T.C.
KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

R^n UZAYINDAKİ TEMEL TOPOLOJİK KAVRAMLARIN ÖĞRETİMİNDE GEOGEBRA PROGRAMININ KULLANILMASININ ETKİSİNİN İNCELENMESİ

İlknur İSHAK ÇİRİŞOĞLU

Danışman	**Prof. Dr. Ahmet KAÇAR**
Jüri Üyesi	**Doç. Dr. Savaş BAŞTÜRK**
Jüri Üyesi	**Doç. Dr. A. Çağrı BİBER**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
KASTAMONU – 2017

TEZ ONAYI

İlknur İSHAK ÇİRİŞOĞLU tarafından hazırlanan "$\mathbb{R}^n$ **Uzayındaki Temel Topolojik Kavramların Öğretiminde GeoGebra Programının Kullanılmasının Etkisinin İncelenmesi**" adlı tez çalışması aşağıdaki jüri üyeleri önünde savunulmuş ve **oy birliği** ile Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **İlköğretim Anabilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman	Prof. Dr. Ahmet KAÇAR Kastamonu Üniversitesi	…………………
Jüri Üyesi	Doç. Dr. Savaş BAŞTÜRK Sinop Üniversitesi	…………………
Jüri Üyesi	Doç. Dr. A. Çağrı BİBER Kastamonu Üniversitesi	…………………

19/06/2017

Enstitü Müdür V. Prof. Dr. Temel SARIYILDIZ …………………

TAAHHÜTNAME

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildirir ve taahhüt ederim.

İmza

İshak.

İlknur İSHAK ÇİRİŞOĞLU

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

R^n UZAYINDAKİ TEMEL TOPOLOJİK KAVRAMLARIN ÖĞRETİMİNDE GEOGEBRA PROGRAMININ KULLANILMASININ ETKİSİNİN İNCELENMESİ

İlknur İSHAK ÇİRİŞOĞLU
Kastamonu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Ana Bilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ahmet KAÇAR

Bu çalışmada, R^n uzayındaki temel topolojik kavramlar ve bu kavramların bilgisayar destekli öğretiminde GeoGebra kullanılmasının etkisinin incelenmesi üzerine bir araştırma yapılmıştır. Bu amaç doğrultusunda, Kastamonu Üniversitesi'nin 2015-2016 eğitim-öğretim yılında İlköğretim Matematik Öğretmenliği 2.sınıfına kayıtlı 40 öğrenci ile deneysel bir çalışma yürütülmüştür. Bu 40 öğrenciye, araştırma öncesinde araştırmacı ve alanında uzman üç öğretim üyesi tarafından hazırlanan hazır bulunuşluk testi uygulanmıştır.

Deney ve kontrol gruplarının belirlenmesi için öğrencilerin hazır bulunuşluk testinden aldıkları puanlara göre sıralama yapılmıştır. Gruplar arası heterojenliğin sağlanabilmesi için elde edilen sıralamaya göre ikili gruplar belirlenmiş ve her ikiliden bir öğrenci yansız olarak deney grubuna diğeri ise kontrol grubuna atanmıştır. Araştırma öncesinde grupların başarı bakımından denk oldukları saptanmıştır. Ardından hem kontrol grubuna hem de deney grubuna çalışma başlamadan önce uzman üç öğretim üyesi tarafından hazırlanan topolojik kavramlar başarı testi ön test olarak uygulanmıştır.

Araştırma sürecinde eş zamanlı olarak aynı öğretim üyesi tarafından her iki gruba da geleneksel öğretim ve bilgisayar destekli öğretim yapılmıştır. Kontrol grubunda kullanılan geleneksel öğretimde tanım, teorem ve ispat sırası izlenmiştir. Deney grubunda ise topolojik kavramlar öğretimi bilgisayar destekli olarak gerçekleştirilmiştir. 12 ders saati süren ders anlatımlarının sonrasında son test uygulanmıştır. Elde edilen nicel veriler uygun parametrik istatistik testleri ile analiz edilmiştir.

Araştırmada elde edilen bulgulara göre, uygulama öncesi başarısı denk olan deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarından, deney grubunda yer alan öğretmen adayları GeoGebra destekli öğretim yapılan uygulama sonrası, kontrol grubunda yer alan öğretmen adaylarına göre uygulanan testte farklı sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca deney grubunda yer alan öğretmen adaylarının topolojik kavramlara ilişkin bakış açılarına GeoGebra destekli öğretim yaklaşımının genel olarak olumlu yönde katkısı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Bilgisayar destekli öğretim, matematik eğitimi, ilköğretim matematik öğretmeni adayları, kavram öğretimi, temel topolojik kavramlar

2017, 66 sayfa
Bilim Kodu: 101

ABSTRACT

MSc. Thesis

INVESTIGATING THE EFFECT OF THE USE OF GEOGEBRA PROGRAM IN THE TEACHING OF BASIC TOPOLOGICAL CONCEPTS IN R^n SPACE

İlknur İSHAK ÇİRİŞOĞLU
Kastamonu University
Graduate School of Sciences
Department of Elementary Mathematics Teaching

Supervisor: Prof. Dr. Ahmet KAÇAR

In this study, a research was made on the investigation of the effect of using Geo Gebra in computer-aided teaching of basic topological concepts in Rn space. For this purpose, in 2015-2016 academic year an experimental study was carried out with 40 second year students registered of the Department of Elemantary Mathematics Teaching in Kastamonu University. These 40 students were subjected to the readiness test prepared by the researcher and three specialists in the field before the research. In order to determine the experimental and control groups, the students were ranked according to their scores from the readiness test. To ensure heterogeneity binary groups are specified, and one of them was assigned to the experimental group, the other was assigned to the control group impartially. Before the research, It was confirmed that the groups are equivalent to each other in terms of success.Afterwards, the topological concepts achievement test prepared by the three academicians who are experts in the field, was applied as a pre-test. In the research process, traditional teaching and computer-assisted teaching were carried out simultaneously by the same lecturer in both groups. In the control group that traditional teaching used the sequence of the definition, theorem, proof was followed. In the experimental group, teaching of topological concepts was performed Computer-aided. A final test was applied after 12 lecture hours. The quantitative data obtained were analyzed by appropriate parametric statistical tests. According to the findings of the research, pre-implementation from teacher candidates equivalent to success in the experimental and control group, After the GeoGebra supported teaching implementation Teacher candidates in the experimental group obtained different results in the test applied according to the teacher candidates in the control group. In addition, the candidate teachers in the experimental group have overall positive contribution GeoGebra supported teaching approach to the point of view of topological concepts.

Key Words: Computer assisted teaching, mathematics education, elementary mathematics teacher candidates, concept teaching, basic topological concepts

2017, 66 pages
Science Code: 101

TEŞEKKÜR

Araştırmanın başlangıç aşamasından itibaren bana yol gösteren ve deneyimlerini esirgemeyen danışman hocam Sayın Prof. Dr. Ahmet KAÇAR'a, tez çalışmalarımda birlikte nicel araştırmalar yaptığımız, her an yanımda olan beni her konuda yönlendiren ve yardımlarından yararlandığım Yrd. Doç. Dr. İbrahim KEPCEOĞLU'na, ayrıca eğitim hayatımın her aşamasında bana maddi ve manevi anlamda destek olan, ilgilerini ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen anneme ve babama; anlayış ve yardımları için eşim Mikail ÇİRİŞOĞLU'na sonsuz saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

İlknur İSHAK ÇİRİŞOĞLU
Kastamonu, Temmuz, 2017

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

ŞEKİLLER DİZİNİ

GRAFİKLER DİZİNİ

1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Matematiğin bir dalı olarak topoloji, geometrinin genişletilmiş bir çalışma alanı ve belirli özelliklere sahip bir küme ailesi olarak tanımlanmaktadır (Porter, 2009). Ancak topolojinin, genel topoloji, geometrik topoloji, cebirsel topoloji, diferansiyel topoloji, kombinatorik topoloji, dijital topoloji, network topoloji, metrotopoloji ve hesaplama topoloji gibi türleri vardır (Karaca, 2013). Topoloji, matematiksel özellikleri içinde yer alan kümelere genelleştirilmesini sağlayan ve onlara genel bir bakış açısıyla bakılmasını sağlayan bir daldır ve matematiğin tüm konularını derinlemesine incelemek için topolojinin anlaşılması önemlidir (Narlı, 2010).

Topolojinin temel kavramları arasında açık ve kapalı kümeler, iç, dış ve kenar noktaları, yığılma noktaları ve kaplama (kapatma) kavramları en önde gelmektedir (Karaçay, 2009). Bu kavramlar genel olarak üniversitelerin fen fakültelerine bağlı matematik anabilim dallarında öğretilmektedir. Ancak bunun yanı sıra eğitim fakültelerinin matematik eğitimi anabilim dallarında verilen analiz dersleri kapsamında da bu konulara değinilmektedir. Bununla birlikte matematik ve geometri eğitiminin genel amaçları ve kazandırdığı beceriler incelendiğinde topolojinin öğrencilere kazandırması beklenen becerilerle örtüşecek şekilde ortaöğretim seviyesine indirgenebileceği düşünülmektedir (Karaaslan, 2013).

Bu çalışmada topolojinin genel kavramlarının öğretilmesinde görselleştirmenin önemi üzerinde durulmaktadır. Görselleştirme matematiksel kavramların ve problem çözmenin öğrenciler tarafından yapılandırılmasının anlaşılmasında temel görüşlerden biri olarak görülmektedir (Hitt, 2002). Doğası gereği soyut ve matematiksel tanıma dayalı olarak öğretilen bu topolojik kavramların görselleştirilmesinin öğrenenlere kolaylık sağlayacağı düşünülmektedir.

Son yıllarda teknolojik alanlardaki gelişmeler ve değişimler sonucunda, matematik eğitiminde teknoloji kullanımı kaçınılmaz olmuştur (Güven ve Kaleli-Yılmaz, 2016). Matematik eğitiminde kullanılabilecek olan teknolojilerin içerisinde GeoGebra, Cabri, Geometer's Sketchpad gibi dinamik geometri yazılımları sayılabilir. Bu yazılımlar içerisinde GeoGebra yazılımının temel fikri, diğer paketlerin ayrı ayrı ele aldığı geometri, cebir ve hesaplamayı, öğretim hayatı boyunca matematiğin öğrenimi ve öğretimini kolaylaştırmak için kullanımı kolay tek bir paket halinde birleştirmektir (Hohenwarter, Hohenwarter, Kreis ve Lavicza, 2008). Bu özelliği sayesinde GeoGebra, topolojinin temel kavramlarını bir, iki ve geliştirilen yeni özellikleriyle birlikte üç boyutta göstermeye elverişlidir.

Ülkemizde matematik eğitimi alan yazınında topoloji üzerine yapılan çalışmalar sınırlıdır (Karaaslan, 2013; Delice ve Karaaslan, 2016). Ayrıca dinamik geometri yazılımlarının topolojik kavramların öğretimi ile ilişkisi hakkında bir çalışmaya da rastlanmamıştır. Bu nedenle bu araştırmada dinamik geometri yazılımlarından GeoGebra'nın topolojik kavramların öğretiminde kullanılmasının etkisinin ortaya konması hedeflenmiştir

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, üniversitede matematik derslerinde "R^n uzayındaki temel topolojik kavramların öğretiminde, dinamik geometri yazılımı olan GeoGebra programının kullanımının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının akademik başarılarına etkisini" ve bu süreçte gelişen öğrenmelerin nasıl geliştiğini incelemektir.

1.2.1. Alt Problemler

Araştırmada belirlenen ana problem cümlesi doğrultusunda aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır:

1. Kontrol grubundaki öğretmen adaylarının öğretim öncesi ve öğretim sonrası topolojik kavramlar başarı testi başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
2. Deney grubundaki öğretmen adaylarının öğretim öncesi ve öğretim sonrası topolojik kavramlar başarı testi konularındaki başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

3. Deney grubu ile kontrol grubu öğretmen adaylarının öğretim sonrası topolojik kavramlar başarı testi konularındaki başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematiksel ilişkilerin oluşturulması soyut ve zihinsel bir süreç gerektirdiği için öğretiminde de problemleri beraberinde getirmektedir (Baydaş, 2010). Bundan dolayı "matematiği nasıl daha anlaşılır hale getirebiliriz" sorusu için ilişkilerin daha kolay görülebilmesi ve öğrencinin bilgiyi yapılandırabilmesi yönünde Dinamik Geometri Yazılımı (DGY) ortamları oluşturulmuştur. DGY ortamlarının oluşturulması matematik öğretimi için önemli fırsatlar sunmaktadır. Ancak şüphesiz ki bu ortamların etkin ve verimli kullanımı doğrudan öğretmene bağlıdır (Göktaş, 2008).

Öğrenme süreçlerinde bilgisayar destekli matematik öğretimi gören öğretmen adaylarının "nasıl öğrenilirse, öyle öğretilir" düşüncesine paralel olarak, bilgisayar destekli öğretime bakış açılarının da olumlu yönde değişebileceği düşünülmektedir (Kepçeoğlu, 2010).

Bu araştırmanın içerisinde de yer verilen ilgili alan yazın incelendiğinde, GeoGebra kullanılarak bilgisayar destekli öğretimin etkilerinin incelendiği çalışmaların bulunduğu görülmektedir. Ancak temel topolojik kavramların öğretiminin ele alındığı bu tarz bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu araştırma, bilgisayar destekli öğretimin temel topolojik kavramların öğrenilmesindeki etkisinin incelendiği bir araştırma olması sebebiyle bir ilk olma özelliği taşımaktadır. Alandaki bu eksiliği doldurması açısından önemlidir. Ayrıca bu çalışma, yeni ve farklı çalışmalara kapı aralayacak olması bakımından da önemlilik arz etmektedir. DGY olan GeoGebra'nın bu konuda yardımcı olduğu ve görselleştirmeleri daha anlaşılır ve kolay bir şekilde sunduğu için bu programla çalışılmıştır. Diğer yandan önemini araştırdığımızda, bununla birlikte, ilgili alan yazınında temel topolojik kavramların öğretilmesinde, bilgisayar cebir sistemlerine dayalı bilgisayar destekli öğretimlerin etkisi genellikle incelenmiştir. Buna karşın, bu araştırmada bilgisayar cebir sistemlerinden görselliği, dinamikliği ve kullanımı ile farklı olan bir dinamik geometri yazılımına dayalı öğretim yapılmıştır. DGY ortamlarının matematik öğretiminde kullanılmasıyla matematiğin soyut olan kavramları bu yazılımlar ile daha somut bir şekil almıştır.

1.4. Araştırmanın Varsayımları

Araştırmanın sayıltıları;

a) Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının ölçülmek istenen özellikleri doğru olarak ölçtüğü varsayılmıştır.

b) Araştırma sürecinde öğrencilerin, uygulanan ölçme araçlarını; ön test, son test ve hazır bulunuşluk testini içtenlikle yanıtladığı varsayılmaktadır.

c) Araştırmada kullanılan ölçme aracıyla ilgili görüşü alınan öğretmen ve uzmanların objektif ve samimi oldukları varsayılmaktadır.

d) Deney ve kontrol grubunu sadece bağımsız değişkenin etkilediği düşünülmektedir.

e) Uygulanan testlerin tesadüfi hatalardan arınmış olduğu varsayılmıştır.

f) Araştırmada yer alan öğretmen adaylarının araştırma sürecindeki olası beklenmeyen değişkenlerden eşit ölçüde etkilendikleri kabul edilmiştir.

g) Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının bilgisayara olan tutum ve ilgilerinin aynı seviyede olduğu varsayılmıştır.

h) Bilgisayarlı ortamlarda kız-erkek arasındaki algı farkı göz ardı edilmiştir.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma aşağıda yer alan maddelerle sınırlanmıştır:

1. Yapılan uygulama Kastamonu Üniversitesi’nin 2015-2016 eğitim-öğretim yılında ilköğretim matematik öğretmenliği programı 2.sınıfına kayıtlı 40 öğrenci ile sınırlıdır.
2. Yapılan uygulama temel topolojik kavramlar konusu ile sınırlıdır.
3. Araştırmada uygulama dersinin anlatımı 2 hafta (2x6=12 ders saati) ile sınırlıdır.
4. Araştırmada kontrol grubuna ve deney grubuna dersin anlatımı dersin öğretim üyesi tarafından gerçekleştirilmiştir.
5. Uygulanan veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenirliğiyle sınırlıdır.

2. ALAN YAZIN TARAMASI

2.1. Matematik ve Öğretimi

Bir bilim dalı olarak insanlık tarihine eş olan bir tarihi olan matematik, inşasında Euclid, El-Harezmi, Ömer Hayyam, Ebu Reyhan Biruni, Archimet, Ebu Ali İbn-i Sina (Avisenna), Nasireddin Tusi, Ebul Fazl Tebrizi, Ebul Vefa, Cauchy, Leibniz, Leonard Euler, Friedrich Gauss, Nils Abel, Evarista Galois gibi birçok bilim adamının katkısı olan güzel mimarili ve akustikli çok katlı binaya benzetilebilir (Nasibov ve Kaçar, 2005). Matematik, insan tarafından zihinsel olarak yaratılan yapılardan ve ilişkilerden oluşan bir sistemdir ve matematiksel bağıntılar, yapılar arasındaki ilişkilerdir ve yapıları birbirine bağlar (Umay, 1996). Matematik, insanda mantıklı düşünmeyi geliştiren mantıksal bir sistemdir (Vatansever, 2007). Aynı zamanda matematik, tümdengelimli bir düşünce yapısıyla sayılar, geometrik şekiller, fonksiyonlar, uzay gibi soyut varlıkların özelliklerini ve bunlar arasında kurulan ilişkileri inceleyen bilimler grubuna verilen genel addır (Yenilmez ve Özbey, 2006). Matematik yaşadığımız evreni algılamamızda ve çevremizi geliştirmemizde bize yardım eder.

Matematik eğitiminin genel amaçları günümüz ortaokul matematik dersi öğretim programında şöyle sıralanmıştır (MEB, 2013): Matematik eğitimi alan bir öğrenci,

1. Matematiksel kavramları anlayabilecek, bunlar arasında ilişkiler kurabilecek, bu kavram ve ilişkileri günlük hayatta ve diğer disiplinlerde kullanabilecektir.
2. Matematikle ilgili alanlarda ileri bir eğitim alabilmek için gerekli matematiksel bilgi ve becerileri kazanabilecektir.
3. Problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilecektir.
4. Matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminoloji ve dili doğru kullanabilecektir.
5. Tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin kullanabilecektir.
6. Problem çözme stratejileri geliştirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilecektir.
7. Kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilecektir.
8. Matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirebilecek, özgüven duyabilecektir.
9. Sistemli, dikkatli, sabırlı ve sorumlu olma özelliklerini geliştirebilecektir.
10. Araştırma yapma, bilgi üretme ve kullanma becerilerini geliştirebilecektir (syf.2).

Matematik öğrenme, aktif bir süreçtir (Altun, 2006). Öğrenci matematiği sayma, bir araya getirme, çoğaltma, eksiltme, azaltma, eş parçalama, gruplama ve benzeri yollarla öğrenir (Aydın, 1990). Matematik sosyo-kültürel bir soyutlamadır, öğrenci her ne kadar bilgiyi kendi inşa etse de, içinde bulunduğu sosyal grubun matematik bilgisinden bağımsız değildir (Yenilmez ve Özbey, 2006). Matematik öğrenciye bağlı olarak, dinamik ve sürekli büyüyen bir alan ve kültürel bir üründür (Baki, 2014). Öğrencilerin etkinlikler yoluyla elde ettikleri çıkarımlarını birbirleriyle paylaşmaları bilgi gelişimlerine katkı sunar ve kendi ürettikleri veya öğretmenleri tarafından yöneltilen sorularla öğrencilerin birbirleriyle iletişim kurmaları da matematiğin kültürel paylaşım sonucu oluşan bir olgu olduğu fikrini öğrencilerde geliştirilebilir (Baki, 2014).

Matematik yığılmalı bir bilim olduğundan, matematik eğitiminde ön öğrenmelerin önemi büyüktür. Matematik öğretiminde belirli bir dönemde gerçekleştirilen öğrenmeler sonraki dönemlerdeki öğrenmelerin temelini oluşturacak ve "Öğretme" işindeki hatalar azaldıkça öğrenme de o derece artacaktır (Çağırgan-Gülten, 2011). Matematik öğretiminde amaca ulaşılabilmesi için uyulması gereken başlıca ilkeler şu şekildedir (Polat, 2010):

- Kavramsal temellerin oluşturulması
- Öğretimde çevreden yararlanma
- Araştırma çalışmalarına yer verme
- Matematiğe karşı olumlu tutum geliştirme

Bunların dışında matematiksel kavramların öğretiminde soyuttan somuta, yakından uzağa, basitten karmaşığa, bilinden bilinmeyene, kolaydan zora gibi genel öğretim ilkelerine de uyulmalıdır (Ekinözü, 2013).

