

T.C.
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZİ

**$\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ BOZUNUMUNA FARKLI
KATKILARIN İNCELENMESİ**

Esra AÇIKSÖZ

Fizik Anabilim Dalı

Tezin Sunulduğu Tarih: 10.01.2011

Tez Danışmanı:

Yrd. Doç. Dr. Ayşe KÜÇÜKARSLAN

ÇANAKKALE

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

ESRA AÇIKSÖZ, tarafından **Yrd. Doç. Dr. AYŞE KÜÇÜKARSLAN** yönetiminde hazırlanan “ **$\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ Bozunumuna Farklı Katkıların İncelenmesi**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Yrd. Doç. Dr. Ayşe KÜÇÜKARSLAN

.....
Danışman

Doç. Dr. Güray ERKOL

Doç. Dr. Saime SOLMAZ

.....
Jüri Üyesi

.....
Jüri Üyesi

Doç. Dr. Vildan BİLGİN

Yrd. Doç. Dr. Hayriye SUNDU

.....
Jüri Üyesi

.....
Jüri Üyesi

Sıra No:.....

Tez Savunma Tarihi: 10/01/2011

Prof. Dr. İsmail TARHAN

.....
Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

Hazırlanan bu Yüksek Lisans tezi **ÇANAKKALE Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri (BAP) Komisyonu** tarafından **2010/172** no' lu projeden desteklenmiştir.

İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN DOSYASI

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Esra AÇIKSÖZ

TEŞEKKÜR

“ $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ Bozunumuna Farklı Katkıların İncelenmesi” isimli tez çalışmamın seçiminde, yürütülmesinde, sonuçlandırılmasında ve sonuçlarının değerlendirilmesinde destek ve yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Ayşe KÜÇÜKARSLAN’ a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca değerli hocalarım Sayın Doç. Dr. Vildan BİLGİN, Sayın Doç. Dr. Güray ERKOL, Sayın Doç. Dr. Saime SOLMAZ ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Hayriye SUNDU’ ya zamanlarını ayırdıkları ve jürimde oldukları için sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım süresince yardım ve destekleri için grup arkadaşlarım Özüm ÖZTÜRK, Ulaş ÖZDEM ve Arş. Gör. Yasemin ÜNAL’ a çok teşekkür ederim.

Tüm hayatım boyunca benden maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen AİLEME sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca her zaman yanımda olan benden sevgi ve desteğini esirgemeyen ANNEME teşekkürü bir borç bilirim.

Esra AÇIKSÖZ

ÖZET

$\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ BOZUNUMUNA FARKLI KATKILARIN

İNCELENMESİ

Esra AÇIKSÖZ

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Yrd.Doç.Dr. Ayşe KÜÇÜKARSLAN

10.01.2011, 38

Bu çalışmada $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ ışınal bozunumu fenomenolojik yaklaşım çerçevesinde, vektör mezon baskın model, kiral halka, σ -skaler mezon ve f_2 -tensör mezon ara durum genliklerinden gelen katkılar göz önüne alınarak çalışılmıştır ve ayrıca farklı katkılar arasındaki girişim etkileri analiz edilmiştir. Bunun dışında, $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunumu için dallanma oranları ve sigma parametrelerini, M_σ ve Γ_σ , kullanarak $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabiti hesaplanmıştır. Elde edilen bozunum aralıkları ve dallanma oranları, deneysel sonuçlar ve farklı yaklaşımlarla yapılan çalışmalardan elde edilen değerler ile karşılaştırılmıştır.

Anahtar sözcükler: Radyoaktif bozunumlar, bozunum aralığı, dallanma oranı, fenomenolojik yaklaşım, vektör mezon baskın model, sigma-skaler mezon, f_2 -tensör mezon, çiftlenim sabiti.

ABSTRACT

ANALYSIS OF THE DIFFERENT CONTRIBUTIONS OF THE $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ DECAY

Esra AÇIKSÖZ

Çanakkale Onsekiz Mart University

Graduate School of Science and Engineering

Chair for Physics Thesis of Master of Science

Advisor: Assist. Prof. Dr. Ayşe KÜÇÜKARSLAN

10.01.2011, 38

We study the radiative decay $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ within the framework of a phenomenological approach in which the contributions of vector meson dominance, chiral loop, sigma scalar meson and f_2 tensor meson intermediate state amplitudes and, also, analyze the interference effects between different contributions. Furthermore, we calculate the branching ratio for the $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ decay and the coupling constants $g_{\rho\sigma\gamma}$, using the parameters of the sigma meson, M_σ and Γ_σ . Our results are consistent with the value of the decay widths and branching ratios obtained from the experiment and also other theoretical studies.

Keywords: Radiative decay, decay width, branching ratio, phenomenological approach, vector meson dominance model, sigma meson, f_2 tensor meson, coupling constants.

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

Bu tezde kullanılan simgeler ve kısaltmalar açıklamalarıyla birlikte aşağıda belirtilmektedir.

<u>Kısaltma</u>	<u>Açıklama</u>
E_γ	: Fotonun enerjisi
E_1	: Pionun enerjisi
V	: Vektör Mezon
P	: Sözde Skaler Mezon
S	: Skaler Mezon
Γ	: Bozunum Aralığı
\mathcal{M}	: Değişmez Matris Elemanı
α	: İnce Yapı Sabiti
g	: Çiftlenim Sabiti
VMD	: Vektör Mezon Baskın
KRD	: Kuantum Renk Dinamiği
ChPT	: Kiral Tedirgenme Teorisi
BR	: Dalkanma Oranı
J	: Toplam Açısal Momentum
P	: Parite
PDG	: Particle Data Group
$I(a,b)$: Halka İntegrali
γ	: Foton
ρ	: Rho-mezon

ω	: Omega-mezon
C	: Yük Eşleniği
ϵ	: Foton polarizasyon vektörü
p	: Rho-mezon dört momentum
k	: Foton dört momentum
u	: Rho-mezon polarizasyon vektörü
σ	: Sigma-mezon
π	: Phi-mezon
K	: K-mezon
κ	: Kapa-mezon
q	: Kuark
\bar{q}	: Anti-kuark
I	: İzospin
\mathcal{L}	: Lagranjiyen
f_π	: Pion bozunum sabiti
SND	: Küresel Nötral Dedektör
CMD	: Gizli Hareket Dedektörü

İÇERİK

	Sayfa
TEZ SINAVI SONUÇ BELGESİ.....	ii
İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN BELGESİ.....	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
ÖZET.....	v
ABSTRACT.....	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	vii
BÖLÜM 1-GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2-ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	3
2.1. Teorik Çalışmalar.....	3
2.2. Deneysel Çalışmalar.....	6
BÖLÜM 3-MATERYAL VE YÖNTEM.....	7
3.1. Bozunum Genlikleri.....	7
3.1.1. Ara Vektör Mezon Katkıları.....	7
3.1.2. Ara Tensör Mezon Katkısı.....	9
3.1.3. Kiral Halka Katkısı.....	12
3.1.4. Ara Skaler Mezon Katkısı.....	14
3.1.5. Halka Katkıları.....	17
3.1.6. Kinematik.....	19
BÖLÜM 4-ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA.....	21
4.1. $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ Bozunumu İçin Farklı Durumlardan Gelen Katkılar.....	21

BÖLÜM 5-SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	33
KAYNAKLAR.....	35
Ekler.....	I
Çizelgeler.....	XXVII
Şekiller.....	XXVIII
Özgeçmiş.....	XXIX

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Yüksek enerji fiziği veya parçacık fiziği maddenin en temel yapıtaşlarının neler olduğunu ve bu yapıtaşlarının kendi aralarında ve diğer parçacıklarla nasıl etkileştiklerini araştıran fizik dalıdır.

Standart model, maddenin temel yapıtaşlarını ve bunların etkileşmelerine aracılık yapan temel kuvvetleri tanımlayan kuramdır. Bu modele göre, bütün maddesel evren birbirleriyle dört temel kuvvet aracılığı ile etkileşen kuarklar ve leptonlardan oluşur. Hadronlar ise, güçlü kuvvet aracılığı ile kuarkları bir arada tutan birleşik parçacıklardır. En bilinen hadronlar atom çekirdeğini oluşturan proton ve nötronlardır. Proton ve antiproton dışındaki bütün serbest hadronlar kararsızdır ve bozunmaya uğrarlar. Nötronlar ise atomik çekirdeğin içindeyken kararlı yapıdadırlar. Hadronlar kuark yapılarına göre baryonlar ve mezonlar olmak üzere ikiye ayrılır. Baryonlar üçlü kuark (qqq) yapısında, mezonlar ise bir kuark ve bir antikuark ($q\bar{q}$) çiftlerinden oluşurlar.

Teorik olarak kuarklar ve gluonlar arasındaki güçlü etkileşme yüksek enerjilerde QCD (Quantum Chromodynamics) teorisi ile açıklanmaktadır. Ancak düşük enerjilerde hadron etkileşmeleri henüz tam olarak anlaşılammıştır. Bu yüzden günümüzde ChPT (Chiral Perturbation Theory) ve Etkin Lagranjiyen Modelleri geliştirilmektedir.

Parçacık fiziğinde mezonlar içsel özelliklerine göre sınıflandırılır. J toplam açısal momentumu sıfır, P paritesi eksi ve C yük eşleniği artı olan mezonlar $J^{PC} = 0^{-+}$ sözdeskaler mezon, $J^{PC} = 0^{++}$ olan mezonlar ise skaler mezon olarak adlandırılmıştır. Benzer şekilde $J^{PC} = 1^{--}$ olarak tanımlanan mezonlar vektör mezon ve $J^{PC} = 1^{+-}$ veya $J^{PC} = 1^{++}$ şeklinde tanımlanan mezonlar ise sözdevektör mezonları tanımlamaktadır.

Vektör, skaler ve sözde skaler mezonların aksine skaler mezonların yapısı henüz tam olarak bilinmemektedir. Bu parçacıkların kuark yapısı ve diğer parçacıklarla olan

etkileşmeleri tartışmalıdır ve bu durum skaler mezonların çalışılmasını önemli kılmaktadır. Sigma mezonu oldukça tartışmalı bir parçacıktır ve yapısı ve kütlesi henüz tam olarak bilinmemektedir. Rezonans bir parçacık olmasından dolayı çok geniş bir kütle (400-1200 MeV) ve bozunum aralığına (600-1000 MeV) sahiptir. 1 GeV civarındaki enerji bölgesi oldukça ilginç bir enerji alanıdır; Bu alan perturbatif *QCD* hesabı için çok küçük bir değerdir ve ChPT kapsamında da bu enerji değerlerinde çok güvenilir açıklamalar yapılamamaktadır. 1 GeV enerji bölgesinin hesaplamaları için Vektör Mezon Baskın Model, Lineer Sigma Model, Etkin Lagranjiyen Yöntemi ve Fenomenolojik yöntem gibi farklı yöntemler geliştirilmiştir.

Tensör mezonlar, vektör ve skaler mezonlardan çok daha büyük kütleli oldukları için bu mezonların $V \rightarrow P^0 P^0 \gamma$ tipi bozunmalardaki katkıları ihmal edilmiştir. Bir çok farklı deneyler sonucunda $f_2(1270)$ tensör mezonunun kütlesinin tam olarak belirlenmesi, $V \rightarrow P^0 P^0 \gamma$ bozunumlarında tensör mezon katkısı araştırılırken $f_2(1270)$ mezonunun tercih edilmesine sebep olmuştur. Bozunmalardaki tensör mezonun katkıları incelenirken vektör mezon baskın model yanında tensör mezon baskın model yöntemi de geliştirilmiştir.

Rho mezon bozunmalarını da çalışmak önemlidir. Bu tezde rho mezonun iki pion ve bir foton'a bozunumu fenomenolojik yaklaşımla ele alınmıştır. Çalışmanın sıralaması şu şekildedir: ikinci bölümde bu konu ile ilgili daha önce yapılmış teorik çalışmalar ve deneysel veriler tartışılmıştır, üçüncü bölümde kullanılan yöntem ve bu bozunmaya katkı veren durumlar ele alınmıştır, dördüncü bölümde bu çalışmada elde edilen veriler ve yapılan hesaplamaların sonuçları verilmiş ve diğer çalışmalar ile karşılaştırılması yapılmıştır, beşinci bölümde kısaca çalışmanın sonuçları ve katkısı özetlenmiştir, altıncı bölüm ise hesaplamalardaki ara işlemlerin ayrıntılı olarak verildiği bölüm olmuştur.

BÖLÜM 2

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Rho-mezonunun $\pi^0\pi^0\gamma$ durumuna ışımsal bozunması yoğun çalışılan bir konudur. Bu ilginin en önemli nedeni σ -skaler mezonu ve $f_2(1270)$ tensör mezonunun doğası hakkında yapılan çalışmalara ışık tutuyor olmasıdır.

Işımsal ρ -mezon bozunumları düşük-enerji hadron fiziği için önemli bir bilgi kaynağıdır. Özellikle $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu $\rho \rightarrow \sigma\gamma$ ve $\rho \rightarrow f_2\gamma$ gibi ara geçişler yoluyla ilerlediklerinden σ gibi küçük kütleli skaler rezonansların ve f_2 gibi tensör mezonların özelliklerine ve yapılarına bakış imkanı sunar.

Işımsal vektör mezon bozunmaları genel olarak $V \rightarrow P^0P^0\gamma$ şeklinde ifade edilir. Burada V vektör mezonları ρ, ω, ϕ temsil eder P^0 ise sözde skaler mezonları π^0, K, κ temsil etmektedir.

Bu bölümde, bu çalışmada ele alınan bozunmalarla ilgili daha önce yapılmış teorik ve deneysel araştırmalar incelenmiştir.

2.1. Teorik Çalışmalar

Teorik olarak $V \rightarrow PP\gamma$ bozunumları ilk kez A. Bramon, S.Fajfer ve P. Singer tarafından çalışılmıştır. Söz konusu bozunmanın hesabı için kuark modeli, etkin lagranjiyen, kiral lagranjiyen, vektör mezon baskın (VMD), tensör meson baskın (TMD) gibi çeşitli yaklaşım yöntemleri ve modeller önerilmiştir. Bramon ve grubunun önerdiği VMD modele göre $V \rightarrow P^0P^0\gamma$ bozunumları $V \rightarrow VP^0 \rightarrow P^0P^0\gamma$ şeklinde ilerler ve bu modelde bozunmaya aracılık eden parçacıklar vektör mezonlardır (Escribano,2006). Fajfer ve grubu tarafından aynı bozunmalar etkin lagranjiyen yöntemi kullanılarak incelenmiş ve sözdeskalere ve vektör mezonları ifade eden etkin lagranjiyenler kullanılarak $V \rightarrow P^0P^0\gamma$ tipindeki bozunmaların dallanma oranı hesaplanmıştır. Bu modelde skaler mezonlar göz önünde bulundurulmamaktadır (Fajfer ve Oakes, 1990).

Rho-mezon bozunumlarının teorik çalışmaları Singer ile başlamıştır. Singer $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunda $\omega\pi^0$ ara geçişini önermiştir (Singer, 1963). Daha sonra, $V \rightarrow PP\gamma$

ışınal bozunmaları incelenmiştir ve $\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için σ ve ω ara durumlarının baskın olduğunu göstermiştir (Renard,1969). Radyoaktif $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu 1990 yılında Fajfer ve grubu tarafından etkin lagranjiyen yöntemi kullanılarak ele alınmış ve dallanma oranı değeri $BR(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma)=2.89 \times 10^{-5}$ olarak bulunmuştur (Fajfer ve Oakes, 1990). Daha sonra, Bramon ve grubu tarafından VMD yöntemi kullanılarak hesaplanan dallanma oranı değeri $BR(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma)=1.1 \times 10^{-5}$ şeklindedir ve yöntem aynı olmasına rağmen Fajfer ve Oakes tarafından elde edilen değerden küçüktür (Bramon ve ark., 1992a). Bramon ve grubu tarafından $V \rightarrow P^0P^0\gamma$ bozunumları ChPT kapsamında çalışılmış ve bu formalizmde çeşitli bozunumlar için hesaplanan dallanma oranları $\pi\pi$ ve $K\bar{K}$ ara halkalarını içermiştir. Bu yaklaşımda $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumuna $K\bar{K}$ halkasının katkısı $\pi\pi$ halkasının katkısından üç basamak daha küçük olduğu için $\pi\pi$ halkasının katkısı dikkate alınmıştır. Bu durumda elde edilen bozunum aralığı değeri $\Gamma(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma)=1.42 \text{ keV}$ olarak hesaplanmıştır. Hem VMD hemde ChPT katkıları göz önünde bulundurularak hesaplanan dallanma oranı değeri $BR(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma)=2.6 \times 10^{-5}$ şeklindedir (Bramon ve ark.,1992b). Marco ve grubu tarafından unitarize edilmiş kiral tedirgeme yöntemi (UChPT) kullanılarak ρ bozunmaları tekrar ele alınmıştır. $\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasının dallanma oranını $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = 1.4 \times 10^{-5}$ olarak bulmuşlardır. Sonuç olarak, $\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasının dallanma oranı için buldukları değer $\rho^0 \rightarrow (\sigma)\gamma \rightarrow (\pi^0\pi^0)\gamma$ geçişinden elde edilmiştir, çünkü bozunmada $\pi^0\pi^0$ etkileşimi, ilgili enerji aralığında sigmanın olduğu bölgede baskındır (Marco ve ark., 1999). Radyoaktif $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunda σ -mezonunun rolü Gökalp ve Yılmaz tarafından da ele alınmıştır. 2001 yılında Gökalp ve Yılmaz tarafından fenomenolojik yöntem kullanılarak, VMD, kiral halkalar ve σ -mezon aracılığından gelen katkılar incelenmiştir. Buradan, σ -mezonunun $g_{\rho\omega\gamma}$ çiftlenim sabitinin değerine bağlı olarak dallanma oranına önemli bir katkıda bulunduğu görülmüştür. $M_\sigma=478 \text{ MeV}$ ve $\Gamma_\sigma=324 \text{ MeV}$ değerlerini kullanarak yaptıkları hesaplamalarda $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma)$ dallanma oranının değerini deneysel değerden bir basamak daha büyük olarak hesaplamışlardır (Gökalp ve Yılmaz, 2001). Palomar ve arkadaşları, ρ^0 ve ω vektör mezonların $\pi^0\pi^0$ and $\pi^0\eta$ ya bozunmalarını kiral-halka ve $\rho - \omega$ karışımına ilave olarak vektör mezon baskın mekanizmasını da düşünerek ele almışlardır. Bu çalışmada $\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için $\rho - \omega$ karışımının ihmal edilebileceğini fakat vektör mezon ve halka mekanizmalarının toplamından gelen katkının her birinin yaptığı katkının yaklaşık olarak üç katı büyük olduğunu hesaplamışlardır. Bu çalışmada elde edilen dallanma oranı $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = 4.2 \times 10^{-5}$ olarak bulunmuştur, bu değer deneysel veriler ile uyum içerisindedir (Palomar ve ark.,2002). Bramon ve Escribano tarafından ele alınan $\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ and $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$

bozunmalarında $\sigma(500)$ mezonun etkileri tanımlanmıştır ve bu çalışmada şu değerler bulunmuştur: $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma)_{\chi+\omega} = 2.95 \times 10^{-5}$ değeri kiral-halka ve VMD genliğinden elde edilmiştir, $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma)_{L\sigma M+\omega} = 4.21 \times 10^{-5}$ değeri L σ M modelden ve VMD genliğinden elde edilmiştir ve $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma)_{\sigma\text{-phen}+\omega} = 3.42 \times 10^{-5}$ değeri fenomenolojik σ -meson ve VMD genliğinden elde edilmiştir, (Bramon ve Escribano, 2004). Bunların dışında Escribano da $V \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunmalarında skaler mezon değişimlerini çalışmıştır ve $\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunmasında skaler mezon katkılarını L σ M modelde incelemiştir. Bozunma için dallanma oranı değerini $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = 3.8 \times 10^{-5}$ olarak bulmuştur ve $\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunumu için dallanma oranı hesabında $f_0(980)$, $a_0(980)$ ve $\sigma(500)$ mezon değişimlerinin baskın olduğunu göstermiştir, (Escirabano,2002). Yakın zamanlarda ise Bramon ve grubu tarafından ρ ve ω ışınsal bozunmalarının $\pi^0 \pi^0$ üretimi çalışılmıştır. Bu çalışmada kiral halka kullanılarak hesaplanan dallanma oranı $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = 1.0 \times 10^{-5}$, L σ M kullanılarak hesaplanan dallanma oranı $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = 1.5 \times 10^{-5}$, VMD kullanılarak hesaplanan dallanma oranı $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = 1.3 \times 10^{-5}$ değerindedir, (Bramon ve ark., 2001). 2003 yılında Gökalp ve grubu tarafından $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ ve $\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunmaları çalışılmıştır ve hesaplamalarda fenomenolojik yaklaşıma ilave olarak Kiral Tedirgeme Teorisi ile hesaplanmış genliği de kullanarak dallanma oranlarını hesaplamışlardır. VMD genliğinin, pion-halka ve σ -meson ara durumu genliğinin dallanma oranına katkıları sırasıyla: $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = (1.03 \pm 0.02) \times 10^{-5}$, $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = (1.07 \pm 0.02) \times 10^{-5}$ ve $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = (4.96 \pm 0.18) \times 10^{-5}$ şeklindedir. Bu değerlerden sigma mezon ara durumunun katkısının VMD ve pion-halka genliklerinden gelen katkılardan oldukça farklı ve önemli olduğu görülmektedir. Ara durum genliklerini de içeren toplam dallanma oranı $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = (4.95 \pm 0.82) \times 10^{-5}$ olarak elde edilmiştir (Gökalp ve ark.,2003). 2007 yılında Escribano tarafından yapılan bir çalışmada da L σ M kullanılarak hesaplanan dallanma oranı değeri $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = 2.2 \times 10^{-5}$ olarak bulunmuştur, σ skaler meson katkılarını içeren kiral halka ile hesaplanan dallanma oranı değeri ise $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = 1.1 \times 10^{-5}$ olarak elde edilmiştir. Bu çalışmada VMD genliğinden gelen katkı düşünülerek elde edilen dallanma oranı ise $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = 9.0 \times 10^{-6}$ değerindedir (Escribano,2007).

2003 yılında Oh ve Kim tarafından $f_2(1270)$ tensör mezonunun $\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunumunun dallanma oranına etkisini incelenmiştir. Bu çalışmada VMD yöntemi kullanılarak bozunumun dallanma oranı için $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = 1.10 \times 10^{-5}$ değeri bulunmuştur, $f_2(1270)$ tensör mezonunun katkısı ile düşünüldüğünde bu değer $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = 1.37 \times 10^{-5}$ olarak bulunmuştur. Aynı çalışmada kiral halka ve σ skaler mezonunun katkısı düşünüldüğünde bozunumun dallanma oranını değeri için

$BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = 4.09 \times 10^{-5}$ bulunmuştur ve $f_2(1270)$ tensör mezonun katkısı ilave edildiğinde bu değer $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = 4.27 \times 10^{-5}$ olarak hesaplanmıştır, (Oh ve Kim, 2003).

