülmüştür. Ayrıca öğrencinin koordinat sistemi ve ilgili yapıları doğru bir şekilde tanıyıp kullanamadığı görülmüştür.

5.3.2 İkinci soruya ait bulgu ve yorumlar

2.Soru: İki haftada toplam 4 çuval pirinç sattığını düşünen Bakkal Zekai Bey'in, her bir haftada satabileceği pirinç miktarlarının bütün olabilecek değerlerini gösteren grafiği çizer misin?



81. A: 1. hafta ve 2. hafta var. Bir haftada sattığına ne diyelim?
82. F: x
83. A: Diğeri?
84. F: y
85. A: Toplamları neymiş?

86. H: 4 çuval pirinç.
87. A: O zaman denklemi nasıl yazarsınız?
88. H: Yazalım mı?
89. F: y eşittir 4 çuval pirinç $-x$ ($y=4-x$)
90. A: Başka nasıl olabilir?
91. H: $x+y=4$.
92. A: Evet. Bunun grafiğini oluşturalım. Sayılar vererek bulabilir miyiz? İstersek tablo da oluşturabiliriz. Size kalmış.

2. soruda öğrenciler birimlendirmelerde hata yapmıyorlar.

93. A: E denklem neydi?
94. E: $x+y$
95. A: Öyle bir denklem olabilir mi? x ve y lerin toplamı neydi? 4 tü değil mi? Denklemi şuraya yaz. 1. hafta ve 2. hafta satılan pirinçler toplamı 4 tü. O zaman nasıl yazacaksın.

96. Er III..
97. A: x ve y lerin toplamı neye eşit?
98. E: 4 e
99. A: O zaman denklem ne?
100. E: $x+y$
101. A: Neye eşitmiş?
102. E: 4 e

E öğrencisinin süreçte diğer öğrencilerden oldukça geride olduğu gözlenmiştir. Cevaplarından öğrencinin denklem kavramını tanımadığı ortaya çıkmıştır (94E, 96E, 100E).

103. A: O zaman ne yazdık H?
104. H: $x+y=4$
115. A: Başka bir nokta nasıl üretebiliriz. 2. haftada 3 satarsa 1. hafta ne kadar satar?
116. E:1
117. A:3 e 1 neresi
118. E: Şurası (yanlış işaretliyor.)

E nin koordinat sistemi ve sayı ikilileriyle ilgili sıkıntısı da bulunmaktadır.

119. A: Hakan 3 e 1 burası mı?

120. H: x mi 3 olacak, y mi?

121. A: 3 e 1 ne demek?

122. H: O zaman burası oluyor.

123. A: Doğru mu F?

124. F: Önce x sonra y verilir. O zaman şurası.

F nin açıklamasının (124F.) E nin sayı ikilileri ile bilgiyi doğru tanıyıp kullanacağına yol açacağı düşünülebilir.

127. F: Denklemden yola çıkarak x e 2. hafta yazmışım. 2. hafta da 0 satarsa 1. hafta 4 satar. Şurayı işaretledim 0 a 4.

128. A: 0 a 4 neresi?

129. F: Aaaaa yanlış işaretledim şurası.

130. A: x e ne dedin. x sıfırsa?

131. F: $y=4$, y sıfırken $x=4$ sonra $x1$ iken $y 3$ olur. $y 2$ iken $x 2$ olur.

132. A: 2 nokta yeterli. O zaman cetvelle birleştirebilirsin. Doğru nereye kadar çıkar peki?

133. F: Yaaa sıfırdan başlamayacak. Çünkü..

Öğrencinin buradan doğrunun orijinden geçmediğini bildiği anlaşılıyor.

134. A: Hıııı.. sıfıra sıfır olmaz. Çünkü birine 0 öbürüne de 0 versen iki hafta toplamı sıfır yapar. Ama 4 demiştik. Peki şöyle olsa 1. haftada hiç satmasa ne olur?

135. F: Şurası olur. (öğrencinin sadece 0 a 4 ü birleştirdiği görülüyor.)

136. A: Anlatır mısın?

137. F: x sıfır olursa y 4 olur.

138. A: Hıı.. 0 a 4 . Mesela burada yarım çuval da satabilir. 1. haftada yarım çuval satarsa 2. haftada ne kadar satar?

139. F: 3,5

140. A: Hıı o zaman yarım ve 3,5 nerede?

141. A: Sen nasıl düşündün H.

142. H: Ben de F gibi düşündün? x e sıfır verdiğim zaman, y 4 olmalı y ya 0 verdiğim zaman x 4 olması gerekiyor.

143. A: O noktaları işaretler misin? x e sıfır verdiğimde y 4 dedin. x y yaz şuraya . x yanına da y yaz. Yooo denklemi yazmana gerek yok. Aralık bırak y yaz . x e sıfır verdim dedin.

144. H: y 4 burası.

145. A: Peki burada. x e sıfır verdin. x eksenini 1. hafta mı?

146. H: Evet.

147. A: 1. haftada hiç satmasa dedin peki.2. haftada hiç satmasa y ye 0 x e 4 peki buradan neyi buldun diğer noktaları sil bu 2 si kalsın. Bu 2 noktayı bulup işaretlemek yeterli.

152. H: x e 0 verdim y yi 4 buldum.

153. A: O zaman y eksenini kestiği noktayı mı buldun?

154. H: y ye 0 verdiğimizde x eksenini kesenini bulduk.

155. A: Böylece eksenleri kestiği noktaları oluşturmuş olduk..

H ve F doğru çözüme ulaşmış sahip oldukları bilgi yapılarını pekiştirmişlerdir. Yalnız E hala grupta sessizliğini sürdürmektedir. Verdikleri cevaplar da tanıma kısmındaki hatalarını ortaya çıkarmaktadır. Onun cebirsel ifade, denklem, sayı ikilisi, koordinat sistemi bilgi yapılarını doğru tanıyıp kullanamadığı açıktır.

5.3.3 Üçüncü soruya ait bulgu ve yorumlar

3.Soru: Aklımdan tuttuğum sayıları bulmak istiyorsan bu sayılar farkının 4 olduğunu sana söyleyebilirim. Ama daha fazla bilgi vermem oyun gereği yasaklandı. Olabilecek sayıları görmemi sağlayacak grafiği çiz desem nasıl bir grafik çizersin?



175. A: Yine denklemi oluşturmaya çalışalım. Birinden diğerini çıkarınca ne kalıyor?

176. F: 4

177. A: Denklemi nasıl oluşturduk?

178. H: x-y oluyor.

179. A : x-y?

180. H: Eşittir 4.

181. A: Grafiği çizelim o zaman. (koordinat sistemi oluşturuyorlar.) O zaman iki farklı eksende sayılar var değil mi. Bir eksen bir sayımız olsun diğer eksen 2. sayı.

182. F: - li sayılar olabilir mi?
183. A: O sayıları tutabilir miyiz?
184. F: Evet.
185. A: Demek ki sadece pozitif sayılar olmalarına gerek yok diğer sorular gibi. Negatif de olabilir. Örneğin büyük sayı -1 ise küçük sayı nedir?
186. H: 5.
187. A: 5 mi dir ? -1 in 4 küçüğü?
188. H: 3.
189. F:-5.
- F nin tamsayılarla dört işlemde sıkıntıları olduğu görülmektedir (185A, 186H,187A,188H).
190. A: -5 gibi negatif sayılar da olabilir.
191. H: Koordinat sistemi çizeceğiz.
- Grupta matematik başarısı en yüksek olan F süreçte bilgi yapılarını doğru olarak kullanmıştır.
206. A: F'nin yaptığı çözümden mesela $x'0$ verdi y' yi -4 buldu, şu nokta dedi (0,-4). O zaman da x' e 0 verdiğinde hangi ekseni keser?
207. H: y
208. A: y eksenini kestiği noktayı bulduk.
209. H: x' e 0 verdiğinde -4 çıkıyor. Eğer y' ye 0 verirse x' te 4 olur.
210. A: Nasıl buldun? Denklemine yaz oraya. x' e 0 verdin y' yi -4 buldun y' ye 0 ver.
211. H: y 0. 4 ten kaç çıkarsa 4 olur?
212. A: 4 ten mi. x sayısından 0 çıktı 4 kaldı.
213. H: x o zaman 4 oluyor.
214. A: Tamam.
216. A: Peki orada kalır mı o, uzar mı?
- Öğrenci sadece çözüm kümesinin belli bir kısmını çizmiştir.
217. H: Uzayabilir?
218. A: Nasıl karar verdin. Mesela bu tarafa geçer mi? Mesela x e 5 verebilir misin?
219. A: x e 5 verdiğinde y ne olur? 4 küçüğüydü di mi?

220. H: 1
221. A: 5'e 1 neresi oluyor.
222. H: Burası
223. A: O zaman doğrumuzu uzatabiliriz evet uzat.
- H ve F çözümü bulmuşlardır.
224. A: Evet sen ne yaptın E? Farkları 4 tü denklemini nasıl oluşturdu?
225. E: $x-y=4$
226. A: Sayılar verebilirsin değil mi? Ne verdin örneğin.
227. E: Yapamadım.
228. A: x'e örneğin 5 ver. Şurada denklemine bakarsan zaten çok rahat bulacaksın. $x-y=4$ x'e 5 verdiğinde y ne olur?
229. E: 1
230. A: 5 e 1 neresi. x ekseninde 5 y ekseninde 1 değil mi?(eren sistemi yanlış çizmiş.) Peki senin koordinat sistemin doğru mu? H bakar mısın?
231. H: Değil. Orijin burası olduğu zaman 0 da. Bu tarafı doğru, bu tarafı da doğru yapmış ama burasıyla burası yanlış burası -1 olacak burası -2 burası -3 burası -4...
232. A: Evet pozitif ve negatif yönleri karıştırmayalım. Tamam 5 e 1 dedin 5 e 1 neresi? Grafiğini şuraya düzgün çiz.
- E koordinat eksenini yanlış oluşturmuş eksenlerde negatif ve pozitif yönleri karıştırmıştır.
233. A: Orijinin hemen yanından başlarsan daha rahat edeceksin değil mi?
234. A: 5e 1 dedin. x 5 y1 dedin. Neresi 5e 1. x ekseninde 5 neresi, uzat istersen biraz daha 4'e kadar gitmişsin.
235. A: x'e 5 dedin y ne olur? x ile y nin farkı 4 müş.
236. E:1
237. A: Evet x ekseninde 5 ile y ekseninde 1 i buluşturuyorsun. 5 e 1 i nasıl bulabilir hakan?
238. H: Burası x eksenini olacak. x eksenini 5 olduğu zaman y eksenini 1 oluyor. y ekseninin 1 i burası x ekseninin 5i burası olduğu için şuraya gelir.
- H nin pekiştirdiği bilginin E tarafından tanınmasına çalışılmaktadır (231H, 238H).
239. A: Evet 1 nokta ürettik başka bir sayı deneyelim. x bu sefer 4 olsun y kaç olur?

240. H: 0
241. A: Hı hı 0. 4'e 0 neresi?
242. E: İıııı.. 4'e 0.
243. A: x ekseninde 4.
244. E: x şurası.
245. A: 4'e 0'ı yaz ikili olarak şurada.

Öğrenci doğru yazıyor. Burada bazı yapıları doğru şekilde kullanmaya başladıkları görülmektedir.

246. A: İki nokta buldun. Bir nokta daha üretelim. y'ye 0 verdim x 0 olsun bu seferde. x 0 ama daha büyüktü değil mi x en y çıkınca 4 kalıyordu.
247. H: O zaman -4 olacak.
248. A: Hı hı -4. 0 a -4 neresi. y ekseninde -4 neresi.
249. E: Şurası.
250. A: Hı hı birleştire.

E zorlanarak ilgili çözüme ulaşmıştır. Öyle ki soruda daha önce tanımadığı yapılarla karşılaşmıştır.

5.3.4 Dördüncü soruya ait bulgu ve yorumlar

4.Soru: Resim dersinde bu sefer kağıdına bir koordinat sistemi çizdim ve Akın Bey'in evini $x+2y=4$ ile eksenler arasında sınırlı kalan bölgeye çizdim. Çünkü daha resimde yapacağım birçok şey vardı. Sana da eğer benim resimdeki bu bölgeyi bulabilir misin desem sen ne dersin? Hadi sen de oluştur.



251. A: Burada resim kağıdına koordinat sistemi çizmiş, aynı şeyi yapabilmek için biz de bir koordinat sistemi çizelim. Koordinat sisteminde ev çizmiş bu evi de $x+2y=4$ ile eksenler arasındaki bölgeye çizmiş. O bölgeyi bulabilir miyiz? Hangi bölge burası bunun için doğru oluşturmamız gerekiyor.
252. A: x e 0 vererek neyi buluyorduk.
253. F: y'yi
254. A: Veya y eksenini kestiği noktayı demiştik.
255. F: $x+2y=4$. başta 0 verdim. x'e 0 verdiğimizde etkisi kalmıyor. O yüzden $2y=4$ burada $y=2$ buldum.

256. A: Hangi ekseni kestiği noktayı buldun?
257. F: y eksenini. $2y$ ye 0 verdim.
258. A: $2y$ 'ye mi 0 verdin orada y 'ye mi?
259. F: y ye 0 verdim.
260. A: Evet y ye 0 verince $2y$ 0 olmuş yazmışsın.
261. F: O zaman x 4 olur. $x=4$. Bunu işaretledim.
262. A: Evet peki evini hangi bölgeye çizdin o zaman. Bu doğru ile eksenler arasında kalan bölgeye diyor.
- F Bölgeyi gösteriyor. F de yapıların pekiştiği söylenebilir (255F, 257F, 261F).
263. A: Demek ki dediğin gibi şu sınırlı olan o orta yere çizmiş. Oraya bir ev çiz bakalım.
273. A: E sen nasıl yaptın?
274. E: y x (eksenleri isimlendiriyor.) x $2y$ diyor. 2 burası y 'nin (y de 2 yi gösteriyor.)
275. A: y 'ye 2 mi verdin? Şimdi burada sayı vererek oluşturabiliriz ikililerimizi. x '0 verdiğinde y kaç oluyor?
276. E: x '0 verdiğinde y 4.
277. A: y 4 mü olur? 0 la x le $2y$ nin toplamı 4. x 'e 0 verdin sen. x 'e 0 verdiğinde $2y$ 4 oluyor değil mi? Nasıl düşünüyoruz H?
- E nin cebirsel ifade ve denklem ile ilgili sıkıntılarının olduğu bunun da onun için kullanma basamağına engel olduğu söylenebilir.
278. H: $2y=4$ diyor. 2 ile bir şeyin çarpımı 4 olacak 2 ile 2 nin çarpımı 4 olduğu için y 2 olur.
279. A: Evet.
280. E: y 2. x te 2 olur. Çarpımı 4 olacak.
281. A: x niye 2 oluyor orada. Sen şimdi x 'e 0 verdin y yi buldun. Birinci ikiliyi işaretledin 0'a 2 evet güzel. Başka bir nokta daha bulman lazım ya başka bir sayı deneyeceksin.
282. H: y 'ye 0 x 'e 2.
283. A: y 'ye 0 verdiğinde burası ne olur? $2y$. y ye 0 verdiğinde $2y$ ne olur? 2 kere 0.
284. E: 0

285. A: O zaman $x+0$ 4 müş. x ne olur o zaman? $x+0$ 4 ise?
286. H: 4
287. E: 4
288. A: 4'e 0 dedin. h_1 h_1 . tamam 2 nokta belirledin grafiğin oluşur mu artık?
(çiziyor.)

Hala E nin gruptaki öğrencilerden çok daha geride olduğu görülmektedir. Onun kullanma basamağını doğru yapabilmesi için en büyük yardımcısı gruptaki H dir.

5.3.5 Beşinci soruya ait bulgu ve yorumlar

5.Soru: Hakan Bey Ankara Kızılay' da bir yabancı dil merkezinde İngilizce öğretmenliği yapmaktadır. Merkeze öğrenci ve sivil vatandaşlar kabul edilmektedir.

Yeni başladığı sınıfta 18 yaş ve üstü kişilerle çalışan Hakan Bey'in bu kez sınıfında 10 kişi kayıtlı görünüyor. Listedeki kişilerin kaç tanesinin öğrenci kaç tanesinin sivil olabileceğini düşünen Hakan Bey'e çizeceğin grafikte yol gösterir misin?



