

**T.C.**  
**KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERDE TOPLAMA  
VE ÇIKARMA İŞLEMLERİNDE FARKLI TEMSİLLERİ  
KULLANMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

**Fatma KARA**

**Danışman**  
**Jüri Üyesi**  
**Jüri Üyesi**

**Doç. Dr. Lütfi İNCİKABI**  
**Prof. Dr. Ahmet KAÇAR**  
**Doç. Dr. Savaş BAŞTÜRK**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI**  
**KASTAMONU –2017**

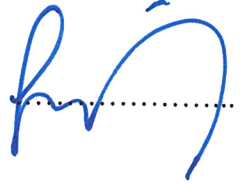
## TEZ ONAYI

**Fatma KARA** tarafından hazırlanan "**Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde farklı temsilleri kullanma becerilerinin incelenmesi**" adlı tez çalışması aşağıdaki jüri üyeleri önünde savunulmuş ve **oy birliği** ile Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **İlköğretim Anabilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANSTEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman Doç. Dr. Lütfi İNCİKABI  
Kastamonu Üniversitesi

Jüri Üyesi Prof. Dr. Ahmet KAÇAR  
Kastamonu Üniversitesi

Jüri Üyesi Doç. Dr. Savaş BAŞTÜRK  
Sinop Üniversitesi



09/05/2017

Enstitü Müdür V. Prof. Dr. Temel SARIYILDIZ



## TAAHHÜTNAME

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yaptığımı bildirir ve taahhüt ederim.

  
İmza  
Fatma KARA

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERDE TOPLAMA VE ÇIKARMA İŞLEMLERİNDE FARKLI TEMSİLLERİ KULLANMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Fatma KARA  
Kastamonu Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İlköğretim Ana Bilim Dalı

Danışman: Doç. Dr.Lütfi İNCİKABI

Bu çalışmanın amacı, altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama çıkarma işlemine yönelik temsil tercihlerini belirlemek ve kendi tercihlerindeki başarı durumlarını ortaya koymak; kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde yer verilen temsiller (cebirsal, model, sayı doğrusu ve metinsel) arasındaki geçiş durumlarını inceleyerek öğrencilerin her bir temsil türünü oluşturma becerilerinin analiz etmektir.

Araştırma durum çalışması olarak yürütülmüştür. Araştırmanın çalışma grubu, 2015–2016 eğitim öğretim yılında Kastamonu il merkezinde bulunan MEB’e bağlı üç ortaokulun altıncı sınıfında öğrenim gören 31’i erkek 28’i kız olmak üzere toplam 59 öğrenciden oluşmaktadır. Örneklem seçiminde amaçlı (kasıtlı) örneklem seçim yöntemi kullanılmıştır. Çalışılacak okulların belirlenmesinde il genel başarı ortalaması dikkate alınıp başarı düzeyi ortalama seviyesinde olan 3 okul çalışmaya dâhil edilmiştir. Veriler Kesirlerde Toplama - Çıkarma İşlemi Çoklu Temsil Testi ile toplanmıştır ve önceden belirlenen temsiller arası geçiş ölçütleri doğrultusunda analiz edilmiştir. Kodlamalardan elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin temsil tercihleri ve tercihlerindeki başarı durumlarına ilişkin yorumlamalar betimsel istatistikler (yüzde ve frekans) kullanılarak verilmiştir.

Araştırma bulgularına göre en çok tercih edilen temsil türü model temsildir (%42). Cebirsal temsil tercihlerde ikinci sırada yer alırken metinsel temsiller en az tercih edilen temsil türü olmuştur. Temsillerdeki başarı durumları incelendiğinde öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde en başarı oldukları temsil türleri cebirsal ve model temsillerdir. Diğer taraftan öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde metinsel ve sayı doğrusu temsil türlerinde başarı durumlarının oldukça düşük olduğu görülmüştür. Öğrencilerin temsil oluşturma becerilerine bakıldığında, öğrencilerin temsil geçişlerinde belirlenen her adımda hata yaptıkları ortaya çıkmaktadır. Öğrencilerin model temsil oluşturmada verilen kesre uygun bütünlerden payı belirleme adımlarında daha fazla hata yaptıkları belirlenmiştir. Cebirsal temsil oluşturmada ise işlemi gerçekleştirme hatalara daha fazla belirlenen hatadır. Sayı doğrusu temsiline verilen kesirleri sayı doğrusunda

ifade etme ve sonucu gösterme adımlarında problemlerle karşılaşılrken metinsel temsil oluştururken verilen işleme uygun soru kökü oluşturma adımında yapılan hatalar dikkat çekmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Çoklu temsiller, ortaokul matematik eğitimi, temsil oluşturma becerisi, temsiller arası geçiş.

**2017, 82 sayfa**

**Bilim Kodu: 101**



## ABSTRACT

MSc. Thesis

### AN INVESTIGATION OF SIXTH GRADE STUDENTS' SKILLS OF USING MULTIPLE REPRESENTATIONS IN ADDITION AND SUBTRACTION OF FRACTIONS

Fatma KARA

Kastamonu University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Elementary Education

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Lütfi İNCİKABI

**Abstract:** The aim of this study is to determine the representation preferences of the sixth-year students for the addition and subtraction of fractions, to reveal their successes in their preferences, and to analyze students' skills to construct each representation by examining the transitions between the representations involved in addition and subtraction operations (algebraic, model, number line and verbal).

This research has been conducted as a case study. The study group consists of 59 students, 31 of whom are boys and 28 of whom are girls, who are in the sixth grade of three junior high schools affiliated to MoNE in the city of Kastamonu in the academic year 2015-2016. A purposeful sampling selection method was used to select participants. In determining the schools to be studied, the provincial general achievement average was taken into account and three schools with average level of achievement were included in the study. The data were collected by "Multi-Representation Test in Addition-Subtraction of Fractions" and analyzed in accordance with predefined transition criteria. Representation preferences of students and interpretations of their success in their preferences were presented through descriptive statistics (percentage and frequency). While algebraic representation takes second place in preferences, verbal representations are the least preferred type of representation. When students' performances in the representations are examined, the most successful representations of students in addition and subtraction of fractions are algebraic and model representations. On the other hand, it has been seen that the achievement status of students in the verbal and numerical representation types is considerably low. Analysis of students' representation skills turns out that students make mistakes at every step in their representation transitions. It has been determined that students make more mistakes in the steps of determining numerator of the appropriate whole from the given set of model representations. In the case of creating algebraic representation, the execution of the operation is a more frequently determined mistake. While students face problems with the number line model including the steps expressing the fractions in the number line and showing the result, in the process of forming a verbal representation, the mistakes made in the process of forming the question rooting are noteworthy.

**Key Words:** Multiple representations, middle school mathematics education, representation creation skill, transition among representations.

**2017, 82 pages**

**Science Code: 101**



## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans çalışmalarım boyunca danışmanlığımı üstlenen, araştırmam boyunca bütün özveriyle yanımda olarak yardım ve desteğini esirgemeyen değerli danışman hocam Doç. Dr. Lütfi İNCİKABI' ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimim boyunca ilgi ve yardımlarıyla bana destek olan, beni bilimsel araştırmalar yapmaya teşvik eden başta Prof. Dr. Ahmet KAÇAR başta olmak üzere tüm İlköğretim Matematik Bölümü hocalarına teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Tanımdan büyük onur duyduğum, yapıcı yaklaşım ve önerilerinin yanı sıra, çalışmanın tamamlanmasının çok daha ötesindeki destekleri için saygı değer hocam Doç. Dr. Abdulkadir TUNA' ya gönülden şükranlarımı sunuyorum. Ayrıca değerli bilim dalı hocalarıma teşekkür etmeyi bir borç addediyorum.

Çalışmalarım sırasında kendilerinden görmüş olduğum sabır ve anlayıştan dolayı, eşim M. Erdal KARA' ya ve tüm aile üyelerime sevgi ve şükranlarımı sunarım.

Fatma KARA  
Kastamonu, Mayıs, 2017



## İÇİNDEKİLER

	<b>Sayfa</b>
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER.....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiii
GRAFİKLER DİZİNİ.....	xiv
TABLolar DİZİNİ.....	xv
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.2. Araştırmanın Amacı.....	4
1.3. Araştırmanın Problemleri.....	4
1.4. Araştırmanın Önemi.....	5
1.5. Araştırmanın Sayıltıları.....	8
1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	8
1.7. Önemli Terimler.....	8
2. KURAMSAL ÇERÇEVE.....	10
2.1. Temsil Kavramı.....	10
2.2. Çoklu Temsil Kavramı.....	11
2.3. Temsillerin Sınıflandırılması.....	12
2.3.1. Metinsel Temsiller.....	13
2.3.2. Cebirsel Temsiller.....	14
2.3.3. Model Temsiller.....	14
2.3.4. Sayı Doğrusu Temsilleri.....	14
2.4. Çoklu Temsillerin Öğretimde Kullanılma Nedenleri.....	15
2.5. Temsiller ve Matematik Öğrenme.....	18
3. LİTERATÜR TARAMASI.....	21
3.1. Çoklu Temsillere Odaklanan Çalışmalar.....	21
3.2. Matematik Eğitiminde Çoklu Temsillere Odaklanan Çalışmalar.....	24

3.3. Kesirler Üzerine Yapılan Çalışmalar .....	32
4. YÖNTEM.....	35
4.1. Araştırmanın Deseni .....	35
4.2. Çalışma Grubu.....	35
4.3. Veri Toplama Araçları.....	36
4.4. Kodlama Süreçleri.....	38
4.5. Veri Analizi .....	39
5. BULGULAR.....	40
5.1. Öğrencilerin Temsil Tercihleri ve Tercihlerindeki Başarı Durumları.....	40
5.1.1. Temsillere Ait Tercihler .....	40
5.1.2. Tercih Edilen Temsillerdeki Başarı Durumları .....	41
5.1.2.1. <i>Model Temsili Tercih Eden Öğrencilerin Diğer Temsillere Geçiş Durumları</i> .....	41
5.1.2.2. <i>Cebirsel Temsili Tercih Eden Öğrencilerin Diğer Temsillere Geçiş Durumları</i> .....	42
5.1.2.3. <i>Sayı Doğrusu Temsilini Tercih Eden Öğrencilerin Diğer Temsillere Geçiş Durumları</i> .....	44
5.1.2.4. <i>Metinsel Temsili Tercih Eden Öğrencilerin Diğer Temsillere Geçiş Durumları</i> .....	45
5.2. Temsiller Arası Geçiş Becerileri .....	46
5.3. Temsil Oluştururken Karşılaşılan Durumlar .....	47
5.3.1. Model Temsil Oluştururken Karşılaşılan Durumlar .....	47
5.3.2. Cebirsel Temsil Oluştururken Karşılaşılan Durumlar .....	49
5.3.3. Sayı Doğrusu Temsili Oluştururken Karşılaşılan Durumlar .....	51
5.3.4. Metinsel Temsil Oluştururken Karşılaşılan Durumlar .....	52
6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA .....	55
6.1. Araştırma Sorularına Ait Cevaplar .....	55
6.1.1. Altıncı Sınıf Öğrencilerini Kesirlerde Toplama ve Çıkarma İşlemlerinde Cebirsel, Model, Metinsel ve Sayı Doğrusu Temsillerine Ait Tercihleri Nelerdir ve Kendi Tercihlerindeki Başarı Durumları Nasıldır? .....	55
6.1.2. Öğrencilerin Kesirlerde Toplama Çıkarma İşleminde Yer Verilen Çoklu Temsiller Arasında Geçiş Durumları Nasıldır? .....	56

6.1.3. Öğrencilerin Kesirlerde Toplama Çıkarma İşleminde Ele Alınan Temsil Türlerini Oluşturma Becerileri Nasıldır?.....	57
6.1.3.1. <i>Model Temsil Oluşturma Durumları</i> .....	57
6.1.3.1. <i>Cebirsel Temsil Oluşturma Durumları</i> .....	57
6.1.3.3. <i>Sayı Doğrusu Temsili Oluşturma Durumları</i> .....	58
6.1.3.3. <i>Metinsel Temsil Oluşturma Durumları</i> .....	58
6.2. Tartışma.....	59
6.3. Öneriler.....	60
KAYNAKLAR .....	63
EKLER.....	78
ÖZGEÇMİŞ .....	82

## SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

MEB  
NCTM  
ÜTY

Milli Eğitim Bakanlığı  
National Council of Teachers of Mathematics  
Üst Temsil Yeteneği



## ŞEKİLLER DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Şekil 2.1. Çoklu Temsillerin İşlevleri .....	18
Şekil 5.1. Model Temsilden Model Temsile Geçişte Payda Belirleme Hata Örneği(Ö28) .....	48
Şekil 5.2. Metinsel temsilden Model Temsile Geçişte Payda Eşitleme Gerçekleştirme Hata Örneği (Ö16) .....	49
Şekil 5.3. Model Temsilden Model Temsile Geçişte İşlemi GerçekleştirmeHata Örneği (Ö72) .....	49
Şekil 5.4. Model Temsilden Cebirsel Temsile Geçişte İşlem Gerçekleştirme Hata Örneği (Ö68)) .....	50
Şekil 5.5.Cebirsel Temsil Oluşturmada İşlem Gerçekleştirme Hata Örneği (Ö25) .....	50
Şekil 5.6. Cebirsel Temsil Oluşturmada Payda Eşitleme Hatası Örneği (Ö12) .	51
Şekil 5.7. Eş Birimlere Ayırma (Payda Belirleme) Hata Örneği (Ö64).....	52
Şekil 5.8. İşlemi Gerçekleştirme Hata Örneği (Ö27) .....	52
Şekil 5.9. Model Temsilden Metinsel Temsile Geçişinde Senaryo Oluşturma ve Soru Kökü Belirleme Hata Örneği (Ö27) .....	53
Şekil 5.10. İşleme Uygun Senaryo Oluşturma Hata Örneği (Ö15).....	54
Şekil 5.11. Verilen kesirlere Uygun Nesnelere (Parçalanacak Bütünlere) Belirleme ve Soru Kökünde Verilen İşlemi İfade Edebilme Hata Örneği (Ö32) .....	54

## GRAFİKLER DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Grafik 5.1. Model temsili Tercih Edenlerin Bu Temsildeki Başarı Durumlarının Diğer Öğrencilerle Karşılaştırması.....	42
Grafik 5.2. Cebirsel Temsili Tercih Edenlerin Bu Temsildeki Başarı Durumlarının Diğer Öğrencilerle Karşılaştırması.....	43
Grafik 5.3. Sayı Doğrusunu Tercih Edenlerin Bu Temsildeki Başarı Durumlarının Diğer Öğrencilerle Karşılaştırması.....	45
Grafik5.4. Metinsel temsili Tercih Edenlerin Bu Temsildeki Başarı Durumlarının Diğer Öğrencilerle Karşılaştırması.....	46



## TABLULAR DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Tablo 4.1. Kesirlerde Toplama - Çıkarma İşlemi Çoklu Temsil Testi Madde Analizi Sonuçları.....	37
Tablo 4.2. Kesirlerde Toplama - Çıkarma İşlemi Çoklu Temsil Testinde Yer Alan Soru Dağılımları .....	38
Tablo 4.3. Temsiller Arası Geçişte Yer Verilen Ölçütler .....	39
Tablo 5.1. Temsillere İlişkin Tercih Durumları .....	40
Tablo 5.2. Model Temsili Tercih Edenlerin Diğer Temsillere Geçiş Durumları (%).....	41
Tablo 5.3. Cebirsel Temsili Tercih Edenlerin Diğer Temsillere Geçiş Durumları (%) .....	43
Tablo 5.4. Sayı Doğrusu Temsilini Tercih Edenlerin Diğer Temsillere Geçiş Durumları (%) .....	44
Tablo 5.5. Metinsel Temsili Tercih Edenlerin Diğer Temsillere Geçiş Durumları (%) .....	45
Tablo 5.6. Temsiller Arası Geçiş Becerisi .....	46
Tablo 5.7. Model Temsil Oluştururken Karşılaşılan Hatalar (f).....	48
Tablo 5.8. Cebirsel Temsil Oluşturma Becerisi .....	49
Tablo 5.9. Sayı Doğrusu Temsili Oluşturma Becerisi .....	51
Tablo 5.10. Metinsel Temsil Oluşturma Becerisi .....	53

## 1. GİRİŞ

Bu bölümde öncelikle araştırma konusuna ilişkin problem durumu açıklanmıştır. Ayrıca, araştırma problemi ve soruları, araştırmanın amacı ve önemi, sınırlılıklar ve araştırmada yer alan terimlerin tanımlarına yer verilmiştir.

### 1.1. Problem Durumu

Bilgi ve iletişim çağının hızlı değişim ve gelişme içinde olduğu günümüzde var olan ihtiyaçların yanı sıra yeni ihtiyaçlar da ortaya çıkmakta olup bu ihtiyaçları karşılayacak bireylerin yetiştirilmesini sağlayacak önemli unsurların başında eğitim yer almaktadır (Mirici, 2000). Modern toplumlarda eğitim, bilgiye sahip olmanın yanında, yeni bilgiye nasıl ulaşacağına farkında olan ve bu yolları keşfedebilen, üst düzey düşünme becerilerine sahip, sorgulayıcı bireyler yetiştirmeyi amaçlamaktadır (Olkun ve Toluk-Uçar, 2007). Bu amaca yönelik olarak gelişmiş ve gelişmekte olan ülkeler öğretim programlarında süreklilik arz eden reform hareketleri planlamakta ve uygulamaktadır.

Öğretim programları öğrencilerde değişen yaşam koşullarına uyum sağlayabilen sorgulayıcı, şüphe edici, farklı bakış açılarıyla düşünebilen bununla birlikte günlük hayat problemleri ile baş edebilen bireyler yetiştirmeyi amaç edinmiştir. Ortaokul matematik dersi öğretim programında (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013) matematik eğitiminin genel amaçları arasında “Kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilecektir.” (s. II) ifadesiyle birlikte programda “farklı temsillerle ifade etme” ilk kez genel amaçlar arasında yer almıştır ve öğrencilerin farklı temsiller arasında geçiş becerilerinin geliştirilmesi üzerine vurgu yapılmıştır.

Yapılan araştırmalar bilginin farklı şekillerde sunulmasının anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesini desteklediğini ifade etmektedir (Ainsworth, 1999; Akkoç, 2005, 2006; Kurnaz ve Gültekin, 2012; Van Der Meij, 2007). Bilgiler uygun temsillerle daha iyi aktarılabilir. Bu nedenle çeşitli bilgilerin içerildiği tam bir öğrenme ortamının hazırlanması için farklı temsillerle bu içeriklerin zenginleştirilmesi bir ihtiyaçtır. Burada temsilin belirlenmesinde dikkate alınması gerekenler yeterlilik (bir



temsilin sağladığı ifade imkânlar), etkililik (ifade gücü) ve uzmanlık kazanma (bilgi alanını farklı açılardan anlama ve yeni durumlarda farklı bilgi alanlarının bir araya getirerek çözüme uydurma) olarak ele alınmaktadır (Spiro ve Jehng, 1990).

Matematiksel problemlerin çoğu değişik yollarla (yöntemlerle) çözülebilir. Çoklu çözüm yollarının kullanılması matematik öğretiminde birçok araştırmada (Schoenfeld, 1992; Stigler, Gallimore ve Hiebert, 2000) tartışılmıştır. Bromme ve Stahl (2002) öğrenmeyi daha kolay hale getirmek için farklı bakış açıları geliştirmenin etkisini deneysel bir çalışmayla göstermektedir. Bu bağlamda, çoklu çözümler kullanma çoklu bakış açısı sunmanın yollarından birisi olarak sayılabilir. Çoklu çözüm yollarının yanında öğrenilecek materyali çoklu temsillerden faydalanılarak uygulamak öğrenme sürecine katkı sağlar (İncikabı, 2013). Çoklu temsilleri kullanırken karmaşık modellere doğru yönelim olmalıdır. Derslere entegre edilmiş farklı temsillerle ilgili öğrenme ortamının, matematikte yer alan kavramlara yönelik farklı düşünce sistemleri geliştirme, kavramsal öğrenmeyi derinleştirme ve bu kavrama yönelik çoklu temsiller arasındaki geçişler ile öğrencide bu kavrama yönelik sağlam temeller oluşturacağı öngörülmektedir (Adu-Gyamfi, 2000).

Çoklu temsiller, farklı öğrenme stiline sahip öğrencilere hitap eder, onları bir araya getirir ve etkili öğrenme imkânlarını artırır (Mallet, 2007). Farklı gösterim durumlarını öğrenme ortamlarında kullanma; matematiksel kavramlarla desteklenme, matematiksel düşünmeyi derinleştirilme ve problem çözme süreçlerinde alternatif yaklaşımlar sergilemeye olanak sağlamaktadır (Keller ve Hirsch, 1998). Temsillerin öğrencilerde, matematiksel kavramları anlamlandırma, ilişkilendirme, iletişim ve problem çözme gibi davranışların kazandırılmasında önemli katkılar sunduğu bilinmektedir. Bu durum öğrencilerin çeşitli temsilleri kullandıkları, karşılaştırdıkları ve oluşturdukları zaman matematiksel kavram ve ilişkileri anlayabildikleri ve geliştirdikleri biçiminde ifade edilmektedir (National Council for Teachers of Mathematics [NCTM], 2000).

Herkesin belirli bir temsilden aynı kavramı anlamasını ya da bir temsilin herkese aynı ölçüde anlamlı gelmesini düşünmenin yanlış olacağını ifade eden birçok matematik eğitimcisi, çoklu temsillerin bulunduğu öğretim ortamlarındaki

öğrenmenin doğasını ve bileşenlerini incelemiştir (Özgün-Koca, 1998, 2001a, 2004). Öğrenmenin göstergelerinden birisi de öğrencilerin çoklu temsiller arası ilişkilendirmeyi yapabilmesidir (Hiebert ve Carpenter, 1992). Temsiller arası geçişler bilginin derinleştirilmesinde etkin rol almakta ve bu derinleştirmeyi tamamlayıcı, zorlayıcı ve yapılandırıcı özellikleriyle yapmaktadırlar (Ainsworth, Bibby ve Wood, 1997, 2002).

Matematiksel kavramları anlamada çoklu temsiller içeriklerine göre kelime ve cümlelerle metinsel anlamaya, tablolar ile sayısal anlamaya, grafiklerle görsel anlamaya ve semboller de cebirsel anlamaya yardımcı olurlar. Bu sayede öğrenciler matematiğin çeşitli biçimlerini öğrenebilirler (Choike, 2000). Çoklu temsil yaklaşımı kavramsal anlamlandırmanın gerçekleşmesinde etkin bir rol oynar. Daha yüksek seviyede matematik yapmak için öğrencileri hazırlar. Öğrenci çoklu temsilleri kullanmak suretiyle matematiği gerçek yaşam ile ilişkilendirmiş olur. Çoklu temsil yaklaşımı teknolojinin etkin kullanımını sağlar ve öğrencileri farklı öğrenme stillerine adapte eder (Schultz ve Waters, 2000).

Öğrencilerin kavramsal olarak zorluk çektiği matematiksel konulardan bir tanesi de kesirler konusudur. Ortaokul öğrencilerinin kesirlerde sahip oldukları kavram yanlışlarının özellikle kesirlerde parça bütün ilişkisi, eş parçalara ayırma, kesirleri karşılaştırma, birimin belirlenmesi ve kesirlerde işlemler başlıklarında oldukları belirlenmiştir (Alacacı, 2010). Kesirler ve kesirlerle işlemler ile ilgili kavramsal anlamının gerçekleştirilmesi, özellikle cebir gibi ileri düzeydeki matematik konuların öğrenilmesi ve problem çözme becerisinin kazandırılmasında çoklu temsillerin kullanımının önemli yere sahip olduğuna değinilmiştir (Misquitta, 2011; Tirosh, 2000). Buna karşın kesirler ve kesirlerle işlemler, öğrenciler için anlaşılması zor matematiksel konular arasında yer almaktadır (Charalambous ve Pantazi, 2005; Doğan ve Yeniterzi, 2011; Işık, 2011; Işıksal, 2006; Küçük ve Demir, 2009; Misquitta, 2011; Tirosh, 2000; Zembat, 2007).

Öğrenciler temel kavramları tam geliştiremedikleri zaman bazen tam sayılardan edindikleri bir takım fikirleri kesirlere de yanlış olarak genelledebilmektedirler (Stavy ve Tirosh, 2000). Bunun gibi birtakım problemler kesirlerde toplama çıkarma

işleminde de görülmektedir (Wu, 1999). Öğrenciler müfredat gereği her yıl kesirlerde işlemler ile ilgili kazanımlar verildiğinde bunları öğrenirler ancak daha sonra bu işlemlerin nasıl yapıldıklarını unuturlar. Bu unutmanın nedeni, kesirlerin anlamları bilmek yerine ezberci bir yaklaşımla formülleri ve algoritmayı kavramak yerine ezberlemeleri bir diğeri de kesirlerin pay ve paydalarını farklı iki tam sayı olarak algılamalarıdır (Şiap ve Duru, 2004). Kesir kavramının öğretiminde günlük yaşam ile ilişkilendirilmesi ve mümkün olduğu kadar somutlaştırılması gerekmektedir. Böylelikle öğrenci zihninde soyut olan kesirler gerçek yaşam durumları ile ilişkilendirildiğinde, yaşamın bir parçası, bir ihtiyaç olduğu anlaşılır ve kesirler konusunun kavranmasını kolaylaştırır (Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010). Öğrencilerin kesirlerle ilgili kavramların soyut gelmesi sonucu formülleri ve algoritmaları ezberlemeye yönelik çaba sarf ettikleri görülmektedir (Hanson, 1995). Kocaoğlu ve Yenilmez'e (2010) göre doğal sayılarla ilgili işlemlerin ve problemlerin çözümünde modellerden faydalandığı kadar kesirlerle ilgili işlemlerin ve problemlerin çözümünde de modellerden ve şekillerden faydalanılmalıdır. Probleme ilişkin çizilmiş şekiller ve kullanılan modeller, soruyu somutlaştırıp, anlamayı kolaylaştırarak farklı bakış açıları geliştirmeyi, çoklu çözüm yolları oluşturarak doğru çözümün yapılmasına kolaylık sağlar.