2.2. Deneysel Çalışmalar

$\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için ilk gözlemler Spherical Neutral Detector (SND) deneyinde gerçekleşmiştir (Achasov ve ark., 2000a). Bu bozunumun dallanma oranının ilk deneysel ölçümü yine aynı yıl SND dedektöründe gerçekleştirilmiştir ve bu değer 0.36 – 0.97 GeV enerji bölgesinde $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = 4.8 \pm 0.2 \times 10^{-5}$ olarak ölçülmüştür (Achasov ve ark., 2000b). SND dedektörünün bu bozunumla ilgili gerçekleştirdiği son ölçüm ise 0.60 – 0.97 GeV enerji bölgesinde $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = 4.1 \pm 0.3 \times 10^{-5}$ değerindedir (Achasov ve ark., 2002). Akhmetshin ve grubu $\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için CMD-2 dedektöründe 0.6 – 0.97 GeV enerji bölgesinde $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = 5.2 \pm 0.6 \times 10^{-5}$ olarak ölçülmüştür (Akhmetshin ve ark., 2004). 2010 yılında Nakamura ve grubunun elde ettiği verilere göre dallanma oranı $BR(\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = 4.5 \pm 0.8 \times 10^{-5}$ (Nakamura ve ark., 2010) değerindedir.

BÖLÜM 3

MATERYAL VE YÖNTEM

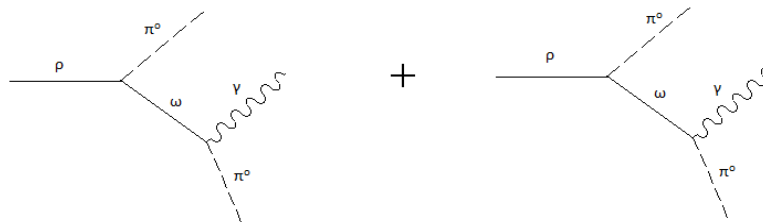
3.1. BOZUNUM GENLİKLERİ

Bu bölümde ρ vektör mezonun $\pi^0\pi^0\gamma$ durumuna bozunması vektör mezon ara durumları (VMD), kiral-halka (chiral-loop), σ -skaler mezon ara durumu ve f_2 tensör mezon ara durum katkıları dikkate alınarak incelenmiştir.

Bu bozunmada fenomenolojik yaklaşım yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde Feynman diyagramları dikkate alınarak ve ilgili lagranjiyenler kullanılarak ρ vektör mezonun iki pion'a ve bir foton'a bozunumu için genlikler elde edilmiştir. Daha sonra bozunmanın dallanma oranı düşünülen katkılar çerçevesinde hesaplanmıştır.

Bu bölümde ilk olarak vektör mezon ara durum katkıları, daha sonra f_2 tensör mezonun formalizmi, sonra σ -skaler mezonun katkısı ele alınmıştır, son olarak değişik kiral halkaların bu bozunmadaki etkileri incelenmiştir.

3.1.1. ARA VEKTÖR MEZON KATKILARI



Şekil 3.1: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için ara vektör mezon katkılarını veren Feynman diyagramları.

Ara vektör mezon katkılarını hesaplamak için şekil 3.1' de verilen Feynman diyagramları kullanılmıştır. Bu katkı için $\rho \rightarrow \omega \pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ geçişi düşünülmüştür. Şekil 3.1 deki Feynman diyagramlarındaki $\rho\omega\pi$ köşesi için aşağıda verilen lagranjiyen kullanılmıştır (Friman ve ark., 1996),

$$\mathcal{L}_{\omega\rho\pi}^{et.} = \frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu \omega_\nu \partial_\alpha \overrightarrow{\rho}_\beta \cdot \vec{\pi}, \quad (3.1)$$

ve $\omega\pi\gamma$ köşesi için (Friman ve ark., 1996),

$$\mathcal{L}_{\omega\pi\gamma}^{et.} = \frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu \omega_\nu \partial_\alpha A_\beta, \quad (3.2)$$

lagranjiyeni kullanılmıştır. Bu iki lagranjiyen ayrıca $g_{\omega\rho\pi}$ ve $g_{\omega\pi\gamma}$ çiftlenim sabitlerini de tanımlar. $g_{\omega\rho\pi}$ çiftlenim sabiti deneysel olarak $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ süreci incelenirken ele alınmış ve $g_{\omega\rho\pi} = (14.3 \pm 0.2) GeV^{-1}$ değeri elde edilmiştir (Achasov ve ark., 2000c). Bu çiftlenim sabiti ayrıca QCD toplam kuralları metodu kullanılarak ele alınmış ve $g_{\omega\rho\pi} \cong (15-17) GeV^{-1}$ (Eletsy ve ark., 1983) ve $g_{\omega\rho\pi} \cong 16 GeV^{-1}$ (Lublinsky, 1997) değerleri elde edilmiştir. Bu çalışmada $g_{\omega\rho\pi}$ çiftlenim sabiti için $g_{\omega\rho\pi} = (14.3 \pm 0.2) GeV^{-1}$ değeri kullanılmıştır. $g_{\omega\pi\gamma}$ çiftlenim sabiti için $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ bozunumunun deneysel değeri (Groom ve ark., 2000) göz önüne alınarak bir değer elde edilmiştir. $\omega\pi\gamma$ köşesi için verilen lagranjiyen kullanılarak aşağıdaki bozunum aralığı ifadesi bulunmuştur:

$$\Gamma(\omega \rightarrow \pi^0\gamma) = \frac{\alpha}{24} \frac{(M_\omega^2 - M_\pi^2)^3}{M_\omega^5} g_{\omega\pi\gamma}^2, \quad (3.3)$$

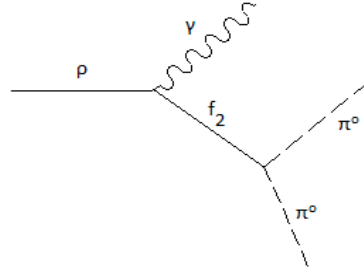
Bu ifadeden $g_{\omega\pi\gamma}$ çiftlenim sabiti $g_{\omega\pi\gamma} = 1.82 \pm 0.05$ olarak elde edilmiştir. $g_{\omega\pi\gamma}$ çiftlenim sabiti ayrıca ρ ve ω mezonlarının fotonüretimi (photoproduction) için bir model geliştirilirken ele alınmış ve $g_{\omega\pi\gamma} = 3.315$ değeri bulunmuştur (Friman ve ark., 1996). $\rho \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ geçişine bağlı olarak ara vektör mezonların katkısını veren genlik ifadesi aşağıdaki gibi elde edilmiştir,

$$M_\omega(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = -i g_{\rho\omega\pi} g_{\omega\pi\gamma} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{\mu'\nu'\alpha'\beta'} (P_\mu U_\nu U_\beta) (U_{\nu'} k_{\alpha'} \epsilon_{\beta'}) \times \\ \left(\frac{P_\alpha P_{\mu'}}{P^2 - M_\omega^2 + iM_\omega\Gamma_\omega} + \frac{Q_\alpha Q_{\mu'}}{Q^2 - M_\omega^2 + iM_\omega\Gamma_\omega} \right), \quad (3.4)$$

Burada $P = p - q_1$ ve $Q = p - q_2$.

$\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için toplam bozunum aralığının değerini etkileyecek momentum bağımlı bozunum aralığı ifadesi Γ_ω değeri çok küçük olduğundan hesaplarda kullanılmamıştır.

3.1.2. ARA TENSÖR MEZON KATKISI



Şekil 3.2: $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunumunun f_2 tensör mezondan gelen katkısını gösteren Feynman diyagramı.

$f_2(1270)$ ara tensör mezon katkısının $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunumunda nasıl olduğu araştırılmıştır. Küçük katkılar vereceği için şimdiye kadar büyük kütleli mezon durumları bozunmalarda ihmal edilmiştir. Bu durum $f_2(1270)$ tensör mezonu içinde geçerlidir, ancak diğer bozunum genlikleri ile güçlü karışımlarından dolayı $f_2(1270)$ mezonu vektör mezonlar için dikkate alınabilir katkılar verebilir.

Bu kısımda $f_2(1270)$ ara mezonunun $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunumuna olan katkısını incelemeye önce Şekil 3.2' de verilen ilgili Feynman diyagramındaki $\rho f_2 \gamma$ ve $f_2 \pi \pi$ köşeleri ayrı ayrı ele alınmıştır.

$f_2(1270)$ rezonansı için etkin lagranjiyen yaklaşımında $f_2 \pi \pi$ etkileşimi için tanımlanan etkin lagranjiyen ele alınmıştır (Pilkuhn, 1973),

$$\mathcal{L}_{f_2 \pi \pi} = -\frac{2G_{f\pi\pi}}{M_f} \partial_\mu \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi} f^{\mu\nu}, \quad (3.5)$$

burada $f^{\mu\nu}$ ifadesi f_2 mezon alanıdır. Bu lagranjiyen kullanılarak $f_2 \pi \pi$ köşe fonksiyonu aşağıdaki gibi hesaplanmıştır,

$$M_{f_2 \pi \pi} = -\frac{2G_{f\pi\pi}}{M_f} (p + p')_\mu (p + p')_\nu \varepsilon^{\mu\nu}(\lambda_f), \quad (3.6)$$

burada p ve p' sırasıyla giren ve çıkan pionların momentumudur ve $\varepsilon^{\mu\nu}(\lambda_f)$ ifadesi M_f kütleli parçacığın spin fonksiyonudur. $f_2 \rightarrow \pi \pi$ bozunumunun bozunum aralığı ifadesi için yukarıda verilen lagranjiyen kullanılmış ve

$$\Gamma(f_2 \rightarrow \pi \pi) = \frac{G_{f\pi\pi}^2}{80\pi} M_f \left(1 - 4 \frac{M_\pi^2}{M_f^2}\right)^{5/2}, \quad (3.7)$$

ifadesi elde edilmiştir. Bu ifadeden $\Gamma(f_2 \rightarrow \pi\pi)$ bozunum aralığının deneysel değeri kullanılarak, $G_{f\pi\pi}$ çiftlenim sabiti hesaplanmıştır. $(\Gamma(f_2 \rightarrow \pi\pi))_{den.} \approx 156.9 \text{ MeV}$ (Hagiwara,2002) deneysel değeri kullanılarak çiftlenim sabiti için $\frac{G_{f\pi\pi}^2}{4\pi} \approx 2.64$ değeri elde edilmiştir ve buradan $G_{f\pi\pi} \approx 5.89$ bulunmuştur.

$f_2V\gamma$ köşesi için en genel form aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (Renner, 1971),

$$\langle \gamma(k)f_2 | V(k') \rangle = \frac{1}{M_f} \epsilon^\kappa \epsilon'^\lambda f^{\mu\nu} A_{\kappa\lambda\mu\nu}^{fV\gamma}(k, k'), \quad (3.8)$$

burada $A_{\kappa\lambda\mu\nu}^{fV\gamma}(k, k')$ köşe fonksiyonudur ve ifadesi aşağıda verildiği gibidir;

$$\begin{aligned} A_{\kappa\lambda\mu\nu}^{fV\gamma}(k, k') = & -\frac{f_{fV\gamma}}{M_f^3} [g_{\kappa\lambda}(k, k') - k'_\kappa k_\lambda](k + k')_\mu (k + k')_\nu \\ & + g_{fV\gamma} [g_{\kappa\lambda}(k + k')_\mu (k + k')_\nu - g_{\lambda\mu} k'_\kappa (k + k')_\nu - g_{\lambda\nu} k'_\kappa (k + k')_\mu \\ & - g_{\kappa\mu} k_\lambda (k + k')_\nu - g_{\kappa\nu} k_\lambda (k + k')_\mu + 2k \cdot k' (g_{\kappa\mu} g_{\lambda\nu} + g_{\kappa\nu} g_{\lambda\mu})] , \quad (3.9) \end{aligned}$$

$f_2V\gamma$ bozunumu için deneysel bir değer şimdilik olmadığı için ifadedeki çiftlenim sabitleri için bazı kabullenmeler yapılmıştır. Bu durum ile ilgili kabullenmeler Renner, 1971 çalışması dikkate alınarak kullanılmıştır. Bu çalışmaya göre,

$$f_{fV\gamma} = 0 \text{ ve } g_{fV\gamma} = \frac{e}{f_V} G_{fVV} , \quad (3.10)$$

yazabiliriz; burada G_{fVV} ifadesi fVV köşesi için çiftlenim sabiti ve f_V vektör mezon bozunum sabitidir. Bu çalışmada $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için $f_\rho = 5.33$ değeri kullanılmıştır. G_{fVV} sabiti için, tensör mezon baskın modelden $G_{fVV} = G_{f\pi\pi}$ olması gerektiğinden, bu çiftlenim sabiti yukarıdaki bağıntılarda sabitlenir. Bu çiftlenim sabiti ile ilgili ayrıntılı açıklamalar, Oh ve Lee, 2004 referansında bulunmaktadır. Bu çalışmada G_{fVV} çiftlenim sabiti için iki durum düşünülmüştür ve bu iki durum için de $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumuna f_2 tensör mezon ara durum katkısı hesaplanmıştır. İlk olarak G_{fVV} çiftlenim sabitini $G_{fVV} = G_{f\pi\pi}$ olarak düşünüp $G_{f\pi\pi} \approx 5.89$ değeri kullanılmıştır. İkinci olarak $f_2 \rightarrow \gamma\gamma$ geçişinden bir değer bulunmuş ve bu değer ile hesap yapılmıştır. Bunun için $f_2\gamma\gamma$ köşesi için $f_2V\gamma$ köşesinde ele alınan formalizm düşünülmüş ve kullanılmıştır. $f_2V\gamma$ köşesinin matris elemanında ve köşe fonksiyonu ifadesinde $f_{fV\gamma}$ ve $g_{fV\gamma}$ yerine $f_{f\gamma\gamma}$ ve

$g_{f\gamma\gamma}$ ifadeleri alınarak $f_2\gamma\gamma$ köşesi için matris elemanı ve köşe fonksiyonu tanımlanmıştır (Oh ve Lee, 2004). $f_2 \rightarrow \gamma\gamma$ bozunum aralığı için;

$$\Gamma(f_2 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{M_f}{20\pi} \left(\frac{1}{24} f_{f\gamma\gamma}^2 + g_{f\gamma\gamma}^2 \right), \quad (3.11)$$

ifadesi elde edilmiştir. Tensör mezon baskın (TMD) ve vektör mezon baskın, VMD, modellerden (Renner,1971)

$$f_{f\gamma\gamma} = 0, \quad g_{f\gamma\gamma} = e^2 \left(\frac{1}{f_\rho^2} + \frac{1}{f_\omega^2} \right) G_{fV\gamma}, \quad (3.12)$$

ifadeleri yazılabilir. Tensör mezon baskın, TMD, modelde $G_{fV\gamma} = G_{f\pi\pi}$ olduğundan $\Gamma(f_2 \rightarrow \gamma\gamma)$ bozunum aralığı ifadesi kullanılarak $G_{fV\gamma}$ çiftlenim sabiti $G_{fV\gamma} = 3.14$ olarak elde edilmiştir. Bu hesapta $f_2 \rightarrow \gamma\gamma$ bozunumunun deneysel değeri $\Gamma(f_2 \rightarrow \gamma\gamma) = 2.6 \pm 0.24 \text{ keV}$ (Hagiwara,2002) kullanılmıştır.

Ayrıca, $f_2 \rightarrow V\gamma$ bozunumu için denklem (3.8) ve (3.9)' deki ifadeler kullanılarak bozunum aralığı ifadesi aşağıdaki gibi elde edilmiştir,

$$\Gamma(f_2 \rightarrow V\gamma) = \frac{M_f}{10\pi} (1-x)^3 \left\{ \frac{1}{24} |f_{fV\gamma}|^2 (1-x)^4 - (f_{fV\gamma} g_{fV\gamma}^* + f_{fV\gamma}^* g_{fV\gamma}) \frac{x(1-x)^2}{12} + |g_{fV\gamma}|^2 \left(1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{6} \right) \right\} \quad (3.13)$$

burada, $x = M_V^2/M_f^2$ kısaltması yapılmıştır. Bu ifadeden $f_2 \rightarrow \rho\gamma$ bozunumu için ilgili çiftlenim sabitleri dikkate alınarak,

$$\Gamma(f_2 \rightarrow \rho\gamma) = \frac{M_f}{10\pi} \left(1 - \frac{M_\rho^2}{M_f^2} \right)^3 \left\{ \left(\frac{e}{f_V} G_{f\pi\pi} \right)^2 \left(1 + \frac{M_\rho^2}{2M_f^2} + \frac{(M_\rho^2)^2}{6(M_f^2)^2} \right) \right\}, \quad (3.14)$$

bozunum aralığı ifadesi elde edilmiştir. Bu ifadeden bozunum aralığı değeri,

$$\Gamma(f_2 \rightarrow \rho\gamma) = 1.2930 \text{ MeV}, \quad (3.15)$$

olarak bulunmuştur. $f_2\pi\pi$ ve $f_2\rho\gamma$ köşeleri ayrı ayrı ele alındıktan sonra, ara f_2 tensör mezonun $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasına katkısının nasıl olduğu araştırılmıştır. q momentumlu propagatör için ifade,

$$G^{\mu\nu;\rho\sigma} = iP^{\mu\nu;\rho\sigma} \frac{1}{q^2 - M_f^2 + iM_f\Gamma_f}, \quad (3.16)$$

şeklindedir. Burada M_f kütlesi, f_2 tensör mezonun kütlesidir ve

$$P^{\mu\nu;\rho\sigma} = \frac{1}{2}(\bar{g}^{\mu\rho}\bar{g}^{\nu\sigma} + \bar{g}^{\mu\sigma}\bar{g}^{\nu\rho}) - \frac{1}{3}\bar{g}^{\mu\nu}\bar{g}^{\rho\sigma} , \quad (3.17)$$

$$\bar{g}_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_f^2} . \quad (3.18)$$

Buradan, ara f_2 tensör mezonu içeren bozunum genliği,

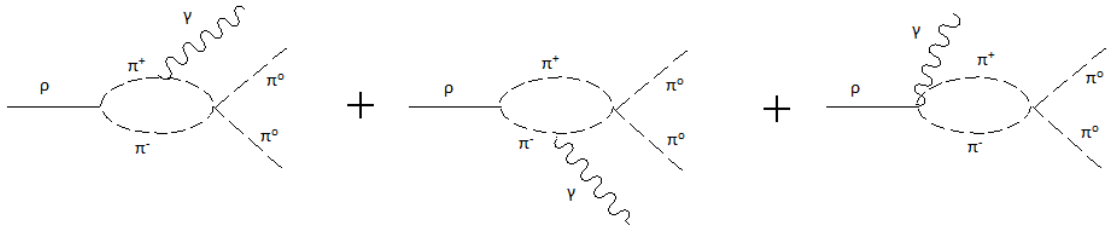
$$M_{\mu\nu}^f = \frac{G_{f\pi\pi}}{M_f^2} \frac{1}{q^2 - M_f^2 + iM_f\Gamma_f} (2p_1 - p + k)_\alpha (2p_1 - p + k)_\beta P^{\alpha\beta;\rho\sigma} A_{\mu\nu;\rho\sigma} , \quad (3.19)$$

olarak bulunmuştur. f_2 tensör mezonun bozunum aralığı, Γ_f ' nin momentum bağımlılığı için;

$$\Gamma_f(q^2) = \Gamma_f \left(\frac{q^2 - 4M_\pi^2}{M_f^2 - 4M_\pi^2} \right)^{\frac{5}{2}} \frac{M_f^2}{q^2} \theta(q^2 - 4M_\pi^2) , \quad (3.20)$$

şeklinde bir ifade elde edilir. Bu ifade $\mathcal{L}_{f_2\pi\pi}$ lagranjiyeni kullanılarak elde edilmiştir. f_2 tensör mezonun toplam bozunum aralığı $\Gamma_f = 185.7 \text{ MeV}$ (Hagiwara, 2002) değerindedir.

3.1.3. KİRAL HALKA KATKISI



Şekil 3.3: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumuna kiral halka katkısını gösteren Feynman diyagramı.

Bu bölümde kiral halkalardan gelen katkı fenomenolojik yaklaşımda ele alınmıştır. $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için genel olarak rho vektör mezon, yüklü pion halkalarına bozunabileceğinden pion halkasının katkısı incelenmiştir. Bunun dışında daha sonraki bölümde kaon ve kapa halkalarından gelen katkıların etkisi incelenmiştir. Pion halkasının katkısı incelenirken Şekil 3.3' de verilen Feynman diyagramları kullanılmıştır. Halka diyagramlarından elde edilen genlik ifadesi;

$$M_{\pi} = -\frac{e g_{\rho\pi\pi}}{2\pi^2 M_{\pi}^2} I(a, b) [\epsilon. u k. p - \epsilon. p k. u] M_{\chi}(\pi^+ \pi^- \rightarrow \pi^0 \pi^0), \quad (3.21)$$

şeklindedir. Burada $a = M_{\rho}^2/M_{\pi}^2$, $b = (p - k)^2/M_{\pi}^2$, (u, p) ve (ϵ, k) sırasıyla ρ -mezonunun ve fotonun polarizasyon vektörleri ve dört-momentumlarıdır, $M_{\pi^0\pi^0} = M_{\rho}^2 - 2M_{\rho}k$ dir. Mezon mezon etkileşmeleri kiral pertürbasyon teorisinde standart kiral lagranjyenleri kullanılarak Oller ve Oset tarafından çalışılmıştır (Oller ve Oset, 1997). Bu çalışma en düşük seviyede sözde skaler mezon octetinin en genel düşük enerji etkileşmelerini içermektedir. $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasının kiral halka katkısının hesabında dört sözde skaler mezonun $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^0\pi^0$ genliği için bu çalışmanın sonuçları kullanılmıştır. Dört sözde skaler $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^0\pi^0$ köşesi için genlik ifadesi;

$$M_{\chi}(\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^0\pi^0) = -(1/f_{\pi}^2)(s - M_{\pi}^2), \quad (3.22)$$

şeklindedir. Burada $s = M_{\pi^0\pi^0}^2$, $f_{\pi} = 92.4 \text{ MeV}$ dir.

Genlik ifadesindeki $I(a, b)$ halka fonksiyonu aşağıdaki gibi kullanılmıştır (Lucio ve Pestieau, 1990,1991),

$$I(a, b) = \frac{1}{2(a-b)} - \frac{2}{(a-b)^2} \left[f\left(\frac{1}{b}\right) - f\left(\frac{1}{a}\right) \right] + \frac{a}{(a-b)^2} \left[g\left(\frac{1}{b}\right) - g\left(\frac{1}{a}\right) \right], \quad (3.23)$$

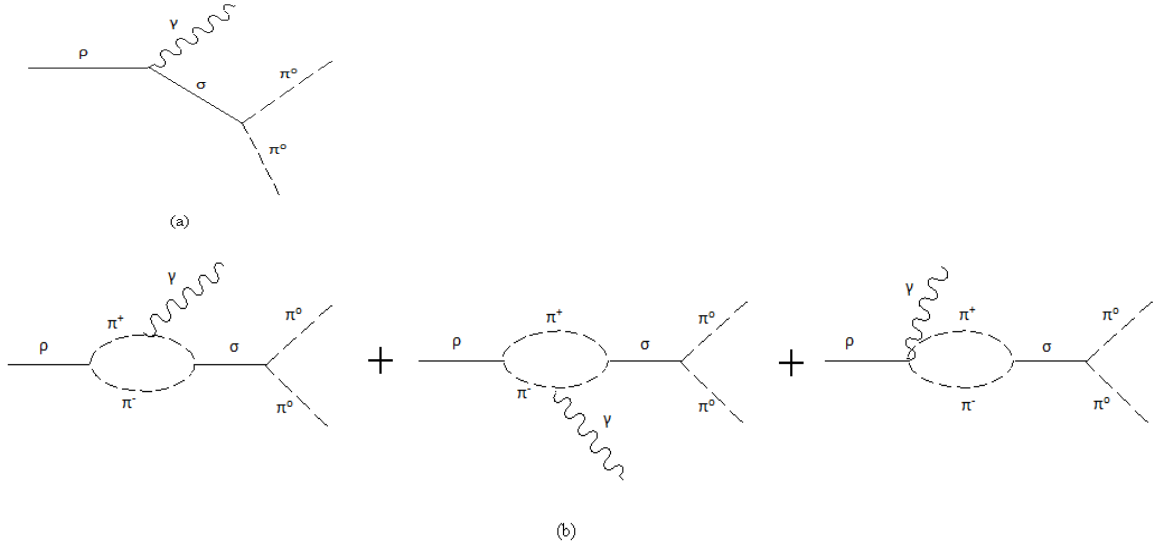
$$f(x) = \begin{cases} -\left[\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \right]^2, & x > \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \left[\ln\left(\frac{\eta_+}{\eta_-}\right) - i\pi \right]^2, & x < \frac{1}{4} \end{cases} \quad (3.24)$$

$$g(x) = \begin{cases} (4x - 1)^{1/2} \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right), & x > \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} (1 - 4x)^{1/2} \left[\ln\left(\frac{\eta_+}{\eta_-}\right) - i\pi \right], & x < \frac{1}{4} \end{cases} \quad (3.25)$$

$$\eta_{\pm} = \frac{1}{2x} \left[1 \pm (1 - 4x)^{1/2} \right] \quad (3.26)$$

3.1.4. ARA SKALER MEZON KATKISI

$\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunumu için ara σ -skaler mezonun katkısı iki durumda ele alınmıştır. İlk olarak vektör mezon baskın modelde düşünülmüş daha sonra ρ vektör mezonun σ -skaler mezona pion-loop ile bağlandığı durum incelenmiştir. İlgili Feynman diyagramları Şekil 3.4’ de verilmiştir.