289. A: Önceki sorularda nasıldı? 1. haftada sattığı pirinç miktarı 2. haftada sattığı pirinç miktarı. x eksen birisi y eksen birisi. İlk sorumuz nasıldı? Kerem'in ördüğü bir eksen Sadri'nin ördüğü bir eksen. Bu soruda siviller var öğrenciler var. O zaman bir eksene ne diyeceğiz?
290. H ve E: Sivil.
291. A: Diğer eksene?
292. E: Öğrenci.
293. A: Öğrenci. Şimdi burada negatif sayılara geçiyor mu peki?
294. H: Hayır.
295. A: H_1 h_1 kişi sayısı negatif olamaz. Sınıfta -3 kişi var demeyiz. Denklem nedir burada E? x 'ler öğrenci y 'ler siviller olsun. Toplamları 10 müş nasıl yazarsın?
296. E: x eşittir.
297. A: x 'lerle y 'lerin toplamı neymiş 10 müş?
298. E: $x+y=10$

E nin denklem kurma ile önceki sorularda yaşadığı sıkıntılar düşünülecek olursa bu soruda E diğer sorulara nazaran daha iyi yol almaktadır (298 E).

299. A: Evet hemen o denklemi yazalım. Demek istediği denklem grafiği $x+y=10$ un grafiği.

300. A: Hakan senden başlayalım. $x+y=10$ demişsin denklemi nasıl oluşturdu?

301. H: x 'e sivil demiştik. Buna da öğrenci. x 'e 0 verdiğimizde y 10 10 oluyor.

302. A: İkilin ne o zaman. 0 a 10 yazmışsın zaten. Hı hı hangi nokta?

303. H: Bu nokta oluyor.

Öğrenci ikiliyi doğru olarak göstermiştir. Bu açıdan öğrencinin sahip olduğu bilgi yapılarıyla ilgili pekiştirmeler yaptığı söylenebilir.

304. A: Yani sen sıfıra 10 dediğinde hiç sivil gelmesin dedin değil mi? Hiç öğrenci gelmese?

305. H: Hiç öğrenci gelmese y 10 oluyor. x eksenini kesen nokta birleştirez.(Doğruyu uzatmıştı.) Yok uzamaz.

306. A: Neden.

307. H: Çünkü eksili değer veremeyiz insanlara.

308. A: Evet.

309. H: O yüzden de uzamaz.

310. A: Evet eren sen ne yaptın?

311. E: x 'e y 'ye değer vereceğiz.

312. A: x 'e sivil demişsin.

313. E: x e10 verebiliriz. $y=0$

314. A: $y = 0$ mı olur?

315. E : 0 olmaz mı?

316. A: Neden 0 olur. Toplamları 10 muş.

317. E : Tam tersini yapabiliriz. x 'e 0 y 10 bunların toplamı yine 10 olur

318. A: Denklemi sağlar değil mi? İşaretle x 10 y 0 demişsin.

319. E: x 10

320. A: Noktaları mesela 10 a 0 dedik y 'si 0 olan noktalar nerede?

321. H: x ekseninde.

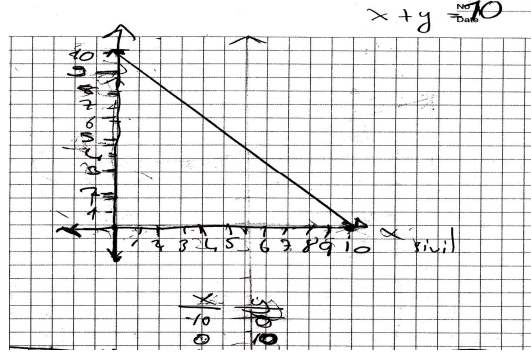
.....

326. A: En az kaç nokta gerekir doğrunun oluşması için. Bir nokta işaretledin diğer noktayı da işaretle. 0 a 0 ı işaretledin 0 a10.

327. E: 0 x . O zaman 10 burada olur.(doğru.)

328. A: O zaman iki noktayı buldun doğruyu oluştur.

Öğrencilere sorulan 5. soru genel anlamda diğer sorulara benzese de aslında onlardan farklı tiptedir. Öğrencilerin soruya verdikleri cevaplar genel olarak şu tiptedir.



Şekil 5. 13 E öğrencisinin cevabı

329. A: F sen yapmıştın soruyu. Sen de göster bize.

330. F: $x+y=10$ x 'e 0 verdiğimizde y 10 oluyor. y 'ye 0 verdiğimizde x 10 oluyor doğru için 2 nokta yeterli.

Öğrencilerle geçen diyaloglar sayesinde onlara sadece belli noktalarda çözümün sağlandığı fark ettiriliyor. Bu açıdan onların doğru bilgi yapılarında genişlemeler olduğu söylenebilir.

5.3.6 Altıncı soruya ait bulgu ve yorumlar

6.Soru: Ahmet, basketbol oynarken tek sayılık ve 3 sayılık atış denemeleri yapıyor. 15 puan yapmak için kaç tane tek sayılık ve kaç tane 3 sayılık atış yapmalıdır?

Olası çözümleri grafikte gösterir misin?



356. A: Burada da tek sayılık, 3 sayılıkları soruyor.

357. H: Bir eksen tek sayılık, 1 eksenimiz 3 sayılık olacak.

358. A: 3 sayılık yaptığımız zaman başarılı atışlar. Denklemimizi oluşturalım.

F $3x + 1y = 15$ yazmış.

359. A: x tane 3 sayılık atıştan kaç puan alırız?

360. H: 3'ün bir katı olur. $3x$ alırız.

361. A: y tane tek sayılık atıştan

362. H: y

363. A: y dedin.

364. H: Eşittir 15.

365. A: $3x + y = 15$ yazıyor. Hı hı güzel .

F ilgili denklemin grafiğini hızlı ve doğru bir şekilde bulmuştur. Şu aşamada H de doğru yoldadır.

366. A: Evet o zaman $3x + y = 15$ grafiğini istiyoruz bu soruda. Doğru nereden geçer?

367. F: Eksenleri keser.

368. A: Nereden anladım?

369. F: Çünkü 2 si de 0 olmuyor.

370. A: Evet x olduğunda y sıfır olmuyor. O zaman eksenleri keser dedin.

F nin soruyla ilgili doğru yapıları tanıyıp kullandığı açıktır(367F, 369F).

371. F: 0 veririz.

372. A: Evet, değişkenlere 0 veririz sırasıyla. Evet E nasıl çözdün soruyu?

373. E: x e 15 verebiliriz.

374. A: Yaptın mı hakan?

375. H: $3x + y = 15$ denklemimiz. x'e 0 verdiğimizde 3 ün orada değeri kalmıyor 3 kere 0 0 yaptığı için 0'la y'yi 15 toplarsak 15 oluyor. Bu durumda x'e 0 y'ye 15 noktası burası oluyor. sonra y'ye 0 verdiğimizde $3x = 15$ oluyor. 15 i 3 e böldüğümüzde x 5 çıkıyor burada.

376. A: Evet.

377. H: x 5 noktası da burası.

378. A: Negatif yöne geçer mi.?

379. H: Hayır.

380. A: 1 tane negatif atış yaptım diyemeyiz. Peki bu sorudan bağımsız düşünürsek uzayabilir mi?

381. H: Evet.

.....

386. A: Denklemin neydi E?

387. E: 3a

388. H: 3x

389. E: Hııı.. $3x + 1y = 15$

390. A: Tamam. 1y yazman gerek var mı sence. y yazınca zaten onun katsayısı nedir?
391. H:1
392. A: Hı hııı tamam. bu denklemin belirttiği doğru nasıl olur?
393. E: 3x. Burası 3x (3ü gösteriyor.)
394. A: Sayı vererek burada ikilileri oluşturumuyor muyuz? Değer vererek.
395. E: Buraya
396. A: mesela 3 sayılık atış yapısın
397. E: 3 (x in altına 3 yazıyor.)
398. A: 3 sayılık 1 atış yaparsa
399. E: 3
400. A: Diğerinden kaç tane atar o zaman?
401. A: O zaman 12 tane tek sayılık yani y ler 12 . x' ler kaç tane dedik 1 tane. 1e 12 neresi.
402. E: x 1
403. A: x neresi x te 1. orası Sizler de düşünün. Şurası 4,5 örneğin 4,5 olur mu?
404. H: Hayır. Yarım atış olmaz.
405. A: Bu doğrunun üzerinde belli noktalar çözüm kümemizde.
406. H: 3 tane tek sayılık atış.
407. A: Hiç tek sayılık atmasa, hiç 3 sayılık atmasa?
408. H: Hiç tek sayılık atmasa 15 tane tek sayılık atar.
409. A: Sırayla gidelim.1 tane 3 sayılık atarsa?
410. H: 12
411. A: 1e 12 neresi? (işaretliyor)
412. A: 2 tane 3 sayılık atsa?
413. H: 2'ye 9 olacak.
414. A: Hı hı.. 3 tane 3 sayılık atısın.
415. E:9.
416. H: 9, 6 olacak 3 e 6.
417. A: Evet.
418. A: 4 tane atsa?
419. H:4 e 3 olmalı.

420. A: 5 tane 3 sayılık atsa 15 puan yaptığı için. (15 e 0 'ı gösteriyor.)
421. A: Di mi belli noktalar. Evet doğrumuzda dört buçuğa karşılık gelen sayı da var. Bir buçuğa, iki buçuğa da ama iki buçuk atış diyemeyiz yani tam sayılar hem x'in hem y'nin tam sayı olduğu değerler çözüm kümesinde..
429. A: Gibi. Evet. E sen nasıl yaptın? Tek sayılık ve 3 sayılık atış denemelerini söylemiştik. Nasıl oluşturdu? Denklemde mesela 3 tane 1 sayılık atış yapsın dedik. Tek sayılık kaç tane atar? 3 sayılık 1 atış yapsa kaç puan alır?
430. E: 3
431. A: Şuraya tablonu çiz. 3 sayılık olsun, tek sayılık olsun. 3 sayılıklar x demiştin x yaz. 3sayılık 1 atış yapsın, kaç puan alır?
432. E: 3
433. A: Buraya ne kalır?
434. E: 12
435. A: 2 tane atsa 3 sayılık
436. E: 6. Buraya 15. toplam 15.
437. A: 2 tane atsın dedik 2 yaz o zaman. Tek sayılık kaç tane kalır?
438. Er: 9
439. A: Evet. 3 atsa kaç puan alır?
440. Er: 9
441. A: Oraya kaç kalır tek sayılık?
442. E: 6
443. E: 4 12 . 12 olur. O zaman 3 kalır.
444. A: Evet 3 puan kalır. 3 tane tek sayılık kalır. 5 tane atsa?
445. E: 5 olur? Yine 15 olur.
446. A: Buraya kaç kalır?
447. E: 0
448. A: Peki 1 tane, 2 tane, 3 tane, 4 tane, 5 tane atsa dedik hiç atamasa tek sayılık kaç tane atmalı?
449. E: 15
450. A: Evet bunlar çözüm kümesi. İşaretle .(sil o yaptığını) evet 1 e12.
451. E: 1 e 12. şöyle şurası olur.
- Öğrenci sayı ikillerini doğru bir şekilde kullanabiliyor.

452. H: Evet x'te 2 y'de 9 orası.

453. A: Sonra

454. E: 3 e 6 şurası, 4'e 3, 5'e 0, o zaman üstü olur.

.....

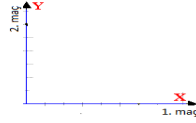
Öğrenci çözüm kümesinde yer alan noktaları doğru şekilde gösterip işaretlemiştir. Ve grafiği çizebilmiştir, ancak E nin çözüme gidebilmesinde arkadaşlarının ve araştırmacının yanıtları ve çözümlerinin etkisi büyüktür.

5.4 Eren, Elif ve Hakan'ın Eşitsizlik Grafiği Bilgisi Oluşturma Süreçleri:

5.4.1 Birinci soruya ait bulgu ve yorumlar

1.Soru: Ahmet, son yaptığı iki basketbol maçında öyle kötü performans sergiledi ki, her iki maçta oyunda kaldığı süre 10 dakikayı bile bulmadı.

Bu duruma çok üzülen Ahmet'in maçlarda kaldığı sürelerin bütün olası değerlerini gösteren grafiği çizer misin?



1. A: 10 dk yı bulmadı demek nedir?

2. H: $x+y=10$

3. A: Bulmadı diyoruz ama . İki maçta kaldığı süre 10 dk. dır dese ne derdin?

4. H: $x+y=10$ o zaman.

Öğrencinin bir önceki çalışmada yapılan probleme uygun denklem yazma ile ilgili yapıları doğru kullanabildiği açıktır. Dolayısıyla (3A.) öğrencinin pekiştirme yapmasını da sağlamıştır.

5. A: Ama 10 dk. yı bile bulmadı diyoruz . Nasıl yazabiliriz?

6. F: $x+y<10$

F nin uygun eşitsizliği yazma için gerekli ön bilgileri doğru tanıyıp kullanabildiği açıktır. Ayrıca öğrencilerden H nin soruyu gerektiğince irdelemediği ve ilgili yapıyı daha önceki yapılarla benzetmeye çalıştığı açıktır (2H).

7. A: Evet. Eşitlik durumu söz konusu değil eşitsizlik var. Grafiği nasıl çizebiliriz? Eşitlik deseydi nasıl çizerdik? $x+y=10$ deseydik nasıl çizerdik? Önce onu çizelim.

8. F: Önce $x+y=10$ un grafiğini çizdik.

9. A: Evet H'nin kağıdında beraber yapalım. Eğer eşitlik olsaydı grafiğimiz nasıl olurdu?

10. H: $x+y=10$ olsaydı. x e sıfır verdiğimizde y 10 olur.

11. A: Yazar mısın ikili olarak?

12. H: x 0 y 10 olduğu için y de 10. Nokta oluyor. x e 1 y ya 9 verseydik burası oluyor. Buradan çıkarabiliriz.

13. A: Peki şu eksen keser mi?

14. H: Evet. O zaman y ye 0 vermemiz gerekiyor. x i 10 oluyor.

15. A: O zaman doğrumuzun grafiğini oluşturalım.

Öğrencilerin sıkıntı çekmeden denklemlerle ilgili grafiği oluşturabildikleri görülüyor. Burada E ve F kullanma basamağındadır.

16. A:1. ve 2. maçta ne kadar kalabilir? Doğrunun üzerindeki noktalarda eşitlik sağlanır mı?

17. H: x te 2 dk. oynarsa y de 8, 3 dk. oynarsa 7 dk. olur. 4 dk. oynarsa 6, 5dk oynarsa yine 5.

18. A: Peki, 3,5 oynarsa? 1. maçı hangi eksen kabul ettin?

19. H: x eksenini

20. A: Yaz o zaman. Sen öyle kabul ettin.1. maçta 3,5 dk. oynarsa .

21. A: E 2. maçta ne kadar oynar?

E sorulan soruda E cevap veremiyor ve H devreye giriyor.

22. H: 6,5

23. A: Nasıl buldun?

24. H: 10 dan 3,5 u çıkardım.

25. H: O da buraya gelir.

26. A: Evet demek ki maçlarda 10 dk kalsaymış bu doğrunun üzerindeki her noktada denklem sağlanır? Peki 10 dk. kalmadı diyor. Çözüm kümesi doğru üzerinde değil.

E çalışmada diğer arkadaşlarıyla etkileşime girmemekte ve süreçte de oldukça pasif bir yol izlemektedir.

27. A: Olmadığı için kesikli çizgiler. Çünkü doğru üzerindeki nokta çözüm kümesinde değil. Başka taraf çözüm kümemiz. Nerede x ve y lerin toplamı 10 dan küçük F? İncele.

28. F: 1 e 1 noktasında küçük 2 dk. 3e 3 noktasında küçük, 4 e 5 noktasında küçük .

29. A: Başka bulabilir miyiz?

30. F: 6 ya 3, 4 e 2

31. A: Bazı noktaları E seçsin. Başka nerelerde toplam 10 dan küçüktür?

32. E: 4 e 2

33. A: İşaretle. Toplam nedir orada?

34. E: 6

35. A: Yani 0 dan küçük başka.

36. E: 7 ye 2

37. A: Evet, işaretle .

38. E: 4 e 5.

E artık sayı ikilileri ve koordinat sistemi ile ilgili sıkıntıları bu soruda yaşamamış, yapıları doğru kullanabilmiştir. O süreçte sadece F ile iletişime geçmiştir.

39. A: Bakalım hangi taraftadır çözüm kümemiz alt taraf mı doğrunun üst taraf mı?

40. H: Üst.

41. A: Doğrunun alt tarafı mı üst tarafımı?

42. H: Alt

Öğrencilerin eşitsizliği sağlayan noktaları göstermeleriyle (28F, 30F, 32E, 36E) çözüm kümesinin olduğu yeri fark etmeleri sağlanmıştır. Çözüme giden yolda sürecin en başında oldukça geride olana E'nin artık kısmen de olsa yapıları doğru olarak düzenleyebildiği görülüyor.