## **1.2. Araştırmanın Amacı**

Bu çalışmanın amaçları arasında altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama çıkarma işlemine yönelik temsil tercihlerini belirlemek ve kendi tercihlerindeki başarı durumlarını ortaya koymaktır. Ayrıca kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde yer verilen temsiller (cebirsal, model, sayı doğrusu ve metinsel) arasındaki geçiş durumlarını ortaya koymak ve öğrencilerin her bir temsil türünü oluşturma becerilerini analiz etmek de amaçlar arasında yer almaktadır.

## **1.3. Araştırmanın Problemleri**

- 1) Altıncı sınıf öğrencilerini kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde cebirsal, model, metinsel ve sayı doğrusu temsillerine ait tercihleri nelerdir ve kendi tercihlerindeki başarı durumları nasıldır?

- 2) Öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işleminde yer verilen çoklu temsiller arasında geçiş durumları nasıldır?
- 3) Öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işleminde kullanılan farklı temsil türlerini oluşturma becerileri nasıldır?

#### **1.4. Araştırmanın Önemi**

İlgili alan yazın incelendiğinde çoklu temsillerin öğrenme ortamlarında kullanılmasının, derinlemesine anlamayı ve öğrenmeyi sağladığı belirlenmiştir (Adadan, 2006, 2013; Mayer, 2003; Sankey, Birch ve Gardiner, 2010; Treagust, Chittleborough ve Mamiala, 2003; Tsui ve Treagust, 2003; Wu, Krajcik ve Puntambekar, 2012). Ayrıca çoklu temsillere dayalı yapılan öğretimlerin öğrencilerin ilgi ve motivasyon seviyelerinde artış sağladığı belirlenmiştir (Chen ve Fu, 2003; Prain ve Waldrip, 2006, 2010; Waldrip, Prain ve Carolan, 2010). Bununla birlikte son dönemde yapılan çalışmalar, çoklu temsillerin kullanılmasının, bir temsilde bulunan eksikliklerin diğer temsillerle giderilmesine yardımcı olduğunu ve bu bağlamda öğrenmeyi desteklediğini belirtmektedir (Ainsworth ve Van Labeke, 2004; Kaput, 1989; Prain ve Tytler, 2012; Van der Meij ve De Jong, 2006). Bu nedenlerden dolayı, içeriklerin daha iyi anlaşılabilmesi için kullanılan çoklu temsillerin geliştirilmesi ve bütünleştirilmesi gerektiği konusunda araştırmacıların fikir birliği sağladıkları görülmektedir. (Kress, Jewitt, Ogborn ve Tsatsarelis, 2001; Lemke, 2004; Norris ve Phillips, 2003).

MEB ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretim programlarında değişikliklere gitmiştir. Revize edilen öğretim programına göre öğrencilerden, kuralları olduğu gibi ezberlemek yerine, kuralların arkasında yatan kavramların arasında bağlantı kurmaları beklenmektedir. Ayrıca somut ve soyut temsil biçimleri (tablo, grafik, denklem, şekil, somut modeller, semboller, gerçek yaşam durumları.) arasında ilişkilendirme yapabilecekleri ortamlar hazırlanması gerekliliğine bu ilişkilendirebilme becerilerinin gelişmesinde matematiksel kavram ve kuralları çoklu temsil biçimleri ile gösterme ve çoklu temsil biçimlerine dönüştürebilme becerilerine sahip olması gerekliliği vurgulanmaktadır (MEB, 2013). Bu bağlamda öğrencilerin bu becerilere ne derecede sahip olduklarının incelenmesi önem arz etmektedir.

Matematiksel kavrama, eğitimin önemli amacı olarak kabul edilir. Çoğu çalışmadan da bilinmektedir ki, öğrenciler matematiksel modelleme ve formal matematik arasındaki ilişkiyi kavramakta zorlanırlar. Öğrenciler, formal matematikten görselleştirmeye veya tersi işlemde kolaylıkla geçiş yapamazlar. Kesirleri modelleme yardımı ile somut şekillerden, gerçek yaşam durumlarından deneyimlerle akıl yürütmeye geçişi kolaylaştırabilir. Bu durum, sayıların kesirli ifadelerinin görselleştirilmesinde kullanılan dairesel, dikdörtgensel modeller, sayı doğrusu ve bazı nesnelere gibi temsillerin kullanılması ile gerçekleştirilebilir (Steiner ve Stoecklin, 1997). Somut deneyimler, gerçek yaşam durumlarından formal aritmetiğe geçişte ve kesirlerin temsil edildiği modelin kullanımında, öğrencilerin sıkça karşılaştıkları zorlukların sebeplerini araştıran çalışmalar vardır (Keijzer ve Terwel, 2003). Bright, Behr ve Wachsmuth (1988) yaptıkları çalışmalarında kesirleri sayı doğrusu üzerinde gösterme yollarını incelemişler ve gösterim yöntemi olarak sayı doğrusunu kullanmanın, diğer temsillerin kullanımlarına göre üstünlüklerini belirtmişlerdir. Diğer taraftan Streefland (1990) yaptığı çalışmada, kesirlerde temsil olarak sayı doğrusunu kullanmanın, hem kesir dilinin kazandırılmasında hem de kesirlerin görsel olarak incelenmesinde uygun olmadığını belirtmiştir.

Perkins ve Unger'e (1999) göre matematiksel işlemlerin temsilinde hangi temsilin kullanımının daha doğru olduğunun belirtilmesi, çeşitli problemlerde kullanılan temsilin uygulanabilirliğine bağlıdır. Bu anlamda öğretmenler öğrencilere yaratıcı çözümler geliştirmesinde, matematiksel işlemlerde uygulamalar sürecinde daha çok fırsat verilmelidir. Bu aşamada öğretmenler iyi bir öykücü, rehber, güdüleyici ve bilgi kaynağı olmalıdırlar (Garozalar ve Sarp, 2003; Mayer, 1989; Sarp ve Adams, 2002; Tozur, 1999). Öğrencilerin kesir işlemlerini anlamasına yönelik geleneksel algoritmada formal aritmetik ve görselleştirme arasındaki bağlantının kurulması önemlidir. Kesirlerin öğretiminde yaşanan sıkıntıları aşmanın bir yolu, farklı temsil yöntemleri kullanabilmek ve dönüşüm yapabilmektir (Alacacı, 2010). Bu bağlamda yapılan çalışmanın öğrencilerde görülen eksikliklerin giderilmesine yönelik yapılabilecek çalışmalara katkı sağlayabileceği ön görülmüştür.

Öğrenciler çoklu temsillerin doğasını öğrenmeli ve öğrencilerin bilimsel okuryazarlığının gelişimi için kavramlar farklı temsiller vasıtasıyla verilmelidir.

Nuthall (1999), aynı konuya farklı açılardan bakmanın öğrenmeyi arttırdığı düşüncesine paralel olarak, bilginin kalıcı olması için, öğrencilerin aynı kavramla ilgili üç veya dört kez tecrübe edinmesi gerektiğini ortaya koymuştur. Adadan (2013) yaptığı çalışmada; maddenin tanecikli yapısıyla ilgili yapılan çoklu temsillere dayalı öğretimin, öğrencilerin konuyu anlamasında metinsel temsillerle yapılan öğretimden daha etkili olduğunu göstermiştir. Diğer bilimsel konuların öğretilmesinde de çoklu temsil odaklı bakış açısının izlenebileceğini vurgulayarak; öğretmenlerin, öğretilmesi hedeflenen konuların öğretimi sürecinde temsillerin seviyelerine ve türlerine (görsel, metinsel) daha çok vurgu yapması gerektiğini dile getirmiştir.

Matematik öğretiminde çoklu temsilleri konu edinen araştırmalar çoklu temsillerin kullanılmasının öğrencilerin konuyu daha iyi anlamaları ve problem çözme performanslarının artmasını sağladığını göstermektedir (Ainsworth ve diğ., 1997; Akkuş-Çıkla, 2004; Hines, 2002; Moseley ve Brenner, 1997; Mourad, 2005; Sert, 2007; Yerushalmy ve Schwarts, 1993). Çoklu temsiller arasında geçiş yapılamaması durumunda ise matematiğin kavramsal boyutta anlaşılacağı söylenebilir (Ainsworth, 1999; Van der Meij ve De Jong, 2006). Literatürde öğrencilerin ve/veya öğretmen adaylarının çoklu temsilleri kullanma düzeyleri, çoklu temsilleri kullanmayı etkileyen faktörler ve öğretim yöntemlerinin çoklu temsilleri kullanma üzerine etkilerinin ele alındığı birçok çalışma yer almaktadır. Ancak, çoklu temsiller ve çoklu temsiller arası geçişin kesirlerde toplama çıkarma işlemi üzerinde detaylı bir şekilde inceleme yapılmamıştır.

Matematiksel öğrenmede öğrencilerin temsillerle düşünmesine yönelik gelişmeler çoklu temsillerin kullanımlarına yönelik ihtiyaçları ortaya koymuştur (Pape ve Tchoshanov, 2001). Bu bağlamda çoklu temsilleri oluşturma ve kullanma nitelikleri hakkında cevaplanmayan sorular mevcuttur ve bu araştırmanın soruları cevaplanmaya değerdir. Yine bu araştırma sonuçları, sınıf içi öğretimlerin gözden geçirilmesi bakımından önemlidir. Diğer taraftan bu araştırma bulgularının, matematik eğitimcilerine ve araştırmacılara alternatif pedagojik yaklaşımlarının kullanılması ve bu yaklaşımların sınıf ortamlarındaki etkilerinin araştırılması bağlamında katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

### **1.5. Araştırmanın Sayıtları**

Bu araştırma kapsamında

- 1) Çalışma grubu seçimi ile ilgili öğretim programıyla ve araştırmanın hedefiyle uyumlu olduğu,
- 2) Veri toplama aracının hazırlanmasında incelenen ilgili literatürün yeterli olduğu ve veri toplama aracının araştırmanın hedeflerine uygunluğu konusunda uzman görüşlerinin yeterli olduğu,
- 3) Geliştirilen analiz yaklaşımlarının uygunluğu konusunda uzman görüşlerinin yeterli olduğu,
- 4) Katılımcı öğrencilerin samimi olarak tüm soruları cevapladıkları ve elde edilen veriler yeterli olduğu varsayılmaktadır.

### **1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları**

Bu çalışma,

- 1) 2014-2015 öğretim yılında MEB'e bağlı okullarda öğrenim gören 6. sınıf öğrencileriyle
- 2) Veri toplama aracındaki sorularla
- 3) Kullanılan analiz teknikleri ile sınırlıdır.

### **1.7. Önemli Terimler**

Temsil: Genel anlamda bir işaret veya rakamların, nesnelerin veya işaretlerin yapılandırmasıdır. Kendisi dışında başka bir şey için tasarlanmıştır (Seeger, Voight ve Werschescio, 1998).

Çoklu temsiller (Multiple Representations): Aynı kavramın; metinsel, grafiksel, cebirsel temsiller gibi çoklu temsil türleriyle tekrar tekrar temsil edilmesini, öğrencilerin aynı kavrama birkaç kez maruz kalmasını ifade eder (Prain ve Waldrup, 2006).

Kesir: Dickson, Brown ve Gibson (1993) kesrin 6 tane anlamı üzerinde dururken bazı araştırmacılar 5 anlamı olduğunu belirtmektedir. Örneğin, Lamon (1999) kesrin gerçek yaşamda 5 farklı anlamda karşımıza çıktığını ifade etmiştir. Bunlar, parça-bütün, bölüm, oran, işlemci ve ölçü anlamlarıdır. Parça-bütün, anlamında bir bütünün eşit büyüklükte parçalara ayrılması durumu söz konusudur. Bu anlam kesirlerin en sık tercih edilen ve kavramsal olarak anlaşılması en kolay olanıdır (Alacacı, 2010). Parça-bütün kavramının tam olarak anlaşılması kesir kavramının tam olarak öğrenilememesine sebep olmaktadır (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2005).



## 2. KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu kısımda araştırma kapsamında ilgili literatür doğrultusunda hangi temel durumların dikkate alındığı ile ilgili kuramsal çerçeve sunulacaktır. Bu bakımdan sırayla temsil kavramı, temsil türleri, matematik eğitiminde temsiller ve önemi başlıklarına yer verilecektir.

### 2.1. Temsil Kavramı

Literatürde temsil kavramına dair farklı tanımlamalar mevcuttur (Ainsworth ve diğ., 1997; 2002; diSessa ve Sherin, 2000; Eisner, 1997; English,1997; Goldin, 1998; Hatfield, Edwards ve Bitter, 1993; Janvier, 1987; Kaput, 1994; Lesh, Post ve Behr, 1987; Schwartz, 1984). Kaput (1999) temsilleri bir modelleme olarak ele almakta ve soyut kavramlarla günlük yaşam arasında somutlama yoluyla kurulan bir köprü olarak tanımlamaktadır. Ülkemizde uygulanmakta olan öğretim programında temsil kavramı öğrencilerin matematiksel süreçlerde gözlenebilen biçimde oluşturdukları ürünler ile zihinlerinde içsel olarak oluşturdukları ürünlere karşılık gelmektedir (MEB, 2005). Seeger ve diğerleri (1998) bu tanımlardan ortak bir genellemeyle aşağıdaki tanımı ortaya koymuştur.

“... ”

- belirli bir içerik için sahip olunan zihinsel bir şemadır.
- önceki sahip olunan zihinsel şemanın zihinde tekrar yapılandırılmasıdır.
- bir resim, sembol veya işarettir.
- dili öğrenilmesi gereken sembolik bir araçtır.
- bir şeyin yerine kullanılan başka bir şeydir.”(s. 309).

Dewey'in temsil kavramını netleştiren Hall (1996) temsili, araştırma ile problem durumunu transfer etme süreci olarak tanımlamaktadır. İncikabı (2016) temsil etme, bir olguyu ya da bir durumu başka bir durumda sunma biçimi olduğunu ifade etmektedir. Burada önemli olan kısım, temsillerin (sembolle ifade etme, görselleştirme, kodlama ve sunma) başka temsillerin yerine kullanılabilmesidir (NCTM, 2000). Bununla birlikte, matematiksel öğrenme süreçlerinde aynı kavrama ait

çoklu temsiller arası ilişkilendirmelere yer verilmesi öğrencilerin problem çözme süreçlerinde farklı yaklaşımlar sergilemelerine olanak sağlayacaktır (Monaghan, Sun ve Tall, 1994).

## 2.2. Çoklu Temsil Kavramı

Çoklu temsiller genel anlamda soyut kavram veya sembolleri, günlük yaşantı içinde somut hale getirip görselleştirme modelleme işlemi olarak tanımlanabileceği gibi matematikte, nesnelere ya da semboller arasındaki ilişkinin tanımı anlamına gelmektedir (Kaput, 1989). Çoklu temsil teorisine göre anlama aşağıdaki karakteristik özellikleri içerir.

- a) Çoklu temsillerle ifade edilen matematiksel düşünceyi belirleme,
- b) çeşitli temsillerle ifade edilmiş bilgiyi manipüle etme,
- c) bilgiyi bir temsilden diğerine transfer etme,
- d) verilen bir problemin çözümünde kullanılacak uygun bir temsile karar verebilme,
- e) bireyin sahip olduğu içsel temsiller arasındaki ilişkilendirmeleri inşa etme,
- f) bir kavramın çeşitli temsillerinin güçlü ve zayıf yönlerini, benzerliklerini ve farklılıklarını tanımlama” (Owens ve Clements, 1998, s.203).

NCTM, 2000 yılında yayımladığı raporda, çoklu temsillerin öğretimde kullanılmasını vurgulamak üzere ayrı bir başlık ayırmıştır. Ayrıca raporda çoklu temsiller yoluyla öğrenme ortamlarında alan öğretimi bilgisi, konu alanı bilgisi ve öğretmenlerin duyuşsal özelliklerinin etkili olabileceği vurgulanmaktadır (NCTM, 2000).

Matematik eğitiminde Çoklu temsiller teorisi Dienes’in çalışmalarıyla önem kazanmaya başlamıştır. Piaget’in teorilerinden etkilenen ve Bruner’le çalışmalarda bulunan Dienes, çoklu temsiller kavramını “Algısal Çeşitlilik Prensi” olarak adlandırdı. Bu prensibe göre, bir kavramsal yapıyı, mümkün olduğu kadar algısal olarak aynı özellikteki çoklu formlarda sunma, öğrencinin soyutlamanın matematiksel önemine sahip olmasını kolaylaştıracaktır (Dienes, 1960). Bu bağlamda kavramlar farklı şekillerde sunulabilmelidir.

Dienes' in çalışmalarına ek olarak Bruner de çoklu temsiller kavramına önemli katkılar yapmıştır. Bruner, çocukların bilişsel süreçleri ve onların kavramları zihinsel olarak nasıl sundukları üzerine araştırmalar yapmıştır (Resnick ve Ford, 1981). Bruner, çocukların bilişsel gelişim süreçlerinin zihinlerinde dış dünyaya ait modeller oluşturmayı içerdiğini iddia etmektedir (Bruner, 1960). Çoğu öğrenme ortamlarında öğretmenlerin öğretimde kullandıkları ifade çocukların zihninde var olan modele uymamaktadır. Bu bağlamda, Bruner (1960) çocukların zihninde, geçmiş yaşantıların şuan ki duruma uygun olarak ve istenildiğinde kullanılmak üzere nasıl kodlanması gerektiğini tartışmıştır.

### **2.3. Temsillerin Sınıflandırılması**

Çalışmalar temsil türlerinin farklılığına dikkat çekmektedir. Bunlar arasında en sık karşılaşılanlar ise; nümerik, grafik ve cebirsel temsil (Kaput,1989), ikonik/sembolik temsil (Brenner ve Sung, 1997), metinsel-doğal dil temsili, diyagramlar, yazılı semboller, somut materyaller (Lesh ve Doerr, 2003) gösterilebilir. Son yıllarda teknolojilerin kullanılması mevcut matematik eğitiminde çoklu temsil yaklaşımından yararlanılmasında önemli avantajlar sunmaktadır. Keller ve Hirsch (1998) çoklu temsillerin birer avantaj olduğunu çünkü öğrencilerin çözümlere farklı yollardan yaklaşmasını sağladığını ve 'temsillerin bilişsel ilişki kurması sayesinde' kavramın anlaşılmasını kolaylaştırdığını belirtmiştir.

Goldin ve Janvier (1998) temsilleri genel anlamda ikiye ayırmaktadır: İçsel (internal) ve dışsal (external) temsiller. İçsel temsiller, "matematiksel düşünme ve problem çözme süreçlerinde ortaya konan davranışlardan çıkarılan bireye özgü bilişsel düzenlemeler" olarak tanımlanmakta iken, dışsal temsiller "matematiksel fikirleri somutlaştıran yapılandırılmış fiziksel durumlar" olarak tanımlanmaktadır (Goldin ve Janvier, 1998 p. 3). Yapılandırmacı yaklaşıma göre içsel temsiller öğrencinin kafasının içinde iken dışsal temsiller öğrencinin çevresinde yer almaktadır (Cobb, Yackel ve Wood, 1992). Goldin (1998) bu iki olguyu daha derinlemesine ele almıştır. Goldin'e göre herhangi bir fiziksel durum (matematiksel nesnelere de içeren) dışsal temsiller olarak tanımlanabilir. Örneğin, kapalı geometrik şekiller ve sayılar arasındaki ilişkileri gösterilmesi veya matematiksel bir yapının manipüle

edildiği bilgisayar ortamı bir dışsal temsildir. Diğer taraftan, sadece öğrenenle alakalıdır. Öğrencinin zihninde kavramsallaştırdığı her şey içsel temsil olarak ifade edilebilir (Goldin,1998). Bu araçlarla, öğrenciler matematiksel düşünceleri manipüle edebilirler. Edwards (1998) içsel ve dışsal temsiller arasındaki ayrımı güçlü bir şekilde ortaya koymaktadır. Ona göre içsel temsiller sadece bireyin kendisi tarafından yapılandırılır. Şekiller, problem çözme yöntemleri veya şemalar bu kategoride ele alınabilir. İçsel temsillerden farklı olarak, dışsal temsiller geleneksel olarak paylaşılır. İnsanlar tarafından anlaşılabilir bir ortak dile sahiptir. Örneğin, matematiksel grafikler, tablolar, ağaç diyagramları dışsal temsillere örnek olarak verilebilir.

Ainsworth (2006) dışsal temsillerin öğrenme için avantajlarının, işlemsel yüklenme, yeniden temsil ve grafik sınırlamayı destekleme limitlerinin değişmesine göre farklılaştığını belirtmiştir. Aynı çalışmada çoklu temsil sistemlerine etki eden boyutlar olarak temsil sayısı, bilginin nasıl sunulduğu, temsil sisteminin biçimi, temsillerin sırası ve temsiller arası geçişleri destekleme olarak verilmiştir. Öğrenenler çoklu temsillerle öğrenmede bilişsel görev olarak temsilin biçimini, temsil ve kaynak arasındaki ilişkiyi, uygun bir temsilin nasıl seçileceğini ve uygun bir temsilin nasıl inşa edileceğini anlamalıdır (Ainsworth, 2008).

Temsillerle ilgili daha farklı sınıflamalara da rastlamak mümkündür. White (1993) temsilleri dinamik ve statik; tablo ve grafik; somut, orta (gerçek dünya ve yüksek seviyede soyutlamalar aynı anda) ve soyut olarak sınıflandırmıştır. Gökçen Bayrı (2014) ise yazılı metin, grafik, tablo, resim ve fotoğraf olarak sınıflandırmıştır.

Bu çalışmanın odağında dışsal temsiller yer almaktadır. Lesh ve diğerleri (1987) dışsal temsilleri süreçlerin, kavramaların ve fikirlerin somutlaştırılması olarak tanımlamaktadır. Bu araştırmanın odağında bulunan temsiller metinsel, cebirsel, model ve sayı doğrusu temsillerdir.

### **2.3.1. Metinsel Temsiller**

Türk Dil Kurumu yazıyı tanımlarken; “düşüncenin belli işaretlerle tespit edilmesi, yazma işi” ve “duygu ve düşüncelerin yazılı olarak anlatılabilmesi için bir dildeki

sesleri harf, hece veya şekillerle göstermeye yarayan işaretler dizisi, alfabe düzeni “olarak tanımlanmaktadır (TDK,2017). Karaca (2008) yazılı metinlerle ilgili olarak metinlerde kelimelerin somut nesne görünümü aldığını ve şifre çözücü bir anahtar olarak kitap sayfasında basıldığını ifade etmektedir. Postman (1994) kelimelerle, dolayısıyla metinlerle, bireyin kendi düşüncesinin yapısal bir değişim geçirdiğini yani somutlaştığını belirtmektedir. Metinler, öğrencilere bireysel çalışma imkânı vermesi, tekrar yapabilme şansı göstermesi, öğretmenlerin yazılı metinleri amaçları ve öğrenci özellikleri doğrultusunda düzenleyebilmeleri, kullanım kolaylığı ve derinlemesine öğrenme sunmasıyla bir öğrenme aracıdır (Karaca, 2008).

### **2.3.2. Cebirsel Temsil**

Cebir, geleneksel manada “genelleşmiş aritmetik” olarak tanımlanır ve çoğunlukla aritmetiğin sembolik tarafı üzerinde yoğunlaşmıştır. Günümüzde de cebirle ilgili birçok tanım yapılmıştır. Birkhoff ve Maclane’e (1967) göre cebir sayıların toplamlarını, çarpımlarını ve kuvvetlerini manipüle etme sanatıdır. Lacampagne (1995, s. 239) ise, “Cebir matematiğin dilidir. O, temel cebirsel kavramların tam öğrenilmesi durumunda, ileri matematiksel konular için kapılar açar. O, öğrenilememesi durumunda üniversite ve teknolojiye dayalı kariyer kapılarını kapatır.” MacGregory ve Stacey (1999) cebirin sayılar arasındaki genel ilişkileri açıklamak için tasarlanan matematiksel dilin bir parçası olduğunu söylemişlerdir.

### **2.3.3. Model Temsil**

Modeller, öğrencilerin bir durumu matematiksel olarak tanımlamak, açıklamak, yorumlamak ve temsil etmek için geliştirdikleri kavramsal sistemlerdir (Lesh ve Doerr, 2003). Kesir kavramının öğretiminde kullanılan alan taraması özelliğini esas alan modeller, geometrik bir şeklin alanının belli bölümünün taranması ile elde edilen geometrik modellerdir.