Şekil 3.4: $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunumuna (a) VMD, (b) Pion-halka’dan gelen katkıları gösteren Feynman diyagramları.

Skaler mezonun katkısı her iki durum içinde ayrı ayrı ele alınmıştır ve toplam dallanma oranına katkısı da ayrı ayrı ele alınmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

İlk olarak vektör mezon baskın modelde (VMD) sigma ara skaler mezonun formalizmi incelenmiştir. Bunun için Şekil 3.4-(a)’ da verilen Feynman diyagramındaki $\rho \sigma \gamma$ ve $\sigma \pi \pi$ köşeleri için aşağıdaki lagranjyenler kullanılmıştır,

$$\mathcal{L}_{\rho\sigma\gamma} = \frac{e}{M_\rho} g_{\rho\sigma\gamma} [\partial^\alpha \rho^\beta \partial_\alpha A_\beta - \partial^\alpha \rho^\beta \partial_\beta A_\alpha] \sigma , \quad (3.27)$$

$$\mathcal{L}_{\sigma\pi\pi} = \frac{1}{2} g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma \vec{\pi} \cdot \vec{\pi} \sigma . \quad (3.28)$$

Bu iki lagranjyen $\rho \rightarrow \sigma \gamma$ ve $\sigma \rightarrow \pi \pi$ geçişlerini tanımlar. Bu geçişler için yukarıda verilen lagranjyenlerden aşağıdaki bozunum aralıkları hesaplanmıştır,

$$\Gamma(\rho \rightarrow \sigma \gamma) = \frac{1}{96\pi M_\rho^5} (M_\rho^2 - M_\sigma^2)^3 e^2 g_{\rho\sigma\gamma}^2 , \quad (3.29)$$

$$\Gamma(\sigma \rightarrow \pi\pi) = \frac{g_{\sigma\pi\pi}^2}{4\pi} \frac{3M_\sigma}{8} \left[1 - \left(\frac{2M_\pi}{M_\sigma} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.30)$$

$g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabiti $\rho \rightarrow \sigma\gamma$ 'nin bozunum aralığı, dallanma oranının deneysel değeri kullanılarak bulunmuştur. $\rho \rightarrow \sigma\gamma$ bozunumunun deneysel dallanma oranı değeri $BR(\rho \rightarrow \sigma\gamma) = (1.9_{-0.8}^{+0.9} \pm 0.4) \times 10^{-5}$ (Achasov ve ark., 2002) şeklindedir ve bu değerden bozunum aralığı $\Gamma(\rho \rightarrow \sigma\gamma) \approx 0.00283 \text{ MeV}$ olarak elde edilmiştir ve $\rho\sigma\gamma$ çiftlenim sabiti değeri $g_{\rho\sigma\gamma} \approx 0.25$ olarak bulunmuştur.

Farklı çalışmalarda da bu çiftlenim sabiti ele alınmış ve değişik değerler elde edilmiştir. $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabiti için $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ bozunumu deneysel değeri kullanılarak σ mezon için M_σ ve Γ_σ farklı değerlerine karşılık gelen çiftlenim sabiti değerleri bulunmuştur. σ mezonun kütlesi ve bozunum aralığı için $500 \text{ MeV} \leq M_\sigma \leq 900 \text{ MeV}$ ve $600 \text{ MeV} \leq \Gamma_\sigma \leq 900 \text{ MeV}$ değerleri arasında elde edilen ilk çiftlenim sabiti değerleri 7.64 ± 1.56 ve -6.00 ± 1.58 ve son değerler 17.78 ± 3.23 ve -11.35 ± 3.23 olarak elde edilmiştir (Gökalp ve Yılmaz,2000). Bu hesaplar fenomenolojik yaklaşımda ele alınmış ve $g_{\rho\sigma\gamma}$ 'ya bağlı bir quadric denklem elde edilerek yapılmıştır. Aynı yöntemle $\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumuda incelenmiş ve $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabiti için $M_\sigma=500 \text{ MeV}$ ve $\Gamma_\sigma=500 \text{ MeV}$ değerlerinde $g_{\rho\sigma\gamma}=7.21$ ve -5.49 olarak $M_\sigma=478 \text{ MeV}$ ve $\Gamma_\sigma=324 \text{ MeV}$ değerlerinde $g_{\rho\sigma\gamma}=5.92$ ve -4.49 olarak bulunmuştur (Gökalp ve Yılmaz,2001a). Bu çalışmalar dışında $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabiti KRD toplam kuralları (Gökalp ve Yılmaz,2001b) ve ışık konisi KRD toplam kuralları çerçevesinde (Aliiev ve ark.,2003) incelenmiş ve sırasıyla $g_{\rho\sigma\gamma}=3.2 \pm 0.6$ ve $g_{\rho\sigma\gamma}=2.2 \pm 0.4$ değerleri bulunmuştur.

$g_{\sigma\pi\pi}$ çiftlenim sabiti için, M_σ ve Γ_σ sigmanın kütlesi ve bozunum aralığı için elde edilen $M_\sigma = (478 \pm 17) \text{ MeV}$ ve $\Gamma_\sigma = (324 \pm 21) \text{ MeV}$ (Aitala ve ark., 2001) deneysel değerleri $\Gamma(\sigma \rightarrow \pi\pi)$ ifadesinde kullanılarak $g_{\sigma\pi\pi} = (5.25 \pm 0.32)$ değeri hesaplanmıştır.

$g_{\sigma\pi\pi}$ çiftlenim sabiti içinde elde edilmiş teorik sonuçlar bulunmaktadır. Gökalp ve Yılmaz (2000) yapmış oldukları çalışmada σ -mezon parametreleri için $500 \text{ MeV} \leq M_\sigma \leq 900 \text{ MeV}$ ve $600 \text{ MeV} \leq \Gamma_\sigma \leq 900 \text{ MeV}$ değer aralıkları kullanılarak $g_{\sigma\pi\pi}$ çiftlenim sabiti için $6.97 \leq g_{\sigma\pi\pi} \leq 5.94$ değer aralığında değerler bulunmuştur (Gökalp ve Yılmaz,2000). Achasov ve Gubin (2001), $g_{\sigma\pi\pi}$ çiftlenim sabiti için $g_{\sigma\pi\pi}=2.58 \pm 0.02 \text{ GeV}$ değerini elde etmişlerdir (Achasov ve Gubin, 2001). Nebreda ve Pelaez (2010), $g_{\sigma\pi\pi}$ çiftlenim sabiti için $|g_{\sigma\pi\pi}| \cong 2.86 \text{ GeV}$ değerini elde etmişlerdir

(Nebreda ve Pelaez, 2010). Mennessier, Narison ve Wang (2010) $g_{\sigma\pi\pi}$ çiftlenim sabiti için $|g_{\sigma\pi\pi}| = 2.65 \text{ GeV}$ değeri elde etmişlerdir (Mennessier, Narison ve Wang, 2010).

$\rho \rightarrow \sigma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun vektör mezon baskın modelde elde edilen genlik ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$M = -i \frac{e}{2M_\rho} g_{\rho\sigma\gamma} (g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma) [p^\alpha u^\beta k_\alpha \epsilon_\beta - p^\alpha u^\beta k_\beta \epsilon_\alpha] \frac{1}{p'^2 - M_\sigma^2 + iM_\sigma \Gamma_\sigma}, \quad (3.31)$$

bu ifadedeki (u, p) ve (ϵ, k) sırasıyla ρ mezonun ve fotonun polarizasyon vektörleri ve dört-momentumlarıdır.

σ -skaler mezonu $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumuna katkısının pion-loop aracılığıyla olduğu durum Şekil 3.3-(b)' deki Feynman diyagramları ile gösterilmiştir. $\rho\pi\pi$ köşesi için tanımlanan lagranjiyen aşağıdaki gibidir (Serot ve ark., 1986),

$$\mathcal{L}_{\rho\pi\pi} = g_{\rho\pi\pi} \vec{\rho}_\mu \cdot (\partial^\mu \vec{\pi} \times \vec{\pi}), \quad (3.32)$$

$\rho \rightarrow \pi\pi$ bozunum aralığı için yukarıdaki lagranjiyen kullanılarak aşağıdaki ifade elde edilmiştir,

$$\Gamma(\rho \rightarrow \pi\pi) = \frac{g_{\rho\pi\pi}^2}{48\pi} M_\rho \left[1 - \left(\frac{2M_\pi}{M_\rho} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}, \quad (3.33)$$

$g_{\rho\pi\pi}$ çiftlenim sabiti için $\rho \rightarrow \pi\pi$ bozunumunun deneysel bozunum aralığı değeri (Groom ve ark., 2000) kullanılarak çiftlenim sabiti $g_{\rho\pi\pi} = (6.03 \pm 0.02)$ olarak bulunmuştur.

$\rho \rightarrow \sigma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun pion-loop aracılığıyla elde edilen genlik ifadesi aşağıdaki gibidir,

$$M = -\frac{1}{4\pi^2 M_\pi^2} (e g_{\rho\pi\pi}) (g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma)^2 \frac{1}{(p-k)^2 - M_\sigma^2 + iM_\sigma \Gamma_\sigma} \times I(a, b) [(\epsilon \cdot u)(k \cdot p) - (\epsilon \cdot p)(k \cdot u)], \quad (3.34)$$

bu ifadedeki (u, p) ve (ϵ, k) sırasıyla ρ mezonun ve fotonun polarizasyon vektörleri ve dört-momentumlarını gösterir.

Değişmez genlik hesaplamalarında σ -mezon propagatorü, kararsız σ -mezonun sonlu ömrünü kullanabilmek için, $q^2 - M^2 \rightarrow q^2 - M^2 + iM\Gamma$ olarak değiştirilmiştir. Sigma-mezon için enerji bağımlı bozunum aralığı aşağıdaki gibi verilmiştir,

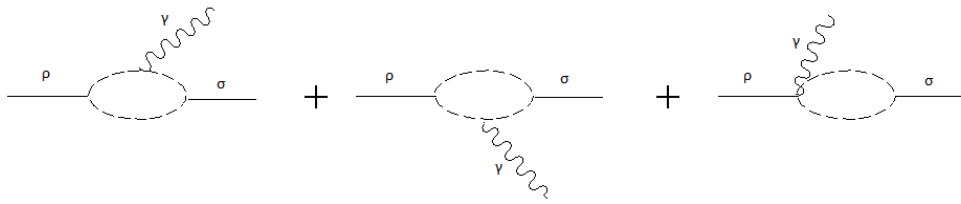
$$\begin{aligned} \Gamma_{\pi\pi}^{\sigma} = & \frac{2}{3} \Gamma_{\pi\pi}^{\sigma}(q^2 = M_{\sigma}^2) \frac{M_{\sigma}^2}{q^2} \sqrt{\frac{q^2 - 4M_{\pi^+}^2}{M_{\sigma}^2 - 4M_{\pi^+}^2}} \theta(q^2 - 4M_{\pi^+}^2) \\ & + \frac{1}{3} \Gamma_{\pi\pi}^{\sigma}(q^2 = M_{\sigma}^2) \frac{M_{\sigma}^2}{q^2} \sqrt{\frac{q^2 - 4M_{\pi^0}^2}{M_{\sigma}^2 - 4M_{\pi^0}^2}} \theta(q^2 - 4M_{\pi^0}^2) \end{aligned} \quad (3.35)$$

3.1.5. HALKA KATKILARI

$\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunmasının incelenmesinde σ -skaler mezonun katkısı önemlidir. Yukarıda fenomenolojik olarak VMD ve kiral pion halkasının katkısı $\rho \rightarrow \sigma \gamma$ geçişi için tartışılmış ve her iki durumun katkısı incelenmiştir.

$\rho \rightarrow \sigma \gamma$ geçişi, bütünlük olması açısından ve sonuçlara yapacağı katkılar açısından başka bir yöntemle incelenmiş formalizmin sonuçları bu bölümde ele alınacaktır.

$V \rightarrow S \gamma$ bozunması lineer sigma modelde, $L\sigma M$, ele alınmış ve temel katkının ara sözde skaler (pseudoscalar) ve skaler mezonlu tek-halka diyagramını içerdiği düşünülmüştür (Escribano ve ark., 2008). İlgili diyagramlar Şekil 3.5' de gösterilmektedir.



Şekil 3.5: $\rho \rightarrow \sigma \gamma$ geçişi için katkı veren Feynman diyagramları.

$\rho(q^*, \epsilon^*) \rightarrow \sigma(p) \gamma(q, \epsilon)$ bozunumu için pion-halka ve kaon-halkadan gelen katkıların genlik ifadeleri,

$$A_{\rho \rightarrow \sigma \gamma}^{\pi} = \frac{-eg}{\sqrt{2}\pi^2 M_{\pi^+}^2} \{a\} L(M_{\rho\pi}^2, M_{\sigma\pi}^2) g_{\sigma\pi^+\pi^-} \quad , \quad (3.36)$$

$$A_{\rho \rightarrow \sigma \gamma}^K = \frac{-eg}{2\sqrt{2}\pi^2 M_{K^+}^2} \{a\} L(M_{\rho K}^2, M_{\sigma K}^2) g_{\sigma K^+ K^-}, \quad (3.37)$$

olarak verilmiştir, burada $\{a\} = (\epsilon^* \epsilon)(q^* q) - (\epsilon^* q)(\epsilon q^*)$ dur ve $L(M_{\rho\pi}^2, M_{\sigma\pi}^2)$ halka integral fonksiyonudur ve Denk. (3.23) ile verilmiştir. Ayrıca, $g_{\sigma\pi^+\pi^-}$ ve $g_{\sigma K^+ K^-}$ çiftlenim sabitleri için;

$$g_{\sigma\pi^+\pi^-} = \frac{M_{\pi}^2 - M_{\sigma}^2}{f_{\pi}} \cos\phi_s, \quad (3.38)$$

$$g_{\sigma K^+ K^-} = \frac{M_K^2 - M_{\sigma}^2}{2f_K} (\cos\phi_s - \sqrt{2}\sin\phi_s), \quad (3.39)$$

ifadeleri kullanılmıştır, burada ϕ_s skaler karışım açısıdır. Ayrıca g çiftlenim sabiti $\rho \rightarrow \pi^+\pi^-$ bozunumunun genliğinden hesaplanmış ve deneysel bozunum aralığı değerinden $|g| \cong 4.2$ olarak elde edilmiştir (Escribano ve ark., 2008).

Bu bilgiler ışığında pion-halka ve kaon-halka katkıları hesaplanmış, sonuçları bir sonraki bölümde ele alınmıştır.

Bu katkılara ilave olarak $L\sigma M'$ de sözde skaler mezon katkıları dışında, skaler mezon halkalarından gelen katkılar da araştırılmıştır, skaler mezonlardan κ (kappa) mezon ele alınmış ve aşağıdaki gibi bir genlik ifadesi, $\rho \rightarrow \sigma\gamma$ bozunumu için bulunmuştur;

$$A_{\rho \rightarrow \sigma \gamma}^K = \frac{-eg}{2\sqrt{2}\pi^2 M_{K^+}^2} \{a\} L(M_{\rho\kappa}^2, M_{\sigma\kappa}^2) g_{\sigma\kappa^+\kappa^-}, \quad (3.40)$$

burada, $M_{\rho\kappa}^2 = M_{\rho}^2/M_{\kappa}^2$ ve $M_{\sigma\kappa}^2 = M_{\sigma}^2/M_{\kappa}^2$ dır (Escribano ve ark., 2008). Kiral simetriden VPP ve VSS ($\rho\pi\pi, \rho KK$ ve $\rho\kappa\kappa$) köşeleri aynı çiftlenim sabitleridir. Dolayısıyla, $\rho \rightarrow \sigma\gamma$ bozunumu için elde edilen genlik ifadeleri aynıdır, sadece M_{ρ}^2, M_{κ}^2 ile ve $g_{\sigma PP}$ çiftlenim sabiti $g_{\sigma\kappa\kappa}$ çiftlenim sabiti ile yer değiştirir ve pion-halkadan gelen katkıda $\frac{1}{2}$ sabiti yoktur. κ -halkadan gelen katkıda yer alan $g_{\sigma\kappa^+\kappa^-}$ çiftlenim sabiti ise

$$g_{\sigma\kappa^+\kappa^-} = \frac{M_{\kappa}^2 - M_{\sigma}^2}{2(f_K - f_{\pi})} (\cos\phi_s + \sqrt{2}\sin\phi_s), \quad (3.41)$$

olarak tanımlanmıştır (Escribano ve ark., 2008).

$\rho \rightarrow \sigma\gamma$ geçişinin genlik ifadeleri $\rho \rightarrow (\sigma\gamma) \rightarrow (\pi^0\pi^0\gamma)$ bozunumunun dallanma oranı hesaplanırken kullanılmıştır ve genel olarak $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun π -halka, K -halka ve κ -halkadan gelen katkılarının genliği;

$$M(\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = \left(-\frac{1}{2} g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma \right) \frac{1}{(p-k)^2 - M_\sigma^2 + iM_\sigma \Gamma_\sigma} A_{\rho \rightarrow \sigma \gamma}^p, \quad (3.42)$$

olarak elde edilir. Burada P pion-halka, kaon-halka veya kappa-halkayı göstermektedir.

3.1.6. KİNEMATİK

$\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunumu için toplam değişmez genlik ifadesi $M(E_\gamma, E_1)$ Ek.3' de verilmiştir. M_a ve M_b ω ara vektör mezoon katkısını veren genlikler, M_c pion halka katkısını veren genlik, M_d σ ara skaler mezoon katkısını veren genlik olmak üzere toplam genlik ifadesi $M(E_\gamma, E_1) = M_a + M_b + M_c + M_d$ şeklindedir. Ayrıca f_2 ara tensör mezoonun katkısını incelemek için Şekil 3.2' deki Feynman diyagramından elde edilen genlik ifadesi M_e olmak üzere toplam genlik ifadesinin $M(E_\gamma, E_1) = M_a + M_b + M_c + M_d + M_e$ olduğu durumda hesaplanmıştır. Bu değişmez genlik ifadeleri kullanılarak polarize olmamış ρ mezoon için diferansiyel bozunum olasılığı ifadesi;

$$\frac{d\Gamma}{dE_\gamma dE_1} = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{8M_\rho} |M|^2, \quad (3.43)$$

şeklindedir. Burada E_γ ve E_1 sırasıyla foton ve pion enerjileridir. ρ mezoonun spin durumlarının ortalaması ve fotonun polarizasyon durumlarının toplamları alınarak bozunum aralığı ifadesi aşağıdaki gibi elde edilmiştir,

$$\Gamma = \frac{1}{2} \int_{E_{\gamma,min}}^{E_{\gamma,max}} dE_\gamma \int_{E_{1,min}}^{E_{1,max}} dE_1 \frac{d\Gamma}{dE_\gamma dE_1}, \quad (3.44)$$

$\frac{1}{2}$ faktörü $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunmasının final durumdaki iki π^0 mezoonun aynı olmasından kaynaklanmaktadır. Ayrıca $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunması için minimum foton enerjisi ve maximum foton enerjisi

$$E_{\gamma,min} = 0, \quad (3.45)$$

$$E_{\gamma,min} = (M_\rho^2 - 4M_{\pi^0}^2) / 2M_\rho = 338 \text{ MeV} \quad (3.46)$$

olarak kullanılmıştır. Son olarak maximum ve minimum pion enerjisi E_1 aşağıdaki şekilde ayrıntıları Ek.2' de verilmek üzere elde edilmiştir.

$$\frac{1}{2(2E_{\gamma}M_{\rho} - M_{\rho}^2)} \times$$
$$\left[-2E_{\gamma}^2M_{\rho} + 3E_{\gamma}M_{\rho}^2 - M_{\rho}^3 \pm E_{\gamma}\sqrt{(-2E_{\gamma}M_{\rho} + M_{\rho}^2)(-2E_{\gamma}M_{\rho} + M_{\rho}^2 - 4M_{\pi}^2)} \right]. \quad (3.47)$$

BÖLÜM 4

ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Bu bölümde $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için elde edilen verilerin analizi yapılmıştır. Bu bozunma için yapılan hesaplamalarda vektör mezon baskın (VMD) modelden, kiral halkalardan (chiral loops), $f_2(1270)$ tensör mezon ara durumundan ve σ -skaler mezon ara durumundan gelen katkılar ele alınmıştır. Her bir katkının sayısal olarak dallanma oranları ayrı ayrı hesaplanmış ve yapılan teorik çalışmalarla ve deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

4.1. $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ BOZUNUMU İÇİN FARKLI DURUMLARDAN GELEN KATKILAR

$\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için $\rho \rightarrow \omega\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$, $\rho \rightarrow (\pi^+\pi^-)\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$, $\rho \rightarrow \sigma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ $\rho \rightarrow f_2\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ geçişlerinden gelen katkılar gözönüne alınarak hesap yapılmıştır. Ayrıca bu bozunmada σ -skaler ara mezonu katkısı hesaplanırken $\rho \rightarrow \sigma\gamma$ geçişi için pion-halka yanında kaon-halka ve kappa-halkadan gelen katkılar da araştırılmıştır. Yapılan hesaplamalarda sayısal değerlerin elde edilebilmesi için parçacıkların kütleleri ve bozunum aralıkları için kullanılan değerler; $M_\rho = 775.49 \text{ MeV}$, $M_\pi^0 = 134.97 \text{ MeV}$, $M_\omega = 782.65 \text{ MeV}$, $M_\sigma = 483 \text{ MeV}$, $M_{f_2} = 1275.1 \text{ MeV}$, $M_K = 493.677 \text{ MeV}$, $M_{\pi^+} = M_{\pi^-} = 139.57 \text{ MeV}$, $M_\kappa = 672 \text{ MeV}$, $\Gamma_\rho = 149.1 \text{ MeV}$, $\Gamma_\omega = 8.49 \text{ MeV}$, $\Gamma_\sigma = 338 \text{ MeV}$, $\Gamma_{f_2} = 185.1 \text{ MeV}$ (Nakamura ve ark, 2010) olarak alınmıştır.