43. A: Evet. Onu da mavi ile tara. Peki eksenler üzerindeki noktalar çözüm kümemize dahil mi?

44. H: Hayır.

45. A: İnceleyelim.

46. H: Eğer y ye 10 dk verirsek 10 dk. oynamış oluyor zaten.
47. A: Peki eksenleri göster.
48. H: x eksen burası y eksen burası.
49. A: Herhangi bir nokta seç.
50. H: y yi 10 alırım. y 'yi 3 alırım.
51. A: Peki bu noktayı ikili olarak yazabilir misin? F nedir ikili olarak?
52. El: 0,3
53. A: Evet yazalım yanına. Eşitsizliği sağlıyor mu?
54. H: Evet.
55. A: Gösterelim.
56. H: 10 dk. oynamamış oluyor maçta 3 dk. oynamış oluyor.
57. A: Evet o zaman çözüm kümemiz ayrıca şu eksenler arasında kalan noktalar da çözüm kümemize giriyor.
58. H: 10 dan küçük.
59. A: Mesela alt tarafta bir nokta da deneyebilirsiniz. Koordinat sistemi olarak gösterebilirsin. Herhangi bir nokta seçer misin?
- Öğrencilerden bir de sorudan bağımsız düşünülmesi isteniyor.
60. H: Burası -1, -2 seçersek. Burayı seçelim -3 oluyor burası da -3. -3 e -3 .
61. A: Koordinatlarını yaz. Noktanın hemen yanına yazabilirsin. Evet E x ve y değerlerinin toplamı -3 ie -3 ün toplamı?
62. E: 6
63. A: Nedir?
64. Er: -6
65. A: -6. -6 10 dan küçük mü?
66. Er: Evet.
67. A: Evet.
68. A: Evet 10 dan küçük olduğu için çözüm kümesi doğrunun altında kalan kısımda. $x+y$ 10'a eşit olmadığı için de doğruyu kesik çizgilerle gösteriyoruz dedik.

5.4.2 İkinci soruya ait bulgu ve yorumlar

2.Soru: Zeynep bu yıl üniversiteyi yeni kazanmış bir öğrencidir. Ailesinin durumu kötü olduğu için bir yandan da çalışması gerektiğini düşünen Zeynep' in bulunduğu işlerden saatlik kazançları şöyledir.

İş No	Saatlik ücret
1. iş	2 TL
2. iş	3 TL



Bulduğu işlerle en azından bu ayki 30 TL. lik kırtasiye masrafını karşılamayı düşünen Zeynep' in işlere ait çalışabileceği süreler için ona yardım etmen gerekiyor. Sence bütün olasılıkları içeren grafik nasıl olabilir?

69. A: Şimdi hangi işten daha çok para kazanıyor?
70. H: 2. işten.
71. A: 2. işten ne kadar kazanıyor?
72. H: 3 TL.
73. A: 1. işten ne kadar kazanıyor?
74. H: 2
75. A: Peki nasıl çalışabilir bu işlerde? Nasıl çalışsın ki en az 30 TL. kazansın?
76. F: $2x+3y=30$
77. A: 30 a eşit olsun deseydik değil mi. 30'a eşit olabilir. Nasıl oluşturdu denklemini F?
78. F: 1. işe x, 2. işe y dedim. 2. işten 3 TL. kazanıyor saatte, 1. işten 2 tı kazanıyor. O zaman $2x+3y$.
- F nin bu basamakta kendinden emin ve hızlı biçimde cevap verebilmesi pekiştirme sürecinin bir göstergesidir (76 F, 78F).
79. A: Evet. x saat çalışırsa 1. işte toplam $2x$ para kazanır. 2. işte y saat çalışırsa her bir saat için 3 kazanıyor $3y$ Tı kazanır. Eşittir 30 dedin. Tamam bunu istiyor başka ne istiyor, en az dediği için?
80. H: Daha fazlasını da.
81. A: Daha fazlasını da kazanabilir. Başka hangi ifadeyi oluşturabilir 30 TL den fazla olsun dedik
82. F: $2x+3y>30$
83. A: $2x+3y>30$ hem büyüktür, hem eşittir. Bu şekilde yazmıyoruz ikisini de istediğimizi nasıl gösteriyoruz aslında matematik dilinde $2x+3y\geq 30$. Yani 30 TL. ye

eşit olabilir aynı zamanda 30 TL. den de büyük olabilir. İlk sorudaki gibi nasıl düşünebiliriz grafik için?

84. H: x'e değer vermeliyiz.

85. A: x e değer verebiliriz. Grafik oluşturmaya çalışalım.

86. A: Evet. İlk önce ne yapabiliriz grafiği çizmek için F?

87. F: $2x+3y=30$. x e değer veririz.

88. A: 30 TL kazansaydı kaç saat çalışırdı bunu bulacağız.

89. F: x 0 olursa $2x=0$ olur. $3y=30$, $y=10$ olur.

90. A: Hangi noktayı istiyoruz ikili olarak yazar mısın?

91. F: (0,10)

92. A: x 1. iş mi?

93. F : Evet.

94. A: Yazar mısın eksen üzerinde. Evet. 1. işe 0 dedin bu ne demek?

95. F: 1 işten hiç para kazanmıyor demek.

96. A: Ya da 1. işte hiç çalışmasaydı. x süre demiştik 1. işte hiç çalışmasa 2. işte ne kadar çalışsa 30 TL kazanır?

97. F: 10

98. A: Başka

99. F : y ye 0 verdim $2x=30$ $x=15$

F 14 ile 16 nın ortasını işaretliyor.

100. A: İkisini yazar mısın? Burada neyi gösterdin aslında 15 e 0 ne demek?

101. F: Doğrunun x eksenini kestiği nokta.

102. A: Peki problemde hangisinden kaç saat çalışsın dedin?

103. F: y de hiç çalışmasın. x' te 15 saat çalışsın.

104. A: y dediğin hangi işti?

105. F: 2. iş

106. A: Hı hı. 2. işte hiç çalışmasın dedin. 1. işte 15 saat çalışsın dedin. Evet, şimdi doğrunun eksenleri kestiği noktaları bulduk işaretledik. Şimdi buradaki doğru nedir toplam 30 TL kazansaydı. Bunu istiyoruz bi kere. Eşit olmasını istiyoruz bir de büyük olmasını istiyoruz.

107. H: O zaman bu aradan yukarıda olması gerekiyor. Mesela 12 ye 16 olsun.

108. A: 12 ye 16 mı o nokta, kaç orası?

109. H: 16 ya 12.
110. A: Sağlanır mı?
111. H: Evet.
112. A: Nasıl gösterirsin?
113. H: 30 TL. den çok kazanır.
114. A: Nasıl anladın?
115. H: 1. işte 16 saat çalışırsa
116. A: İşlemine yaz buraya. 1. işten kaç TL. kazanıyordu?
117. H: 1. işte 10 saat çalışırsa 30 TL. kazanıyordu saatte 3.
118. A: Problemine bak tekrar. 1. işte kaç TL. kazanıyordu.
119. H: 3 TL., 2 TL., 2. işte 3 TL.
120. A: 1. işte sen ne kadar çalışsın dedin orada*
121. H: 16 saat.
122. A: Ne kadar para kazanır?
123. H: 16 saat 40, 42, 48.
124. A: Nasıl, nasıl para kazanır?
125. E: 32

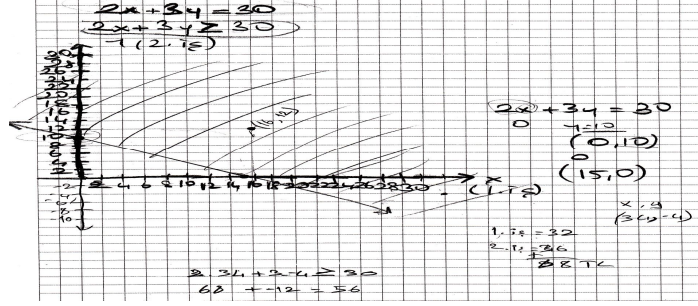
H eşitsizlik ve denklemlerle ilgili oluşturduğu yapıları düzgün tanıyıp kullanmaktadır. Ancak soruda verilen sayısal değeri karıştırmamasından çıkan bir sıkıntı olmuştur.

126. A: Nasıl buldun E?
127. E: 16 ile 2 yi çarptım
128. A: Evet, güzel
129. H: 2. işte 12 saat çalışırsa saati 3 TL. burada da 36 topladığımız zaman 68.
130. A: 68 TL. istediği gibi mi nedir?
131. H: Evet, fazla kazanmış oluyor.
132. A: Evet, 30 TL. den fazla kazanmış oluyor. Evet ayrıca neresi çözüm kümümüzde?

Öğrenci tarayarak doğru bölgeyi göstermiştir.

Soru H ve F için eşitsizlik grafiği bilgisini pekiştirirken, E bu yapıya daha ulaşamadığı için onun için cebirsel ifade ve denklem kurma, koordinat sistemi bilgi yapılarını pekiştiren niteliktedir.

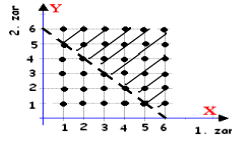
İlgili eşitlikle ilgili sorudan bağımsız düşünülmesi istenmiş doğru cevaba ulaşılmıştır. Doğru cevaba ulaşan öğrencilerden F nin cevabı aşağıdadır.



Şekil 5.14 F öğrencisinin cevabı

5.4.3 Üçüncü soruya ait bulgu ve yorumlar

3.Soru: İki zar birlikte atıldığında olabilecek bütün sonuçlar aşağıdaki grafikte gösterilmiştir. Buna göre grafikte taralı bölgeyi en iyi tanımlayan matematiksel cümle nedir?



148. A: Evet inceleyelim grafiğimizi. Doğrumuzun üzerindeki noktalar çözüm kümemize dahil mi?
149. H: Evet, altındakiler değil.
150. A: Üst kısmı dahil. Peki doğrunun kendi üzerindeki noktalar dahil mi?
151. H: Hayır değil.
152. A: Nasıl anladın.
153. H: Kesikli çizgilerle?
154. A: Evet kesikli çizgilerle. Arkadaşımızın dediği gibi doğru üzerindeki noktalar çözüm kümesine dahil değil. Çözüm kümesi doğrunun üst kısmı. Nasıl oluşturabiliriz eşitsizliğimizi?
155. H: Bu 6 dan yüksek bir sayı gelmesini istiyor herhalde.
156. A: 6 dan yüksek bir sayı. Peki zarda 6'dan yüksek sayı gelebilir mi?
157. F ve H: ikisinin toplamının 6 dan yüksek olması gerekiyor.

F ve E için bu soru bir pekiştirme görevindedir. Ayrıca bu soru bilgi yapılarının genişlemesine katkı sağlamıştır.

158. A: Yazalım.

159. H: $x+y$ büyüktür büyük eşittir.

160. A: Peki orada eşitlik var mı? Doğrunun üzerindeki noktalarda toplam nedir?

161. F: 6 dır.

162. H: 6 dır.

163. A: Mesela şurada noktanın koordinatlarını söyler miyiz?

164. H: 4 e 2.

165. A: Peki toplam ne?

166. E: 6

167. A: Çözüm kümemize dahil mi?

168. H: Değil.

169. A: O zaman ne diyeceğiz burada.

170. H: Büyüktür 6.

171. A: Bütün noktalar için denersek, incele noktaları. Mesela E şu noktanın koordinatları ne?

172. E: 2 ye 6.

173. A: Toplam ne?

174. E: 8 oluyor.

175. A: Peki burada.

176. E: 2'ye 5.

177. A: Toplam ne?

178. E: 7 oluyor.

179. A: Veya şurayı dene.

180. E: 3 e 4.

181. A: Toplam nedir?

182. E: 7.

183. A: Veya şurayı deneyelim.

184. E: Eşittir 9.

185. A: Yani her noktada nedir?

186. H: Sonuç 6 dan yüksek. O zaman bu eşitsizliğimizi gösterebiliriz.

İlerleyen süreçte öğrenciler > kullanılması gerektiğini fark etmişlerdir. Sürecin başlarında eşitsizlikten grafiğe geçen öğrenciler bu aşamada bu olayın tersine gidebilmişlerdir. Bu aşama öğrencilerin rutin olmayan bir problemle karşılaşmaları şeklinde tanımlanabilir. Oluşan bilgi yapılarının pekişmesi (153H, 164H, 172E, 176E) için uygun bir soru olarak düşünülebilir. Öyle ki pekiştirilen bilginin kalıcılığı da büyük ölçüde artar. İlgili bağlamda doğru cevabı sadece öğrencilerden E oluşturamamıştır.

5.4.4 Dördüncü soruya ait bulgu ve yorumlar

4.Soru: Bir okulun derneği düzenlenen açık artırma boyunca toplamda 60 TL. den fazla kar etmek istiyor. Dernek satacağı her bir gömlekten 20 TL. ve şapkadan da 4TL. kar elde edecektir.

BÖLÜM A: Bu şartları karşılamak için dernek üyelerinin kaç gömlek ve şapka satışına ihtiyacı olduğunu gösteren matematik cümleyi yazınız. (x şapka sayısını ve y gömlek sayısını gösterebilirsiniz.)

BÖLÜM B: Bölüm A'daki bilgini grafiklendir. Olası çözümleri içeren bölgeyi tarayarak göster.



187. A: Burada ne demiş. x şapka sayısını y gömlek sayısını gösterebilirsin demiş. Kazanacağımız para nasıl olur?

188. F: 60 tan büyük.

189. A: 60 tan büyük demiş. Toplam 60 TL. den fazla. Nasıl düşünebiliriz bunu?

190. H: $4x+20y>60$

191. A: Şimdi yazalım. Herkes düşündüğü eşitsizliği yazsın beraber tartışalım. Bir gömlekten 20 TL kazanırsa E 2 gömlekten ne kadar kazanır?

192. E: 40

193. A: Yani 2 çarpı 20. 3 gömlekten.

194. E: 60

195. A: 3 çarpı 20. 4 gömlekten.

196. E: 80

197. A: 4 çarpı 20. yani peki y tane gömlekten nedir kazandığı para?

198. E: 0

Öğrencinin eşitsizliği doğru oluşturmasına yardımcı olacağı düşünülen bu diyalog başarısız olmuştur. Cebirsel ifadelerle ilgili ancak çok kısıtlı bilgisi olan E yalnızca sınırlı sayıda yapıyı tanıyıp kullanabilmektedir. Karşılaşılan yeni bağlama doğru

oluşturulmuş eski bilgi yapıları doğru şekilde transfer edilmez ve kullanılamazsa zaten oluşturma basamağına geçilemez.

199. A: 1 gömlekten 1 çarpı 20 dedik. 2 gömlekten 2 çarpı 20. 3 gömlekten.
200. E: 60.
201. A: 4 gömlekten.
202. E: 80
203. A: y tane gömlekten. (E yapamıyor.)
204. H: 20y
205. A: Hıhıı.. yazalım. Peki bir şapkadan 4 TL. kazanıyormuş. 2 tane şapkadan?
206. E: 8.
207. A: 3 şapkadan.
208. H: 12.
209. A: Yani 3 çarpı 4. 4 tane şapkadan?
210. H: 16.
211. A: Yani 4 çarpı 4. Peki x tane şapkadan.
212. H: 4x
213. E: 4x.
214. A: 4x veya x çarpı 4 evet yazalım. 4x. Toplam ne olsun diyor H?
215. H: 60 tan fazla.
216. A: Nasıl yazdın o zaman eşitsizliğı.
217. H: $4x+20y>60$
218. A: Evet. Bunun grafiğini istemiş. Hemen çizelim. (çiziyorlar.) Eksenleri isimlendirdik mi elif?
219. F: Evet. (x e şapka y'ye gömlek demiş). Şimdi 60 dan büyük en küçüğü bulacağız değil mi?
220. A: Nasıl 60 tan büyük en küçük?
221. F: 60 tan büyük olacak ama olabileceklerin en küçüğü.
222. A: Hayır bütün olası çözümleri istiyor.
223. F: O zaman $4x+20y=60$ ı.
224. A: Evet önce eşittir kabul ettin.
225. A: Hakan sen nasıl oluşturdu?
226. H: Doğrunun üzerindeki noktalar olamaz bence.