### **2.3.4. Sayı Doğrusu Temsili**

Sayı doğrusu, irrasyonel sayıların elemanlarını birebir eşleştirerek oluşturulan bir temsildir. Sayı doğrusunun sayıların sıralanması, büyüklük küçüklük ilişkileri,

zihinden hesap yapmayı kolaylaştıracak bir model ve problemlerin şema halinde sunumuna uygun temsil olması nedeniyle matematik programlarında yer alır ve öğretimine ilkökul yıllarındayken başlanır. İlerleyen yıllar içinde, tamsayıların, rasyonel sayıların, reel sayıların öğretiminde genel olarak kullanılan üzerinde çalışılan ve faydalanılan bir kavramdır (Altun, 2002). Kesir kavramının öğretiminde uzunluk biçiminde ele alınan bir bütün, her bir parçası eşit uzunlukta olan kesir parçalarına bölünebilir. Dolayısıyla uzunluk modeline verilebilecek en önemli örneklerden biri de sayı doğrusu modelidir.

#### **2.4. Çoklu Temsillerin Öğretimde Kullanılma Nedenleri**

Günümüzde teknolojinin hızla gelişimi matematik öğretmenin sınıfındaki rol değişikliklerini beraberinde getirmektedir. Öğrenme ortamının nesnesi olmaktan çıkıp öznesi konumuna gelen öğrenciye ihtiyaç duyabileceği bilgiye erişim yollarına ulaşmasında kritik rollere sahip matematik öğretmeninden teknolojiyi de etkin kullanarak bir bilgiyi veya olguyu farklı şekillerde sunabilme becerisine sahip olması beklenmektedir.

Bazı bilgiler belli temsillerle daha iyi aktarılabilir. Bu nedenle, çeşitli bilgilerin içerildiği tam bir öğrenme ortamının hazırlanması için çoklu temsillerin kullanılması bir ihtiyaçtır. Burada temsilin belirlenmesinde dikkate alınması gerekenler yeterlilik (bir temsilin sağladığı ifade imkânlar), etkililik (ifade gücü) ve uzmanlık kazanma (bilgi alanını farklı açılardan anlama ve yeni durumlarda farklı bilgi alanlarını bir araya getirerek çözüme uydurma) olarak ele alınmaktadır (Spiro ve Jehng, 1990). Kavratılacak bir kazanımı çoklu temsillerin kullanıldığı bir ortamda uygulamak öğrenme sürecine katkı sağlar. Karmaşık modellere doğru yönelim olmalıdır. Sınıf ortamındaki baskın zekâ türü, öğrenme stilleri gibi farklılıklar düşünülürse, çoklu temsiller kullanılarak zenginleştirilmiş bir öğretim sürecinin, matematiksel kavramların farklı yönlerini gösterebilme, kavramı daha geniş bir bakış açısıyla değerlendirebilme ve çoklu temsiller arası geçişler ile kavramı daha sağlıklı öğrenebilme fırsatı sağlayabileceği düşünülmektedir (Adu-Gyamfi, 2000).

Çoklu temsiller, farklı öğrenme stiline sahip öğrencilere hitap eder, onları bir araya getirir ve etkili öğrenme imkânlarının artırır (Mallet, 2007). Çoklu temsiller, öğrencilerin matematik konularını anlamasını kolaylaştırması, problem çözümlerine farklı yollardan yaklaşmasını sağlaması ve bilişsel ilişki kurmaya yardımcı olması yönüyle birer avantaj olarak görülebilir (Keller ve Hirsch, 1998). Matematiksel problemlerin birçoğu farklı yollarla (yöntemlerle) çözülebilir. Çoklu çözüm yolları kullanarak matematik öğretimi çok sayıda araştırmada (Schoenfeld, 1992; Stigler, Gallimore ve Hiebert, 2000) tartışılmıştır. Bromme ve Stahl (2002) öğrenmeyi kolaylaştırmak için çoklu bakış açıları kullanmanın etkisini deneysel bir çalışmayla göstermiştir. Bu bağlamda, çoklu çözüm yöntemleri kullanma çoklu bakış açısı sunmanın yollarından birisi olarak sayılabilir (İncikabı, 2013)

Çoklu temsiller ve öğrenme ilişkisi özellikle kavramsal öğrenme odaklı bir öğrenme ortamına işaret etmektedir (Dufour-Janvier, Berdnarz ve Belanger, 1987). Bu bağlamda, NTCM öğrencilerin kavramları anlamalarını kolaylaştırmak, ilgilerini canlandırmak ve matematik yeterliliklerini arttırmak için öğretmenlerin teknolojiyi etkin kullanımının önemine işaret etmektedir (NCTM, 2000). Öğretmen Teknolojiyi etkin kullanabildiğinde, teknolojinin sunduğu olanaklardan yararlanarak zengin matematiksel öğrenme ortamları tasarlayabilecektir. Öğrencini durumu farklı boyutlarıyla ve sayı, tablo, grafik veya sembolik temsilleriyle inceleyebilmesi ve tartışma ortamlarının tasarlanabilmesinde öğretmenin bakış açısı ve becerisi oldukça önemlidir. Bu bağlamda, matematik öğretmenin yalnızca metinsel ve matematiksel dili yoğun bir şekilde kullanmak yerine gelişen teknolojinin desteğiyle bilginin metinsel, sayısal, görsel grafiksel veya cebirsel şeklindeki çoklu temsillerini göz önünde bulundurması ve etkin kullanması gerekmektedir.

Yapılan araştırmalar öğretmenin konu alan bilgisindeki sınırlılıkların, öğrenme-öğretme ortamı hazırlamadaki esnekliğini ve yaratıcı düşünmesini olumsuz yönde etkilediğine vurgu yapmaktadır (Fennema ve Loef, 1992; Lloyd ve Wilson, 1998; Shulman, 1986; Stein, Baxter ve Leinhardt, 1990). Bu durumla ilişkili olarak Stein ve diğerleri (1990) öğretmenin bilgi donanımının, matematiksel anlamalar için alt yapı oluşturma durumlarını etkilediğini buna göre; zayıf içerik bilgisine sahip öğretmenlerin çoğunlukla kurallar ve genellemelerle öğretim yaptıklarını ve bu

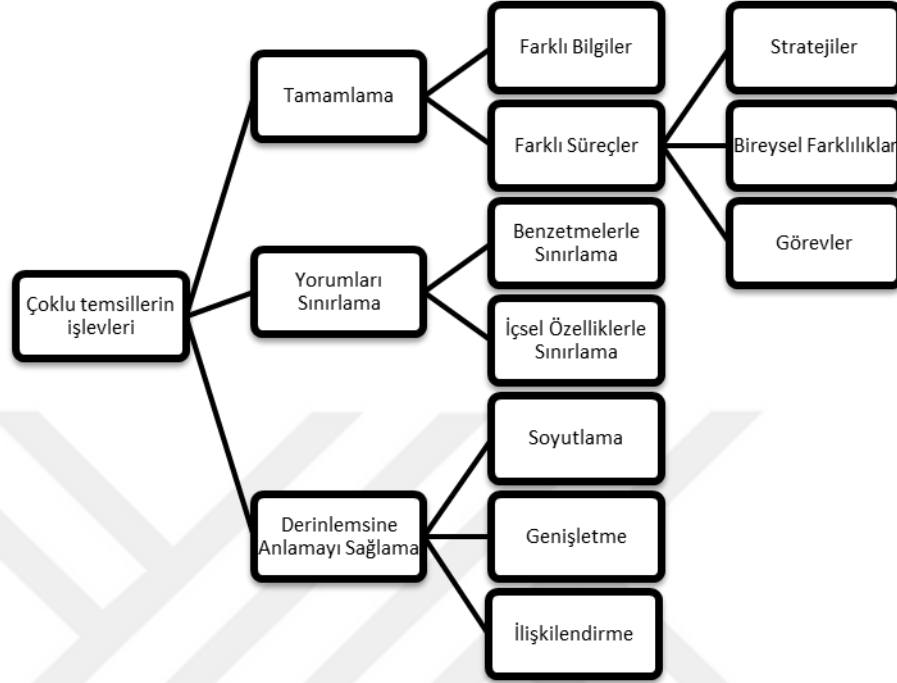
şekilde ancak yapısal yönden zayıf anlamalara sahip öğrenciler yetiştirebileceklerini vurgulamaktadır. Grafikler öğretimi ile ilgili yapılan bazı araştırmalar öğretmenin konu alan bilgisindeki sınırlılıklara ve öğretmenin bilgi donanımı hususunda dikkat çekmektedir (Even, 1998; Çelik ve Baki, 2007; Hitt, 1999). Eğer öğrendiklerini anlamlandıran bireyler yetiştirmeyi hedefliyorsak, bu bireyleri yetiştirmede önemli rol oynayan öğretmenlerin de daha güçlü anlamalara sahip olması gerekmektedir. Grafik temsillerin ilköğretim ikinci sınıftan başlayarak öğretim programlarında yer aldığı (MEB, 2009) düşünülürse, bu konuda öğrencilerin temel eğitimde sağlam alt yapıyı oluşturmak için sınıf öğretmenlerine düşen görev daha net bir şekilde ortaya çıkmaktadır. Çoklu temsilleri öğrenme ortamında kullanmak bazen öğrenmelerde beklenmeyen olumlu etkiler gözlemlenebilir (Ainsworth, 2002). Öğrenciler öğrenirken birçok modelle meşgul olurlar. Ayrıca bu ortamlarda bilgiyi farklı formlarda kullanmak, koordinasyonu sağlamak zorunda kalırlar. Böylece bilişsel yük artar (Mayer ve Sims, 1994).

Ainsworth (1999), çoklu temsil ortamlarını kavramsal olarak analiz etmiş ve bunun sonucunda çoklu dışsal temsillerin öğrenme ortamında tamamlama (complement), yorumu sınırlama (constrain interpretation) ve derinlemesine anlamayı sağlama (construct deeper understanding) olmak üzere 3 farklı işlevi olduğunu ortaya koymuştur.

Şekil 2.1’de görülebileceği gibi Ainsworth’a (2006) göre çoklu temsillerin ilk işlevi tamamlayıcı olmalarıdır. Her temsil öğrenilecek alanın belirli özelliklerini gösterir. Temsiller yeterlilikleri bakımından farklılaştığından farklı amaçlar için kullanılabilir. Örneğin; diyagramlar nitel verileri anlatmak için uygunken, grafikler ve formüller sayısal verileri ifade etmek için daha uygundur. Çoklu temsillerin diğer bir işlevi de yorumları sınırlamaktır. İlk temsil, ikinci temsilde sunulan bilgiyi sınırlamak için kullanılabilir. Ainsworth (1999), çoklu temsillerin derinlemesine anlamayı sağlama işlevini; soyutlama (abstraction), genelleme (extension) ve ilişkilendirme (relation) olmak üzere üç alt işleve ayırmıştır. Öğrenciler çoklu temsiller yardımıyla kaynakları oluşturduğunda, temsil edilen alanın altında yatan daha soyut yapıyı anlamakta, bu anlayışı yeni durumlarda kullanabilmektedir. Kişiler öğrenme ortamında sunulan alanla ilgili bilgiyi başka benzer bir duruma transfer



(extension) edebilirler. Ainsworth (2006) ilişkilendirmeyi bilgiyi (relation) yeniden organize etmeden, iki temsil arasında ilişki kurmak şeklinde tanımlamıştır.



Şekil 2.1. Çoklu temsillerin işlevleri

## 2.5. Temsiller ve Matematik Öğrenme

“Bir temsilin gücü, ilk bakışta çok farklı görülen durumları öğrencinin elinde ilişkilendirme kapasitesi olarak açıklanabilir. Bu durum özellikle matematikte çok önemlidir” (Bruner, 1966, s. 48). Yapılan araştırmalar, temsillerin öğrenmedeki güçlü desteğini ortaya koymaktadır (Bruner, 1966; Clements, 1999; Cuoco ve Curcio, 2001; Flevares ve Perry, 2001; Goldin ve Shteingold, 2001; Greeno ve Hall, 1997; Kilpatrick, Swafford ve Findell, 2001).

Bilişsel psikoloji ve matematik eğitimi alanında yapılan çalışmalarda matematik öğrenmede çoklu temsillerin kullanımının önemine vurgu yapılmaktadır (diSessa, Hammer ve Sherin, 1991; Kaput, 1994; Post, Behr ve Lesh, 1988; Tishman ve Perkins, 1997). Öğrencilerin çoklu temsilleri kullanmasına olan ihtiyaç yaygın olarak kabul görmektedir (Even, 1998; Hitt, 1998; Leinenbach ve Raymond, 1996). Geleneksel matematik öğretiminde öne çıkan en önemli beceriler ezberleme ve işlem yapabilme becerileridir (Brenner ve diğ., 1995; Moseley ve Brenner, 1997).

Geleneksel sınıflarda, temel matematiksel kavramlar bile öğrencilere soyut formlarda verilmektedir (Pape ve Tchoshanov, 2001).

Temsillerin matematik öğretiminde kullanımı kurumsal boyutta geliştirilen standartlarla da vurgulanmıştır (MEB, 2013; NCTM, 2000). Temsiller matematiksel muhakemeyi geliştirmek için, matematiksel iletişimi arttırmak ve matematiksel düşünmeyi devam ettirmek için önemli araçlardır (Kilpatrick ve diğ., 2001). Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenler Konseyi, çoklu temsilleri bir süreç standardı olarak ele almaktadır. İlgili dokümanlarında, öğrencilerin çoklu temsilleri yaratmalarının, karşılaştırmalarının ve kullanmalarının, onların matematiksel anlamalarını geliştireceğine ve derinleştireceğine vurgu yapılmaktadır (NCTM, 2000).

Temsiller, problem çözerken veya yeni bir kavramı öğretirken öğrencilerin anlamalarını desteklemek için kullanılabilir. Bununla birlikte, nesnelere, resimler veya semboller gibi metinsel olmayan temsiller öğrencilerin matematikte yaşayabileceği kavramsal yanılgıları indirgemektedir (Flevaris ve Perry, 2001). Bu bağlamda, matematik öğretim programlarında öğretmenlerden öğrencileri çoklu temsilleri kullanmaya teşvik etmeleri beklenmektedir (NCTM, 2000). Matematik öğretmenleri, öğrencilerin kendi temsil biçimlerini ortaya koymalarına fırsat verecek ortamları düzenlemeli ve bir matematiksel kavramın çoklu temsilleri arasındaki ilişkileri keşfetmelerinde rehberlik etmelidirler (NCTM, 2000; Smith, 2004).

Matematik öğretiminde çoklu temsilleri etkin bir şekilde kullanmak, matematiksel kavramları farklı biçimlerde kavramsallaştırma, ifade etme ve farklı bakış açısı ile gözlemlene fırsatı vermektedir. Bu ise öğrencilerin kavramlar konusunda daha derin ve esnek anlamalara sahip olmasını sağlamaktadır (Hiebert ve Carpenter, 1992; Piez ve Voxman, 1997; Even, 1998; Keller ve Hirsch 1998). Temsiller, kavramsal anlamının yanı sıra problem çözme becerilerinin gelişimi açısından da önemlidir (Schultz ve Waters, 2000). Matematiksel problemle meşgul olan biri için, tek bir temsil şekli problem durumu ile ilgili ona dar bir çerçevede bir tek bakış açısı sunar. Çoklu temsillerin kullanılması problem durumunu çoklu yönden ele alma ve inceleme fırsatı vermektedir (Driscoll, 1999; Tall, McGowan ve DeMarois, 2000).

Ayrıca Duval (1993) matematik kavramlarının yalnızca temsil biçimleri kullanılarak somutlaştırılabileceğini ve ancak bu temsiller kullanılarak incelenebileceğini belirtmiştir. Bu duruma ek olarak pek çok araştırmacı (Duval 1995; Even 1998; Hiebert ve Carpenter 1992; Piez ve Voxman 1997) kavramların öğrenenler tarafından özümsemesinde temsillerin doğru kullanılmasının önemli olduğunu vurgulamaktadır.

MEB (2013) tarafından hazırlanan Ortaokul Matematik Öğretim Programı'nda, öğrencilerin matematiksel bilgiyi yapılandırma süreçlerinde çoklu temsillerin kullanımının önemine vurgu yapılmıştır. Öğrencilerin matematik kavramlarını ve kurallarını öğrenirken, bunları çoklu temsilleri kullanarak gösterebilmelerinin önemi üzerinde durulmuştur. Bunları teşvik etmede bilgi işlem teknolojilerinden yararlanılabileceği ifade edilmiştir. Sınıf ortamında kullanılacak bu teknolojiler, sanal ortamın sunacağı seçeneklerin çokluğundan destekle, çoklu temsillerin kullanımında ve problem durumlarının modellenmesinde faydalı olarak görülmüştür. AUMÖK tarafından belirlenen matematik eğitimi standartlarında da çoklu temsillerin kullanımı önemli görülmüştür (NCTM, 2000). Burada matematiksel fikirlerin çoklu temsiller aracılığıyla düzenlenebilmesi, kaydedilebilmesi ve bu fikirler arasında ilişkilerin kurulabilmesi gerektiği belirtilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin hangi temsilin nerede kullanılması gerektiğine karar verebilmeleri ve gerçek yaşam durumlarını çoklu temsiller aracılığıyla modelleyebilmeleri gerektiği vurgulanmıştır.

### 3. LİTERATÜR TARAMASI

Bu kısımda matematik eğitiminde çoklu temsiller ve kesirlerle ilgili yapılan ulusal ve uluslararası çalışmalar analiz edilecektir.

#### 3.1. Çoklu Temsillere Odaklanan Çalışmalar

Lesh, Landau ve Hamilton (1983) dördüncü ve sekizinci sınıf düzeyleri arasındaki öğrencilere uyguladıkları matematik problemleriyle kavramsal bir model tanımlamaya çalışmışlardır. Çalışmada öğrencilere üç farklı test uygulanarak öğrencilerin kullandıkları temsil türlerinin çeşitlilikleri ve kullandıkları temsil türleri arasındaki geçişler incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin problemlerin çözüm sürecinde çeşitli temsil türleri arasında geçişler yaptıkları görülmüştür. Sonuçlara göre öğrencilerin sembolikten metinsel temsile, şekilden şekle, yazılı ifadeden sembolik temsile, yazılı ifadeden şekle, şekilden yazılı ifadeye ve şekilden semboliğe olmak üzere, yedi çoklu temsil türü arasında dönüşüm yaptıkları tespit edilmiştir.

Akkuş-Çıkla (2004) yaptığı çalışmada çoklu temsil/temsillere temelli öğrenmenin öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını ve çoklu temsillerin etkisini deneysel bir çalışma temelinde araştırmışlardır. Cebir başarı testinin, temsil biçimleri arasında dönüşüm testinin ve Chelsea cebir tanı testinin kullanıldığı çalışmada temsil türlerini kullanma konusunda deney grubu ve kontrol grubu öğrencileri arasında deney grubu öğrencileri lehine anlamlı bir fark bulunurken matematiğe karşı tutumlarda anlamlı bir fark bulunamamıştır.

Corter ve Zahrer (2007) yaptıkları çalışmada, olasılık problemlerinin çözümünde çoklu temsil türlerinin kullanılmasının etkilerini araştırmıştır. Katılımcılar yirmi altı kişiden oluşan farklı matematik alt yapısına sahip eğitim ve psikoloji fakültesinde lisansüstü eğitim gören kişilerden oluşmaktadır. Sekiz sorudan oluşan olasılık sorularında resimler, şema temsilleri, ağaç ve Venn diyagramı, çıktı listesi ve olasılık tablolarından oluşan temsil türleri kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrenciler olasılık problemlerine uygun temsil türlerini seçebilmiştir.

Sert (2007) tez çalışmasında, sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir kavramıyla ilgili çoklu temsil biçimleri arasında dönüşüm yapabilme durumlarını araştırmıştır. Araştırma kapsamında öğrencilerin denklem, tablo ve grafiği metinsel ifadeye dönüştürmede yeterli başarıyı gösteremedikleri tespit edilmiştir. Bu çalışma sonucunda öğrencilerin belirtilen temsil türlerini metinsel ifadeye dönüştürmekte zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Ryken ve diğerleri (2009) çalışmasında, öğretmen adaylarından verilen bir hikâyenin matematiksel olarak görselleştirilmesi istenmiştir. Araştırmacılar öğretmen adaylarının hikâyenin matematiksel olarak anlamlandırılmasında kullandıkları temsil türlerini inceleyerek değerlendirme yapmıştır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının kullandıkları temsil türleri arasında resimle anlatımın öncelikli olduğu ortaya çıkmıştır.

Warner, Schorr ve Davis (2009) tarafından yapılan araştırmada, öğrencilerin problem çözümede kullandıkları temsil şekillerini hangi amaçlarla kullandıkları incelenmiştir. Aynı zamanda öğrencilerin temsil şekillerini kullanmadaki esneklikte ele alınmıştır. Burada esneklik ifadesi temsil türleri arasındaki kolay geçiş yapabilme anlamına gelmektedir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin problem çözümünde kullandıkları temsil şeklini, problem genelleştirildiğinde değiştirebildikleri aynı zamanda problemin çözüm sürecini başka birine anlatırken farklı temsil şekillerini kullandıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin temsil şekillerini esnek bir şekilde kullanabildiklerini göstermiştir.

Stylinou (2010) çalışmasında öğretmenlerin şekiller hakkındaki görüşlerinin ve temsil şekillerinin öğrenme üzerindeki etkisini araştırmıştır. On sekiz ilköğretim ikinci kademe öğretmeniyle yürütülen çalışmanın verileri, ortaokul düzeyindeki dört problemin çözümü üzerine alınan görüşler doğrultusunda elde edilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerinin çeşitli temsil türlerini kullandıklarını ve temsil türlerinin yüksek performanslı öğrencilerin öğrenmelerinde önemli bir etkisi olduğuna inandıkları ortaya çıkmıştır.

Baştürk (2010) dokuzuncu sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerinin kullanımını gerektiren sorulardaki performanslarını araştırmıştır. Bu araştırmayı üç farklı lisenin dokuzuncu sınıflarında öğrenim gören 229 öğrenciye açık uçlu sorulardan oluşan bir yazılı anket uygulamıştır. Karma yöntem kullanarak gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilerin grafik ve sözel temsillere kıyasla cebirsel temsilde daha başarılı oldukları sonucuna ulaşmıştır.

İpek ve Okumuş (2012) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede ne tür temsilleri kullandıklarını araştırmıştır. Araştırmanın verileri çoklu temsilleri kullanma testi ve klinik mülakatlarla toplanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre öğretmen adayları konuşma diliyle anlatımı (yani metinsel temsili) diğer temsillere (cebirsel, grafiksel ve sayısal temsillere) oranla daha fazla kullanmaktadırlar. Ayrıca öğretmen adaylarının temsilleri kullanmakla beraber problem çözme sürecinde, problemlere uygun temsil türünü oluşturamama, temsil türleri arasında geçiş yapamama, kullandıkları temsil türleri arası geçiş yapamama ve kullandıkları temsil türünü problemle ilişkilendirememe gibi problemler yaşadıkları belirlenmiştir.

Işık, İpek, Kar ve Işık (2012) sınıf öğretmeni adaylarının çizgi grafikleri ile öykü oluşturma konusundaki yeterliliklerini araştırmıştır. Çalışma bulguları öğretmen adaylarının günlük yaşama uygun verileri öyküleştirmede yetersizliklerine ve özellikle öykünün başlangıç noktasını, kırılma noktasını ve bitiş noktasını grafik kullanarak görselleştiremediklerini göstermiştir.

Çelik ve Sağlam Arslan (2012) sınıf öğretmen adaylarıyla metinsel tablo ve şekilsel temsillerin grafiğe dönüştürülmesindeki yeterliliklerini araştırmıştır. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının metinden grafiğe geçişte başarısız oldukları tespit edilmiştir. Çalışmada ayrıca öğretmen adaylarının uygun grafik seçerken verilerden hareketle grafik oluşturmada yetersiz oldukları belirlenmiştir.

Kurnaz, Gültekin ve Çağlar (2012) ilköğretim dördüncü ve beşinci sınıf fen ve teknoloji ders kitaplarını, 5E Öğretim Modeline dayalı olarak, temsil yöntemleri ve aralarındaki geçişler açısından incelemiştir. Araştırmanın sonucunda temsil

yöntemlerinden resim ve fotoğrafın daha sık kullanıldığı tespit edilmiştir. Ayrıca 5E Modeline göre bakıldığında açıklama ve derinleştirme basamaklarında temsil yöntemlerine yoğunluk verildiği görülmüştür.

Kurnaz (2013) öğretmen adaylarının basınç konusundaki temsil yöntemlerini kullanma becerilerini araştırmıştır. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının basınç konusuna hâkim olduklarını fakat temsil yöntemlerini kullanma performanslarının yeterli olmadığını tespit etmiş ve gelecekteki mesleki faaliyetlerinde bir takım eksikliklere neden olabileceği şeklinde yorumlanmıştır.

Kurnaz ve Yüzbaşıoğlu (2013), 1998-2012 yılları arasındaki liseye geçiş sınavlarında (LGS, OKS ve SBS) sorulan soruların temsil türleri ve temsil türleri arasındaki geçişler açısından incelemişlerdir. Araştırmacılar öğrencilerin gelecekteki şekillendiren merkezi sınavlarda sorulan soruların öğrenme ortamlarına dolaylı etkileri olacağı gerekçesiyle yürüttükleri çalışmaları sonucunda sınav sorularının yürürlükte olan öğretim programının bilimsel süreç becerileriyle ilişkili kazanımlarını yeterince yansıtmadığı ve sorulardaki geçişlerde daha çok şekilden diğer temsil türlerine geçiş şeklinde olduğunu belirlemişlerdir.