ρ mezonun $\pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu birkaç durumu gözönüne alınarak incelenmiştir. Temelde f_2 -tensör mezon ara durumunun katkısı araştırılmıştır; ancak σ -skaler mezonunun bu bozunma için önemi bilindiğinden ve hala kütlesi ile bozunum aralığı değerlerinin tartışmalı olmasından, σ -mezonunun katkısı da farklı durumlar göz önüne alınarak araştırılmıştır.

Bu nedenle, $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunda f_2 -tensör mezonun katkısını görebilmek için hesaplamalar beş model baz alınarak yapılmıştır. Bu modellemelerde düşünülen her durumun katkıları ayrı ayrı ve toplam olarak bulunmuştur. İlk olarak Model-A' da ω -vektör mezon durumunun katkısı düşünülmüştür. Daha sonra Model-B' de pion-halkalardan gelen katkı hesaplanmış ve Model-C' de her iki katkının toplamı verilmiştir.

σ -skaler mezon ara durumunun katkısı hesaplanırken iki farklı bakış açısı düşünülerek, σ -skaler mezon ara durumunun ağaç diyagramlarından ve pion-halka diyagramlarından gelen katkıları Model-D' de ele alınmıştır. Son olarak Model-E' de düşünülen bütün durumların katkılarının toplamı hesaplanmıştır.

f_2 -tensör mezonun bütün düşünülen durumlar için $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunmasındaki rolü her bir model için ayrı ayrı incelenmiştir. Bu incelemede f_2 -tensör mezonun katkısında önemli bir parametre olan $G_{f\pi\pi}$ çiftlenim sabitinin iki değeri için hesap yapılmıştır.

Elde edilen bütün veriler Çizelge 4.1' de gösterilmiştir. Çizelge 4.1 den görüleceği gibi f_2 -tensör mezonun ilave edildiği ve ilave edilmediği durumlar her model için ele alınmış ve f_2 -tensör mezonun katkısı hesaplanırken kullanılan $G_{f\pi\pi}$ çiftlenim sabitinin bir değeri için katkılar çok fazla değişmezken diğer değeri için farkedilir değişiklikler olmuştur.

Model	f_2 olmadan	f_2 ile	f_2 ile
	-	$G_{f\pi\pi} = 3.14$	$G_{f\pi\pi} = 5.89$
(A)	1.15×10^{-5}	1.29×10^{-5}	1.86×10^{-5}
f_2 - katkısı	-	1.38×10^{-6}	1.71×10^{-5}
(B)	1.11×10^{-5}	1.25×10^{-5}	2.82×10^{-5}
(C)	3.60×10^{-5}	3.74×10^{-5}	5.31×10^{-5}
(D) (VMD)	9.93×10^{-6}	1.13×10^{-5}	2.70×10^{-5}
(D) (HALKA)	4.99×10^{-5}	5.13×10^{-5}	6.70×10^{-5}
(E) (VMD)	4.32×10^{-5}	4.46×10^{-5}	6.03×10^{-5}
(E) (HALKA)	4.99×10^{-5}	5.13×10^{-5}	6.70×10^{-5}

Çizelge 4.1: $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ bozunumu için elde edilen dallanma oranları. Model (A); ω ara vektör mezondan gelen katkı, Model (B); pion-halkadan gelen katkıyı, Model (C); ω ve pion-halkadan gelen katkıların toplamını, Model (D); ara σ -sakler mezondan gelen katkıları, Model (E) ise bütün durumlardan gelen katkıları içermektedir.

Çizelgede $G_{f\pi\pi}$ çiftlenim sabiti için kullanılan değerler $G_{f\pi\pi} = 3.14$ ve $G_{f\pi\pi} = 5.89$, ilgili bozunmalar dikkate alınarak yeniden hesaplanmıştır. Literatürde bu çiftlenim sabiti için bulunan değerler, $G_{f\pi\pi} = 3.12$ ve $G_{f\pi\pi} = 5.76$, çok farklı olmamasına rağmen (Oh ve Kim, 2003); hesaplar bu değerler gözönüne alınarak da yapılmış ve Çizelge 4.1’ de elde edilen değerlerle uyum içerisinde olduğu görülmüştür.

Bu hesaplamaların dışında σ -sakler mezonun katkısı araştırılırken, $\rho \rightarrow \sigma\gamma$ köşesinin direk geçişini veren $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabiti de incelenmiştir. Bu çiftlenim sabiti için, $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasının deneysel verileri kullanılarak hesap yapılmıştır. Bu bozunmada ω -vektör mezon ara durum katkısı, pion-halka katkısı ve σ -skaler mezon ara durum katkısı düşünülerek $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabitine bağlı olarak ikinci dereceden bir diferansiyel denklem elde edilmiş ve $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun deneysel değerine göre çözülmüştür, $BR(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = 4.5 \times 10^{-5}$ (Nakamura, 2010) ve $BR(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = 5.2 \times 10^{-5}$ (Akhmetshin ve ark., 2004). Her iki durum için elde edilen çiftlenim sabitleri Çizelge 4.2 ve Çizelge 4.3’ de verilmiştir. Çizelgelerden görüleceği gibi bazı parametreler bu çiftlenim sabitinin hesaplanması için tanımlanmıştır. Bu parametreler σ -skaler mezon için $M_\sigma = 400 - 1200 \text{ MeV}$ ve $\Gamma_\sigma = 600 - 1000 \text{ MeV}$ değer aralıkları düşünülerek kullanılmıştır. Ayrıca bu parametrelere bağlı olarak, $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabitinin hesaplanmasında gerekli olan $g_{\sigma\pi\pi}$ çiftlenim sabitide tanımlanmıştır. M_σ , Γ_σ ve $g_{\sigma\pi\pi}$ parametreleri kullanılarak $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabiti için elde edilen değerler Çizelgeler de verilmiştir. Ayrıca bulunan çiftlenim sabiti değerleri kullanılarak $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasına katkılarının nasıl olacağı araştırılmıştır. Yine çizelgelerden görüleceği gibi bu çiftlenim sabitinin f_2 -tensör mezon ara durumu ilave edildiğinde dallanma oranlarındaki değişiklikler de gösterilmiştir.

M_{σ}	Γ_{σ}	$g_{\sigma\pi\pi}$	$g_{\rho\sigma\gamma}$	Sadece σ -VMD katkısı	BR_{TOPLAM}	f_2 ile ($G_{f\pi\pi}=5.89$)	f_2 ile ($G_{f\pi\pi}=3.14$)
500	600	6.91	0.8607	7.19×10^{-6}	1.37×10^{-5}	3.09×10^{-5}	1.51×10^{-5}
			-2.2729	5.01×10^{-5}	9.84×10^{-5}	11.55×10^{-5}	9.98×10^{-5}
500	800	7.98	0.9468	7.06×10^{-6}	1.31×10^{-5}	3.02×10^{-5}	1.45×10^{-5}
			-2.1737	3.72×10^{-5}	8.27×10^{-5}	9.98×10^{-5}	8.41×10^{-5}
600	600	6.12	1.0201	5.82×10^{-6}	1.28×10^{-5}	2.99×10^{-5}	1.42×10^{-5}
			-2.1414	2.56×10^{-5}	6.67×10^{-5}	8.39×10^{-5}	6.81×10^{-5}
600	800	7.07	1.0827	5.41×10^{-6}	1.24×10^{-5}	2.95×10^{-5}	1.38×10^{-5}
			-2.0680	1.97×10^{-5}	5.87×10^{-5}	7.58×10^{-5}	6.01×10^{-5}
700	600	5.57	1.1484	4.37×10^{-6}	1.27×10^{-5}	2.98×10^{-5}	1.41×10^{-5}
			-2.0121	1.34×10^{-5}	4.83×10^{-5}	6.54×10^{-5}	4.97×10^{-5}
700	900	6.83	1.2066	3.81×10^{-6}	1.23×10^{-5}	2.95×10^{-5}	1.37×10^{-5}
			-1.9473	9.93×10^{-6}	4.32×10^{-5}	6.03×10^{-5}	4.46×10^{-5}
800	600	5.16	1.2401	3.20×10^{-6}	1.31×10^{-5}	3.02×10^{-5}	1.45×10^{-5}
			-1.9187	7.65×10^{-6}	3.82×10^{-5}	5.53×10^{-5}	3.95×10^{-5}
800	900	6.32	1.2778	2.79×10^{-6}	1.27×10^{-5}	2.98×10^{-5}	1.41×10^{-5}
			-1.8784	6.02×10^{-6}	3.59×10^{-5}	5.30×10^{-5}	3.72×10^{-5}
900	600	4.83	1.3044	2.35×10^{-6}	1.36×10^{-5}	3.07×10^{-5}	1.5×10^{-5}
			-1.8539	4.74×10^{-6}	3.23×10^{-5}	4.95×10^{-5}	3.37×10^{-5}
900	900	5.92	1.3297	2.07×10^{-6}	1.32×10^{-5}	3.03×10^{-5}	1.46×10^{-5}
			-1.8274	3.91×10^{-6}	3.14×10^{-5}	4.85×10^{-5}	3.27×10^{-5}
900	1000	6.24	1.3390	1.98×10^{-6}	1.31×10^{-5}	3.03×10^{-5}	1.45×10^{-5}
			-1.8175	3.65×10^{-6}	3.09×10^{-5}	4.80×10^{-5}	3.23×10^{-5}
1000	600	4.56	1.3507	1.76×10^{-6}	1.40×10^{-5}	3.12×10^{-5}	1.54×10^{-5}
			-1.8075	3.15×10^{-6}	2.88×10^{-5}	4.59×10^{-5}	3.02×10^{-5}
1000	1000	5.89	1.3758	1.50×10^{-6}	1.36×10^{-5}	3.07×10^{-5}	1.50×10^{-5}
			-1.7815	2.51×10^{-6}	2.81×10^{-5}	4.53×10^{-5}	2.95×10^{-5}
555	540	6.10	0.9244	6.55×10^{-6}	1.33×10^{-5}	3.04×10^{-5}	1.47×10^{-5}
			-2.2380	3.84×10^{-5}	8.36×10^{-5}	10.07×10^{-5}	8.49×10^{-5}
478	324	5.24	0.6417	6.65×10^{-6}	1.56×10^{-5}	3.27×10^{-5}	1.70×10^{-5}
			-2.4902	1.00×10^{-4}	1.53×10^{-4}	1.70×10^{-4}	1.54×10^{-4}

Çizelge 4.2: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun $BR(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma)=4.5 \times 10^{-5}$ deneysel değeri ve σ -skaler mezonun farklı parametreleri kullanılarak elde edilen $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabitleri. Ayrıca elde edilen çiftlenim sabitleri kullanılarak $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için hesaplanan dallanma oranları değerleri.

Buradan, ilgili deneysel veriler de dikkate alınarak $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabiti için şu şekilde yorum yapılabilir: Çizelge 4.2' den, sadece σ - katkısı düşünüldüğünde $g_{\rho\sigma\gamma} = -2.2729$ değeri, toplam dallanma oranına bakıldığında $g_{\rho\sigma\gamma} = -2.0121$ ve $g_{\rho\sigma\gamma} = -1.9473$ değerleri, f_2 -tensör mezonun katkısı da düşünüldüğünde, $g_{\rho\sigma\gamma} = -1.9187$ ve $g_{\rho\sigma\gamma} = -1.8784$ değerleri $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasında kullanılabilir değerler olduğu görülmüştür. Çizelge 4.3' den, $g_{\rho\sigma\gamma} = -2.3923$ değeri, $g_{\rho\sigma\gamma} = -2.1304$ ve $g_{\rho\sigma\gamma} = -2.0659$ değerleri, $g_{\rho\sigma\gamma} = -2.0371$ ve $g_{\rho\sigma\gamma} = -1.9260$ değerleri hesaplamalarda güzel sonuçlar vermiştir.

σ -skaler mezon ile yapılan hesaplamalar genellikle tartışmalı olmuştur. σ -skaler mezonun parametreleri yani kütlesi ve bozunum aralığı değerleri belirli bir aralıkta olduğundan yapılan hesaplamalar bu parametrelere bağlı olarak değişiklik gösterebilmektedir. Bu çalışmada elde edilen deneysel verilerden ve sonuçlardan σ -skaler mezon için kütlenin $M_\sigma \cong 700 \text{ MeV}$, bozunum aralığı için $\Gamma_\sigma \cong 600 - 900 \text{ MeV}$ aralığında iyi sonuçlar verdiği söylenebilir. Ayrıca literatürde σ -skaler mezonun bu parametreleri için elde edilen bazı sonuçlar bulunmaktadır. Bu sonuçlar da kullanılarak hesaplar yapılmış ve Çizelgelerdeki son satırlarda sonuçlar verilmiştir. Bu değerler kullanıldığı zaman elde edilen verilerden, $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun dallanma oranları için deneysel verilerle uyum içerisinde olan değerlerin elde edilemediği görülmüştür. $M_\sigma = 478$, $\Gamma_\sigma = 324 \text{ MeV}$ değerlerinden elde edilen $g_{\rho\sigma\gamma} = -2.4902$ çiftlenim sabiti için hesaplanan dallanma oranlarının yüksek oluşu şaşırtıcıdır.

M_σ	Γ_σ	$g_{\sigma\pi\pi}$	$g_{\rho\sigma\gamma}$	Sadece σ -VMD katkısı	BR_{TOPLAM}	f_2 ile ($G_{f\pi\pi}=5.89$)	f_2 ile ($G_{f\pi\pi}=3.14$)
500	600	6.91	0.9800	9.33×10^{-6}	1.43×10^{-5}	3.14×10^{-5}	1.57×10^{-5}
			-2.3923	5.55×10^{-5}	1.05×10^{-4}	1.22×10^{-4}	1.06×10^{-4}
500	800	7.98	1.0666	8.96×10^{-6}	1.35×10^{-5}	3.06×10^{-5}	1.48×10^{-5}
			-2.2935	4.14×10^{-5}	8.84×10^{-5}	10.56×10^{-5}	8.98×10^{-5}
600	600	6.12	1.1384	7.25×10^{-6}	1.30×10^{-5}	3.012×10^{-5}	1.43×10^{-5}
			-2.2597	2.85×10^{-5}	7.09×10^{-5}	8.80×10^{-5}	7.23×10^{-5}
600	800	7.07	1.2014	6.66×10^{-6}	1.24×10^{-5}	2.96×10^{-5}	1.38×10^{-5}
			-2.1867	2.20×10^{-5}	6.23×10^{-5}	7.94×10^{-5}	6.36×10^{-5}
700	600	5.57	1.2668	5.32×10^{-6}	1.27×10^{-5}	2.98×10^{-5}	1.41×10^{-5}
			-2.1304	1.50×10^{-5}	5.09×10^{-5}	6.80×10^{-5}	5.23×10^{-5}
700	900	6.83	1.3252	4.60×10^{-6}	1.22×10^{-5}	2.93×10^{-5}	1.36×10^{-5}
			-2.0659	1.11×10^{-5}	4.54×10^{-5}	6.25×10^{-5}	4.67×10^{-5}
800	600	5.16	1.3586	3.84×10^{-6}	1.30×10^{-5}	3.01×10^{-5}	1.43×10^{-5}
			-2.0371	8.63×10^{-6}	3.99×10^{-5}	5.70×10^{-5}	4.13×10^{-5}
800	900	6.32	1.3963	3.33×10^{-6}	1.25×10^{-5}	2.96×10^{-5}	1.39×10^{-5}
			-1.9969	6.80×10^{-6}	3.74×10^{-5}	5.45×10^{-5}	3.88×10^{-5}
900	600	4.83	1.4229	2.79×10^{-6}	1.34×10^{-5}	3.05×10^{-5}	1.48×10^{-5}
			-1.9723	5.37×10^{-6}	3.36×10^{-5}	5.07×10^{-5}	3.50×10^{-5}
900	900	5.92	1.4482	2.45×10^{-6}	1.30×10^{-5}	3.01×10^{-5}	1.43×10^{-5}
			-1.9459	4.43×10^{-6}	3.25×10^{-5}	4.96×10^{-5}	3.39×10^{-5}
900	1000	6.24	1.4575	2.34×10^{-6}	1.29×10^{-5}	3.00×10^{-5}	1.43×10^{-5}
			-1.9360	4.14×10^{-6}	3.20×10^{-5}	4.91×10^{-5}	3.34×10^{-5}
1000	600	4.56	1.4691	2.08×10^{-6}	1.39×10^{-5}	3.10×10^{-5}	1.52×10^{-5}
			-1.9260	3.57×10^{-6}	2.97×10^{-5}	4.68×10^{-5}	3.11×10^{-5}
1000	1000	5.89	1.4942	1.77×10^{-6}	1.34×10^{-5}	3.05×10^{-5}	1.47×10^{-5}
			-1.9000	2.86×10^{-6}	2.90×10^{-5}	4.61×10^{-5}	3.04×10^{-5}
555	540	6.10	1.0427	8.33×10^{-6}	1.37×10^{-5}	3.08×10^{-5}	1.50×10^{-5}
			-2.3563	4.25×10^{-5}	8.92×10^{-5}	10.63×10^{-5}	9.05×10^{-5}
478	324	5.24	0.7611	9.35×10^{-6}	1.66×10^{-5}	3.37×10^{-5}	1.80×10^{-5}
			-2.6096	1.09×10^{-4}	1.64×10^{-4}	1.81×10^{-4}	1.66×10^{-4}

Çizelge 4.3: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun $BR(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma)=5.2 \times 10^{-5}$ deneysel değeri ve σ -skaler mezonun farklı parametreleri kullanılarak elde edilen $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabitleri. Ayrıca elde edilen çiftlenim sabitleri kullanılarak $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için hesaplanan dallanma oranları değerleri.

Karşılaştırma yapabilmek için aynı yöntem kullanılarak, $\rho \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ bozunumu incelenirken elde edilen $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabiti (Gökalp ve Yılmaz, 2000) değerleri dikkate alınarak da hesaplar yapılmıştır. İlgili makalede elde edilen değerler Çizelge 4.4’ de verilmiştir. Buradan da σ -skaler mezon parametrelerine bağlı olarak değerler bulunmuştur. Öncelikle $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabiti için elde edilen değerlere bakılırsa, bu çalışmada elde edilen değerlerden oldukça farklı ve büyük olduğu görülmüştür. Bu sonuçlardan, ilgili makalede elde edilen $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabitleri kullanılarak $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için dallanma oranları hesaplandığında değerlerin oldukça büyük olduğu ve bu bozunma için elde edilen deneysel verilerden oldukça farklı olduğu görülmüştür.

$M_\sigma(MeV)$	$\Gamma_\sigma(MeV)$	$g_{\sigma\pi\pi}$	$g_{\rho\sigma\gamma}$	BR
500	600	6.97	7.64	4.92×10^{-4}
			-6.00	4.54×10^{-4}
500	800	8.04	8.45	4.81×10^{-4}
			-6.96	4.94×10^{-4}
600	600	6.16	9.83	4.58×10^{-4}
			-6.68	3.43×10^{-4}
600	800	7.11	10.49	4.24×10^{-4}
			-7.70	3.73×10^{-4}
800	600	5.18	15.05	3.93×10^{-4}
			-9.11	2.51×10^{-4}
800	900	6.34	15.29	3.22×10^{-4}
			-10.17	2.59×10^{-4}
900	600	4.85	18.14	3.8139×10^{-4}
			-10.65	2.3128×10^{-4}
900	900	5.94	17.78	2.9817×10^{-4}
			-11.35	2.2875×10^{-4}

Çizelge 4.4: $\rho \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ bozunumunun incelendiği çalışmada elde edilen $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabiti değerleri, (Gökalp ve Yılmaz, 2000). Bu değerler kullanılarak elde edilen dallanma oranları.

Şimdi bütün bu tartışmalardan sonra, $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunması için elde edilen dallanma oranlarının, literatürde farklı yöntemler kullanılarak yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılması yapılabilir. $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunması pek çok çalışmada ele alınmıştır, elde edilen sonuçlar Çizelge 4.5’ de verilmiştir. Çizelgeye göre bu çalışmada elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldığında genelde sonuçların uyum içerisinde olduğu görülmüştür. Birkaç çalışmada, Fajfer ve Oakes 1990, Bramon ve Escribano 2004 ve Escribano 2007, bulunan değerlerin düşük oluşu kullanılan yöntem ve yöntemden kaynaklanan parametrelere bağlı olduğu görülmüştür.

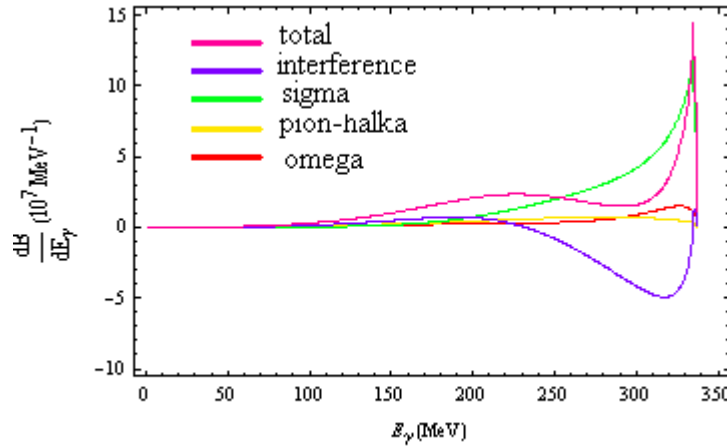
Referanslar	$BR(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma)$
Achasov ve ark., 2000	$4.8 \pm 0.2 \times 10^{-5}$
Achasov ve ark., 2002	$4.1 \pm 0.3 \times 10^{-5}$
Akhmetshin ve ark., 2004	$5.2 \pm 0.6 \times 10^{-5}$
Nakamura ve ark., 2010	$4.5 \pm 0.8 \times 10^{-5}$
Fajfer ve Oakes, 1990	2.89×10^{-5}
Bramon ve ark., 1992	1.1×10^{-5}
Marco, 1999	1.4×10^{-5}
Escribano, 2002	3.8×10^{-5}
Palamor ve ark., 2002	4.2×10^{-5}
Gökalp ve ark., 2003	$4.95 \pm 0.82 \times 10^{-5}$
Oh ve Kim, 2003	4.27×10^{-5}
Bramon ve Escribano, 2004	2.95×10^{-5}
Escribano, 2007	2.2×10^{-5}
Bu çalışmada $\sigma(\text{VMD}): f_2$ ile	4.46×10^{-5}
f_2 olmadan	4.32×10^{-5}
Bu çalışmada $\sigma(\text{pion-halka}): f_2$ ile	5.13×10^{-5}
f_2 olmadan	4.99×10^{-5}

Çizelge 4.5: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunması için elde edilen toplam dallanma oranının literatürdeki diğer çalışmalar ile karşılaştırılması.

Referanslar	M_σ	Γ_σ	$g_{\rho\sigma\gamma}$
Gökalp ve Yılmaz, 2001	500	-	3.2
Aliev ve ark, 2001	700	-	2.2
Achasov ve ark., 2002	500	-	0.25
Gökalp ve Yılmaz, 2000	500	800	8.45
Gökalp ve Yılmaz, 2000	478	324	5.92

Çizelge 4.6: $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabitinin farklı çalışmalarda elde edilen değerleri.