Türkiye'de matematik öğretim programı matematik öğrenmeyi etkin bir süreç olarak ele almakta, öğrencilerin öğrenme sürecinde aktif katılımcı olmalarını vurgulamakta ve dolayısıyla kendi öğrenme süreçlerinin öznesi olmalarını öngörmektedir (MEB, 2013). Bu amaç, ülkemizde matematik öğretiminde yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının benimsendiğini göstermektedir. Yapılandırmacı yaklaşımın ilkeleri olarak şu dört ilke belirlenmiştir (Dolittle, 1999, akt. Altun, 2006):

1. Bilgi birey tarafından pasif olarak alınmaz, bireyin aktif olduğu kendi kontrolünde gerçekleştirdiği bilişsel bir eylemin sonucunda oluşur.
2. Öğrenme (bilgi edinme) bir adaptasyon sürecidir.
3. Öğrenme özneldir, nesnel değildir, yani herkes kendine özgü biçimde öğrenir.
4. Öğrenme sosyal etkileşim kültür ve dilden etkilenen bir süreçtir

Bu ilkeler doğrultusunda öğrenme sürecinde öğretmen, öğrencinin istenilen bilgiye ulaşması için ona aktif olabileceği bir ortam hazırlamalı, deneme ve keşfetme fırsatı vermeli ve öğrenciyi yönlendirmelidir.

2.2. Kavram ve Öğretimi

"Kavram nedir?" sorusu üzerine yapılan tanımlamalara baktığımızda, Türkçe sözlükte "Nesnelerin ya da olayların belirli ortak özelliklerini taşıyan ve ortak ad altında toplayan soyut ve genel tasarım" olarak tanımlanmaktadır (Türk Dil Kurumu, 2017). Şimşek'e (2006) göre, kavram; benzeri özellikleri paylaşan nesne, görüş ve olaylara verilen ortak isimdir. Başka bir deyişle; paylaştıkları ortak özellikleri nedeniyle aynı küme, sınıf ya da kategori içinde yer alan örnekler bir kavram oluşturur.

Merrill'e (1983) göre, kavramlar insan düşüncesinin yapı taşlarıdır. Nesne ve/veya olayların gözlenebilen özelliklerinin toplamından oluşurlar. Kavramlar ortak özellikleri paylaşan ve aynı isimle tanımlanan semboller, olaylar ve nesneler grubudur. Kavramlar eşyayı, olayları, insanları ve düşünceleri benzerliklerine göre sınıflandırdığımızda bu sınıflara verdiğimiz addır. Dolayısıyla kavramlar somut eşya, olaylar veya varlıklar olmaktan çok, belirli gruplar altında topladığımızda ulaştığımız soyut düşünce birimleridir. Gruplama ve/veya sınıflama benzerlik ve farklılıklara göre yapılır. İnsan zihni farklılıkları ve benzerlikleri ayırt etme noktasında tecrübelidir. Gruplama yapma ve bu gruplara isim verme doğal bir süreç olmayıp deneyimlerle ilgilidir (Doğanay, 2003). Kavramların özelliklerini daha iyi anlamak için "üçgen" kavramı ele alınırsa, üçgenlerin "üç kenarlı kapalı bir şekil olması" ve “iç açılarının toplamının 180 dereceye eşit olması” değişmeyen esas özellikleridir. Üçgenlerin “kenarlarının üçünün birbirine eşit olması” ya da “iki kenarının birbirine eşit olması” ya da “her üç kenarında birbirinden farklı olması” değişken özellikleridir.

Kavram öğrenme, davranışçı ve bilişsel yaklaşımlara göre farklı tanımlanır (Biber ve Argün, 2012). Bireyin farkındalık düzeyi, istekli olması, algılama sürecindeki esnekliği ve önceki tecrübeleri bireyin kavram geliştirmesinde önemli rolü olan dinamik etkenlerdir (Ülgen, 2004). Düşüncenin birimleri ve bilgilerin yapı taşları olan kavramlar ve bunlar arasındaki ilişkiler bilimsel ilkeleri oluşturur (Nakipoğlu, 1999).

Bir kavramın öğretilmesinde farklı yaklaşımların olduğu araştırmacılar tarafından öne sürülmüştür. Hamilton ve Ghatala (1994) kavram öğretiminde klasik, prototipe dayanan ve örneklere dayanan yaklaşımların olduğunu ifade etmişlerdir:

- Klasik kavram öğretiminde verilen kavramın ilgili bütün diğer örneklerle ortak özellikleri gösterdiği savunulmaktadır. Bu yaklaşıma göre, ortak olan özellikler kavramın tanımlanmasına ve diğer kavramlardan ayırt edilmesine yardımcı olur.
- Prototipe dayanan yaklaşımda ise ilgili kavramın sahip olduğu tüm özelliklerin eşdeğer ya da aynı fonksiyona sahip olmadığı öne sürülür. Bu yaklaşımda kavrama sahip olan kimi örnek durumlarının diğerlerinden daha belirgin bir özellik bulundurduğu savunulmaktadır. Öğrenen bir kavrama ait prototipi kendi zihninde soyutlama yoluyla hayal edebilir.
- Örneğe dayalı yaklaşımda, kavramın sahip olduğu özelliklerden belirgin olan öğrenenin zihninde canlanır.

Bizim çalışmadaki yaklaşımımız GeoGebra’nın uygulama temelli görselleştirme sunma özelliğinden dolayı örneğe dayalı yaklaşıma uygun olacaktır.

Smith ve Ragan (1999) bir kavramın öğretilmesinde araştırmaya ve açıklamaya dayalı iki esas yaklaşım olduğunu ifade etmektedirler:

- Araştırmaya dayalı yaklaşım esası öğreneni merkeze yerleştirir. Kavramlar tanım kullanılarak doğrudan öğretilmez. Öğrenen kendine verilen örnekler üzerinden kavramı tanımlamaya çalışır.
- Açıklamaya dayalı yaklaşım da ise merkezde öğreten bulunmaktadır. Kavramlar tanımlar kullanılarak öğrenene sunulur.

Kavram öğretiminde, uygun yöntemin belirlenmesi ve uygulanması önemli bir yere sahiptir. Öğrencilerin, çevrelerini kendi başlarına gözlemeleri ve bu gözlem sonucunda elde ettiklerini, ders esnasında sunulan kavramlarla bütünleştirememesi, bilim çevresince kabul edilmeyen öğrenci kavramlarının oluşmasına neden olmaktadır. İyi öğretim yapıldığına kanaat getirilen sınıflarda da öğrencilerin kavram yanılgılarına sahip olduğu tespit edilmiştir. Cleminson'un bildirdiğine göre; kavram öğrenme üzerine yapılan çalışmalardan öğrenmenin, büyük ve pasif bir öğrenci kitlesi için bilginin giderek artan yığılımı olarak görülmesinin aksine, kavramların üretimi ve yapılandırılmasında öğrencinin çalıştırıldığı aktif bir uygulama olması gerektirdiği vurgulanmaktadır (Köksal, 2006).

2.3. Topolojik Kavramlar ve Görselleştirmesi

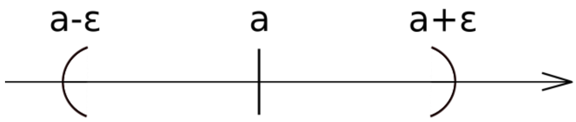
Bu kısımda araştırmada kullanılacak topolojinin temel kavramlarının matematiksel tanımları ve dinamik geometri yazılımı aracılığıyla bu kavramların $\mathbb{R}, \mathbb{R}^2$ve $\mathbb{R}^3$'te görselleştirilmelerine yer verilecektir. $\mathbb{R}^n, n \geq 4$ için mevcut koşullarda görselleştirme imkanı olmadığından bu çalışmada topolojik kavramların $\mathbb{R}, \mathbb{R}^2$ve $\mathbb{R}^3$'teki görsellerine yer verilecektir.

2.3.1. Açık Yuvar

Tanım: $a = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$ sabit bir nokta ve $\varepsilon > 0$ olsun.

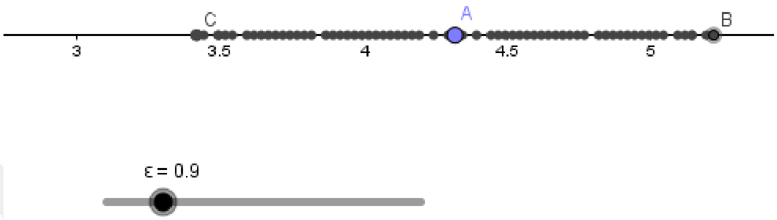
$D(a, \varepsilon) = \{ x \in \mathbb{R}^n ; d(x, a) < \varepsilon \}$ kümesine a merkezli ε-yarıçaplı açık yuvar denir (Balcı, 2011).

$\mathbb{R}$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:



Şekil 2.1. *R kümesi için açık yuvar gösterimi*

ℝ kümesi için a merkezli ε-yarıçaplı açık yuvar a noktasından ε-uzaklıktaki tüm noktaları kapsar; ancak $a-\varepsilon$ ve $a+\varepsilon$ noktaları açık yuvara dahil değildir. Bu durumun GeoGebra ile görselleştirilmiş hali aşağıdaki şekildedir.

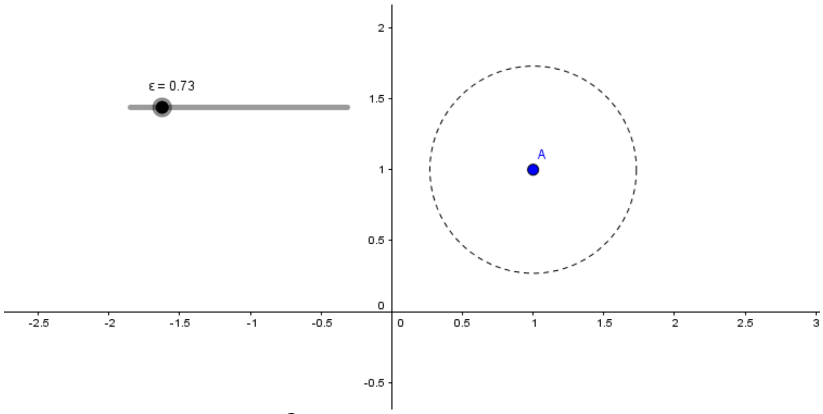


Şekil 2.2. *ε komşuluğunda açık yuvarların gösterimi*

Bu şekilde $C = a - \varepsilon$ ve $B = a + \varepsilon$ şeklinde tanımlanmıştır.

Şekli yorumladığımızda ; A noktasından ε uzaklıktaki noktalarımız $C = a - \varepsilon$ ve $B = a + \varepsilon$ olmak üzere, bu noktalar arasındaki tüm noktalarımız açık yuvara dahildir. Yalnız B ve C noktalarının kendileri yani sınırlar açık yuvara dahil değildir. Kısacası ℝ'de açık yuvar bir aralık olarak tanımlanmaktadır. $\varepsilon = 0.9$ ile gösterdiğimiz çubuk ise bize GeoGebra programında bir sürgüyü ifade etmektedir. Yani $\varepsilon > 0$ olmak üzere herhangi bir değer aldığımızda bu aralığı, C ve B noktaları arasını tarayacaktır. Büyük bir değer aldığımızda aralık daha genişken, küçük bir değer aldığımızda aralık daralacaktır.

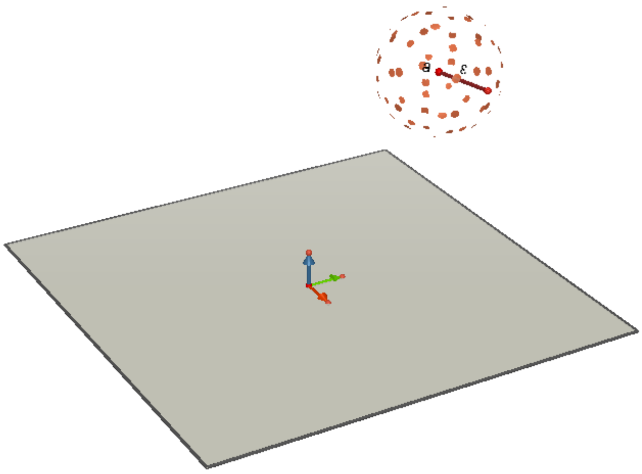
$\mathbb{R}^2$ kümesi için bu durum yine GeoGebra ile aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:



Şekil 2.3. $\mathbb{R}^2$*kümesi için açık yuvar gösterimi*

Bu şekilde ise aynı durum $\mathbb{R}^2$'de gösterilmiştir. Yalnız $\mathbb{R}$'de gösterilen açık yuvarda bir aralık söz konusu iken $\mathbb{R}^2$'de açık bir daire söz konusudur. Sınırlar kümeye dahil değildir. Yine ε sürgüsünü sağa ya da sola kaydırdığımızda yani artırdığımızda ya da azalttığımızda açık dairemiz büyüyecek ya da küçülecektir.

$\mathbb{R}^3$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:



Şekil 2.4. $\mathbb{R}^3$ *kümesi için açık yuvar gösterimi*

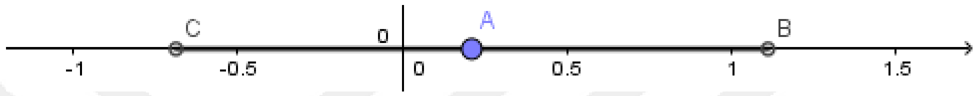
(Bu gösterim Cabri 3D ile yapılmıştır. Bununla yapılmasının nedeni ise açık yuvarın gösteriminin GeoGebra'da noktalı olarak gösterilemeyişidir).

$\mathbb{R}$'de gösterdiğimiz açık yuvar bir aralık, $\mathbb{R}^2$'de açık bir daire iken $\mathbb{R}^3$ kümesine geldiğimizde bu durum açık bir küreyle gösterilmiştir.

2.3.2. Açık Küme

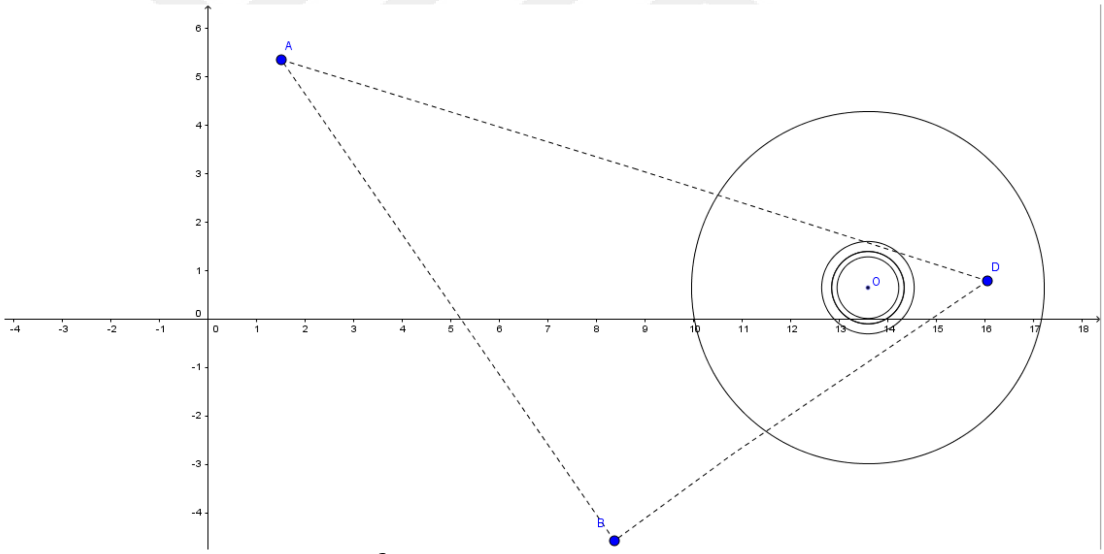
Tanım: $A \subset \mathbb{R}^n$ ve $a \in A$ olsun. Eğer $D(a\,, \varepsilon\,) \subset A$ olacak şekilde bir $\varepsilon > 0$ varsa, a noktası A kümesinin bir iç noktasıdır denir. A noktasının iç noktalarının kümesine A'nın içi denir ve A^o ile gösterilir. Eğer $A^o = A$ ise $A, \mathbb{R}^n$'de bir açık kümedir (Balcı, 2011).

$\mathbb{R}$ kümesi içinde açık kümeler açık aralık olarak tanımlanır. Bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:



Şekil 2. 5. $\mathbb{R}$ *kümesi içinde açık kümelerin açık aralık şeklinde gösterimi*

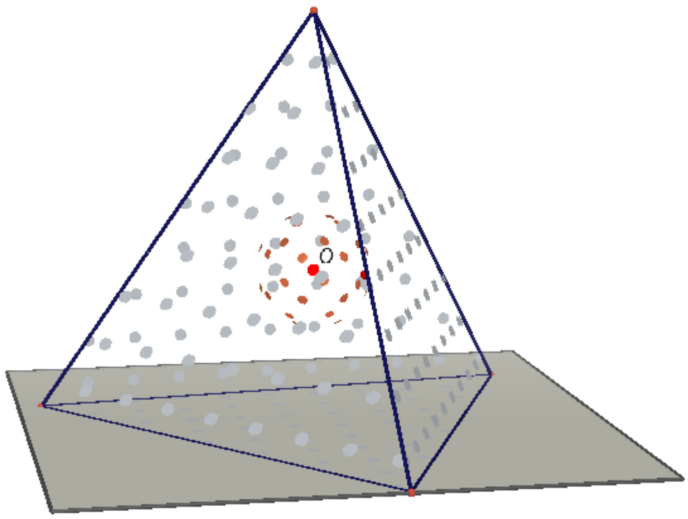
$\mathbb{R}^2$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:



Şekil 2. 6. $\mathbb{R}^2$ *kümesi içindeki açık kümelerin gösterimi*

Bu şekilde ABC üçgeni şeklinde bir açık küme verilmiştir. Bu küme içerisinden alınan herhangi bir O noktası için uygun bir $\varepsilon > 0$ komşuluğunun tanımlanabildiği şekilde gösterilmiştir. Bu nedenle verilen küme açık bir kümedir.

$\mathbb{R}^3$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:



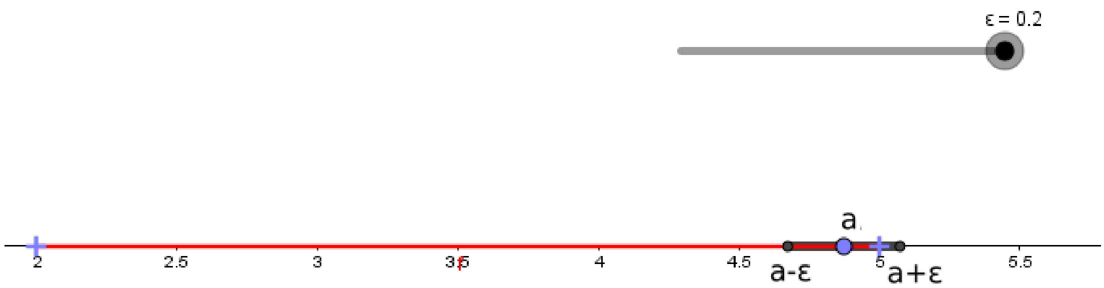
Şekil 2. 7. $\mathbb{R}^3$ *kümesi için açık kümelerin gösterimi*

Bu şekilde de üç boyutlu verilen içerisinden alından herhangi bir O noktası için uygun bir $\varepsilon > 0$ komşuluğunun tanımlanabildiği şekilde gösterilmiştir. Bu nedenle verilen küme açık bir kümedir

2.3.3. Yığılma Noktası

Tanım: $A \subset \mathbb{R}^n$ ve $a \in \mathbb{R}^n$ olsun. Eğer a'nın her bir komşuluğunda, A kümesinin a'dan farklı en az bir elemanı varsa a'ya A kümesinin bir yığılma noktası denir. A kümesinin yığılma noktalarının kümesi A' ile gösterilir (Balcı, 2011).