### **3.2. Matematik Eğitiminde Çoklu Temsillere Odaklanan Çalışmalar**

Öğretmenlerin matematik eğitiminde çoklu temsillerin kullanımıyla ilgili birçok çalışma yapılmıştır. Yapılan çalışmalar genellikle farklı temsillerin matematik öğretiminde kullanılmasının öğrencilerin matematiksel kavramları ve kavramlar arasında ilişkileri daha iyi anlamasına katkı sağladığını göstermektedir. Yine yapılan çalışmalarda, öğrencilerin ve öğretmenlerin çoklu temsilleri kullanma becerileri ve çoklu temsillere yönelik tercihleri konuları üzerine odaklanılmıştır (Ainsworth, Akkuş-Çıkla, 2004; Moseley ve Brenner, 1997; Mourad, 2005; Sert, 2007; Yerushalmy ve Schwarts, 1993). Bu kısımda bu çalışmalardan örnekler sunulacaktır.

Üst Temsil Yeteneği (ÜTY) (Meta-Representational Competence) projesi Amerika Ulusal Bilim Kurumu (National Science Foundation) tarafından 3 yıl süreyle gerçekleştirilen çoklu temsiller ile ilgili yürütülen kapsamlı projeler arasındadır. Bu proje genel anlamda öğrencilerin dışsal temsillerle alakalı bilgileri anlamına gelen

ÜTY'lerini araştırmayı amaçlamıştı (Sherin, 2000). ÜTY'nin dört önemli bileşeni vardır. Bunlar, sıra dışı temsiller icat etme becerisi, var olan temsilleri eleştirme becerisi, temsillerin işlevleri bilgisi ve yeni bir temsilin hızlı öğrenimine yardımcı olan bilgi şeklindedir. Bu proje özel olarak öğrencilerin ÜTY'lerini belirlemeyi, ÜTY ve matematik ve fen alanlarındaki kavramsal gelişim arasındaki ilişkileri araştırmayı ve ÜTY'nin öğretim boyutlarını analiz etmeyi amaçlamıştır. Bu proje ortaokul ve lise seviyesinde gerçekleştirilmiş olup, veriler laboratuvar görüşmelerinden, klinik mülakatlardan, gözlemlerden, öğrencilere verilen ödevlerle alakalı sınavlardan elde edilmiştir. Proje sonuçları, ÜTY uygulamaları sayesinde öğrencileri gerçek yaşama adaptasyonunu kolaylaştıracak yeni bir matematik ve fen programının geliştirilebilmesinin mümkün olduğunu göstermektedir. Ayrıca ÜTY'nin standart temsillerin ve kavramların öğretilmesinde çok önemli olduğu iddiasında bulunulmuştur.

Thomas, Mulligan ve Goldin (2002) çocukların 1 ile 100 arasındaki sayılarla ilgili kullandıkları içsel temsilleri, çocukların çizimlerinden ve çizimleriyle ilgili açıklamalarından ortaya koymayı amaçlamışlardır. Okul öncesi dönemden altıncı sınıfa kadar 172 öğrenciden oluşan örnekleme çalışmışlar ve çocuklarla onların sayılarla ilgili algılarını belirlemek için mülakatlar yapılmıştır. Süreç boyunca çocuklarla sayma, sayı değeri, basamak değeri ve görselleştirme ile ilgili 89 etkinlik gerçekleştirilmiştir. Araştırma bulguları sayılarla ilgili bilişsel temsillerin zamanla geliştirebileceğini ortaya koymuştur. Çalışmada, öğrencileri araştırmacının beklediğinden daha fazla sayıda ve türde temsiller kullanmışlar. Yine bu temsiller arasında geleneksel olmayan türde temsillerin sayısı da azımsanmayacak kadar çoktur. Ayrıca, araştırma sonuçları, öğrencilere daha fazla içsel temsil geliştirme imkânı sağlanmasının onların dışsal temsillerin daha uyumlu ve daha iyi düzenlenmiş olmasına katkı sağlayacağını göstermektedir.

Öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen bir çalışmada, Pitts (2003) doktora tezinde matematik öğretmen adaylarının fonksiyonlar hakkındaki bilgilerini öğretmen adaylarının fonksiyonların grafiksel ve cebirsel temsilleri arasında geçiş yapabilme becerileri üzerinden analiz etmiştir. Tezde, özellikle üç tür zihinsel model üzerinden incelemeler gerçekleştirilmiştir. Birincisi, öğretmen adaylarının cebirsel problemleri



çözmek için kullandığı ve cebirsel ve grafiksel modeller arasında geçiş yapmakta kullandıkları zihinsel modellerdir. İkincisi, öğretmen adaylarının öğrencilerin cebirsel sorulara verdikleri cevapları değerlendirirken sahip oldukları zihinsel modellerdir. Üçüncü model ise öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarıyla uğraşırken kullandıkları zihinsel modellerdir. Araştırma dört farklı üniversitede matematik eğitimi bilim dalında öğrenim gören 59 son sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Nitel olarak yürütülen çalışmada veriler açık uçlu anketlerle ve görüşmelerle toplanmıştır. Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının fonksiyonlar ile ilgili problem çözümünde grafiksel ve cebirsel temsiller arasında geçiş yapma becerilerinin yeterli olduğunu ortaya koymuştur. Buna rağmen çoğu öğretmen adayı öğrencilerin problemlere verdikleri cevaplarda bulunan eksiklikleri belirlemede yetersiz kalmışlardır ve oldukça nadiren öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarını ortay koyabilmişlerdir. Bu bağlamda, araştırma sonuçları, öğrencilerin öğrenim gördükleri kurumlarda fonksiyonlarla ilgili problemleri çözebilecek ve çözümlerde farklı temsil türleri arasında geçiş yapabilecek bilgi birikimine sahip olduklarını göstermektedir. Buna rağmen öğretim kurumları öğretmen adaylarına, öğretim yapacakları öğrencilerin cevaplarını analiz etme ve bu öğrencilerin sahip olabileceği kavram yanlışlarını belirleme ve giderme imkânı sağlayacak “pedagojik alan bilgisi” odaklı dersleri sağlama konusunda yetersiz kalmışlardır.

Herman (2002) doktora tezinde öğrencilerin grafik hesap makineleri yardımıyla cebir problemleri çözmek için çoklu temsilleri kullanma durumlarını araştırmıştır. Özel olarak öğrencilerin grafiksel, tablosal ve cebirsel temsilleri kullanma durumları ve bunlar arasında geçiş yapabilme becerilerine odaklanmıştır. Deneysel olarak tasarlanan çalışma 38 birinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Araştırma bulguları daha fazla tercih edilen temsillerin cebirsel ve grafik temsiller olduğunu ortaya koymuştur. Öğrencilere problemleri çözme esnasında birden fazla temsil türünü kullanabilme imkânı verilmesine rağmen öğrenciler sadece bir temsil türüyle işlem yapmayı tercih etmişlerdir. Sadece cebirsel temsil türünü kullananlar, bu duruma açıklama olarak, derslerde ve kitaplarda bu temsilin daha fazla yer aldığını, bu sebeple kendileri için daha bilindik olduğunu ve cebirsel temsili daha “matematiksel” bulduklarını söylemişlerdir. Sadece grafiksel temsilleri kullanan öğrenciler, problemlerin çözümünde grafik hesap makinelerinin kullanımına izin verilmeseydi

grafiksel temsilleri çözümlerde kullanmayacaklarını çünkü grafiksel temsillerin sadece grafik hesap makineleri olduğunda uygun olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca, çalışma bulguları, öğrencilerin tablosal temsilleri çok az tercih etmelerine neden olarak cebir derslerine gelen öğretmenlerin bu temsili kullanmamalarını ortaya koymuştur. Öğrencilerden gelen açıklamalar doğrultusunda, Herman (2002) öğrencilerin farklı temsilleri tercih etmelerinde birçok etmen olduğunu belirlemiştir. Bunlar arasında, öğrencilerin ve öğretmenlerin sahip oldukları “matematiğe uygunluk” inançları, temsillerin doğruluk durumu ve problemin doğası yer almaktadır. Yine çalışmada öğrencilerin görsel tercihleriyle temsil tercihleri arasında anlamlı bir ilişkinin olmadığını bulunmuştur. Buna ek olarak, öğrencilerin soruya doğru cevap verme oranının ve kavramsal anlamalarındaki derinliğin kullandıkları temsil sayısı ile doğru orantılı olduğu belirlenmiştir.

Diğer bir doktora tezinde, Özgün-Koca (2001) çoklu temsillerin öğrencilerin öğrenmelerindeki rolü üzerine araştırma yapmıştır. Daha özel bir ifadeyle, çalışmada çoklu temsil içeren ortamlar sunan bilgisayar yazılımının öğrencilerin öğrenmelerine olan etkisini ve öğrencilerin cebir derslerinde tercih ettikleri temsil türlerini (tablo, grafik ve denklem) belirlemeyi amaçlamıştır. İki deney ve bir kontrol grubu ile gerçekleştirilen çalışmada 25 öğrenci 10 hafta süreyle sürece katılmıştır. Veriler, matematik başarı testleri, öğrenci laboratuvar çalışma kâğıtları, öğrencilerle ve öğretmenlerle yapılan görüşmeler ve gözlemler aracılığıyla toplanmıştır. Araştırma sonuçlarına göre deney gruplarındaki öğrenciler kontrol grubundaki öğrencilerden genel anlamda daha başarılı bulunmuşlardır. Ayrıca deney grubundaki öğrencilerin açıklamaları daha üretken olarak nitelendirilmiştir. Araştırma sonuçları, öğrencilerin belirli bir temsil türünü ön planda tutmalarının nedeni olarak o temsilin doğru cevabı bulmaya uygun olmasını ve çözüm sürecinde görsel olarak daha avantajlı bulunmasını göstermektedir. Özellikle cebirsel temsiller en çok temsil edilen temsillerdir ve buna neden olarak “denklemlerin” kolaylıkla çözüme ulaşmaya olanak sağlaması ve önceden bilinen kurallarla çözüme ulaşılabilme uygun olması ortaya çıkmıştır. Yine araştırma bulguları, gruplar arasında matematikte çoklu temsillerin kullanılmasına yönelik tutumlarının değişmediğini, öğrencilerinin genellikle bir temsili kullanmayı daha basit ve anlaşılır bulmalarına rağmen çoklu temsillerin kullanımını da onayladıklarını göstermektedir. Öğrenciler, bu çalışmayla

çoklu temsiller arasındaki ilişkileri ortaya koyma ve bir temsilin diğer temsile olan üstünlüğü veya zayıflığını belirleme becerilerini geliştirmişlerdir.

Koedinger ve Terao (2002) öğrencilerin metinsel, resimsel ve cebirsel temsilleri yorumlama becerilerini incelemeyi amaçlayan bir çalışma yapmıştır. Çalışma resimsel temsillerin cebir öğretimde kullanımının öğrencilerin öğrenmelerindeki rolü de ele alınmıştır. Otuz beş altıncı sınıf öğrencisiyle yürütülen bu çalışmada, öğrencilere “Resimli cebir stratejisi” testi uygulanmıştır. Bu testin ilk aşamasında öğrencilerden verilen metinsel problemi resim (diyagram) olarak ifade etmeleri istenmiştir. İkinci aşamada öğrencilerden bu soruyu cebirsel olarak ifade etmeleri istenmiştir. Araştırma bulgularına göre öğrencilerin performansı genel anlamda başarılı bulunmuştur. Diğer taraftan öğrencilerin resimsel temsilden cebirsel temsile geçişte sıkıntılar yaşadıkları belirlenmiştir. Yine bulgular, resimsel temsillerin cebir öğrenimini kolaylaştırabilmesine rağmen bu metodun her bir öğrencinin cebirsel anlamasını desteklemeye yeterli olmadığını ortaya koymuştur.

Akkuş-Çıkla (2004) doktora tezinde çoklu temsil temelli öğretimin yedinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki akademik başarılarına, matematiğe karşı tutumlarına ve temsil tercihlerine olan etkisini araştırmıştır. Ayrıca; öğrencilerin cebirsel problemlerle karşılaştıkları durumlarda, çoklu temsilleri nasıl kullandıklarının ortaya çıkarılması ve onların temsil tercihlerinin sebeplerinin araştırılması da amaçlanmıştır. Veriler, cebir başarı testi, temsil biçimleri arasında dönüştürme beceri testi ve Chelsea cebir tanı testi olmak üzere üç araç ile toplanmıştır. Çalışma iki devlet okulundan alınan dört yedinci sınıf öğrenciyle sekiz hafta boyunca gerçekleştirilmiştir. Bulgular, çoklu temsil kullanımının öğrencilerin akademik başarılarına istatistiki olarak anlamlı bir katkı sağladığını göstermektedir. Yine bulgulara göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin matematiğe karşı tutumları arasında anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda, deney grubu öğrencilerinin verilen cebir problemleri için farklı temsil biçimlerini kullanabildikleri ve bunlardan verilen duruma en uygun olanını seçebildikleri ortaya çıkmıştır.

Swafford ve Langrall (2000) ortaokul öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin cebirsel problem çözme durumlarında kullandıkları temsillerle ilgili açıklamalarını analiz etmeye amaçlamıştır. On öğrenciyle yapılan problem çözme etkinlikleri ve sonrasında yapılan görüşmeler sonucunda öğrencilerin problemleri doğru çözdükleri cebirsel işlemleri metinsel ve sembolik olarak doğru açıkladıkları ve bunlar arasındaki ilişkiler arasında doğru genellemelerde buldukları belirlenmiştir. Ayrıca, öğrencilere en zor gelen uğraşın bir problem durumunun sembolik temsilini yazmak ve buna uygun denklemi oluşturmak olduğu belirlenmiştir.

Yine Hines (2002), öğrencilerin dinamik fiziksel modelleri kullanarak lineer fonksiyonları yorumlama becerilerini ve öğrencilerin fonksiyonları temsil etmek için tabloları, denklemleri grafikleri nasıl yorumladıklarını araştırmıştır. Durum çalışması niteliğinde gerçekleştirilen çalışma sadece bir sekizinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Öğrenciden verilen problemi tekrar metinsel olarak ifade etmesi, şekiller çizmesi, tablo ve denklem oluşturması ve verilen ifade ile ilgili grafik çizmesi istenmiştir. Araştırma bulguları öğrencilere farklı temsilleri oluşturma ve yorumlama fırsatları verildiğinde onların daha iyi kavramsal öğrenmelere sahip olacağını göstermiştir.

Sert (2007), sekizinci sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmada, öğrencilerin cebir öğrenme alanında çoklu temsiller kullanımı ve temsiller arasında dönüşüm yapma becerilerini belirlemeyi hedeflemiştir. Araştırma bulguları öğrencilerin en çok denklem, tablo ve grafikleri metinsel olarak ifade etmekte zorluk yaşadıklarını, diğer temsil biçimlerinden tabloya yapılan dönüşümlerde ise zorlanmadıklarını ortaya koymuştur.

Yine öğrencilerin temsiller arası geçiş becerilerinin araştırıldığı bir çalışmada, Gürbüz ve Şahin (2015) sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında çoklu temsiller (metinsel, tablo, denklem ve grafik) arasındaki geçiş becerilerini ortaya koymayı amaçlamıştır. Nitel araştırma olarak gerçekleştirilen araştırma bulguları, öğrencilerin en çok metinsel, tablo ve denklem temsil türlerinden grafiğe geçişte zorlandıklarını aksine metinsel, denklem ve grafik temsil türlerinden tabloya geçişte ise zorlanmadıklarını göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin tablo, denklem ve grafik

temsil türlerini metinsel olarak ifade ederken yaptıkları hataların yazma becerilerinin yetersiz olmasından kaynaklandığı üzerine vurgu yapmaktadır.

Temsiller ve problem çözme becerilerinin ilişkilendirildiği bir çalışmada, Moseley ve Brenner (1997) ilköğretim öğrencilerinin cebir konusunda aldıkları eğitimin problem çözme biçimlerini nasıl etkilediğini incelemiştir. Ön-test ve son-test uygulanarak elde edilen veriler ile öğrencilerle yapılan mülakatlar sonucu deney grubunda yer alan öğrencilerin farklı temsilleri daha çok kullandıkları aynı zamanda metinsel olarak verilen fonksiyonların çözümünde de başarılarının arttığını göstermiştir.

Çoklu temsiller ve problem çözme becerisi ile ilgili bir başka çalışmada, Delice ve Sevimli (2010) belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile problem çözme başarıları arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırma nitel yorumlayıcı paradigmaya sahip özel durum çalışması olup matematik öğretmenliği ikinci sınıf programına okuyan 45 öğrenci, çalışmanın katılımcılarını oluşturmaktadır. Bulgular, öğretmen adaylarının belirli integral problemleri çözme sürecinde çoklu temsil kullanma becerilerinin yeteri kadar iyi olmadığını göstermiş, adayların temsil dönüşüm becerilerinin zayıf olduğu tek temsil kullanarak çözüme ulaşmaya çalıştıkları belirtilmiştir. Problem çözme başarılarının da düşük düzeyde olduğu ifade edilmektedir. Çalışma bulguları alan yazın doğrultusunda tartışılarak problem çözme becerini geliştirebilecek çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Erbilgin (2003), uzamsal görselleştirme ve başarının öğrencilerin çoklu temsilleri kullanmaları üzerine etkilerini incelediği araştırmasında aynı sınıfta okuyan dört sekizinci sınıf öğrencisiyle çalışmıştır. Mülakatlar, sınıf gözlemleri ile farklı temsillerin kullanılmasını gerektiren cebirsel denklem ve fonksiyon problemlerinden oluşan bir test aracılığıyla toplanan veriler hem uzamsal görselleştirmenin hem de başarının öğrencilerin çoklu temsilleri kullanmalarında etkili olduğunu göstermiştir.

Ural (2012), öğrencilerin fonksiyon tanım bilgilerini çeşitli fonksiyon temsillerine aktarabilme yeterliklerini ve bu transfer sürecini olumsuz etkileyen nedenleri belirlemek amacıyla yaptığı çalışmada elde edilen bulgular; öğrencilerin fonksiyon kavramı tanımlamalarının genel olarak, “Fonksiyonunun formal tanımı”, “İki küme

arasında herhangi bir eşleme” ve “Bir dönüştürme işlemi” şeklinde olduğunu göstermiştir. Ayrıca gerekli tanım bilgisine sahip olmamanın ve çeşitli temsillere ait çeşitli kavram yanılgılarının transfer sürecini olumsuz etkilediği görülmüştür.

İlgili alan yazın incelendiğinde belirli matematiksel kavramların öğretimine yönelik çoklu temsillerin kullanılmasına odaklanan çalışmaların yanında öğrencilerin temsillerle ilgili tercihlerinin araştırıldığı çalışmalar da yer almaktadır. Örneğin Keller ve Hirsch (1998) öğrencilerin matematik derslerine yönelik temsil tercihlerini, bağlamsal olarak bu temsillerin ilişkilerini ve öğrenci tercihlerinin matematik öğretmenleri tarafından kullanılan temsillerle olan bağlantı durumunu araştırmıştır. Araştırmanın örneklemini 39 öğrenci grafik hesap makinesi kısmından 40 öğrenci ise normal analiz dersi kısmından olmak üzere 79 öğrenciden oluşmaktadır. Her iki gruptaki öğrencilere temsil tercihleri anketi uygulandıktan sonra 13 haftalık deneysel sürece geçilmiştir. Bu süreç sonunda tekrardan benzer bir anketle öğrencilerin temsil tercihleri araştırılmıştır. Araştırma bulguları öğrencilerin temsil tercihlerinin farklılaştığını ve bu tercihlerin bağlamsal ve püre matematiksel sorular tarafından etkilendiğini göstermektedir. Öğrenciler püre matematiksel sorularda cebirsel (denklem içeren) türdeki temsilleri tercih ederlerken bağlamsal sorularda tablosal temsil türlerini tercih etmişlerdir.

Özgün-Koca (1998), öğrenme güçlüğü çeken öğrencilerle yaptıkları araştırmada öğrencilerin matematiksel bir problemin çözümünde tercih ettikleri temsil türlerini araştırmıştır. Araştırmada, öğrencilerin bilgisayar ortamında olan veya olmayan temsillere yönelik inançları, düşünceleri ve tutumları odak alınmıştır. Araştırmanın bulgularına göre öğrenciler matematiksel problemlerin çözümünde birden fazla temsil türünün kullanılabilmesine inanmalarına rağmen tek bir temsile odaklanmanın daha kolay ve etkili olacağına inanmaktadır.

Akkuş ve Çakıroğlu (2006), çalışmalarında öğrencilerin temsilleri cebir metinsel problemlerinde nasıl kullandıklarını ve kullandıkları temsillerle ilgili açıklamalarını araştırmışlardır. Yirmi bir yedinci sınıf öğrencisiyle yapılan görüşmeler neticesinde öğrencilerin tercihleri belirlemede sorunun türü, sorunun doğası, öğrencilerin temsile ait algılamaları, öğretmen ve duygusal faktörlerin rol oynadığı belirlenmiştir.

İpek ve Okumuş (2012), problem çözme süreçleri ile temsilleri ilişkilendirmeyi amaçladıkları çalışmalarında, ortaokul matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde özellikle konuşma dili temsilini diğer temsil türlerine göre (cebirsal, grafiksel ve sayısal) daha fazla kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca, özellikle problemi anlama basamağında önemli rol oynadığını düşündükleri temsillerin kullanımında adayların probleme uygun temsil oluşturmama ve temsiller arasında dönüşüm yapamama gibi sorunlar yaşadıkları tespit edilmiştir.

### **3.3. Kesirler Üzerine Yapılan Çalışmalar**

Şiap ve Duru(2004), yaptıkları çalışmada ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerdeki işlemlerde geometrik modelleri anlayabilme ve kullanabilme becerileri araştırmışlardır. Öğrencilerin cebirsal işlem gerektiren sorulara vermiş oldukları cevapların ortalama puanları ile geometrik modelleme ile sorulan sorulara vermiş oldukları cevapların ortalama puanları arasında cebirsal işlem gerektiren soruların lehine anlamlı bir fark çıkmıştır.

Soylu ve Soylu(2005), yaptıkları çalışmada ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki (kesirlerde sıralama, toplama çıkarma, çarpma ve kesirlerle ilgili problemler) ile ilgili kavramların, tanımlarını ve formülleri öğrenilmesinde ve işlemsel bilgilerde öğrencilerin zorluk yaşamadıkları buna karşın ezberledikleri tanımların ve kavramların uygulamalarında zorluk yaşadıkları görülmüştür. Kesirlerde toplama işlemi ile ilgili sorulara öğrencilerin büyük bir çoğunluğu, yine pay ve paydayı birbirinden bağımsız düşünerek toplama işlemi yaptıkları görülmüştür. Kesir problemlerini çözerken problemi anlama ve dolayısıyla problemdeki işlem ve işlem sırasının belirlenmesinde güçlük yaşadıkları görülmüştür.

Orhun (2007), ilköğretim dördüncü sınıf öğrencileri üzerinde yaptığı araştırmasında ise öğrencilerin özellikle paydaları eşit olmayan kesirlerin sıralanması, toplanması, bir kesrin bir tamsayı ile çarpılması, görsel olarak bir kesre denk kesrin bulunması, görsel kavramların formal olarak ifade edilmesi konusunda güçlükler yaşadıklarını

belirlemiştir. Bu araştırma, öğrencilerin kesirler konusunda formal aritmetik ve görselleştirme arasında bir bilişsel eksiklikleri olduğunu ortaya koymuştur.

Pesen (2008), kesirlerin sayı doğrusundaki temsilinde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışlarını araştırmış kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki noktalarla eşleştirilmesinde yaşanan öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışları teşhis testi yöntemi ile belirlemeye çalışmıştır. Araştırma sonuçları öğrencilerin bazılarının sayı doğrusu üzerindeki bir bütünü parçalara (eş parçalara) ayırmada, bazılarının ise kesrin sembolik temsili olan  $a/b$ 'nin sayı doğrusu üzerinde temsilinde  $a/b$  yi bir tek sayı olarak algılamakta güçlük çektiklerini, pay ve paydayı farklı sayıların gibi algılama yanılması içerisinde oldukları göstermiştir. Diğer taraftan bazı öğrencilerin kesir sayısını sayı doğrusu üzerinde gösterirken, bütünü eş parçalara ayrılmasında 0 ile 1 noktalarını da hesaba katarak 0 ile 1 noktaları arasına paydadaki sayının iki nokta eksiği kadar nokta yerleştirme yoluyla bütünü olması gerekenden bir eksik sayıda eş parçalara ayırmışlardır. Ayrıca 0 ile 1 noktaları arasına paydadaki sayı kadar nokta yerleştirme yoluyla bütünü olması gerekenden bir fazla sayıda parçalara ayırma yanılması içerisinde düşen öğrenciler de belirlenmiştir.

Kılıç ve Özdaş (2010), ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin, kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümleri sırasında, ne tür temsil kullandıkları ve bu kullandıkları temsillerle ilgili sorunlar yaşayıp yaşamadıklarını araştırmışlardır. Araştırmaya toplam dokuz öğrenci katılmış ve her bir öğrenciye toplam üç tane problem sorulmuştur. Araştırmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında, öğrencilerin problemlerin çözümleri sırasında konuşma dili, sembolik ve resimle (çizim ve şekil) temsil türlerini kullandıkları belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, öğrencilerden bazılarının probleme uygun temsil oluşturamama ya da kullanılan temsili problemle ilişkilendirememesi sorunlarını yaşadıkları görülmüştür.