227. A: Nasıl anladın?
228. H: Zaten kesik kesik çizdim ben.
229. A: Nasıl anladın.
230. H: Nasıl anladım. y' 'ye 0 verirse $60'ı 4'e$ böldüğümüzde 15 çıkıyor y' ye 1 verince 20.
231. A: Yani önce eşittir 60 gibi düşündün.
232. H: Evet.
233. A: Yaz onu o zaman. Sonra ne yaptın?
234. H: y' ye 0 yerine $x 15$ oluyor. y' 'ye $x15$ noktası. $x'e$ verdiğim zaman y' 'nin 3 olması gerekiyor. Burası olduğu için doğru üzerindeki noktalarda da toplam 60 olduğu için doğrunun üzerindeki noktalar olamaz ve üst tarafı.(tarıyor üst kısmı)
H ve F nin bu soruda da sıkıntı çekmedikleri görülüyor. F de arkadaşı H gibi doğru grafiği kağıdında yansıtmıştır.
235. A: Peki eksenler üzerindeki noktalar dahil mi?
236. H: Evet dahil.
237. A: Mesela şuradaki nokta nedir?
238. H: 16.
239. A: Orada ne olur?
240. H: $x 16. 4$ çarpı 16 dersek 64 evet 64 ıkar. O da 60 tan büyük olduğu için eksen üzerindeki noktalarda da dahil.
241. A: Evet peki bu sorudan bağımsız düşünersek?
242. H: Doğru uzar.
243. A: Nasıl uzar?
244. H: Burası da kesikli. Negatif noktalar da olabilir.
245. A: F bi de sen anlatır mısın?
246. F: Ben de önce $x'e 0$ verdim. Eşittir 60 ın grafiğini buldum. Burada bunun içindeki noktalarda mesela 2 gömlekten 40 TL. kazanır 1 şapka satıp 4 TL. kazanırız. Yani bunun içindekiler bizim istediğimizi karşılamıyor. O zaman dışındaki noktalar. Dışından bir nokta seçelim 6 gömlek 1 şapka olsun. 6 gömlek 120 TL. 1 gömlek 4TL. 124 TL. Bizim isteğimizi karşılıyor.

Grupta matematik başarısı en yüksek olan F nin tanıma kullanma eylemlerini hızlı ve doğru biçimde yansıttığı görülmüştür. F için pekiştireç rolündeki bu soru bir ölçüde F nin oluşturduğu bilgi yapılarının sağlamlaşmasına yardım etmiştir.

247. A: Evet güzel. Yani bu üst kısımdaki x ve y'nin tamsayı olduğu değerler. Mesela burada 8,5 sayısına karşılık gelen y değeri de var ama 8,5 tane gömlek ve şapka olmadığı için çözüm kümesi burada ve ne olmalıdır?

248. F: Tamsayı.

5.4.5 Beşinci soruya ait bulgu ve yorumlar

5.Soru: Bu yılki SBS sınavı için daha da fazla çalışması gerektiğini bilen Ayşe çalışma programını tekrar düzeltmesi gerektiğini düşünüyor.

Deneme sınavlarındaki Türkçe ve Matematik netlerine baktığında hiç memnun kalmayan Ayşe, bu derslere günde en az 3 saat ayırması gerektiğini düşünüyor. Diğer derslerini de ihmal etmemesi gerektiğini bilen Ayşe aynı zamanda bu sürenin 5 saati aşmaması gerektiğini de bilmektedir. Böylelikle kalan zamanını da diğer derslere ayırabilecektir.

Buna göre Ayşe'nin Türkçe ve Matematik derslerine ayırabileceği zamanların bütün olası değerlerini içeren grafik nasıl olabilir?



256. A: Bir kere en az 3 saat ayırsın diyor. Bunu nasıl gösterebiliriz?

257. H: En az 3 saat ayırsın diyor ve çalışma süresi 5 saati de geçmesin diyor.

258. A: Evet.

259. F: $x+y \geq 3$ mü?

260. A: Nasıl buldun?

261. F: Türkçe ve matematiğe 3 saat de çalışabilir, 3 saatten fazla da çalışabilir.

262. A: Evet yazalım. Büyük eşitir 3 dedik değil mi? Bir de başka bir eşitsizliğimiz daha var. Ne diyordu?

263. H: 5 saati geçmesin diyor.

264. A: 5 saat olabilir mi?

265. H: Olabilir.

266. A: Bunu nasıl yapabiliriz o zaman? 5 saati aşmasın diyor.

267. H: $x+y=5$ mi? 5 olabilir.

268. A: Ama aşmasın ne demek.

269. H: Küçük eşittir.

270. A: Evet yazalım. Bunların her ikisini de sağlayan grafiği istiyor bizden çizelim. Burada ne demek istiyoruz bu iki sayının toplamı 3 e eşit olabilir. Aynı

zamanda 3 ten büyük olsun ve sayıların toplamı 5 e eşit olabilir ve 5 ten küçük de olabilir diyoruz.

H ve F ilgili eşitsizlikleri doğru oluşturmuşlardır. Bu açıdan kullanma basamağındaki hızları ve güvenleri onların yapıyı büyük ölçüde pekiştirdiğini bize göstermektedir.

272. F: Önce yine eşittir diye. $x+y=3$ diye bulup.

F nin kesikli çizgilerle H nin düz çizgilerle çizdiği görülüyor.

273. A: Büyük eşittir diyoruz. Noktalar doğrunun üzerindeki noktalar çözüm kümemize dahil mi?

274. H: Evet mesela x 'e 1 verirsek $y=2$ oluyor. O da doğru üzerinde.

275. A: $x+y \geq 3$ neresi?

276. H: Bu doğrunun yukarısı.

277. A: Büyükler. Eşit olmasını da istiyor. 3 e eşit olmasını da istiyor.

278. H: Toplamları 3 olsun diyor.

279. A: Nerede toplamları 3 tür grafiğinde. Burada nedir toplamlar?

280. H: 3 ten büyük.

281. A: Nerede 3'e eşittir.

282. H: Burada. 2 ye 1 doğru üzerinde.

283. A: H_1 h_1 . Doğru üzerindeki noktalar da çözüm kümesinde. Doğrunun denklemi nedir?

284. F: $x+y=3$. 3 e eşit olmasını da istiyor.

285. A: Doğrunun üzerindeki noktalar çözüm kümemize dahil mi?

286. H: Kesik çizilmeyecek o zaman.

287. F: Dahil.

F kesikli çizgilerle oluşturduğu doğruyu düzeltiyor.

288. A: Diğer grafiğe bakalım. H nasıl yaptın?

289. H: $x+y=5$ kabul ettim. x 'e 0 verdiğimde y 'nin 5 olması gerekiyor. Sonra y 'ye 0 verdim. x 'in 5 olması gerekiyor. (Noktaları da işaretliyor.)

290. A: Doğruyu nasıl çizecek peki F doğrunun üzerindeki noktalar çözüm kümemize dahil mi?

291. F: Evet.

292. A: Sembolden görebiliyor muyuz?

293. F: Evet.

294. A: Hem büyüktür hem eşitlik var. $x+y=5$ çözüm kümemizde. Çözüm kümesini diğer kalemle göster. $x+y$ 5 ten küçük olsun diyor 5 ten küçük olanlar neresi?

295. H: Bu arası.

296. A: Tara bakalım. (eksenlerle doğru arasındaki kısmı tarıyor.) Evet bunu problemden bağımsız düşünürsek doğruları uzatabilir miyiz?

297. H: Evet.

298. A: Uzat bakalım. 1. eşitsizliğimizin grafiği neresiydi, hangi kısmı taradın?

299. H: Üst tarafı.

300. A: Tara. 2. grafik.

301. H: Alt tarafıydı. (tarıyor.)

302. A: Peki çözüm kümemiz neresi? Her ikisini de sağlayan yer neresi?

(Ara kısmı tarıyor.)

303. A: Nasıl anlarsın onu?

304. F: Buradan seçtiğimiz bütün noktalar 3 e eşit veya büyük hem 5'e eşit veya küçük oluyor.

305. A: Evet o zaman nereyi tarayacağız? Doğruların arası evet. Aynı zamanda çözüm kümemize doğru üzerindeki noktalar dahil mi?

306. H: Evet dahil.

H ve F çözüm kümesini içeren bölgeyi rahatlıkla oluşturmuşlardır. Diyalogdaki konuşmalarından da yapıları belli bir farkındalık içinde yaptıkları anlaşılmaktadır (259F, 274 H, 276H, 280H, 284F, 289H, 295H).

5.4.6 Altıncı soruya ait bulgu ve yorumlar

6.Soru: Okulumuzda yeni açılan kantinde, pasta ve kurabiye satışları yapan Mehmet Amca kurabiyelerin tanesinden 1 TL. ve pastaların tanesinden 2 TL kazanıyor. Bugünkü satışlarından en az 10 TL. kazanmak isteyen Mehmet Amca her bir üründen kaç tane satması gerektiğini bir türlü bulamıyor.



Ona yardım etmek için olabilecek bütün sonuçları düşün ve bütün bu sonuçları içeren grafiği çizerek ona yardım et.



307. F: $x+2y \geq 10$

308. A: En az 10 TL. diyor. Nasıl yapabiliriz bunu. Eşitsizliği nasıl olacak?

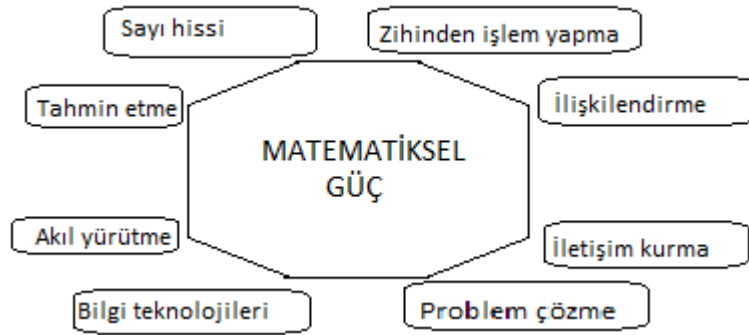
309. H: x ve y lerin toplamı en az 10 olsun diyor.
310. A: x'ler nedir burada F?
311. F: x'ler kurabiye, y ler pasta.
312. A: Eşitsizliğin neyi gösteriyor?
313. F: x tane kurabiye satarsak x TL. kazanırız y tane pastadan 2y. Bunların toplamı 10'dan büyük veya 10' eşit olması.
314. A: Peki burada oluşturacağımız grafiği kesikli mi çizeceğiz düz mü?
315. H: Kesikli.
316. F: Düz çizeceğiz. Çünkü 10 TL de kazanabilir. 10 TL den fazla da kazanabilir.
317. F: O zaman bu doğrunun yukarısı. Bu doğrunun içindeki noktaları herhangi bir noktayı aldığımızda 10 dan küçük oluyor.
318. A: Hı hı .
F doğru bölgeyi tarayarak gösteriyor.
319. A: Nasıl düşündün hakan?
320. H: $x+2y=10$ denklemine göre x'e 0 verdim burada y 5 çıkıyor. y' ye 0 verdiğimizde x 10 çıkıyor. Eksenleri kesen doğruyu 10 TL den fazla kazanması gerektiği için de doğru dahil ve doğrunun üst kısmı.
321. A: Nasıl anladım onu?
322. H: Evet.
323. A: Göster. E yapsın bunu da. Şu noktanın koordinatları?
324. E: 5 e 8.
325. A: İkili olarak yaz. (yazıyor.) 5 e 8 noktasında bu noktanın x ve y değerlerini şurada uygularsak, yerleştirirsek $x+2y$ 10 dan büyük olur mu? x nedir orada?
326. E: 5
327. A: y nedir?
328. E: 8
329. A: $x+2y$ nedir?
330. E:10
331. A: $x+2y$ nedir? $x+2y$ yaz. x neydi?
332. E: 5 O zaman 13.
333. A: 13 mü? Nasıl buldun? x gördüğün yere ne yazacaksın E?

334. E: 5 (yazıyor.)
335. H: y gördüğün yere?
336. E: 8
337. A: Ne oldu sonuç burada?
338. E:13
339. A: Nasıl 13 oldu?
340. H: Hayır. 2y. 2 kere 8.
341. E:16
342. A: Evet.
343. H: 5 daha
344. E: 21
345. A: Yaz 21. 10 dan büyük mü?
346. E: Evet.
347. A: O zaman nereyi taradık?
348. E: Burayı.
349. A: Eğer şurayı deneseydik. 10 dan küçük çıkınca ne dedik burası çözüm kümemize dahil mi?
350. H: Değil.
351. A: Yine kurabiyeler buçuklu satılmayacağı için veya 4,3 tane kurabiye aldım demeyiz. Yine çözüm kümemizdeki noktalar da x ve y lerin tam sayı olanları seçeriz.
352. H: Bağımsız düşünürsek. Doğruyu uzatabiliriz. Yine alt taraf olmaz.
353. A: Evet.

E'nin cebirsel ifadeler ve denklemlerle ilgili eksikleri onun grafik bilgisini oluşturma sürecini engellemiştir. H ve F nin yapılarını sağlamlaştırdıkları (313 F, 317F, 320H) anlaşılmaktadır.

6.TARTIŞMA ve SONUÇLAR

Bu çalışmada öğrencilerin farklı hızlarla yollar aldığı görülmüştür. Öğrenciler arası etkileşimde bireylerin tutumları, öğrencinin matematik geçmişindeki yaşantılarıyla ilgili olabileceği gibi psikolojik özellikler, gruptaki diğer üyelerle veya araştırmacıyla kurulan iletişimin verimliliği, başarısızlık düşüncesi gibi birçok sebebe bağlı olabilir. Örneğin matematik başarı düzeyi düşük olan ilk çalışma grubundaki S ve 2. çalışma grubundaki E diğer üyelere göre sessiz kalmıştır. Bu durum, onların süreçte yine başarısızlık yaşayacaklarına ilişkin taşıdıkları olumsuz tutumdan kaynaklanıyor olabilir.



Şekil 6.1 Matematikte bazı önemli beceriler (Altun ve Olkun 2005).

Altun ve Olkun (2005) bazı önemli becerileri bu şekilde belirtmişlerdir. Bu becerilerin soyutlama sürecinde etkili olduğu mutlak bir gerçektir.

Can (1992) yetersiz akademik özgeçmiş, ailenin sosyal, ekonomik-kültürel düzeyleri, bireyin kişisel özellikleri ve öğrenciye sunulan eğitim hizmetlerinin niteliği ile psikolojik özelliklerinin öğrenci başarılarında farklılaşmaya neden olduğunu belirtmektedir (Yıldızlar 2001).

Matematik başarı düzeyleri düşük olan S ve E öğrencilerinden S çalışmalarda belli bir süreden sonra grupta iletişimini artırmıştır. Bu onun E ye göre süreçte daha başarılı olmasını sağlamış olabilir. Her iki öğrencinin belirlenen hedefi istenilen düzeyde yakalayamadığı, bunda da içsel ve dışsal birçok faktörün etkili olduğu açıktır. Süreçte S grup arkadaşları M ve B nin çözüm yollarını doğru bir şekilde

analiz edebilmiş bu da ona süreçte anlamlı bilgi oluşturmada yarar sağlamıştır. Öğrenci E ye oranla düşüncelerini daha net ifade edebilmektedir (323S, 327S ve 329S). Sürecin ilerleyişini gösteren tablolar ekler kısmında verilmiştir.

Bazı öğrenciler belki de öğrenilmiş bir korkuyla derslere başlıyorlar. Çalışma da E nin genel olarak söz almadığı, kendini bir tarafa çektiği gözlemlendi. Bu davranış onun kolay sorularda bile grubu oldukça geriden takip etmesine yol açmıştır, bu yüzden oluşturma basamağına geçememesinin bir sebebinin de bu olduğu düşünülebilir.

Matematiğe olan kaygı, korku ve ondan çekinme davranışlarını kapsar. İlerlemesi halinde o kimsenin kaygılandığı durumu başaramayacağı inancına kapılmasına yol açar. Birey olumsuz tutum geliştirdiği objeye karşı ilgisiz kalır, onu sevmez, takdir etmez ve onunla uğraşmaz, hatta kendisine göre bir iş olmadığını düşünür (Baykul 2002).

Kennedy ve Tips (1991) insanların genellikle hata yapmaktan korktuklarını, bu yüzden matematik etkinliklerinden uzak kalmak istediklerine dikkati çekmektedir (Yıldızlar 2001).