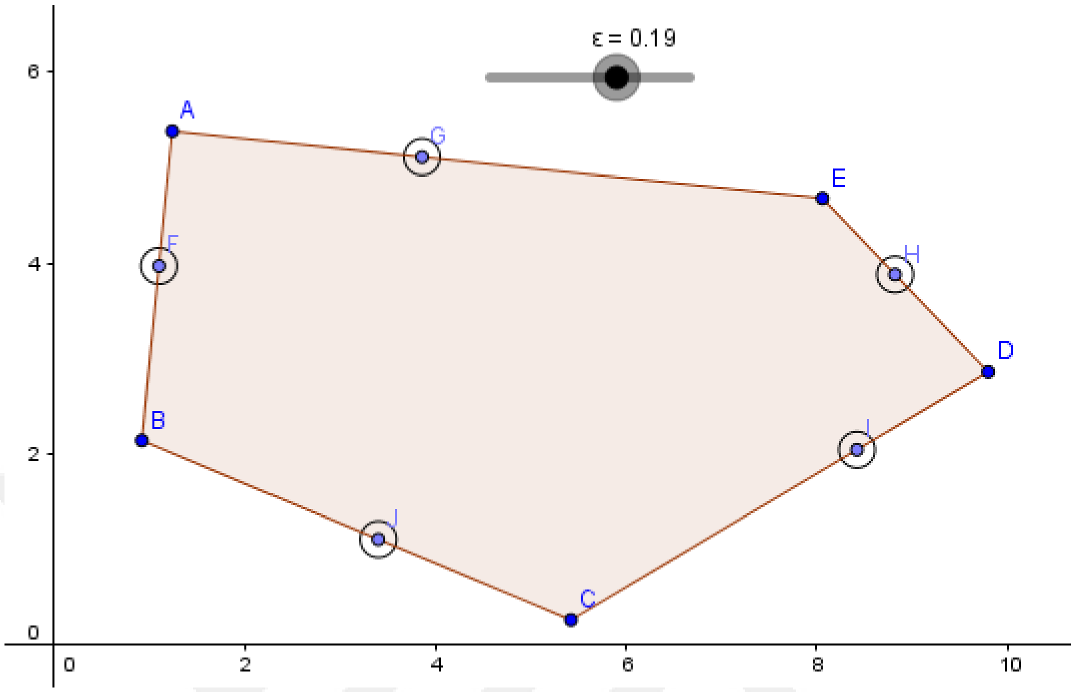
$\mathbb{R}$ kümesi içinde bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:



Şekil 2. 8. $\mathbb{R}$ *kümesi için yığılma noktası gösterimi*

Bu şekilde [2,5] kapalı aralığı içinde alınan herhangi bir a noktasının $\varepsilon > 0$ komşuluğu [2,5] kapalı aralığının a'dan farklı bir noktasını içermektedir.

$\mathbb{R}^2$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:



Şekil 2. 9. $\mathbb{R}^2$ *kümesi için yığılma noktası gösterimi*

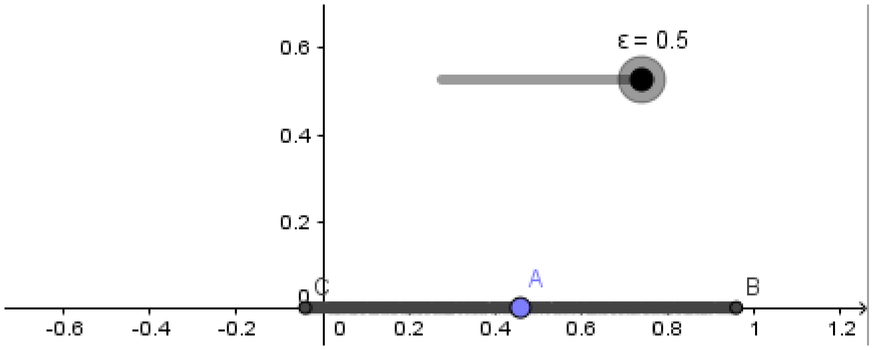
Bu şekilde $\mathbb{R}^2$ kümesinde verilmiş herhangi kapalı bir şeklin kenarları üzerinde dahi alınan bir noktanın (F, G, H, I, J) $\varepsilon > 0$ komşuluğunun şeklin içinde kendisi hariç en az bir noktayı kapsadığı görülmektedir.

2.3.4. Kapalı Yuvar

Tanım: $a = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$ sabit bir nokta ve $\varepsilon > 0$ olsun.

$D[a, \varepsilon] = \{x \in \mathbb{R}^n; d(x,a) \leq \varepsilon\}$ kümesine a merkezli ε-yarıçaplı kapalı yuvar denir (Balcı, 2011).

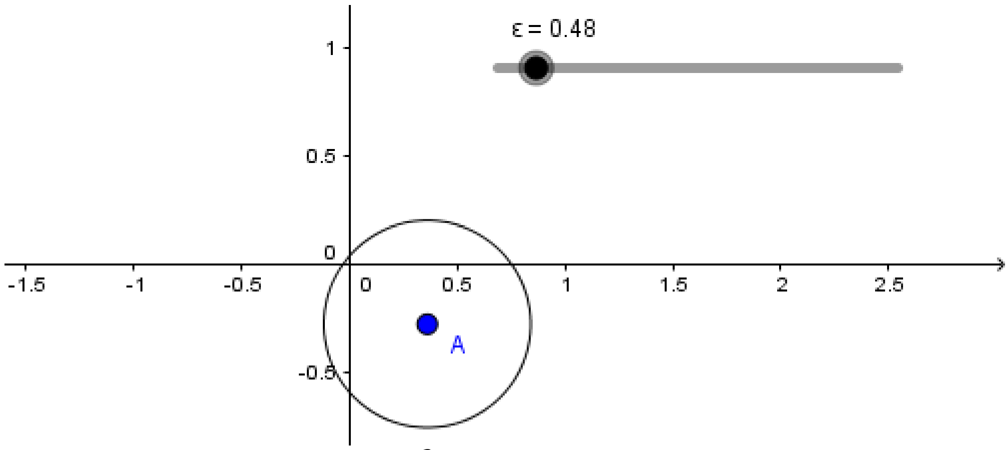
$\mathbb{R}$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir (GeoGebra programında tek boyutlu çizimler için sadece x-eksenini gösterme seçeneği olmadığından iki eksende gösterilmiştir):



Şekil 2. 10. ℝ *kümesi için kapalı yuvar gösterimi*

Şekli yorumladığımızda ; A noktasından ε uzaklıktaki noktalarımız $C = a - \varepsilon$ ve $B = a + \varepsilon$ olmak üzere, bu noktalar arasındaki tüm noktalarımız kapalı yuvara dahildir. Yalnız B ve C noktalarının kendileri yani sınırlar da kapalı yuvara dahildir. Kısacası ℝ'de kapalı yuvar kapalı bir aralık olarak tanımlanmaktadır. $\varepsilon = 0.5$ ile gösterdiğimiz çubuk ise bize GeoGebra programında bir sürgüyü ifade etmektedir. Yani $\varepsilon > 0$ olmak üzere herhangi bir değer aldığımızda, bu aralığı, C ve B noktaları arasını tarayacaktır. Büyük bir değer aldığımızda aralık daha genişken, küçük bir değer aldığımızda aralık daralacaktır.

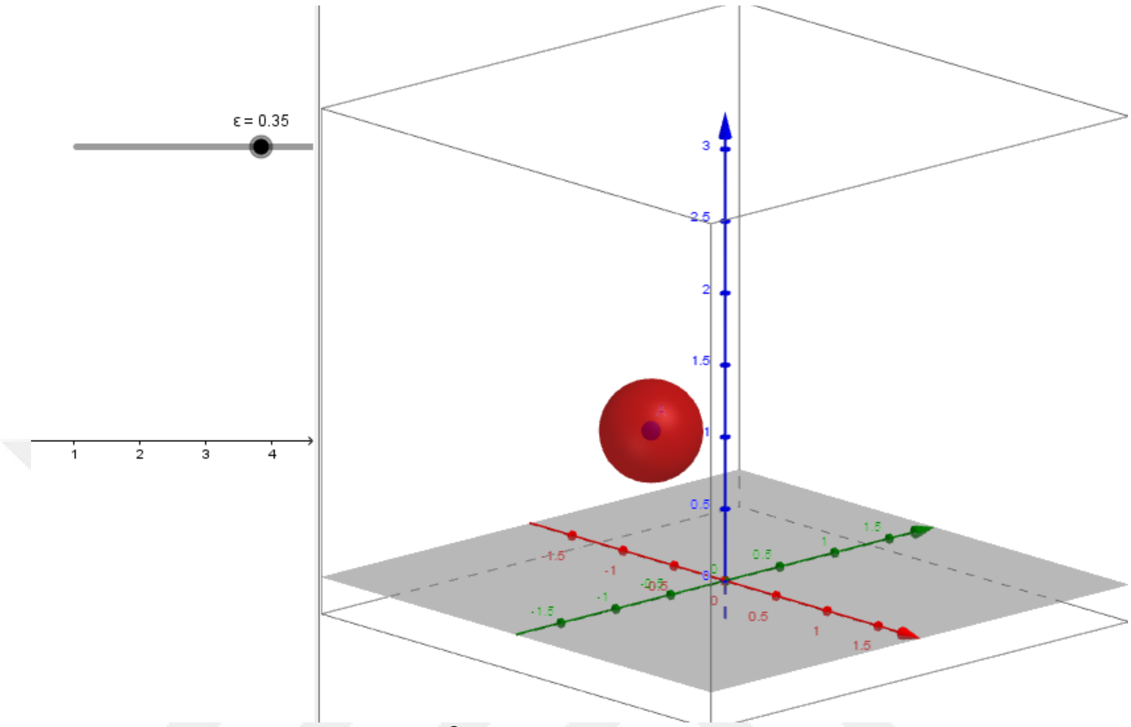
$\mathbb{R}^2$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:



Şekil 2. 11. $\mathbb{R}^2$ *kümesi için kapalı yuvar gösterimi*

Bu şekilde ise aynı durum $\mathbb{R}^2$'de gösterilmiştir. Yalnız ℝ'de gösterilen kapalı yuvarda bir aralık söz konusu iken $\mathbb{R}^2$'de kapalı bir daire söz konusudur. Sınırlar kümeye dahildir. Yine ε sürgüsünü sağa ya da sola kaydırdığımızda yani artırdığımızda ya da azalttığımızda kapalı dairemiz büyüyecek ya da küçülecektir.

$\mathbb{R}^3$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:



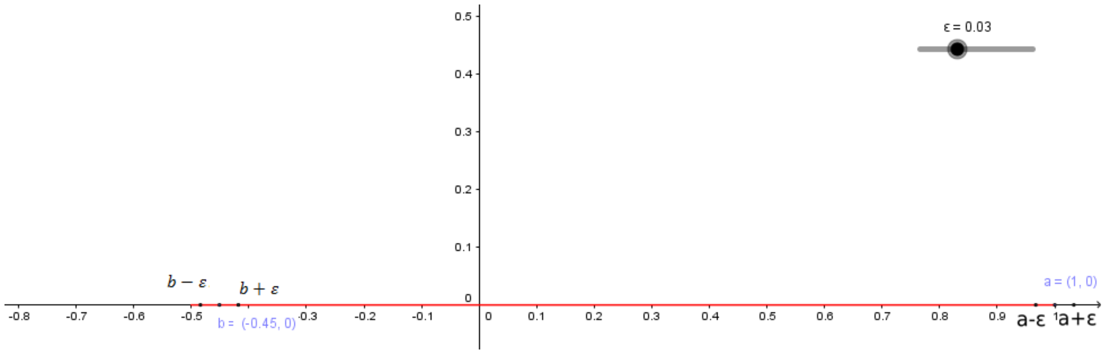
Şekil 2. 11. $\mathbb{R}^3$ *kümesi için kapalı yuvar gösterimi*

$\mathbb{R}$'de gösterdiğimiz kapalı yuvar kapalı bir aralık, $\mathbb{R}^2$'de kapalı bir daire iken $\mathbb{R}^3$ kümesine geldiğimizde bu durum kapalı bir küreyle gösterilmiştir.

2.3.5. Sınır Noktası

Tanım: $A \subset \mathbb{R}^n$ ve $a \in \mathbb{R}^n$ olsun. Eğer a'nın her bir komşuluğunda hem A kümesinin hem de A kümesinin tümleyeninin en az bir elemanı varsa a noktasına A kümesinin bir sınır noktası denir. A kümesinin sınır noktalarının kümesi A^s veya ∂A ile gösterilir (Balcı, 2011).

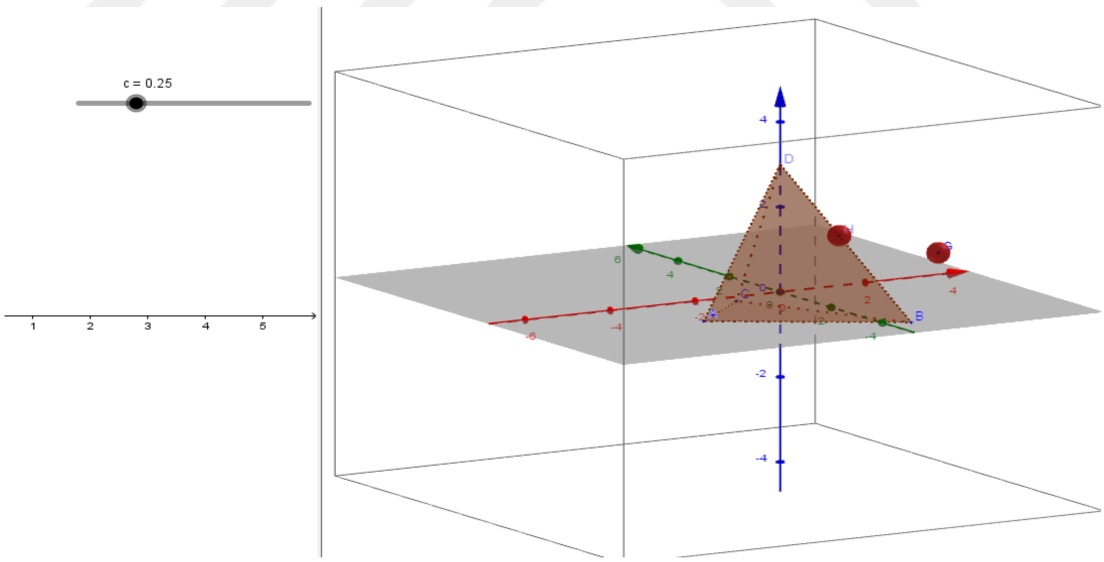
$\mathbb{R}$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:



Şekil 2. 1. ℝ *kümesi için sınır noktası gösterimi*

Bu şekilde $(-0.5, 1]$ aralığının sınır noktaları belirlenmeye çalışılmıştır. Bu aralık için $a = (1,0)$ ve $b = (-0.45, 0)$ noktaları seçilmiştir. Seçilen $\varepsilon > 0$ değeri için a noktası $(-0.5, 1]$ aralığının hem içinden hem de dışından noktaları kapsarken, b noktası sadece aralığın iç noktalarını kapsamaktadır. Dolayısıyla $(-0.5, 1]$ aralığının sınır noktaları $(-0.5, 0)$ ve $(1, 0)$ noktalarıdır. Bir başka ifadeyle ℝ kümesinde sınır noktaları aralıkların uç noktalarıdır.

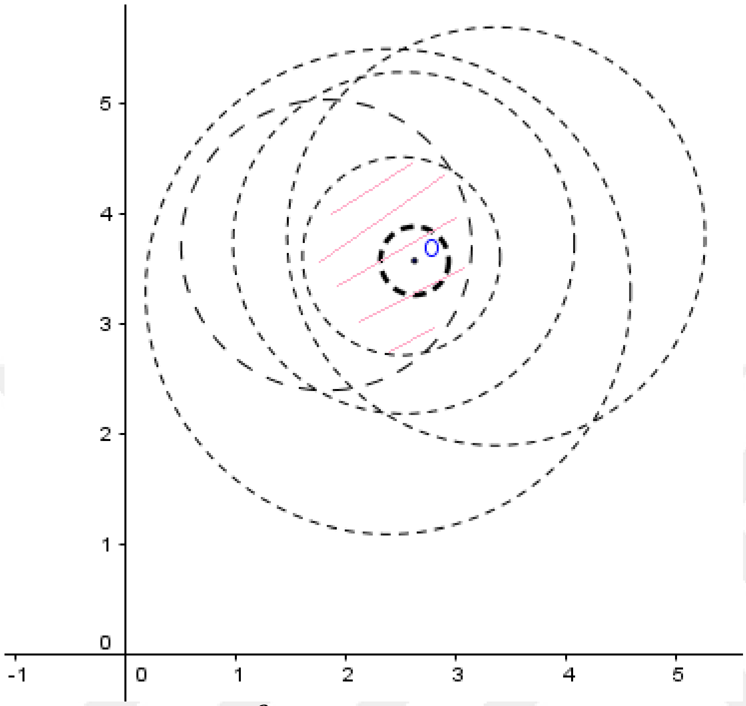
$\mathbb{R}^3$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:



Şekil 2. 2. $\mathbb{R}^3$ *kümesi için sınır noktası gösterimi*

Bu şekilde $\mathbb{R}^3$ kümesinde rastgele verilen bir şekil üzerinde alınan noktaların sınır noktalar olduğu, dışında alınan noktaların ise sınır noktaları olmadığı görülmektedir.

Bu yazılımlar yardımıyla sadece tanımlar değil bununla birlikte teoremlerin de görselleştirmeleri yapılabilmektedir. Örneğin; *“Sonlu sayıda açık kümelerin kesişimi bir açık kümedir.”* teoremi aşağıdaki şekilde görselleştirilebilir:



Şekil 2. 3. $\mathbb{R}^2$ *kümesinde sonlu sayıdaki açık kümelerinin kesişimi gösterimi*

Bu şekilde $\mathbb{R}^2$ kümesinde sonlu sayıdaki açık kümelerinin kesişimi taranmıştır ve bu taralı bölgenin de açık küme olduğu görülmektedir.

2.4. Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi

Teknolojik gelişmelerin hayatımızın her alanında etkisini gün geçtikçe arttığı günümüzde, eğitimin bu etkiden uzak kalması mümkün değildir. Üretilen bilginin günden güne hızlı bir şekilde artması ve öğretmen başına düşen öğrenci sayısındaki artış eğitim sürecinde birçok sorunun ortaya çıkmasına ve yeni çözüm yollarının entegrasyonuna sebep olmuştur. Bu bağlamda eğitimde niteliğin gelişmesinde önemli rol oynayan yeni teknolojilerin eğitim kurumlarına girmesi zorunlu hale gelmiştir (Aktümen ve Kaçar, 2003). Bunun sonucunda yeni teknolojilerin eğitim-öğretim faaliyetlerinde kullanımı yıllardır araştırmacı ve eğitimcilerin ilgisini çekmektedir. Bunun neticesinde Bilgisayar Destekli Öğretim adı altında yeni bir alan ortaya çıkmıştır.

Bilgisayar destekli öğretim, öğrencilerin karşılıklı etkileşim yoluyla eksiklerini ve performansını tanımak, dönütler alarak kendi öğrenmesini kontrol altına almak, grafik, ses, animasyon ve şekiller yardımıyla derse karşı daha ilgili olmasını sağlamak amacıyla eğitim öğretim sürecinde bilgisayarlardan yararlanma yöntemi olarak tanımlanabilir (Baki, 2002). Teknolojideki gelişmeler ve bilgisayar destekli öğretim yaklaşımı okullardaki matematik eğitimi üzerinde de etkili olmuştur (Akkoç, 2008). Bilgisayara dayalı bilişsel araçlar kullanarak yapılan matematik öğretimine de bilgisayar destekli matematik öğretimi denmektedir (Baki, 2002). Bilgisayar destekli matematik öğretimi, öğrenme ortamları oluşturmada matematik eğitimi içinde önemli bir yere sahip olmaya başlamıştır (İpek ve Akkuş-İspir, 2010).

Matematik öğretiminde teknolojik araçların, özellikle de bilgisayarların kullanımına önem verilmesi gerektiği belirtilmiştir (NCTM, 2000; MEB, 2013) Eğer bu teknolojik araçlar, matematik öğretiminde etkili ve doğru kullanılırsa, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirecek zengin öğrenme ortamlarının elde edileceği bildirilmiştir (NCTM, 2000). Bu nedenle bilgisayar destekli matematik öğretimi uygun kullanıldığında matematiksel anlamayı derinleştirir (Tall, 2002). Bu yüzden uygun şartlarda uygun yazılımlarda matematik eğitiminde bilgisayar kullanımı; araştırma, muhakeme etme, varsayımda bulunma ve genelleme gibi yüksek düzey zihinsel beceriler üzerine odaklanmalıdır (Wiest, 2000; akt. Güven, Karataş, 2003). Farklı bilgisayar yazılımları öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirmede farklı roller oynar. Ancak ortak amaçları, öğrenciye bir matematikçi gibi davranma fırsatı tanımak olmalıdır (Noss, 1998; akt. Baki, Güven, Karataş, 2002). Aksi takdirde; bilgisayar kullanımı öğrencilerin hesap yapma gibi kolay işlemleri de bilgisayar ortamında yapmaları yani zihinsel açıdan düşük düzey uygulamalar için bilgisayarın kullanılması, öğrencinin düşünmesini sınırlayacak ve bilgisayarın eğitim alanında hayat bulamamasına neden olacaktır.

Noss ve Hoyles (1996, akt. Akkoç, 2008) öğretim amaçlı dizayn edilmiş yazılımların iki farklı çizgi izlediğini belirtir: Bir tarafta mevcut matematik müfredatını yansıtan, matematiksel bilgiyi tekrar paketleyip sunan yazılımlar, diğer tarafta da belli konulara yönelik olarak hazırlanan ve ekrandaki nesnelerin manipüle edildiği ya da belli programlama felsefesine dayanan yazılımlardır.