Işık ve Kar (2012), yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemleri araştırmışlardır. Araştırma sonucunda öğrencilerin kurdukları problemlerde; toplanan ikinci kesri bütünü kalanı üzerinden ifade etme, parça-bütün ilişkisini kuramama, işlem sonucuna doğal sayı anlamı yükleme, birim kargaşası,



toplanan kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme, işlemi soru köküne yansıtamama ve tam sayılı kesirlerin tam kısımlarına anlam yükleyememe şeklinde yedi güçlük tespit edilmiştir. En fazla güçlük sonucun tam sayılı kesir olduğu iki basit kesrin toplamına, en az güçlük ise sonucun basit kesir olduğu iki basit kesrin toplamına yönelik problem kurmada görülmüştür.

Biber, Tuna ve Aktaş (2013), öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışları ve bu yanlışların kesir problemlerine etkisi üzerine yaptıkları araştırmanın sonucunda öğrencilerin çoğunluğunun kesirlerde sıralama, toplama-çıkarma ve çarpma konularında kavram yanlışlarına sahip olduğu, buna karşılık kesir problemlerinde yanlış çözüm elde eden öğrencilerin daha az olduğu görülmüştür. Kesir problemlerindeki başarının, öğrencilerin bu tür problemlerin çözümünde kullandıkları modellemelerden kaynaklandığı tespit edilmiştir.

Yapılan araştırmalar farklı temsilleri ve kesirlerde farklı gösterimlerin kullanılma niteliklerinin önemini gözler önüne sermektedir. Fakat öğrencilerin tercihlerini tercihlerindeki başarı durumlarını ve temsil oluşturma durumlarını inceleyen bir çalışmaya rastlanılmamıştır.

## 4. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, veri toplama ve analiz süreçleri hakkında açıklayıcı bilgiler yer almaktadır.

### 4.1. Araştırmanın Deseni

Bu araştırmada, konusu ve izlenildiği süreç açısından nitel araştırma yaklaşımı içerisinde yer alan, etkileşimli desenlerden biri olan örnek olay (durum çalışması) yöntemi kullanılmıştır. Örnek olay çalışması, bir olay, kişi ya da grup gibi özel bir durum üzerine yoğunlaşan, araştırmacıya elde edilen veriler sayesinde üzerinde durulan durumu neden sonuç ilişkisi içerisinde daha detaylı irdelenmesine olanak tanıyan bir yöntemdir (Çepni, 2012). Örnek olay yöntemi karmaşık, özel ve ilginç bir olgunun, olayın veya durumun kendi koşulları içerisinde incelenmesidir (Sönmez ve Alacapınar, 2011). Örnek olay yöntemini güncel bir olguyu kendi gerçekliği içinde çalışın, olgu ve içinde bulunan içerik arasındaki sınırların keskin hatlarıyla belirgin olmadığı ve birden fazla kanıt veya veri kaynağının olduğu durumlarda kullanılan bir araştırma yöntemi olarak açıklamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Örnek olay çalışmalarında “Nasıl?” ya da “Niçin? (veya Neden?)” sorularına ek olarak “Ne? (veya Ne tür?)” sorusu da araştırma desenine dâhil edilerek durum içerisinde yer alan olay/olgunun derinlemesine incelenmesi sağlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışmada da “Ne?” sorusu doğrultusunda öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde tercih ettikleri temsiller ve “Nasıl?” sorusu doğrultusunda da altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde yer verilen temsiller arasındaki geçiş durumları tanımlanmıştır. Ayrıca “Niçin?” sorusu kullanılarak her bir temsili oluşturma sürecinde karşılaşılan zorluklar incelenmiştir.

### 4.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu, 2015–2016 eğitim öğretim yılında Kastamonu il merkezinde bulunan MEB’e bağlı üç ortaokulun altıncı sınıfında öğrenim gören

öğrencilerdir. Örneklem seçimi amaçlı (kasıtlı) örneklem kullanılmıştır. Kesirlerde toplama işlemi ile ilgili kazanımın yer aldığı sınıflar dikkate alınmış ve bu bağlamda altıncı sınıf öğrencileri ile çalışılmıştır. Çalışılacak okulların belirlenmesinde il genel başarı ortalaması dikkate alınıp başarı düzeyi ortalama seviyesinde olan üç okul çalışmaya dâhil edilmiştir. Başlangıçta 38 erkek 35 kız olmak üzere toplam 73 öğrenci araştırmaya katılmıştır. Ancak yapılan uygulamanın değerlendirilmesi sonucunda 14 öğrencinin sorulara hiç cevap vermedikleri belirlenmiş ve inceleme dışı bırakılmıştır. Son durumda araştırma katılımcıları 31’i erkek 28’i kız olmak üzere toplam 59 öğrenciden oluşmaktadır.

### 4.3. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada iki tane veri toplama aracı kullanılmıştır. Birinci araç öğrencilerin, cinsiyeti, yaşlarını ve matematik dersi notlarını içeren demografik ankettir. İkinci veri toplama aracı olarak “Kesirlerde Toplama - Çıkarma İşlemi Çoklu Temsil Testi” kullanılmıştır (Ek 1). Testi oluşturmak için öncelikle ilgili konuya ait kazanımlar incelenmiştir. Kazanım sayısı ve ders yüküne uygun olarak 8 ana soru ve alt sorulardan oluşan 30 test maddesi ile deneme testi hazırlanmıştır. Hazırlanan testin geçerlilik ve güvenilirliğini belirlemek amacıyla matematik eğitimi alanından üç uzman görüşü alınmıştır. Uzmanlar kapsam geçerliği açısından her test maddesinin uygun olup olmadığını anlaşılabilirlik, nitelik ve düzey ölçütlerine göre “Uygun” ya da “Uygun Değil” seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtmişlerdir.

Hazırlanan 30 soruluk deneme testinin geçerlilik ve güvenilirliğini belirlenmesi amacıyla ön-test uygulaması, 2014-2015 eğitim-öğretim yılının birinci döneminde Kastamonu ili Merkez ilçesindeki iki ortaokulunda bulunan toplam 59 öğrenci üzerinde yapılmıştır. Uygulama sonuçlarına göre her soru için madde güçlük indeksi ve madde ayırt edicilik indeksi hesaplanmıştır (Tablo 4.1). Yapılan madde güçlük ve ayırt edicilik analizlerine göre madde ayırt edicilik indeksi -1 ile 0 arasında olan maddelerin testten çıkarılması, indeksi 0 ve 0.30 arası olan maddelerin düzeltilerek, 0.30’dan yüksek maddelerin ise testte direkt kullanılması uygun görülmüştür (Büyüköztürk, 2001).

Tablo 4.1. Kesirlerde toplama - çıkarma işlemi çoklu temsil testi madde analizi sonuçları

Madde No	Güçlük	Ayırt Edicilik	Madde No	Güçlük	Ayırt Edicilik
1	0,75	0,49	16	0,51	0,75
2	0,81	0,49	17	0,58	0,72
3	0,25	0,78	18	0,29	0,76
4	0,32	0,54	19	0,22	0,69
5	0,69	0,49	20	0,66	0,64
6	0,31	0,83	21	0,37	0,85
7	0,63	0,62	22	0,56	0,65
8	0,34	0,56	23	0,24	0,74
9	0,25	0,63	24	0,27	0,70
10	0,64	0,70	25	0,49	0,82
11	0,61	0,69	26	0,47	0,81
12	0,27	0,75	27	0,22	0,74
13	0,36	0,81	28	0,27	0,74
14	0,73	0,47	29	0,44	0,85
15	0,76	0,53	30	0,39	0,78

Bu testin KR-20 güvenirlik katsayısı 0.96 olarak hesaplanmıştır. Sonuç olarak madde analizi ve alınan uzman görüşleri doğrultusunda hazırlanan “Kesirlerde Toplama - Çıkarma İşlemi Çoklu Temsil Testi” yapılan çalışmada veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Testin son hali 8 ana soru ve bu soruların altında üçer tane temsiller arası geçiş içeren toplam 30 açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Testte yer alan soruların dağılımı Tablo 4.2’de verilmiştir.

Tablo 4.2. Kesirlerde toplama - çıkarma işlemi çoklu temsil test soru dağılımları

Sorunun verildiği temsil türü	Soru numarası		Geçilmesi istenen temsil türü
	Toplama	Çıkarma	
Model	1	5	Model
	1a	5a	Cebirsel
	1b	5b	Sayı doğrusu
	1c	5c	Metinsel
Cebirsel	2	6	Cebirsel
	2a	6a	Sayı doğrusu
	2b	6b	Model
	2c	6c	Metinsel
Sayı doğrusu	3	7	Sayı doğrusu
	3a	7a	Cebirsel
	3b	7b	Model
	3c	7c	Metinsel
Metinsel	4 a	8a	Sayı doğrusu
	4b	8b	Model
	4c	8c	Cebirsel

#### 4.4. Kodlama Süreçleri

Çalışmanın başında, kodlama listesini oluşturmak için ilgili alan yazın incelenmiş kesirlerde toplama işleminde belirlenen temsil türleri geliştirilerek kodlarda kullanılacak temsillere karar verilmiştir. Tablo 4.3'te çalışmada belirlene temsillere ait öğrencilerin becerilerini değerlendirmede kullanılan ölçütler verilmiştir.

Verilerin kodlama sürecinde birbirinden bağımsız çalışan iki araştırmacı yer almıştır. Kodlayıcılardan bir tanesi bu çalışmanın araştırmacısı diğeri ise matematik eğitiminde uzmanlık sahibi olan bir akademisyendir. İlk kodlama sonucunda kodlayıcılar arası uyum yüzdesi (güvenirlilik katsayısı) Miles ve Huberman (1994) formülüne göre %88,7 olarak hesaplanmıştır. Araştırmacılar bir araya gelerek uyuşmazlığa neden olan maddeler üzerinde tekrar görüşmüşler ve her bir madde üzerinde anlaşmaya varmışlardır.

Tablo 4.3. *Temsiller arası geçişte yer verilen ölçütler*

Cebirsel	Geçilen temsil		
	Sayı doğrusu	Metinsel	Model
1) Temsile ait matematiksel ifadeyi yazma	1) Sayı doğrusunu çizme	1) Verilen kesirleri (metinsel) doğru ifade etme	1) Verilen kesirlere uygun birimlere bölünmüş kapalı bir şekil çizme (Payda belirleme)
2) Gerekirse payda eşitleme	2) Tam sayıları yerleştirme	2) Verilen kesirlere uygun nesnelere (parçalanacak bütünler) belirleme	2) Verilen kesirlere uygun olarak istenen kısmı tarama (pay belirleme)
3) Verilen işlemi cebirsel olarak ifade etme	3) Eş birimlere ayırma (payda belirleme)	3) Verilen işlemi metinde gerçekleştirme	3) Gerekiyorsa payda eşitleme
4) İşlemi gerçekleştirme	4) Kesirleri ifade etme (oklarla pay gösterme)	4) Soru kökünde verilen işlemi ifade edebilme.	4) Temsilde verilen işlemi şekiller üzerinde gerçekleştirme
	5) Verilen işlemi gerçekleştirme		
	6) Sonucu (ok çıkararak) gösterme		

#### 4.5. Veri Analizi

Kodlamalardan elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin temsil tercihleri ve tercihlerindeki başarı durumlarına ilişkin yorumlamalar betimsel istatistikler (yüzde ve frekans) kullanılarak verilmiştir. Öğrencilerin temsiller arasındaki ilişkilendirmelere yönelik başarı durumları her bir temsil boyutunda ve ilgili sorulara verilen doğru cevaplar doğrultusunda yüzde olarak belirlenmeye çalışılmıştır. Bu hesaplamada soruların ifadesinde (yazımında) ve soruların çözümünde hangi temsillere yer verildiği göz önünde bulundurulmuştur. Bu iki ayrı kategorinin oluşturulmasıyla temsiller arası geçişin yönünün belirlenmesi amaçlanmıştır. Örneğin bir soru cebirsel bir formda verilmiş, çözümünde metinsel açıklama isteniyorsa bu durumda bu soruda cebirsel temsilden metinsel temsile geçiş olduğu şeklinde yargıya varılmıştır. Öğrencilerin temsiller arasındaki geçiş becerilerini analiz etmek için Tablo 4.3'te belirlenen ölçütler doğrultusunda her bir öğrencinin temsilleri oluşturma durumları ele alınmıştır.

## 5. BULGULAR

Bu kısımda, araştırma problemleriyle ilintili olarak ilk önce öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemine ait temsil tercihleri ve tercih ettikleri temsildeki başarı durumlarına ait bulgular sunulmuştur. Daha sonra ise öğrencilerin temsiller arasındaki geçiş durumları ve temsilleri oluşturma becerileri açıklanmıştır.

### 5.1. Öğrencilerin Temsil Tercihleri ve Tercihlerindeki Başarı Durumları

Bu kısımda yer alan bulgularda, öncelikle öğrencilerin temsillere ait tercihleri yüzdesel olarak belirlenmiştir. Daha sonra öğrencilerin tercih ettikleri temsillerdeki başarı durumları, tercih ettikleri temsillerden diğer temsillere geçişlerdeki başarı durumlarıyla ortaya konulmuştur. Ayrıca her bir öğrencinin temsillerdeki kendi başarı durumu (a) aynı temsildeki tüm öğrencilerin başarı durumları (b) ile kıyaslanmıştır. Değerler bir temsili tercih eden öğrencilerin doğru cevap yüzdelerinin tüm öğrencilerin doğru cevap yüzdelerinden çıkarılmasıyla hesaplanmıştır (a-b) ve sonuçlar grafikler üzerinden verilmiştir.

#### 5.1.1. Temsillere Ait Tercihler

Tablo5.1’de öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde tercih ettikleri temsilleri ait bulgular yüzde olarak verilmiştir.

Tablo 5.1. *Temsillere ilişkin tercih durumları*

Temsiller	%
Model	42
Cebirsel	27
Sayı Doğrusu	12
Metinsel	3
Belirtmemiş	15
Genel Toplam	100

Tabloya göre öğrencilerin yarıya yakını (%42) kesirlerde toplama ve çıkarma işleminde model temsilleri tercih etmişlerdir. Cebirsel temsil en çok tercih edilen temsiller sırasında ikinci sırada (%27) yer alırken metinsel temsiller en az tercih

edilen temsil olarak belirlenmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin %15'i herhangi bir temsil türüne ait tercih belirtmemiştir.

### 5.1.2. Tercih Edilen Temsillerdeki Başarı Durumları

Öğrencilerin tercih ettikleri temsillerdeki başarı durumları her bir temsil özelinde sunulmuştur.

#### 5.1.2.1. Model Temsili Tercih Eden Öğrencilerin Diğer Temsillere Geçiş Durumları

Tablo 5.2'de model temsili tercih eden öğrencilerin model olarak verilmiş işlemlerden diğer temsillere geçiş durumları yüzdesel olarak sunulmuştur. Tablo incelediğinde toplama işlemi model temsili tercih eden öğrencilerin (n=25) en fazla başarıyı(%76) cebirsel temsile geçişte gösterdikleri görülmüştür. Yine öğrencilerin çoğunluğu model temsilden modele geçişte başarılı iken bu öğrencilerin hem toplama hem de çıkarma işlemlerinde metinsel ve sayı doğrusu temsillerine geçişte çoğunlukla başarısız oldukları görülmektedir. Ayrıca toplama işlemi olan durumun aksine çıkarma işlemi model temsili tercih eden öğrencilerin diğer temsillere geçişte genel anlamda daha başarısız oldukları göze çarpmaktadır.

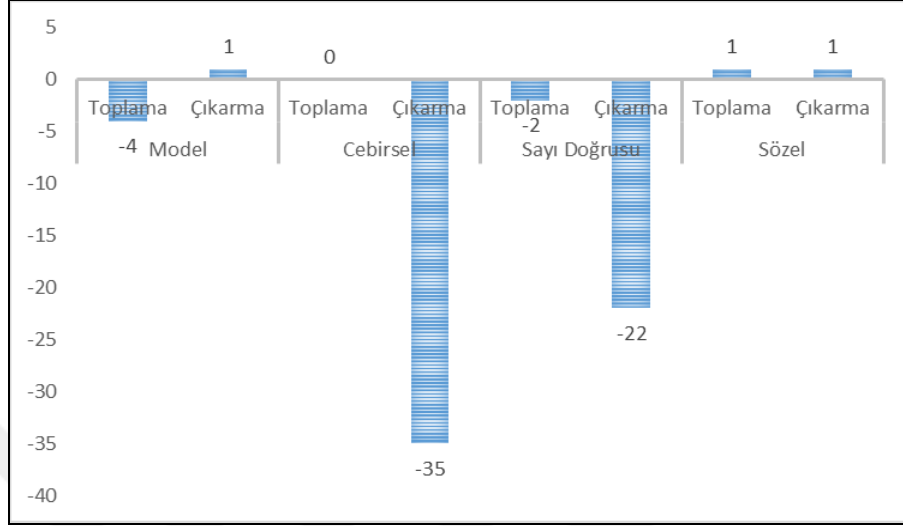
Tablo 5.2. Model temsili tercih edenlerin diğer temsillere geçiş durumları (%)

	Model		Cebirsel		Metinsel		Sayı Doğrusu	
	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış
Toplama	60	40	76	24	20	68	8	84
Çıkarma	40	60	12	76	8	60	12	76

Grafik 5.1 örneklem ortalamaları temel alınarak oluşturulmuştur. Grafik 5.2'de 0 noktası örneklemin başarı ortalaması olarak kabul edilmiştir. Grafikte model temsili tercih eden öğrencilerin bu temsilden diğer temsillere geçişteki başarı durumları tüm örneklemin model temsilden diğer temsillere geçiş durumlarındaki başarıları ile kıyaslanmıştır. Grafik incelendiğinde genel anlamda model temsili tercih eden öğrencilerin başarı durumları, örneklemin bu temsildeki başarı durumlarından önemli oranda farklılaşmamıştır. Ancak model temsili tercih eden öğrencilerin, cebirsel ve



sayı doğru temsillerinde çıkarma işlemindeki başarı durumlarının, örneklemin bu temsillere geçişteki başarı durumlarına kıyasla sınıf başarısının oldukça (cebirselsel için %35 ve sayı doğrusu için %22) altında olduğu görülmektedir.



Grafik 5.1. Model temsili tercih edenlerin bu temsildeki başarı durumlarının diğer öğrencilerle karşılaştırması

### 5.1.2.2. *Cebirselsel Temsili Tercih Eden Öğrencilerin Diğer Temsillere Geçiş Durumları*

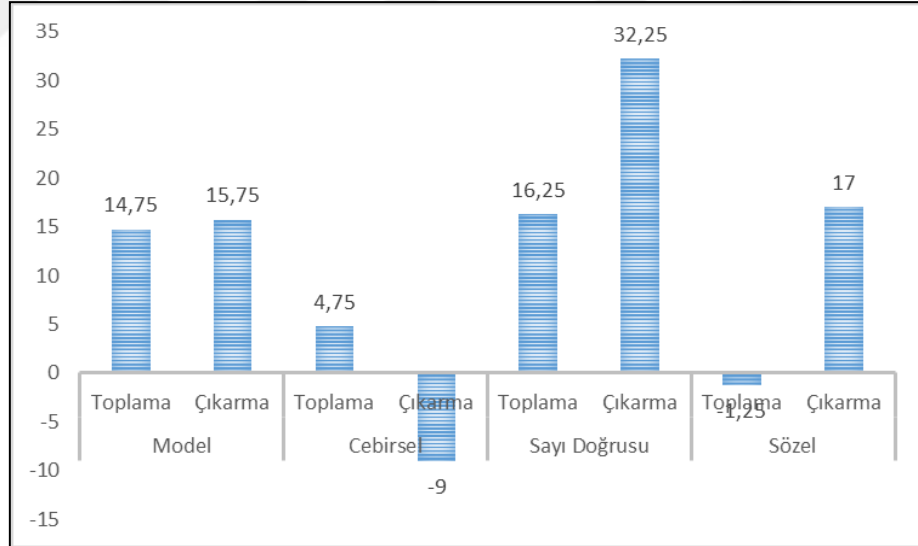
Tablo 5.3'te cebirselsel temsili tercih eden öğrencilerin cebirselsel olarak verilmiş işlemlerden diğer temsillere geçiş durumları yüzde olarak sunulmuştur. Tablo incelendiğinde kesirlerde toplama işleminde cebirselsel temsili tercih eden öğrencilerin (n=18) model temsili ile kendi tercihlerinde (cebirselsel) aynı oranda(%69) ve daha başarılı oldukları görülmüştür. Öğrencilerin kesirlerde toplama işleminde cebirselsel temsilden diğer temsil türlerine geçişte kendi temsil tercih türünde ve model temsilde başarılı, metinsel ve sayı doğrusu temsillerine geçiş durumlarında cebirselsel ve model temsillere geçiş durumlarına nazaran başarısız oldukları görülmektedir. Cebirselsel temsili tercih eden öğrencilerin kesirlerde çıkarma işlemlerinde cebirselsel temsilden sayı doğrusu temsiline geçişte toplama işlemine kıyasla daha başarılı oldukları görülmektedir.

Tablo 5.3. Cebirsel temsili tercih edenlerin diğer temsillere geçiş durumları (%)

	Model		Cebirsel		Metinsel		Sayı Doğrusu	
	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış
Toplama	69	31	69	31	19	63	31	56
Çıkarma	63	26	50	38	25	44	56	18

Grafik5.2’de cebirsel temsili tercih eden öğrencilerin bu temsilden diğer temsillere geçişteki başarı durumları örneklemin cebirsel temsilden diğer temsillere geçiş durumlarındaki başarıları ile kıyaslanmıştır. Grafik incelendiğinde genel anlamda cebirsel temsilde verilmiş soruları tercih eden öğrenciler, bu temsilden diğer temsil türlerine geçişte genel anlamda örneklemin başarı ortalamasına kıyasla daha başarılı olmuşlardır. Ancak cebirsel temsili tercih eden öğrencilerin, cebirsel temsile geçişte çıkarma işlemindeki ve metinsel temsilde çıkarma işlemlerinde örneklem başarısının altında kaldıkları görülmektedir.

Grafik 5.2. Cebirsel temsili tercih edenlerin bu temsildeki başarı durumlarının diğer öğrencilerle karşılaştırması



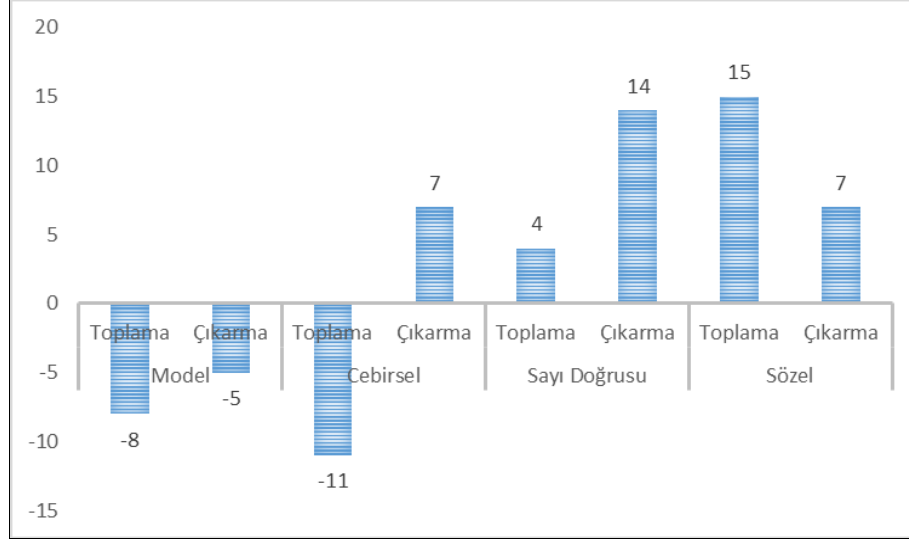
### 5.1.2.3. Sayı Doğrusu Temsilini Tercih Eden Öğrencilerin Diğer Temsillere Geçiş Durumları

Tablo 5.4'te sayı doğrusu temsilini tercih eden öğrencilerin sayı doğrusu olarak verilmiş işlemlerden diğer temsillere geçiş durumları yüzde (%) olarak sunulmuştur. Tabloya bakıldığında sayı doğrusu temsilini tercih eden öğrencilerin (n=5) toplama işlemlerinde model ve cebirsel temsillere geçişte nispeten daha başarılı oldukları, metinsel ve sayı doğrusu temsillerine geçişlerde daha başarısız oldukları görülmektedir. Ayrıca sayı doğrusu temsilini tercih edenlerin kendi temsil tercihlerinde çıkarma işleminde(%29) toplama işlemine (%14) göre daha başarılı oldukları görülmektedir.

Tablo 5.4. Sayı doğrusu temsilini tercih edenlerin diğer temsillere geçiş durumları (%)

	Model		Cebirsel		Metinsel		Sayı Doğrusu	
	D	Y	D	Y	D	Y	D	Y
Toplama	43	29	43	57	29	43	14	29
Çıkarma	29	57	43	57	14	57	29	14

Grafik 5.3' te sayı doğrusu temsilini tercih eden öğrencilerin bu temsilden diğer temsillere geçişteki başarı durumları tüm örneklemin sayı doğrusu temsilden diğer temsillere geçiş durumlarındaki başarıları ile kıyaslanmıştır. Grafik incelendiğinde sayı doğrusu temsilini tercih eden öğrencilerin kendi temsil tercihlerinde ve metinsel temsilde başarılı oldukları görülmektedir. Sayı doğrusu temsilini tercih eden öğrenciler model temsilde ve cebirsel temsilde toplama işleminde örneklem başarısının altında kaldığı görülmektedir.