Öğrencilerden B, M, H ve F nin çalışmalar boyunca daha istekli oldukları kendilerine ait süreçleri düzgün bir dille anlattıkları görülüyor. Bir şeyi başarıyla yapan ya da kendisinden istenileni başarıyla tamamlayan öğrenci, görevi sonuçlandırana kadar tereddüt ve heyecan yaşasa da, istenileni başardıktan sonra 'yapıncaya kadar yapabileceğimi bilmiyordum' ifadesi ile duygularını yansıtabilmektedir. Kuşkusuz bu örnekte olduğu gibi çocuğun kendisinden istenilen görevi yapmak için gerekli bilgiye sahip olmasının yanı sıra sonuca ulaşmak için bilgi ve beceri bütünleştirmesi ve aynı zamanda sonuca gitmek için istekli olması gerekir (Tertemiz ve Çakmak 2003).

Başarılı öğrenciler yaptıkları şeylerde daha çok aktif olurlar ve daha çok açıklama yaparlar. Başarısız öğrenciler, yaptıkları şeyleri kısa bir şekilde açıklarlar ve nadiren

bunları sınıflarlar. Bu öğrenciler, parçaları analiz etme çabası göstermezler (Akay 2006). Ekler kısmındaki sürece ait tablolarda da yansıtıldığı üzere öğrencilerden M ve F kendi çözümlerine ait süreçleri daha düzgün ifadelerle açıklayabilmişlerdir.

Gruplarda matematik başarısı yüksek olan M ve F süreçte daha hızlı yol almıştır. Öğrencilerin oluşturma basamağına giden yoldaki tanıma ve kullanma basamağındaki eksikliklerini diğer grup üyelerine nazaran daha hızlı bir şekilde giderdikleri görülmüştür. Her iki öğrenci de düşüncelerini uygun bir dille aktarmış ve gruplarında liderlik görevini üstlenmişlerdir. Ancak bu aşamada M, F den farklıdır. Öyle ki M çalışmanın başından itibaren etkinliklerde F ye göre daha aktif yol almıştır. Bu bireysel farklılıkların bir sonucudur. M sorularda arkadaşlarının eksikliklerini ve yanlışlarını onlara söylemiş süreçte onları yönlendirmiştir ancak F süreci yönlendirmede ona göre daha başarısız kalmıştır.

1. grupta yer alan B'nin denklem etkinliklerine ait süreçte süreci takip etmeden kendi başına yol almaya çalışması hem süreci yavaşlatmış hem de onun diğer üyelerden alacağı bilgi yapısını da bir ölçüde sınırlandırmış olabilir.

Öyle ki dinleme de önemli bir faaliyettir. Diğer kişilerin düşünceleri kişinin kendi düşünceleri üzerinde bazı değişikliklere neden olabilir yarı anlaşılmalı veya yarı üzerinde durulmuş konular hakkında açıklık getirebilir. Dinleyerek öğrenme pasif bir çalışma değildir. Diğer kişinin şemasını kendi şemanın içerisine yerleştirme çabasıdır. Bu kişiye kendi bakış açısından çıkıp etrafındaki düşüncelere değer vermesini sağlar. Bir kişinin bir konu hakkındaki bir düşüncesi yeni denizlere yelken açarcasına karşısındaki kişiye yeni bir ilham kaynağı olabilir. Bruner (1962), karşılıklı öğrenme tasvirinde bu dinamik ilişki hakkında açıklamalarda bulunmuştur. Bruner, konuşan kişinin karşısındaki kişiye düşüncelerinden bahsederken söylediği şeyleri yeniden şekillendirdiğini aynı şekilde karşısından alacağı fikirlerin de onun işine çok yarayacağını belirtmiştir.. Bruner ayrıca geri dönütün de önemini vurgulamıştır. Balacheff ve Laborde'nin de (1984) söylediği gibi anlamayı hızlandıran şey, konuşmacı tarafından anlatılan şeylerin dinleyen tarafından yeniden oluşturulması ve bu süreçte ortaya çıkabilecek zıt fikirlerdir

(Hoyles 1985). Matematik başarısı yüksek olan M ve F nin denklem ve eşitsizlik kurmayla ilgili basamaklarda da gruplarına liderlik ettiği, farklı tarzda soruların analiz edilmesi istendiğinde de yine bu öğrencilerin öncü oldukları görülmektedir.

Matematikteki kavramların insan zihninde yaratılan ilişkiler olması, bunları kazanabilmek için çocuğun belli zihinsel gelişmişlik seviyesine ulaşmış olmasını gerektirir. Bu bakımdan, bir yandan, sınıftaki çocukların yaşları aynı olsa da farklı zihinsel gelişim düzeylerinde bulunabileceklerinden, bir kavramın bütün çocuklarda aynı zamanda oluşması beklenmemelidir (Baykul 2002). Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini geliştirmenin en önemli adımı öğrencileri çözüm yollarını açıklama ve analiz etmeye yönlendirebilmektir (Olkun ve Uçar 2007).

Akıl yürütme becerisinin geliştirilmesinde öğretmen, öğrencilere onları düşündüren sorular sormalıdır. Sorulabilecek sorular şöyle olabilir:

- Problemi nasıl çözdün?
- Neden böyle yaptın?
- Başka bir yol deneyebilir misin?
- Doğru olduğundan nasıl emin olabiliriz?
- Şekil, tablo, grafik gibi modellerden birini kullanarak gösterebilir misin?

(Olkun ve Uçar 2007).

Etkinliklerde Olkun ve Uçar'ın (2007) belirttiği gibi çalışmaya katılan öğrencileri düşündürecek tarzda sorular sorulmaya çalışılmıştır. Örneğin öğrenciler kendi çözüm kümelerini kurmalarının ardından bundan nasıl emin olduklarıyla ilgili sorular yöneltilmiştir. Gruplarda diğer arkadaşlarına nazaran daha geriden sürece katılan S ve E sözel olarak sürece katıldıklarında geribildirim almışlardır. Ancak 2 grupta matematik başarı düzeyi düşük olan E grup arkadaşlarından sadece H ile iletişime geçmiş, gruptaki diğer üye F ile ise iletişimi ise yok denecek kadar azdır. 2 gruptaki matematik başarı düzeyi orta seviyede olan H süreçte en aktif üyedir.

Bazı öğrencilerin, gruptaki diğer üyelerin söylediklerini düşünmeden onaylamaları başarılı öğrencilerin düşündüklerinin hep doğrudur şeklinde nitelendirilmesinden ve

kendilerini araştırma sürecine ait hissetmemelerinden kaynaklanıyor olabilir. Ayrıca öğrenciler başarısız olma kaygısıyla da bu tutumu sergileyebilirler. Bu olumsuz tutumların okul öncesi çağlardan itibaren kişilere aktarılan matematiğe ait olumsuz fikirlerden kaynaklandığı düşünülebilir. Öyle ki kişiler en basit konu(m)larda dahi düşünmekten kaçınmaktadır.

Öğrencilerin bazıları oluşturma ve pekiştirme basamaklarına kadar ilerlerken bazıları sadece bilgi oluşturma sürecinde kısmi bilgi yapıları oluşturabilmiştir. Bazen sorulan yeni sorulara ait cevaplar, oluşturmuş oldukları anlamı göstermezken bazen de cevaplarında bilgi boşlukları yer almaktadır.

Süreçte matematik başarısı yüksek olan M ve F soyutlama basamağına büyük ölçüde ulaşmışlardır. Bu öğrencilerin de süreç başında diğer öğrenciler gibi probleme uygun denklem kurma basamağında sıkıntı yaşadıkları görülmüş, fakat bu olumsuz durumu sürecin ilerleyen kısımlarında aştıkları, denklemle ilgili yapıları hızlı ve doğru bir şekilde kullandıkları görülmüştür. Bu öğrencilerin denklemle ilgili bilgileri 6. sınıftan itibaren aldıkları düşünülürse yapının gerektiğince içselleştirilemediği açıktır. Sadece yapıyı doğru biçimde tanıdıkları görülen bu öğrencilerin soyutlamaya ulaşmalarında araştırmacının direktifleri de etkili olmuştur. Eşitsizlik grafiğı bilgisiyle ilgili kısımda da denklem basamağındaki yapıların bu evreye doğru biçimde aktarıldığı görülmüştür. Tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerinin iç içe oluşu bu çalışmada da görülmüştür. Öyle ki denklemle ilgili yapıların eşitsizlik sürecinde tanınıp, kullanıldığı ve pekiştirildiğı açıktır. Eşitsizlik grafiğı bilgisi oluşumunda da başarıları diğer grup üyelerine oranla daha fazla olan M ve F öğrencilerinin koordinat sistemini doğru biçimde analiz ettikleri ve çözümü içeren bölgeyi doğru şekilde bulabildikleri görülmüştür.

Matematik başarısı düşük olan S sürecin başındaki eksiklerini bir ölçüde gidermiştir. Öyle ki doğru grafiğı için gerekli bilgi yapılarını tanıma ve kullanmada sıkıntı yaşayan S ilerleyen basamaklarda doğru grafiğı çizme ile ilgili sıkıntılarını büyük ölçüde yenmiştir. Ancak S nin sadece belli problemler için uygun denklemi yazabildiğı, bazı denklemleri oluştururken hala zorlandığı görülmüştür. Bu açıdan S

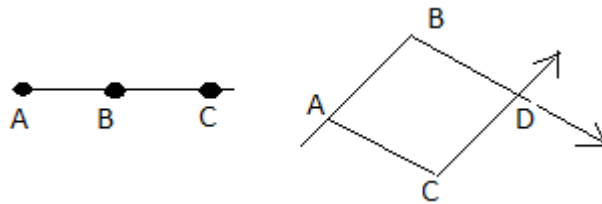
nin bilgi yapılarında boşluklar olduğu söylenebilir. Yine matematik başarısı düşük olan E bilgi yapısını çok kısıtlı bir biçimde artırmıştır. Öyle ki koordinat sistemini bile doğru şekilde tanıyıp kullanamadığı görülen E sadece bu yapıları almış ve sayı ikililerini doğru tanıyıp kullanır hale gelmiştir. Yani süreçte her öğrencinin yalnız kendi seviyesine göre yollar aldığı açıktır. Bu durum öğrencilerin süreçte aldıkları yolları yansıtan ve ekler kısmında sunulan tablolardan da rahatlıkla anlaşılmaktadır..

RBC+C modelinde yer alan epistemik eylemler birbirleri içine yuvalanmış bir yapıya sahiptirler. Bu eylemler bazen sıralı halde olabilecekleri gibi bezen biri diğerinin tamamlayıcısı, uzanımı veya aynı anda gerçekleşen paralel eylemler olabilmektedir (Dreyfus 2007; Aktaran: Akkaya 2010).

Bilgi oluşturmada pekiştirmeyi gösteren daha önceki bilgilerin öğrenciye daha tanıdık gelmesidir. Pekiştirme ile öğrenci yapıyı ileriki aktivitelerde daha kolay tanıyıp ve kullanır. Ayrıca pekiştirilen yapının birey için kalıcılığı da artar. Çalışmada da öğrencilerin oluşturdukları yapıları verilen problemlerle pekiştirmesi sağlanmıştır. Ayrıca eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreci bunun için ön şart olan denklem grafiği oluşturma sürecini de desteklemiş ve pekişmesini sağlamıştır.

Matematik başarısı yüksek olan M ve F için örneğin eşitsizlik grafiği ile ilgili olan ilk soru soyutlama basamağına ulaşmayı sağlamış, diğer sorularda bunun pekiştiricisi olmuştur.

Matematik konuları diğer derslere göre daha sıralı yapıya sahiptir. Bunun nedeni hiçbir dış katkı almadan kendisini üretmiş olmasıdır. Herhangi bir kavram onun ön şartı durumundaki diğer kavramlar kazandırılmadan tam olarak verilemez. Ön şartlılık ilişkisi, bazı konular için doğrusal yapıdadır (Altun 2005).

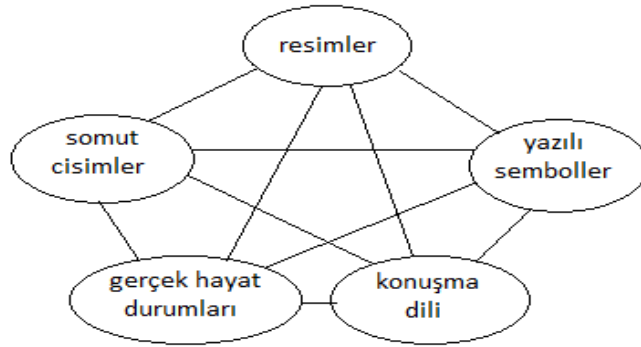


Şekil 6.2 Doğrusal ve ağ modeli şeklinde ön şartlılık (Altun 2005).

Özellikle 2. grupta yer alan matematik başarı düzeyi düşük olan E nin eşitsizlik grafiği bilgisine giden yolda ön şart niteliğindeki cebirsel ifadeleri, koordinat sistemi ve ilgili yapılarını doğru olarak tanıyıp kullanamadığı açıktır. Bu yüzden E'nin süreci başarısız olmuştur.

Örneğin B ve S de sürecin başlarında doğru olarak kullanamadıkları koordinat sistemi, sayı ikilisi, cebirsel ifade yapıları nedeniyle sıkıntı çekmişler fakat ilerleyen süreç sayesinde doğru ve eşitsizlik grafiği bilgi yapılarına büyük ölçüde ulaşmışlardır.

Öğrenci matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinde öğrendikleriyle ilgili doğru ilişkilendirme, aktarımlar yapabilirse ürettiği bilgiyi daha rahat ve esnek bir biçimde kullanılabilir ve bilgi birey için anlamlı olacaktır. Bu bireyin eğitim yaşantılarındaki yaptığı soyutlamalar da ileriki öğrenme yaşantılarına uygun bir şekilde aktarılabilir. Halliday in (1990) de söylediği gibi öğrenci ve öğretmen arasında üzerinde çalışılan kapsam hakkında informal konuşma miktarı arttıkça, öğrenci konuyu öğrenmede daha çok kolaylık yaşar (Lansdell 1999). Çalışmada da öğrencilerin daha çok sürecin içinde yer almaları yaptıklarını yansıtma amaçlanmıştır.



Şekil 6.3 Matematiksel bilginin çeşitli temsilleri ve birbirine dönüştürülebilirliği (Van De Walle 1998; Aktaran: Olkun ve Uçar 2007)

Çalışmada öğrencilerden denklem ve eşitsizlik grafiklerini oluşturmalarını sağlayacak gerçek hayat durumları istenmiş, bunun yazılı sembollerle gösterimi veya konuşma diliyle yansıtılması gibi yollarla yaptıkları soyutlamaların da ileriki öğrenme yaşantılarına aktarılması hedeflenmiştir. Ancak öğrencilerin daha eski

öğrenme yaşantılarındaki eksikliklerin bu süreci olumsuz etkilediği de görülmüştür. Örneğin kesişim ve kesişimin soruya kattığı değer veya en az, en fazla kavramlarının soruya kattığı değerler bile öğrenciler tarafından yanlış veya eksik olarak yorumlanmıştır.

Eğitim yaşantılarında öğrenciler genel olarak hep aynı tipte sorular ve grafiklerle karşılaşmaktadırlar. Belki de bu yüzden grafik çizimlerinde eksenlerin neleri yansıttığı ile ilgili çelişkiler de yaşanmıştır. Bu sorunun çözümü her iki grupta da hayli zaman almıştır. Ayrıca öğrenciler genel olarak ilk sorularda rastgele birimlendirmeler yapmışlardır.

Matematik başarı düzeyi birbirinden farklı olan öğrencilerle gerçekleştirilen bu çalışmada öğrencilerin soyutlama basamağına giden yolda farklı hızlar ve yollar aldığı açıktır. Buna rağmen iletişimin engellenmediği ortamda her öğrencinin bilgi yapılarını artırdığı görülmüştür. Matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin süreci diğerlerine nazaran daha iyi bir şekilde içselleştirdiği ve onların geribildirimleriyle sürecin onlar ve diğer grup üyeleri için daha da anlamlı hale geldiği açıktır.

7. ÖNERİLER

Öğrencilerin matematik eğitimlerindeki yaşantıları ve bu alana ait güçleri bilgi oluşturma sürecinin yorumlanmasında önemli bir yere sahiptir. Öyle ki aynı ailenin yetiştirdiği, hemen hemen aynı yaşantıları geçirmiş kardeşlerde bile aynı etki farklı sonuçlar doğurabilmektedir. Her insan özeldir düşüncesinden hareketle yola çıkan eğitimci, öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinde, hedeflenen yapılar için öğrencinin gerekli bilgilerinin yeterli olup olmadığını derinlemesine incelemelidir.

Öğrencilerin çalışmalarında onların hem bireysel hem de grupla çalışmalarını destekleyecek çalışmalar düzenlenmelidir. Öğrencilerin sınıf içindeki iletişimlerini engellemeyecek çalışmalar düzenlenmelidir çünkü bu etkinlikler bireyin kendi düşüncesini ispatlama sürecinde yaşadığı çelişkili ve zor durumlarda onun anlamlı bilgi düzenlemelerine katkı sağlayacaktır.