Matematik dersinde kullanılan eğitsel yazılımlar beş ana kategoride toplanabilir (Arslan, 2006):

- Dinamik geometri yazılımları
- Elektronik tablolar
- Sembolik hesap yazılımları
- Grafik çiziciler
- Diğer yazılımlar

Dinamik geometri yazılımları (Cabri, Geogebra, Geometry's Skecthpad gibi yazılımlar) noktalar, doğrular, daireler ve bunun gibi geometrik şekiller arasındaki ilişkiler üzerine odaklanır ve bu yazılımların sunduğu arayüzde yapılandırılan şekillerin formları üzerinde sürükleme teknolojisi ile değişiklikler yapılarak çeşitli manipülasyonlar üretilebilir (Kabaca, Aktümen, Aksoy ve Bulut, 2010).

Sembolik hesap yazılımları bilgisayar cebir sistemleri olarak da bilinir (Arslan, 2006). Bilgisayar Cebiri Sistemleri (BCS), sembolik matematiksel özellikleri ve ilişkileri tam olarak ele alır ve bunu yaparken de gösterimde hem sayı hem de grafik kullanır (Tuluk ve Kaçar, 2007). Maple, Derive, MathExpert gibi yazılımların içerisinde BCS bulunmaktadır.

Grafik çizici yazılımlar vasıtasıyla girilen verilere göre istenilen formatta grafik çizilebilir (Arslan, 2006). Graphmatica yazılımı grafik çizici yazılımlar içerisinde yer alır. Elektronik tablolar kategorisi içerisinde yer alan yazılımların özellikleri hesap çizelgelerini işlemek, verileri düzenlemek, analiz yapmak ve eğer ihtiyaç duyulursa bu verilere uygun grafik veya eğrileri oluşturmaktır (Arslan, 2006). Bu tarz yazılımlardan en bilinenlerinden biri Microsoft Excel'dir. Diğer yazılımlar arasında, Basic, Logo gibi kendine has programlama dili olan yazılımlara yer verilebilir (Arslan, 2006).

2.4.1. GeoGebra

Başlangıçta ortaokul düzeyinde matematik eğitimini desteklemek amaçlı geliştirilen GeoGebra yazılımı, bilgisayar destekli eğitim veren okullar için Geometri, Cebir ve

Analiz’i birleştiren bir Genel Kamu Lisanslı dinamik geometri yazılımıdır. Dolayısıyla bu yazılım ortaöğretim ve yükseköğretim matematik derslerini de görsel anlamda desteklemek amaçlı da kullanılmaktadır. Çoklu dil desteği olan bu yazılımın Türkçe desteği de bulunmaktadır (GeoGebra Resmi Web Sitesi, 2017).

GeoGebra yazılımı matematik nesnelerinin grafik, nümerik ve cebirsel gösterimlerini aynı ekran üzerinde görülmesini sağlar. Böylece aynı nesnenin farklı gösterimleri dinamik olarak birleştirilir. Gösterimlerin herhangi biri için yapılan değişiklikler, ilk olarak hangi şekilde oluşturulursa oluşturulsunlar, otomatik olarak üç gösterim için de uyarlanır.

GeoGebra bir yandan bir dinamik geometri sistemidir. Noktalar, vektörler, doğrular, koni bölümleri ve fonksiyonlar ile çizimler yapılabilir ve onlar daha sonra dinamik olarak değiştirilebilir. Diğer yandan, denklemler ve koordinatlar doğrudan girilebilir. Böylece, GeoGebra sayılar ile ilgili değişkenler, vektörler ve noktalar ile baş edebilir, fonksiyonların türev ve integrallerini bulabilir ve Kök ve Uçdeğer gibi komutları destekleyebilir. Bu iki durum, GeoGebra'nın özelliğidir. Cebir ekranındaki bir ifade geometri ekranındaki bir nesneye karşılık gelir veya tersi işlemler gerçekleştirilebilir. Kısaca, öğrencilerin kullanabileceği, ortaöğretim ve yükseköğretim geometrisinin ve integral, türev gibi geometriye de dayanan matematik konularının rahatlıkla uygulanabileceği bir ücretsiz yazılımdır (GeoGebra Resmi Web Sitesi, 2017).

Hohenwarter ve Fuchs’e (2004, akt. Kepceoğlu, 2010) göre GeoGebra’nın okullarda kullanımını şu dört şekilde ifade edilir;

- Gösteri ve görsellik
- Yapılandırma(inşa) aracı
- Matematiğin keşfi
- Öğretim materyallerinin hazırlanması

2.5. İlgili Alan Yazın

2.5.1. Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu bölümde yurt içinde ve yurt dışında bilgisayar destekli matematik öğretimi ile ilgili yapılan çalışmalara değinilmiştir.

Taş (2016) araştırmasında, 8. sınıf öğrencilerine "Geometrik Cisimler" konusunun öğretiminde GeoGebra yazılımını kullanarak buluş yolu öğretim stratejisine göre yapılan öğretimin öğrencilerin akademik başarısı üzerindeki etkisini araştırmıştır. Araştırma 2014-2015 eğitim-öğretim yılında bir devlet okulunda üç şubede eğitim gören iki deney grubunda toplam 63, kontrol grubunda 32 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. İki farklı deney grubu ve kontrol grubundaki öğrencilerle çalışma grubu oluşturulmuştur. Geometrik Cisimler konusunun öğretimi ilk deney grubunda buluş yolu öğretim stratejisine göre GeoGebra yazılımında hazırlanmış etkinliklerle 3D gözlük kullanılarak, ikinci deney grubunda buluş yolu öğretim stratejisine göre GeoGebra yazılımında hazırlanmış etkinliklerle, kontrol grubunda geleneksel yöntem kullanılarak ders kitabıyla gerçekleştirilmiştir. 1. Deney grubu öğrencilerinin, buluş yolu öğretim stratejisine göre GeoGebra yazılımında hazırlanan etkinliklerle öğretimin gerçekleştirildiği 2. deney grubu öğrencilerinden ve geleneksel yöntemin kullanılarak ders kitabıyla öğretimin gerçekleştirildiği kontrol grubu öğrencilerinden; buluş yolu öğretim stratejisine göre GeoGebra yazılımı ile öğretimin gerçekleştirildiği 2. Deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerinden anlamlı düzeyde daha başarılı oldukları görülmüştür.

Bedeloğlu (2016) araştırmasında, "GeoGebra apletleri ve videolarla zenginleştirilmiş web çalışma sayfası ile video konu anlatımlarının öğrenci başarısına ve öz-yeterliğine etkileri nelerdir? " sorusuna cevap aramıştır. Deney kontrol gruplu yarı deneysel deseninin kullanıldığı araştırmada öğretim konusu olarak "çemberde açılar" konusu seçilmiştir. Bu çalışmanın deney grubundaki öğrenciler kendi tabletleri yardımıyla araştırmacı tarafından hazırlanan www.anlatankitap.com web sitesi üzerinden ders işlemişlerdir. Kontrol grubundaki öğrenciler, araştırmacı tarafından hazırlanan video dersleri izlemişlerdir. Veri analizi sonrasında deney grubunun başarı testi puanlarının kontrol grubuna göre anlamlı derecede yüksek olduğu görülmüştür. Kontrol grubundaki öğrencilerin öz-yeterliklerinde anlamlı bir değişiklik olmazken deney grubu öğrencilerinin öz-yeterlikleri anlamlı bir şekilde artmıştır. Ayrıca deney ve kontrol grubunun öz-yeterlik son test puanları arasında deney grubu lehine anlamlı bir fark tespit edilmiştir.

Aydos (2015) çalışmasında, GeoGebra ile limit ve süreklilik öğretiminin kavramsal anlama ve matematiği teknoloji ile öğrenme üzerine olan etkisini incelemiştir. Çalışma grubunu üstün zekâlı ve özel yetenekli öğrencilerin bulunduğu bir okulda okuyan öğrenciler oluşturmuştur. Ön ve son test kontrol gruplu araştırma deseni kullanılmıştır. Limit ve süreklilik konusundaki kavramsal anlama açık uçlu sorular ile ölçülürken, matematiği teknoloji ile öğrenmeye karşı tutum Likert tipi anket ile ölçülmüştür. Ders anlatımı deney grubunda GeoGebra yardımıyla, kontrol grubunda ise geleneksel yöntemlerle yapılmıştır. Sonuç olarak deney grubu kontrol grubundan daha fazla gelişme göstermiştir. Analiz konularının GeoGebra yardımıyla öğretilmesinin üstün zekâlı ve özel yetenekli öğrenciler bağlamında etkili olabileceği düşünülmüştür.

Acar (2015) araştırmasında, "Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar" konusunun dinamik geometri yazılımı olan GeoGebra ile öğretiminin 11. sınıf öğrenci başarısına etkisini incelemiştir. Bu araştırmada, öntest, sontest kontrol gruplu yarı deneysel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Bu araştırma 2014-2015 eğitim-öğretim yılında, deney ve kontrol grubu ile yürütülmüştür. Deney grubunda GeoGebra yazılımının kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim, kontrol grubunda ise geleneksel öğretim gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda, GeoGebra'nın kullanıldığı bilgisayar destekli öğretimin geleneksel öğretime göre öğrenci başarısını daha çok artırdığı saptanmıştır.

Atay (2015) tez çalışması kapsamında ortaokul matematik öğretmenlerinin GeoGebra dinamik yazılımını kullanarak oluşturdukları matematiksel görevler hitap ettikleri sınıf düzeyleri, öğrenme alanları ve bilişsel düzeyleri açısından incelenmiştir. Araştırmaya Türkiye'nin farklı illerinde görev yapan ortaokul matematik öğretmenleri katılmıştır. Katılımcılara GeoGebra yazılımının kullanımına ilişkin uzman akademisyenler tarafından bir hafta süren eğitim verilmiştir. Daha sonra öğretmenlerden kendi derslerini işlerken kullanabilecekleri görevler oluşturmaları istenmiştir. Öğretmenler oluşturacakları görevin sınıf düzeyine, öğrenme alanına ve bilişsel düzeyine kendileri karar vermiştir. Öğretmenler tarafından oluşturulan görevler nitel yöntemler kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda öğretmenlerin oluşturdukları görevlerin büyük bir çoğunluğunun geometri ve ölçme öğrenme alanına yönelik olduğu tespit edilmiştir. Bilişsel istem düzeyleri açısından değerlendirildiğinde, bu görevlerin çok az bir kısmının düşük düzey ezber bilgi gerektiren görevler olduğu görülmektedir. Sonuçlar üretilen görevlerin büyük çoğunluğunun ilişkilendirmeye dayanmayan matematiksel yöntem ve ilişkilendirmeye dayanan matematiksel görevler olduğunu göstermektedir.

Öz (2015), yaptığı araştırmada, ortaokul 7.sınıf matematik dersi geometri öğrenme alanlarından geometrik cisimler alt öğrenme alanının öğretiminde üç boyutlu dinamik geometeri yazılımı GeoGebra kullanımının öğrencilerin akademik başarıları üzerine etkisini incelemiştir. Bu araştırma, 2014 – 2015 eğitim öğretim yılında iki devlet okulunun 7. sınıflarında öğrenim gören öğrenciler ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada, yarı deneme modellerinden eşitlenmemiş kontrol gruplu model kullanılmıştır. Ortaokul 7. sınıflardan biri deney grubu, diğeri ise kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Deney grubunda dersler dinamik geometri yazılımı GeoGebra kullanıldığı, bilgisayar destekli öğretim yaklaşımı ile işlenmiştir. Kontrol grubunda ise dersler geleneksel öğretim yaklaşımı ile yürütülmüştür. Araştırmada veri toplama aracı olarak "Geometrik Cisimler Başarı Testi" kullanılmıştır. Araştırma sonucunda; dinamik geometri yazılımı GeoGebra 5.0 ile yapılan öğretimin öğrencilerin akademik başarısını artırmada geleneksel öğretim yöntemine göre daha etkili olduğu görülmüştür.

Uzun (2014) araştırmasında, dinamik geometri yazılımı GeoGebra'nın öğrencilerin matematik derslerindeki akademik başarılarına ve geometriye yönelik tutumlarına etkisini incelemiştir. Bu amaç doğrultusunda, 7. sınıf matematik dersi "Dörtgensel Bölgelerin Alan", "Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu" ve "Dairenin ve Daire Diliminin Alanı" konuları, GeoGebra ile hazırlanmış taslaklar yardımıyla işlenmiştir. 2012-2013 eğitim-öğretim yılında yapılan bu araştırma yarı deneysel bir çalışmadır. Araştırmanın sonuçlarına göre, deney ve kontrol gruplarına uygulanan yöntemlerin her ikisinin de öğrenci başarısını artırdığı, ancak gözlenen bu artışın bilgisayar destekli öğretim gören deney grubu lehine daha fazla olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca gruplardaki öğrencilerin geometriye yönelik tutum ölçeği sonuçları değerlendirildiğinde, GeoGebra programı kullanan deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu tespit edilmiştir.

Şeker (2014), çalışmasını, 9. sınıf geometri dersi müfredatında yer alan çember ve daire öğrenme alanında, GeoGebra'nın öğrenci ders başarısına ve öz-yeterliğine etkisini incelemek amacıyla yapmıştır. Bu amaç için bir lisede öğrenim gören öğrenciler seçilmiştir. Kontrol grubunda geleneksel öğretim yöntemi ile dersler işlenirken, deney grubunda ise GeoGebra yazılımı ile bilgisayar destekli öğretim yöntemiyle dersler işlenmiştir. Çalışmanın deseni ön test ve son test kontrol gruplu yarı deneysel yöntemdir. Üç hafta süren uygulamaların ardından elde edilen verilerin analizi sonucu deney ve kontrol gruplarının başarıları arasında GeoGebra yazılımı yardımıyla ders işleyen deney grubu lehine anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır.

Aktümen, Yıldız, Horzum, Ceylan (2011) ise yaptıkları araştırmada, ilköğretim matematik öğretmenlerinin, bir dinamik geometri yazılımı olan GeoGebra'nın derslerde uygulanabilirliği hakkındaki görüşlerini ortaya çıkarmak için farklı ilköğretim okullarından seçilmiş matematik öğretmenleri ile çalışmışlardır. 16 saatlik bir hizmet içi eğitim düzenlenmiştir. Bu eğitim sonunda katılımcılarla mülakatlar yapılmıştır. Katılımcıların mülakata verdikleri yanıtlar bazı konular üzerinde yoğunluk göstermiştir. Bunlar öğrenme sürecinde, öğretme sürecinde, matematik dersine yönelik inançları değiştirmede, derse hazırlık sürecinde, sınıflarda, ders dışı etkinliklerle desteklendiğinde ve GeoGebra yazılımını kullanımda uygulanabilirlik şeklindedir. Araştırmaya katılan ilköğretim matematik öğretmenleri, GeoGebra yazılımının öğrencilerin öğrenme sürecine katkıda bulunabileceğine, derse hazırlık ve öğretim sürecinde yardımcı olabileceğine ve matematik dersine yönelik inançlarda değişiklikler oluşturabileceğine dair görüşlerini belirtmişlerdir. Ayrıca öğretmenlerden bazıları da GeoGebra yazılımının görselleştirme özelliğine vurgulamışlardır. Bununla beraber GeoGebra'nın öğrencilerin tümüne ulaşabilmek için bir araç olabileceği yönünde fikir bildirmişlerdir. Çalışmada geleneksel öğretim yöntemlerinin kullanımını uygun bulmayan matematik öğretmenlerinin de GeoGebra yazılımını derslerinde uygulayabileceği, GeoGebra'yı Türkçe ve anlaşılabilir bir yazılım olduğu için kolayca öğrenebileceği ve bilgisayar destekli eğitimden istenilen yararı sağlayabilmek için bu tip yazılımları derslerine doğru bir şekilde aktarabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Akkaya, Tatar, Kağızmanlı (2011) araştırmasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının, GeoGebra yazılımı ile oluşturdukları materyallerin niteliğini belirlemek ve dinamik geometri yazılımı kullanılarak yapılan matematik öğretimine bakış açılarını ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Bu araştırma ilköğretim matematik öğretmenliğinde okuyan öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları materyaller oluşturmuş ve açık uçlu iki sorudan oluşan bir anket aracılığı ile veriler elde etmişlerdir. Araştırmada öğretmen adayları matematik, geometri ve analitik geometri dersleri içinde çeşitli konularda materyal hazırlamışlardır. Bu materyaller ağırlıklı olarak geometriyle alakalıdır. Bunun sebebi geometride görselleştirmenin matematiğe göre daha fazla olması ve öğretmen adaylarının dinamik yazılımlarda görselleştirmeyi ön plana çıkarmak istemesidir. Dinamik matematik ve geometri yazılımları öğrencilerin matematiği öğrenmelerine olumlu katkı sağlayacağı fikrinden hareketle öğretmen adayları bilgisayarın görselleştirme, anlamayı kolaylaştırma, somutlaştırma, kalıcılığı artırma gibi özelliklerinden dolayı matematik ve geometri derslerinde kullanılması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Kabaca, Aktümen, Aksoy, Bulut (2010), 3. Gelecek İçin Öğrenme Konferansı bünyesinde Avrasya GeoGebra Toplantısı (AGT) olarak isimlendirilen bir toplantı kapsamında Türkiye'nin farklı şehirlerinden katılan 100'e yakın öğretmene yönelik 2 gün boyunca toplam 6 saat "GeoGebra'yı matematik eğitiminde kullanma" konulu olarak düzenlenen çalıştayda öğretmenlere GeoGebra'nın temel özellikleri ile ilgili bilgiler verilmiş, uygulamalar yaptırılmıştır. Sınıf ortamlarında kullanılabilecek örnek etkinliklerin yapım aşamaları uygulamalı olarak gösterilmiştir. Toplantının sonunda uygulanan bir veri toplama formu ile öğretmenlerin görüşleri alınmış, GeoGebra hakkında görüşleri ve birincisi düzenlenen Avrasya GeoGebra toplantısının öğretmenler üzerinde bıraktığı etki değerlendirilmiştir. Öğretmenler, GeoGebra'ya ücretsiz olarak erişmeleri, Türkçe olarak kolay bir şekilde kullanabilmeleri ve geometri ile cebir arasındaki ilişkileri dinamik olarak ortaya koyabilme potansiyeli gibi öne çıkan özellikleri ile GeoGebra'yı tercih edebilir bulmuşlardır. GeoGebra'nın gerçek sınıf ortamlarında kullanılabilir olduğu da tespit edilmiştir.

Kepceoğlu (2010), araştırmasında, genel matematik konularından limit ve süreklilik kavramlarının öğretiminde, dinamik geometri yazılımı olan GeoGebra'nın öğretmen adaylarının başarısına ve limit ve süreklilik kavramlarının öğrenmelerine olan etkisini incelemiştir. 2010-2011 eğitim-öğretim yılında ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencileri ile bir çalışma yürütülmüştür. Bu öğrenciler iki denk gruba ayrılmıştır. GeoGebra programının etkisini incelemek amacı ile bir gruba geleneksel yöntem ile ders anlatımı yapılmıştır. Diğer gruba ise GeoGebra ile ders anlatımı uygulamıştır. Son test yapıldıktan sonra araştırmada elde edilen bulgulara göre, uygulama öncesi başarısı denk olan deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarından, deney grubunda yer alan öğretmen adaylarının GeoGebra destekli öğretimden sonra, kontrol grubunda yer alan öğretmen adaylarına göre daha başarılı sonuç almışlardır. Ayrıca deney grubunda yer alan öğretmen adaylarının limit kavramına ilişkin bakış açılarına GeoGebra destekli öğretim yaklaşımının genel olarak olumlu yönde katkısı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Baydaş (2010), çalışmasında DGY'lerden GeoGebra üzerine odaklanmıştır. Öğretim elemanlarının, matematik öğretmen adaylarının matematik öğretiminde GeoGebra'nın kullanımına yönelik algılarını, uygulanabilirliğini ve matematik öğretimine getirdiği oluşabilecek kazanımları ile sınırlılıkları ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır. GeoGebra destekli matematik dersinde kimya öğretmen adaylarının görüşleri alınmıştır. GeoGebra kullanımının geleneksel yolla anlatılan matematik dersine göre oluşturduğu farkı ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Veriler yüz yüze görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Bu araştırma sonucunda, GeoGebra'nın bilgisayar destekli matematik öğretiminde (BDMÖ) kullanımının kolay olması üzerinde durulmuştur.

Hohenwarter, Hohenwarter, Kreis ve Lavicza (2008) yaptıkları çalışmada, dinamik geometri yazılımı GeoGebra ile matematiğin öğretilmesi üzerinde durmuşlardır. Matematik eğitimde teknoloji kullanımının birçok faydası olmasına rağmen teknolojiyi sınıflara getirmenin karmaşık ve yavaş olduğundan bahsetmişlerdir. Bu çalışmada GeoGebra gibi yazılımların matematiğin analiz konularına yardımcı olacağı vurgulanmıştır.