Grafik 5.3.Sayı doğrusunu tercih edenlerin bu temsildeki başarı durumlarının diğer öğrencilerle karşılaştırması

#### 5.1.2.4. Metinse Temsili Tercih Eden Öğrencilerin Diğer Temsillere Geçiş Durumları

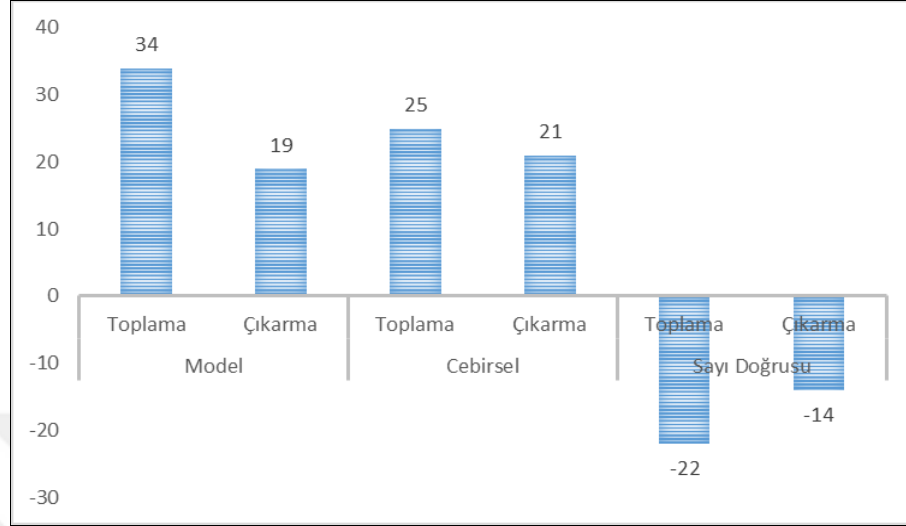
Tablo 5.5'te metinsel temsili tercih eden öğrencilerin metinsel olarak verilmiş işlemlerden diğer temsillere geçiş durumları yüzde olarak sunulmuştur. Tablo incelediğinde toplama işleminde cebirsel temsile geçişte ve model temsile geçişte %100 (n=3) başarı gösterdikleri görülmüş, bunun yanı sıra metinsel temsili tercih eden öğrencilerin tamamının sayı doğrusuna geçişte başarısız oldukları gözlenmektedir.

Tablo 5.5. Metinsel temsili tercih edenlerin diğer temsillere geçiş durumları (%)

	Model		Cebirsel		Sayı Doğrusu	
	D	Y	D	Y	D	Y
Toplama	100	0	100	0	0	100
Çıkarma	50	50	50	50	0	100

Grafik 5.4' te metinsel temsili tercih eden öğrencilerin bu temsilden diğer temsillere geçişteki başarı durumları verilmiştir. Metinsel temsili tercih eden öğrencilerin genel anlamda model temsile ve cebirsel temsile geçişte örneklem başarısını üstünde başarı gösterdikleri fakat sayı doğrusu temsiline geçişte hem toplama hem de çıkarma

işleminde örneklemin sayı doğruna geçiş başarı durumuna kıyasla örneklem başarısının altında oldukları görülmektedir.



Grafik 5.4. Metinsel temsili tercih edenlerin bu temsildeki başarı durumlarının diğer öğrencilerle karşılaştırması

## 5.2. Temsiller Arası Geçiş Becerileri

Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinde farklı temsiller arası geçiş becerilerine ait bulgular Tablo 5.6'da verilmiştir. Geçiş yönü yatay eksendeki temsillerden düşey eksendeki temsillere doğrudur.

Tablo 5.6. Temsiller arası geçiş becerisi

	Model		Cebirsel		Sayı Doğrusu		Metinsel	
	+	-	+	-	+	-	+	-
Model	64	39	76	47	10	34	19	7
Cebirsel	54	47	64	59	15	24	20	8
Sayı Doğrusu	51	34	54	36	10	15	14	7
Metinsel	66	31	75	29	22	14	GT	GT

Not: GT: Geçiş tanımlanmadı

Tablo incelendiğinde öğrencilerin temsiller arası geçişte daha başarılı olduğu durumların toplama işleminde model temsilde verilen soruya cebirsel cevabın istendiği (%76) ve metinsel olarak verilmiş soruların cebirsel ifadesinin istendiği

(%75) durumlar olduğu belirlenmiştir. Yine toplama işleminde model ve cebirsel temsilleri oluşturma ile ilgili geçişlerde öğrencilerin çoğunluğunun başarılı olduğu ortaya çıkmaktadır. Diğer taraftan toplama işleminde sayı doğrusu temsili ve metinsel temsillerin oluşturulması gereken geçişlerde öğrencilerin başarıları oldukça düşük (%14-%22 arası) kalmıştır.

Tablo 5.6'ya göre çıkarma işlemine ait bulgular incelendiğinde genel olarak öğrencilerin başarı durumlarının toplama işlemine kıyasla daha düşük yüzdelerde olduğu görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin temsiller arası geçişte en başarılı olduğu durumun cebirsel olarak verilen soruya cebirsel cevabın istendiği (%59) geçiş olduğu belirlenmiştir. Yine öğrencilerin yarıya yakının çıkarma işleminde model-cebirsel ve cebirsel-model geçişi gerektiren sorularda başarılı olduğu ortaya çıkmaktadır. Diğer taraftan çıkarma işleminde geriye kalan temsil eşleşmelerinde özellikle de metinsel temsili oluşturma gerektiren geçişlerde öğrencilerin oldukça düşük başarılar gösterdikleri gözlemlenmektedir.

### **5.3. Temsil Oluştururken Karşılaşılan Durumlar**

Bu kısımda temsillerle ilgili karşılaşılan sorunlar daha önceden belirlenen ölçütler doğrultusunda analiz edilip sunulmuştur. Verilen değerler her bir temsili oluşturmak için yer verilen sorulara ait cevaplardan elde edilmiştir.

#### **5.3.1. Model Temsil Oluştururken Karşılaşılan Durumlar**

Tablo 5.7'de öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde model temsil oluşturma sürecinde karşılaştıkları zorluklara yer verilmiştir. Tabloya bakıldığında model oluşturma sürecinde izlenilmesi gereken adımların her birinde hatalarla karşılaşılmıştır. Bulgular özel olarak analiz edildiğinde, öğrencilerin kesirlerde toplama işleminde model temsil oluşturmada verilen kesre uygun birimlere bölünmüş bütünlere (paydayı) belirleme ve kesre uygun bütünlere payı belirleme adımlarında daha fazla hata yaptıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin çıkarma işlemlerinde yer alan soruları daha fazla cevapsız bıraktıkları gözlemlenmiştir. Diğer taraftan öğrencilerin çıkarma işleminde verilen işlemleri model üzerinde gerçekleştirme ve kesre uygun

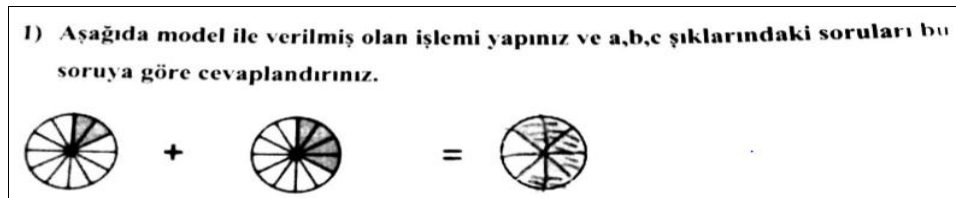
bütünlerden payı belirleme adımlarında yaptıkları hatalarının yoğun olduğu görülmektedir.

Tablo 5.7. Model temsil oluştururken karşılaşılan hatalar (f)

Adımlar	Toplama	Çıkarma
Payda belirleme	55	48
Pay belirleme	43	55
Gerekliyse payda eşitleme	30	52
İşlemi gerçekleştirme	48	72
Cevapsız	18	47

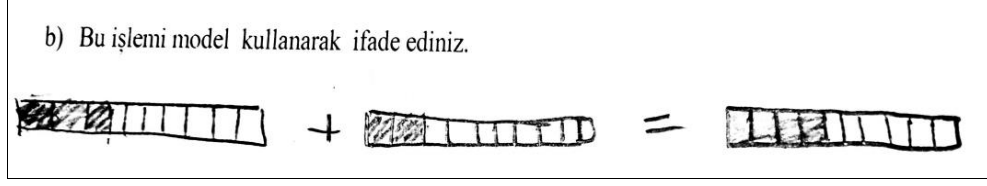
Not: Model temsil oluşturma gerektiren 8 soruya ait cevaplardan elde edilmiştir.

Öğrencilerin sıkça karşılaştıkları durumlarla ilgili örnekler incelendiğinde Şekil 5.1’de toplama işleminde payda belirleme aşamasında yer alan bir hataya örnek verilmiştir. Şekle göre öğrenciden model üzerinde verilmiş olan  $\frac{2}{12}$  ile  $\frac{4}{12}$  kesirlerini toplaması istenmiştir. Öğrenci cevapta oluşturduğu modelde 8 birimlik bir sekil çizmiş (payda) ve 6 birim (pay) işaretleyerek çözümü  $\frac{6}{8}$  şeklinde ifade etmiştir. Öğrenci şekildeki model temsili model üzerinde toplama işlemi gerçekleştirirken bütünü eş parçaya ayırmadığı sadece taralı alanları topladığı görülmektedir.



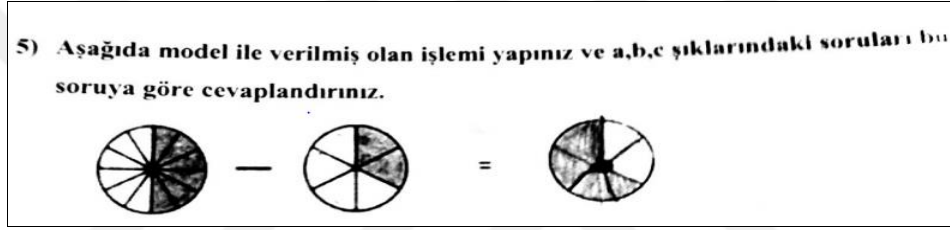
Şekil 5.1. Model temsilden model temsile geçişte payda belirleme hata örneği (Ö28)

İşlemi gerçekleştirme ile ilgili hataya örnek ise şekil 5.2’ de verilmiştir. Burada öğrenci metinsel olarak verilmiş kesirleri(onda üç ve onda iki)ayrı ayrı model üzerinde belirlemiş ancak toplama işlemini gerçekleştirirken cevapta oluşturduğu modelde 10 birimlik bir sekil çizmiş (payda) ve 4 birim (pay) işaretleyerek çözümü  $\frac{4}{10}$  şeklinde ifade etmiştir. Öğrenci şekildeki metinsel temsilden model temsile geçişte toplama işlemi gerçekleştirirken bütünü eş parçaya ayırabilmiş fakat istenen kısmı tarayamadığı görülmüştür.



Şekil 5.2. Metinsel temsilden model temsile geçişte işlemi gerçekleştirme hata örneği (Ö16)

Şekil 5.3' te model temsilden model temsile geçişte payda eşitleme ve işlemi gerçekleştirme hata örneği sunulmuştur. Model temsilde verilmiş kesirlere bakıldığında öğrenci işlemsel beceri bakımından ikinci bütünü birinci bütünüle aynı şekilde eş parçalayamadığı ve eşit olmayan parçaları birbirinden çıkardığında oluşan yeni kesirde uygun birime bölemediği gözlenmektedir.



Şekil 5.3. Model temsilden model temsile geçişte payda eşitleme ve işlemi gerçekleştirme hata örneği (Ö72)

### 5.3.2. Cebirsel Temsil oluştururken Karşılaşılan Durumlar

Tablo 5.8'de öğrencilerin cebirsel temsil oluştururken karşılaştıkları problemler önceden belirlenen ölçütler doğrultusunda sunulmuştur.

Tablo 5.8. Cebirsel temsil oluşturma becerisi

Adımlar	Toplama	Çıkarma
Temsile ait numerik ifadeyi yazma	27	30
İşlemi cebirsel olarak ifade etme	17	30
Gerekliyse payda eşitleme	19	34
İşlemi Gerçekleştirme	39	56
Cevapsız	27	57

Tablo incelendiğinde cebirsel temsil oluşturma sürecinde izlenilmesi gereken adımların her birinde hatalarla karşılaşmış, ancak toplama işleminde işlemi gerçekleştirme ve temsile ait numerik ifadeyi yazma adımlarında hataların yoğun olduğu görülmüştür. Öğrencilerin çıkarma işlemlerinde yer alan soruları daha fazla cevapsız bıraktıkları gözlemlenmiş,



çıkarma işlemlerinde işlemi gerçekleştirme adımında yapılan hatalara daha fazla rastlanmıştır.

Öğrencilerin cebirsel temsilde sıkça karşılaştıkları hatalara bakıldığında Şekil 5.4’de model temsili verilmiş olan kesirleri (Ö68) cebirsel olarak doğru ifade eden öğrencinin kesirleri cebirsel olarak çıkaramadığı görülmektedir. Yapılan işlemde paydan payı çıkarıp paya, paydadan paydayı çıkartıp paydaya yazdığı anlaşılmaktadır. Pay ve paydayı ayrı ayrı düşünerek çıkarma işlemi yapmıştır. Yani payları kendi arasında, paydaları da kendi arasında çıkartarak sonuca ulaştığı görülüyor. Altta yer alan örnekte de olduğu gibi kesirlerde çıkarma toplama işlemi yaparken pay ve paydayı ayrı ayrı düşünerek çıkarma işlemi yapmıştır.

a) Bu işlemi matematiksel olarak (kesirleri kullanarak) ifade ediniz.

$$\frac{6}{12} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$$

Şekil 5.4. Model temsilden cebirsel temsile geçişte işlem gerçekleştirme hata örneği (Ö68)

Şekil 5.5’ de cebirsel temsilde verilmiş olan kesirleri kendi temsili türünde toplama işlemi yapılması istenilmiştir. Öğrencinin kesirlerde toplama işlemi yaparken payı ve paydayı ayrı sayılar olarak düşündüğü ve o şekilde toplama işlemini gerçekleştirdiği görülmektedir.

2) Aşağıda matematiksel olarak verilmiş olan işlemi yapınız ve a,b,c şıklarındaki soruları bu soruya göre cevaplandırınız.

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{4}{12}$$

Şekil 5.5. Cebirsel temsil oluşturmada işlem gerçekleştirme hata örneği (Ö25)

Şekil 5.6’da payda eşitleme hatasına örnek bir durum sergilenmiştir. Bu soruda cebirsel temsilde verilmiş olan kesirleri cebirsel olarak toplama gerekmektedir. Öğrenci işlemi gerçekleştirirken payda eşitlemesi gerektiğini bildiği ancak payda eşitleyebilmek için kesri genişletip denk kesir elde etmesi gerektiği konusunda payı genişletmeden işlem yaptığı görülmektedir.

6) Aşağıda matematiksel olarak verilmiş olan işlemi yapınız ve a,b,c şıklarındaki soruları bu soruya göre cevaplandırınız.

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

Şekil 5.6. Cebirsel temsil oluşturmada payda eşitleme hatası örneği (Ö12)

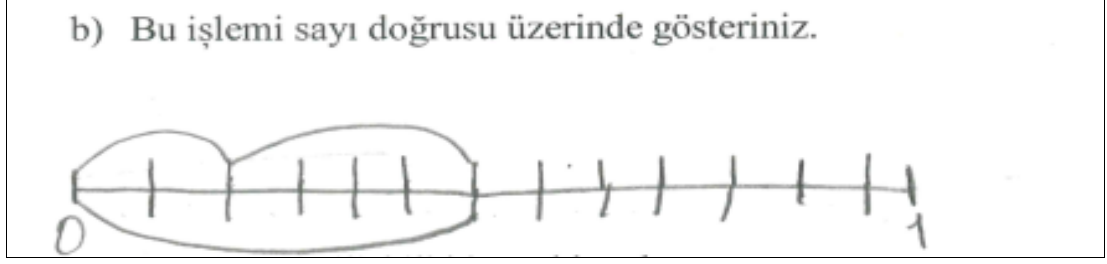
### 5.3.3. Sayı Doğrusu Temsili Oluştururken Karşılaşılan Durumlar

Tablo 5.9'da öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemi sayı doğrusu üzerinde gerçekleştirirken karşılaştıkları hatalar belirlenmiştir. Genel olarak her bir adımda hatalarla karşılaşılmasına rağmen, öğrencilerin kesirleri sayı doğrusunda ifade etme (oklarla gösterme), verilen işlemi sayı doğrusunda belirleme ve sonucu (ok çıkararak) gösterme adımlarında çok sayıda hata yaptıkları belirlenmiştir. Diğer taraftan çoğu öğrencinin bu sorularını cevapsız bıraktıkları gözlenmiştir.

Tablo 5.9. Sayı doğrusu modeli oluşturma becerisi

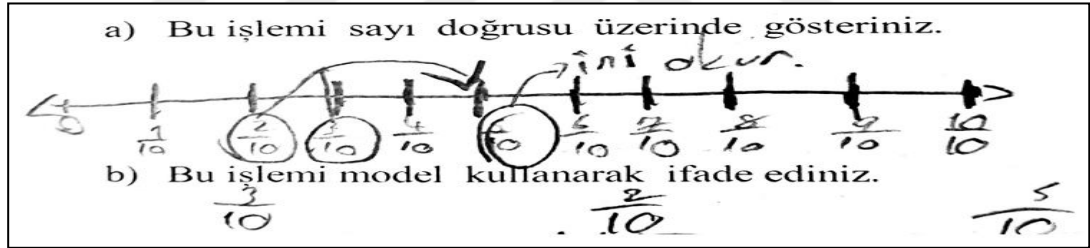
Adımlar	Toplama	Çıkarma
Sayı doğrusunu çizme	1	1
Tam sayıları yerleştirme	22	14
Eş birimlere ayırma (payda belirleme)	55	45
Kesirleri ifade etme (oklarla pay gösterme)	105	75
İşlemi belirleme	88	88
Sonucu (ok çıkararak) gösterme	123	90
Cevapsız	55	81

Şekil 5.7'de öğrencilerin sıkça yaptıkları hatalardan birisi olan bütünü eş parçalara ayırıp sayı doğrusunda belirleme yani paydaları yerleştirme konusuna bir örnek sunulmuştur. Şekilde bütün on iki eş parçaya bölünmesi gerekirken bütüne on iki çizgi çizip bütünün on üç parçaya bölünmüş olduğu görülüyor.



Şekil 5.7. Eş birimlere ayırma (payda belirleme) hata örneği (Ö64)

Şekil 5.8’de işlemi gerçekleştirme ile ilgili hata örneği mevcuttur. Öğrenci  $\frac{3}{10} + \frac{2}{10} = \frac{5}{10}$  işlemini sayı doğrusunda gerçekleştirirken sayı doğrusunu tam olarak inşa edebilmiştir. Ancak sayı doğrusunda toplama işlemi yaparken sadece kesir ifadelerine odaklanmış ve bunların yerlerini sayı doğrusunda belirleyip buradan cebirsel olarak bilinen sonucun değerini sayı doğrusunda göstermiştir. Kesirlerde toplama işlemi gerçekleştirilememiştir.



Şekil 5.8. İşlemi gerçekleştirme hata örneği (Ö27)

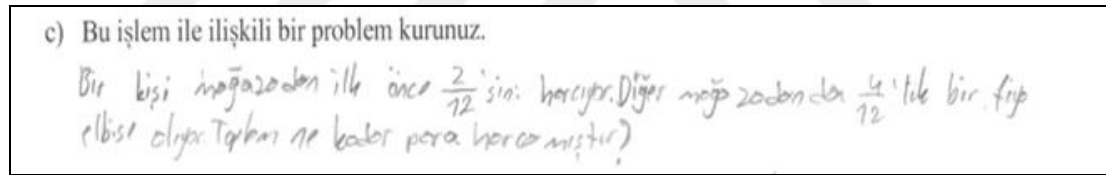
### 5.3.4. Metinsel Temsil Oluştururken Karşılaşılan Durumlar

Tablo 5.10’da öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemi metinsel temsil üzerinde gerçekleştirirken karşılaştıkları hatalar belirlenmiştir. Genel olarak her bir adımda hatalarla karşılaşmış fakat en çok hatayı, öğrencilerin kesirleri metinsel olarak uygun senaryo oluşturma ve soru kökünde verilen işlemi doğru ifade edebilme adımlarında yaptıkları belirlenmiştir. Metinsel temsilde toplama çıkarma işleminde cevapsız soru sayıları oldukça fazla olduğu hatta çıkarma işleminde toplamaya kıyasla cevapsız soru sayısının fazla olduğu dikkati çekmektedir.

Tablo 5.10. *Metinsel temsil oluşturma becerisi*

Adımlar	Toplama	Çıkarma
Kesirleri doğru ifade etme	32	24
Verilen kesirlere uygun nesnelere (parçalanacak bütünler) belirleme	25	33
Verilen işleme uygun senaryo oluşturma	36	60
Soru kökünde verilen işlemi ifade edebilme	84	82
Cevapsız	52	69

Şekil 5.9’da model temsilde toplama işlemine ilişkin metinsel temsil oluşturma ile ilgili verilen işleme uygun senaryo oluşturma ve soru kökünde verilen işlemi ifade edebilme hatalarına örnek bir durum sunulmuştur. Öğrenci verilen kesirleri matematiksel olarak ifade ederek bir senaryo kurmuş ve kurmuş olduğu senaryoda parasının ilk önce  $\frac{2}{12}$  si daha sonra  $\frac{4}{12}$  sini harcamıştır. Öğrenci problem senaryosunu oluştururken başlangıç durumunu net olarak ortaya koyamamış, cümleleri tam olarak ifade edememiş ve ayrıca soru kökünde ise parasının kaçta kaçını harcadı cümlesi olması gerekirken “kaç para harcadı” şeklinde soru kökü oluşturmuştur.



Şekil 5.9. Model temsilden metinsel temsile geçişinde senaryo oluşturma ve soru kökü belirleme hata örneği (Ö27)

Şekilde 5.10’da metinsel temsilde çıkarma işleminde işleme uygun senaryo oluşturma hatası örneği verilmiştir. Öğrenci model ifadesi verilmiş olan çıkarma işleminde kesirleri doğru ifade etmiştir. Soru kökünde çıkarma işleminde kullanılan geriye kalan miktarı sorarak çıkarma işlemini ifade etmiş fakat senaryoyu oluştururken belirlenen kesirlerin toplanmasını gerektiren senaryo kurmuştur. Buna ek olarak soru kökünde kesirsel sonuç değil dilim miktarı sorularak sonucun bir doğal sayı olması gereken bir durum oluşturulmuştur.

c) Bu işlem ile ilişkili bir problem kurunuz.

Bir kekin önce  $\frac{6}{12}$ 'sini sonra  $\frac{4}{12}$ 'sini yemiştir.  
Geride kaç dilim kek kalıyor?

Şekil 5.10. İşleme uygun senaryo oluşturma hata örneği (Ö15)

Şekil 5.11'de işleme uygun (parçalanabilecek) nesne belirleme hatasına örnek sunulmuştur. Bu soru sayı doğrusu üzerinde verilen çıkarma işlemine uygun metinsel temsil oluşturmayı gerektirmektedir. Öğrenci kesirleri doğru belirlemesine rağmen parçalanabilecek bütünlerin ne olduğunu tam olarak ifade edememiştir. Öğrenci soru kökü olarak çıkarma işlemi yapılması gereken bir problem cümlesi kurmuş fakat kesirlerle çıkarma işlemi değil doğal sayılarda çıkarma işlemi ifade ettiği görülmüştür.

c) Bu soruyla ilişkili bir problem kurunuz.

20 parçadan ben  $\frac{8}{20}$ 'sini aldım, annem  
 $\frac{2}{20}$ 'sini aldı ben annemden kaç parça fazla  
aldım?

Şekil 5.11. Verilen kesirlere uygun nesnelere (parçalanacak bütünler) belirleme ve soru kökünde verilen işlemi ifade edebilme hata örneği (Ö32)

## 6. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu kısımda öncelikle her bir araştırma problemine yönelik bulgular ifade edilmiştir ve daha sonra bu bulgulara ait sonuçlar ve ilgili tartışma gerçekleştirilmiştir. Son olarak öneriler kısmıyla bu bölüm tamamlanmıştır.

### 6.1. Araştırma Sorularına Ait Cevaplar

#### 6.1.1. Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerde Toplama ve Çıkarma İşlemlerinde Cebirsel, Model, Metinsel ve Sayı Doğrusu Temsillerine Ait Tercihleri Nelerdir ve Kendi Tercihlerindeki Başarı Durumları Nasıldır?

Bu soru araştırmanın ilk problem cümlesidir. Bu cümlenin ilk kısmında altıncı sınıf öğrencilerini kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde cebirsel, model, metinsel ve sayı doğrusu temsillerine ait tercihleri neler olduğunun ortaya konması istenmektedir. Araştırma bulgularına göre en çok tercih edilen temsil türü model temsilidir(%42). Cebirsel temsil tercihlerde ikinci sırada yer alırken metinsel temsiller en az tercih edilen temsil türü olmuştur.

Bu problemin ikinci kısmında kendi tercihlerindeki başarı durumları sorulmuştur. Model temsili tercih eden öğrenciler, model temsile geçişte diğer temsil durumlarına geçiş başarılarına oranla, genel anlamda daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Ayrıca toplama işleminde olan durumun aksine, çıkarma işleminde model temsili tercih eden öğrencilerin, diğer temsillere geçişte genel anlamda daha başarısız oldukları belirlenmiştir. Ayrıca model temsili tercih eden öğrencilerin başarı durumları, tüm öğrencilerin bu temsildeki başarı durumlarından önemli oranda farklılaşmadığı görülmüştür.