Bu çalışmada hedefler (birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma) belirli ölçüde gerçekleşmiştir. Bu gerçekleşirken, öğrencilere önce yapıların gerekliliği gerçek hayat problemlerinden yola çıkarak sezdirilmiş ve onların çalışmada daha istekli ve meraklı olmaları sağlanmıştır. Ayrıca grup içi etkileşim ve tartışmalarla daha çok onların yapıyı ortaklaşa oluşturmaları amaçlanmıştır.

Öğrencilerin yeni bilgiyi oluşturma sürecinde bazılarının tanıma, bazılarının kullanma, bazılarının da oluşturma eyleminde zorlandıkları görülmüştür. Bu noktalarda araştırmacının yaptığı müdahaleler öğrencilerin yeni bilgiyi oluşturmalarına katkı sağlamıştır. Bu aşamada RBC+C modelinin hazırlanan çalışmalarda öğrencilerin takıldıkları noktaların tesbitinde faydalıdır. Çünkü oluşturma eylemini yapamamanın, hangi noktaları tanımamaktan veya neleri kullanamamaktan geçtiği incelenmiştir. Öğretmenlerin öğretim süreçlerini RBC+C modelini dikkate alarak düzenlemeleri ileriki yaşantılar için yararlı olabilir.

Öğrenme- öğretme süreçlerinde bazen bireysel, bazen küçük gruplarca bazen de sınıfça etkinlikler yapılır. Bu çalışmada etkinlikler düzenlenen küçük gruplarca yapılmıştır ve süreç incelenmiştir. Bu etkinliklerin sınıfça yapılması ve yeni bilgi süreçlerinin incelenmesi farklı bir çalışma konusu olabilir.

Bu çalışmada öğrencilerin daha önceden öğrenmedikleri birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreci de incelenmiştir. Bu hedefin yeni öğrenilen denklem grafiği bilgisinden yola çıkarak oluşturulması incelenmiştir. Çalışmanın devamı niteliğinde yine yedinci sınıf öğrencilerinin öğrenmedikleri başka bir konu seçilerek bilgi oluşturma süreci incelenebilir.

Bu çalışmadaki gruplardaki öğrenciler iyi, orta ve düşük matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerdir. Çalışmadaki gruplar daha farklı gruplaşmaları içerecek şekilde yeniden düzenlenebilir.

KAYNAKLAR

- Akay, H. 2006. Problem Kurma Yaklaşımı ile Yapılan Matematik Öğretiminin Öğrencilerin Akademik Başarısı, Problem Çözme Becerisi ve Yaratıcılığı Üzerindeki Etkisi, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, 223 s., Ankara
- Akkaya, R. 2010. Olasılık ve İstatistik Öğrenme Alanındaki Kavramların Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Yapılandırmacı Yaklaşımına Göre Bilgi Oluşturma Sürecinin İncelenmesi, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü, 281 s., İzmir
- Altun, A., Olkun, S. 2005. Güncel Gelişmeler Işığında İlköğretim: Matematik-Fen-Teknoloji- Yönetim. Anı Yayıncılık, 245, Ankara
- Altun, M. 2002. Matematik Öğretimi, Bursa.
- Altun, M. 2005. Matematik Öğretimi, Aktüel, 401, Bursa.
- Altun, M., Yılmaz, A. 2008. Lise Öğrencilerinin Tam Değer Fonksiyonu Bilgisini Oluşturma Süreci. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 41(2); 237-271.
- Baykul, Y. 1995. İlköğretimde Matematik Öğretimi. Pegem Personel Geliştirme, 24, 310 s., Ankara.
- Baykul, Y. 2002. İlköğretimde Matematik Öğretimi. Pegem A Yayıncılık, 352, Ankara.
- Bikner-Ahsbabs, A. 2004. Towards The Emergence Of Constructing Mathematical Meanings. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2; 119–126.
- Dreyfus, T., Tsamir, P. 2004. Ben's Consolidation of Knowledge Structures About Infinite Sets. Journal of Mathematical Behavior, 23; 271–300.
- Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz, R., Schwarz, B. 2006. Mechanisms For Consolidating Knowledge Constructs. Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2; 465-472.
- Dreyfus, T. 2007. Processes of Abstraction in Context the Nested Epistemic Actions Model. <http://medicina.iztacala.unam.mx/medicina/dreyfus.pdf> Erişim Tarihi: 08.10. 2011.
- Dubinsky, E. 1991 Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. Kluwer Academic Publishers, 95-123 , Dordrecht, The Netherlands.

- Ersoy, Y. 1997. Okullarda Matematik Eğitimi: Matematikte Okur-Yazarlık. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 13; 115-120.
- Faydacı, S. 2008. İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerine Geometrik Dönüşümlerden Öteleme Kavramının Bilgisayar Destekli Ortamda Öğretiminin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, 176 s., Ankara.
- Ferrari, P. L. 2003. Abstraction in Mathematics. Philosophical Transactions: Biological Sciences, The Abstraction Paths: From Experience to Concept, 358(1435); 1225-1230.
- Gray, E., Pinto, M., Pitta, D., Tall, D. 1999. Educational Studies in Mathematics Forms of Mathematical Knowledge: Learning and Teaching with Understanding, 38 (1/3), 111-133.
- Hazzan, O., Zazkis, R. 2005. Reducing Abstraction: The Case of School Mathematics. Educational Studies in Mathematics, 58 (1); 101-119.
- Hazzan, O. 2001. Reducing Abstraction The Case of Constructing an Operation Table for a Group. Journal of Mathematical Behavior, 20; 163-172.
- Hershkowitz, R., Schwarz, T., Dreyfus, T. 2001. Abstraction in Context: Epistemic Actions. Journal for Research in Mathematics Education, 32(2); 195-222.
- Hershkowitz, R., Hadas, N., Dreyfus, T. 2006. Diversity In The Construction of A Group's Shared Knowledge, Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3; 297-304.
- Hershkowitz, R., Hadas, N., Dreyfus, T., Schwarz, T. 2007. Abstracting Processes, from Individuals' Constructing of Knowledge to a Group's "Shared Knowledge. Mathematics Education Research Journal, 19(2); 41-68.
- Hoyles, C. 1985. What Is the Point of Group Discussion in Mathematics?. Educational Studies in Mathematics , 16(2); 205-214.
- Kidron, I., Dreyfus, T. 2004. Constructing Knowledge About The Bifurcation Diagram: Epistemic Actions And Paralel Constructions. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3; 153-160.
- Kidron, I., Dreyfus, T. 2010. Interacting Parallel Constructions of Knowledge in a CAS Context. Int J Comput Math Learning , 15; 129-149.
- Lansdell, J. M. 1999. Introducing Young Children to Mathematical Concepts: problems with 'new' terminology. Educational Studies, 25(3); 327-333

- Mitchelmore, M., White, P. 1995. Abstraction In Mathematics: Conflict, Resolution and Application, *Mathematics Education Research Journal*, 7(1), 50—68.
- Mitchelmore, M., White, P. 2000. Development of Angle Concepts by Progressive Abstraction and Generalisation. *Educational Studies in Mathematics*, 41(3); 209-238.
- Mitchelmore, M. 2002. The Role of Abstraction and Generalisation in the Development of the Mathematical Knowledge. *Proceedings of the Second Conference on Mathematics Education and the Ninth Southeast Conference on Mathematics Education*, 1; 157-167.
- Mitchelmore, M., White, P. 2004. Abstraction In Mathematics and Mathematics Learning. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3; 329–336.
- Mitchelmore M. White, P. 2004. Teaching Mathematical Concepts: Instruction For Abstraction. (http://www.icme10.dk/proceedings/pages/regular_pdf/RL_Michael_Mitchelmore_&Paul%20White.pdf) Erişim Tarihi: 08/07/2011.
- Monaghan, J., Özmantar, M. F. 2004. Abstraction And Consolidation, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 353-360.
- Monaghan, J., Özmantar, M. F. 2006. Abstraction And Consolidation, *Educational Studies in Mathematics* , 62; 233–258.
- Ohlsson, S., Lehtinen, E. 1997 Abstraction and The Acquisition Of Complex Ideas. *International Journal of Educational Research*, 27; 37-48.
- Olkun, S., Toluk Uçar, Z. 2006. İlköğretimde Matematik Öğretimine Çağdaş Yaklaşımlar. *Ekinoks Yayınları*, 140, Ankara.
- Olkun, S., Toluk Uçar, Z. 2007. İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi. *Maya Akademi*, 304, Ankara.
- Özmantar, M. F., Roper, T. 2004. Mathematical Abstraction Through Scaffolding. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3; 481–488.
- Özmantar, M. F. 2005. Relational Identities In Peer Collaboration: Self-Perceptions, Assumed Roles And Individual Tendencies. *Eurasian Journal of Educational Research*, 20, 189-202.
- Özmantar, M. F., Monaghan, J. 2007. A Dialectical Approach to the Formation of Mathematical Abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2); 89–112.

- Ron, G., Hershkowitz, R., Dreyfus, T. 2008. The Identification of Partially Correct Constructs,. Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, 421-427.
- Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas N., Hershkowitz, R. 2004. Teacher Guidance Of Knowledge Construction, Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4; 169–176.
- Tabach, M., Hershkowitz, R., Schwarz, B. 2006. Constructing and Consolidating Of Algebraic Knowledge Within Dyadic Processes: A Case Study. Educational Studies in Mathematics, 63; 235–258.
- Tertemiz, N., Çakmak, M. 2003. Problem Çözme. Gündüz Eğitim Yayıncılık, 124 s., Ankara.
- Tsamir, P., Dreyfus, T. 2002. Comparing Infinite Sets —A Process of Abstraction the Case of Ben. Journal of Mathematical Behavior, 21;1–23.
- Tsamir, P., Dreyfus, T. 2005. How fragile is consolidated knowledge? Ben's Comparisons of Infinite Sets. Journal of Mathematical Behavior, (24); 15–38.
- White, P., Mitchelmore, M. 1996. Conceptual Knowledge in Introductory Calculus. Journal for Research in Mathematics Education, 27, (1); 79-95.
- White, P., Mitchelmore, M. 2004. Abstraction In Mathematics and Mathematics Learning. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,, 3; 329–336.
- Yeşildere, S. 2006. Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Olusturma Süreçlerinin İncelenmesi. Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, 267 s., İzmir.
- Yeşildere, S., Türnüklü, E. 2008. İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi. Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi XXI (2), 485-510.
- Yıldızlar, M.2001. İlköğretim Okulu Öğrencileri İçin Matematik Problemlerini Çözebilme Yöntemleri. Eylül Kitap Yayınevi, 261, Ankara.
- Zembat, İ. Ö. 2007. Yansıma Dönüşümü, Doğrudan Öğretim ve Yapılandırıcılığın Temel Bileşenleri, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 27(1); 195-213.

http://tr.wikipedia.org/wiki/Matematiksel_soyutlama Erişim Tarihi: 10. 09.2011

EKLER

Ek 1: İzin Belgesi

Ek 2: 7. Sınıf Katılımcı Belirleme Sınavı

Ek 3: Denklem Grafiği Bilgisi Oluşturma Sürecine Ait Sorular

Ek 4: Eşitsizlik Grafiği Bilgisi Oluşturma Sürecine Ait Sorular

Ek 5: Öğrencilerin Denklem ve Eşitsizlik Grafiği Bilgisi Oluşturma Süreçlerine Ait Değerlendirmeler

EK 1

İZİN BELGESİ

T.C.
KASTAMONU VALİLİĞİ
Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı :B.08.4.MEM.4.37.00.09.020-

699

12 Ocak 2011

Konu:Anket

VALİLİK MAKAMINA
KASTAMONU

- İlgi:a)Milli Eğitim Bakanlığına Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma ve Araştırma Desteğine Yönelik İzin ve Uygulama Yönergesi.
b)Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün 05.01.2011 tarih ve 01 sayılı yazıları.

Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün ilgi yazıları ile Enstitüleri İlköğretim Anabilim Dalına bağlı Matematik Öğretmenliği Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Perihan AYANOĞLU'nun İlimiz Merkez Ali Fuat Darendede İlköğretim Okulu, Merkez İlköğretim Okulu, Gazipaşa İlköğretim Okulu ve Devrekani İlçesinde bulunan Yunus Emre İlköğretim Okulun'da "7.Sınıf Öğrencilerinin Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler ve Eşitsizlik Grafiği Bilgisi Oluşturma Süreçleri" konulu anketi uygulamak istediği bildirilmektedir.

Söz konusu Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalına bağlı Matematik Öğretmenliği Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Perihan AYANOĞLU'nun **Araştırma ve Değerlendirme Komisyonunca uygun görülen "7.Sınıf Öğrencilerinin Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler ve Eşitsizlik Grafiği Bilgisi Oluşturma Süreçleri"** konulu anketi (6 sayfa) İlimiz Merkez Ali Fuat Darendede İlköğretim Okulu, Merkez İlköğretim Okulu, Gazipaşa İlköğretim Okulu ve Devrekani İlçesinde bulunan Yunus Emre İlköğretim Okulun'da 2010-2011 eğitim öğretim yılında okul yönetiminin bilgisi ve işbirliği doğrultusunda uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir. Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Nihat TARAKÇI
Milli Eğitim Müdürü

OLUR
11/01/2011
Bayram ÖZ
Vali a.
Vali Yardımcısı



İl Milli Eğitim Müdürlüğü
37100/KASTAMONU
Tel: 0366 2141517-214 1001-2146494
Faks: 0366 2146494
kastamonu.mem.lm.eb.gov.tr
http://kastamonu.meb.gov.tr



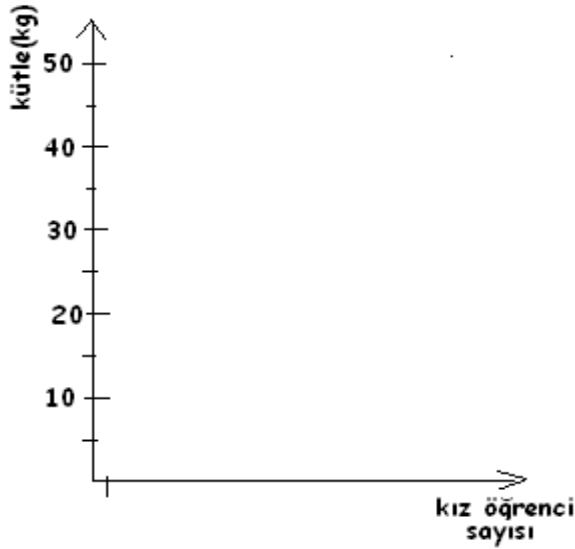
EK 2

7. SINIF KATILIMCI BELİRLEME SINAVI:

1-) Aşağıdaki tabloda, 6'A sınıfındaki kız ve erkek öğrencilerin kütleleri verilmiştir.

Tablo:6/A sınıfındaki Kız ve Erkek Öğrencilerin Kütleleri

Öğrenci ağırlığı	Kız Öğrenci sayısı	Erkek Öğrenci Sayısı
30-35	4	3
36-40	8	7
41-45	6	8
46-50	2	3



a-)Tablodaki kız öğrencilere ait sütun grafiği yanda oluşturunuz

b-)Kütlesi 36kg . dan az olan kaç kız öğrenci vardır?

c-)Kütlesi 35 kg. dan fazla, 46 kg. dan az olan erkek öğrenci sayısı kaçtır?
(cevaplarınızı açıklayınız.)

2-

Buzdolabına yerleştireceğimiz gıdalar için en uygun saklama sıcaklıkları aşağıdaki gibi veriliyor.(en düşük ve en yüksek sıcaklıklar).

Gıda adı	En düşük	En yüksek
Et ürünleri	-2	+1 C
Deniz ürünleri	-1	+2 C
Konserve gıda	+1	+15 C
Çikolata	-18	+1 C

Buna göre yerleştireceğimiz bu ürünlerin hepsinin sağlıklı biçimde korunabilmesi için en uygun sıcaklık hangi tamsayı değeridir?(çözümünüzü açıklayınız)

3-) Bir a tamsayısının mutlak değeri 5 ten küçük ve 2 den büyüktür. a sayısı hangi farklı değerleri alabilir?(çözümünüzü açıklayınız)

4-) Özgür'ün parasının Neriman'ın parasına oranı $\frac{3}{4}$

tür. Neriman Özgür' e 13 TL verirse paraları eşit oluyor ise ikisinin paraları toplamı kaçtır?