Dikovic (2009) Sırbistan'da Matematik II dersini alan öğrencilerle GeoGebranın türev, teğet eğimi, süreklilik gibi bazı analiz konularının öğretiminde kullanılması üzerine bir çalışma yapmıştır. Çalışmada öğrenciler analiz dersini geleneksel yöntemle işledikten sonra GeoGebra çalıştayına katılmışlardır. GeoGebra'nın sunmuş olduğu çoklu temsillerden yararlanan Dikovic, matematiksel yapıların daha açık ve anlaşılır bir şekilde öğrenilmesi için aktif bir ortam sağlamakta ve öğrencilere matematiğin bazı yönlerini bilgisayar destekli bir yazılımla öğrenmenin daha faydalı olabileceğini ifade etmektedir. Araştırma sonucunda GeoGebrada oluşturulmuş materyallerin bazı konuların öğretiminde öğrenciler üzerinde olumlu bir etki yarattığı gözlenmiştir. Ayrıca Geogebra'nın matematik sürecini istenen şekilde görselleştirdiği ve somutlaştırdığı görülmüştür.

Lu (2008) İngiltere ve Tayvan'da ortaöğretim düzeyinde görev yapan 4 matematik öğretmeninin cebir ve geometri öğretiminde GeoGebra kullanım amaçları ve GeoGebra kullanımına bağlı olarak teknoloji ve GeoGebra kavramlarının neler olduğunu araştırmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, öğretmenlerin GeoGebra programını öğrenme materyalinden daha öte öğrenciler için bir derslik ortamı olarak gördükleri, öğrencilerin matematiği anlamlandırmasında GeoGebra'nın soyut olan kavramları somutlaştırma özelliklerinden faydalandıkları, GeoGebra programını matematik dersi için etkinlik-materyal hazırlama gibi nedenlerle sıklıkla kullandığı görülmüştür.

2.5.2. Topolojik Kavramlar İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu bölümde Topoloji ve Topolojik Kavramlar ile ilgili çalışmalar üzerinde durulmuştur.

Delice ve Karaaslan (2016) Topolojinin ilkokul, ortaokul ve lise matematik dersi öğretim programlarında ele alınmasını araştırmışlardır. Doküman analizi tekniği kullanılmıştır. Araştırmada topolojinin temelde eğriler, çizgeler, yüzeyler ve topolojik dönüşümler konuları bazında ele alındığı görülmüş bu konularda ele alınan topoloji kavramlarının neler olduğu belirlenmiştir. Elde edilen bulgulara dayanarak topolojinin ilkokul, ortaokul ve lise matematik öğretim programlarında yer alabilmesi durumu ve bu durumdaki muhtemel katkısı ve programlara konulması tartışılmıştır.

Narlı (2010) öğrencilerin derste gerçekten topolojiyi anlayıp anlamadıklarına dair bir vaka araştırması yapmıştır. Bu araştırma öğrencilerin topolojiyi ne düzeyde anlayıp anlamadıklarını belirlemek adına yapılmıştır. Öğrencilerin topoloji bilgisi dersten hemen önce ve sonrasında yapılan yazılı testlerle değerlendirilmiştir. Bulgular öğrencilerin konuyu tam olarak anlamadıklarını ortaya koymuştur, bunun nedeni ise yanlış anlaşılmalar, ön koşul yetersizliği, soyut kavramlar ve matematik notasyonlarından kaynaklanmıştır. Bu yüzden Topoloji dersinde kavramsal öğrenmeye odaklanabilir ve öğrencilerin topolojiye karşı tutumları düzeltilebilir, bu tarz daha fazla araştırma yapılabilir sonucuna ulaşılmıştır.

Porter'ın (2009), topoloji dersini ilk kez alan öğrencilere topolojiyi tanıtmayı amaçlayan çalışmasında topolojinin tarihçesini yeni fikirleri kavrayacak şekilde vermekte, metrik uzaylar ve bunların topolojiye uygulanması, sonlu kümeler ve diğer kümeleri içeren genel topolojiyi incelemektedir. Öğrenci bu tezi okuduktan sonra Topoloji hakkındaki sorularına cevap bulacaktır. Bu konudaki kavramları anlamlı ve ayrıntılı bir şekilde öğrenecektir.

Çetin, Dane ve Bekdemir (2012) , temel topolojik kavramlardan olan yığılma noktası üzerinde durmuştur. Çalışma 2011-2012 eğitim-öğretim yılında Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Programı ile Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programının üçüncü ve dördüncü sınıflarında öğrenim gören öğrenciler ile gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada veriler, içeriği dört alan uzmanı ve bir dil uzmanı tarafından hazırlanmış olan Kavram Bilgi Formu (KBF) olarak adlandırılan form yardımı ile toplanmıştır. Çalışmada tarama modeli kullanılmıştır. Elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Öğrenciler yığılma noktasının tanımı bunu tanımlamak için kavramları ve bu kavramların nerede kullanılacağına dair zorluklar yaşamışlardır. Öğrencilerin tamamı yığılma noktası kavramını doğal ve reel sayı kümelerinde tanımlamaya çalışmışlardır. Analiz gibi derslerde iki, üç ve n boyutlu reel uzayda ve yine topoloji derslerinde de topolojik uzayda bu kavramı öğrenmelerine rağmen hiçbir öğrenci bu uzaylarda kavramı tanımlayamamıştır.

3. YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Modeli

Araştırmanın paradigması nicel paradigmaya sahiptir. Nicel araştırma, olgu ve olayları gözlemlenebilir, ölçülebilir ve sayısal olarak ifade edilebilir bir şekilde ortaya koyan objektivist ve realist paradigmalara dayanan bir araştırma türüdür (Baştürk, 2013).

Araştırmanın amacına uygun olarak nicel araştırma desenlerinden deneysel yöntem araştırmanın deseni olarak belirlenmiştir. Deneysel yöntem, doğal ortamların araştırmacılara izin vermediği, deneysel değişkenleri istenilen şekilde değiştirme, istenmeyen değişkenleri olabildiğince kontrol altına alabilme ve değişkenler arasındaki sebep sonuç ilişkisine yönelik ölçme fırsatı sunar (Köklü ve Büyüköztürk, 2000).

Araştırmada gerçek deneme modellerinden ön test-son test kontrol gruplu model kullanılmıştır. Ön test- son test kontrol gruplu modelde, yansız atama ile oluşturulmuş deney ve kontrol olmak üzere iki grup bulunur. Deney ve kontrol gruplarında deney öncesi ve deney sonrası ölçümler yapılır (Baştürk, 2013).

Araştırmada katılımcılar temel analiz bilgilerini ölçen bir hazır bulunuşluk testi yardımıyla iki denk gruba ayrılmıştır. Gruplardan birinde GeoGebra ile hazırlanan etkinliklere dayalı bir öğretim gerçekleştirilirken, diğer gruba ise klasik anlatım tekniği yani geleneksel yöntem ile uygulamalar yapılmıştır.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, 2015-2016 eğitim-öğretim yılında Kastamonu Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı 2.sınıfında öğrenim gören 40 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırmanın katılımcılarına limit, türev ve integral ile ilgili 10 sorudan oluşan hazır bulunuşluk testi uygulanmıştır. 100 puan üzerinden değerlendirilen testte öğrenciler 02 ile 89

(Tablo 4.2.) arasında puan almışlardır. Deney ve kontrol grubunun belirlenmesi için öncelikle öğrencilerin hazır bulunuşluk testinden aldıkları puanlar en yüksekten en düşüğe doğru sıralanmıştır. Yukarıdan aşağıya doğru sıralanmış puanlar grup içi heterojenliğin sağlanabilmesi için ikişer ikişer gruplandırılmıştır. Oluşan her ikiliden bir öğrenci yansız olarak deney grubuna diğeri de kontrol grubuna seçilmiştir. Yani öğrencilerin aldıkları puanlar yukarıdan aşağıya sıralanırken en yüksek iki puan arasında ilki deney grubuna ikincisi kontrol grubuna, 3. ve 4. yüksek puanlardan yine 3. deney grubuna 4. kontrol grubuna gibi seçkisiz bir şekilde atanmıştır. Öğrencilerin ön testten aldıkları puanların normal dağılım gösterdiği belirlendikten sonra parametrik testlerden bağımsız örneklemler için t testi kullanılarak grupların denkliği sağlanmıştır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak açık uçlu sorulardan oluşan "hazır bulunuşluk testi" ve "topolojik kavramlar başarı testi" adıyla iki ayrı test hazırlanmıştır. Gerekli literatür taraması yapılmış ve her iki test için 22 maddenin yer aldığı bir madde havuzu oluşturulmuştur. Bu maddeler 3 uzman görüşü alınarak oluşturuldu. Uzman görüşleriyle maddelerin öğrenci seviyelerine uygun olup olmadığına bakıldı, en uygun ölçme biçiminin açık uçlu sorular olarak belirlenmesine karar verildi. Bir eksiklik ya da yanlış algılama olup olmadığı kontrol edildi. Bu değerlendirmeler sonucunda hazır bulunuşluk testi 10 açık uçlu sorudan, topolojik kavramlar başarı testi 6 açık uçlu sorudan oluşturuldu. Araştırmanın nicel verileri, bu şekilde oluşturulan hazır bulunuşluk testi ve topolojik kavramlar başarı testi yardımıyla elde edilmiştir.

3.3.1. Hazır Bulunuşluk Testi

Hazır bulunuşluk testi toplamda 10 tane açık uçlu soru içermektedir. Testte kullanılan sorular, nasıl ve ne amaçla seçildiği aşağıda açıklanmıştır.

1) $\lim_{x\to -4}\frac{x^3+64}{x^2+x-12}$ limitinin değerini hesaplayınız.

2) $\lim_{x\to 0} \frac{1}{1+2^{-\frac{1}{x}}}$ limitinin değerini hesaplayınız.

3) $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{bx}, x < 1 \\ 2, x = 1 \\ \frac{x^2+2}{2a}, \ x > 1 \end{cases}$ fonksiyonu her yerde sürekli olduğuna göre a+b değerini hesaplayınız.

4) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{(3\sin x - 1)\cos\ 3x}{2x - \pi}$ limitinin değerini hesaplayınız.

Bu çalışmanın temel araştırma konusu olan topolojik kavramlar, Analiz-II dersinin "Çok Değişkenli Fonksiyonlar" konusunun giriş kısmında yer almaktadır. Çok Değişkenli Fonksiyonlar konusundan önce öğretmen adayları ağırlıklı olarak Analiz-I dersinde Tek değişkenli reel değerli fonksiyonların limiti, sürekliliği, türevi ve integrali konularını öğrenmiş bulunmaktadırlar. Bu nedenle ilk 4 soru limit ve süreklilik kavramlarının ne derece hatırladığına dair bir ön bilgi alınmak için seçilmiştir.

5) $y = \ln(\arccos(x^2 + 2x))$ fonksiyonunun türev fonksiyonunu hesaplayınız.

Bu soru türev konusunda olup öğretmen adaylarının türev konusunda ne derece bir ön bilgiye sahip olduklarını öğrenmeyi amaçlayan bir sorudur. Bir fonksiyonun türevinin alınabilmesi için bazı kurallar gerektiğinden ve bu soru farklı türev alma kurallarını da içinde barındırdığından öğretmen adaylarının bu kuralları ne derece hatırladıklarını ve soruya uygulayabildiklerini görmeyi amaçlayan sorudur.

6) $f(x) = x^2.h(5 - x^2)$ olmak üzere h(1) = 3 ve h'(1) = 2 olduğuna göre f'(2) değeri nedir?

Bu soruda iki fonksiyonun birbirine bağlı bir şekilde türevleri söz konusudur. Fonksiyonun bir noktadaki türevinin değeri ile ilgili bir sorudur. Öğrenciler acaba bu şekilde sorulan soruları da kolay bir şekilde hatırlayabilecek mi sorusu araştırılmıştır.

7) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x, & x \leq 1 \\ ax^2 + bx + 3, & x > 1 \end{cases}$ ise y=f(x) fonksiyonu x=1 noktasında türevli olduğuna göre b değerini hesaplayınız.

Bu soru ise öğrencilerin yine analiz dersindeki türev konusu ve süreklilik konusu arasında her hangi bir bağlantı olup olmadığının araştırıldığı bir sorudur.

Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

8) $\int \frac{(1+sinx)dx}{sinx(1+cosx)}$

9) $\int \frac{2x+1}{(x-1)^2} dx$

10) $\int x^3 . f(x)dx = 2x^3 + x^2 + c$ ise f(x) değerini hesaplayınız.

8,9 ve 10. Sorular ise öğrencilerin integral bilgilerine değinmek için belirlenmiştir. Ne derece hatırlayıp hatırlamadıklarıyla ilgilenen sorulardır.

3.3.2. Topolojik Kavramlar Başarı Testi

Topolojik kavramlar başarı testi toplamda 12 şıktan oluşan 6 adet açık uçlu soru içermektedir (Ek 3.). Bu sorulardan 1. soru kendi içinde 3 şıktan, 2.soru 4 şıktan, 3. soru 2 şıktan meydana gelmiştir. Testte kullanılan soruların, nasıl ve ne amaçla seçildiği aşağıda açıklanmıştır.

1) $f: A \subseteq R \rightarrow B \subseteq R$ fonksiyonu için bir x_0 noktasındaki

a) Limitini tanımlayınız.

b) Sürekliliğini tanımlayınız.

c) Her iki tanımı mukayese ediniz.

Bu sorunun araştırmada kullanılma amacı, öğretmen adaylarının çok değişkenli fonksiyonlar konusu öncesinde öğrenmiş olduğu limit-süreklilik konusunda kavramları doğru şekilde tanımlayabilme becerisini incelemektir.

2) $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ 'de sabit bir nokta ve $\mathcal{E} > 0$ herhangi bir reel sayı olsun.

a) x noktasının Ɛ komşuluğu nedir?

b) 2'nin ¼ komşuluğu nedir?

c) (2,2)'nin ¼ komşuluğu nedir?

d) (2,2,2)'nin ¼ komşuluğu nedir? Bunları $\mathbb{R}, \mathbb{R}^2, ve\ \mathbb{R}^3$'de gösteriniz.

Bu sorunun amacı ise öğretmen adaylarının hem tek değişkenli fonksiyonlar konusunda hem de çok değişkenli fonksiyonlar konusundaki bilgilerini kullanarak $\mathbb{R}, \mathbb{R}^2, ve\ \mathbb{R}^3$'de verilen noktanın komşuluğunu yani yuvarlarını gösterebilmelerini öğrenmektir. $\mathbb{R}, \mathbb{R}^2, ve\ \mathbb{R}^3$'de bir noktanın komşuluğundan bahsederken bunların nasıl bir görsellik içerdiğinin anlaşılıp anlaşılmadığını anlamak için sorulan bir sorudur.

3) $A \subseteq R\ ve\ a \in R$ olsun.

a) A kümesinin yığılma noktasını tanımlayınız.

b) A=(0,2), A=(0,2] ve A=(0,1) U {2} kümelerinin yığılma noktaları nelerdir?

Yığılma noktası tanımı üzerinde durulmuştur. Bu bağlamda bir kümenin ve bir noktanın yığılma noktalarının nasıl gösterileceğine ait bir sorudur. Kümeye dahil olan noktalar ve dahil olmayan noktaların yığılma noktası kümesine dahil edilip edilmeyeceği sorusuna cevap aranmıştır.

4) $a = (0,0) \in R^2$ noktası ve $E = \{(x, y): 4 < x^2 + y^2 \leq 9\} \subseteq R^2$ kümesi için d(a, E)'yi hesaplayınız.

Bu soruda ise $\mathbb{R}^2$'de bir noktanın, bir kümeye uzaklığını hesaplamak üzerinde durulmuştur. Bu soruyla öğretmen adaylarının $\mathbb{R}^2$'deki uzaklık kavramı ve uzaklık fonksiyonu bilgileri ölçülmüştür.

5) $P = \{(x,y): 1 \leq x \leq 2 \ ve \ 0 < y < 1\} \subseteq R^2$ ve $S = \{(1,1),(2,2),(3,3)\} \subseteq R^2$ kümelerinin sınırlarını bulunuz. Açık ya da kapalı olup olmadıklarını araştırınız.

Bu soruda $\mathbb{R}^2$'deki sürekli bir küme ile noktalardan oluşan bir kümeyi nasıl gösteririz sorusunun aranmıştır. Ayrıca açık küme, kapalı küme bilgileri ölçülmüştür.

6) $A = \{(x,y): x^2 + y^2 \leq 4\} \subseteq R^2$ olsun. $A^0, A^s, A', \bar{A}$ kümelerini bulunuz.

Bu soruda konuyla ilgili öğrenilen tüm topolojik kavramların alıştırması yapılmıştır. Bunlar bir kümenin içi, sınırı, yığılma noktaları kümesi ve kapanışıdır.

3.4. Uygulama Süreci

Ölçülmesi düşünülen özelliklerin teorik yapılarına uygun maddeler yazabilmek ölçek geliştirme sürecinin en önemli güçlüğü olduğundan öncelikle özelliklere ilişkin teorik oluşumun çok iyi irdelenmesi ve anlaşılması gerekmektedir. Aksi halde bulgular o özelliğe ilişkin teorik yapıyı desteklemeyebilir (Şeker ve Gençdoğan, 2006).

İlk olarak uyguladığımız hazır bulunuşluk testi öğrencilerin Analiz-I dersi konularını ne derece hatırladığını belirlemek için yapılmıştır. Bu testte limit, süreklilik, türev ve integral konularından oluşan sorular yer almıştır. Bu konuları seçmemizdeki amaç Analiz-I dersinde bu konulara yer verilmiş olması ve kısmen R 'deki temel topolojik kavramları içermiş olmasından kaynaklanmaktadır. Bu sorular deney ve kontrol grubunun seçilmesinde de ön bilgi oluşturmuştur.

Çalışma ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel bir çalışma olarak planlanmıştır. Çalışmanın kontrol grubunda geleneksel öğretim yapılmış deney grubunda ise GeoGebra kullanımlı bilgisayar destekli öğretim yapılmıştır.

1) Geleneksel yöntem yani klasik yöntemle kontrol grubuna ders anlatımı 2 hafta (2 x 6 saat = 12 ders saati) sürmüştür. 20 öğretmen adayından oluşan kontrol grubuna ders, dersin öğretim üyesi tarafından anlatılmıştır.

2) GeoGebra kullanımlı bilgisayar destekli öğretimin yapıldığı deney grubunda da konu anlatımı 2 hafta (2 x 6 saat = 12 ders saati) sürmüştür. 20 öğretmen adayından oluşan deney grubuna ders, dersin öğretim elemanı tarafından dinamik geometri yazılımı olan GeoGebra kullanımlı bilgisayar destekli öğretim yapılarak anlatılmıştır. Araştırmacı ve dersin öğretim üyesi ile birlikte hazırlanan temel topolojik kavramlar etkinlikleri, 2 hafta boyunca bilgisayar laboratuvarında devam eden uygulamalarla ders öğretim üyesi tarafından bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile işlenmiştir. Ders işlenişi akıllı tahta üzerinden gerçekleştirilmiştir. Uygulama esnasında her öğretmen adayına GeoGebra programı kurulmuş bir bilgisayar düşmüştür. Öğretim üyesince projeksiyon aracılığı ile perdeye yansıtılarak gerçekleştirilen etkinlik anlatımlarının uygulamaları öğretmen adaylarına kendi bilgisayarlarında yaptırılmıştır. Bu sayede ders öğretmen adaylarına rahat bir ortamda anlatırken öğretmen adayları da dersi daha rahat bir biçimde dinlemişlerdir. Öğretmen adaylarına GeoGebra kullanım kursu verilmemiş olup daha önce okumuş oldukları Bilgisayar-I ve Bilgisayar-II dersinde edindikleri GeoGebra kullanım becerileri yeterli kabul edilmiştir. Bu çalışma kapsamında deney grubundaki öğretmen adayları için GeoGebra kullanılması asıl amaç olarak düşünülmediğinden çalışmada detaylı bir GeGebra kullanımına yönelinmemiştir.

Uygulama sonrasında (ön test olarak kullanılan) topolojik kavramlar başarı testi her iki gruba da son test olarak da uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar ön test sonuçlarıyla karşılaştırılarak yapılan öğretimin etkisi gözlenmiştir.

4. BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın alt problemleri için toplanan nicel verilerden elde edilen bulgular, tablo ve ilgili açıklamalarla birlikte verilerek bunlara ilişkin yorumlarda bulunulmuştur.