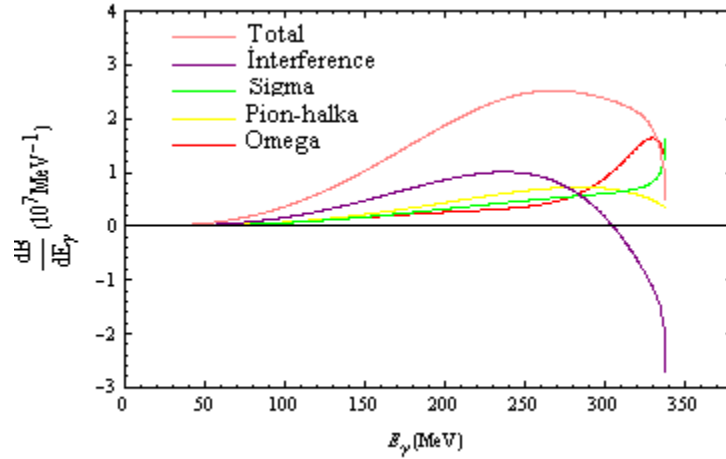
Çizelge 4.6 da farklı yöntemler ile elde edilen çiftlenim sabiti değerleri verilmiştir. Bu değerler, $g_{\rho\sigma\gamma} = 3.2$ ve $g_{\rho\sigma\gamma} = 2.2$ değerleri QCD toplam kuralları kullanılarak, $g_{\rho\sigma\gamma} = 8.45$ ve $g_{\rho\sigma\gamma} = 5.9$ fenomenolojik yaklaşım ile $g_{\rho\sigma\gamma} = 0.25$ deneysel veriler ile elde edilmiştir.



Şekil 4.1: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasının farklı durumlardan gelen katkılarını gösteren grafik. Sigma skaler mezonun halka ile bağlandığı durum.

Sayısal değerlerin dışında $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasının grafiksel analizinde yapılabilir. Bunun için $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun E_γ foton enerjisinin bir fonksiyonu olarak grafikleri çizilmiştir, Şekil 4.1 ve Şekil 4.2' de ilgili grafikler verilmektedir. Bu grafiklerde VMD genliğinden, pion-halkadan ve sigma mezondan gelen katkıları ayrıca bütün bu katkılardan

gelen ara terimlerinin etkisi de gösterilmiştir. Şekil 4.1’ de $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için sigma mezonun katkısının toplam dallanma oranına bakıldığında önemli olduğu görülmektedir. Bu grafikte sigma mezonun katkısı için pion-halka durumu gözönüne alınmıştır ve toplam dallanma oranına katkısı büyüktür. Ayrıca yüksek foton enerjisi bölgesinde sigma mezonun en yüksek noktalarda olduğu diğer katkıların, vektör mezon ara durumu ve pion-halka katkısı, farkedilebilir değerlerde olduğu görülmektedir.



Şekil 4.2: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasının farklı durumlardan gelen katkılarını gösteren grafik. Sigma skaler mezonun direk geçişinin düşünüldüğü durum.

Şekil 4.2’ de verilen grafikte yine $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunması için ele alınan durumların katkılarını göstermektedir. Şekil 4.1 ile karşılaştırıldığında durumun biraz farklı olduğu farkedilmektedir. Şekil 4.2’ deki grafikte sigma mezon katkısı direk geçiş düşünülerek yani VMD modelde ele alınmıştır. Grafikten de görüldüğü gibi sigma mezonun katkısı ve diğer durumlardan gelen katkılar genel olarak aynı durumdadır ve yüksek foton enerjisi bölgesinde farkedilebilir durumdadırlar. Buradan gözlemleyebileceğimiz bir diğer nokta ara durumlardan gelen katkılarda değişim olmasıdır ve bu değişimin pozitif bölgede katkı vermesidir. Ara durumlardan gelen bu katkı toplam dallanma oranına azaltıcı etki yaptığından pozitif bölgeden diğer bölgeye geçecek şekilde katkı vermektedir.

Her iki grafikten, Şekil 4.1 ve Şekil 4.2, sigma mezon için pion-halka ile bağlandığında daha baskın bir katkı verdiği sonucu çıkarılır.

$\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu çalışılırken halkadan gelen katkılar da önemli sonuçlar vermektedir. Bu bozunmada genellikle pion- halkadan gelen katkılar ele alınmıştır ve

sigam mezon ara durumu için $\rho \rightarrow \sigma\gamma$ geçişinin pion-halka ile bağlandığı durum düşünülmüştür ve bu durumdan gelen katkılar yukarıda tartışılmıştır. Bunun dışında $\rho \rightarrow \sigma\gamma$ geçişi için Kaon halka ve Kappa halka durumları da düşünülebilir, bu konuda ilgili genlikler Escribano, 2008 çalışmasında ele alınmıştır. Eğer bu çalışmada elde edilen sonuçlar kullanılırsa $\rho \rightarrow \sigma\gamma$ geçişi için Çizelge 4.6 da verilen dallanma oranları elde edilir, buradan bu geçişler kullanılarak $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için dallanma oranları hesaplanırsa pion-halkadan, Kaon-halkadan ve Kappa-halkadan elde edilen dallanma oranları değerleri yine Çizelge 4.6 da verildiği gibi olur. Değerlere bakıldığında Kaon-halka ve Kappa-halkadan gelen katkıların oldukça küçük olduğu görülür, bu değerlerin iyileştirilebilmesi için başka modellerde de ele alınması ve sonuçların karşılaştırılması gerekir. Pion-halkadan gelen katkılara bakıldığında yukarıda elde ettiğimiz değerden küçük olduğu görülür, bu durum kullanılan parametrelerden kaynaklanmaktadır. Dolayısı ile farklı modellerde bu hesaplamalar tekrar ele alınabilir.

Bozunumlar	Π -halka	K -halka	κ -halka	Toplam
$BR_{\rho \rightarrow \sigma\gamma}$	9.9	2.1×10^{-4}	1.2×10^{-2}	9.91
$BR_{\rho \rightarrow \sigma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma}$	5.13×10^{-6}	2.3×10^{-11}	5.20×10^{-9}	5.13×10^{-6}

Çizelge 4.6: $\rho \rightarrow \sigma\gamma$ geçişinin incelendiği çalışmada, (Escribano ve ark., 2008), kullanılan yöntemler dikkate alınarak, $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için elde edilen dallanma oranları.

Son olarak Bramon'un 1992 yılında yayınlamış olduğu çalışmayı dikkate alarak sonuçlarını tartışabiliriz. Bu çalışmada rho mezonu Kiral Perturbasyon Teorisi kullanılarak hesaplamalar yapmış ve bu hesaplamalarda pion-halkadan ve kaon-halkadan gelen katkılar tartışılmıştır. Bu çalışmadaki genlikleri kullanarak $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun dallanma oranları hesaplanırsa pion-halkadan gelen katkı $BR(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = 1.038 \times 10^{-5}$, Kaon-halkadan gelen katkı ise $BR(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = 1.042 \times 10^{-9}$ olarak elde edilir. Bu değerlere bakıldığında yine pion halkadan gelen katkının dikkate alınabilir değer verdiği görülür ve bu katkı bu çalışmada bulunan değerle de uyum içindedir. Kaon-halkadan gelen katkının değeri ise ihmal edilir şekilde küçüktür. Bu durum aslında $\rho \rightarrow \pi^+\pi^-$ geçişinin $\rho \rightarrow K^+K^-$ geçişinden daha kuvvetli olması ile açıklanabilir.

Son olarak karşılaştırma yapabilmek için literatürde oldukça sık kullanılan ve kabul gören $g_{\rho\sigma\gamma} = 2.71$ çiftlenim sabiti değerini kullanarak da $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun

dallanma oranı hesaplanmıştır. Bunun için sigma skaler mezonun ara durum katkısı VMD modelde ele alınmış ve sadece bu ağaç diyagramından gelen katkı $BR(\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = 8.079 \times 10^{-5}$ olarak bulunmuştur, bu değerde sigma ile ilgili parametreler; $M_\sigma = 500, \Gamma_\sigma = 500$ göz önüne alınarak bu değerlere bağlı olarak, $g_{\sigma\pi\pi} = 6.31$ değeri hesaplanmış ve kullanılmıştır. Sadece sigma mezondan gelen katkının deneysel değerler ile karşılaştırıldığında oldukça büyük olduğu görülmektedir. Sigma mezon ara durum katkısı ile birlikte diğer durumlardan gelen katkılarda dikkate alınarak toplam dallanma oranı hesap edilirse bozunma için dallanma oranı değeri $BR(\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma) = 6.196 \times 10^{-5}$ olarak elde edilir. Bu değerde yine deneysel değerler ile karşılaştırıldığında oldukça büyüktür, sigma mezonun tek başına verdiği katkıdan küçük olmasının nedeni ara-durumlardan gelen katkıların azaltıcı olmasından kaynaklanmaktadır.

BÖLÜM 5

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunması ele alınmış ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

- $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasında farklı durumlardan gelen katkılar incelenmiştir. Özellikle σ -skaler mezonun iki çeşit durumu dikkate alınmış ve her iki durumda da σ parametrelerine bağlı olarak bu bozunmada dikkate alınması gereken katkılar olduğu görülmüştür.
- Bu bozunmada ayrıca f_2 -tensör mezon ara durumunun katkısı da araştırılmıştır ve σ -skaler mezon katkısının yanında çok küçük olduğu görülmüştür.
- ω -vektör mezonun ve pion-halkanın katkıları yaklaşık olarak aynı değerdedir ve bu bozunmanın incelenmesinde mutlaka ele alınmalıdır.
- σ -skaler ara durum katkısının ele alındığı her iki durum için elde edilen değerler σ -skaler mezon parametresine göre farklılıklar göstermektedir. σ' nın halka ile bağlanmasından elde edilen değerler $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasında daha baskındır.
- Bu çalışmada ayrıca $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabiti değerleri elde edilmiştir. Bu çiftlenim sabiti için σ parametresine göre birden fazla değer elde edilmiş ve literatürdeki diğer sonuçlarla karşılaştırıldığında bazı sonuçlar ile uyum içerisinde olmasına rağmen, bazı sonuçlardan çok farklı olduğu görülmüştür.
- Farklı durumlardan gelen katkılar ile $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasının dallanma oranları herbir katkı için ve katkılarının toplamları için hesaplanmıştır; ve elde edilen değerler literatürdeki teorik ve deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Genelde edilen değerler teorik ve deneysel sonuçlar ile uyum içerisindedir.
- $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasında f_2 tensör mezon ara durum katkısı oldukça küçük olmasına rağmen yüksek mertebelerdeki katkılarının araştırılmasında ve

formalizminin oluşturulmasında yararlı olacağından bu bozunmada dikkate alınmalıdır.

- Sigma mezon ara durum katkıları araştırılırken elde edilen verilerden sigmanın kütlesi için yaklaşık olarak 700-800MeV civarındaki değerler ve sigmanın bozunum aralığı için ise 600-900Mev arasındaki değerler dikkate alınmalıdır.
- Sigma mezon ara durumun katkısı bu bozunma için mutlaka dikkate alınmalıdır. Sigmanın pion-halka ile bağlandığı durum ağaç diyagramından gelen katkıdan daha büyük bir katkı vermektedir.

KAYNAKLAR

Achasov M.N., Aulchenko V.M., Beloborodov K.I., Berdyugin A.V., Bozhenok A.V., Bogdanchikov A.G., Bukin A.D., Burdin S.V., Dimova T.V., Drozdetsky A.A., Druzhinin V.P., Golubev V.B., Ivanchenko V.N., Ivanov P.M., Korol A.A., Koshuba S.V., Mamutkin A.A., Pakhtusova E.V., Perevedentsev E.A., Pyata E.E., Salnikov A.A., Serednyakov S.I., Shary V.V., Skripkin A.G., Shatunov Yu.M., Sidorov V.A., Silagadze Z.K., Skrinsky A.N. ve Vasiljev A.V., 2000. Recent Result From SND Detector At VEPP_2M. *arxiv: hep-ex/0010077v2*.

Achasov M.N., Beloborodov K.I., Berdyugin A.V., Bogdanchikov A.G., Bozhenok A.V., Bukin D.A., Burdin S.V., Vasiliev A.V., Golubev V.B., Dimova T.V., Druzhinin V.P., Ivanchenko V.N., Korol A.A., Koop I.A., Koshuba S.V., Otboev A.V., Pakhtusova E.V., Salnikov A.A., Serednyakov S.I., Sidorov V.A., Silagadze Z.K., Skrinsky A.N., Skripkin A.G., Usov Yu.V., Shary V.V. ve Shatunov Yu.M., 2002. Experimental Study Of $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ and $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ Decays. *Phys. Lett. B*, 537:201-210.

Achasov M.N., Aulchenko V.M. ve Berdyugin A.V., 2000. Investigation of the $e^+ e^- \rightarrow \omega \pi^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ Reaction in the Energy Domain Near the ϕ -Meson. *Nucl. Phys. B*, 569: 158-182. *arxiv: hep-ex/9907026v3*, 2008.

Achasov N.N. ve Gubin V.V., 2001. Analysis of the Nature of the $\phi \rightarrow \pi^0 \eta \gamma$ and $\phi \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ Decays. *Phys. Rev. D*, 63, 094007.

Aitala E.M., E791 Collaboration, 2001. Experimental Evidence for a Light and Broad Scalar Resonance in $D^+ \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^+$ Decay. *Phys. Rev. Lett.* 86: 770 - 774.

Akhmetshin R.R., Aulchenko V.M., Banzarov V.Sh., Baratt A., Barkov L.M., Baru S.E., Bashtovoy N.S., Bondar A.E., Bondarev D.V., Bragin A.V., Eidelman S.I., Epifanov D.A., Fedotovitch G.V., Gabyshev N.I., Gorbachev D.A., Grebeniuk A.A., Grigoriev D.N., Ignatov

F.V., Karpov S.V., Kazanin V.F., Khazin B.I., Koop I.A., Krovovny P.P., Kuzmin A.S., Logashenko I.B., Lukin P.A., Lysenko A.P., Mikhailov K.Yu., Milstein A.I., Nesterenko I.N., Okhapkin V.S., Otboev A.V., Perevedentsev E.A., Polunin A.A., Popov A.S., Redin S.I., Root N.I., Ruban A.A., Ryskulov N.M., Shamov A.G., Shatunov Yu.M., Shwartz B.A., Sibidanov A.L., Sidorov V.A., Skrinsky A.N., Snopkov I.G., Solodov E.P., Stepanov P.Yu., Thompson J.A., Valishev A.A., Yudin Yu.V., Zaitsev A.S. ve Zverev S.G., 2004. Study Of The $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ In c.m. Energy Range 600-970 MeV At CMD-2. *Phys. Lett. B*, 580:119-128.

Aliev T.M., Özpineci A. ve Savcı M., 2002. $g_{\rho\sigma\gamma}$ coupling constant in light cone QCD. *Phys. Rev. D*, 65, 076004.

Bramon A., Grau A. ve Pancheri G., 1992a. Intermediate Vector Meson Contributions to $V^0 \rightarrow P^0P^0\gamma$ Decays. *Phys. Lett. B*, 283: 416-420.

Bramon A., Grau A. ve Pancheri G., 1992b. Chiral Perturbation Theory and Radiative $V^0 \rightarrow P^0P^0\gamma$ Decays. *Phys. Lett. B*, 289: 97-102.

Bramon A., Escribano R., Lucio M J. L. ve Napsuciale M., 2001. Scalar σ -Meson Effects in ρ and ω Decays into $\pi^0\pi^0\gamma$. *Phys. Lett. B*, 517: 345-354. *arxiv:hep-ph/0105179*.

Bramon A. Ve Escribano R., 2004. A Consistent Description of $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ Decay including $\sigma(500)$ Meson Effects. *arxiv:hep-ph/0305043v2*.

Eletsky V.L., Ioffe B.L. ve Kogan Y.I., 1983. The $g_{\omega\rho\pi}$ Coupling Constant from QCD Sum Rules. *Phys.Lett. B*, 122: 423-426.

Escribano R., 2002. Scalar Meson Exchange in $V^0 \rightarrow P^0P^0\gamma$ Decays. *arxiv:hep-ph/0209375v1*.

Escribano R., 2006. Scalar and Vector Meson Exchange in $V^0 \rightarrow P^0P^0\gamma$ Decays. *Phys.Rev.D*, 74, 114020.

Escribano R., 2007. Scalar and Vector Meson Exchange in $V^0 \rightarrow P^0 P^0 \gamma$ Decays. *arxiv:hep-ph/0606314v2*.

Escribano R., Masjuan P. ve Nadal J., 2008. Linear Sigma Model predictions for $V \rightarrow S \gamma$ and $S \rightarrow V \gamma$ decays. *arxiv:hep-ph/0806.3007v2*.

Fajfer S. ve Oakes R.J., 1990. $V^0 \rightarrow P^0 P^0 \gamma$ Decay Rates. *Phys. Rev. D*, 42: 2392-2395.

Friman B. ve Soyuer M., 1996. Photoproduction of Vector Mesons off Nucleons Near Threshold. *Nucl. Phys. A*, 600: 477-490.

Gökalp A. ve Yılmaz O., 2001. The Decay $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ and the Role of σ -Meson. *Phys.Lett. B*, 508: 25-30.

Gökalp A. ve Yılmaz O., 2000. Decay $\rho \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ and Coupling Constant $g_{\rho\sigma\gamma}$. *Phys. Rev. D*, 63,094007.

Gökalp A. ve Yılmaz O., 2001a. The Decay $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ and the Role of σ -Meson. *Phys.Lett. B*, 508: 25-30.

Gökalp A. ve Yılmaz O., 2001b. Coupling constant $g_{\rho\sigma\gamma}$ as derived from QCD sum rules. *Phys.Lett. D*, 64,034012.

Gökalp A., Solmaz S. ve Yılmaz O., 2003. Scalar σ -Meson Effects in Radiative ρ -Meson Decays. *arxiv:hep-ph/0302129v1*.

Groom D.E., 2000. Particle Data Group. *Eur. Phys. J.C.*, 15, 1.

Hagiwara K., 2002. Particle Data Group. *Phys Rev. D*, 66, 010001.

Lucio J.L. ve Pestieau J., 1990. On the $\phi \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \gamma$ Decay. *Phys. Rev. D*, 42: 3253-3254.

Lucio J.L. ve Pestieau J., 1991. Erratum: Relativistic Description of Quark-Antiquark Bound States. II. Spin-Dependent Treatment. *Phys. Rev. D*, 43: 2447-2447.

Marco E., Hirenzaki S., Oset E. ve Toki H., 1999. Radiative Decay of ρ and ϕ Mesons in a Chiral Unitary Approach. *Phys. Lett. B*, 470: 20-26.

Mennessier G., Narison S. ve Wang X.G., 2010. The σ and $f_0(980)$ from $Ke4 \oplus \pi\pi$ Scatterings Data. *arxiv:hep-ph/1002.1402v1*.

Nebreda J. ve Pelaez J.R., 2010. Strange and Non-strange Quark Mass Dependence of Elastic Light Resonances from SU(3) Uneritized Chiral Perturbation Theory to One Loop. *arxiv:hep-ph/1001.5237v2*

Palomar J.E. Hirenzaki S. ve Oset E., 2002. Chiral Loops and VMD in the $V^0 \rightarrow P^0 P^0 \gamma$ Decays. *Nucl Phys.A*, 707: 161-170.

Renard F.M., 1969. An Analysis of the $\rho, \omega, \phi \rightarrow 2\pi + \gamma$ Decays with the Help of Current Algebra. *Nuovo Cim. A*, 62, 475.

Renner B., 1971. A Model for Vector-Vector-Tensor Meson Coupling Constants. *Nucl. Phys. B*, 30: 634-640.

Singer P., 1963. Radiative ρ Meson Decay. *Phys. Rev.* 130, 6.

Oh Y. ve Kim H., 2003. Higher Meson Resonance in $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ and $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$. *Phys. Rev. D*, 68, 094003. *arxiv:hep-ph/0307286v2*.

Oh Y. ve Lee T.-S.H., 2004. ρ Meson Photoproduction at Low Energies. *Phys. Rev. C*, 69, 025201.

Oller J.A. ve Oset E., 1997. Chiral Symmetry Amplitudes in the S-wave Isoscalar and Isovector Channels and the $\sigma, f_0(980), a_0(980)$ Scalar Mesons. *Nucl. Phys. A*, 620: 438-456.

EKLER LİSTESİ

EK ADI	SAYFA NO
Ek 1. İki Cisim Bozunum Aralıkları	II
Ek 2. Üç Cisim Bozunum Aralıkları	VI
Ek 3. $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ Bozunumunun Değişmez Genliği I	VIII
Ek 4. $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ Bozunumunun Değişmez Genliği II	XIV
Ek 5. $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ Bozunumunun Değişmez Genliği III	XX

Ek 1. İki Cisim Bozunum Aralıkları

Başlangıç durumu $|i\rangle$ durum vektörü ile tanımlanan bir sistemin son durum vektörü $|f\rangle$ ile gösterilmek üzere geçiş aralığı;

$$|S_{fi}|^2 = |\langle f|S|i\rangle|^2 \quad (1.1)$$

ile verilmektedir. Bu ifadedeki olasılık genliği;

$$\langle f|S|i\rangle = S_{fi} \quad (1.2)$$

olarak ifade edilmektedir.

S matris elemanı;

$$\langle f|S|i\rangle = \delta_{fi} + (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\sum p'_f - \sum p_i) \mathcal{M}_{fi} \prod_i \left(\frac{1}{2VE_i}\right)^{1/2} \prod_f \left(\frac{1}{2VE'_f}\right)^{1/2}, \quad (1.3)$$

olarak ifade edilir. Bu ifadedeki \mathcal{M}_{fi} ifadesi değişmez matris elemanıdır. $p_i = (E_i, \vec{p}_i)$ ve $p'_f = (E'_f, \vec{p}'_f)$ ifadeleri ise sırasıyla başlangıçtaki ve son durumdaki parçacıkların dört momentumlarıdır. Bu durumda birim zaman başına geçiş olasılığını veren ifade aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır;

$$\Gamma = V(2\pi)^4 \delta^{(4)}(\sum p'_f - \sum p_i) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \prod_i \left(\frac{1}{2VE_i}\right) \prod_f \left(\frac{vd^3 p'_f}{(2\pi)^3 2E'_f}\right). \quad (1.4)$$

Bu ifade, son durumdaki tek bir parçacık için geçiş oranı ifadesidir. $f = 1, 2, \dots, N$ tane $(\vec{p}'_f, \vec{p}'_f + d\vec{p}'_f)$ momentum aralığına sahip son durumdaki parçacık grubu için geçiş oranı ifadesi elde edilmek istenirse, (1.4) ile verilen Γ ifadesi gruptaki durum sayısı ile çarpılır;

$$\prod_f \left(\frac{vd^3 p'_f}{(2\pi)^3 2E'_f}\right), \quad (1.5)$$

Böylece diferansiyel bozunum aralığı elde edilmiş olur;

$$d\Gamma = V(2\pi)^4 \delta^{(4)}(\sum p'_f - \sum p_i) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \prod_i \left(\frac{1}{2VE_i}\right) \prod_f \left(\frac{vd^3 p'_f}{(2\pi)^3 2E'_f}\right). \quad (1.6)$$

M kütleli ve E enerjili bir parçacığın $1, 2, \dots, N$ tane parçacığa bozunumun ifade eden diferansiyel bozunum aralığı;

$$d\Gamma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\sum p_f - \sum p_i) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \frac{1}{2E} \Pi_f \left(\frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3 2E_f} \right) \quad (1.7)$$

Bir parçacığın iki parçacığa bozunduğu iki cisim bozunmasını düşünürsek, parçacığın bozunduğu durgun kabul edilen referans sisteminde (CMS) $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 \equiv \vec{p}$, $E_1 + E_2 = M$ şeklindedir. Bu bozunma için diferansiyel bozunum aralığı aşağıdaki gibidir;

$$d\Gamma = \frac{1}{(2\pi)^2} |\mathcal{M}_{fi}|^2 \frac{1}{2M} \frac{1}{4E_1 E_2} \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) \delta(E_1 + E_2 - M) d^3 p_1 d^3 p_2. \quad (1.8)$$

$d^3 p_2$ üzerinden integral alınarak ilk delta fonksiyonu elenir ve $d^3 p_1$;

$$d^3 p = p^2 d|\vec{p}| d\Omega \frac{E_1 E_2 d(E_1 + E_2)}{E_1 + E_2} \quad (1.9)$$

olarak yazılır. Burada $E_1^2 - M_1^2 = E_2^2 - M_2^2 = \vec{p}^2$ 'dir. İkinci delta fonksiyonu ($E_1 + E_2$) üzerinden integrallenerek elenir ve bu integralin sonucunda diferansiyel bozunum aralığı;

$$d\Gamma = \frac{1}{32\pi^2 M^2} |\mathcal{M}_{fi}|^2 |\vec{p}| d\Omega \quad (1.10)$$

olarak elde edilir. Bu ifade de integrallenerek bozunum aralığı;

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi M^2} |\mathcal{M}_{fi}|^2 |\vec{p}| \quad (1.11)$$

bulunur. Bozunan $|\vec{p}|$ momentumlu parçacığın durgun referans sisteminde momentum ifadesi aşağıdaki gibi verilir;

$$|\vec{p}| = \frac{1}{2M} \sqrt{[M^2 - (M_1 + M_2)^2][M^2 - (M_1 - M_2)^2]}. \quad (1.12)$$

$M_1 = M_2$ olduğu $M \rightarrow M_1 + M_2$ bozunması için momentum ifadesi

$$|\vec{p}| = \frac{1}{2} M \sqrt{1 - \left(\frac{2M_1}{M}\right)^2} \quad (1.13)$$

haline gelir.