(Çözüm yolunuzu açıklayınız.)

5-) Yandaki şeklin kürdanlar kullanılarak oluşturulduğunu düşünün.



a) Şeklin çevresini cebirsel olarak ifade ediniz.

b) Şeklin çevresinin 120 cm.den fazla olduğu biliniyor. Buna uygun matematik cümleyi yazınız.

c-)Bu şartın sağlanması için kürdanın boyunun alabileceği değerleri ifade ediniz. (çözüm basamaklarını açıklayınız.)

6-)



Şekilde SAKR karesinin çevresi 96 cm, boyalı bölgenin çevresi 100 cm. dir. Buna göre boyalı olmayan bölgenin çevresi kaç cm. dir? (Çözümünüzü açıklayınız.)

7-)

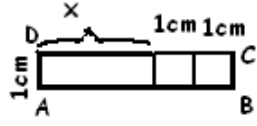
a. Bir musluktan 15 dakikada 145 L. su aktığına göre 1,25 saatte kaç L. su akar?

b. 1deste çikolata parası ile 8 sakız alınırsa, 3 düzine sakız ile kaç çikolata alınır? (Her bir soru için çözüm basamaklarınızı açıklayınız.)

8-) Kilogramı 1,38 TL. olan 2 kg. çerez ile, kilogramı 2,45 TL. olan 3 kg. çerez karıştırılıyor. Karışımın kilogramı kaç liraya gelir?

9-) 300 sayfalık bir kitabın her sayfasını numaralandırmak için toplam kaç tane rakam yazılır? (çözüm basamaklarınızı açıklayınız.)

10-)



Verilen ABCD dörtgeninin alanının 4 katı 18 cm^2 dir. Buna göre x uzunluğu kaç cm dir? (Çözümünüzü açıklayınız.)

EK 3

DENKLEM GRAFİĞİ BİLGİSİ OLUŞTURMA SÜRECİNE AİT SORULAR

1. Sadri ve Kerem balıkçılıkla geçimini sağlayan iki arkadaşlardır. Yeni av sezonunda da artık delik deşik haldeki ağıları kullanmamaya kararlılar ve ağılarını örmeye çok önceden başladılar. Hele Sadri o kadar hızlı ki her seferinde ördüğü Kerem'in ördüğünün iki katı kadar oluyor.



Görevin; Sadri ve Kerem'in ördüğü ağ uzunlukları arasındaki ilişkiyi yansıtan grafiği çizmek.

Hadi başla!



2. İki haftada toplam 4 çuval pirinç sattığını düşünen Bakkal Zekai Bey'in, her bir haftada satabileceği pirinç miktarlarının bütün olabilecek değerlerini gösteren grafiği çizer misin?



3. Aklımdan tuttuğum sayıları bulmak istiyorsan bu sayılar farkının 4 olduğunu sana söyleyebilirim. Ama daha fazla bilgi vermem oyun gereği yasaklandı. Olabilecek sayıları görmeni sağlayacak grafiği çiz desem nasıl bir grafik çizersin.



4. Resim dersinde bu sefer kağıdıma bir koordinat sistemi çizdim ve Akın Bey'in evini $x+2y=4$ ile eksenler arasında sınırlı kalan bölgeye çizdim. Çünkü daha resimde yapacağım birçok şey vardı. Sana da eğer benim resmimdeki bu bölgeyi bulabilir misin desem sen ne dersin?

Hadi sen de oluştur.



5. Hakan Bey Ankara Kızılay' da bir yabancı dil merkezinde İngilizce öğretmenliği yapmaktadır. Merkeze öğrenci ve sivil vatandaşlar kabul edilmektedir.

Yeni başladığı sınıfta 18 yaş ve üstü kişilerle çalışan Hakan Bey'in bu kez sınıfında 10 kişi kayıtlı görünüyor. Listedeki kişilerin kaç tanesinin öğrenci kaç tanesinin sivil olabileceğini düşünen Hakan Bey'e çizeceğin grafikte yol gösterir misin?



6. Ahmet, basketbol oynarken tek sayılık ve 3 sayılık atış denemeleri yapıyor. 15 puan yapmak için kaç tane tek sayılık ve kaç tane 3 sayılık atış yapmalıdır?

Olası çözümleri grafikte gösterir misin?

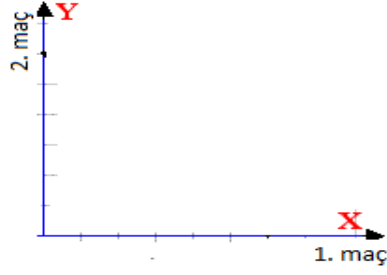


EK 4

EŞİTSİZLİK GRAFİĞİ BİLGİSİ OLUŞTURMA SÜRECİNE AİT SORULAR

1. Ahmet, son yaptığı iki basketbol maçında öyle kötü performans sergiledi ki, her iki maçta oyunda kaldığı süre 10 dakikayı bile bulmadı.

Bu duruma çok üzülen Ahmet'in maçlarda kaldığı sürelerin bütün olası değerlerini gösteren grafiği çizer misin?



2. Zeynep bu yıl üniversiteyi yeni kazanmış bir öğrencidir. Ailesinin durumu kötü olduğu için bir yandan da çalışması gerektiğini düşünen Zeynep' in bulunduğu işlerden saatlik kazançları şöyledir.



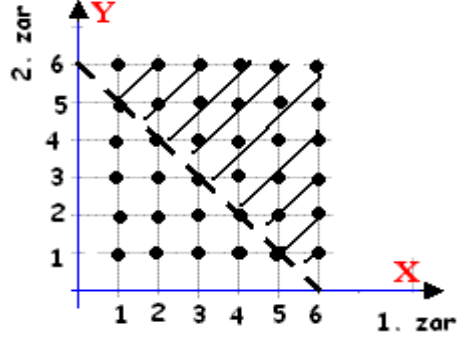
İş No	Saatlik ücret
1. iş	2 TL
2. iş	3 TL

Bulduğu işlerle en azından bu ayki 30 TL. lik kırtasiye masrafını karşılamayı düşünen Zeynep' in işlere ait çalışabileceği süreler için ona yardım etmen gerekiyor. Sence bütün olasılıkları içeren grafik nasıl olabilir?

3. İki zar birlikte atıldığında olabilecek bütün sonuçlar aşağıdaki grafikte gösterilmiştir. Buna göre grafikte taralı bölgeyi en iyi tanımlayan matematiksel cümle nedir'



1. zar 2. zar



4. Bir okulun derneği dzenlenen açık artırma boyunca toplamda 60 TL. den fazla kar etmek istiyor. Dernek satacağı her bir gmlektan 20 TL. ve Şapkadan da 4TL. kar elde edecektir.

BÖLÜM A: Bu Şartları karşılamak için dernek üyelerinin kaç gömlek ve Şapka satışına ihtiyaı olduğunu gösteren matematik cümleyi yazınız.
(x Şapka sayısını ve y gömlek sayısını göstersin.)



BÖLÜM B: Bölüm A' daki bilgini grafiklendir. Olası çözümleri içeren bölgeyi tarayarak göster.

5. Bu yılki SBS sınavı için daha da fazla çalışması gerektiğini bilen Ayşe çalışma programını tekrar düzeltmesi gerektiğini düşünüyor.

Deneme sınavlarındaki Türkçe ve Matematik netlerine baktığında hiç memnun kalmayan Ayşe, bu derslere günde en az 3 saat ayırması gerektiğini düşünüyor. Diğer derslerini de ihmal etmemesi gerektiğini bilen Ayşe aynı zamanda bu sürenin 5 saati aşmaması gerektiğini de bilmektedir. Böylelikle kalan zamanını da diğer derslere ayırabilecektir.

Buna göre Ayşe'nin Türkçe ve Matematik derslerine ayırabileceği zamanların bütün olası değerlerini içeren grafik nasıl olabilir?



6. Okulumuzda yeni açılan kantinde, pasta ve kurabiye satışları yapan Mehmet Amca kurabiyelerin tanesinden 1



TL. ve pastaların tanesinden 2 TL. kazanıyor. Bugünkü satışlarından en az 10 TL. kazanmak isteyen Mehmet Amca her bir üründen kaçar tane satması gerektiğini bir türlü bulamıyor.



Ona yardım etmek için olabilecek bütün sonuçları düşün ve bütün bu sonuçları içeren grafiği çizerek ona yardım et.

EK 5: Öğrencilerin Denklem ve Eşitsizlik Grafiği Bilgisi Oluşturma Süreçlerine Ait Değerlendirmeler

EK 5.1 M, B ve S'nin Denklem Grafiği Bilgisi Oluşturma Sürecine Ait Değerlendirme

	M	B	S
1. SORU	<p>*Grafikle ilgili birimlendirmelerde sıkıntı çekmektedir.</p> <p>* Uygun sayı ikililerini sistemde doğru bir şekilde tanıyıp kullanabilmektedir.</p> <p>*Koordinat sistemi ile ilgili yapıları doğru bir şekilde tanıyıp kullanabilmektedir.</p> <p>*Öğrencinin denklemle ilgili yapıları büyük ölçüde doğru kullandığı, buna rağmen uygun denklemi yazmada zorlandığı görülmüştür.</p> <p>*Geçen diyaloglar sayesinde uygun grafiği grupta en önde çizmiştir.</p>	<p>*Grafikle ilgili birimlendirmelerde sıkıntı çekmektedir.</p> <p>*Koordinat sistemi ile ilgili kısmi doğru bilgi yapıları mevcuttur, bu yüzden bazı sayı ikililerini işaretlemelerde sıkıntı çekmektedir.</p> <p>Bununla ilgili olarak M nin yardımı faydalı olmuştur.</p> <p>*Denklem kurmayla ilgili sıkıntı mevcuttur.</p> <p>*Doğru ile ilgili bilgi yapılarında boşluklar mevcuttur.</p> <p>*Süreçte belli eksiklerinin olduğunun farkındalığı içerisinde aktif bir rol sergilemektedir.</p>	<p>*Grafikle ilgili birimlendirmelerde sıkıntı çekmektedir.</p> <p>*Koordinat sistemi ile ilgili kısmi doğru bilgi yapıları mevcuttur, bazı ikilileri işaretlerken sıkıntı çekmiştir.</p> <p>*Denklem kurmayla ilgili sıkıntısı bulunmaktadır.</p> <p>*Doğru ile ilgili bilgi yapılarında boşluklar mevcuttur.</p> <p>*Süreçte diğer üyelere nazaran daha pasif konumdadır.</p>
2. SORU	<p>* x ve y eksenlerinin yerini tuttuğu çokluklarla ilgili yanlış çıkarımlarda bulunmuştur, burada araştırmacıyla geçen diyalog faydalı olmuştur.</p> <p>*İlk soruda yaşanan denklem kurmayla ilgili yaşadığı sıkıntıyı bu soruda yaşamamıştır.</p> <p>*Öğrenci çözümü uygun bir şekilde yansıtmış,</p>	<p>*Eksenlerle ilgili yanlış çıkarımlarda bulunmuştur ve soruyu ilk soruya benzeterek orantıyla çözmeye çalışmıştır.</p> <p>*Öğrencinin genel anlamda sayı ikilileriyle ilgili gösterimlerde sıkıntı çekmediği özel olarak orijin noktasıyla ilgili</p>	<p>*x ve y eksenlerinin yerini tuttuğu çokluklarla ilgili yanlış çıkarımlarda bulunmuştur.</p> <p>*İlk soruda yaşanan denklem kurmayla ilgili yaşadığı sıkıntıyı bu soruda yaşamamıştır.</p> <p>*Denklem çözümüyle ilgili aşamalarda sıkıntı çektiği görülmektedir.</p> <p>*Koordinat sistemi ile ilgili yapıları daha iyi</p>

	araştırmacıya ve grup arkadaşlarına uygun bir dille açıklamıştır.	bilgi boşluklarına sahip olduğu görüldü. *M ve geçen diyaloglar sayesinde orantıyla yaptığı çözümü silerek uygun çözümü sunmuştur. *Koordinat sistemi ile ilgili bilgi yapılarını daha doğru bir şekilde tanıyıp kullandığı görülmüştür.	bir şekilde tanıyıp kullandığı görülmüştür.
3. SORU	*Denklemleri doğru bir şekilde oluşturmuştur. *Doğrunun eksenleri kestiği noktaları bularak doğru grafiğe hızlı bir şekilde gitmiştir. Burada denklem, cebirsel ifade, eksen bilgisi gibi yapıların doğru bir şekilde tanınıp kullanıldığı ve pekiştirildiği görülmüştür.	*Denklemleri doğru bir şekilde oluşturmuştur. *Denklem, doğru, cebirsel ifade, koordinat sistemiyle ilgili yapılarda sürecin başına nazaran doğru bir şekilde tanıma ve kullanma eylemlerini gerçekleştirdiği gözlenmiştir.	*Denklemleri doğru bir şekilde oluşturmuştur. *Cebirsel ifadelerle ilgili bilgi yapılarında genişlemeler olduğu, bunun yanında bu bilgilerin kullanılmasıyla ilgili eksikliklerinin olduğu göze çarpmaktadır.
4. SORU	*Öğrenci hızlı bir şekilde çözüme ulaşmış, çözümü uygun bir dille anlatmıştır. *Öğrenci eski yapılarını pekiştirmiştir.	*Öğrenci doğru grafiği oluşturmuştur. *Eski yapıların pekiştirilmesinin göstergesidir.	*Diğer üyelere nazaran süreçte geride olan öğrenci uygun çözümü sunmuştur. *İlgili yapılar daha rahat şekilde tanınıp kullanılabilir.
5. SORU	*Doğru denklemi hızlı şekilde kurmuştur. *İlgili soruda çözüm sadece doğrunun üzerindeki belli noktalardır, bu açıdan soru diğer sorulardan farklıdır. Öğrenci bu farklılığı süreç başında hissedememiştir. *Diyalog sayesinde bu	*Doğru denklemi kurmuştur. *Öğrenci sorunun farklılığını süreç başında hissedememiştir. *Araştırmacı ve M sayesinde doğru üzerinde yer alan sınırlı sayıdaki çözümü	*Doğru denklemi kurmuştur. *Öğrenci soruya ait farklılığı süreç başında hissedememiştir. *Araştırmacı ve M sayesinde doğru üzerinde yer alan sınırlı sayıdaki çözümü gösterebilmiştir. *Soruda en son çözüme

	farklılığı ilk hisseden öğrencidir.	gösterebilmiştir. *Bu soru diğer sorulara nazaran daha farklıdır, öğrencinin bilgi yapılarında genişlemeler mevcuttur.	ulaşan öğrencidir ve kullanma basamaklarında diğer arkadaşlarına göre yavaş, fakat sürecin başındaki haline nazaran oldukça hızlıdır. *Bu soru diğer sorulara göre daha farklıdır, öğrencinin bilgi yapılarında genişlemeler mevcuttur.
6. SORU	*Problem 5. Problemi destekler niteliktedir. Öğrenci sorunun ilgili olduğu denklemi doğru bir şekilde kurabilmiş ve ilgili grafiğe gitmiştir.	*Problemlle ilgili denklemi kurmakta güçlük çekmiş bu zorluk aşıldıktan sonra çözümü uygun grafikte gösterebilmiştir. *Cebirsel ifadelerle ilgili işlemlerin kullanılmasıyla ilgili öğrencinin bilgi boşlukları olduğu sürecin bazı noktalarında görülmüştür.	*Problemlle ilgili denklemin kurulmasında M den yardım almış. *Denklemin kurulmasının ardından uygun grafiğe gidebilmiştir. *Kullanma basamağında daha hızlı yol aldığı gözlenmiştir.