4.1. Hazır bulunuşluk testi, ön test-son test puanlarının normalliğinin incelenmesi

Öğretmen adaylarına hazır bulunuşluk testinin uygulanması, topolojik kavramlar başarı testinin de ön test ve son test olarak uygulanması sonrası aldıkları puanların arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmamasını gözlemlemek için bağımsız örneklemler için t testi kullanılacaktır. Bu testin kullanılabilmesi için öğretmen adaylarının aldıkları puanların normal dağılım göstermesi gerektiğinden ötürü, hazır bulunuşluk, ön test-son testten alınan puanlara Kolmogorov-Smirnov Z testi uygulanmıştır. Aşağıdaki Tablo 4.1.de hazır bulunuşluk, ön test-son test puanlarının dağılımlarının normalliği incelenmiştir.

Tablo 4. 1. *Hazır bulunuşluk, ön test-son test puanlarının normalliği*

	Hazır bulunuşluk	Ön Test	Son Test
Öğretmen adayı sayısı	40	40	40
Ortalama puan	49,63	4,33	28,08
Standart sapma	18,77	5,21	12,25
Kolmogorov- Smirnov Z	0,656	1,285	0,700
Anlamlılık düzeyi(p)	0,783	0,073	0,711

Tablo 4.1. e göre araştırmaya katılan öğretmen adaylarının hazır bulunuşluk testi, ön test ve son testten aldıkları puanların normal dağıldığını göstermektedir ($p > .05$) Bu

nedenle, bu puanların istatistiksel analizinde parametrik bir test olan bağımsız örneklemler için t testi kullanılabileceği anlaşılmıştır.

4.1.1. Hazır bulunuşluk test puanlarının betimsel istatistikleri

Araştırmada deney ve kontrol gruplarının belirlenmesi için uygulanan hazır bulunuşluk testinden öğretmen adaylarının aldıkları puanların betimsel istatistikleri Tablo 4.2. de sunulmuştur.

Tablo 4. 2. *Hazır bulunuşluk test puanlarının betimsel istatistikleri*

	Kişi Sayısı	En düşük puan	En yüksek puan	Ortalama	Standart Sapma
Tüm Katılımcılar	40	2	89	49,63	18,77
Deney Grubu	20	2	84	48,30	18,65
Kontrol Grubu	20	5	89	50,95	18,27

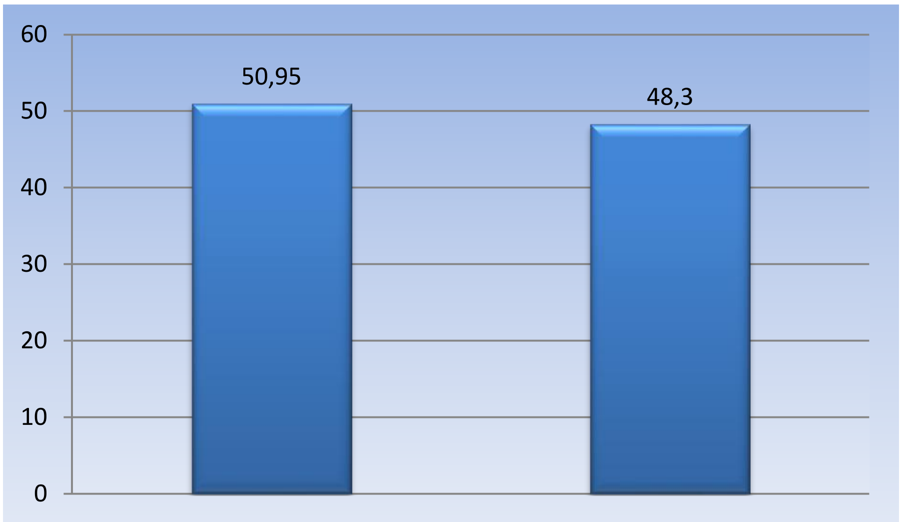
4.2. Deneysel uygulama öncesi grupların denkliğinin incelenmesi

Araştırmada ele alınacak iki grubun birbirlerine denk olduklarını istatistiksel olarak belirlemek amacı ile gruplara uygulanan hazır bulunuşluk test puanları ortalamaları arasındaki farkın anlamlılığı bağımsız örneklemler için t testi ile incelenmiştir.

Tablo 4. 3. *Deneysel uygulama öncesi grupların denkliğinin incelenmesi*

	Ortalama	Standart Sapma	t	Anlamlılık Düzeyi (p)
Deney Grubu	48,30	18,65	-0,442	0,661
Kontrol Grubu	50,95	18,27		

Tablo 4.3. incelendiğinde uygulamaya katılan iki grubun hazır bulunuşluk test sonuçları arasında anlamlı bir fark olmadığı ($p > .05$) görülmektedir. Bu nedenle seçilen grupların denk olduğu anlaşılmıştır. Grupların denkliği ile ilgili grafiksel görünüm grafik 4.1. deki gibidir



Grafik 4.1. *Kontrol ve Deney Grupları Denkliği*

4.3. Öğretmen Adaylarının Ön Test-Son Test Puanlarının İncelenmesi

Araştırmaya katılan öğretmen adaylarına uygulanan ön test sonuçlarına ait betimsel istatistiklere ve uygulama öncesinde oluşturulan gruplarının denk olduklarını gösteren bulgulara bu bölümde yer verilmiştir.

4.3.1. Kontrol Grubunun Ön test-Son test puanlarının incelenmesi

Kontrol grubunun ön test-son test puanlarıyla ilgili betimsel bilgiler Tablo 4.4. de sunulmuştur.

Tablo 4. 4. *Kontrol grubunun Ön test-Son test puanlarının betimsel istatistikleri*

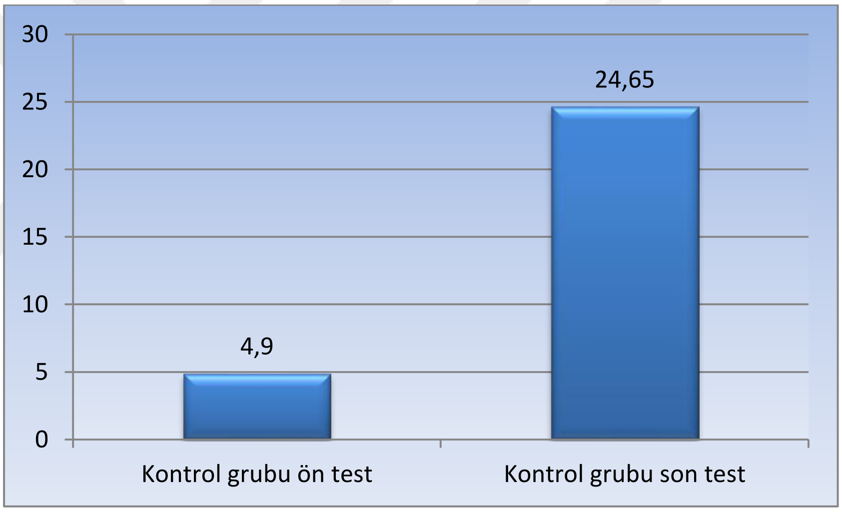
	Kişi Sayısı	En düşük puan	*En* yüksek puan	Ortalam a	Standart Sapma
Ön Test	20	0	14	4,90	4,74
Son Test	20	6	50	24,65	13,25

Kontrol grubunun ön test-son test puanları arasında anlamlı farklılığın olup olmadığını incelenmesine yönelik, eşleştirilmiş örneklem için t testi sonuçları Tablo 4.5. deki gibidir.

Tablo 4. 5. *Kontrol gruplarının ön test-son test puanlarının karşılaştırılması*

	Ortalama	Standart Sapma	t	Anlamlılık Düzeyi (p)
Ön Test	4,90	4,74	-8,631	0,000
Son Test	24,65	13,25		

Tablo 4.5. incelendiğinde geleneksel öğretim yaklaşımı ile topolojik kavram konularının anlatıldığı kontrol grubunda, öğretmen adaylarının topolojik kavram testinden aldıkları puanların ortalaması istatistiksel olarak anlamlı düzeyde artmıştır (p<0,05).



Grafik 4.2. *Kontrol grubu ön test- son test arasındaki fark*

Grafik 4.2. den de görüleceği üzere öğretmen adaylarının bu anlatım yöntemi ile başarılarının arttığını ve konuyu öğrenmelerinde değişiklikler olduğunu göstermektedir.

4.3.2. Deney Grubunun Ön test-Son test puanlarının incelenmesi

Araştırmanın ikinci alt problemi olarak, deney grubunda yer alan öğretmen adaylarının ön test ve son test puanları arasında farklılık olup olmadığının incelenmesi belirlenmiştir. Bu nedenle, Tablo 4.6. da deney grubundaki öğretmen adaylarının ön test ve son testten aldıkları puanların betimsel istatistikleri verilmiştir.

Tablo 4. 6. *Deney grubundaki öğretmen adaylarının ön test-son test puanlarının karşılaştırılması*

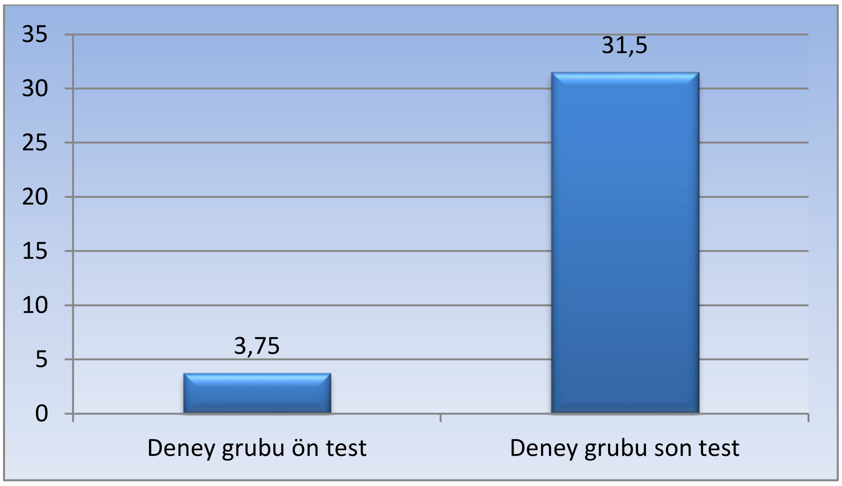
	Kişi Sayısı	En düşük puan	*En* yüksek puan	Ortalama	Standart Sapma
Ön Test	20	0	25	3,75	5,71
Son Test	20	10	45	31,50	10,39

Bu puanlar arasında anlamlı farklılığın olup olmadığı, eşleştirilmiş örneklem için t testi kullanılarak elde edilen Tablo 4.7. deki gibidir.

Tablo 4. 7. *Deney gruplarının ön test-son test puanlarının karşılaştırılması*

	Ortalama	Standart Sapma	t	Anlamlılık Düzeyi (p)
Ön Test	3,75	5,71	-12,12	0,000
Son Test	31,50	10,39		

Tablo 4.7. incelendiğinde GeoGebra destekli etkinliklerin kullanıldığı öğretim yaklaşımı ile temel topolojik kavramlar konusunun anlatıldığı kontrol grubunda, öğretmen adaylarının topolojik kavram testinden aldıkları puanların ortalaması istatistiksel olarak anlamlı düzeyde artmıştır ($p<0,05$).



Grafik 4.3.*Deney grubu ön test- son test arasındaki fark*

Tablo 4.7. ve Grafik 4.3. incelendiğinde, GeoGebra destekli ders anlatımları sonrasında öğretmen adaylarının son testten aldıkları puanların ortalamalarında artış görülmektedir. Bu durum, bilgisayar destekli anlatım yöntemi ile de başarılarının arttığını ve konuyu öğrenmelerinde değişiklikler olduğunu göstermektedir.

4.3.3. Deney ve Kontrol gruplarının son test puanlarının betimsel istatistikleri

Deney ve kontrol gruplarına ait son test betimsel bilgileri birleştirilerek Tablo 4.8. de sunulmuştur.

Tablo 4. 8. *Deney ve kontrol gruplarının son test puanlarının betimsel istatistikleri*

	Kişi Sayısı	En düşük	En yüksek	Ortalama	Standart Sapma
Tüm katılımcılar	40	6	50	28,08	12,25
Kontrol Grubu	20	10	45	24,65	13,25
Deney Grubu	20	6	50	31,50	10,39

4.3.4. Deney ve kontrol gruplarının son test puanlarının karşılaştırılması

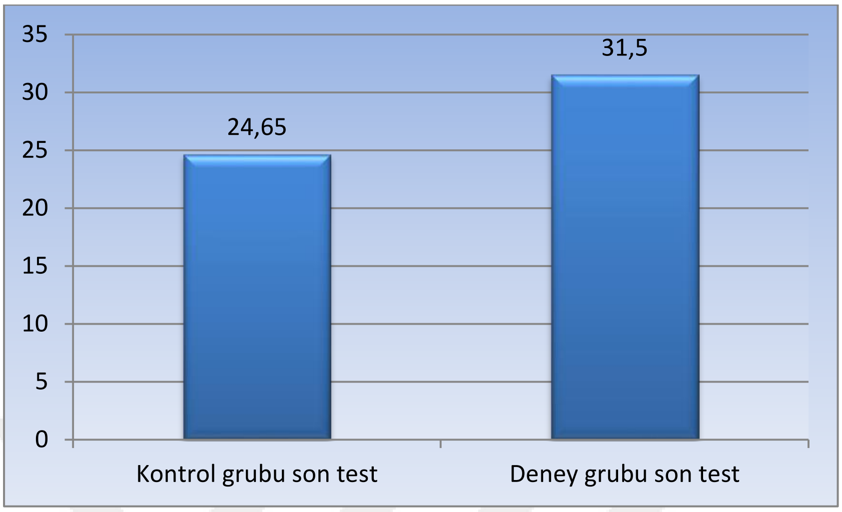
Araştırmanın üçüncü alt probleminde, deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının son testten aldıkları puanlar arasındaki farklılıkların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığı belirlenmek istenmiştir. Bu problemin amacı, GeoGebra destekli öğretim ile geleneksel öğretimin öğrencilerin başarısı üzerindeki etkinliğinin arasındaki farkı saptamaktır. Bu amaç doğrultusunda, ön test puanları birbirine denk olan iki grubun son testten aldıkları puanlar arasındaki farklılık bağımsız örneklemler için t testi kullanılarak incelenmiştir.

Tablo 4. 9. *Deney ve kontrol gruplarının son test puanlarının karşılaştırılması*

	Ortalama	Standart Sapma	t	Anlamlılık Düzeyi (p)
Deney Grubu	24,65	13,25	1,82	0,077
Kontrol Grubu	31,50	10,39		

Tablo 4.9. incelendiğinde, deney grubundaki öğretmen adaylarının son testten aldıkları puanların ortalaması ile kontrol grubundakilerin arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır ($p>0,05$).

Deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının son testten aldıkları puanların ortalamalarının grafik gösterimi Grafik 4.4. deki gibidir.



Grafik 4.4. *Deney ve Kontrol gruplarının son testlerinin karşılaştırılması*

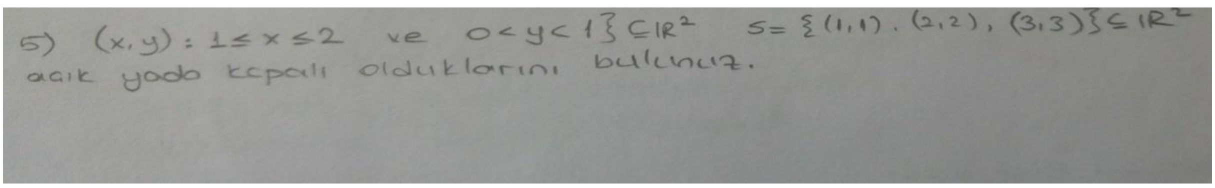
4.3.5. Topolojik Kavramlar Başarı Testi (Son Test) Cevaplarından Örnek Yansımalar

Bu başlık altında çalışma esnasında deney ve kontrol gruplarına yapılan öğretim sonucunda her iki grubu uygulanan son test cevap kağıtlarından seçilmiş bazı cevaplara yer verilmiştir. Seçilen bu örnekler kendi kategorilerinde örnek niteliğindedir.

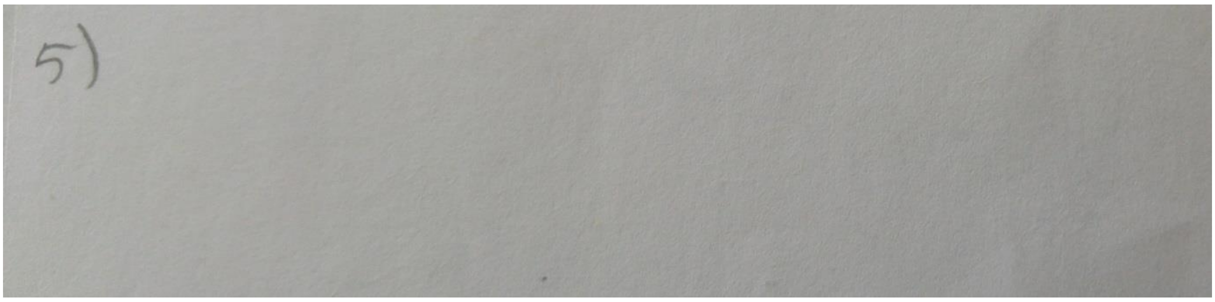
a) Cevaplandırılamayan soru örneği

5. soruya hem kontrol grubunda hem de deney grubundaki öğretmen adayları cevap verememişlerdir.

a1) Kontrol grubundan örnek


5) $(x,y): 1 \leq x \leq 2$ ve $0<y<1\} \subseteq \mathbb{R}^2$ $S=\{(1,1),(2,2),(3,3)\} \subseteq \mathbb{R}^2$
açık yada kapalı olduklarını bulunuz.

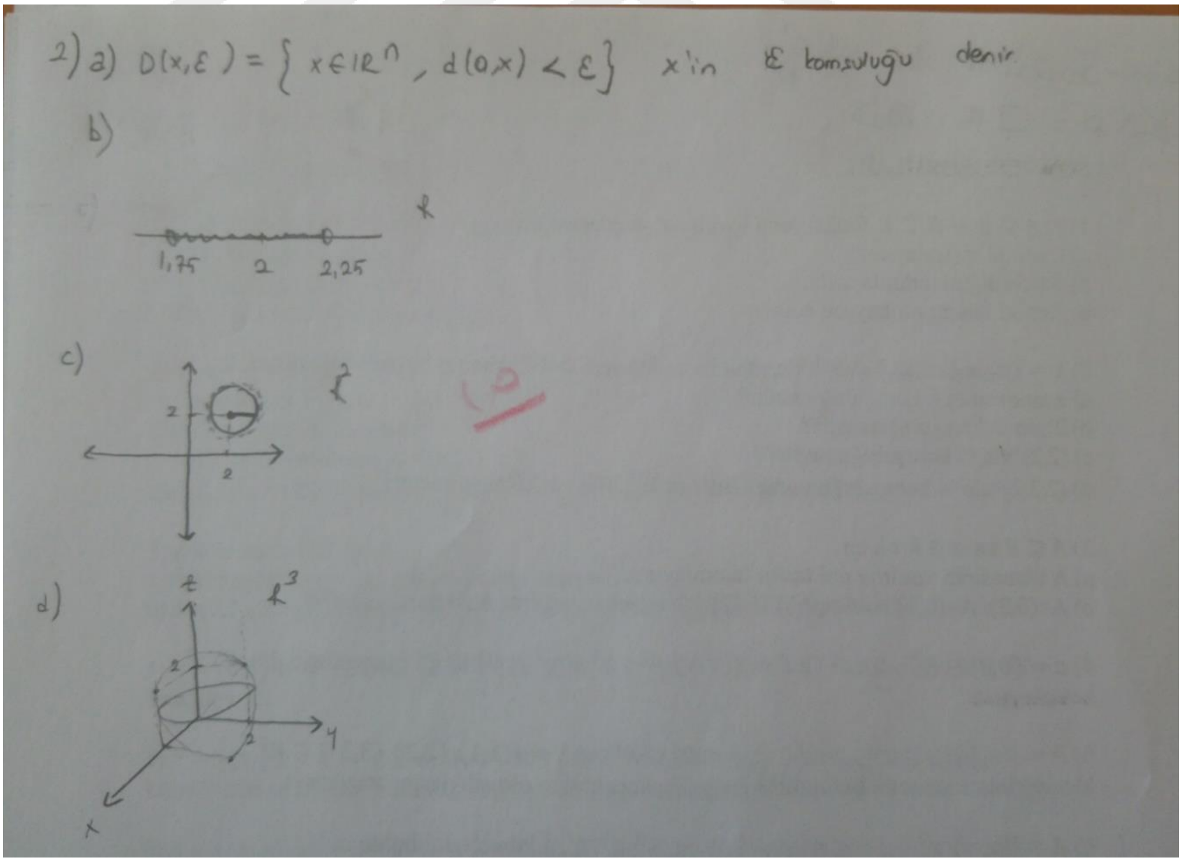
a2) Deney grubundan örnek



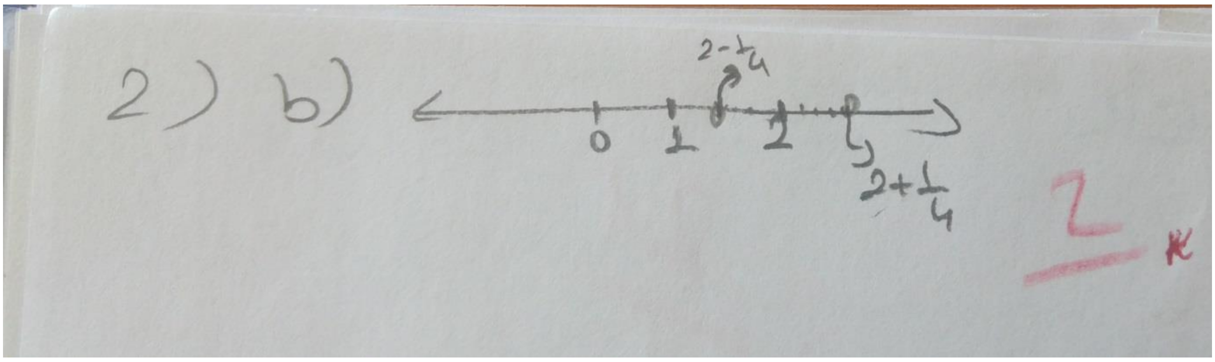
b) Doğru-Yanlış cevaplandırılmış soru örneği