$M \rightarrow M_1 + \gamma$ bozunumu için momentum ifadesi;

$$|\vec{p}| = \frac{1}{2} M \left[1 - \left(\frac{M_1}{M}\right)^2 \right] \quad (1.14)$$

şeklindedir.

$\rho^0 \rightarrow \pi\pi$ bozunumu için değişmez matris elemanı aşağıdaki etkin lagranjiyenden elde edilir;

$$\mathcal{L}_{\rho\pi\pi}^{et} = g_{\rho\pi\pi} \vec{\rho}_\mu \cdot (\partial^\mu \vec{\pi} \times \vec{\pi}), \quad (1.15)$$

$$\mathcal{M}(\rho \rightarrow \pi\pi) = i g_{\rho\pi\pi} (2q_1 - p)_\mu u^\mu \quad (1.16)$$

Olarak bulunur. Buradaki q_1 , π mezonunun, $p(u)$ ise bozunan ρ -mezonunun (polarizasyon) dört momentumudur. Bu durumda $\rho \rightarrow \pi\pi$ bozunumunun bozunma aralığı;

$$\Gamma(\rho \rightarrow \pi\pi) = \frac{g_{\rho\pi\pi}^2}{48\pi} M_\rho \left[1 - \left(\frac{2M_\pi}{M_\rho} \right)^2 \right]^{3/2}. \quad (1.17)$$

Eğer parçacık kabuk dışında ise, iki cisim bozunum aralığı;

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi q^2} |\mathcal{M}_{fi}|^2 |\vec{p}|, \quad (1.18)$$

Burada q^2 kabuk dışındaki parçacığın dört momentumunun karesidir. Bozunan kabuk dışı parçacık durgun referans sisteminde $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 \equiv \vec{p}$, $E_1 + E_2 = \sqrt{q^2}$ şeklinde ve $|\vec{p}|$ ifadesi aşağıdaki gibi verilir;

$$|\vec{p}| = \frac{1}{2\sqrt{q^2}} \{ [q^2 - (M_1 + M_2)^2] [q^2 - (M_1 - M_2)^2] \}^{1/2}. \quad (1.19)$$

$M_1 = M_2$ olduğu $\sqrt{q^2} \rightarrow M_1 + M_2$ bozunması için momentum ifadesi

$$|\vec{p}| = \frac{1}{2} \sqrt{q^2} \left[1 - \left(\frac{2M_1}{\sqrt{q^2}} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (1.20)$$

Kabuk dışı (off-shell) sigma parçacığının $\sigma \rightarrow \pi\pi$ bozunumunun matris elemanı $i g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma$ ' dir ve bu matris elemanı aşağıdaki etkin lagranjiyenden elde edilmiştir,

$$\mathcal{L}_{\sigma\pi\pi}^{et} = \frac{1}{2} g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma \vec{\pi} \cdot \vec{\pi} \sigma. \quad (1.21)$$

σ -mezon için enerji bağımlı bozunum aralığı ifadesi

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\pi\pi}^{\sigma}(q^2) &= \Gamma_{\pi^+\pi^-}^{\sigma}(q^2) + \Gamma_{\pi^0\pi^0}^{\sigma}(q^2) \\
&= \Gamma_{\pi^+\pi^-}^{\sigma}(q^2 = M_{\sigma}^2) \frac{M_{\sigma}^2}{q^2} \sqrt{\frac{q^2 - 4M_{\pi^+}^2}{M_{\sigma}^2 - 4M_{\pi^+}^2}} \\
&\quad + \Gamma_{\pi^0\pi^0}^{\sigma}(q^2 = M_{\sigma}^2) \frac{M_{\sigma}^2}{q^2} \sqrt{\frac{q^2 - 4M_{\pi^0}^2}{M_{\sigma}^2 - 4M_{\pi^0}^2}}, \tag{1.22}
\end{aligned}$$

veya

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\pi\pi}^{\sigma}(q^2) &= \frac{2}{3} \Gamma_{\pi\pi}^{\sigma}(q^2 = M_{\sigma}^2) \frac{M_{\sigma}^2}{q^2} \sqrt{\frac{q^2 - 4M_{\pi^+}^2}{M_{\sigma}^2 - 4M_{\pi^+}^2}} \theta(q^2 - 4M_{\pi^+}^2) \\
&\quad + \frac{1}{3} \Gamma_{\pi\pi}^{\sigma}(q^2 = M_{\sigma}^2) \frac{M_{\sigma}^2}{q^2} \sqrt{\frac{q^2 - 4M_{\pi^0}^2}{M_{\sigma}^2 - 4M_{\pi^0}^2}} \theta(q^2 - 4M_{\pi^0}^2). \tag{1.23}
\end{aligned}$$

$\rho \rightarrow \pi\pi$ bozunumu için ρ meson kabuk dışı parçacıktır, matris elemanının mutlak değerinin karesi;

$$|\mathcal{M}(\rho \rightarrow \pi\pi)|^2 = \frac{1}{3} g_{\rho\pi\pi}^2 (q^2 - 4M_{\pi}^2), \tag{1.24}$$

Bu sonuçlar etkin lagranjiyenden elde edilir $\mathcal{L}_{\rho\pi\pi}^{et} = g_{\rho\pi\pi} \vec{\rho}_{\mu} \cdot (\partial^{\mu} \vec{\pi} \times \vec{\pi})$ ve enerji bağımlı bozunum aralığı ifadesi aşağıdaki gibi verilir;

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\pi\pi}^{\sigma}(q^2) &= \frac{1}{48\pi q^2} g_{\rho\pi\pi}^2 (q^2 - 4M_{\pi}^2)^{3/2} \\
&= \Gamma_{\pi\pi}^{\sigma}(q^2 = M_{\rho}^2) \frac{M_{\sigma}^2}{q^2} \left(\frac{q^2 - 4M_{\pi}^2}{M_{\rho}^2 - 4M_{\pi}^2} \right)^{3/2}. \tag{1.25}
\end{aligned}$$

Ek 2. Üç Cisim Bozunum Aralıkları

Dört momentumu $p = (E_p, \vec{p})$ olan bir parçacığın dört momentumu $p'_f = (E'_f, \vec{p}'_f)$ olan N tane parçacığa bozunumunu ifade eden diferansiyel bozunum aralığı,

$$d\Gamma = (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(\sum p'_f - p \right) \frac{1}{2E_p} \prod_f \frac{d^3 \vec{p}'_f}{(2\pi)^3 (2E'_f)} \overline{|\mathcal{M}_{fi}|^2}. \quad (2.1)$$

şeklindedir. $M(p) \rightarrow M_1(q_1) + M_2(q_2) + \gamma(k)$ şeklinde üç parçacığa bozunan bir parçacık için diferansiyel bozunum aralığı,

$$d\Gamma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q_1 + q_2 + k - p) \frac{1}{2E_p} \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3 (2E_1)} \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^3 (2E_2)} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 (2E_\gamma)} \overline{|\mathcal{M}_{fi}|^2}, \quad (2.2)$$

şeklindedir. Burada $\overline{|\mathcal{M}_{fi}|^2}$, bozunum için yazılan değişmez matris elemanın tam karesinin spin durumları üzerinden ortalamasıdır. $\delta^{(4)}$ fonksiyonu, bozunan parçacığın durgun referans sisteminde $\delta^{(4)} = (q_1 + q_2 + k - p) = \delta(E_1 + E_2 + E_\gamma - M) \delta^{(3)}(\vec{q}_1 + \vec{q}_2 + \vec{k})$ olarak yazılmaktadır ve $\delta^{(4)}$ fonksiyonunu elimine etmek için, final durumdaki q_2

Üç momentumlu parçacığın üzerinden ilk integral alınır. Aşağıda verilen

$$\frac{d^3 q_1}{2E_1} = \frac{|\vec{q}_1|^2 dq_1 d\Omega_1}{2E_1} = \frac{1}{2} |\vec{q}_1| dE_1 d\Omega_1, \quad (2.3)$$

$$\frac{d^3 k}{2E_\gamma} = \frac{|\vec{k}|^2 dk d\Omega_1}{2E_\gamma} = \frac{1}{2} E_\gamma dE_\gamma d\Omega_\gamma \quad (2.4)$$

ifadeleri kullanılarak

$$\frac{d\Gamma}{dE_\gamma dE_1} = \frac{|\vec{q}_1| E_\gamma \overline{|\mathcal{M}_{fi}|^2}}{16M(2\pi)^5} \int d\Omega_\gamma d\Omega_1 \frac{\delta(E_\gamma + E_1 - M + \sqrt{(\vec{k} + \vec{q}_1)^2 + M_2^2})}{\sqrt{(\vec{k} + \vec{q}_1)^2 + M_2^2}}. \quad (2.5)$$

bağıntısı elde edilir. I integrali aşağıdaki gibi tanımlanıp, açısal integraller de düzenlendiğinde,

$$I = |\vec{q}_1| E_\gamma \int d\Omega_\gamma d\Omega_1 \frac{\delta \left(E_\gamma + E_1 - M + \sqrt{(\vec{k} + \vec{q}_1)^2 + M_2^2} \right)}{\sqrt{(\vec{k} + \vec{q}_1)^2 + M_2^2}}, \quad (2.6)$$

$$I = 8\pi^2 \int_{-1}^1 d(\cos\theta) |\vec{q}_1| E_\gamma \frac{\delta \left(E_\gamma + E_1 - M + \sqrt{E_\gamma^2 + E_1^2 - M_1^2 + 2E_\gamma |\vec{q}_1| \cos\theta + M_2^2} \right)}{\sqrt{E_\gamma^2 + E_1^2 - M_1^2 + 2E_\gamma |\vec{q}_1| \cos\theta + M_2^2}}, \quad (2.7)$$

ifadeleri elde edilir. Burada $\theta, \vec{k} \cdot \vec{q}_1 = |\vec{k}| |\vec{q}_1| \cos\theta$ olarak tanımlanır. Değişken değişimi ile I integrali aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\xi = \sqrt{E_\gamma^2 + E_1^2 - M_1^2 + 2E_\gamma |\vec{q}_1| \cos\theta + M_2^2}, \quad (2.8)$$

$$I = 8\pi^2 \int d\xi \delta(E_\gamma + E_1 - M + \xi) = 8\pi^2, \quad (2.9)$$

Bu noktada enerji ve momentumun korunumu gereği, $E_\gamma + E_1 - M + \xi = 0$ şartı kullanılmıştır. Böylece diferansiyel bozunum aralığı;

$$\frac{d\Gamma}{dE_\gamma dE_1} = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{8M} |\overline{\mathcal{M}_{fi}}|^2. \quad (2.10)$$

olarak hesaplanır. İntegral sınırları

$$M - E_\gamma - E_1 = \sqrt{E_\gamma^2 + E_1^2 - M_1^2 + 2E_\gamma |\vec{q}_1| \cos\theta + M_2^2}, \quad (2.11)$$

şartını kullanarak,

$$-1 \leq \frac{(M - E_\gamma - E_1)^2 - (E_\gamma^2 + E_1^2 - M_1^2 + M_2^2)}{2E_\gamma \sqrt{E_1^2 - M_1^2}} \leq 1. \quad (2.12)$$

şeklinde elde edilir.

Ek 3. $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ Bozunumunun Değişmez Genliği I

Bu bölümde σ -skaler mezonun halka ile bağlandığı durum da rho bozunumuna katkısını veren ifadeler verilmiştir. Aşağıda bu durumdan elde edilen genlik ifadesinin genel hali yazılmıştır, daha sonra herbir terimin ifadeleri verilmiştir.

$\rho^0(p) \rightarrow \pi^0(q_1)\pi^0(q_2)\gamma(k)$, bozunumu için değişmez genlik $\mathcal{M}(E_\gamma, E_1)$, aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}'_a + \mathcal{M}'_b + \mathcal{M}'_c + \mathcal{M}'_d, \quad (3.1)$$

Burada $\mathcal{M}'_a, \mathcal{M}'_b, \mathcal{M}'_c$ ve \mathcal{M}'_d Şekil 3.1'deki diyagramlardan hesaplanan değişmez genliklerdir ve sırasıyla aşağıdaki gibi hesaplanmıştır;

$$\begin{aligned} \mathcal{M}'_a = & -\left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\mu u_\nu (p - q_1)_\alpha \epsilon^{\mu'\nu'\alpha'\beta'} (p - q_1)_{\mu'} k_{\alpha'} \epsilon_{\beta'} \\ & \times \{i[(p - q_1)^2 - M_\omega^2] + \Gamma_\omega M_\omega\} R_{\beta\nu'}^\omega(p - q_1), \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}'_b = & -\left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\mu u_\nu (p - q_2)_\alpha \epsilon^{\mu'\nu'\alpha'\beta'} (p - q_2)_{\mu'} k_{\alpha'} \epsilon_{\beta'} \\ & \times \{i[(p - q_2)^2 - M_\omega^2] + \Gamma_\omega M_\omega\} R_{\beta\nu'}^\omega(p - q_2), \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}'_c = & -(e g_{\rho\pi\pi} \lambda) 2u^\mu \epsilon^\nu \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \left\{ \frac{-4q_\mu q_\nu + g_{\mu\nu}(q^2 - M_\pi^2)}{(q^2 - M_\pi^2)[(q - k)^2 - M_\pi^2][(p - q)^2 - M_\pi^2]} \right\} \\ = & \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi} \lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) I(a, b)[(\epsilon \cdot u)(k \cdot p) - (\epsilon \cdot p)(k \cdot u)], \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}'_d = & (e g_{\rho\pi\pi})(g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma)^2 \{[(p - k)^2 - M_\sigma^2] - i\Gamma_\sigma M_\sigma\} \Delta_\sigma^0(p - k) \\ & \times 2u^\mu \epsilon^\nu \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \left\{ \frac{-4q_\mu q_\nu + g_{\mu\nu}(q^2 - M_\pi^2)}{(q^2 - M_\pi^2)[(q - k)^2 - M_\pi^2][(p - q)^2 - M_\pi^2]} \right\} \\ = & -\left(\frac{(e g_{\rho\pi\pi})(g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma)^2}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \{[(p - k)^2 - M_\sigma^2] - i\Gamma_\sigma M_\sigma\} \\ & \times \Delta_\sigma^0(p - k) I(a, b)[(\epsilon \cdot u)(k \cdot p) - (\epsilon \cdot p)(k \cdot u)], \end{aligned} \quad (3.5)$$

Genlik ifadelerinde yer alan propagatör bağıntıları aşağıdaki gibidir,

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu}^\omega(q) = & \frac{1}{(q^2 - M_\omega^2)^2 + (\Gamma_\omega M_\omega)^2} \left[-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_\omega^2} \right] \\ = & R_\omega^0(q) \left[-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_\omega^2} \right], \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\Delta_\sigma^0(q) = \frac{1}{(q^2 - M_\sigma^2)^2 + (\Gamma_\sigma M_\sigma)^2}, \quad (3.7)$$

$$\lambda = \mathcal{M}_\chi(\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^0\pi^0) = -\frac{1}{f_\pi^2}(s - M_\pi^2), \quad (3.8)$$

$$s = (p - k)^2 = M_{\pi^0\pi^0}^2. \quad (3.9)$$

Her bir genlik ifadesi, $M_i = iM'_i + M''_i$ şeklinde kompleks ve reel kısımlar olmak üzere ayrı ayrı düşünülür ve değişmez genliğin tam karesi aşağıdaki gibidir;

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 = & M_1'^2 + M_2'^2 + M_3'^2 + M_4'^2 + M_1''^2 + M_2''^2 + M_3''^2 + M_4''^2 \\ & + 2(M_{12}'^2 + M_{13}'^2 + M_{14}'^2 + M_{23}'^2 + M_{24}'^2 + M_{34}'^2 \\ & + M_{12}''^2 + M_{13}''^2 + M_{14}''^2 + M_{23}''^2 + M_{24}''^2 + M_{34}''^2), \end{aligned} \quad (3.10)$$

Bu ifadedeki her bir terimin eşiti aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} M_1'^2 = & \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right)^2 \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right)^2 \{[(p - q_1)^2 - M_\omega^2]R_\omega^0(p - q_1)\}^2 \\ & \times \frac{1}{3} \{-2k \cdot p \cdot k \cdot q_1 [p^2(p \cdot q_1 - 2q_1^2) + p \cdot q_1 q_1^2] \\ & + (k \cdot p)^2 [2(p \cdot q_1)^2 - p^2 q_1^2 - 2p \cdot q_1 q_1^2 + q_1^4] \\ & + (k \cdot q_1)^2 [p^4 + 2(p \cdot q_1)^2 - p^2(2p \cdot q_1 + q_1^2)]\}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} M_1''^2 = & \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right)^2 \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right)^2 \{(\Gamma_\omega M_\omega)R_\omega^0(p - q_1)\}^2 \\ & \times \frac{1}{3} \{-2k \cdot p \cdot k \cdot q_1 [p^2(p \cdot q_1 - 2q_1^2) + p \cdot q_1 q_1^2] \\ & + (k \cdot p)^2 [2(p \cdot q_1)^2 - p^2 q_1^2 - 2p \cdot q_1 q_1^2 + q_1^4] \\ & + (k \cdot q_1)^2 [p^4 + 2(p \cdot q_1)^2 - p^2(2p \cdot q_1 + q_1^2)]\}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} M_2'^2 = & \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right)^2 \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right)^2 \{[(p - q_2)^2 - M_\omega^2]R_\omega^0(p - q_2)\}^2 \\ & \times \frac{1}{3} \{-2k \cdot p \cdot k \cdot q_2 [p^2(p \cdot q_2 - 2q_2^2) + p \cdot q_2 q_2^2] \\ & + (k \cdot p)^2 [2(p \cdot q_2)^2 - p^2 q_2^2 - 2p \cdot q_2 q_2^2 + q_2^4] \\ & + (k \cdot q_2)^2 [p^4 + 2(p \cdot q_2)^2 - p^2(2p \cdot q_2 + q_2^2)]\}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned}
M_2''^2 &= \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right)^2 \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right)^2 \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_2)\}^2 \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{-2k \cdot p k \cdot q_2 [p^2(p \cdot q_2 - 2q_2^2) + p \cdot q_2 q_2^2] \\
&\quad + (k \cdot p)^2 [2(p \cdot q_2)^2 - p^2 q_2^2 - 2p \cdot q_2 q_2^2 + q_2^4] \\
&\quad + (k \cdot q_2)^2 [p^4 + 2(p \cdot q_2)^2 - p^2(2p \cdot q_2 + q_2^2)]\} , \tag{3.14}
\end{aligned}$$

$$M_3'^2 = \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi} \lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right)^2 (ImI)^2 \frac{2}{3} (k \cdot p)^2 , \tag{3.15}$$

$$M_3''^2 = \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi} \lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right)^2 (ReI)^2 \frac{2}{3} (k \cdot p)^2 , \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned}
M_4'^2 &= \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi} \lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right)^2 (g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma)^4 \{[(p - k)^2 - M_\sigma^2] ImI - (\Gamma_\sigma M_\sigma) ReI\}^2 \\
&\quad \times \{\Delta_\sigma^0(p - k)\}^2 \frac{2}{3} (k \cdot p)^2 , \tag{3.17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_4''^2 &= \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi} \lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right)^2 (g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma)^4 \{[(p - k)^2 - M_\sigma^2] ReI - (\Gamma_\sigma M_\sigma) ImI\}^2 \\
&\quad \times \{\Delta_\sigma^0(p - k)\}^2 \frac{2}{3} (k \cdot p)^2 , \tag{3.18}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{12}'^2 &= \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right)^2 \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right)^2 \{[(p - q_2)^2 - M_\omega^2] R_\omega^0(p - q_1)\} \\
&\quad \times \{[(p - q_2)^2 - M_\omega^2] R_\omega^0(p - q_2)\} \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{(k \cdot q_2)^2 [(p \cdot q_1)^2 - p^2 q_1^2] \\
&\quad + k \cdot p k \cdot q_2 [p \cdot q_2 q_1^2 - 2p \cdot q_1 q_1 \cdot q_2 + p^2(-p \cdot q_1 + q_1^2 + q_1 \cdot q_2)] \\
&\quad + (k \cdot p)^2 [-p \cdot q_2 q_1^2 + q_1 \cdot q_2(-p^2 + q_1 \cdot q_2) + p \cdot q_1(2p \cdot q_2 - q_2^2)] \\
&\quad + (k \cdot q_1)^2 [(p \cdot q_2)^2 - p^2 q_2^2] \\
&\quad + k \cdot q_1 [k \cdot q_2 p^2(p^2 - p \cdot q_1 - p \cdot q_2 + q_1 \cdot q_2) + k \cdot p(-2p \cdot q_2 q_1 \cdot q_2 \\
&\quad + p \cdot q_1 q_2^2 + p^2(-p \cdot q_2 + q_1 \cdot q_2 + q_2^2))]\} , \tag{3.19}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{12}''^2 &= \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right)^2 \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right)^2 \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_1)\} \\
&\quad \times \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_2)\} \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{(k \cdot q_2)^2 [(p \cdot q_1)^2 - p^2 q_1^2] \\
&\quad + k \cdot p k \cdot q_2 [p \cdot q_2 q_1^2 - 2p \cdot q_1 q_1 \cdot q_2 + p^2 (-p \cdot q_1 + q_1^2 + q_1 \cdot q_2)] \\
&\quad + (k \cdot p)^2 [-p \cdot q_2 q_1^2 + q_1 \cdot q_2 (-p^2 + q_1 \cdot q_2) + p \cdot q_1 (2p \cdot q_2 - q_2^2)] \\
&\quad + (k \cdot q_1)^2 [(p \cdot q_2)^2 - p^2 q_2^2] \\
&\quad + k \cdot q_1 [k \cdot q_2 p^2 (p^2 - p \cdot q_1 - p \cdot q_2 + q_1 \cdot q_2) + k \cdot p (-2p \cdot q_2 q_1 \cdot q_2 \\
&\quad + p \cdot q_1 q_2^2 + p^2 (-p \cdot q_2 + q_1 \cdot q_2 + q_2^2))]\} , \tag{3.20}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{13}'^2 &= -\left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi} \lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \{[(p - q_1)^2 - M_\omega^2] R_\omega^0(p - q_1)\} (ImI) \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p k \cdot q_1 p^2 - (k \cdot q_1)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_1 + q_1^2)\} , \tag{3.21}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{13}''^2 &= \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi} \lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_1)\} (ReI) \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p k \cdot q_1 p^2 - (k \cdot q_1)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_1 + q_1^2)\} , \tag{3.22}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{14}'^2 &= \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{(e g_{\rho\pi\pi})(g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma)^2}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \\
&\quad \times \{[(p - q_1)^2 - M_\omega^2] R_\omega^0(p - q_1)\} \{[(p - k)^2 - M_\sigma^2] ImI - (\Gamma_\sigma M_\sigma) ReI\} \\
&\quad \times \{\Delta_\sigma^0(p - k)\} \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p k \cdot q_1 p^2 - (k \cdot q_1)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_1 + q_1^2)\} , \tag{3.23}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{14}''^2 &= \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{(e g_{\rho\pi\pi})(g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma)^2}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \\
&\quad \times \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_1)\} \{[(p - k)^2 - M_\sigma^2] ReI + (\Gamma_\sigma M_\sigma) ImI\} \\
&\quad \times \{\Delta_\sigma^0(p - k)\} \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p k \cdot q_1 p^2 - (k \cdot q_1)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_1 + q_1^2)\} , \tag{3.24}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{23}'^2 &= -\left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi} \lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \{[(p - q_2)^2 - M_\omega^2] R_\omega^0(p - q_2)\} (ImI) \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p k \cdot q_2 p^2 - (k \cdot q_2)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_2 + q_2^2)\} , \tag{3.25}
\end{aligned}$$