Cebirsel temsili tercih eden öğrencilerin kendi tercihlerindeki başarı durumları incelediğinde ise toplama işleminde kendi tercihlerine geçişte daha başarılı olduğu, çıkarma işleminde ise model temsile geçişte diğer temsillere geçiş başarılarına oranla daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Ayrıca toplama işleminde olan durumun aksine çıkarma işleminde cebirsel temsili tercih eden öğrencilerin diğer temsillere geçişte

genel anlamda daha başarısız oldukları ve cebirsel temsili tercih eden öğrencilerin başarı durumları tüm öğrencilerin bu temsilden diğer temsillere geçişteki başarı durumlarından daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Sadece cebirsel temsilden cebirsel temsile geçişte sınıf başarısının altında bir başarı gösterdikleri gözlenmiştir.

Oldukça az öğrenci tarafından tercih edilen sayı doğrusu ( $n=5$ ) ve metinsel temsillerdeki ( $n=3$ ) durum incelendiğinde sayı doğrusunu tercih eden öğrencilerin diğer temsillere geçişteki başarı durumlarının %50'nin altında olduğu özellikle tercih ettikleri temsile ve metinsel temsile geçiş gerektiren durumlarda daha az başarı gösterdikleri belirlenmiştir. Sayı doğrusu temsili tercih eden öğrencilerin bu temsilden diğer temsil türlerine geçişteki başarılarının tüm katılımcılarla kıyaslandığında genel anlamda daha başarılı oldukları ancak çıkarma işleminde model temsile geçişte, toplama işleminde ise cebirsel ve model temsillere geçişte daha başarısız oldukları ortaya çıkmıştır. Metinsel temsili tercih eden öğrencilerin bu temsilden diğer temsillere geçişteki başarı durumlarında ise metinsel temsili tercih eden öğrencilerin genel anlamda model temsilde ve cebirsel temsilde tüm sınıfa göre daha başarılı oldukları fakat sayı doğrusu temsiline geçişte hem toplama hem de çıkarma işleminde sınıf başarısının altında oldukları belirlenmiştir.

### **6.1.2. Öğrencilerin Kesirlerde Toplama Çıkarma İşleminde Yer Verilen Çoklu Temsiller Arasında Geçiş Durumları Nasıldır?**

Genel olarak öğrencilerin toplama işleminde temsiller arası geçişte daha başarılı olduğu durumlar cebirsel olarak verilen soruya cebirsel cevabın istendiği ve metinsel olarak verilmiş soruların cebirsel ifadesinin istendiği durumlar olduğu belirlenmiştir. Diğer taraftan toplama işleminde sayı doğrusunun ve metinsel temsillerin oluşturulması gereken geçişlerde öğrencilerin başarıları oldukça düşük (%14-%22 arası) kalmıştır. Çıkarma işlemine ait bulgulara bakıldığında genel olarak öğrencilerin başarı durumlarının toplama işlemine kıyasla daha düşük yüzdelerde olduğu görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin temsiller arası geçişte en başarılı olduğu durumun cebirsel olarak verilen soruya cebirsel cevabın istendiği (%59) geçiş olduğu belirlenmiştir. Yine öğrencilerin yarıya yakının çıkarma işleminde model-cebirsel ve cebirsel-model geçişi gerektiren sorularda başarılı olduğu ortaya çıkmaktadır. Diğer

tarafından çıkarma işleminde geriye kalan temsil eşleşmelerinde özellikle de metinsel temsili oluşturma gerektiren geçişlerde öğrencilerin oldukça düşük başarılar gösterdikleri görülmüştür.

### **6.1.3. Öğrencilerin Kesirlerde Toplama Çıkarma İşleminde Ele Alınan Temsil Türlerini Oluşturma Becerileri Nasıldır?**

Araştırma bulgularına göre kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde genel olarak temsil türlerinin çoğunda kesirlerde toplama işleminde çıkarma işlemine kıyasla daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Tüm temsil türlerini oluşturma durumları analizlerinden elde edilen sonuçlar detaylı olarak aşağıda belirlenmiştir.

#### **6.1.3.1. Model Temsil Oluşturma Durumları**

Model temsil oluşturma sürecinde izlenilmesi gereken adımların her birinde hatalarla karşılaşmıştır. Bulgular özel olarak analiz edildiğinde, öğrencilerin kesirlerde toplama işleminde model temsil oluşturmada verilen kesre uygun birimlere bölünmüş bütünlü (paydayı) belirleme verilen iki modeli eş parçalara ayıramama ve kesre uygun bütünlüden payı belirleme adımlarında daha fazla hata yaptıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin çıkarma işlemlerinde yer alan soruları daha fazla cevapsız bıraktıkları görülmüş ve öğrencilerin çıkarma işleminde verilen işlemleri model üzerinde gerçekleştirme ve kesre uygun bütünlüden payı belirleme adımlarında yaptıkları hatalarının yoğun olduğu belirlenmiştir.

#### **6.1.3.2. Cebirsel Temsil Oluşturma Durumları**

Öğrencilerin cebirsel temsil oluştururken karşılaştıkları durumlar incelendiğinde, cebirsel temsil oluşturma ile ilgili her bir adımda hatalar yapıldığı belirlenmiş ancak toplama işleminde işlemi gerçekleştirme ve temsile ait matematiksel ifadeyi yazma adımlarında hataların daha yoğun olduğu belirlenmiştir. Cebirsel temsilde yapılan hatalara bakıldığında payda eşitlemesi gerekli olan durumlarda genel olarak öğrenci paydayı genişletip payı genişletmediği veya payda eşitlemeden payı payla paydayı da paydayla işlem yaptığı belirlenmiştir. Yine öğrencilerin cebirsel işlem gerektiren sorularda pay ve paydayı farklı sayılar gibi düşündüğü ve toplama ve çıkarma işlemi



yaparken payı pay ile paydayı da payda ile toplama veya çıkarma işlemini gerçekleştirdiği belirlenmiştir. Burada öğrencilerin pay ve paydayı farklı sayılar gibi düşündükleri ortaya çıkmıştır.

#### **6.1.3.3. Sayı Doğrusu Temsili Oluşturma Durumları**

Öğrencilerin kesirlerde sayı doğrusunda toplama ve çıkarma işlemini üzerinde gerçekleştirirken genel olarak her bir adımda hatalarla karşılaşmıştır. Sayı doğrusu temsiline bazı öğrenciler kesir sayısını sayı doğrusu üzerinde gösterirken, bütünü eş parçalara ayrılmasında hata yapmışlardır. Bu işlemde iki tam sayı arasını, istenen payda sayısına bölme durumunda baştaki ve sondaki tam sayıları da hesaba katarak iki tam sayı arasına paydadaki sayının iki nokta eksiği kadar nokta yerleştirme yoluyla bütünü olması gerekenden bir eksik sayıda eş parçalara ayırdığı görülmektedir. Bazı öğrenciler ise, iki tam sayı arasına paydadaki sayı kadar nokta yerleştirme yoluyla bütünü olması gerekenden bir fazla sayıda parçalara ayırma gibi durumlarla karşılaşmıştır. Kesirleri sayı doğrusunda ifade etme (oklarla gösterme), verilen işlemi sayı doğrusunda belirleme ve sonucu (ok çıkararak) gösterme adımlarında daha fazla sayıda hata yaptıkları belirlenmiştir. Yine öğrencilerin bir kısmı farklı temsillerde işlemi gerçekleştirip sayı doğrusu üzerine nokta olarak sonucu ifade ettikleri görülmüştür. Pesen(2007)'de benzer sonuçları rapor etmektedir. Bu çalışmada genel olarak öğrencilerin sayı doğrusu üzerinde işlemi gerçekleştiremedikleri sayı doğrusunda öğrencilerin kesrin yerini ifade edebildikleri fakat işlemsel olarak başarısız oldukları sonucu ortaya çıkmıştır.

#### **6.1.3.4. Metinsel Temsili Oluşturma Durumları**

Öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemini metinsel temsil üzerinde gerçekleştirirken genel olarak her bir adımda hatalarla karşılaşmış fakat en çok hatayı uygun senaryo oluşturma ve soru kökünde verilen işlemi doğru ifade edebilme adımlarında yaptıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin soru kökünü oluşturmada kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde (%84-%82) hatalarının olduğu belirlenmiş, en çok soru kökü hataları arasında kesre tamsayı anlamı veren cümleler kurulduğu görülmüştür. Bu sonuçlar Işık ve Kar'ın (2012) çalışmasıyla paralellik

göstermektedir. Metinsel temsil oluşturma durumunda öğrencilerin bir kısmının parçalanamayan nesnelere problem cümlesi oluşturmaya çalıştıkları öğrencilerin kesirlerde parça-bütün ilişkisini bilmelerine rağmen burada nesnelere rasyonel sayı şeklinde algılanmasına sebep olduğu görülmüştür.

Araştırmanın sonuçlarına göre öğrenciler kesirlerde toplama çıkarma işleminde en çok cebirsel temsilde ve model temsilde başarılı olmuşlardır. Diğer taraftan metinsel temsilleri oluşturma becerilerinde cebirsel ve model temsiline göre daha başarısız oldukları sonucu ortaya çıkmıştır.

## **6.2. Tartışma**

Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama çıkarma işlemlerinde çoklu temsillerin kullanım becerilerini araştırmak üzere hazırlanan çoklu temsil testinde öğrencilerin temsil tercihleri araştırılmış temsil tercihlerinde en çok model ve cebirsel temsili tercih ettikleri ortaya çıkmıştır. Diğer taraftan sayı doğru ve metinsel temsilin çok fazla tercih edilmediği görülmüştür. Herman (2002) öğrencilerin fonksiyonlar ile ilgili temsil tercihlerini incelemiş ve öğrencilere problemleri çözme esnasında birden fazla temsil türünü kullanabilme imkânı verilmesine rağmen öğrenciler sadece bir temsil (cebirsel) türüyle işlem yapmayı tercih etmişlerdir. Sadece cebirsel temsil türünü kullananlar, bu duruma açıklama olarak, derslerde ve kitaplarda bu temsilin daha fazla yer aldığı, bu sebeple kendileri için daha bilindik olduğunu ve cebirsel temsili daha “matematiksel” bulduklarını söylemişlerdir. Yine ortaokul matematik ders kitaplarında yer verilen temsiller üzerine yapılan araştırmalar, cebirsel temsillerin özellikle sayılar ve işlemler konularında önemli oranlarda yer bulduğunu ortaya koymuştur (İncikabı, 2016; 2017). Yine, öğrencilerin temsil tercihlerini öğretmenlerin ders anlatımlarında yer verdikleri temsil türlerinin de etkilediği alan yazında belirlenmiştir (Akkuş ve Çakıroğlu, 2006; Herman, 2002; Özgün-Koca, 2001b; Stylianou, 2010). Araştırmada elde edilen bu bulgunun bir nedeni de cebirsel temsilin çözüme ulaşmaya olanak sağlaması ve önceden bilinen kurallarla çözüme ulaşabilmeye uygunluğu olabilir (Özgün-Koca, 2001a).

Araştırma bulgularına göre kesirlerde toplama işleminde model ve cebirsel temsilleri oluşturma ile ilgili geçişlerde öğrencilerin çoğunluğunun başarılı olduğu ortaya çıkmaktadır. Cebirsel ve model temsillere geçişe yönelik öğrenci başarılarını ortaya koyan farklı çalışmalara (Herman, 2002; Pitts, 2003; Şiap ve Duru, 2004). Paralellik göstermektedir. Diğer temsil türlerinden sayı doğrusu ve metinsel temsillere geçiş durumlarında başarısız oldukları sonucu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin metinsel (Sert, 2007) ve sayı doğrusu temsillerinde (Kılıç ve Özdaş, 2010) yaşadıkları zorluklara ifade etmişlerdir. Yukarıda bahsedilen çalışmalar bu araştırma sonuçlarını destekler niteliktedir.

Sayı doğrusu temsiline öğrencilerin iki tam sayı arasını istenen payda sayısına bölme durumunda yaşadıkları sıkıntıyı ve eksik ya da fazla sayıda eş parçalara ayırdıkları sonucu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin sayı doğrusu ile ilgili yaşadıkları benzer zorluklar Pesen (2008) tarafından da ortaya konulmuştur. Öğrencilerin kesirlerde toplama çıkarma işlemlerinde metinsel temsil türlerini oluşturma durumları incelenmiş çıkan sonuçlara göre işlem basamaklarında farklı hatalar dikkati çekmektedir. Öğrencilerin parçalanmayan bütünler tercih ettikleri bu durumda kesir anlamından çıkıp sorunun rasyonel sayı olarak algılanması durumu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemini metinsel temsil üzerinde gerçekleştirirken genel olarak her bir adımda hatalarla karşılaşmış fakat en çok hatayı uygun senaryo oluşturma ve soru kökünde verilen işlemi doğru ifade edebilme adımlarında yaptıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin soru kökünü oluşturmada kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde (%84-%82) hatalarının olduğu belirlenmiş, en çok soru kökü hataları arasında kesre tamsayı anlamı veren cümleler kurulduğu görülmüştür ki bu durum Işık ve Kar (2012) de yaptığı çalışma ile desteklenmektedir.

### **6.3. Öneriler**

Bu çalışmada kesirlerde toplama çıkarma işlemlerinde yer verilen temsiller(model, sayı doğrusu, metinsel ve cebirsel) üzerine yoğunlaşarak çoklu temsillerin kullanılması ve birbirine dönüşümleri becerilerine odaklanılmıştır. Bu çalışmada elde edilen bulguların eğitim politikalarına yön verenler ve matematik öğretim

programının hazırlanmasına katkı sunanlar için önemli olduğu düşünülmektedir. Eğitim araştırma çalışmaları eğitim reformlarının ve bu doğrultuda hazırlanan öğretim programlarının geliştirilmesine ışık tutması bakımından önemlidir. Bu bağlamda, bu süreçte rol alan kurum ya da şahısların bu çalışmadan elde edilen bulguları, eğitim politikalarında veya öğretim programlarında hedeflenen çıktılarla eşleştirmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Bu çalışma özel durum analizi şeklinde yürütülmüş bir çalışmadır. Öğretmenlerin sınıf içindeki uygulamalarına, öğrencilerin temsil tercihlerine ve temsilleri kullanma becerilerine odaklanacak nitel veya müdahaleli araştırmaların bu çalışmanın sonucunu destekleyeceği düşünülmektedir. Yine öğrencilerin (veya öğretmenlerin) temsil kullanma yeterliklerini veya becerilerini, temsillere yönelik algılarını veya tutumlarını belirlemek için geliştirilecek araçlar “çoklu temsiller ve matematik öğrenme” konulu nitel ve nicel çalışmalara katkı sunacağı düşünülmektedir.

Araştırmadan çıkan sonuçlar, öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde metinsel temsillerde yaşadıkları sıkıntılara işaret etmektedir. Bu becerilerin gelişimde problem kurma becerilerini geliştirmek için kesirlerle gerçek yaşam durumları arasındaki ilişkinin kurulması önem arz etmektedir (Abu-Elwan, 2002; Akay ve Boz, 2008; Dickerson, 1999; Işık, Işık ve Kar, 2011; Rizvi, 2004; Yuan ve Sriraman, 2010). Ayrıca bu etkinlikler öğrencilerde kavramsal anlamayı desteklemektedir(Akay, 2006; Crespo ve Sinclair, 2008; English, 1998, 2003; Işık, 2011; Stickles, 2006; Toluk-Uçar, 2009; Yuan ve Sriraman, 2010). Bu sebeplerden öğretmenler öğrencilerin derslerde problem kurma becerilerini geliştirmek için metinsel ve dilsel olarak kendilerini ifade edebilecekleri ortamlar sağlamalı öğrencilere problem çözüm yöntemlerinin yanı sıra problem oluşturma fırsatı vermelidirler. Yine metinsel temsilde sorular oluşturulurken sorunun senaryo kısmı yarıda kesilip öğrencinin tamamlaması istenmeli veya soru kökü kısmı boş bırakılmalı öğrencilere kesirsel ifade gücü kazandırılmalıdır.

Ortaokul öğrencilerine kesirler kavramsal olarak soyut gelmektedir. Kesirler kavramı, sadece metinsel ifadelerle veya cebirsel temsillerle anlatıldığı zaman, öğrenciler kendilerine soyut gelen bu kavramları anlayamamaktadırlar (Piaget,

1952). Bu sebeple, kesirlerde toplama çıkarma işleminin öğretiminde çoklu gösterim biçimlerini temsil eden modellerin ve öğretim materyallerinin kullanılması anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesi için oldukça önemlidir. Bu çalışma özellikle öğretmen ve öğretmen adaylarına da ışık tutan bir çalışma olarak değerlendirilebilir.



## KAYNAKLAR

- Abu-Elwan, R. (1999). The development of mathematical problem posing skills for prospective middle school teachers. In A. Rogerson (Ed.) *Proceedings of the International conference on Mathematical Education into the 21st Century: Social Challenges, Issues and Approaches*, (Vol. II, pp. 1-8), Cairo Egypt.
- Adadan, E. (2006). Promoting high school students' conceptual understandings of the particulate nature of matter through multiple representations. *Unpublished Doctoral Dissertation, The Ohio State University, Ohio*.
- Adadan, E. (2013). Using multiple representations to promote grade 11 students' scientific understanding of the particle theory of matter. *Research in Science Education*, 43, 1079–1105.
- Adu-Gyamfi, K. (2000). External Multiple Representations in Mathematics Teaching. Unpublished master's thesis. *North Carolina State University, USA*.
- Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers and Education*, 33, 131-152.
- Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16(3), 183–198.
- Ainsworth, S. (2008). The educational value of multiple-representations when learning complex scientific concepts. In Gilbert, J.K., Reiner, M. ve Nakhleh, M. (Eds), *Visualisation: Theory and Practice in Science Education*(pp.191-208). Springer.
- Ainsworth, S. E., Bibby, P.A. and Wood, D. J. (1997). Information technology and multiple representations: New opportunities-new problems. *Journal of Information Technology for Teacher Education*, 6 (1), 93-105.
- Ainsworth, S. E., Bibby, P.A. and Wood, D. J. (2002). Examining the effects of different multiple representational systems in learning primary mathematics. *The Journal of the Learning Sciences*, 11(1), 25-61.
- Ainsworth, S. and Van Labeke, N. (2004). Multiple forms of dynamic representation. *Learning and Instruction*, 14(3), 241-255.
- Akay, H. (2006). Problem kurma yaklaşımı ile yapılan matematik öğretiminin öğrencilerin akademik başarısı, problem çözme becerisi ve yaratıcılığı üzerindeki etkisinin incelenmesi (Yayınlanmamış Doktora Tezi). *Gazi Üniversitesi, Ankara*.
- Akay, H. ve Boz, N. (2008). Prospective teachers' views about problem-posing activities. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 1, 1192–1198.

- Akkuş, O. ve Çakıroğlu, E. (2006). Seventh grade students' use of multiple representations in pattern related algebra tasks. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 13-24.
- Akkuş-Çıkla, O. (2004). The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference. Yayımlanmamış Doktora Tezi. *Middle East Technical University*, Ankara.
- Akkoç, H. (2005). *Fonksiyon kavramının anlaşılması: Tanımsal özellikler ve çoğul temsiller*. Eğitim Araştırmaları(20), 14-24.
- Akkoç, H. (2006). *Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi: Grafik Analiz Yaklaşımı: İlköğretim İkinci Kademe ve Liseler İçin*. Toroslu Kitaplığı: İstanbul.
- Alacacı, C. (2010). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışları. E. Bingölbalı ve M.F. Özmantar (Ed.), *Matematisel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Altun, M. (2002). İlköğretim-Online, 1 (2), 2002 sf. 33-39.
- Baştürk, S. (2010). Öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerindeki matematik dersi performansları. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 465-482.
- Biber Ç., Tuna A. ve Aktaş O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışları ve bu yanlışların kesir problemleri çözümüne etkisi. *Trakya University Journal of Education*, 3(2), 152-162.
- Birkhoff, G. and MacLane, S. (1967). *Algebra MacMillan*. New York.
- Brenner, S. C. and Sung, L. Y. (1997). Multigrid methods for the computation of singular solutions and stress intensity factors II: *Crack singularities*. *BIT Numerical Mathematics*, 37(3), 623-643.
- Brenner, M. E., Brar, T., Duran, R., Mayer, R. E., Moseley, B., Smith, B. R. and Webb, D. (1995). *The role of multiple representations in learning algebra*. ERIC Documentation Reproduction Service No. ED 391659.
- Bright, G.W., Behr, M.J., Post, T.R. and Wachsmuth, (1988). Identifying Fractions on Number Lines. *Journal for Research in Mathematics Education*. 19(3), 215-232.
- Bromme, R. R., and Stahl, E. (2002). *Writing HyperText and Learning*. Elsevier Science Inc.
- Bruner, J. S. (1960). On learning mathematics. *The Mathematics Teacher*, 4, 129-136.
- Bruner, J. (1966). *Towards a theory of instruction*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

- Büyüköztürk, Ş. (2001). *Deneysel desenler*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Clements, D. H. (1999). 'Concrete' manipulatives, concrete ideas. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 1(1), 45-60.
- Cobb, P., Yackel, E. and Wood, T. (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1), 2-33.
- Cuoco, A. A. and Curcio, F. R. (Eds.). (2001). *The roles of representation in school mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Charalambous C. Y. and Pantazi, D. P. (2005). Revisiting a theoretical Model on Fractions: Implications for teaching and Research. In Chick, H.L. ve Vincent, J. L. (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (vol2, pp.233 – 240).
- Chen, G. and Fu, X. (2003). Effects of multimodal information on learning performance and judgment of learning. *Journal of Educational Computing Research*, 29(3), 349-362.
- Choike, J. R. (2000). Teaching strategies for “Algebra for all”. *Mathematics Teacher*, 93(7), 556-560.
- Corter, J. and Zahrer, D. (2007). Use of external visual representations in probability problem solving. *Statistics Education Research Journal*, 6 (1), 22-50.
- Crespo, S. and Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal Mathematics Teacher Education*, 11, 395–415.
- Çelik, D. ve Baki, A. (2007). Öğretmen adaylarının cebirde çoklu temsillerden yararlanma durumları üzerine bir çalışma. *Paper presented at the 7th International Educational Technology Conference, Near East University, North Cyprus*.
- Çelik D. ve Sağlam Arslan A. (2012). *Elementary Education Online*, 11(1), 239-250, 2012. <http://ilkogretim-online.org.tr/>, Erişim tarihi: 12.05.2015
- Çepni, S. (2012). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Delice, A. ve Sevimli, E. (2010). Öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerinin problem çözme başarıları yönüyle incelenmesi: Belirli integral örneği. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri/Educational Sciences: Theory ve Practice*. 10 (1), 111-149.



- Dickerson, V. M. (1999). The impact of problem-posing instruction on the mathematical problem-solving achievement of seventh graders (Unpublished doctoral dissertation). *University of Emory, Atlanta*.
- Dickson, L., Brown, B. and Gibson, O. (1993). *Children learning mathematics: A teacher's guide to recent research*. London: Cassell.
- Dienes, Z. P. (1960). *Building up mathematics*. Great Britain: Anchor Press, Hutchinson Educational.
- diSessa, A. A., Hammer, D. and Sherin, B. (1991). Inventing graphing: metarepresentational expertise in children. *Journal of Mathematical Behavior, 10*, 117-160.
- diSessa, A. A. and Sherin, B. (2000). Meta-representation: An introduction. *Journal of Mathematical Behavior, 19*(4), 385-398.
- Doğan, M. ve Yeniterzi, B. (2011). İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki Hazır Bulunuşlukları. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi, 31*, 217-237.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide For Teachers Grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Dufour-Janvier, B., Bednarz, N. ve Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representations in the Learning and Teaching of Mathematics*, (pp. 109-123). New Jersey: Yayınevi.
- Duval, R. (1993). Registres de Représentation Sémiotique et Fonctionnement Cognitif de la Pensée. *Annales de Didactiques des Sciences Cognitives, 5*, 37-65.
- Duval R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang, Berne.
- Edwards, L. D. (1998). Embodying mathematics and science: Microworld as representations. *The Journal of Mathematical Behavior, 17*(1), 53-78.
- Eisner, E. W. (1997). The promise and perils of alternative forms of data representation. *Educational Researcher, 26*(6), 4-10.
- English, L. D. (1997). *Mathematical reasoning: analogies, Metaphors, and Images*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), 83-106.
- English, L. D. (2003). Problem posing in elementary curriculum. In F. Lester ve R. Charles (Eds.), *Teaching mathematics through problem solving*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

- Erbilgin, N., Powell, J. S., & Raffa, K. F. (2003). Effect of varying monoterpene concentrations on the response of *Ips pini* (Coleoptera: Scolytidae) to its aggregation pheromone: implications for pest management and ecology of bark beetles. *Agricultural and Forest Entomology*, 5(4), 269-274.
- Even, R. (1998). Factors Involved in Linking Representations of Functions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 105-121.
- Fennema, E. and Loef, M. (1992). Teachers' Knowledge and Its Impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* 147-164. New York: Macmillan.
- Flevaris, L. M. and Perry, M. (2001). How many do you see? The use of nonspoken representations in first-grade mathematics lessons. *Journal of Educational Psychology*, 93(2), 330-345.
- Garofalo, J. and Sharp, B. (2003, April). Teaching fractions using simulated sharing activity. *Learning and Learning with Technology*, 30, 41, 36-39.
- Greeno, J. G. and Hall, R. P. (1997). Practicing representation. *Phi Delta Kappan*, 78(5), 361-368.
- Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (2), 137-165.
- Goldin, G. A. and Janvier, C. (1998). Representations and the psychology of mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 1-4.
- Goldin, G. A. and Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. In A. A. Cuoco ve F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics*, 1-23. Reston, VA: NCTM.
- Gökçen Bayrı, N. (2014). Sekizinci sınıf öğrencilerinin basınç konusuyla ilgili gösterim türleri arasında geçiş yapabilmelerinin durumlarının incelenmesi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. *Kastamonu Üniversitesi*, Kastamonu.
- Gürbüz, R. ve Şahin, S. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4), 1869-1888.
- Hall, R. (1996). Representation as shared activity: situated cognition and Dewey's cartography of experience. *The Journal of the Learning Sciences*, 5(3), 209-238.
- Hanson, D. (1995). *Understanding Fractions* (Grades 5 to 8). <http://mathcentral.uregina.ca/RR/database/RR.09.95/hanson4.html>
- Hatfield, M. M., Edwards, N. T. and Bitter, G. G. (1993). *Mathematics methods for the elementary and middle school* (2nd edition). USA: Allyn and Bacon.