2. soruya kontrol grubundaki öğretmen adayları cevap veremezken deney grubundaki öğretmen adayları cevap vermişlerdir.

b1) Deney grubundan örnek



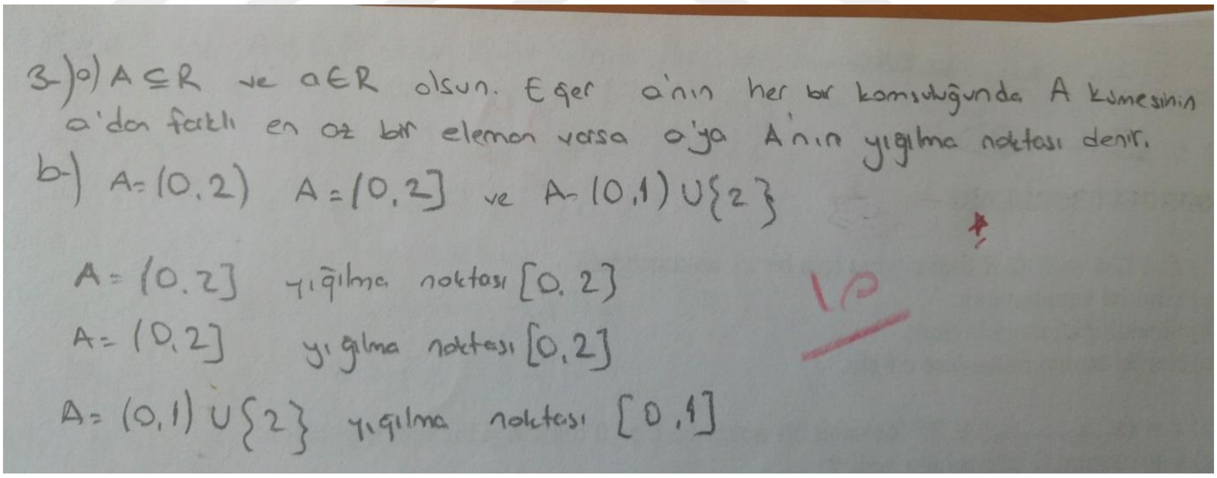
b2) Kontrol grubundan örnek



c) Doğru cevaplandırılmış soru örneği

3.soruya hem kontrol grubundaki öğretmen adayları hem de deney grubundaki öğretmen adayları cevap vermişlerdir.

c1) Kontrol grubundan örnek



3-)a) $A \subseteq R$ ve $a \in R$ olsun. Eğer a'nın her bir komşuluğunda A kümesinin a'dan farklı en az bir eleman varsa a'ya A'nın yığılma noktası denir.

b-) $A=(0,2)$ $A=(0,2]$ ve $A=(0,1)\cup\{2\}$

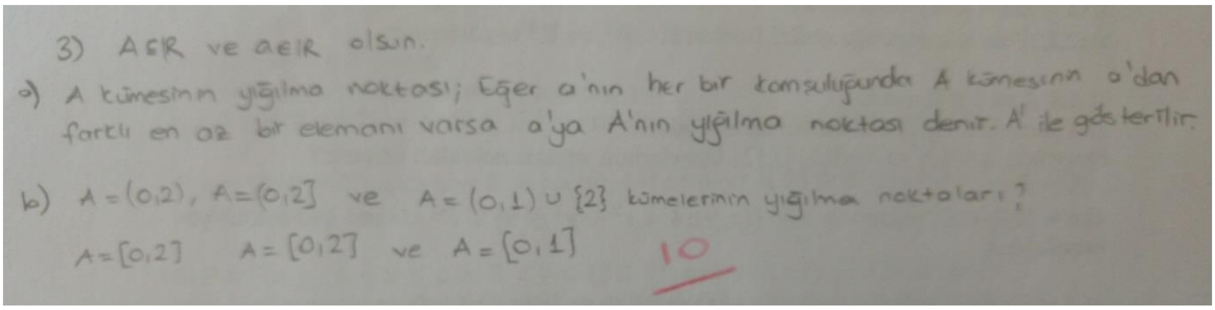
$A=(0,2]$ yığılma noktası $[0,2]$

$A=(0,2]$ yığılma noktası $[0,2]$

$A=(0,1)\cup\{2\}$ yığılma noktası $[0,1]$

10

c2) Deney grubundan örnek



3) $A \subseteq R$ ve $a \in R$ olsun.

a) A kümesinin yığılma noktası; Eğer a'nın her bir komşuluğunda A kümesinin a'dan farklı en az bir elemanı varsa a'ya A'nın yığılma noktası denir. A' ile gösterilir.

b) $A=(0,2)$, $A=(0,2]$ ve $A=(0,1)\cup\{2\}$ kümelerinin yığılma noktaları?

$A=[0,2]$ $A=[0,2]$ ve $A=[0,1]$

10

4.3.6. Uygulayıcının gözlemleri

Geleneksel yöntemle kontrol grubuna ders anlatıldığında her zamanki gibi bir ders ortamı oldu. Dersin öğretim üyesi dersi anlatırken öğretmen adayları notlarını aldı, bir yandan dinlemeye çalıştılar. Konunun soyut olması dinleme ve anlamayı zorlaştırdı. Öğretim üyesi öğretmen adaylarına konuyu daha detaylı anlatabilmek için tahtaya şekiller ve örnekler çizdi. Bu dersin biraz aksamasına neden oldu. Çünkü öğretim üyesi bunu yaparken öğretmen adayları sınıf içinde dersin akışına ister istemez müdahale ettiler. Sesli konuşmalar giderek arttı, bu durum derse ilgiyi etkiledi. Daha sonrası öğretim üyesi şekiller ve örnekleri çizdiğinde derse kaldıkları yerden devam ettiler. Öğretmen adaylarının anlamayıp tekrar tekrar sordukları yerler çok oldu. Bu durumda öğretim üyesi şekillerin üzerinde oynayamadığı için tekrar çizip düzenlemek durumunda kaldı ve tekrar anlattı. Boyut sayısı giderek arttığında kavramlar daha fazla soyut bir hal aldı. Bunun sonucunda dersi yani konuyu anlamak daha da zorlaştı. Öğretmen adaylarının sorduğu sorulara cevap verildi, örnek sayısı çoğaltıldı, dersin anlaşılması için çaba gösterildi.

GeoGebra ile ders anlatımının yapıldığı deney grubunda ise öğretmen adayları ilk olarak meraklı bakışlarla ne anlamaya çalıştılar. Konunun ne olduğu söylenip derse başlandığı zaman, tüm öğretmen adayları çok dikkatli bir şekilde dersi dinlediler, ders ilgilerini çekti. Takıldıkları yerleri çok rahat bir şekilde soran öğretmen adayları, zaman kaybetmeden aynı şekil üzerinde tekrar tekrar cevaplayan öğretim üyesi ile ders daha işlenebilir ve kolay bir hal aldı. Konunun soyut olması öğretmen adaylarını zorlasa da GeoGebra’nın dinamik (hareketli) görselleştirme oluşturmasından dolayı daha rahat bir ders işlendiği gözlendi. Sıkılmadan, bunalmadan ders içinde aynı konu defalarca değişik örneklerle tekrarlanarak pekiştirilmiş oldu.

5. SONUÇLAR, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu kısımda, yaptığımız araştırmanın bulguları ve yorumlarına dayalı olarak elde edilen sonuçlar özetlenmiş ve bu sonuçlar doğrultusunda bazı önerilerde bulunulmuştur.

5.1. Sonuçlar ve Tartışma

Bu araştırmanın amacı, üniversitede matematik derslerinde topolojik kavramlar konusu üzerinde GeoGebra yazılımı kullanımının matematik öğretmeni adaylarının başarısına etkisini ve bu süreçte bu kavramlara bakış açılarındaki değişimleri incelemek olarak belirlenmiştir. Bu amaç doğrultusunda elde edilen bulgular ve yorumlara yukarıdaki bölümde yer verilmiştir.

Araştırmada elde edilen bulgulara göre, deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının uygulama öncesi başarıları denk olarak bulunmuştur. Hazır bulunuşluk testi, ön test ve son testten aldıkları puanların normal dağıldığını göstermektedir. Bu nedenle, bu puanların istatistiksel analizinde parametrik bir test olan bağımsız örneklemler için t testi kullanılabileceği anlaşılmıştır ($t=-0,442$, $p=0,661> 0,05$).

Araştırmanın ilk alt problemi incelendiğinde, kontrol grubunun öğretim öncesi ve öğretim sonrasında topolojik kavramlar başarı testinde anlamlı bir öğrenme farkının olup olmadığı incelendiğinde ortalamalara bakıldığında; önceki ortalama 4,9 iken sonraki ortalama 24,65 olduğu gözlenmiştir. Bu durum öğretmen adaylarının bu anlatım yöntemi ile başarılarının arttığını ve konuyu öğrenmelerinde değişiklikler olduğunu göstermektedir.

Araştırmanın ikinci alt problemine baktığımızda, deney grubu öğretmen adaylarının öğretim öncesi ve öğretim sonrasında topolojik kavramlar başarı testinde anlamlı bir öğrenme farkı ortalamalara bakıldığında öncesi 3,75 iken sonrası 31,65 olarak ölçülmüştür. Bu durum GeoGebra destekli ders anlatımları sonrasında öğretmen adaylarının son testten aldıkları puanların ortalamalarında artış görülmektedir.

Böylece, bilgisayar destekli anlatım yöntemi ile de başarılarının arttığını ve konuyu öğrenmelerinde değişiklikler olduğunu göstermektedir.

Araştırmanın üçüncü alt problemine gelindiğinde uygulama sonrasında deney grubunda yer alan öğretmen adaylarının başarıları (ortalama = 31,50), kontrol grubunda yer alan öğretmen adaylarına (ortalama = 24,65) kıyasla istatistiksel olarak anlamlı düzeyde ($p=0,000<0,05$) yüksek çıkmıştır. Karşılaşılan bu sonucun ardından hangi grupta uygulanan yöntemin daha başarılı olduğu sorusuna cevap aranmıştır. GeoGebra destekli öğretim yapılan deney grubundaki öğretmen adaylarının son testten aldıkları puanları ortalamaları, geleneksel öğretim yapılan kontrol grubundaki öğretmen adaylarının puanlarının ortalamalarından 6,85 puan yüksek bulunmuştur. Deney ve kontrol grubunun son test puan ortalamaları arasındaki bu 6,85 puanlık fark istatistiksel olarak anlamlı olarak bulunmadığından ötürü, GeoGebra destekli temel topolojik kavramların öğretiminin öğrenci başarısına daha fazla etkili olduğu söylenemez. Bir başka ifadeyle, GeoGebra destekli temel topolojik kavramların öğrenimini gören öğretmen adayları, bu konularla ilgili yapılan bir testte daha fazla bir başarı göstermemişlerdir.

Deney grubu ile kontrol grubu öğrencilerinin başarı son test puanları karşılaştırılarak her iki grupta gözlenen artışın deney grubu lehine daha fazla olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuca göre konuları GeoGebra ile hazırlanmış etkinliklerle öğrenen öğrencilerin kontrol grubuna göre daha başarılı olduğu anlaşılmıştır. Aynı şekilde bu araştırmadaki sonuçlar, DGY GeoGebra'nın kullanıldığı Genç'in (2010) çalışmasıyla da paralellik göstermektedir. Genç'in (2010) çalışmasında, DGY GeoGebra'nın uygulandığı deney grubu öğrencilerinin, geleneksel yöntem ile öğrenim gören kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı olduğu ve üst seviyede bir öğrenme gerçekleştirdikleri anlaşılmıştır. Ancak bu çalışmada yeteri düzeyde yüksek çıkmamıştır. Yeteri düzeyde yüksek çıkmamasının sebebi öğretmen adaylarının alt yapılarındaki eksikliklerden dolayıdır. Bu eksiklikler öğretmen adaylarının daha öncesinde topoloji ve topolojik kavramların hakkında bilgi sahibi olmamasından kaynaklanabilir. Bu kavramlarla yeni tanışmasından da kaynaklanabilir. Benzer çalışmaları Delice ve Karaaslan (2016), Narlı (2010), Porter (2009), Çetin, Dane ve Bekdemir (2012)' in çalışmalarında da görebiliyoruz. Bu çalışmalarda da topoloji ve temel topolojik kavramların öğretilmesi üzerine öğretmen adaylarının zorlandıkları kavramları tam anlamıyla anlamadıkları görülmektedir.

Taş (2016), Bedeloğlu (2016), Aydos (2015), Acar (2015), Atay (2015), Öz (2015), Uzun (2014), Şeker (2014), Aktümen, Yıldız, Horzum, Ceylan (2011), Tatar, Akkaya, Kağızmanlı (2011), Kabaca, Aktümen, Aksoy, Bulut (2010), Kepceoğlu (2010), Baydaş (2010), Hohenwarter, Kreis ve Lavicza (2008), Dikovic (2009), Lu (2008) gibi çalışmalar da GeoGebra kullanımının geleneksel yolla anlatılan matematik dersine göre oluşturduğu farkı ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır. Bilgisayar destekli öğretim yöntemleri klasik yöntemlere nazaran derslerdeki başarıyı olumlu yönde etkilemişlerdir. Bu açıdan etkili bir matematik öğretimi için matematik derslerinin interaktif ortamlarda GeoGebra yardımıyla işlenmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir. Teknolojinin matematik eğitimine dahil edilmesinin başarıyı artırdığına ve matematiğe karşı olan tutumu olumlu yönde etkilediğine dair yapılmış pek çok çalışma vardır. GeoGebra'nın matematik öğretimine dahil edilmesinin öğrenci öğrenmelerini ve sınıf içi uygulamaları ne düzeyde etkilediği konusunda yapılan çalışmalar da gün geçtikçe artmaktadır. Dolayısıyla farklı sınıf düzeyleri ve öğrenme alanları için GeoGebra kullanılarak oluşturulan ya da çözüm sürecinde GeoGebra kullanılan matematiksel görevlerin bilişsel düzeylerini inceleyen çalışmalar yapılabilir. Ancak matematiksel görevlerin sınıf içinde kullanımını inceleyen farklı çalışmalar, sınıf içi uygulamalar esnasında matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerinde düşüşler meydana geldiğini ortaya koymuşlardır (Sarpkaya, 2011).

5.2. Öneriler

Araştırmanın bulgu ve sonuçlarına bağlı olarak aşağıdaki önerilerde bulunulabilir:

Öğretim elemanları ve öğretmen adayları üzerinde olumlu etkisi kanıtlanmış dinamik geometri yazılımlarına, öncelikle de temel teknoloji kullanımına hakim olmaları için gerekli eğitimler verilmelidir.

Topoloji ve topolojik kavramların öğretiminde, klasik yöntemlerdense öğrencilerin görsel uzamsal zekalarına hitap edebilecek teknolojik imkanların kullanılması başarıyı olumlu yönde etkileyebilir.

Topolojik kavramların öğrenenlere daha somut bir şekilde anlatılması ve zihinlerinde daha kalıcı bir etki bırakması amacıyla günümüz teknolojisi ve eğitim alanında etkin bir öğrenme ortamı oluşturan DGY GeoGebra gibi programlardan yararlanılabilir.

Okullarda dinamik geometri yazılımlarının kullanılabilmesi için gerekli ortamların, teknoloji sınıflarının oluşturulması gerekmektedir. Okullarda mevcut olan teknoloji sınıflarında da bilgisayarlara rutin bakımların yapılarak bilgisayarların atıl duruma düşmeleri engellenmeli ve bu sınıflardan maksimum verim alınmalıdır.

Topoloji ve topolojik kavramların etkili öğretimi için matematik derslerinin interaktif ortamlarda GeoGebra yardımıyla işlenmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir. Teknolojinin matematik eğitimine dahil edilmesinin başarıyı artırdığına ve matematiğe karşı olan tutumu olumlu yönde etkilediğine dair yapılmış pek çok çalışma vardır.

Öğretim elemanları sınıf içi etkinliklerde kullanmaları için etkinlikler ve materyallere ek olarak, dinamik geometri yazılımları ile hazırlanmış uygun örnek taslakları elektronik ortamdan edinebilirler.

Öğretmen adaylarının DGY ile kendilerine gösterilen etkinlikleri keşfederek ve araştırarak öğrendikleri dikkate alındığında, bunun mevcut öğretim dersine ayrılan süre artırılmalıdır.

KAYNAKLAR

Acar, H. (2015). Üstel ve logaritmik fonksiyonlar konusunun dinamik geometri yazılımı Geogebra ile öğretiminin öğrenci başarısına etkisi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. *Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*. Uşak.

Akkaya, A., Tatar, E., & Kağızmanlı, T. B. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geogebra ile oluşturdukları materyallerin ve dinamik matematik yazılımı hakkındaki görüşlerinin analizi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 2*(3).

Akkoç, H. (2008). Kavramsal anlama için matematik eğitiminde teknoloji kullanımı. *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri*, 361-392.

Aktümen, M., ve Kaçar, A. (2003). İlköğretim 8. sınıflarda harfli ifadelerle işlemlerin öğretiminde bilgisayar destekli öğretimin rolü ve bilgisayar destekli öğretim üzerine öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 11(2), 339-358.

Aktümen, M., Yıldız, A., Horzum, T., ve Ceylan, T. (2011). İlköğretim matematik öğretmenlerinin geogebra yazılımının derslerde uygulanabilirliği hakkındaki görüşleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2(2).

Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19*(2), 223-238.

Arslan, S. (2006). Matematik Öğretiminde Teknoloji Kullanımı, H. Gür(Ed.), *Matematik Öğretimi*. İstanbul: Lisans Yayıncılık.

Atay, A. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin GeoGebra dinamik matematik yazılımını kullanarak oluşturdukları matematiksel görevlerin bilişsel düzeylerinin incelenmesi. *Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Kayseri.

Aydın, Y. (1990). Matematik eğitimi. *Eğitim ve Bilim*, *14*(75).

Aydos, M. (2015). Matematiği GeoGebra ile öğretmenin limit ve süreklilik konularının kavramsal anlaşılmasına olan etkisi: Üstün zekâlı ve yetenekli Türk öğrencileri örneği. *İhsan Doğramacı Bilkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Ankara.

Ayvacı, H. Ş., ve Devecioğlu, Y. (2002). Kavram haritasının fen bilgisi başarısına etkisi. *IV. Ulusal Fen ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18.

Baki, A. (2002). *Öğrenen ve öğretenler için bilgisayar destekli matematik*. İstanbul: Tübitak Bitav-Ceren Yayınları.

Baki, A. (2014). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı,443

Baki, A., Güven, B., ve Karataş, İ. (2002). *Dinamik geometri yazılımı cabri ile keşfederek öğrenme.* V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Balcı, M. (2011). Çözümlü Matematik Analiz Problemleri 2. Ankara: Balcı Yayınları.

Baştürk, S. (2013). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Vize Yayıncılık.

Baydaş, Ö. (2010). Öğretim Elemanlarının ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri Işığında Matematik Öğretiminde Geogebra Kullanımı. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. *Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*. Erzurum.

Bedeloğlu, İ.T. (2016). GeoGebra ve video ile zenginleştirilmiş web tabanlı matematik eğitiminin geometri başarısına ve öz-yeterliğe etkisinin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Ankara.

Biber, A. Ç., & Argün, Z. (2012). Matematik Öğretmen Adaylarında İki Değişkenli Fonksiyonların Limiti Kavramının Yapılandırılmasının İncelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 8(2)*.