$$M_{23}''^2 = -\left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi} \lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_2)\} (ReI) \\ \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p \ k \cdot q_2 \ p^2 - (k \cdot q_2)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_2 + q_2^2)\} , \quad (3.26)$$

$$M_{24}'^2 = \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{(e g_{\rho\pi\pi})(g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma)^2}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \\ \times \{[(p - q_2)^2 - M_\omega^2] R_\omega^0(p - q_2)\} \{[(p - k)^2 - M_\sigma^2] ImI - (\Gamma_\sigma M_\sigma) ReI\} \\ \times \{\Delta_\sigma^0(p - k)\} \\ \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p \ k \cdot q_2 \ p^2 - (k \cdot q_2)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_2 + q_2^2)\} , \quad (3.27)$$

$$M_{24}''^2 = \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{(e g_{\rho\pi\pi})(g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma)^2}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \\ \times \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_2)\} \{[(p - k)^2 - M_\sigma^2] ReI + (\Gamma_\sigma M_\sigma) ImI\} \\ \times \{\Delta_\sigma^0(p - k)\} \\ \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p \ k \cdot q_2 \ p^2 - (k \cdot q_2)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_2 + q_2^2)\} , \quad (3.28)$$

$$M_{34}'^2 = -\left(\frac{(e g_{\rho\pi\pi})(g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma)}{2\pi^2 M_\pi^2}\right)^2 \lambda \{[(p - k)^2 - M_\sigma^2] ImI - (\Gamma_\sigma M_\sigma) ReI\} \\ \times \{\Delta_\sigma^0(p - k)\} (ImI) \frac{2}{3} (k \cdot p)^2 , \quad (3.29)$$

$$M_{34}''^2 = -\left(\frac{(e g_{\rho\pi\pi})(g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma)}{2\pi^2 M_\pi^2}\right)^2 \lambda \{[(p - k)^2 - M_\sigma^2] ReI - (\Gamma_\sigma M_\sigma) ImI\} \\ \times \{\Delta_\sigma^0(p - k)\} (ReI) \frac{2}{3} (k \cdot p)^2 , \quad (3.30)$$

buradaki ImI ve ReI sırasıyla (3.23) ile verilmiştir. Durgun referans sisteminde bozulan ρ -mezon için dört momentum çarpanları aşağıdaki gibidir,

$$k \cdot p = M_\rho E_\gamma , \quad (3.31)$$

$$k \cdot q_1 = \frac{1}{2} (M_\rho^2 - 2M_\rho E_2) , \quad (3.31)$$

$$k \cdot q_2 = \frac{1}{2} (M_\rho^2 - 2M_\rho E_1) , \quad (3.31)$$

$$p \cdot p = p^2 = M_\rho^2 , \quad (3.32)$$

$$p \cdot q_1 = M_\rho E_1 , \quad (3.33)$$

$$p \cdot q_2 = M_\rho E_2 , \quad (3.34)$$

$$q_1 \cdot q_1 = q_1^2 = M_{\pi^0}^2 , \quad (3.35)$$

$$q_2 \cdot q_2 = q_2^2 = M_{\pi^0}^2 , \quad (3.36)$$

$$q_1 \cdot q_2 = \frac{1}{2} (M_\rho^2 - 2M_\rho E_\gamma - 2M_{\pi^0}^2) , \quad (3.37)$$

Ek 4. $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ Bozunumunun Değişmez Genliği II

Bu bölümde σ -skaler mezonun direk geçişinin düşünüldüğü durum da rho bozunumuna katkısını veren ifadeler verilmiştir. Aşağıda bu durumdan elde edilen genlik ifadesinin genel hali yazılmıştır, daha sonra her bir terimin ifadeleri verilmiştir.

$\rho^0(p) \rightarrow \pi^0(q_1)\pi^0(q_2)\gamma(k)$, bozunumu için değişmez genlik $\mathcal{M}(E_\gamma, E_1)$, aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_a + \mathcal{M}_b + \mathcal{M}_c + \mathcal{M}_d, \quad (4.1)$$

Burada $\mathcal{M}_a, \mathcal{M}_b, \mathcal{M}_c$ ve \mathcal{M}_d Şekil 3.1'deki diyagramlardan hesaplanan değişmez genliklerdir ve sırasıyla aşağıdaki gibi hesaplanmıştır;

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_a = & -\left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\mu u_\nu (p - q_1)_\alpha \epsilon^{\mu'\nu'\alpha'\beta'} (p - q_1)_{\mu'} k_{\alpha'} \epsilon_{\beta'} \\ & \times \{i[(p - q_1)^2 - M_\omega^2] + \Gamma_\omega M_\omega\} R_{\beta\nu'}^\omega(p - q_1), \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_b = & -\left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\mu u_\nu (p - q_2)_\alpha \epsilon^{\mu'\nu'\alpha'\beta'} (p - q_2)_{\mu'} k_{\alpha'} \epsilon_{\beta'} \\ & \times \{i[(p - q_2)^2 - M_\omega^2] + \Gamma_\omega M_\omega\} R_{\beta\nu'}^\omega(p - q_2), \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_c = & -(e g_{\rho\pi\pi\lambda}) 2u^\mu \epsilon^\nu \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \left\{ \frac{-4q_\mu q_\nu + g_{\mu\nu}(q^2 - M_\pi^2)}{(q^2 - M_\pi^2)[(q - k)^2 - M_\pi^2][(p - q)^2 - M_\pi^2]} \right\} \\ = & \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi\lambda}}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) I(a, b) [(\epsilon \cdot u)(k \cdot p) - (\epsilon \cdot p)(k \cdot u)], \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_d = & -\left(\frac{e}{M_\rho} g_{\rho\sigma\gamma}\right) (g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma) p_\alpha u_\beta (k_\alpha \epsilon_\beta - k_\beta \epsilon_\alpha) \\ & \times \{i[(p - k)^2 - M_\sigma^2] + \Gamma_\sigma M_\sigma\} \Delta_\sigma^0(p - k), \end{aligned} \quad (4.5)$$

Genlik ifadelerinde yer alan propagatör bağıntıları aşağıdaki gibidir,

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu}^\omega(q) = & \frac{1}{(q^2 - M_\omega^2)^2 + (\Gamma_\omega M_\omega)^2} \left[-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_\omega^2} \right] \\ = & R_\omega^0(q) \left[-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_\omega^2} \right], \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\Delta_\sigma^0(q) = \frac{1}{(q^2 - M_\sigma^2)^2 + (\Gamma_\sigma M_\sigma)^2}, \quad (4.7)$$

$$\lambda = \mathcal{M}_\chi(\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^0\pi^0) = -\frac{1}{f_\pi^2}(s - M_\pi^2) , \quad (4.8)$$

$$s = (p - k)^2 = M_{\pi^0\pi^0}^2 . \quad (4.9)$$

Her bir genlik ifadesi, $M_i = iM'_i + M''_i$ şeklinde kompleks ve reel kısımlar olmak üzere ayrı ayrı düşünülür ve değişmez genliğin tam karesi aşağıdaki gibidir;

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 = & M_1'^2 + M_2'^2 + M_3'^2 + M_4'^2 + M_1''^2 + M_2''^2 + M_3''^2 + M_4''^2 \\ & + 2(M_{12}'^2 + M_{13}'^2 + M_{14}'^2 + M_{23}'^2 + M_{24}'^2 + M_{34}'^2 \\ & + M_{12}''^2 + M_{13}''^2 + M_{14}''^2 + M_{23}''^2 + M_{24}''^2 + M_{34}''^2) , \end{aligned} \quad (4.10)$$

Bu ifadedeki her bir terimin eşiti aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} M_1'^2 = & \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right)^2 \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right)^2 \{[(p - q_1)^2 - M_\omega^2]R_\omega^0(p - q_1)\}^2 \\ & \times \frac{1}{3}\{-2k \cdot p \cdot k \cdot q_1[p^2(p \cdot q_1 - 2q_1^2) + p \cdot q_1 q_1^2] \\ & + (k \cdot p)^2[2(p \cdot q_1)^2 - p^2q_1^2 - 2p \cdot q_1 q_1^2 + q_1^4] \\ & + (k \cdot q_1)^2[p^4 + 2(p \cdot q_1)^2 - p^2(2p \cdot q_1 + q_1^2)]\} , \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} M_1''^2 = & \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right)^2 \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right)^2 \{(\Gamma_\omega M_\omega)R_\omega^0(p - q_1)\}^2 \\ & \times \frac{1}{3}\{-2k \cdot p \cdot k \cdot q_1[p^2(p \cdot q_1 - 2q_1^2) + p \cdot q_1 q_1^2] \\ & + (k \cdot p)^2[2(p \cdot q_1)^2 - p^2q_1^2 - 2p \cdot q_1 q_1^2 + q_1^4] \\ & + (k \cdot q_1)^2[p^4 + 2(p \cdot q_1)^2 - p^2(2p \cdot q_1 + q_1^2)]\} , \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} M_2'^2 = & \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right)^2 \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right)^2 \{[(p - q_2)^2 - M_\omega^2]R_\omega^0(p - q_2)\}^2 \\ & \times \frac{1}{3}\{-2k \cdot p \cdot k \cdot q_2[p^2(p \cdot q_2 - 2q_2^2) + p \cdot q_2 q_2^2] \\ & + (k \cdot p)^2[2(p \cdot q_2)^2 - p^2q_2^2 - 2p \cdot q_2 q_2^2 + q_2^4] \\ & + (k \cdot q_2)^2[p^4 + 2(p \cdot q_2)^2 - p^2(2p \cdot q_2 + q_2^2)]\} , \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned}
M_2''^2 &= \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right)^2 \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right)^2 \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_2)\}^2 \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{-2k \cdot p k \cdot q_2 [p^2(p \cdot q_2 - 2q_2^2) + p \cdot q_2 q_2^2] \\
&\quad + (k \cdot p)^2 [2(p \cdot q_2)^2 - p^2 q_2^2 - 2p \cdot q_2 q_2^2 + q_2^4] \\
&\quad + (k \cdot q_2)^2 [p^4 + 2(p \cdot q_2)^2 - p^2(2p \cdot q_2 + q_2^2)]\} , \tag{4.14}
\end{aligned}$$

$$M_3'^2 = \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi} \lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right)^2 (ImI)^2 \frac{2}{3} (k \cdot p)^2 , \tag{4.15}$$

$$M_3''^2 = \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi} \lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right)^2 (ReI)^2 \frac{2}{3} (k \cdot p)^2 , \tag{4.16}$$

$$\begin{aligned}
M_4'^2 &= \left(\frac{e}{M_\rho} g_{\rho\sigma\gamma}\right)^2 (g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma)^2 \{(p - k)^2 - M_\sigma^2\} \Delta_\sigma^0(p - k)^2 \\
&\quad \times \frac{2}{3} (k \cdot p)^2 , \tag{4.17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_4''^2 &= \left(\frac{e}{M_\rho} g_{\rho\sigma\gamma}\right)^2 (g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma)^2 \{(\Gamma_\sigma M_\sigma) \Delta_\sigma^0(p - k)\}^2 \\
&\quad \times \frac{2}{3} (k \cdot p)^2 , \tag{4.18}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{12}'^2 &= \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right)^2 \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right)^2 \{[(p - q_2)^2 - M_\omega^2] R_\omega^0(p - q_1)\} \\
&\quad \times \{[(p - q_2)^2 - M_\omega^2] R_\omega^0(p - q_2)\} \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{(k \cdot q_2)^2 [(p \cdot q_1)^2 - p^2 q_1^2] \\
&\quad + k \cdot p k \cdot q_2 [p \cdot q_2 q_1^2 - 2p \cdot q_1 q_1 \cdot q_2 + p^2(-p \cdot q_1 + q_1^2 + q_1 \cdot q_2)] \\
&\quad + (k \cdot p)^2 [-p \cdot q_2 q_1^2 + q_1 \cdot q_2(-p^2 + q_1 \cdot q_2) + p \cdot q_1(2p \cdot q_2 - q_2^2)] \\
&\quad + (k \cdot q_1)^2 [(p \cdot q_2)^2 - p^2 q_2^2] \\
&\quad + k \cdot q_1 [k \cdot q_2 p^2(p^2 - p \cdot q_1 - p \cdot q_2 + q_1 \cdot q_2) + k \cdot p(-2p \cdot q_2 q_1 \cdot q_2 \\
&\quad + p \cdot q_1 q_2^2 + p^2(-p \cdot q_2 + q_1 \cdot q_2 + q_2^2))]\} , \tag{4.19}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{12}''^2 &= \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right)^2 \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right)^2 \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_1)\} \\
&\quad \times \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_2)\} \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{(k \cdot q_2)^2 [(p \cdot q_1)^2 - p^2 q_1^2] \\
&\quad + k \cdot p k \cdot q_2 [p \cdot q_2 q_1^2 - 2p \cdot q_1 q_1 \cdot q_2 + p^2 (-p \cdot q_1 + q_1^2 + q_1 \cdot q_2)] \\
&\quad + (k \cdot p)^2 [-p \cdot q_2 q_1^2 + q_1 \cdot q_2 (-p^2 + q_1 \cdot q_2) + p \cdot q_1 (2p \cdot q_2 - q_2^2)] \\
&\quad + (k \cdot q_1)^2 [(p \cdot q_2)^2 - p^2 q_2^2] \\
&\quad + k \cdot q_1 [k \cdot q_2 p^2 (p^2 - p \cdot q_1 - p \cdot q_2 + q_1 \cdot q_2) + k \cdot p (-2p \cdot q_2 q_1 \cdot q_2 \\
&\quad + p \cdot q_1 q_2^2 + p^2 (-p \cdot q_2 + q_1 \cdot q_2 + q_2^2))]\} , \tag{4.20}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{13}'^2 &= -\left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi\lambda}}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \{[(p - q_1)^2 - M_\omega^2] R_\omega^0(p - q_1)\} (ImI) \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p k \cdot q_1 p^2 - (k \cdot q_1)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_1 + q_1^2)\} , \tag{4.21}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{13}''^2 &= \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi\lambda}}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_1)\} (ReI) \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p k \cdot q_1 p^2 - (k \cdot q_1)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_1 + q_1^2)\} , \tag{4.22}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{14}'^2 &= \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{e}{M_\rho} g_{\rho\sigma\gamma}\right) (g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma) \\
&\quad \times \{[(p - q_1)^2 - M_\omega^2] R_\omega^0(p - q_1)\} \{[(p - k)^2 - M_\sigma^2] \Delta_\sigma^0(p - k)\} \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p k \cdot q_1 p^2 - (k \cdot q_1)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_1 + q_1^2)\} , \tag{4.23}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{14}''^2 &= \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{e}{M_\rho} g_{\rho\sigma\gamma}\right) (g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma) \\
&\quad \times \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_1)\} \{(\Gamma_\sigma M_\sigma) \Delta_\sigma^0(p - k)\} \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p k \cdot q_1 p^2 - (k \cdot q_1)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_1 + q_1^2)\} , \tag{4.24}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{23}'^2 &= -\left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi\lambda}}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \{[(p - q_2)^2 - M_\omega^2] R_\omega^0(p - q_2)\} (ImI) \\
&\quad \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p k \cdot q_2 p^2 - (k \cdot q_2)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_2 + q_2^2)\} , \tag{4.25}
\end{aligned}$$

$$M_{23}''^2 = -\left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi}\lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_2)\} (ReI) \\ \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p k \cdot q_2 p^2 - (k \cdot q_2)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_2 + q_2^2)\} , \quad (4.26)$$

$$M_{24}'^2 = \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{e}{M_\rho} g_{\rho\sigma\gamma}\right) (g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma) \\ \times \{[(p - q_2)^2 - M_\omega^2] R_\omega^0(p - q_2)\} \{[(p - k)^2 - M_\sigma^2] \Delta_\sigma^0(p - k)\} \\ \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p k \cdot q_2 p^2 - (k \cdot q_2)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_2 + q_2^2)\} , \quad (4.27)$$

$$M_{24}''^2 = \left(\frac{e}{M_\omega} g_{\omega\pi\gamma}\right) \left(\frac{g_{\omega\rho\pi}}{M_\omega}\right) \left(\frac{e}{M_\rho} g_{\rho\sigma\gamma}\right) (g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma) \\ \times \{(\Gamma_\omega M_\omega) R_\omega^0(p - q_2)\} \{(\Gamma_\sigma M_\sigma) \Delta_\sigma^0(p - k)\} \\ \times \frac{1}{3} \{2k \cdot p k \cdot q_2 p^2 - (k \cdot q_2)^2 p^2 + (k \cdot p)^2 (-2p \cdot q_2 + q_2^2)\} , \quad (4.28)$$

$$M_{34}'^2 = \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi}\lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right) \left(\frac{e}{M_\rho} g_{\rho\sigma\gamma}\right) (g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma) (ImI) \{[(p - k)^2 - M_\sigma^2] \Delta_\sigma^0(p - k)\} \\ \times \frac{2}{3} (k \cdot p)^2 , \quad (4.29)$$

$$M_{34}''^2 = \left(\frac{e g_{\rho\pi\pi}\lambda}{2\pi^2 M_\pi^2}\right)^2 \left(\frac{e}{M_\rho} g_{\rho\sigma\gamma}\right) (g_{\sigma\pi\pi} M_\sigma) (ReI) \{(\Gamma_\sigma M_\sigma) \Delta_\sigma^0(p - k)\} \\ \times \frac{2}{3} (k \cdot p)^2 , \quad (4.30)$$

buradaki *ImI* ve *ReI* sırasıyla (3.23) ile verilmiştir. Durgun referans sisteminde bozulan ρ -mezon için dört momentum çarpanları aşağıdaki gibidir,

$$k \cdot p = M_\rho E_\gamma , \quad (4.31)$$

$$k \cdot q_1 = \frac{1}{2} (M_\rho^2 - 2M_\rho E_2) , \quad (4.31)$$

$$k \cdot q_2 = \frac{1}{2} (M_\rho^2 - 2M_\rho E_1) , \quad (4.31)$$

$$p \cdot p = p^2 = M_\rho^2 , \quad (4.32)$$

$$p \cdot q_1 = M_\rho E_1 , \quad (4.33)$$

$$p \cdot q_2 = M_\rho E_2 , \quad (4.34)$$

$$q_1 \cdot q_1 = q_1^2 = M_{\pi^0}^2 , \quad (4.35)$$

$$q_2 \cdot q_2 = q_2^2 = M_{\pi^0}^2 , \quad (4.36)$$

$$q_1 \cdot q_2 = \frac{1}{2} (M_\rho^2 - 2M_\rho E_\gamma - 2M_{\pi^0}^2) , \quad (4.37)$$

Ek 5. $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ Bozunumunun Değişmez Genliği III

Bu bölümde f_2 -tensör mezonun rho bozunumuna katkısını veren ifadeler verilmiştir. Aşağıda bu durumdan elde edilen genlik ifadesinin genel hali yazılmıştır, daha sonra herbir terimin ifadeleri verilmiştir.

$$M = \frac{1}{9M_f^8 M_\rho^2} \left[4(k \cdot q)^2 (p^2)^3 M_f^4 A + 4(k \cdot q)^2 (p^2)^2 B + (k \cdot q)^2 p^2 C - 4(k \cdot q)^2 p^2 D \right. \\ \left. + (k \cdot q)^4 p^2 E - 4F - 84(k \cdot q)^2 (k \cdot p) G \right. \\ \left. + 244(k \cdot q)^2 (p \cdot p_1) M_f^2 M_\rho^2 H - 44(k \cdot q)^2 M_\rho^2 I - 4K \right. \\ \left. + 84(p \cdot q)(k \cdot q)L \right], \quad (5.1)$$

Bu ifadedeki her bir terimin eşiti aşağıda verilmiştir.