EK 5.2

M, B ve S'nin Eşitsizlik Grafiği Bilgisi Oluşturma Sürecine Ait Değerlendirme

	M	B	S
1. SORU	<p>*Çözüm kümesine ait sadece belli ikililer için uygun denklemleri yazmıştır.</p> <p>*Geçen diyaloglar sayesinde öğrenciye sorunun eşitsizlik kavramıyla ilgili olduğu sezdirilmiş, bu yapı belli ölçüde tanıtılmıştır.</p> <p>*Öğrenci sistemde çözüm kümesinde yer alan noktaları işaretlemiş ve çözüm kümesinin yer aldığı bölgeyi doğru şekilde yansıtmıştır.</p>	<p>*Çözüm kümesine ait sadece belli ikililer için uygun denklemleri yazmış ve buna uygun grafik çizmiştir.</p> <p>*Öğrencinin < ve > sembollerini doğru şekilde tanıyıp kullanmadığı görülmüştür.</p> <p>*M sayesinde doğru bölgeyi sezmiş ve gösterebilmiştir.</p>	<p>*Çözüm kümesine ait sadece belli ikililer için uygun denklemleri yazmıştır.</p> <p>*Denklem, doğru, koordinat sistemiyle ilgili tanıma ve kullanma basamağındaki eksikliklerini büyük ölçüde giderdiği görülmüştür.</p> <p>*Eşitsizlik grafiğiyle ilgili yapılara ulaşmasında M nin katkısı büyüktür.</p> <p>*Fakat öğrencinin bu yapıları bilinçli bir şekilde tanıyıp, kullanmadığı görülmüştür.</p>
2. SORU	<p>*Eşitsizliğin sembolle gösteriminde sıkıntılar yaşamaktadır.</p> <p>*Öğrenci grafikte doğrunun kesikli veya düz bir şekilde çizileceğiyle ilgili çelişki yaşamış, sorunun analiziyle doğru gösterime öncelikli olarak gitmiştir.</p>	<p>*Eşitsizliğin yazımında sıkıntılar yaşamaktadır.</p> <p>*Öğrenci M nin sayesinde doğru grafiğe gidebilmiştir.</p> <p>*Yaptığı çözümler denklem grafiği bilgi yapısını pekiştirmiştir.</p>	<p>*Eşitsizliğin yazımında sıkıntılar yaşamaktadır, kullanma basamağındaki güçlükte araştırmacı yol gösteren olmuştur.</p> <p>*Cebirsel ifadelerle ilgili bilgi boşluklarını büyük ölçüde giderdiği görülmüştür.</p> <p>*Ancak öğrencinin eşitsizlikle ilgili oluşturma basamağına geçemediği anlaşılmıştır.</p>
3. SORU	<p>*Soruda diğer sorulardan farklı olarak grafik hazır verilmiş, eşitsizlik istenmiş öğrenci soruyu doğru biçimde analiz edebilmiş ve uygun eşitsizliği yazmıştır.</p>	<p>*Eşitsizlik istenen bu soruya ilişkin olarak öğrenci soruyu M sayesinde doğru biçimde analiz etmiş, uygun eşitsizliği yazmıştır.</p>	<p>*Eşitsizlik istenen bu soruya ilişkin olarak öğrenci soruyu M sayesinde doğru biçimde analiz etmiş, uygun eşitsizliği yazmıştır.</p>
4. SORU	<p>*Diğer sorulardan farklı olarak bu soruda eşitsizliğin çözümü olan bölgeki sınırlı sayıdaki nokta çözüm kümesindedir.</p> <p>*Öğrenci eşitsizliği doğru</p>	<p>*Öğrenci eşitsizliği doğru şekilde yazabilmiştir.</p> <p>*Eşitsizlikle ilgili grafikte artık güçlük yaşamamaktadır.</p> <p>*Süreçte diyaloglar</p>	<p>*Denklem çözümü ile ilgili kimi noktalarda sıkıntı yaşamaktadır.</p> <p>*Denklem grafiği ile ilgili bilgi yapılarını pekiştirmiş, eşitsizlik grafiğiyle ilgili de uygun</p>

	<p>şekilde yazmış, grafiği çizebilmiştir.</p> <p>*Taralı bölgedeki belli yerlerin çözüm kümesinde olduğunu fark edemeyen öğrenci diyalog sayesinde çözüme ilk ulaşmıştır.</p>	<p>sayesinde fark edemediği sınırlı sayıdaki noktayı gösterebilmiştir.</p>	<p>çözümler sunmuştur.</p>
5. SORU	<p>*Diğer sorulardan farklı olarak iki eşitsizliğin kesişiminin çözüm kümesi olduğu bu soruda M eşitsizlikleri doğru şekilde yazmış ve uygun çözüme gitmiştir.</p> <p>*Kesişim, doğru, denklem, cebirsel ifade ile ilgili yapıların doğru bir şekilde tanınıp kullanıldığı ve pekiştirildiği açıktır.</p> <p>*Öğrenci işlemlerini belli bir farkındalık içerisinde kendisine güven duyarak anlatabilmektedir.</p>	<p>*Eşitsizliklerin doğru bir şekilde yazılabildiği görülmüştür.</p> <p>*Eşitsizlik grafiklerinde de öğrencinin ilk sorulara nazaran tanıma ve kullanma eylemlerinde daha hızlı ve bilinçli olduğu açıktır.</p> <p>*Kesişimin soruya kattığı anlama ilgili duraksama yaşayan öğrencinin bu sorunu gidermesinde M nin etkili olduğu görülmüş, öğrenci doğru bölgeyi tarayarak gösterebilmiştir.</p>	<p>*Eşitsizlikleri doğru şekilde yazan öğrenci bunları grafikte de düzgün bir şekilde gösterebilmiş fakat buradan yola çıkarak bölgeler kesişimini doğru yansıtamamıştır.</p> <p>*Öğrencinin kesişim ve ilgili yapıların tanınıp kullanılmasıyla ilgili eksiklerinin olduğu açıktır.</p>
6. SORU	<p>*Eşitsizliği doğru şekilde yazan öğrenci uygun grafiği çizebilmiştir.</p>	<p>*Soruya ait eşitsizliği yazabilen öğrenci uygun grafiği de çizebilmiştir.</p>	<p>*Eşitsizliği doğru yazabilmiştir.</p> <p>*Cebirsel ifadelerle ilgili bazı eksiklikleri olan S bu sorunu çözdükten sonra eşitsizliğin grafiğine hatasız şekilde ulaşmıştır.</p> <p>*Matematik dersinin sahip olduğu ön şartlılık öğrencilerin süreçlerini büyük ölçüde yönlendirmektedir.</p>

EK 5.3

F, H ve E'nin Denklem Grafiği Bilgisi Oluşturma Sürecine Ait Değerlendirme

	F	H	E
1. SORU	<ul style="list-style-type: none">*Grafikle ilgili birimlendirmelerde sıkıntı çekmektedir.* Soruya uygun denklemleri hızlı ve doğru bir şekilde kurmuştur.*Geçen diyaloglar sayesinde uygun grafiği grupta en önde çizmiştir.*Soruda genel olarak eksikleri olmadığı gözlenen öğrenci grup çalışmasında arkadaşlarına pek de yardımcı olamamıştır.	<ul style="list-style-type: none">*Grafikle ilgili birimlendirmelerde sıkıntı çekmektedir.*Süreçte diğer üyelere nazaran daha aktif rol sergilemiştir.*Doğru ile ilgili bilgi yapılarını doğru bir şekilde tanıyıp kullanabilmektedir.	<ul style="list-style-type: none">*Koordinat sistemi ile ilgili yapıları doğru bir şekilde tanınamamaktadır.*Denklem kurmayla ilgili sıkıntı mevcuttur.*Süreçte oldukça sessiz ve iletişime kapalı bir tutum sergilemiştir.
2. SORU	<ul style="list-style-type: none">*Soruya uygun denklemleri doğru ve hızlı şekilde yazabilmiştir.*Denklemlerle ilgili yapıları doğru şekilde tanıyıp, kullanmaktadır.*Uygun grafiği de uygun şekilde yansıtmıştır.*İlk sorunun içerdiği doğrunun grafiğinden farklı olarak bu doğrunun grafiği orijinden geçmemektedir. F bunu uygun bir şekilde açıklamıştır.*Açıklamalarında öğrencinin doğru ve denklemlerle ilgili tanıma ve kullanma basamaklarında doğru şekilde ilerledikleri görülmüştür.	<ul style="list-style-type: none">*F nin yazdığı denklemler daha düzgün bir şekilde göstermiştir.*Sistemde sayı ikilileriyle ilgili gösterimlerde sıkıntı çekmediği görülmüştür.*H doğru grafiği çizmiştir.	<ul style="list-style-type: none">*Denklem ve cebirsel ifadelerle ilgili yapıları doğru şekilde tanıyıp kullanamamaktadır*Koordinat sistemiyle ilgili yapıları doğru şekilde tanıyıp kullanamamaktadır*İkilileri sistemde doğru bir şekilde gösterememektedir.*Eski yapıları doğru tanınamama kullanma basamağını doğru bir şekilde gerçekleştirmesine engel olmaktadır.
3. SORU	<ul style="list-style-type: none">*Denklemleri doğru bir şekilde oluşturmuştur.	<ul style="list-style-type: none">*Cebirsel ifadelerdeki	<ul style="list-style-type: none">*Öğrenci artık koordinat sistemi, sayı ikilileri ve

	<p>*H nin yaptığı hatalarda yol gösteren olmuştur.</p> <p>*Doğru grafiğe gitmede sıkıntı yaşamamıştır.</p>	<p>işlemlerle ilgili bilgi yapılarında boşluklar olduğu gözlenmiştir.</p> <p>*F nin de yardımıyla hatasını düzeltmiş bu noktadan hareketle ifadeleri doğru şekilde kullanabilmiştir.</p> <p>*Grafiğin gösteriminde sıkıntı yaşamamıştır.</p>	<p>denklemlerle ilgili yapıları H sayesinde tanımaya başlamıştır. Ancak hala hatalarının olduğu, kullanma basamağını doğru bir şekilde yansıtamadığı gözlenmiştir.</p>
4. SORU	<p>*Öğrenci doğru bir şekilde çözüme gitmiştir.</p> <p>*Öğrenci eski yapılarını büyük ölçüde pekiştirmiştir.</p>	<p>*Öğrenci doğru grafiği oluşturmuştur.</p>	<p>*Diğer üyelerle nazaran süreçte hala çok geridedir.</p> <p>*Koordinat sistemini doğru şekilde gösterebilmektedir. Ancak ikili bilgisi hala oldukça eksiktir.</p>
5. SORU	<p>*Doğru denklemi diğerlerinden daha önce kurmuştur.</p> <p>*Soruda sadece doğrunun üzerindeki belli noktalar istenmiş, öğrenci bu farklılığı kendiliğinden hissedememiştir.</p> <p>*Diyalog sayesinde bu farklılığı ilk hisseden öğrencidir ve uygun çözümü gösterebilmiştir.</p>	<p>*Doğru denklemi kurmuştur.</p> <p>*Araştırmacı ve F sayesinde doğru üzerinde yer alan belli sayıdaki noktayı gösterebilmiştir.</p>	<p>*Önceki sorularda denklemleri kuramadığı gözlenen öğrenci bu soruda denklemi kurabilmiş ve bazı ikilileri göstermiştir.</p>
6. SORU	<p>*5. soruyu pekiştiren bu soruda öğrenci uygun denklemi yine ilk sırada kurabilmiş ve grafiği doğru şekilde çizmiştir.</p> <p>*Öğrencinin denklem, koordinat sistemi, sayı ikilisi gibi kavramları doğru şekilde tanıyıp kullanabildiği açıktır.</p>	<p>*Denklemi F'nin de yardımıyla doğru şekilde kuran H uygun grafiğe gidebilmektedir.</p>	<p>*Denklemi kurması arkadaşları sayesinde olan E artık ikilileri sistemde doğru şekilde gösterebilmektedir.</p> <p>*E süreçte hep arkadan gelen öğrencidir.</p>

EK 5.4

F, H ve E'nin Eşitsizlik Grafiği Bilgisi Oluşturma Sürecine Ait Değerlendirme

	F	H	E
1. SORU	<p>*Soruda uygun eşitsizliği gösteren tek öğrencidir.</p> <p>*Eşitsizlik grafiği ile ilgili ipucu verildikten sonra öğrenci ilgili bölgeyi doğru bir şekilde gösterebilmiş ve yeni yapıya ulaşılmıştır.</p> <p>*Öğrenci çözüm kümesinde yer alan noktaları işaretlemiş ve çözüm kümesinin yer aldığı bölgeyi doğru şekilde yansıtmıştır.</p>	<p>*İlgili soruya doğru anlamı yükleyememiş, denklem kurmuştur.</p> <p>*Doğru eşitsizliğe arkadaşları F sayesinde ulaşmıştır.</p> <p>*Grafiğin çizimiyle ilgili süreçte çözüm kümesini doğru şekilde göstermiştir.</p>	<p>*Süreçte oldukça sessizdir.</p> <p>*Araştırmacı E den çözümdeki ikililerle ilgili örnekler istemiş. E de bazı ikilileri sistemde doğru şekilde gösterebilmiştir.</p> <p>*Ayrıca E nin çok eksik olan cebirsel ifade bilgisinin bu soruyla biraz daha genişlediği gözlenmiştir.</p>
2. SORU	<p>*Öğrenci oluşturduğu eşitsizlik grafiği bilgisini destekler nitelikte tanıma ve kullanma eylemleri göstermiştir. F bunun sayesinde denklem, doğru, koordinat sistemi, eşitsizlik ve eşitsizlik grafiği ile ilgili yapılarını pekiştirmiştir.</p>	<p>*Eşitsizliğin yazımında artık sıkıntılar yaşamamaktadır.</p> <p>*Öğrenci doğru grafiğe gidebilmiştir.</p>	<p>*Öğrenci eşitsizlik yapısına ulaşamamıştır.</p> <p>*Denklem çözümlerinde sahip olduğu eksiklikleri ya H ya da araştırmacı sayesinde gidermektedir.</p> <p>*Öğrenci süreç boyunca diğer öğrencilere nazaran daha isteksiz bir tavır sergilemiştir.</p>
3. SORU	<p>*H gibi o da çözüme ulaşmış, uygun eşitsizliği yazabilmiştir.</p>	<p>*Soruda diğer sorulardan farklı olarak grafik hazır verilmiş, eşitsizlik istenmiştir. Öğrenci çözüme ilk ulaşandır.</p>	<p>*Çözüme ulaşamamış arkadaşlarının çözümlerini dinlemekle yetinmiştir.</p>
4. SORU	<p>*Diğer sorulardan farklı olarak bu soruda eşitsizliğin çözümü olan bölgedeki sınırlı sayıdaki nokta çözüm kümesindedir.</p> <p>*F eşitsizliği doğru yazmış ardından grafiği de çizebilmiştir.</p>	<p>*H eşitsizliği doğru şekilde yazmıştır ve bunu uygun bir dille açıklamıştır.</p> <p>*Diyaloglar sayesinde fark edilemeyen sınırlı sayıdaki noktayı gösterebilmiştir.</p>	<p>*Öğrenci eşitsizliği doğru şekilde yazamamıştır.</p> <p>*Cebirsel ifadelerle ilgili çok kısıtlı bilgisini genişleteceği düşünülen diyalog başarısız olmuştur.</p>

5. SORU	<p>*Önceki sorulardan farklı olarak iki eşitsizliğe ait ortak bölgenin istendiği bu soruda da eşitsizlikleri doğru şekilde yazmış ve uygun çözüme ulaşmıştır.</p> <p>*Doğru, denklem, cebirsel ifade kesişim ile ilgili yapıları doğru şekilde tanıyıp kullanan F başarılı olmuş ve eski bilgilerini pekiştirmiştir.</p> <p>*Öğrencinin süreçteki farkındalığı, hızlılığı ve güveni pekiştirmenin göstergesi olarak düşünülebilir.</p>	<p>*Eşitsizlikleri doğru şekilde yazmıştır.</p> <p>*Grafik gösterimlerinde de daha hızlı yol almıştır.</p> <p>*Sürecini doğru anlamlandırıldığı açıklamalarından anlaşılmaktadır.</p> <p>*Artık işlemlerinde daha hızlıdır.</p> <p>*Kesişimin soruya kattığı anlamı içselleştirmesinde F nin de yardımı olduğu düşünülmektedir.</p>	*Öğrenci doğru çözüme ulaşamamıştır.
6. SORU	*Eşitsizliği doğru yazabilen öğrenci uygun grafiği çizebilmiştir.	*Soruya ait eşitsizliği yazabilen öğrenci doğrunun düz veya kesikli olmasıyla ilgili olarak çelişki yaşasa da bunu gidermiş ve uygun çözüm sunmuştur.	*E nin cebirsel ifadeler ve denklemlerle ilgili eksikleri onun grafik bilgisine ulaşmasını engellemiştir.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Perihan AYANOĞLU

Doğum Yeri : Devrekani

Doğum Tarihi : 11.09.1982

Medeni Hali : Bekar

Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Abdurrahmanpaşa (Y.D.A) Lisesi (1996-2000)

Lisans : Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Fakültesi (2000-2004)

Yüksek Lisans : Kastamonu Üniversitesi (2008-...)

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl :

Ayancık Zaviye İlköğretim Okulu (2004-2006)

Ayancık İnönü İlköğretim Okulu 2006-2008)

Küre Mehmet Akif Ersoy İlköğretim Okulu (2008-...)

Yayımları (SCI ve diğer) :