- Herman, M. F. (2002). Relationship of college students' visual preference to use of representations: Conceptual understanding of functions in algebra. *Unpublished PhD dissertation, Columbus: Ohio State University.*
- Hiebert, J. and Carpenter, T. P. (1992). Learning and Teaching with Understanding. In D. Grouws (Editör), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (65-97). New York: Macmillan Publishing Company.
- Hines, E. (2002). Developing the concept of linear function: One student's experiences with dynamic physical models. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 337-361.
- Hitt, F. (1998), Difficulties in the Articulation of Different Representations Linked to the Concept of Function. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 123-134.
- Hitt, F. (1999). Representations and mathematical viualization. In F. Hitt, ve M. Santos (Eds.), *Proceedings of the twenty-first annual meeting of the North American chapter of the third international group of Psychology of Mathematics Education*, 131-138. Mexico.
- Işık, C. (2011). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirlerde Çarpma ve Bölmeye Yönelik Kurdukları Problemlerin Kavramsal Analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 231-243.
- Işık, C., Işık, A. ve Kar, T. (2011). Öğretmen adaylarının metinsel ve görsel temsillere yönelik kurdukları problemlerin analizi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39-49.
- Işık, C. ve Kar, T. (2012). Matematik Dersinde Problem Kurmaya Yönelik Öğretmen Görüşleri Üzerine Nitel Bir Çalışma. *Milli Eğitim Dergisi*, 194, 199-215.
- Işık, C., Kar, T., İpek, A. S. ve Işık, A. (2012). Difficulties encountered by pre-service classroom teachers in constructing stories about line graphs. *International Online Journal of Educational Sciences*, 4(3), 644-658.
- İşıksal, M. (2006). A study on pre-service elementary mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplication and division of fractions (unpublished doctoral dissertation). *Middle East Technical University, Turkey.*
- İpek, A. S. ve Okumuş, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye kullandıkları temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(3), 681-700.
- İncikabı, L. (2013). İlköğretim matematik öğretmenliği programı öğrencilerinin mantıksal argümanları kanıtlama yöntemlerinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 129-148.

- İncikabı, S. (2016). Ortaokul Matematik Ders Kitaplarının Farklı Temsilleri Kullanım Biçimlerinin Araştırılması. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, *Kastamonu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü*.
- İncikabı, S. (2017). Multiple representations and teaching mathematics: An analysis of the mathematics textbooks. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 6(1), 66-81.
- Janvier, C. (1987b). Representations and understanding: The notion of function as an example. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representations in the Learning and Teaching of Mathematics*, 67-73. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J. J. (1989). Linking representations in the symbol systems of algebra. In S. Wagner ve C. Kieran (Eds.). *Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 167-194). Hillsdale, NJ: LEA.
- Kaput, J. J. (1994). The representational roles of technology in connecting mathematics with authentic experience. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser ve B. Winkelmann (Eds.), *Didactics in Mathematics as a Scientific Discipline*, 379-397. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Karaca, E. (2008). Eğitimde kalite arayışları ve eğitim fakültelerinin yeniden yapılandırılması. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Fakültesi Dergisi*, 21, 61-80.
- Keijzer, R. and Terwel, J. (2003). Learning for mathematical insight: a longitudinal comparative study on modelling. *Learning and Instruction*, 13, 285-304.
- Keller, B. A. and Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal in Mathematics Education Science Technology*, 29(1), 1-17.
- Kılıç, Ç., ve Özdaş, A. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümlerinde kullandıkları temsiller. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 18(2), 513-530.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. and Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Koedinger, K. R. and Terao, A. (2002). A cognitive task analysis of using pictures to support pre-algebraic reasoning. In *Proceedings of the Twenty-Fourth Annual Conference of the Cognitive Science Society*, (pp. 542-547).
- Kocaoğlu, T. ve Yenilmez, K. (2010). Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesir Problemlerinde Yaptıkları Hatalar ve Kavram Yanılgıları. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14, 71-85.
- Kress, G., Jewitt, C., Ogborn, J. ve Tsatsarelis, C. (2001). *Multimodal teaching and learning: The rhetorics of the science classroom*. London: Continuum.

- Kurnaz, M. A. (2013). Investigation of the student teacher's skills of transition between multiple representations about pressure. *International Journal of Academic Research*, 5(1), 66-71.
- Kurnaz, M. A., Gültekin, N. G. ve Çağlar, A. (2012). Dört ve beşinci sınıf fen ve teknoloji ders kitaplarında yer alan gösterim yöntemlerinin 'kuvvet ve hareket' üniteleri kapsamında incelenmesi. Paper presented at *Uluslararası Türk Kültür Coğrafyasında Eğitim Bilimleri Araştırmaları Sempozyumu*, Sinop, Türkiye.
- Kurnaz, M. A. ve Yüzbaşıoğlu M. K.(2013). Ortaöğretim kurumlarına giriş sınav sorularının bazı gösterim türleri arasındaki geçişler açısından incelenmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 2(2), 267-279.
- Küçük, A. ve Demir, B.(2009). İlköğretim 6-8. Sınıflarda Matematik Öğretiminde Karşılaşılan Bazı Kavram Yanılgıları Üzerine Bir Çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112.
- Lacampagne, C., Blair, W. ve Kaput, J. (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national institute on student achievement, curriculum and assesment. In *The algebra initiative colloquium* (Vol. 2, pp. 237-242).
- Lamon, S. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding. Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. London: Erlbaum.
- Leinenbach, M. ve Raymond, A. M. (1996). A two-year collaborative action research study on the effects of a 'hands-on' approach to learning algebra. In E. Jakubowski (Ed.), *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Panama City.
- Lemke, J. (2004). The literacies of science. In E. W. Saul (Ed.), *Crossing borders in literacy and science instruction: Perspectives on theory and practice*, (pp. 33-47). Newark: International Reading Association/National Science Teachers Association.
- Lesh, R., Landau, M. and Hamilton, E. (1983). Conceptual models in applied mathematical problem solving. In R. Leshve M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*,(pp. 263-343). New York: Academic Press.
- Lesh, R., Post, T. and Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*, (pp. 33-40). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R.A. and Doerr, H. (2003). Foundations of model and modeling perspectives on mathematic teaching and learning. In R.A. Lesh and H. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A models and modeling perspectives on*

*mathematics teaching, learning, and problem solving*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

- Lloyd, G.M. ve Wilson, M.(1998). Supporting Innovation: The impact of a teacher's conception of function on his implementatiin of a reform curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(3), 248-274.
- Macgregory, M. and Stacey, K.(1999). A Flying Start to Algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6(2), 78-85.
- Mallet, D. G. (2007) Multiple representations for systems of linear equations via the computer algebra system Maple. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(1), 16-32.
- Mayer, R. (2003). The promise of multimedia learning using the same instructional design methods across different media. *Learning and Instruction*, 13, 125-139.
- Mayer, R.W. (1989). Models for understanding. *Review of Educational Research*, 59(1), 4364.
- Mayer, R. E. and Sims, V. K. (1994). For whom is a picture worth a thousand words? Extensions of a dual-coding theory of multimedia learning. *Journal of educational psychology*, 86(3), 389.
- McGowan, M. ve Tall, D. (2001). *Flexible Thinking, Consistency, and Stability of Responses: A Study of Divergence*. URL: <http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/drafts/dot2001-mcgowen-tall-draft.pdf>.
- Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: A sourcebook*. Beverly Hills: Sage Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2005). *İlköğretim matematik dersi (6, 7. ve 8. Sınıflar) matematik dersi öğretim programı*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2009). *İlköğretim matematik dersi (1, 2, 3, 4 ve 5. Sınıflar) matematik dersi öğretim programı*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) matematik dersi öğretim programı*. Ankara.
- Mirici, İ.H. (2000). Ülkemizde ilköğretim 4. ve 5. sınıf yabancı dil (İngilizce) programlarının incelenmesi, *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(20), 107-118.
- Misquitta, R. (2011). A review of the literature: Fraction instruction for struggling learners in mathematics. *Learning Disabilities Research ve Practice*, 26(2), 109–119.

- Monaghan, J. D., Sun, S. and Tall, D. O. (1994). Construction of the limit concept with a computer algebra system. *Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 279 – 286). Lisbon: Portugal.
- Moseley, B. and Brenner, M. E. (1997). *Using multiple representations for conceptual change in pre-algebra: A comparison of variable usage with graphic and text based problems*. (ERIC Document Reproduction Service: ED413184).
- Mourad, N. M. (2005). *Inductive reasoning in the algebra classroom*. Published Master Thesis. (UMI No: 1431298).
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM
- National Council of Teacher Mathematics (NCTM) (2010). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Norris, S. and Phillips, L. (2003). How literacy in its fundamental sense is central to scientific literacy. *Science Education*, 87, 224-240.
- Nowlin, D. (1996). Division with fractions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2(2), 116-119.
- Nuthall, G. (1999). The way students learn. *The Elementary School Journal*, 303-341.
- Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Maya Akademi Yayın Dağıtım.
- Orhun, N. (2007). Kesir işlemlerinde formal aritmetik ve görselleştirme arasındaki bilişsel boşluk. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(13), 99-111.
- Owens, K. and Clements, M. A. (1998). Representations used in spatial problem solving in the classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 197-218.
- Özgün-Koca, S. A. (1998). *Students' use of representations in mathematics education*. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, NC: Raleigh.
- Özgün-Koca, S. A. (2001a). *Computer-based representations in mathematics classrooms: The effects of multiple-linked and semi-linked representations on students' learning of linear relationship*. Published PhD dissertation. Ohio: Ohio State University.
- Özgün-Koca, S. A. (2001b). *The graphing skills of students in mathematics and science education*. ERIC Digest.

- Özgün-Koca, S. A. (2004). Bilgisayar ortamındaki çoğul bağlantılı gösterimlerin öğrencilerin doğrusal ilişkileri öğrenmeleri üzerindeki etkileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26, 82-90.
- Pape, S. J. and Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation(s) in developing mathematical understanding. *Theory into Practice*, 40(2).
- Perkins, D.N. and Unger, Chr. (1999). Teaching and Learning for understanding. In C.M. Reigeluth (Ed.), *Instructional desing theories and models*. Vol II. A new paradingm of instructional theory. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Pesen, C. (2008). Kesirlerin sayı doğrusunda gösterilmesinde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 157-168
- Piez, C. M. and Voxman, M., H. (1997). Multiple representations-- using different perspectives to form a clearer picture. *Mathematics Teacher*, 90(2), 164-167.
- Pitts, V. R. (2003). *Representations of functions: An examination of pre-service mathematics teachers' knowledge of translations between algebraic and graphical representations*. Unpublished PhD Dissertation. Pittsburg: University of Pittsburg.
- Post, T., Behr, M. J. and Lesh, R. (1988). Proportionality and the development of prealgebra understanding. In A. F. Coxford (Ed.), *The ideas of algebra*, (pp. 78-91). Reston, VA: NCTM.
- Prain, V. and Waldrip, B. (2006). An exploratory study of teachers' and students' use of multimodal representations of concepts in primary science. *International Journal of Science Education*, 28(15), 1843-1866.
- Prain, V. and Waldrip, B. (2010). Representing science literacies: An introduction. *Research in Science Education*, 40, 1-3.
- Prain, V. and Tytler, R. (2012). Learning through constructing representations in science: A framework of representational construction affordances, *International Journal of Science Education*, 34(17), 2751-2773.
- Resnick, L. B. and Ford, W. W. (1981). *The Psychology of Mathematics for Instruction*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Rizvi, N. F. (2004). *Prospective teachers' ability to pose word problems*. <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/Journal/rizvi.pdf> adresinden 15.11.2015 tarihinde alınmıştır.
- Ryken, T. C., Heary, R. F., Matz, P. G., Anderson, P. A., Groff, M. W., Holly, L. T. and Resnick, D. K. (2009). Cervical laminectomy for the treatment of cervical degenerative myelopathy. *Journal of Neurosurgery: Spine*, 11(2), 142-149.



- Sankey, M., Birch, D. and Gardiner, M. (2010). Engaging students through multimodal learning environments: The journey continues. In C.H. Steel, M.J. Keppell, P. Gerbic ve S. Housego (Eds.), *Curriculum, technology ve transformation for an unknown future. Proceedings ascilite*, (pp. 852-863).
- Schwartz, R. (1984). *The problems of representations. Social Research*, 51(4), 1047-1064.
- Schultz, J. and Waters, M. (2000). *Why represenatations? Mathematics teacher*, 93(6), 448-453.
- Seeger, F., Voight, I. and Werschescio, V. (1998). Representations in the mathematics classroom: reflections and constructions. In F. Seeger, I. Voight and V. Werschescio, (Eds.). *The Culture of the Mathematics Classroom*,(pp. 308-343). Cambridge: Cambridge University Press.
- Sert, Ö. (2007). Eighth grade students' skills in translating among different representations of algebraic concepts. *Yüksek Lisans Tezi. Middle East Technical University*, Ankara.
- Schoenfeld, H. (1992). *Learning tothing mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. Handbook for research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan
- Schultz, J. and Waters, M. (2000). Why represenatations? *Mathematics teacher*, 93(6), 448-453.
- Sharp, J. and Adams, B. (2002). Children's constructions of knowledge for fraction division after solving realistic problems. *The Journal of Educational Research*, 95(6), 333-347.
- Sherin, B. (2000). How students invent representations of motion. *Journal of Mathematical Behavior*, 19(4), 399-441.
- Shulman, L.S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Smith, S. P. (2004). Representation in school mathematics: Children's representations of problems. In J. Kilpatrick (Ed.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*, (pp. 263-274), Reston, VA: NCTM, Inc.
- Soylu, Y. ve Soylu, C. (2005). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Öğrenme Güçlükleri: Kesirlerde Sıralama, Toplama, Çıkarma, Çarpma Ve Kesirlerle İlgili Problemler. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*. 7(2), 101-117.
- Sönmez, V. ve Alacapınar, F.G. (2011). *Örneklendirilmiş bilimsel araştırma yöntemleri*. Anı yayıncılık, Ankara.

- Spiro, R. J. and Jehng, J. C. (1990). Cognitive flexibility and hypertext: Theory and technology for the nonlinear and multidimensional traversal of complex subject matters. In D. Nixand R. J. Spiro (Eds.), *Cognition, education, and multimedia: Exploring ideas in high technology*, (pp. 163-205). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Stavy R. and Tirosh, D. (2000). *How Students (Mis-)Understand Science and Mathematics*. New York, NY: Teachers College Press
- Stickles, P. R. (2006). An analysis of secondary and middle school teachers' mathematical problem posing (Unpublished doctoral dissertation). *University of Indiana*, Bloomington.
- Stigler, J. W., Gallimore, R. and Hiebert, J. (2000). Using video surveys to compare classrooms and teaching across cultures: Examples and lessons from the TIMSS video studies. *Educational Psychologist*, 35(2), 87-100.
- Streefland, L. (1990). *Fractions in realistic mathematics education, a paradigm of developmental research*. Dordrecht: Kluwer Academic.
- Stein, M. K., Baxter, J. A. and Leinhardt, G. (1990). Subject-Matter knowledge and elementary instruction: A case from functions and graphing. *American Educational Research Journal*, 27(4), 639-663.
- Steiner, F. G. and Stoecklin, M. (1997). Fraction calculation. Adidactic approach to constructing mathematical networks. *Learning and Instruction*, 7(3), 211-233.
- Stylianou, D. A. (2010). Teachers' conceptions of representation in middle school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(4), 325-343.
- Swafford, J. O. and Langrall, C. W. (2000). Grade 6 students' preinstructional use of equations to describe and represent problem situations. *Journal of Research in Mathematics Education*, 31(1), 89-112.
- Şiap, İ. ve Duru (2004). A. Kesirlerde Geometrik Modelleri Kullanabilme Becerisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(1), 89-96.
- Tall, D., McGowen, M. and DeMarois, P. (2000). The Function Machine as a Cognitive Root for the Function Concept. In *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 247-254).
- Thomas, N. D., Mulligan, J. T. and Goldin, G. A. (2002). Children's representation and structural development of the counting sequence 1–100. *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 117–133.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conception: The case of division of fraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.

- Tishman, S. and Perkins, D. (1997). The language of thinking. *Phi Delta Kappan*, 78(5), 368-374.
- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25, 166–175.
- Treagust, D., Chittelborough, G. and Mamiala, T. (2003). Students' understanding of the role of scientific models in learning science. *International Journal of Science Education*, 24(4), 357-368.
- Tsui, C. Y. and Treagust, D. F. (2003). Genetics reasoning with multiple external representations. *Research in Science Education*, 33(1), 111–135.
- Tzur, R. (1999). An integrated study of children's construction of improper fractions and the teacher's role in promoting that learning. *Journal for Research in Mathematics*, 30(4), 390–416.
- Ural, A. (2012). Fonksiyon kavramı: tanımsal bilginin kavramın çoklu temsillerine transfer edilebilmesi ve bazı kavram yanılgıları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 93-105.
- Van der Meij, H. (2007). What research has to say about gender-linked differences in CMC and does elementary school children's e-mail use fit this picture?. *Sex Roles*, 57(5-6), 341-354.
- Van der Meij, J. and De Jong, T. (2006). Supporting students' learning with multiple representations in a dynamic simulation-based learning environment. *Learning and Instruction*, 16(3), 199–212.
- Waldrip, B., Prain, V. and Carolan, J. (2010). Using multi-modal representations to improve learning in junior secondary science. *Research in Science Education*, 40(1), 65–80.
- Warner, L. B., Schorr, R. Y., & Davis, G. E. (2009). Flexible use of symbolic tools for problem solving, generalization, and explanation. *ZDM*, 41(5), 663-679.
- White, B. (1993). Thinker Tools: Causal Models, Conceptual Change, and Science Education. *Cognition and instruction*, 10(1), 1-100.
- Wu, H. (1999). Some Remarks On The Teaching Of Fractions *In Elementary School*. <http://math.berkeley.edu/~wu/fractions2.pdf>
- Wu, H. K. and Puntambekar, S. (2012). Pedagogical affordances of multiple external representations in scientific processes. *Journal of Science and Educational Technology*, 21, 754–767.
- Yerushalmy, M. and Schwartz, J. L. (1993). Seizing the opportunity to make algebra mathematically and pedagogically interesting. In A. Romberg, E. Fennema ve T. P. Carpenter (Eds.), *Integrating research on the graphical*

*representation of functions*,(pp. 41-68). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zembat, İ.Ö. (2007). Sorun Aynı – Kavramlar; Kitle Aynı - Öğretmen Adayları. *Elementer Education Online*, 6(2), 305-312, [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr>. Erişim tarihi: 14.05.2015



# **EKLER**

**EK 1 Kesirlerde toplama - çıkarma işlemi çoklu temsil testi**

## EK 1 Kesirlerde toplama - çıkarma işlemi çoklu temsil testi

Bu test 8 sorudan oluşmaktadır. Her bir soru içerisinde 3 alt soru bulunmaktadır.  
Dikkatli bir şekilde cevaplandırınız.

### Etkinlikler

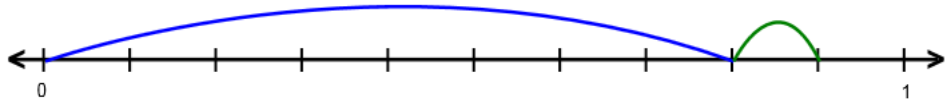
- 1) Aşağıda model ile verilmiş olan işlemi yapınız ve a,b,c şıklarındaki soruları bu soruya göre cevaplandırınız.



- a) Bu işlemi matematiksel olarak (kesirleri kullanarak) ifade ediniz.  
b) Bu işlemi sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.  
c) Bu işlem ile ilişkili bir problem kurunuz.
- 2) Aşağıda matematiksel olarak verilmiş olan işlemi yapınız ve a,b ve c şıklarındaki soruları bu soruya göre cevaplandırınız.

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} =$$

- a) Bu işlemi sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.  
b) Bu işlemi model kullanarak ifade ediniz.  
c) Bu işlem ile ilişkili bir problem kurunuz.
- 3) Aşağıda sayı doğrusu ile verilmiş olan işlemi yapınız ve a,b,c şıklarındaki soruları bu soruya göre cevaplandırınız.



- a) Bu işlemi matematiksel olarak ifade ediniz.  
b) Bu işlemi model kullanarak ifade ediniz.

c) Bu işlemle ilişkili bir problem kurunuz.

### Ek 1'in devamı

4) “Ezgi hikâye kitabının önce onda üç’ ünü daha sonra onda iki’ sini okudu. Ezgi böylelikle kitabının kaçta kaçını okumuş oldu?” Bu metinde gerçekleşen problemi metinsel olarak ifade edip çözümünü yapınız ve a,b,c şıklarında soruları bu metindeki soruya göre cevaplandırınız.

- Bu işlemi sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.
- Bu işlemi model kullanarak ifade ediniz.
- Bu işlemi matematiksel olarak ifade ediniz.

5) Aşağıda model ile verilmiş olan işlemi yapınız ve a,b,c şıklarındaki soruları bu soruya göre cevaplandırınız.



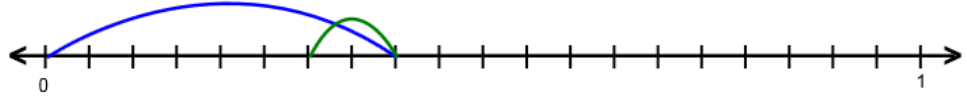
- Bu işlemi matematiksel olarak (kesirleri kullanarak) ifade ediniz.
- Bu işlemi sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.
- Bu işlem ile ilişkili bir problem kurunuz.

6) Aşağıda matematiksel olarak verilmiş olan işlemi yapınız ve a,b,c şıklarındaki soruları bu soruya göre cevaplandırınız.

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{3} =$$

- Bu işlemi sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.
- Bu işlemi model kullanarak ifade ediniz.
- Bu işlem ile ilişkili bir problem kurunuz

7) Aşağıda sayı doğrusu ile verilmiş olan işlemi yapınız ve a,b,c şıklarındaki soruları bu soruya göre cevaplandırınız.



### Ek 1'in devamı

- a) Bu işlemi matematiksel olarak ifade ediniz
- b) Bu işlemi model kullanarak ifade ediniz.
- c) Bu soruyla ilişkili bir problem kurunuz.

8) “Bir pizzanın ikide bir’ ini yiyen Ahmet aynı pizzanın dörtte bir’ ini yiyen Zeynep’ ten ne kadar fazla pizza yemiştir?” Bu metinde gerçekleşen problemi metinsel olarak ifade edip çözümünü yapınız ve a,b,c şıklarında soruları bu metindeki soruya göre cevaplandırınız.

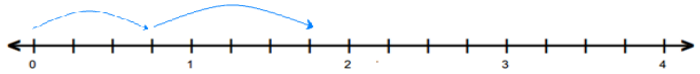
- a. Bu işlemi sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.
- b. Bu işlemi model kullanarak ifade ediniz.
- c. Bu işlemi matematiksel olarak ifade ediniz.

Verilen gösterim türlerinden hangisinde işlem yapmayı tercih edersiniz? Lütfen seçeneğinizi yuvarlak içine alınız.

#### Gösterim Türleri

#### Örnek gösterimler

a) Sayı doğrusu



b) Model



c) Cebirsel (sayısal)

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{12} = ?$$

d) Metinsel (metinsel)

Bir usta bir günde işin beşte dördünü çırağı ise aynı gün içinde aynı işin beşte ikisini yapabilmektedir. Buna göre usta çırağından işin ne kadar fazlasını yapmıştır?



## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : FatmaKARA  
Doğum Yeri ve Yılı : Turgutlu / 1981  
Medeni Hali : Evli  
Yabancı Dili : İngilizce  
E-posta : fatmakara7581@gmail.com



### Eğitim Durumu

Lise : Turgutlu Niyazi Üzmez Lisesi  
Lisans : Ondokuz Mayıs Üniversitesi Amasya Eğitim Fakültesi  
İlköğretim Matematik Öğretmenliği

### Mesleki Deneyim

2002-2005 : Kocaeli Derince Hikmet Uluğbay İlköğretim Okulu  
2005-2006 : Kastamonu Şeker İlköğretim Okulu  
2006-2012 : Kastamonu 23 Ağustos İlköğretim Okulu  
2012-2017 :KastamonuŞehit Mehmet Yılmaz İmam Hatip Ortaokulu (halen)