$$A = 2q^2(2k \cdot p - 10k \cdot p_1 + p^2 - p \cdot p_1 - 2p_1^2) - (k \cdot q)^2 \\ + 2M_f^2(-p^2 + p \cdot p_1 + 2p_1^2 + 4k \cdot p + 10k \cdot p_1), \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned}
B = & -4(q^2)^2[(2k.p + p^2)(k.q)^2 + (p^2 - 2p.p_1)((p^2 - 2p.p_1) - 2(k.p + 2p_1.k))q^2 \\
& + M_f^2(-p^2 + 2p.p_1 + 4(2k.p + k.p_1))] \\
& + M_f^2 \left[-8(k.q)^3(k.q + p.q) \right. \\
& + 16k.q[(p.q - 2p_1.q)q^2(k.p - p^2 + 2k.p_1 + 2p.p_1) \\
& + (p.q(p^2 - 4p.p_1 + 4p_1^2) + k.q(-4p^2 + 3p.p_1 + 4p_1^2))M_f^2] \\
& + (k.q)^2 \left(2q^2(2k.p + p^2) - 4p.q(k.q + p.q) + M_f^2(2k.p + p^2 + M_\rho^2) \right) \\
& - 2 \left[q^4(2k.p(3p^2 - 5p.p_1 - 8p_1^2) + p^2(p^2 + 2p.p_1 - 8p_1^2)) \right. \\
& + 12p_1.qp.q \left((k.p + p^2 - 4k.p_1 - 2p.p_1)q^2 \right. \\
& + M_f^2(k.p - p^2 + 4k.p_1 + 2p.p_1) \left. \right) \\
& + 2p.q \left(q^2(-p^2(5k.q + p.q) - 2p.q(-6k.p_1 + p.p_1)) \right. \\
& + 8p_1^2(k.q + p.q) \left. \right) \\
& + M_f^2 \left(p^2(5k.q + p.q) + 2p.q(-12k.p_1 + p.p_1) - p_1^2(8k.q + 8p.q) \right) \\
& + M_f^2 \left[q^2(p^2(p^2 - 7p.p_1 + 10p_1^2) + k.p(5p^2 + 3p.p_1 + 4p_1^2)) \right. \\
& + 6q^2p^2p.p_1 - 12k.p_1q^2p.p_1 - 12(p.p_1)^2q^2 - 2k.pp^2M_f^2 - 2(p^2)^2M_f^2 \\
& + 7p^2k.p_1M_f^2 + 5p^2p.p_1M_f^2 + 12k.pp_1^2M_f^2 - 2p^2p_1^2M_f^2 + 24k.pp.p_1M_f^2 \\
& - 6p^2p.p_1M_f^2 + 12k.p_1p.p_1M_f^2 + 12(p.p_1)^2M_f^2 \\
& + 12k.p_1 \left(q^2(p^2 - 2(k.p_1 + p.p_1)) \right. \\
& + M_f^2(-p^2 + 2p.p_1 + 2k.p + 2k.p_1) \left. \right) \\
& + 2(q^2(k.p - 5k.p_1 + p^2 - p.p_1 - 2p_1^2) \\
& + M_f^2(-p^2 + p.p_1 + 2p_1^2 + 2k.p + 5k.p_1))M_\rho^2 \left. \right] \Bigg], \tag{5.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C = & -16(k.q)^3 \left(2p.q(q^2(2k.p + p^2) - 2k.pM_f^2) + M_f^2(k.q + p.q)(k.p - 2M_\rho^2) \right) \\
& - 16k.q \left[p.q(2p^2 - 4p.p_1) \left(2q^4(p^2 - 4k.p_1 - 2p.p_1) \right. \right. \\
& - 2q^2M_f^2(2k.p + p^2 - 8k.p_1 - 2p.p_1) + M_f^4(k.p - 2k.p_1) \left. \right) \\
& + M_f^2 \left[k.p \left((p^2(k.q + 5p.q) - 2p.q(6k.p_1 + 7p.p_1) \right. \right. \\
& + 8p_1^2(k.q + p.q))q^2 \\
& - (5p.q - 4p_1.q)(2k.p + p^2 - 2k.p_1 - 2p.p_1)M_f^2 \left. \right) \\
& + 6p.qp.p_1(q^2(k.p + p^2 - 4k.p_1 - 2p.p_1) \\
& - (5k.p + p^2 - 8k.p_1 - 2p.p_1)M_f^2) \\
& + 4[(p.q - 2p_1.q)q^2(k.p - p^2 + 2k.p_1 + 2p.p_1) \\
& + [p.q(p^2 - 4p.p_1 + 4p_1^2) + k.q(-4p^2 + 3p.p_1 \\
& + 4p_1^2)]M_f^2]M_\rho^2 \left. \right] , \tag{5.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D = & 4k \cdot p(p \cdot q)^2 M_f^2 \left(8q^2(p^2 - p \cdot p_1 - 2p_1^2) - M_f^2(5p^2 - 8p \cdot p_1 - 4p_1^2) \right) \\
& + 2q^4(p^2 - 2p \cdot p_1) [p^2 q^2(2k \cdot p + p^2 - 8k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1) \\
& - 4q^2 M_\rho^2(p^2 - 4k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1)] \\
& + q^2 M_f^2 [-p^2(p^2 - 2p \cdot p_1) q^2(3p^2 - 6p \cdot p_1 - 2k \cdot p - 8k \cdot p_1) \\
& + 4q^2[(-2p^2 + 4p \cdot p_1)(p^2 - 4k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1)k \cdot p \\
& - 3p^2(2k \cdot p + p^2 - 6k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1)p \cdot p_1] \\
& - 24k \cdot p(p^2 - 2p \cdot p_1)(k \cdot p + 2p \cdot p_1)q^2 \\
& - 2[q^2(2k \cdot p(3p^2 - 5p \cdot p_1 - 8p_1^2) + p^2(p^2 + 2p \cdot p_1 - 8p_1^2)) \\
& + 12p \cdot qp_1 \cdot q(k \cdot p + p^2 - 4k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1) + 4(p^2 - 2p \cdot p_1)(3k \cdot p - p^2 \\
& + 4k \cdot p_1 + 2p \cdot p_1)q^2] M_\rho^2] \\
& + M_f^6 [(p^4 - 2p^2 p \cdot p_1)(4k \cdot p + p^2 - 12kp_1 - 2p \cdot p_1) \\
& - 4(k \cdot p)^2(-2k \cdot p + p^2 - 4p \cdot p_1 + 4p_1^2 + 4k \cdot p_1) \\
& + 6p \cdot p_1(p^2(2k \cdot p + p^2 - 14k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1) - 8k \cdot p(2k \cdot p_1 + p \cdot p_1)) \\
& + 2[2p^2(k \cdot p + p^2) - p^2(7k \cdot p_1 + 5p \cdot p_1) + 2p_1^2(-6k \cdot p + p^2) \\
& - 12(-p^2 + 2p \cdot p_1 + 2k \cdot p + 2k \cdot p_1)k \cdot p_1 \\
& + 6(-4k \cdot p + p^2 - 2k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1)p \cdot p_1] M_\rho^2 \\
& + 2k \cdot p[-p^2(p^2 - 4p \cdot p_1 + 4p_1^2) + 2k \cdot p(p^2 - 14p \cdot p_1 + 12p_1^2) \\
& - 6(2k \cdot p + p^2 - 2k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1)k \cdot p_1 - 6(p^2 - 2k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1)p \cdot p_1 \\
& - 2(4k \cdot p + p^2 - 14k \cdot p_1 + 2p \cdot p_1 - 8p_1^2)M_\rho^2]] \\
& - 2M_f^4 [(-2p \cdot q + 4p_1 \cdot q)(-2k \cdot q + p \cdot q - 2p_1 \cdot q)(k \cdot p)^2 \\
& + p^2[5k \cdot p(p^2 - 4p \cdot p_1 + 4p_1^2)q^2 \\
& + p \cdot p_1[3q^2(10k \cdot p - p^2 - 2k \cdot p_1 + 2p \cdot p_1) + 48k \cdot qp_1 \cdot q]] \\
& + M_\rho^2[q^2[p^2(p^2 - 7p \cdot p_1 + 10p_1^2) + k \cdot p(5p^2 + 3p \cdot p_1 + 4p_1^2) \\
& + 6(p^2 - 2k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1)(2k \cdot p_1 + p \cdot p_1)] \\
& + 12p \cdot q(k \cdot p - p^2 + 4k \cdot p_1 + 2p \cdot p_1)p_1 \cdot q] \\
& + k \cdot p[-p \cdot q(5p \cdot q(p^2 - 4p \cdot p_1 + 4p_1^2) \\
& + (-4k \cdot p + 4k \cdot p_1)(5p \cdot q + 2p_1 \cdot q)) \\
& - 6(p^2 - 2k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1)q^2(k \cdot p_1 + p \cdot p_1) + 24k \cdot qp_1 \cdot qp^2 - 2(4k \cdot p \\
& + p^2 - 14k \cdot p_1 + 2p \cdot p_1 - 8p_1^2)q^2 M_\rho^2]]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 2p \cdot q \left[4p^2(q^4 p \cdot q - 2q^4 p_1 \cdot q)(k \cdot p + p^2 - 6k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1) \right. \\
& + 4k \cdot qp^2 q^2 (p^2 - 4p \cdot p_1 + 4p_1^2)(4q^2 - M_f^2) \\
& - M_f^2 [p^2(q^2 p \cdot q - 2q^2 p_1 \cdot q)(-15k \cdot p + 5p^2 - 14k \cdot p_1 - 10p \cdot p_1) \\
& + 12p \cdot qk \cdot p_1 [(q^2(k \cdot p + p^2 - 4k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1) \\
& - M_f^2(k \cdot p + p^2 - 8k \cdot p_1 - 2p \cdot p_1))] \\
& + M_f^2(p \cdot q(p^2 - 2p \cdot p_1)(k \cdot p - p^2 - 10k \cdot p_1 + 2p \cdot p_1) + 48k \cdot p_1 p \cdot p_1 p \cdot q) \\
& + 24k \cdot p(p^2 - 2p \cdot p_1)p_1 \cdot q(-2q^2 + M_f^2) \\
& + 2[(q^2(p^2(5k \cdot q + p \cdot q) + 2p \cdot q(-6k \cdot p_1 + p \cdot p_1) - 8p_1^2(k \cdot q + p \cdot q)) \\
& - (p^2(5k \cdot q + p \cdot q) + 2p \cdot q(-12k \cdot p_1 + p \cdot p_1) - 8(k \cdot q \\
& + p \cdot q)p_1^2)M_f^2]M_\rho^2] \left. \right] , \tag{5.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E = & -4q^4(p^2 k \cdot p + p^4) + 32k \cdot p(p \cdot q)^2 M_f^2 + 16(2k \cdot p + p^2)q^4 M_\rho^2 \\
& + M_f^4[-12p^2 k \cdot p - p^4 + 8k \cdot p(5k \cdot p + p^2) - 4(2k \cdot p + p^2)M_\rho^2] \\
& + 4q^2 M_f^2[-p^2(8k \cdot p + p^2) + (4k \cdot p + 2p^2)(2k \cdot p - M_\rho^2)] \\
& + 8p \cdot q \left[2p^2(3k \cdot q + p \cdot q)q^2 + 8k \cdot qq^2 p^2 \right. \\
& \left. + M_f^2[p^2(7k \cdot q + p \cdot q) - 2(k \cdot q + p \cdot q)(k \cdot q - M_\rho^2)] \right] , \tag{5.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F = & 12(k \cdot p)^4(k \cdot q)^2 M_f^6 \\
& - (k \cdot p)^2(k \cdot q)^2 M_f^2 \left[k \cdot pk \cdot q(p \cdot q - 2p_1 \cdot q)M_f^2 \right. \\
& + 2 \left[q^4(p^2(6k \cdot p + 5p^2) - 2p^2(13k \cdot p_1 + 7p \cdot p_1) + 8(2k \cdot p \right. \\
& + p^2)p_1^2) + M_f^2[q^2[-p^2(4p^2 - 13p \cdot p_1 + 10p_1^2) + k \cdot p(p^2 - 9p \cdot p_1 \\
& - 4p_1^2)] - 6k \cdot pp \cdot q(3p \cdot q - 2p_1 \cdot q) \\
& + [-p^2(16k \cdot p + p^2) + p^2(35k \cdot p_1 + p \cdot p_1) + 2p_1^2(-6k \cdot p + p^2) \\
& + 12k \cdot p(k \cdot p_1 - p \cdot p_1)]M_f^2] \left. \right] \\
& + (k \cdot q)^2[(4k \cdot p + 2p^2)q^2 + M_f^2(6k \cdot p + p^2 + 2M_\rho^2)] \left. \right] , \tag{5.7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G = & 12p^2q^2(p.q)^2M_f^2(k.p - 2k.p_1) \\
& + M_f^2 \left[3p.p_1[2p^2q^4(2k.p - 6k.p_1 + p^2 - 2p.p_1) \right. \\
& - p.q[p.q(6k.p + p^2 + 2kp_1 - 2p.p_1) - 4k.q(k.p - 2k.p_1)]M_f^2 \\
& + [-p^2(10k.p + p^2 - 14k.p_1 - 2p.p_1) + 8k.pk.p_1]M_f^4 \\
& + [4(p^2 - 2p.p_1)q^4(p^2 - 4k.p_1 - 2p.p_1) - 2(k.q + p.q)(k.q)^3 \\
& + q^2[-5p^2(p^2 - 4p.p_1 + 4p_1^2) + 4k.p(5p^2 - 3p.p_1 - 2p_1^2) \\
& - 6(p^2 - 2(k.p_1 + p.p_1))k.p_1]M_f^2 \\
& + [p^2(p^2 - 4p.p_1 + 4p_1^2) - 2k.p(p^2 - 14p.p_1 + 12p_1^2) \\
& + 6(p^2 - 2(k.p_1 + p.p_1))k.p_1]M_f^4 \\
& + (k.q)^2[2q^2(2k.p + p^2) + (6k.p + p^2)M_f^2] \left. \right] M_\rho^2 \\
& + p.q \left[-4k.p(k.q)^3M_f^2 \right. \\
& - 2k.pk.qM_f^2[8q^2(2p^2 - 5p.p_1 + 2p_1^2) + M_f^2(-7p^2 + 16p.p_1 - 4p_1^2)] \\
& + p.q[-4(p^2 - 2p.p_1)(k.p + p^2 - 6k.p_1 - 2p.p_1)q^4 \\
& + M_f^2[q^2(p^2 - 2p.p_1)(9k.p + 5p^2 - 14k.p_1 - 10p.p_1) \\
& + [(-p^2 + 2p.p_1)(-13k.p + p^2 + 10k.p_1 - 2p.p_1) \\
& + k.p_1(-36k.p + 24k.p_1) + 24k.pp.p_1]M_f^2] \\
& - (k.q)^2[2p^2q^2(3k.q + p.q) \\
& \left. + M_f^2[p^2(7k.q + p.q) + 2(k.q + p.q)M_\rho^2] \right] , \tag{5.8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H = & -2p^2q^4(2k.p + p^2 - 6k.p_1 - 2p.p_1) - 8k.pq^4(p^2 - 2p.p_1) \\
& + p.q[(-10k.p + p^2 + 2k.p_1 - 2p.p_1)p.q - 16k.pp.p_1.q]M_f^2 \\
& + [p^2(2k.p + p^2 - 14k.p_1 - 2p.p_1) - 16k.pk.p_1]M_f^4 \\
& + 4p.qk.q[q^2(k.p + p^2 - 2(k.p_1 + p.p_1)) - (5k.p + p^2 - 8k.p_1 \\
& - 2p.p_1)M_f^2] , \tag{5.9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I = & 8k.p(k.q)^4M_f^2 + 2p.q(k.q)^3[2q^2(3k.p + p^2) + 8k.pq^2 + (7k.p + p^2)M_f^2] \\
& + 2k.q[4p^2(p.qq^4 - 2q^4p_1.q)(k.p + p^2 - 6k.p_1 - 2p.p_1) \\
& - q^2(p^2 - 2p.p_1)((9k.p + 5p^2 - 14k.p_1 - 10p.p_1)p.q \\
& - 48p_1.qk.p)M_f^2 \\
& + [48k.p(p.q - p_1.q)k.p_1 + (p^2 \\
& - 2p.p_1)[p.q(-13k.p + p^2 + 10k.p_1 - 2p.p_1) - 24k.pp_1.q]]M_f^4 \\
& + 4k.p(p^2 - 4p.p_1 + 4p_1^2)q^2p.q(4q^2 - M_f^2)] \\
& - (k.q)^2[4q^2p^2(4k.p + p^2) + 4[p^4 - 8k.p(p^2 - 5p.p_1 + 2p_1^2)]q^2M_f^2 \\
& + [p^4 + 8k.p(5p^2 - 8p.p_1 + 2p_1^2)]M_f^4 + 4q^2p^2k.p(2q^2 + M_f^2)] \\
& - 2[4p^2(p^2 - 2p.p_1)[2k.p + p^2 - 8k.p_1 - 2p.p_1]q^6 \\
& - 2q^2p.qM_f^2[3k.p_1p.q(2k.p + p^2 - 6k.p_1 - 2p.p_1) \\
& + (p.q \\
& - 2p_1.q)[(3p^4 - 6p^2(p.p_1) + (4k.p - 4k.p_1)(3p^2 - 12p.p_1 + 4p_1^2))] \\
& - 12p^2p_1.q(k.p - 2k.p_1)] \\
& + p.q[4k.p_1(p^2 - 4p.p_1 + 4p_1^2)(-11p.q + 2p_1.q) \\
& + 3k.p_1p.q(6k.p + p^2 + 2k.p_1 - 2p.p_1) + 24p_1^2p.qk.q \\
& + 12k.p(p^2 - 4k.p_1 - 2p.p_1)p_1.q]M_f^4 \\
& + [(2p^2 - 4p.p_1)[8k.pp^2 + p^4 - 2p^2(15k.p_1 + p.p_1) + 24p_1^2k.p \\
& - 8p_1^2k.p_1] + 3k.p_1(p^2(10k.p + p^2 - 14k.p_1 - 2p.p_1) - 8k.p_1k.p) \\
& + 12p^2p_1^2k.p]M_f^6 \\
& + k.pq^2(p^2 - 2p.p_1)[8q^4(p^2 - 2p.p_1) - 4q^2(p^2 + 6k.p_1 - 2p.p_1)M_f^2 \\
& + (5p^2 - 10p_1^2)M_f^4] , \tag{5.10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K = & 24(k.q)^2(p.p_1)^2k.pM_f^4[2p^2q^2 + M_f^2(p^2 + 2M_\rho^2)] \\
& + 2k.p(p.q)^2k.q \left[-8p.q(k.q)^4 \right. \\
& + 4p.q(k.q)^2(p^2 - 4p.p_1 + 4p_1^2)(-4q^2 + M_f^2) \\
& + 4p.q(p^2 - 4p.p_1 + 4p_1^2)(p^2 - 4p.p_1 + 4p_1^2)(-2q^4 + q^2M_f^2 + M_f^4) \\
& + 2(k.q)^3(2p^2q^2 + M_f^2(p^2 + 2M_\rho^2)) \\
& + k.q \left[8p^2q^4(p^2 - 4p.p_1 + 4p_1^2) \right. \\
& + 4q^2M_f^2[(-p^2 + 2p.p_1)(p^2 - 2p.p_1 + 6k.p_1) \\
& - 4(p^2 - p.p_1 - 2p_1^2)M_\rho^2] \\
& \left. \left. + M_f^4[5p^2(p^2 - 4p.p_1 + 4p_1^2) + 2(5p^2 - 8p.p_1 - 4p_1^2)M_\rho^2] \right] \right], \quad (5.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L = & k.qM_\rho^2 \left[-4p^2(p.qq^4 - 2q^4p_1.q)(k.p + p^2 - 2p.p_1 - 6k.p_1) \right. \\
& + q^2M_f^2[12(k.p + p^2 - 2p.p_1 - 4k.p_1)k.p_1p.q \\
& + (p^2 - 2p.p_1)[(-15k.p + 5p^2 - 10p.p_1 - 14k.p_1) - 48k.pp_1.q]] \\
& + M_f^4[-12(k.p + p^2 - 2p.p_1 - 8k.p_1)k.p_1p.q \\
& + (p^2 - 2p.p_1)[(k.p - p^2 + 2p.p_1 - 10k.p_1)p.q + 24p_1.qk.p]] \\
& + 4k.p(p^2 - 4p.p_1 + 4p_1^2)q^2p.q(-4q^2 + M_f^2) \\
& + 4(k.q)^3(q^2(2k.p + p^2) - 2k.pM_f^2) \\
& - (k.q)^2p.q[2q^2(3k.p + p^2) + 8q^2k.p + (7k.p + p^2)M_f^2] + k.q(p^2 \\
& - 2p.p_1)[2(p^2 - 2(k.p_1 + p.p_1))q^4 \\
& - 2(2k.p + p^2 - 2p.p_1 - 8k.p_1)q^2M_f^2 + (k.p - 2k.p_1)M_f^4] \\
& - 12k.pp.p_1M_f^2 \left[2(p^2 - 2p.p_1)(k.q)^2(-2q^2 + M_f^2) \right. \\
& + (p^2 - 4p.p_1 + 4p_1^2)(p^2 - 2p.p_1)(-4q^4 + 3q^2M_f^2 + M_f^4) \\
& + k.q[2p^2q^2(p.q - 2p_1.q) + M_f^2(p^2p.q - 2p^2p_1.q - 4k.p_1p.q \\
& \left. - 4p_1.qM_\rho^2) \right] \left. \right], \quad (5.12)
\end{aligned}$$

Çizelge 4.1: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için elde edilen dallanma oranları. Model (A); ω ara vektör mezondan gelen katkı, Model (B); pion-halkadan gelen katkıyı, Model (C); ω ve pion-halkadan gelen katkıların toplamını, Model (D); ara σ -sakler mezondan gelen katkıları, Model (E) ise bütün durumlardan gelen katkıları içermektedir.....22

Çizelge 4.2: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun $BR(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma)=4.5 \times 10^{-5}$ deneysel değeri ve σ -skaler mezonun farklı parametreleri kullanılarak elde edilen $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabitleri. Ayrıca elde edilen çiftlenim sabitleri kullanılarak $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için hesaplanan dallanma oranları değerleri.....24

Çizelge 4.3: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun $BR(\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma)=5.2 \times 10^{-5}$ deneysel değeri ve σ -skaler mezonun farklı parametreleri kullanılarak elde edilen $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabitleri. Ayrıca elde edilen çiftlenim sabitleri kullanılarak $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için hesaplanan dallanma oranları değerleri.....26

Çizelge 4.4: $\rho \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ bozunumunun incelendiği çalışmada elde edilen $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabiti değerleri, (Gökalp ve Yılmaz, 2000). Bu değerler kullanılarak elde edilen dallanma oranları.....27

Çizelge 4.5: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunması için elde edilen toplam dallanma oranının literatürdeki diğer çalışmalar ile karşılaştırılması.....28

Çizelge 4.6: $g_{\rho\sigma\gamma}$ çiftlenim sabitinin farklı çalışmalarda elde edilen değerleri.....29

Çizelge 4.7: $\rho \rightarrow \sigma\gamma$ geçişinin incelendiği çalışmada, (Escribano ve ark., 2008), kullanılan yöntemler dikkate alınarak, $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için elde edilen dallanma oranları.....31

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 3.1. $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumu için ara vektör mezon katkılarını veren Feynman diyagramları.....	7
Şekil 3.2. $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun f_2 tensör mezondan gelen katkısını gösteren Feynman diyagramı.....	9
Şekil 3.3. $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun kiral halka katkısını gösteren Feynman diyagramı.....	12
Şekil 3.4: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunumunun VMD, Pion-halka dan gelen katkıları gösteren Feynman diyagramları.....	14
Şekil 3.5: $\rho \rightarrow \sigma\gamma$ geçişi için katkı veren Feynman diyagramları.....	17
Şekil 4.1: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasının farklı durumlardan gelen katkılarını gösteren grafik. Sigma skaler mezonun halka ile bağlandığı durum.....	29
Şekil 4.2: $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ bozunmasının farklı durumlardan gelen katkılarını gösteren grafik. Sigma skaler mezonun direk geçişinin düşünüldüğü durum.....	30

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Esra AÇIKSÖZ

Doğum Yeri : Söke - AYDIN

Doğum Tarihi : 27.06.1986

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi : 2004-2008 Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Yüksek Lisans Öğrenimi : 2008 Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü. Fizik Anabilim Dalı (devam ediyor).

Bildiği Yabancı Diller: İngilizce

BİLİMSEL FAALİYETLERİ

a) Bildiriler:

“Differnet Contributions of $\rho \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ Decay” isimli poster, .”Turkish Physical Society 27. International Physics Congress” , 14.09.2010-17.09.2010, İstanbul.

b) Katıldığı Toplantılar:

1. “Summer School IV on Nuclear Collective Dynamics” , Feza Gürsey Enstitüsü, İstanbul, 30.06.2008-04.07.2008.

2. “2th International Conference on Hadron Physics-Troia09” , Çanakkale, 10.09.2009-14.09.2009.

3. “Summer School V on Nuclear Collective Dynamics”, Feza Gürsey Enstitüsü, İstanbul, 04.07.2010 - 10.07.2010.

4.”International Summer School Conference on High Energy Physics: Standart Model and Beyond” , Muğla 27.08.2010-04.09.2010.

5.”Turkish Physical Society 27. International Physics Congress” , İstanbul,14.09.2010-17.09.2010.

İLETİŞİM

E-posta Adresi: eessrraa.a@hotmail.com