Çağırgan Gülten, D. (2011). Matematik ve Sınıf Öğretmenleri ile Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenmeyi Öğretmeye İlişkin Tutumları. *Hasan Âli Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi, 8(2), 39-55.*

Çetin, F. Ö., Dane, A., & Bekdemir, M. (2012). A concept of "accumulation point" and its usage. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education, 6(2), 217-233.*

Delice, A. & Karaaslan, K. (2016). Topolojinin İlkokul, Ortaokul ve Lise Matematik Dersi Öğretim Programlarında Ele Alınmasının Tartışılması. *Eğitim Bilimleri Dergisi, 43 (43), 43-66.*

Dikovic, L. (2009). Applications GeoGebra into Teaching Some Topics of Mathematics at the College Level, *ComSIS (6).*

Doğanay, A. (2003). *Ögretimde kavram ve genellemelerin gelistirilmesi. (Ed. C. Ozturk ve D. Dilek).* Ankara: PegemA Yayınları.

Ekinözü, İ. (2013). İlköğretimde permütasyon ve olasılık konusunun dramatizasyon ile öğretiminin başarıya etkisinin incelenmesi. *Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* İstanbul.

GeoGebra Resmi WEB Sitesi, 2017 Help, Introduction to GeoGebra? http://www.geogebra.org/cms/en/help. [Erişim Tarihi: 12.04.2017]

Genç, G. (2010). Dinamik geometri yazılımı ile 5. Sınıf çokgenler ve dörtgenler konularının kavratılması. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. *Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.* Aydın.

Göktaş, Y. (2008). *Bilişim Teknolojileri Dergisi, cilt: 1, sayı: 3, Eylül 2008*

Güven, B. & Karatas, I. (2003). Dinamik Geometri Yazilimi Cabri ile Geometri Ögrenme: Ögrenci Görüsleri. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology, 2(2).*

Güven, Kaleli Yılmaz. (2016). Effect of Designed In-Service Training to Secondary School Mathematics Teachers Technology Usage Level. *Education and Science Vol 41 (2016) No 188 35-66.*

Hamilton, R. & Ghatala, E. (1994). *Öğrenme ve öğretim*. New York: McCraw-Hill.

Hitt, F. (Ed.) (2002). Representations and mathematics visualization. (Papers presented in this Working Group of PME-NA, 1998-2002). Mexico City: Cinvestav – IPN.

Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008). Teaching and calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. In *11th International Congress on Mathematical Education*.

İpek, S., & Akkuş-İspir, O. (2010). Geometric and Algebraic Proofs with GeoGebra. In *First Eurasia Meeting Of GeoGebra (EMG) PROCEEDINGS, Gülseçen, S., Ayvaz Reis, Z. ve Kabaca, T.(Eds.), İstanbul Kültür Üniversitesi Yayınları, Publication* (No. 126).

Kabaca, T., Aktümen, M., Aksoy, Y., ve Bulut, M. (2010). Matematik öğretmenlerinin Avrasya GeoGebra toplantısı kapsamında dinamik matematik yazılımı GeoGebra ile tanıştırılması ve GeoGebra hakkındaki görüşleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 1(2).*

Karaaslan, G.K. (2013). Ortaöğretim Geometri Ders Programına Yeni Konu: Topoloji. *Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. İstanbul.

Karaca, İ. (2013). Topoloji Ders Notları. *Ege Üniversitesi Fen Fakültesi*. İzmir.

Karaçay, T. (2009). *Genel Topoloji*. Ankara: Ttm yayınları.

Kepceoğlu, İ. (2010). Geogebra Yazılımıyla Limit ve Süreklilik Öğretiminin Öğretmen Adaylarının Başarısına ve Kavramsal Öğrenmelerine Etkisi *Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. İstanbul.

Köklü, N. ve Büyüköztürk, Ş. (2000). *Sosyal bilimler için istatistiğe giriş*. Ankara: Pegem Yayıncılık.

Köksal, M. S. (2006). Kavram öğretimi ve çoklu zekâ teorisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 14(2), 473-480.*

Lu, Y. W. A. (2008). Linking Geometry and Algebra: A multiple-case study of Upper-Secondary mathematics teacher's conceptions and practices of GeoGebra in England and Taiwan. *Unpublished Master's thesis, Cambridge: University of Cambridge, UK.*

Merrill, M. D., (1983) Compenent Display Theory. *Instructional Desing Theories And Models, Ed: C.M. Reigeluth. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.*

Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB) (2013). Ortaöğretim Matematik Dersi 9, 10, 11 ve 12. Sınıflar Öğretim Programı. Ankara: M.E.B.

Nakipoğlu, M. (1999). Öğretmen Adaylarının Kavram Geliştirme ve Kavram Öğretimi Stratejisine Yönelik Görüşleri. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi,* 10,13-72.

Narlı, S. (2010). Do Students Really Understand Topology in the Lesson? A Case Study. *International Journal of Behavioral, Cognitive, Educational and Psychological Sciences 2:3.*

Nasibov, F. & Kaçar, A. (2005). Matematik ve Matematik Eğitimi Üzerine. *Kastamonu Eğitim Dergisi Cilt 13, No 2, 339-346.*

NCTM. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA.

Öz, M. (2015). Ortaokul 7. sınıf matematik dersi "geometrik cisimler" alt öğrenme alanının öğretiminde dinamik matematik yazılımı geogebra 5.0 kullanımının öğrenci başarısına etkisi. *Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Ankara

Polat, S. (2010). İlköğretim 6.-7. sınıf öğrencilerinin matematik kavramına ilişkin kullandıkları metaforlar. *Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.* Tokat.

Porter, N. D. (2009). In Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Master of Science in Mathematics. *A Thesis Presented to The Faculty of the Graduate School Southern University (UMI No: 48106 – 1346).*

Sarpkaya, G. (2011). İlköğretim ikinci kademe cebir öğrenme alanı ile ilgili matematiksel görevlerin bilişsel istemler açısından incelenmesi: Matematik ders kitapları ve sınıf uygulamaları. *Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Ankara

Smith, P. L., & Ragan, T. J. (1999). *Instructional design* (p. 3). New York: Wiley.

Şeker B., H. (2014). GeoGebra yazılımı ile geometri öğretiminin geometri ders başarısına ve geometri öz-yeterliğine etkisi. *Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Konya.

Şeker, H. ve Gençdoğan, B. (2006). *Psikolojide ve eğitimde ölçme aracı geliştirme*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Şimşek, Ali. (2006). Kavram Öğretimi. Şimşek, A (Editör), *İçerik Türlerine Dayalı Öğretim* (s. 27–70). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Tall, D. (2002). Computer environments for the learning of mathematics. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Straßer and B. Winkelmann (Eds.) *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline (pp.189-199).* Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

Taş, S. (2016). Geometrik cisimler konusunun öğretiminde GeoGebra kullanımımın akademik başarıya etkisi. *Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Ankara.

Tuluk, G. ve Kaçar, A. (2007). Bilgisayar Cebiri Sistemleri'nin (BCS) Fonksiyon Kavramının Öğretiminde Etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 15(2), 661-674.*

Türk Dil Kurumu. (2017). Türkçe sözlük. (Genişletilmiş baskı). Ankara: TDK.

Umay, A. (1996). Matematik Eğitimi ve Ölçülmesi. *Hacettepe üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. 12:145-149.*

Uysal Koğ, O. (2012). Görselleştirme Yaklaşımı ile Yapılan Matematik Öğretiminin Öğrencilerin Bilişsel ve Duyuşsal Gelişimi Üzerindeki Etkisi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* İzmir.

Uzun, P. (2014). Geogebra ile öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına ve geometriye yönelik tutumlarına etkisi. *Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.* Kastamonu.

Ülgen, G. (2004). *Kavram Geliştirme.* Ankara: Nobel Yayıncılık

Vatansever, S. (2007). İlköğretim 7. sınıf geometri konularını dinamik geometri yazılımı geometer's sketchpad ile öğrenmenin başarıya, kalıcılığa etkisi ve öğrenci görüşleri. *Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* İzmir.

Yenilmez, K., & Özbey, N. (2006). Özel okul ve devlet okulu öğrencilerinin matematik kaygı düzeyleri üzerine bir araştırma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19(2), 431-448.*

EKLER

EK 1. Hazırbulunuşluk Testi

1) $\lim_{x \to -4} \frac{x^3+64}{x^2+x-12}$ limitinin değerini hesaplayınız.

2) $\lim_{x \to 0} \frac{1}{1+2^{-\frac{1}{x}}}$ limitinin değerini hesaplayınız.

3)$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{bx}, x < 1 \\ 2, x = 1 \\ \frac{x^2+2}{2a}, \ x > 1 \end{cases}$ fonksiyonu her yerde sürekli olduğuna göre a+b değerini hesaplayınız.

4)$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{(3\sin x - 1)\cos\ 3x}{2x - \pi}$ limitinin değerini hesaplayınız.

5) $y = \ln(\arccos(x^2 + 2x))$ fonksiyonunun türev fonksiyonunu hesaplayınız.

6) $f(x) = x^2.h(5 - x^2)$ olmak üzere h(1) = 3 ve h’(1) = 2 olduğuna göre f’(2) değeri nedir?

7) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x, & x \leq 1 \\ ax^2 + bx + 3, & x > 1 \end{cases}$ ise y=f(x) fonksiyonu x=1 noktasında türevli olduğuna göre b değerini hesaplayınız.

Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

8) $\int \frac{(1+sinx)dx}{sinx(1+cosx)}$

9) $\int \frac{2x+1}{(x-1)^2} dx$

10) $\int x^3.f(x)dx = 2x^3 + x^2 + c$ ise f(x) değerini hesaplayınız.

EK 2. Hazır Bulunuşluk Testi Cevap Anahtarı

1) $\lim_{x\to -4} \frac{x^3+64}{x^2+x-12} \to \frac{0}{0}$ Belirsizliği

$$\lim_{x\to -4} \frac{(x+4)(x^2-4x+16)}{(x-3)(x+4)} = \lim_{x\to -4} \frac{x^2-4x+16}{x-3} = \frac{-48}{7}$$

2) $\lim_{x\to 0} \frac{1}{1+2^{-x}} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{1+2^{\frac{-1}{0}}} = 1$

3) $\lim_{x\to 1^-} \frac{x+1}{bx} = 2 \to \frac{2}{b} = 2 \to b = 1$

$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+2}{2a} = 2 \to \to \frac{3}{2a} = 2 \to a = \frac{3}{4}$

a+b= $\frac{7}{4}$

4) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{(3\sin x-1)\cos 3x}{2x-\pi} \to \frac{0}{0}$ Belirsizliği Belirsizlik giderilmesi için Türev alınırsa;

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{3\cos x \cos 3x - 3\sin 3x(3\sin 3x - 1)}{2} = 3$$

5) [ln(arccos(x^2+2x))]’ $= -\frac{2x+2}{arc\,(\cos x^2+2x)\sqrt{1-(x^2+2x)^2}}$

6) f(x)=x^2.h(5-x^2) h(1)=3 h’(1)=2

f’(x)=2x. h(5-x^2) + x^2 .[h’(5-x^2).(-2x)]

f‘(2)=4.h(1)+4.h’(1).(-4)

f’(2)=20

7) 2x-3=2ax+b -2=a+b+3 a+b=-5 a=9

Ek. 2'nin devamı;

-1=2a+b -5=a+b 2a+b=-1 b=-9

8) $\int \frac{1+\sin x}{\sin x(1+\cos x)}dx$ t=tan$\frac{x}{2}$ $dx = \frac{2dt}{1+t^2}$

$$\int \frac{(1+\frac{2t}{1+t^2})\frac{2dt}{1+t^2}}{(\frac{2t}{1+t^2})(1+\frac{1-t^2}{1+t^2})} = \int \frac{\frac{(1+t^2+2t).2}{(1+t^2)(1+t^2)}}{(\frac{2t}{1+t^2})(\frac{1+t^2+1-t^2}{1+t^2})}dt$$

$=\int \frac{1+t^2+2t}{2t}dt = \int \frac{1}{2t}dt + \int \frac{t}{2}dt + \int dt$

$=\frac{1}{2}lnt + \frac{t^2}{4} + t = \frac{(\tan\frac{x}{2})^2}{4} + \tan\frac{x}{2} + ln\frac{\tan\frac{x}{2}}{2}$

9) $\int \frac{2x+1}{(x-1)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2}$

Ax-A+B=2x+1 -A+B=1

A=2 B=3

$$\int \frac{2}{x-1}dx + \int \frac{3}{(x-1)^2}dx = 2\ln(x-1) - \frac{3}{(x-1)} + c$$

10) $\frac{d}{dx}\int x^3 . f(x)dx = (2x^3 + x^2 + c)'$

$x^3 . f(x) = 6x^2 + 2x$

$f(x) = \frac{6}{x} + \frac{2}{x^2}$

EK 3. Topolojik Kavramlar Başarı Testi

1) $f: A \subseteq R \rightarrow B \subseteq R$ fonksiyonu için bir x_0 noktasındaki

a) Limitini tanımlayınız.

b) Sürekliliğini tanımlayınız.

c) Her iki tanımı mukayese ediniz.

2) $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ 'de sabit bir nokta ve $\mathcal{E} > 0$ herhangi bir reel sayı olsun.

a) x noktasının Ɛ komşuluğu nedir?

b) 2'nin ¼ komşuluğu nedir?

c) (2,2)'nin ¼ komşuluğu nedir?

d) (2,2,2)'nin ¼ komşuluğu nedir? Bunları $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2, ve$ $\mathbb{R}^3$'te gösteriniz.

3) $A \subseteq R \; ve \; a \in R$ olsun.

a) A kümesinin yığılma noktasını tanımlayınız.

b) A=(0,2), A=(0,2] ve A=(0,1) U {2} kümelerinin yığılma noktaları nelerdir?

4) $a = (0,0) \in R^2$ noktası ve $E = \{(x, y): 4 < x^2 + y^2 \leq 9\} \subseteq R^2$ kümesi için d(a, E)'yi hesaplayınız.

5) $P = \{(x, y): 1 \leq x \leq 2 \; ve \; 0 < y < 1\} \subseteq R^2$ ve $S = \{(1,1), (2,2), (3,3)\} \subseteq R^2$ kümelerinin sınırlarını bulunuz. Açık ya da kapalı olup olmadıklarını araştırınız.

6) $A = \{(x, y): x^2 + y^2 \leq 4\} \subseteq R^2$ olsun. $A^0, A^s, A', \bar{A}$ kümelerini bulunuz.

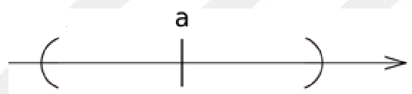
EK 4. Topolojik Kavramlar Başarı Testi Cevap Anahtarı

1) a) $f: A \subseteq R \rightarrow B \subseteq R$ bir fonksiyon ve x_0 A'nın yığılma noktası olsun. $\forall \varepsilon > 0$ ve $x \in A$ için $0 < |x-x_0| < \delta$ olduğunda $|f(x)-L| < \delta$ olacak şekilde $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ sayısı varsa x, x_0'a yaklaşırken f(x) fonksiyonunun limiti L2dir denir ve $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$ ile gösterilir.

   b) $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$ olmalı ki, $\forall x \in A$ için, $|x-x_0| < \delta \leftrightarrow |f(x)-f(x_0)| < \varepsilon$ olmalıdır.
   $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = \lim_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0)$ olmalıdır.

   c) Sürekli her fonksiyonun limiti vardır ancak limiti olan her fonksiyon süreklidir diyemeyiz.

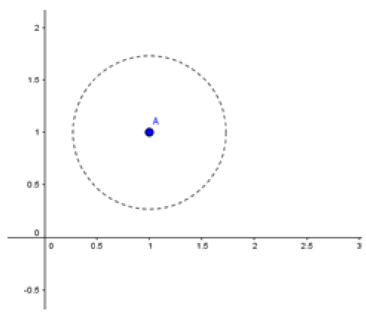
2) i) $D(a, \varepsilon) = \{ x \in R^n : d(x,a) < \varepsilon \}$



$2-\frac{1}{4}$ $\quad$ 2 $\quad$ $2+\frac{1}{4}$

$(\frac{7}{4}, \frac{9}{4})$ R'de açık yuvar belirtir.

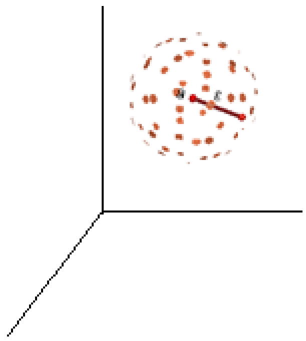
ii)



$\varepsilon = \frac{1}{4}$ $\quad$ a=(2,2) R^2'de açık yuvar belirtir.

Ek. 4’ün devamı;

iii) R^3’ te açık yuvar belirtir.



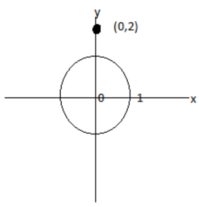
3) $A \subseteq R^n$ ve a$\in R^n$ olsun. Eğer a’nın her bir komşuluğunda A kümesinin a’dan farklı en az bir elemanı varsa a’ya A’nın bir yığılma noktası denir. Anın yığılma noktalarının kümesi A’ ile gösterilir.

$A = (0,2) \rightarrow A' = [0,2]$

B=(0,2] → B’= [0,2]

C=(0,1) ∪ {-2} → C’=[0,1]

D={(x,y): $\sqrt{x^2 + y^2}$ < 1} ∪ {(0,2)} ⊆ R^2 → D’={(x,y): $\sqrt{x^2 + y^2} \leq 1$ }

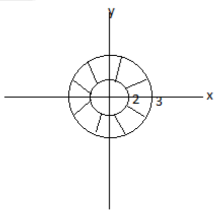


Ek. 4’ün devamı;

Şekilde görüldüğü gibi (0,2) noktası bir izole noktadır. Dairenin her iç noktası bir yığılma noktasıdır. Zira her noktanın her bir komşuluğunda dairenin içine ait en az bir noktası bulunur. $x^2 + y^2$=1 çemberinin her noktasının her bir komşuluğunda da A’nın sonsuz çoklukta elemanı vardır. Dolayısıyla çemberin noktaları da birer yığılma noktası olup A’ ya ait değildir.

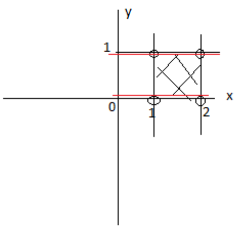
4) a=(0,0) E={(x,y): 4≤ $\sqrt{x^2 + y^2} \leq 9$}

   d(a,E)=inf{d(a,(x,y)) : (x,y) ∈ E} = 1

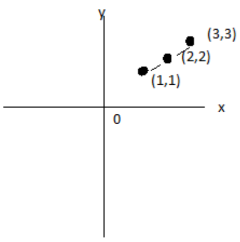


5) a) P={(x,y) : 1≤ x ≤ 2 ve 0 < y < 1} ⊆ R^2

   kümesinin sınırı x=1 , x=2, y=0, y=1 doğruları tarafından sınırlanan karedir. P kümesi ne açık ne kapalıdır. (Kırmızı çiziler dahil değildir.)

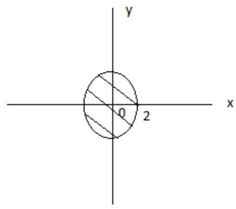


   b)S={(1,1) , (2,2) , (3,3) } ⊆ R^2 kümesinin her noktası bir izole noktadır. Her nokta bir sınır noktadır. S kümesi kapalıdır çünkü tüm sınır noktalarını içerir.



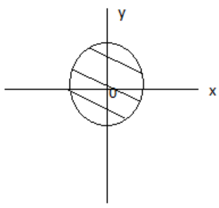
Ek. 4'ün devamı;

6) A= $\{(x,y) \in R^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$

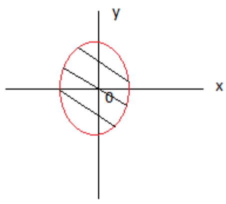


A kümesi

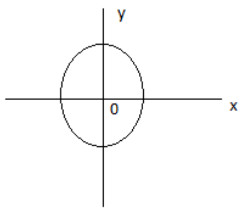
A kümesi yukarıda gösterilmiştir. A kapalı ve her noktası bir yığılma noktası olduğundan, A=$\bar{A}$=A' 'dir. A'nın kapsadığı en geniş açık küme $\{(x,y) \in R^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$ açık dairesi olduğundan A^0 kümesi bu açık dairedir.



A=A'



A^0



A^s

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : İlknur İSHAK ÇİRİŞOĞLU
Doğum Yeri ve Yılı : Kastamonu - 1991
Medeni Hali : Evli
Yabancı Dili : İngilizce
E-posta : ilknurishakc@gmail.com

Eğitim Durumu

Lise : Mustafa Kaya Anadolu Lisesi
Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü
: Anadolu Üniversitesi İktisat Fakültesi İktisat Bölümü
Formasyon Eğitimi : Kastamonu Üniversitesi
Yüksek Lisans : Kastamonu Üniversitesi

Mesleki Deneyim

İş Yeri : Devlet Su İşleri Genel Müdürlüğü Hidroelektrik Enerji Dairesi Başkanlığı / ANKARA